

Kerekyártó László

Elektrotechnikai feladatgyűjtemény

7. kiadás

Tankönyvnyomdai Kiadó,
Budapest

A Nemzeti Szakképzési és Felnőttképzési Intézet javaslatára a tankönyvet a szociális és munkakülgügyi miniszter a 17852-8/2007-SZMM számon 2012. augusztus 31-ig tankönyvvé nyilvánította

Sorozatszerkesztő: Futterer László
Lektor: Bakányi László

© Kerekgyártó László, 2000, 2001, 2003, 2004, 2006, 2007, 2008
© Tankönyvkiadó, 2000, 2001, 2003, 2004, 2006, 2007, 2008

Felolős szerkesztő: Molnár Ervin
Borítótér: Szlovencsák Ádám
A könyv ábráit Kerekgyártó László készítette

7. kiadás

Felolős kiadó: a Tankönyvkiadó ügyvezetölje

ISBN 978 963 9668 98 0

A tankönyv megrendelhető:

Tankönyvkiadó
1141 Budapest,
Fogarasi út 111.
Tel.: 220-22-37
Fax: 221-05-73
www.tankonyvkiado.hu
e-mail: info@tankonyvkiado.hu

A könyv formátuma: B/5
Terjedelme: 13,75 (A/5) iv
A tankönyv tömege: 280 g
Azonosítási szám: TM-11201
Készült az MSZ 5601:1983 és 5602:1983 szerint
Szedés, nyomdai előkészítés: **Négyek Stúdió**
Nyomta és kötötte: Regisztr Kiadó és Nyomda Kft., Budapest

Előszó.....	5
Villamos alapfogalmak.....	7
1.1. Villamos töltés, villamos áram.....	7
1.2. Villamos térerősség, villamos feszültség, villamos potenciál.....	8
2. Egyenáramú hálózatok.....	11
2.1. Ohm törvénye.....	11
2.2. Ellenállások számítása.....	12
2.3. Villamos munka, teljesítmény és hatások.....	15
2.4. Kirchhoff-törvények.....	18
2.5. Ellenállás-hálózatok eredőjének számítása.....	23
2.6. Delta-csillag, csillag-delta átalakítás.....	25
2.7. A feszültségosztás és áramosztás törvénye.....	28
2.8. Mérőműszerek mérőhatárának kiterjesztése.....	31
2.9. A Wheatstone-híd.....	35
3. A villamos áram hatásai.....	42
3.1. A hőhatás.....	42
3.2. Vezeték méretezése.....	43
3.3. A vegyi hatás.....	47
4. Aktív hálózatok.....	50
4.1. Valóságos generátorok.....	50
4.2. Generátorok helyettesítőképei.....	52
4.3. Generátorok teljesítménye és hatásfoka.....	56
4.4. A szuperpozíció tétele.....	57
5. A villamos tér.....	63
5.1. Coulomb törvénye, villamos térerősség, feszültség, potenciál és villamos eltolás.....	63
5.2. A homogén villamos tér és a kapacitás.....	65
6. A mágneses tér.....	75
6.1. A mágneses teret jellemző mennyiségek.....	75
6.2. Erőhatások mágneses térben.....	79
6.3. Mágneses körök számítása.....	85

94	7. Az elektromágneses indukció.....
94	7.1. Az indukciótörvény.....
99	7.2. Kölcsönös indukció, önindukció, induktivitás.....
104	7.3. Induktivitások összekapcsolása.....
105	7.4. Az induktivitások viselkedése az áramkörben.....
113	8. Változó áramú hálózatok.....
113	8.1. Változó mennyiségek ábrázolása, jellemzői.....
119	8.2. Egyszerű változó áramú hálózatok.....
122	8.3. Soros és párhuzamos RL -kapcsolás.....
126	8.4. Soros és párhuzamos RC -kapcsolás.....
129	8.5. Egyenértékű soros és párhuzamos kapcsolások.....
137	8.6. Szinuszos mennyiségek komplex leírása.....
145	8.7. Soros és párhuzamos RLC -kapcsolások, rezgőkörök.....

Az **Elektrotechnikai Feladatgyűjtemény** c. könyv, amit kezében tart a kedves Olvasó, a Tankönyvmester Kiadó villamos ipari és rokon szakmák számára kifejlesztett tankönyv-családjának **Elektrotechnika** c. alapozó tankönyvéhez készült, annak felépítését követi. A feladatgyűjtemény a tankönyv elméleti anyagának jobb megértését és begyakorlását segíti elő, és az egyes témák nehézségétől függően közül több vagy kevesebb megoldott mintapéldát és megoldandó feladatot. Ha a tanuló ez utóbbiakkal foglalkozik, akkor az önellenőrzéshez megtalálja a példák megoldásának rövid, logikai levezetését és a vég-eredményeket.

A tankönyvben közölt tananyag megértéséhez nem volt szükség a komplex számok fogalmának bevezetésére, de mivel a feladatok megoldásában ez nélkülözhetetlen, ezért ez a kötet röviden, csupán a szükséges mértékben ismerteti a komplex számok fogalmát és a velük végezhető műveleteket.

A feladatokat ábrák teszik szemléletessé, ezzel hozzájárulnak a tanulók vizuális neveléséhez. A bonyolultabb feladatok megoldását és az eredmények értelmezését nagyban segíti, hogy a könyv közli a számítógépes szimulációval kapott megoldásokat is.

Mindazonkint, akik további ismereteket szeretnének szerezni az egyes szorosan, ill. tagtábban kapcsolódó témákban, ajánljuk a tankönyvcsalád

- TM-11002 Kerekgyártó László: **Elektrotechnika,**
 TM-11003 Zombori Béla: **Az elektronika alapjai,**
 TM-11004 Zombori Béla: **Elektronika,**
 TM-11015 Zombori Béla: **Digitális elektronika,**
 TM-11008 Gyetván Károly: **A villamos mérések alapjai,**
 TM-11009 Czilik István: **A villamos gyakorlatok alapjai,**
 TM-11203 Zombori Béla: **Elektronikai feladatgyűjtemény,**
 TM-11209 Gyetván Károly–Futterer László: **Villamos mérési feladatok**

c. tankönyveit.

A felsorolt könyvek az adott témákat más-más szempontok alapján dolgozzák fel, így forgatásuk a tanulás során nemcsak azért célszerű, mert szélesítik a tudást és kiegészítő információhoz juttatják a tárgykörben az érdeklődőt, hanem azért is, mert rendszerszemléletre tanítanak.

Eredményes munkát és szakmai sikereket kíván minden kedves Olvasójának a

1. VILLAMOS ALAPFOGALMAK

1.1. Villamos töltés, villamos áram

1. példa

Egy zseblámpaelem töltése $4,5 \cdot 10^3$ C.

a) Hány darab szétválasztott elektront tartalmaz a zseblámpaelem?

b) Mennyivel csökken a zseblámpaelem töltése, ha egy rákapcsolt fogyasztón 1 órán át $I = 0,1$ A áram folyik?

Megoldás

a) Jelöljük a zseblámpaelem töltésmennyiségét $\bar{Q}$ -val, a szétválasztott elektronok számát n -nel. Mivel 1 C töltés megfelel $6,24 \cdot 10^{18}$ elektron töltésének, ezért a szétválasztott elektronok száma $n = \bar{Q} : 6,24 \cdot 10^{18} = 4,5 \cdot 10^3 : 6,24 \cdot 10^{18} = 28,1 \cdot 10^{21}$.

b) Az 1 órát átszámítva másodpercekre és a villamos áram definíciójából $\bar{Q}$ -t kifejezve:

$$\bar{Q} = I \cdot t = 0,1 \text{ A} \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 360 \text{ C.}$$

A zseblámpaelem töltése 360 C-ban csökken. A lecsökkenő töltésmennyiség:

$$\bar{Q}' = 4500 - 360 = 4140 \text{ C.}$$

Feladatok

1.1.1. Hány elektron áramlik át a fogyasztó egy adott keresztmetszetén másodpercenként, ha az áramerősség $I = 0,5$ A? Az elektronok számát jelöljük n -nel!

1.1.2. Hány C töltést választ szét a generátor fél óra alatt, ha a generátort terhelő áram $0,8$ A?

1.1.3. Egy akkumulátor sarkain 10 perc alatt $\bar{Q} = 540$ C töltés áramlik ki. Mekkora az áramerősség?

1.1.4. Egy atom a külső héjáról lead két elektront. Mekkora lesz az atom töltése?

1.2. Villamos térerősség, villamos feszültség, villamos potenciál

1. példa

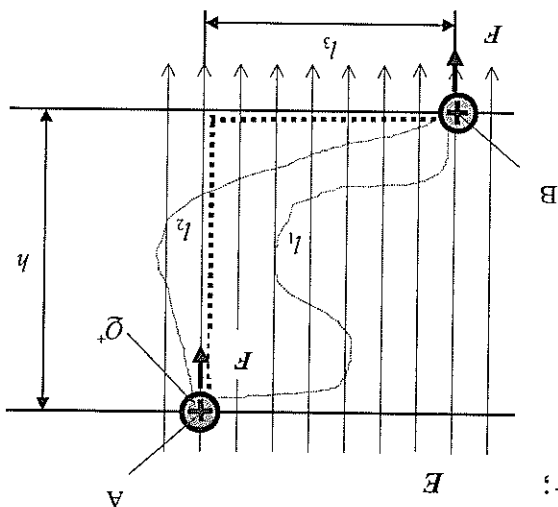
Az 1.1. ábra jelölése szerint egy $\bar{Q}^+$ töltésű testet az E villamos tér a B pontból az A pontba mozgatták.

a) Mennyi munkát végzett a villamos tér?

b) Hány volt feszültség mérhető az A és B pontok között?

Adatok: $\bar{Q}^+ = 0,01 \text{ C}$; $E = 2 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$;
 $h = 0,5 \text{ m}$; $l_3 = 0,3 \text{ m}$.

1.1. ábra



Megoldás

a) Mivel munkát csak az E villamos térerősséggel szemben, a térerősség irányába eső elmozdulással végzünk, ezért a töltés elmozdulásának az E térerősségre merőleges l_3 összetevőjének értéke a példa szempontjából közömbös:

$$W_{AB} = F \cdot h = \bar{Q} \cdot E \cdot h = 0,01 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 0,5 = 10 \text{ W} \cdot \text{s}.$$

Nézzük meg a mértékegységeket! $\text{C} \cdot \frac{\text{m}}{\text{V}} \cdot \text{m} = \text{A} \cdot \text{s} \cdot \frac{\text{m}}{\text{V}} \cdot \text{m} = \text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s} = \text{W} \cdot \text{s}$.

b) A feszültség a villamos térnek az egységnyi töltésre vonatkoztatott munkavégző képessége:

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{\bar{Q}} = \frac{10 \text{ W} \cdot \text{s}}{0,01 \text{ C}} = 1000 \text{ V}.$$

Ahhoz, hogy a $\vec{Q}^+$ töltést a B pontból az A pontba mozgassuk, 10 W-s munkát kell a töltéssel közölnünk, függetlenül attól, hogy az elmozdítás milyen útvonalon történt. Az A és B pontok közötti potenciálkülönbség, az U_{AB} feszültség 1000 V.

2. példa

Az 1. példa adataival számítsuk ki a villamos tér teljesítményét, ha a $\vec{Q}^+$ töltést az A pontból a B pontba 20 ms alatt juttatja vissza!

Adatok: $\vec{Q}^+ = 0,01 \text{ C}$; $E = 2 \cdot 10^3 \text{ V/m}$; $h = 0,5 \text{ m}$; $l_3 = 0,3 \text{ m}$; $t = 0,02 \text{ s}$.

1. megoldás

Az áramerősség az időegység alatt átvirramló töltésmennyiség:

$$I = \frac{\vec{Q}}{0,01 \text{ A} \cdot \text{s}} = \frac{0,02 \text{ s}}{0,01 \text{ A} \cdot \text{s}} = 0,5 \text{ A}.$$

A villamos teljesítmény:

$$P = I \cdot U_{AB} = 0,5 \text{ A} \cdot 1000 \text{ V} = 500 \text{ W}.$$

A villamos tér teljesítménye 500 W, ha a $\vec{Q}^+$ töltést 20 ms alatt juttatja el az A pontból a B pontba.

2. megoldás

Számítsuk ki a villamos teljesítményt a mechanikai teljesítmény definíciójából kiindulva! A teljesítmény az időegység alatt elvégzett munka:

$$P = \frac{W}{t},$$

és a munka az erő és az erő irányába eső elmozdulás szorzata: $W = F \cdot h$. Mivel a villamos térerősség az egysegnyi töltésre ható erő, ezért a $\vec{Q}^+$ töltésre ható erő $F = \vec{Q}^+ \cdot E = 0,01 \cdot 2 \cdot 10^3 = 20 \text{ N}$, így a villamos munka $W = F \cdot h = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$. A villamos teljesítmény az egysegnyi idő alatt elvégzett munka:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{10 \text{ N} \cdot \text{m}}{0,02 \text{ s}} = 500 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 500 \text{ W}.$$

Nézzük meg a mértékegységeket! Egy newton az az erő, amely 1 kg tömegű testet 1 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

gyorsulással gyorsít. Tehát $1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$ és $1 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} = 1 \text{ W}$.

Hasonlítsuk össze eredményünket a Tankönyvmester Kiadó *Elektrotechnika* c. tankönyvében található 1.2. táblázat mértékegységeivel!

Feladatok

- 1.2.1. Mennyi munkát végzünk, ha egy negatív $\bar{Q} = 3 \mu\text{C}$ töltést $E = 1,3 \frac{\text{m}}{\text{kV}}$ homogén villamos erőterében az erőter irányában 20 cm távolságra elmozdítunk?
- 1.2.2. Mekkora feszültség mérhető a villamos tér két pontja között, ha egy $\bar{Q} = 0,0014 \text{ C}$ töltést $3,8 \text{ W} \cdot \text{s}$ munkával tudunk az egyik pontból a másikba elmozdítani?
- 1.2.3. Az A pont potenciálja $U_A = 1,7 \text{ kV}$. Mennyi a B pont potenciálja, ha az A pontból a $\bar{Q}^+ = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ töltést $t = 1 \text{ ms}$ alatt $P = 5 \text{ W}$ teljesítménnyel tudjuk eljuttatni a B pontba?

A feladatok megoldásának menete és a végeredmény

- 1.1.1. $3,1 \cdot 10^{18}$, mivel $n = \bar{Q} \cdot 6,24 \cdot 10^{18} = I \cdot t \cdot 6,24 \cdot 10^{18} = 0,5 \text{ A} \cdot 1 \text{ s} \cdot 6,24 \cdot 10^{18} = 3,1 \cdot 10^{18}$.
- 1.1.2. $\bar{Q} = 1440 \text{ C}$, mivel $\bar{Q} = I \cdot t = 0,8 \text{ A} \cdot 30 \cdot 60 \text{ s} = 1440 \text{ C}$.
- 1.1.3. $I = 0,9 \text{ A}$, mivel $I = \frac{\bar{Q}}{540 \text{ C}} = \frac{t}{10 \cdot 60 \text{ s}} = 0,9 \text{ A}$.
- 1.1.4. $\bar{Q} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, mivel $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$, $\bar{Q} = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

- 1.2.1. $W = 780 \mu\text{W}$, mivel $W = \bar{Q} \cdot E \cdot h = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 1,3 \cdot 10^3 \cdot 0,2 = 780 \mu\text{W}$.
- 1.2.2. $U_{AB} = 2,71 \text{ kV}$, mivel $U_{AB} = \frac{W_{AB}}{3,8 \text{ W} \cdot \text{s}} = \frac{\bar{Q}}{0,0014 \text{ C}} = 2,71 \text{ kV}$.
- 1.2.3. $U_B = 5 \text{ kV}$, mivel $W_{AB} = P \cdot t = 5 \cdot 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{s}$, $U_{AB} = \frac{W_{AB}}{5 \cdot 10^{-3}} = \frac{\bar{Q}^+}{1,5 \cdot 10^{-6}} = 3,33 \text{ kV}$ és $U_B = U_A + U_{AB} = 1,7 + 3,33 \approx 5 \text{ kV}$.

2. EGYENÁRAMÚ HÁLÓZATOK

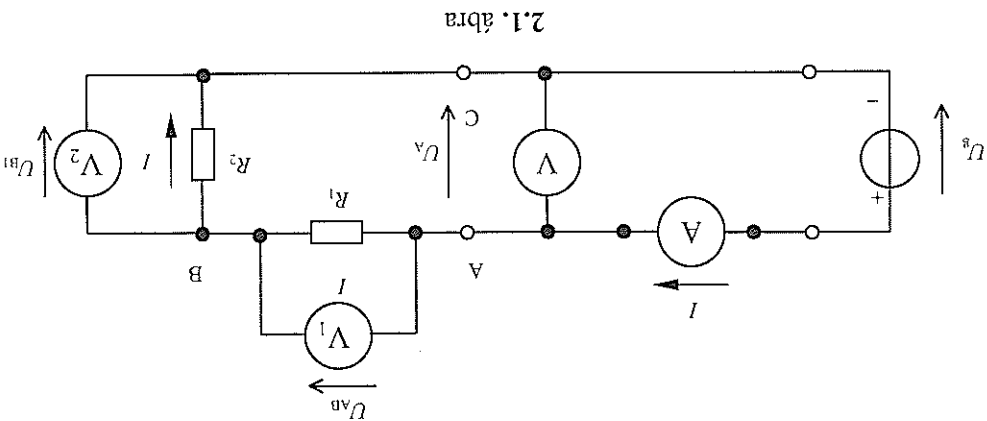
2.1. Ohm törvénye

1. példa

A 2.1. ábrán egy áramkör kapcsolási rajza látható. Az U_g generátorfeszültségre az R_1 és R_2 egymással sorba kapcsolt ellenállások csatlakoznak. Az A ampermérővel az áramkör I áramfelvevését, a V_1 és V_2 feszültségmérőkkel az R_1 és R_2 ellenállásokon eső feszültséget, a V feszültségmérővel a generátor kapocsfeszültségét mérjük.

Adatok: $U_g = U_A = 48 \text{ V}$; $U_{AB} = 18 \text{ V}$; $R_1 = 180 \Omega$.

- Határozzuk meg az I áramot!
- Számítsuk ki az R_2 ellenálláson eső U_B feszültséget!
- Határozzuk meg az R_2 ellenállás értékét!



Megoldás

- Az R_1 ellenálláson eső feszültséget és az R_1 ellenállás értékét ismerjük, így Ohm törvényével a rajta átfolyó I áram kiszámítható:

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{18 \text{ V}}{180 \Omega} = 0,1 \text{ A}.$$

- A C pont feszültségét nulla potenciálú vonatkoztatási pontnak, földpontnak választva, az A pont U_A potenciálja egyenlő a B pont potenciáljának és az AB pontok

potenciálkülönbségének összegével.

$$U^A = U^B + U^{AB},$$

$$U^B = U^A - U^{AB} = 48 \text{ V} - 18 \text{ V} = 30 \text{ V}.$$

amiből

Úgy is fogalmazhatunk, hogy a generátor feszültsége egyenlő a két ellenálláson eső feszültség összegével.

c) Az R_2 ellenálláson eső feszültség $U^B = 30 \text{ V}$. Ebből Ohm törvényével ki tudjuk számítani az R_2 ellenállás értékét, mivel a rajta átfolyó áramot ismerjük. Mindkét ellenálláson ugyanaz az $I = 0,1 \text{ A}$ áram folyik.

$$R_2 = \frac{U^B}{I} = \frac{30}{0,1} = 300 \Omega.$$

Az áramkörben $0,1 \text{ A}$ áram folyik. Az R_2 ellenállás értéke 300Ω , a rajta eső feszültség 30 V .

Feladatok

2.1.1. Egy izzólámpát 230 V -os hálózatra kapcsolunk. A rajta átfolyó áram $I = 260 \text{ mA}$. Mekkora az izzó ellenállása?

2.1.2. Egy lakásban három darab $R_1 = 550 \Omega$ -os és két darab $R_2 = 890 \Omega$ -os izzólámpa világít. Mennyi áramot vesznek fel a hálózatról összesen?

2.1.3. Egy áramkör két pontján a földponthoz képest $U_1 = 9,7 \text{ V}$ és $U_2 = 9,1 \text{ V}$ feszültséget mérünk. Mekkora feszültség van a két pont között?

2.1.4. Egy $3,5 \text{ V}$ - $0,3 \text{ A}$ felirátú izzót 6 V -os akkumulátorról szeretnénk működtetni. Mekkora ellenállást kell az izzóval sorbakapcsolnunk?

2.2. Ellenállások számítása

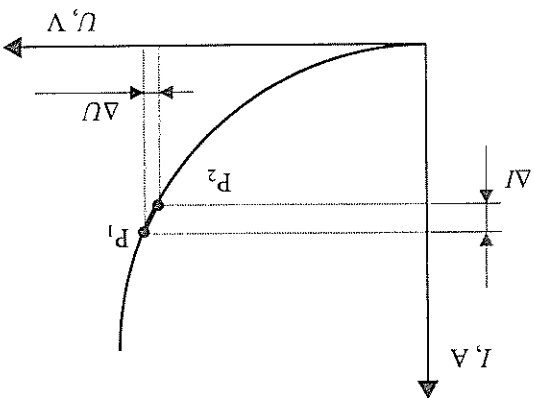
1. példa. Nemlineáris ellenállás

A 2.2. ábrán egy nemlineáris ellenállás U - I jelleggörbéje látható.

a) Számítsuk ki a differenciális ellenállás értékét a P_1 ponthoz tartozó U_1 - I_1 feszültség- és áramérték kis környezetében!

b) A differenciális ellenállás ismeretében határozzuk meg az áramváltozás nagyságát, ha az U_1 feszültség 100 mV -tal megnő!

Adatok: $U_1 = 3,8 \text{ V}$; $U_2 = 3,6 \text{ V}$;
 $I_1 = 25 \text{ mA}$; $I_2 = 21 \text{ mA}$.



a) A differenciális ellenállás:

$$r_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{U_1 - U_2}{I_1 - I_2} = \frac{3,8 - 3,6}{0,025 - 0,021} = \frac{0,2 \text{ V}}{0,004 \text{ A}} = 50 \Omega.$$

b) A differenciális ellenállás képletéből:

$$\Delta I_1 = \frac{\Delta U_1}{r_d} = \frac{0,1 \text{ V}}{50 \Omega} = 0,002 \text{ A} = 2 \text{ mA}.$$

A differenciális ellenállás az U_1 feszültség és a hozzá tartozó I_1 áram esetén 50Ω . Ha az U_1 feszültség 100 mV -tal emelkedik, az áram 2 mA -rel nő.

Figyeljük meg!

• A differenciális ellenállás számításánál ΔU az U_1 és U_2 feszültségek különbsége, míg ΔI_1 számításánál ΔU_1 az ismeretlen áramváltozáshoz tartozó megadott kis értékű feszültségváltozás.

• A differenciális ellenállás értéke pontról-pontra változik, ezért csak egy adott $U-I$ értékpár, példánkban az U_1-I_1 feszültség és áramérték kis környezetében számolhatunk vele. Mivel kis környezetben az érintő jól simul a görbéhez, ezért az egyenes arányosságot kifejező Ohm-törvény kis értékváltozásoknál jó közelítést jelent, és egyszerűbb számolást tesz lehetővé.

2. példa. Fajlagos ellenállás, hőmérsékletfüggés

Egy nagyfeszültségű távvezeték hossza $l = 90 \text{ km}$. A vezető keresztmetszete $A = 80 \text{ mm}^2$. A vezető fajlagos ellenállása $\rho = 0,019 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$, a hőmérsékleti tényező $\alpha = 0,00445 \text{ 1/K}$.

a) Határozzuk meg a távvezeték ellenállását!

b) Hogyan változik meg a távvezeték ellenállása, ha a hőmérséklet 20°C -ról 35°C -ra változik?

c) Hány volt feszültség esik a távezetéken hideg és meleg állapotban, ha a rajta átfolyó áramerősség 95 A?

Adatok: $l = 90 \text{ km} = 90 \cdot 10^3 \text{ m}$; $A = 80 \text{ mm}^2$; $\rho = 0,019 \text{ } \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$; $\alpha = 0,00445 \text{ 1/K}$; $\Delta T = 15 \text{ K}$; $I = 95 \text{ A}$.

Megoldás

a) A távezeték ellenállása 20°C hőmérsékleten:

$$R_{20} = \rho \cdot \frac{l}{A} = 0,019 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{90 \cdot 10^3 \text{ m}}{80 \text{ mm}^2} = 21,4 \Omega.$$

b) Az ellenállás megváltozása a hőmérséklet emelkedése miatt:

$$\Delta R = R_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta T = 21,4 \cdot 0,00445 \cdot 15 = 1,43 \Omega,$$

$$R_{35} = R_{20} + \Delta R = 21,4 + 1,43 = 22,8 \Omega.$$

c) A távezetéken eső feszültség hideg állapotban:

$$U_{20} = I \cdot R_{20} = 95 \text{ A} \cdot 21,4 \Omega = 2033 \text{ V} = 2,033 \text{ kV}.$$

A távezetéken eső feszültség meleg állapotban:

$$U_{35} = I \cdot R_{35} = 95 \text{ A} \cdot 22,8 \Omega = 2166 \text{ V} = 2,166 \text{ kV}.$$

A távezeték ellenállása 20°C -on $21,4 \Omega$, 35°C -on $22,8 \Omega$. A feszültségesség 20°C -on $2,033 \text{ kV}$, 35°C -on $2,166 \text{ kV}$.

Figyeljünk meg, hogy a hőmérséklet emelkedésével az ellenállás nő!

Feladatok

2.2.1. Számítsuk ki egy nemlineáris ellenállás differenciális ellenállásának értékét az $U = 15 \text{ V}$ feszültségérték kis környezetében! A feszültséget 15 mV -tal meg-növelve az áramnövekedés 30 mA .

2.2.2. Mennyivel növekszik meg a feszültségesség egy nemlineáris ellenálláson, ha az $I = 0,8 \text{ A}$ terhelőáram 1% -kal megnő? Az $I = 0,8 \text{ A}$ áramértéknél számított differenciális ellenállás $r_p = 75 \Omega$.

2.2.3. Egy hálózati hosszabbítókábel ellenállása $0,84 \Omega$. Milyen hosszú a kéteres ká-bel, ha a vezeték vöröstézsből készült, és keresztmetszete $1,25 \text{ mm}^2$? A vöröstéz fajlagos ellenállása: $\rho = 0,0175 \text{ } \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$.

2.2.4. Egy távbeszélőkábel zártatos. A zártatos érpár ellenállása $2,5 \Omega$. Milyen mессze van a zártat helye a mérés helyétől, ha a kábel anyaga alumínium, a vezeték átmérője 1 mm ? Az alumínium fajlagos ellenállása: $\rho = 0,0282 \text{ } \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$.

2.2.5. Számítsuk ki egy vezetékpar ellenállását 20°C -on. A vezetékpar hossza 500 m , anyaga vörösréz, a vezeték átmérője $2,5\text{ mm}$. Mennyi lesz a vezetékpar ellenállása -20°C -on? A réz fajlagos ellenállása: $\rho = 0,0175\ \Omega\cdot\text{mm}^2/\text{m}$, a hőmérsékleti tényező $\alpha = 0,0038\text{ 1/K}$.

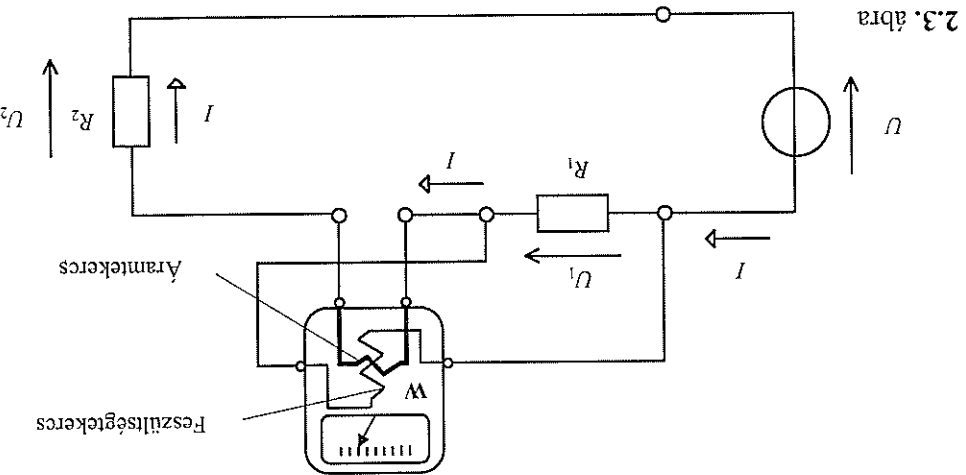
2.2.6. Hány méter mangáninhuzal szükséges egy $50\ \Omega$ -os huzalellenállás elkészítéséhez? A huzal átmérője $d = 0,5\text{ mm}$, a fajlagos ellenállás $\rho = 0,43\ \Omega\cdot\text{mm}^2/\text{m}$.

2.2.7. Egy villamos motor tekercsének ellenállása 20°C -on $1,5\ \Omega$. Tartós üzemeltetés után az ellenállás $1,7\ \Omega$ -ra növekedett. Hány $^\circ\text{C}$ -os a tekercs üzemi hőmérséklete, ha a hőmérsékleti tényező $\alpha = 0,004\text{ 1/K}$?

2.3. Villamos munka, teljesítmény és hatások

1. példa

A 2.3. ábra R_1 fogyasztóján mért hasznos teljesítmény 8 W . Az R_1 fogyasztó $50\ \Omega$ -os, az R_2 ellenállás $10\ \Omega$ -os. Az R_2 ellenálláson hővé alakuló teljesítmény veszteség. Az áramkört $U = 24\text{ V}$ -os generátorról tápláljuk.



a) Mekkora áram folyik az áramkörben?

b) Mekkora feszültség esik az R_1 fogyasztón?

c) Mekkora feszültség esik az R_2 fogyasztón?

d) Mekkora az R_2 fogyasztó ellenállása?

Megoldás

a) Az R_1 fogyasztó teljesítményének és ellenállásának ismeretében a rajta átfolyó áram a $P = I^2 \cdot R$ képlet átrendezésével számolható:

$$I = \sqrt{\frac{P}{R_1}} = \sqrt{\frac{8}{50}} = 0,4 \text{ A.}$$

b) Az R_1 fogyasztón eső feszültség: $U_1 = I \cdot R_1 = 0,4 \text{ A} \cdot 50 \Omega = 20 \text{ V.}$

c) Az R_2 fogyasztón eső feszültség: $U_2 = U - U_1 = 24 \text{ V} - 20 \text{ V} = 4 \text{ V.}$

d) Az R_2 fogyasztó ellenállása:

$$R_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{4 \text{ V}}{0,4 \text{ A}} = 10 \Omega.$$

e) A teljesítményvesztés: $P_2 = I \cdot U_2 = 0,4 \text{ A} \cdot 4 \text{ V} = 1,6 \text{ W.}$

f) A hatások:

$$\eta = \frac{P_o}{P_h} = \frac{P_h + P_v}{P_h} = \frac{8 \text{ W} + 1,6 \text{ W}}{8 \text{ W}} = 0,833 = 83,3\%.$$

Az áramkörben folyó áram $0,4 \text{ A}$, az R_2 ellenállás 10Ω -os. Az R_1 fogyasztón 20 V , az R_2 ellenálláson 4 V feszültség esik. A teljesítményvesztés $1,6 \text{ W}$, a hatások $83,3\%$.

2. példa

Az 1. példa adataival:

a) Mennyivel növelhetjük meg a generátorfeszültséget, ha az R_1 fogyasztó terhelhetősége max. 16 W ?

b) Mennyivel végez több munkát a generátor egy óra alatt, ha a feszültséget a max. terheltségnek megfelelően megváltoztatjuk? A terhelésváltozást az R_2 ellenállás is elviseli.

c) A terhelés növekedésével változik-e a hatások?

Megoldás

a) A megengedett max. teljesítmény és a fogyasztó R_1 ellenállásának ismeretében az áramkörben folyó megengedett áramerősség:

$$I' = \sqrt{\frac{P}{R_1}} = \sqrt{\frac{16 \text{ W}}{50 \Omega}} = 0,566 \text{ A.}$$

Az R_1 fogyasztón és az R_2 ellenálláson eső feszültség:

$$U_1^I = I \cdot R_1 = 0,566 \text{ A} \cdot 50 \Omega = 28,3 \text{ V},$$

$$U_2^I = I \cdot R_2 = 0,566 \text{ A} \cdot 10 \Omega = 5,66 \text{ V}.$$

A generátor megmóvelt feszültsége a két ellenálláson eső feszültségek összegével egyenlő:

$$U^I = U_1^I + U_2^I = 28,3 \text{ V} + 5,66 \text{ V} = 34 \text{ V}.$$

b) A 24 V-os generátor teljesítménye és 1 óra alatt végzett munkája:

$$P = U \cdot I = 24 \text{ V} \cdot 0,4 \text{ A} = 9,6 \text{ W},$$

$$W_{24}^I = P \cdot t = 9,6 \text{ W} \cdot 1 \text{ h} = 9,6 \text{ W} \cdot \text{h} = 9,6 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 34,56 \text{ kJ}.$$

A 34 V-os generátor teljesítménye és 1 óra alatt végzett munkája:

$$P^I = U^I \cdot I^I = 34 \text{ V} \cdot 0,566 \text{ A} = 19,2 \text{ W},$$

$$W_{34}^I = P^I \cdot t^I = 19,2 \text{ W} \cdot 1 \text{ h} = 19,2 \text{ W} \cdot \text{h} = 19,2 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 69,1 \text{ kJ}.$$

A két munka különbsége:

$$\Delta W = W_{34}^I - W_{24}^I = 19,2 \text{ W} \cdot \text{h} - 9,6 \text{ W} \cdot \text{h} = 9,6 \text{ W} \cdot \text{h} = 34,56 \text{ kJ}.$$

c) Az R_2 ellenállás veszteségi teljesítménye: $P_2^I = I^2 \cdot R_2 = 0,566^2 \cdot 10 = 3,2 \text{ W}$.

A hatásfok:

$$\eta = \frac{P_o}{P_h} = \frac{P_h + P_v}{P_h} = \frac{16 \text{ W} + 3,2 \text{ W}}{16 \text{ W}} = 0,833 = 83,3\%$$

Az R_1 fogyasztó kétszeres, 16 W-os teljesítményéhez a generátorfeszültséget $U_g = 34 \text{ V}$ -ra kellett növelnünk. Ezáltal a generátor egy óra alatt kétszeres, azaz $9,6 \text{ W} \cdot \text{h}$ -val több munkát végzett. A hatásfok a terhelésnövekedés következtében nem változott.

Figyeljük meg, hogy kétszeres teljesítményhez ugyanannyi idő alatt a generátornak kétszer annyi munkát kellett végeznie. Az ehhez szükséges feszültség- és áram-növekedés $\sqrt{2}$ -szeres:

$$\frac{U_{34}}{U_{24}} = \frac{34 \text{ V}}{24 \text{ V}} = 1,41; \quad \frac{I^I}{I} = \frac{0,566 \text{ A}}{0,4 \text{ A}} = 1,41.$$

$$P^I = U^I \cdot I^I = U \cdot \sqrt{2} \cdot I \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot U \cdot I = 2 \cdot P.$$

Feladatok

- 2.3.1.** Mekkora max. feszültséggel és mekkora áramerősséggel terhelhető egy $1,2\text{ k}\Omega$ ellenállású, 2 W terhelhetőségű ellenállás?
- 2.3.2.** Egy jelfőgő 48 V feszültséggel működik. A tekercs ellenállása $3,5\text{ k}\Omega$. Mekkora teljesítményt igényel a működtetésé?
- 2.3.3.** Mennyi energiát takarítottunk meg egy évben, ha négy darab 100 W -os izzót 75 W -osra kicserélünk? Az izzók naponta átlagban 5 órán át világítanak.
- 2.3.4.** Mekkora egy 800 W teljesítményű villamos fűtőttest tekercsének ellenállása? Hány ohmos fűtőellenállás kapcsolódik a fűtőtekercshez, ha a teljesítmény a fokozatkapcsolóval 600 W -ra csökkenthető?
- 2.3.5.** Mekkora hatásokkal dolgozik az a villamos emelőgép, amely 600 kg tömegű terhet 10 m magasságra 35 s alatt emel fel? A villamos motor áramfelvétele $9,7\text{ A}$.
- 2.3.6.** Egy akkumulátort 15 V feszültséggel $0,5\text{ A}$ áramerősséggel 8 órán át töltünk. Az akkumulátor ezzel a töltéssel 24 órán át 12 V feszültséget és $0,1\text{ A}$ erősségű áramot képes szolgáltatni. Mekkora az akkumulátor hatásfoka?

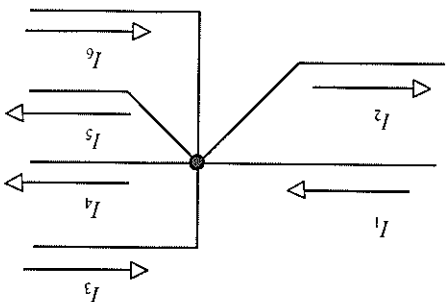
2.4. Kirchhoff-törvények

1. példa. Kirchhoff első törvénye, a csomóponti törvény

A 2.4. ábrán egy áramkör csomópontjába befolyó és a csomópontból elfolyó áramok láthatók. Határozzuk meg az ismeretlen I_2 áramot Kirchhoff csomóponti törvényének felhasználásával!

Adatok: $I_1 = 50\text{ mA}$; $I_3 = 30\text{ mA}$;
 $I_4 = 25\text{ mA}$; $I_5 = 75\text{ mA}$;
 $I_6 = 10\text{ mA}$.

2.4. ábra



Mivel az I_2 áramnak sem a nagyságát, sem az irányát nem ismerjük, ezért önkényesen felvesszünk egy tetszőleges áramirányt. Ha eredményünk pozitív előjelet lesz, akkor a felvett áramirány helyes, ha negatív előjelet, akkor a valószínűs áramirány a felvett iránnyal ellentétes.

Írjuk fel Kirchhoff csomóponti egyenletét az alábbi formában:

$$\sum I_{\text{be}} = \sum I_{\text{ki}},$$

$$I_1 + I_3 + I_6 = I_2 + I_4 + I_5.$$

Ebből az egyenlőségéből I_2 -t kifejezve:

$$I_2 = I_1 + I_3 + I_6 - I_4 - I_5 = 50 + 30 + 10 - 25 - 75 = -10 \text{ mA}.$$

A kettes ágba folyó I_2 áram áramerőssége 10 mA, iránya ellentétes a 2.4. ábrán jelölt áramiránnyal.

Figyeljünk meg, hogy ugyanerre az eredményre jutunk akkor is, ha az áramokhoz előjelet rendelve, az áramok előjeles összegét írjuk fel. Megegyezése szerint a csomópontba befolyó áramok előjelet pozitívnak, az onnét elfolyó áramok előjelet negatívnak tekintjük.

$$\sum I = 0,$$

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 - I_5 + I_6 = 0.$$

Az egyenlőséget rendezve: $I_2 = I_1 + I_3 + I_6 - I_4 - I_5$.

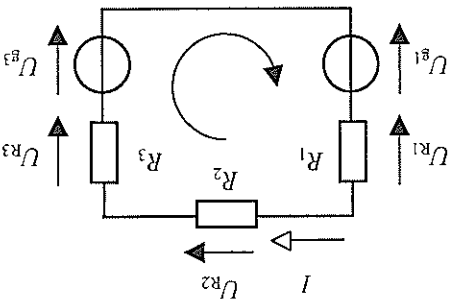
2. példa. Kirchhoff második törvénye, a huroktörvény

A 2.5. ábrán két feszültséggenerátort tartalmazó áramkört láthatunk.

- a) Határozzuk meg az R_2 ellenálláson eső U_{R2} feszültségcses nagyságát!
- b) Számítsuk ki az áramkörben folyó I áramerősséget!

Adatok: $U_{g1} = 24 \text{ V}$, $U_{g3} = 12 \text{ V}$,
 $R_1 = 330 \Omega$, $R_2 = 220 \Omega$,
 $R_3 = 220 \Omega$.

2.5. ábra



Megoldás

- a) Kirchhoff második törvényét alkalmazva írjuk fel a feszültségek előjeles összegét az ábrán jelölt pozitív mérőirány figyelembevételével!
- $-U_{g1} - U_{R1} + U_{R2} + U_{R3} + U_{g3} = 0$,
- amiből U_{R2} -t kifejezve:
- $$U_{R2} = U_{g1} + U_{R1} - U_{R3} - U_{g3} = U_{g1} + IR_1 - IR_3 - U_{g3}.$$

b) U_{R_2} kiszámításához ismernünk kell az I áramerősséget. Az áramerősség U_{R_2} helyébe az $U_{R_2} = I \cdot R_2$ egyenlőség alapján írjuk be az $I \cdot R_2$ szorzatot:

$$I \cdot R_2 = U_{g1} + I \cdot R_1 - I \cdot R_3 - U_{g2}.$$

Ebből:

$$I = \frac{U_{g1} - U_{g2}}{R_2 + R_3 - R_1} = \frac{220 + 220 - 330}{24 - 12} = 0,11 \text{ A}.$$

Térjünk vissza az a) kérdéshez!

a) Az áramerősség ismeretében az R_2 ellenálláson eső U_{R_2} feszültség már egyszerűen kiszámolható:

$$U_{R_2} = I \cdot R_2 = 0,11 \cdot 220 = 24,2 \text{ V}.$$

Hasonló eredményt kapunk, ha I értékét behelyettesítjük az előzőleg felírt hurok-egyenletbe:

$$U_{R_2} = U_{g1} + I \cdot R_1 - I \cdot R_3 - U_{g2} = 24 + 0,11 \cdot 330 - 0,11 \cdot 220 - 12 = 24,1 \text{ V}.$$

Az R_1 ellenálláson eső feszültség: $U_{R1} = I \cdot R_1 = 0,11 \cdot 330 = 36,3 \text{ V}$,
az R_3 ellenálláson eső feszültség: $U_{R3} = I \cdot R_3 = 0,11 \cdot 220 = 24,2 \text{ V}$.

Figyeljük meg, hogy a kétféleképpen számolt U_{R_2} feszültség értéke 0,1 V-tal eltért egymástól. Ez abból adódott, hogy az I áramerősséget két tízedesjegy pontossággal, kerekített értékekkel számoltuk. Az áram pontosabb értéke $I = 0,10909... \text{ V}$. Több tízedes pontossággal kerekítve megadnánk a számításainkat, számításainkat azonban a számológép memóriájában meglévő adatokkal érdemes folytatni.

3. példa. Kirchhoff első és második törvényének együttes alkalmazása

A 2.6. ábrán két feszültséggenerátort tartalmazó összetett áramkör látható.

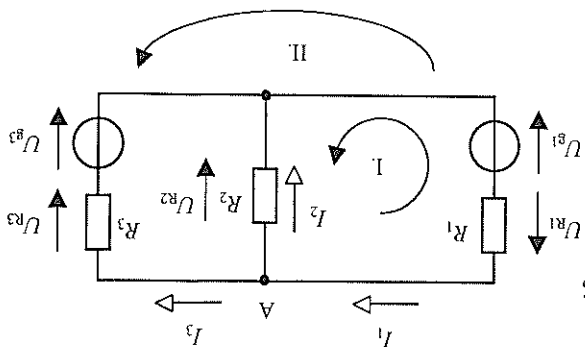
- a) Határozzuk meg az I_1 , I_2 és I_3 áramok nagyságát!
b) Számítsuk ki az ellenállásokon eső feszültségeket!

Adatok: $U_{g1} = 10 \text{ V}$; $U_{g3} = 3 \text{ V}$;

$R_1 = 100 \Omega$; $R_2 = 200 \Omega$;

$R_3 = 300 \Omega$.

2.6. ábra



a) Alkalmazzuk az I., majd a II. jelű hurokra Kirchhoff huroktörvényét:

$$-I_1 \cdot R_1 + U^g_1 - I_2 \cdot R_2 = 0 = -100 \cdot I_1 + 10 - 200 \cdot I_2,$$

$$-I_1 \cdot R_1 + U^g_1 - U^g_3 - I_3 \cdot R_3 = 0 = -100 \cdot I_1 + 10 - 3 - 300 \cdot I_3.$$

Két egyenletünk és három ismeretlenünk van, ezért írjuk fel az A jelű csomópontra Kirchhoff csomóponti egyenletét: $I_1 = I_2 + I_3$.

Az első két egyenletben írjuk be I_1 helyébe a vele egyenlő $I_2 + I_3$ kifejezést:

$$-100 \cdot I_2 - 100 \cdot I_3 + 10 - 200 \cdot I_2 = -300 \cdot I_2 - 100 \cdot I_3 + 10 = 0,$$

$$-100 \cdot I_2 - 100 \cdot I_3 + 7 - 300 \cdot I_3 = -100 \cdot I_2 - 400 \cdot I_3 + 7 = 0.$$

Ha a második egyenlőséget megszorozzuk hárommal,

$$-300 \cdot I_2 - 100 \cdot I_3 + 10 = 0,$$

$$-300 \cdot I_2 - 1200 \cdot I_3 + 21 = 0,$$

és a második egyenlőségből kivonjuk az első egyenlőséget, akkor I_2 kiesik:

$$-1100 \cdot I_3 + 11 = 0, \text{ ebből:}$$

$$I_3 = \frac{11}{1100} = 0,01 \text{ A} = 10 \text{ mA}.$$

I_3 értékét az első egyenletbe helyettesítve:

$$I_2 = \frac{300}{10 - 100 \cdot I_3} = \frac{300}{10 - 100 \cdot 0,01} = 0,03 \text{ A} = 30 \text{ mA}.$$

I_1 a két áram összege:

$$I_1 = I_2 + I_3 = 0,03 + 0,01 = 0,04 \text{ A} = 40 \text{ mA}.$$

b) Az áramok ismeretében az ellenállásokon eső feszültségek számolhatók:

$$U^{R_1} = I_1 \cdot R_1 = 0,04 \text{ A} \cdot 100 \Omega = 4 \text{ V},$$

$$U^{R_2} = I_2 \cdot R_2 = 0,03 \text{ A} \cdot 200 \Omega = 6 \text{ V},$$

$$U^{R_3} = I_3 \cdot R_3 = 0,01 \cdot 300 \Omega = 3 \text{ V}.$$

A három ág árama: $I_1 = 400 \text{ mA}$; $I_2 = 30 \text{ mA}$; $I_3 = 10 \text{ mA}$.

Az ellenállásokon eső feszültségek: $U^{R_1} = 4 \text{ V}$; $U^{R_2} = 6 \text{ V}$; $U^{R_3} = 3 \text{ V}$.

Figyeljük meg, hogy:

$$U^{g_1} - U^{R_1} = U^{R_2} = U^{g_3} + U^{R_3}$$

$$10 \text{ V} - 4 \text{ V} = 6 \text{ V} = 3 \text{ V} + 3 \text{ V}.$$

Az U^{g_3} generátor fogyasztóként szerepel az áramkörben, mivel a rajta átfolyó áram iránya és a generátorfeszültség iránya megegyezik.

Feladatok

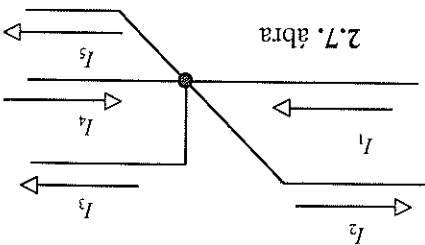
2.4.1. Határozzuk meg a 2.7. ábra I_5 áramának nagyságát és irányát!

Adatok: $I_1 = 0,5 \text{ A}$; $I_2 = 150 \text{ mA}$; $I_3 = 15 \text{ mA}$; $I_4 = 45 \text{ mA}$.

2.4.2. Határozzuk meg a 2.7. ábra I_2 áramának nagyságát és irányát!

Adatok: $I_1 = 0,9 \text{ A}$; $I_3 = 0,5 \text{ A}$; $I_4 = 45 \text{ mA}$; $I_5 = 0,48 \text{ A}$.

2.4.3. Mekkora áram folyik a 2.8. ábra R_5 ellenállásán, ha $I_1 = 10 \text{ mA}$; $I_2 = 0,02 \text{ A}$; $R_2 = 470 \Omega$; $R_3 = 220 \Omega$; $R_4 = 330 \Omega$. Alkalmazzuk Kirchhoff csomóponti törvényét!



2.7. ábra

2.4.4. A 2.9. ábrán egy áramkör részletét látjuk. Határozzuk meg az I_2 és az I_3 áramok nagyságát!

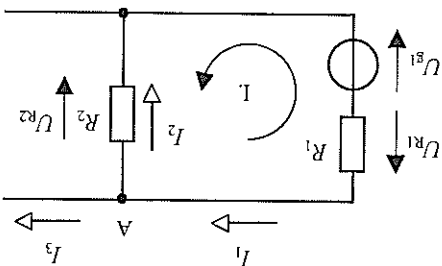
Adatok: $I_1 = 0,035 \text{ mA}$; $U_{g1} = 12 \text{ V}$; $R_1 = 120 \Omega$; $R_2 = 470 \Omega$.

2.4.5. Határozzuk meg a 2.6. ábra I_2 áramának áramerősségét, ha a két generátor-feszültség azonos nagyságú, az R_1 és R_2 ellenállások értéke megegyezik, és az I_3 áramirány ellentétes!

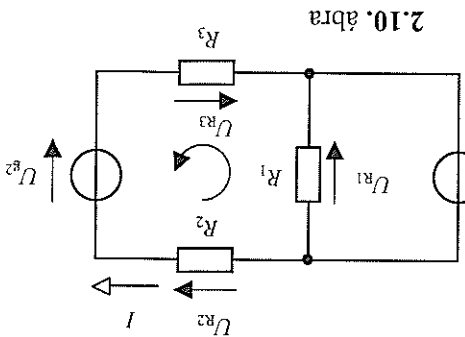
Adatok: $U_{g1} = U_{g2} = 10 \text{ V}$; $R_1 = R_3 = 100 \Omega$; $R_2 = 200 \Omega$.

2.4.6. Mekkora feszültség mérhető a 2.10. ábra R_2 és R_3 ellenállásán?

Adatok: $U_{g1} = 24 \text{ V}$; $U_{g2} = 12 \text{ V}$; $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$; $R_3 = 2 \text{ k}\Omega$.



2.9. ábra



2.10. ábra

2.5. Ellenállás-hálózatok eredőjének számítása

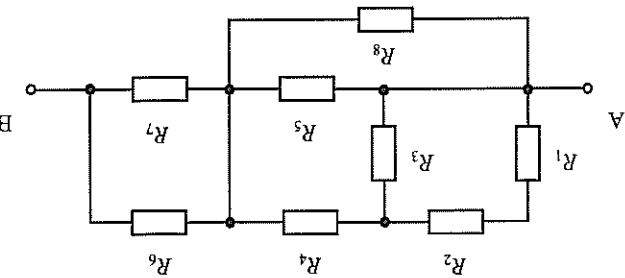
1. példa

Számítsuk ki a 2.11. ábra ellenállás-hálózatának eredőjét!

Adatok: $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$;
 $R_3 = 3 \text{ k}\Omega$; $R_4 = 4 \text{ k}\Omega$;
 $R_5 = 5 \text{ k}\Omega$; $R_6 = 6 \text{ k}\Omega$;
 $R_7 = 7 \text{ k}\Omega$; $R_8 = 8 \text{ k}\Omega$.

2.11. ábra

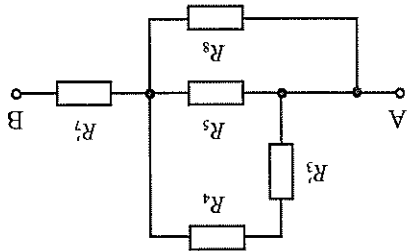
Megoldás



Először lépésben vonjuk össze a soros R_1 és R_2 ellenállásokat eredőjét a velük párhuzamos R_3 ellenállással, valamint a párhuzamos R_6 és R_7 ellenállásokat (2.12. ábra):

$$R_1' = (R_1 + R_2) \times R_3 = (1 + 2) \times 3 = \frac{3 \cdot 3}{3 + 3} = 1,5 \text{ k}\Omega,$$

$$R_7' = R_6 \times R_7 = \frac{R_6 \cdot R_7}{R_6 + R_7} = \frac{6 \cdot 7}{6 + 7} = 3,23 \text{ k}\Omega.$$



2.12. ábra

Második lépésben vonjuk össze a soros R_3' és R_4 ellenállásokat eredőjét a velük párhuzamos R_5 ellenállással (2.13. ábra):

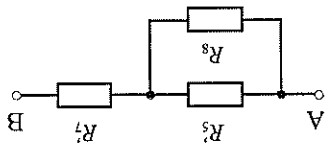
$$R_4' = R_3' + R_4 = 1,5 \text{ k}\Omega + 4 \text{ k}\Omega = 5,5 \text{ k}\Omega,$$

$$R_5' = (R_3' + R_4) \times R_5 = R_4' \times R_5 = \frac{R_4' \cdot R_5}{R_4' + R_5} = \frac{5,5 \cdot 5}{5,5 + 5} = 2,62 \text{ k}\Omega.$$

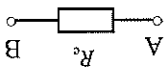
Útoljós lépésként vonjuk össze a párhuzamos R_5' és R_8 párhuzamos ellenállásokat és a velük sorbakapcsolt R_7' ellenállást (2.14. ábra):

$$R_6' = (R_5' \times R_8) + R_7' = \frac{R_5' \cdot R_8}{R_5' + R_8} + R_7' = \frac{2,62 \cdot 8}{2,62 + 8} + 3,23 = 5,2 \text{ k}\Omega.$$

2.13. ábra



2.14. ábra



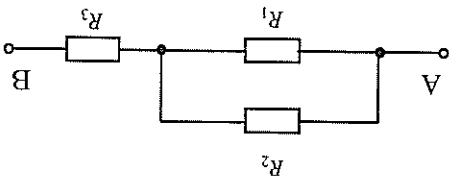
Feladatok

2.5.1. Határozzuk meg a **2.15.** ábra ellenállás-hálózatának eredő ellenállását!

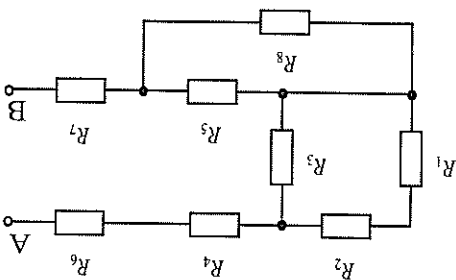
Adatok: $R_1 = 1,5 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 4,7 \text{ k}\Omega$; $R_3 = 5,1 \text{ k}\Omega$.

2.5.2. Határozzuk meg a **2.16.** ábra ellenállás-hálózatának eredő ellenállását!

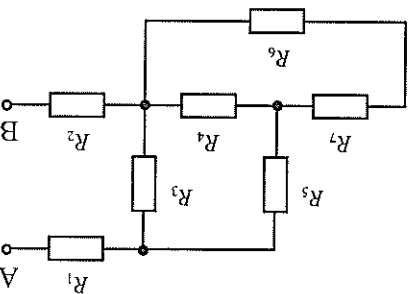
Adatok: $R_1 = 1,5 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 4,7 \text{ k}\Omega$; $R_3 = 5,1 \text{ k}\Omega$; $R_4 = 6,8 \text{ k}\Omega$; $R_5 = 8,2 \text{ k}\Omega$; $R_6 = 10 \text{ k}\Omega$; $R_7 = 15 \text{ k}\Omega$.



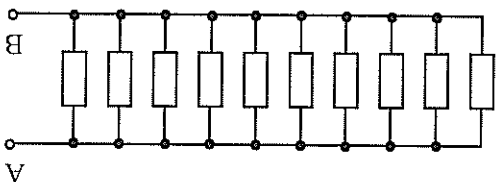
2.15. ábra



2.17. ábra



2.16. ábra



2.18. ábra

2.5.3. Határozzuk meg a **2.17.** ábra ellenállás-hálózatának eredő ellenállását!

Adatok: $R_1 = 1 \Omega$; $R_2 = 1,5 \Omega$; $R_3 = 5,1 \Omega$; $R_4 = 3,3 \Omega$; $R_5 = 8,2 \Omega$; $R_6 = 6,8 \Omega$; $R_7 = 10 \Omega$; $R_8 = 15 \Omega$.

2.5.4. Szükségünk van egy $R = 0,1 \Omega$ -os, nagy árammal terhelhető ellenállásra. A **2.18.** ábrán az ezt megvalósító, azonos ellenállásokból álló ellenállás-hálózat látható. Hány darab 1Ω -os ellenállást kell párhuzamosan kapcsolnunk, hogy az eredő ellenállás $0,1 \Omega$ legyen? Mennyi lesz az ellenállás-hálózat terhelhetősége, ha az ellenállások terhelhetősége egyenként $0,5 \text{ W}$?

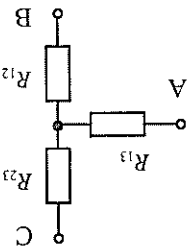
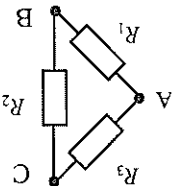
2.6. Delta-csillag, csillag-delta átalakítás

1. példa

Alakítsuk át a 2.19. ábra delta-kapcsolását csillagkapcsolássá!

Adatok: $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$;
 $R_3 = 3 \text{ k}\Omega$.

2.19. ábra



a) Határozzuk meg a csillagkapcsolás ellenállásértékeit!

b) Hasonlítsuk össze a kétféle kapcsolás A és B pontjai között mérhető R_{AB} ellenállásértékeit!

Megoldás

a) Először kiszámítjuk a csillagkapcsolás ellenállásértékeit:

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{1 \cdot 2}{1 + 2 + 3} = 333 \Omega,$$

$$R_{13} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{1 \cdot 3}{1 + 2 + 3} = 500 \Omega,$$

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2 \cdot 3}{1 + 2 + 3} = 1 \text{ k}\Omega.$$

$$R_{BC} = R_{12} + R_{23} = 333 + 1000 = 1,33 \text{ k}\Omega.$$

b) A delta-kapcsolás ellenállása az A és B pontok között:

$$R_{AB} = R_1 \times (R_2 + R_3) = 1 \times (2 + 3) = 833 \Omega.$$

A csillagkapcsolás ellenállása az A és B pontok között:

$$R_{AB} = R_{12} + R_{13} = 333 + 500 = 833 \Omega.$$

A csillagkapcsolás ellenállásértékeit: $R_{12} = 333 \Omega$; $R_{13} = 500 \Omega$; $R_{23} = 1 \text{ k}\Omega$.

Az A és B pontok között mérhető ellenállás a delta- és a csillagkapcsolásban is 833Ω .

2. példa

Az 1. példa csillagkapcsolását alakítsuk vissza delta-kapcsolássá a 2.20. ábra jelölése szerint!

a) Az első példa adatai alapján határozzuk meg a csillagkapcsolás vezetések értékeit, mint kiinduló adatokat!

b) Az átszámítási képletekkel számítsuk ki a delta-kapcsolás vezetéserértékeit!

Adatok: $R_{12} = 333 \, \Omega$; $R_{13} = 500 \, \Omega$;
 $R_{23} = 1 \, \text{k}\Omega$.

2.20. ábra

Megoldás

a) A csillagkapcsolás vezetéserértékei:

$$G_{12} = \frac{R_{12}}{1} = \frac{0,333 \, \text{k}\Omega}{1} = 3 \, \text{mS},$$

$$G_{13} = \frac{R_{13}}{1} = \frac{0,5 \, \text{k}\Omega}{1} = 2 \, \text{mS},$$

$$G_{23} = \frac{R_{23}}{1} = \frac{1 \, \text{k}\Omega}{1} = 1 \, \text{mS}.$$

b) A delta-kapcsolás vezetéserértékei:

$$G_1 = \frac{\sum G}{3 \cdot 2} = \frac{3 + 2 + 1}{3 \cdot 2} = 1 \, \text{mS},$$

$$G_2 = \frac{\sum G}{3 \cdot 1} = \frac{3 + 2 + 1}{3 \cdot 1} = 0,5 \, \text{mS},$$

$$G_3 = \frac{\sum G}{2 \cdot 1} = \frac{3 + 2 + 1}{2 \cdot 1} = 0,333 \, \text{mS}.$$

Ellenőrizzük, hogy visszakaptuk-e a kiinduló delta-kapcsolás ellenállásértékeit:

$$R_1 = \frac{1}{\frac{1}{G_1}} = \frac{1}{\frac{1}{1 \, \text{mS}}} = 1 \, \text{k}\Omega, \quad R_2 = \frac{1}{\frac{1}{0,5 \, \text{mS}}} = 2 \, \text{k}\Omega, \quad R_3 = \frac{1}{\frac{1}{0,333 \, \text{mS}}} = 3 \, \text{k}\Omega.$$

A visszaalakított delta-kapcsolás ellenállásainak értékei megegyeznek az eredeti háromszöghkapcsolás ellenállásértékeivel!

3. példa

- a) Hogyan egyszerűsödnek az átalakítás képletei, ha a delta-kapcsolás ellenállásértékei megegyeznek? A 2.19. ábra jelöléseivel: $R_1 = R_2 = R_3 = R_\Delta$.
- b) Hogyan egyszerűsödnek az átalakítás képletei, ha a csillagkapcsolás vezetésiértékei megegyeznek? A 2.20. ábra jelöléseivel: $G_{12} = G_{13} = G_{23} = G_Y$.

Megoldás

$$a) \text{ Az átalakítás képletét felhasználva: } R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 \cdot R_1}{R_1 + R_1} = \frac{3R_1}{R_1} = 3R_1.$$

$$\text{A csillagkapcsolás ellenállásértékei: } R_Y = \frac{R_\Delta}{3}.$$

b) Ha az ellenállásértékek megegyeznek, akkor a vezetési számértékei is megegyeznek.

$$G_1 = \frac{G_{12} \cdot G_{13}}{G_{12} + G_{13}} = \frac{G_{12} \cdot G_{12}}{G_{12} + G_{12}} = \frac{3}{3} \cdot G_{12}.$$

$$\text{A delta-kapcsolás vezetésiértékei: } G_\Delta = \frac{G_Y}{3}.$$

Ha nem vezetéssel, hanem ellenállással számolunk: $R_\Delta = 3R_Y$.

Feladatok

- 2.6.1. Hasonlítsuk össze az 1. példa delta- és csillagkapcsolásának R_{BC} , majd az R_{AC} ellenállásait!
- 2.6.2. Alakítsuk át a delta-kapcsolást csillagkapcsolásra, határozzuk meg a csillagkapcsolás ellenállásértékeit, ha $R_1 = 15 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 30 \text{ k}\Omega$; $R_3 = 47 \text{ k}\Omega$!
- 2.6.3. Alakítsuk át a delta-kapcsolást csillagkapcsolássá és határozzuk meg a csillagkapcsolás ellenállásértékeit, ha a delta-kapcsolás mindegyik ellenállása $R_\Delta = 15 \text{ k}\Omega$!
- 2.6.4. Alakítsuk át a csillagkapcsolást delta-kapcsolássá és határozzuk meg a delta-kapcsolás vezetésiértékeit, ha $R_{12} = 2 \text{ k}\Omega$; $R_{13} = 4 \text{ k}\Omega$; $R_{23} = 5 \text{ k}\Omega$!
- 2.6.5. Alakítsuk át a csillagkapcsolást delta-kapcsolásra, határozzuk meg a delta-kapcsolás vezetésiértékeit, ha a csillagkapcsolás mindegyik ellenállása $R_Y = 50 \Omega$!

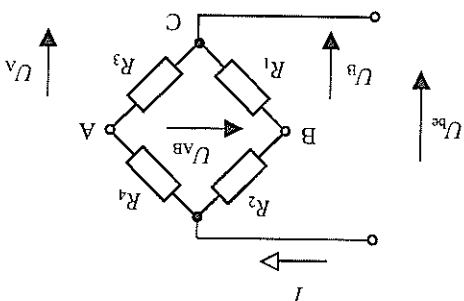
2.7. A feszültségosztás és áramosztás törvénye

1. példa

Írjuk fel a 2.21. ábrán látható hídkapcsolás A és B pontja között mérhető U_{AB} feszültséget a feszültségosztás törvényének alkalmazásával!

Adatok: $U_{bc} = 24 \text{ V}$; $R_1 = 3 \text{ k}\Omega$;
 $R_2 = 21 \text{ k}\Omega$; $R_3 = 2 \text{ k}\Omega$;
 $R_4 = 10 \text{ k}\Omega$.

2.21. ábra



Megoldás

Tekintsük az áramkör C pontját nulla potenciálú pontnak. Határozzuk meg először az A pont, majd a B pont potenciálját:

$U_A = U_{bc} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} = 24 \cdot \frac{2}{2 + 10} = 4 \text{ V}$, $U_B = U_{bc} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 24 \cdot \frac{3}{21 + 3} = 3 \text{ V}$.
 Az A és B pontok között mérhető U_{AB} feszültség a két pont közötti potenciálkülönbséggel egyenlő:

$$U_{AB} = U_A - U_B = 4 - 3 = 1 \text{ V}.$$

A hídkapcsolás A és B pontja között 1 V feszültség mérhető.

2. példa

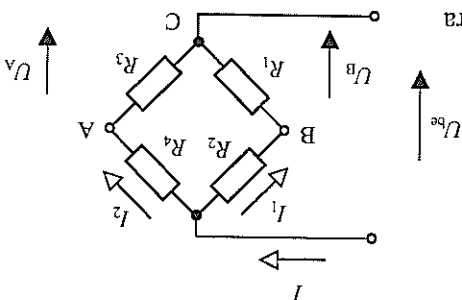
Határozzuk meg a hídágakban folyó áramokat az áramosztás törvényének felhasználásával (2.22. ábra)!

Megoldás

Először számítsuk ki az I áramerősséget:

$$I = \frac{U_{bc}}{(R_1 + R_2) \times (R_3 + R_4)} = \frac{24}{(3 + 21) \times (2 + 10)} = 8 \text{ mA}.$$

2.22. ábra



Az áramosztás törvénye szerint a 2.22. ábra jelöléseivel:

3. példa

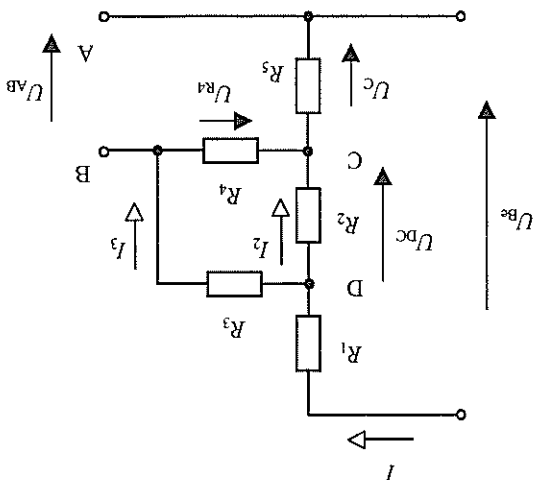
Határozzuk meg a 2.23. ábra áramkörében az U_{AB} feszültséget!

a) Határozzuk meg az U_{AB} feszültséget a feszültségosztás törvényének ismételt alkalmazásával!

b) Határozzuk meg az U_{AB} feszültséget az áramosztás törvényének alkalmazásával!

Adatok: $U_{Be} = 12 \text{ V}$; $R_1 = 2 \Omega$;
 $R_2 = 12 \Omega$; $R_3 = 4 \Omega$;
 $R_4 = 8 \Omega$; $R_5 = 4 \Omega$.

2.23. ábra



Megoldás

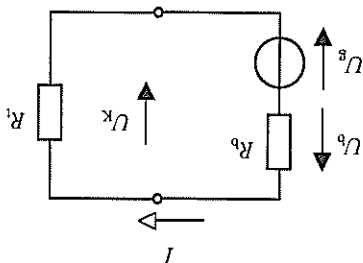
a) Válasszuk nulla potenciálú pontnak az A pontot! Számítsuk ki a D és a C pontok potenciálját a feszültségosztás törvényével:

$$U_D = U_{Be} \cdot \frac{R_5 + R_2 \times (R_3 + R_4)}{R_1 + R_5 + R_2 \times (R_3 + R_4)} = 12 \cdot \frac{4 + 12 \times (4 + 8)}{2 + 4 + 12 \times (4 + 8)} = 10 \text{ V},$$

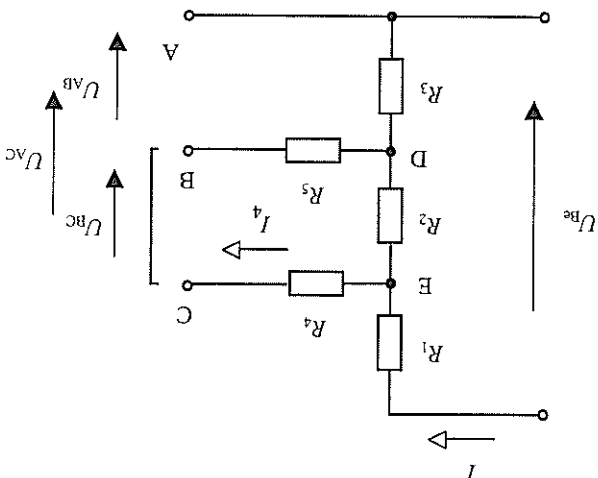
$$U_C = U_{Be} \cdot \frac{R_5}{R_1 + R_5 + R_2 \times (R_3 + R_4)} = 12 \cdot \frac{4}{2 + 4 + 12 \times (4 + 8)} = 4 \text{ V},$$

$$U_{DC} = U_D - U_C = 10 - 4 = 6 \text{ V}.$$

2.24. ábra



2.25. ábra



2.7.1. A 2.24. ábra áramkörében az $U_g = 1,2$ V feszültségű, $R_b = 0,4 \Omega$ belső ellenállású generátorra $R_l = 4,5 \Omega$ terhelő-ellenállást kapcsolunk. Számítsuk ki a kapocs-feszültséget a feszültségosztás törvényével! Mekkora áram folyik az áramkörben?

Feladatok

Az U_{AB} feszültség mindkét számítási eljárással 8 V-ra adódott.
A keresett feszültség most már meghatározható: $U_{AB} = U_C + U_{R_4} = 4 + 4 = 8$ V.

Számítsuk ki az U_C feszültséget: $U_C = I \cdot R_5 = 1 \text{ A} \cdot 4 \Omega = 4$ V.
az R_4 ellenálláson eső feszültség: $U_{R_4} = U_{BC} = I_3 \cdot R_4 = 0,5 \cdot 8 = 4$ V.

$$I_3 = I \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4} = 1 \cdot \frac{12}{12 + 4 + 8} = 0,5 \text{ A},$$

Az I_3 áram az áramosztó képlettel számolva:

$$I = \frac{U_{Bc}}{12 \Omega} = \frac{R_e}{12 \Omega} = 1 \text{ A}.$$

$$R_e = R_1 + R_2 \times (R_3 + R_4) + R_5 = 2 + 12 \times (4 + 8) + 4 = 12 \Omega,$$

b) Az I áram meghatározásához számítsuk ki az áramkör eredő ellenállását:

A 2.23. ábrán látható, hogy: $U_{AB} = U_C + U_{BC} = 4 + 4 = 8$ V.

$$U_{BC} = U_{DC} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 6 \cdot \frac{4 + 8}{8} = 4 \text{ V}.$$

A feszültségosztás törvényének ismételt alkalmazásával az U_{DC} feszültségből U_{BC} kiszámítható:

- 2.7.2. Számítsuk ki a feszültségosztás törvényével a 2.25. ábra U_{AB} , U_{BC} és U_{AC} feszültségeit!
- 2.7.3. Mennyi lesz a 2.25. ábra áramkörének U_{AB} és U_{AC} feszültsége, ha a B és C pontokat rövidre zárjuk?

- 2.7.4. Számítsuk ki a 2.25. ábra I és I_4 áramát, ha a B és C pontokat rövidre zártuk!

- 2.7.5. Egy feszültségosztó terhelőárama $I = 25$ mA. A terhelésre jutó feszültség $U = 9$ V. A rendelkezésünkre álló feszültség $U = 12$ V. Mekkora ellenállásokból álljon a feszültségosztó, ha azt akarjuk, hogy a terheléssel párhuzamos ellenálláson átfolyó áram legalább tízszerese legyen a terhelőáramnak?

- 2.7.6. A 2.25. ábra B és C pontjára $R_1 = 10 \Omega$ terhelő-ellenállást kapcsolunk. A 2.7.2. feladat adataival számolva, mekkora feszültség mérhető a B és C pontok között?

2.8. Mérőműszerek méréshatárának kiterjesztése

1. példa. Feszültségmérő méréshatárának kiterjesztése

Egy feszültségmérő műszer méréshatára 100 mV. A méréshatárt 500 mV-ra akarjuk kiterjeszteni. A műszer belső ellenállását nem ismerjük, de annyit tudunk, hogy a 250 mV-os méréshatárhoz $R_{e1} = 15 \text{ k}\Omega$ -os előtét-ellenállás tartozik. Mekkora előtét-ellenállást kell alkalmaznunk az 500 mV-os méréshatárhoz (2.26. ábra)?

Adatok: $U_m = 100$ mV; $U_1 = 250$ mV; $U_2 = 500$ mV; $R_{e1} = 15 \text{ k}\Omega$.

Megoldás

A feszültség kiterjesztése az 250 mV-os méréshatárral:

$$n_1 = \frac{U_1}{U_m} = \frac{250}{100} = 2,5;$$

$$R_{e1} = (n - 1) \cdot R_m = 15 \text{ k}\Omega = (2,5 - 1) \cdot R_m;$$

$$R_m = \frac{15 \text{ k}\Omega}{1,5} = 10 \text{ k}\Omega.$$

A feszültség kiterjesztése az 500 mV-os méréshatárral:

$$n_2 = \frac{U_2}{U_m} = \frac{500}{100} = 5,$$

$$R_{e2} = (n - 1) \cdot R_m = 15 \text{ k}\Omega = (5 - 1) \cdot 10 \text{ k}\Omega = 40 \text{ k}\Omega.$$

Az előtét-ellenállás 500 mV-os méréshatárnál $40 \text{ k}\Omega$.

2. példa

Mérjük meg a 2.26. ábra feszültségmérőjével egy feszültségosztó ellenállásán eső feszültséget a 2.27. ábra szerint!

- a) Mekkora feszültség esik az R_2 ellenálláson a feszültségmérő műszer csatlakoztatása előtt?

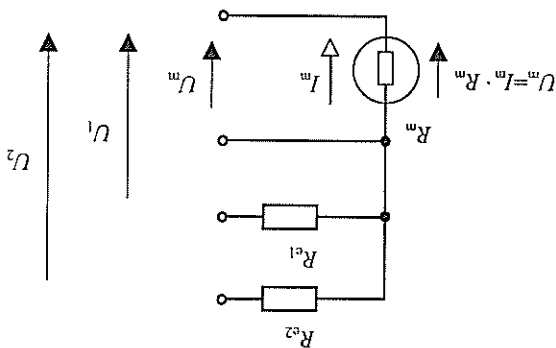
- b) Mekkora előtét-ellenállást kell alkalmaznunk, ha a 24 V méréséhez 30 V mérőhatárt akarunk biztosítani?

- c) Mekkora feszültséget mutat a műszer az R_2 ellenálláson?

- d) Hány százalékos hibával mér a műszer?

Adatok: $U = 24$ V; $R_m = 10$ k Ω ;
 $R_1 = 25$ k Ω ; $R_2 = 50$ k Ω .

2.26. ábra



Megoldás

- a) Az R_2 ellenálláson eső feszültség a műszer csatlakoztatása előtt:

$$U_2 = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 24 \cdot \frac{50}{25 + 50} = 16 \text{ V.}$$

- b) A szükséges feszültségátvitel és a előtét-ellenállás:

$$n = \frac{U_1}{U_m} = \frac{30}{0,1} = 300,$$

$$R_e = (n - 1) \cdot R_m = (300 - 1) \cdot 10 \text{ k}\Omega = 2,99 \text{ M}\Omega.$$

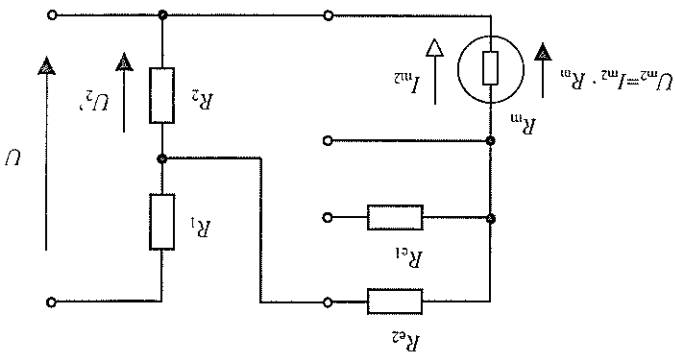
- c) A műszer által mutatott feszültség az R_2 ellenálláson (2.27. ábra):

$$U'_2 = U \cdot \frac{R_2 \times (R_m + R_e)}{R_1 + R_2 \times (R_m + R_e)} = 24 \cdot \frac{50 \times (10 + 2990)}{25 + 50 \times (10 + 2990)} = 15,91 \text{ V.}$$

- d) A mérés százalékos hibája:

$$H = \frac{U_2 - U'_2}{U_2} = \frac{16}{16 - 15,91} = 0,0055 = 0,55\%.$$

2.27. ábra



Az R_2 ellenálláson eső feszültség 16 V. Az előtét-ellenállás szükséges ellenállásértéke 2,99 M Ω . A műszer által mutatott feszültség 15,9 V, a hiba 0,55%, kevesebb mint 1%.

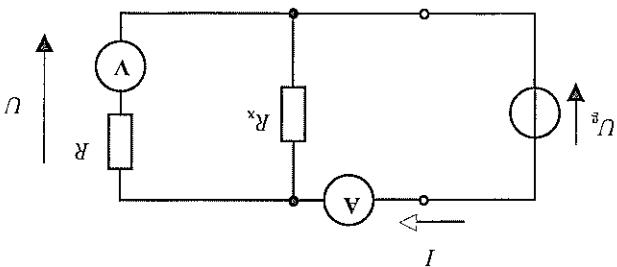
Feladatok

2.8.1. Mekkora előtét-ellenállások szükségesek az első példa feszültségmérő műszeréhez, ha a méréshatárt 1 V-ra és 5 V-ra akarjuk kiterjeszteni?

2.8.2. Egy alapműszer belső ellenállása 1,6 k Ω . A műszer 100 μ A áram hatására végkitérést mutat. Mekkora annak a műszernek az előtét-ellenállása, amelyet az alapműszer alkalmazásával 5 V végkitérésre mértek?

2.8.3. Hatarozzuk meg a **2.28.** ábra ismeretlen R_x ellenállását, ha a feszültségmérő 12 V-on, az árammérő 22 mA-t mutat! A feszültségmérő ellenállása $R = 1,2$ k Ω .

2.28. ábra

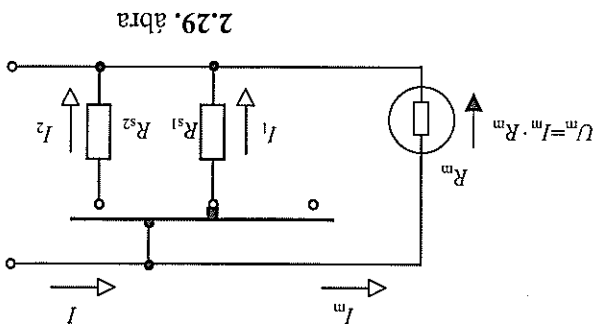


2.8.4. A **2.27.** ábrán látható műszerrel az R_2 előtét-ellenállásra kapcsolódva egy áramkör R_2 ellenállásán eső feszültséget mérjük. Hány százalék hibával mér a műszer, ha az alapműszer belső ellenállása $R_m = 1$ k Ω ? Az alapműszer végkitérése $U_m = 100$ mV. Az R_1 ellenállás 25 k Ω , az $R_2 = 50$ k Ω értékű. Az ellenállásokra kapcsolott feszültség $U = 48$ V. Mekkora előtét-ellenállást kell alkalmaznunk, hogy a műszer végkitérése 50 V feszültségnél legyen?

3. példa. Árammérő mérés-határának kiterjesztése

Egy árammérő alapműszer 100 mA áramnál éri el a végkiterjeszt. A műszer mérés-határát 5 A-re akarjuk kiterjeszteni. A műszer belső ellenállását nem ismerjük, de tudjuk, hogy 2 A mérés-határhoz 1 Ω -os szötelállás tartozik (2.29. ábra).

- a) Mekkora szötelállás szükséges az 5 A-es mérés-határhoz?
 b) Mekkora az új szötelállás terhelhetősége?



Adatok: $I_m = 100 \text{ mA}$;
 $I = 2 \text{ A}$; $I' = 5 \text{ A}$;
 $R_{s1} = 1 \Omega$.

Megoldás

a) Az áram kiterjesztése a 2 A-es mérés-határral:

$$n_1 = \frac{I}{I_m} = \frac{2}{0,1} = 20, \quad R_{s1} = \frac{R_m}{n_1 - 1} = 1 \Omega = \frac{R_m}{20 - 1}.$$

A műszer belső ellenállása: $R_m = 19 \Omega$.

Az áram kiterjesztése az 5 A-es mérés-határral: $n_2 = \frac{I_m}{I'} = \frac{0,1}{5} = 50$.

A szükséges szötelállás: $R_{s2} = \frac{R_m}{n_2 - 1} = \frac{19}{50 - 1} = 0,387 \Omega = 387 \text{ m}\Omega$.

b) A szötelállás terhelhetősége:

A szötelálláson átfolyó áram:

$$I_{s2} = I' \cdot \frac{R_m}{R_m + R_{s2}} = 5 \cdot \frac{19}{19 + 0,387} = 4,9 \text{ A},$$

$$P_d = I_{s2}^2 \cdot R_{s2} = 4,9^2 \cdot 0,387 = 9,29 \text{ W}.$$

Az 5 A-es mérés-határhoz 387 m Ω ellenállású, és közel 10 W terhelhetőséggű szötelállás szükséges.

Feladatok

2.8.5. Egy alapműszer belső ellenállása 2 k Ω . 2 V feszültséget rákapcsolva végkiterjeszt mutat. Mekkora lesz a műszer ellenállása, ha egy szötelállással 2 A végkiterjeszt állítunk be?

- 2.8.6.** Egy álműszer belső ellenállása $200\ \Omega$. Söntellenállás nélkül $2\ \text{mA}$ árameros-ség hatására kerül végkitérésbe. Mekkora söntellenállásokat kell alkalmaznunk, ha $30, 50, 100, 150\ \text{mA}$ áramerősségekre akarjuk kiterjeszteni a mérés-határt?
- 2.8.7.** Határozzuk meg a műszer mérés-határát, ha az álműszer belső ellenállása $199\ \Omega$, és $0,2\ \text{V}$ feszültség hatására mozdul ki a mutató végkitérésig! A műszer söntellenállása $1\ \Omega$.
- 2.8.8.** Határozzuk meg annak a műszernek a végkitérését, amelynél az álműszer mutatója $487,5\ \text{mV}$ feszültség és $125\ \text{mA}$ áram hatására mozdul végkitérésig. A söntellenállás $0,1\ \Omega$.

2.9. A Wheatstone-híd

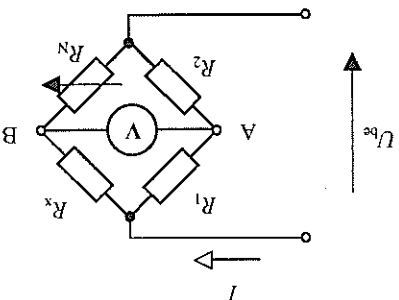
1. példa

A 2.30. ábrán egy hídkapcsolás látható. A híd R_x ellenállása ismeretlen. Az R_N állítható ellenállással a híd kiegyenlítjük, ekkor a V feszültségmérő az A és a B pontok között nulla feszültséget mutat. Számítsuk ki az ismeretlen ellenállás értékét, ha a hídátétel

$$n = R_1/R_2 = 100,$$

$$\text{Adatok: } R_N = 217,8\ \Omega; n = 100.$$

2.30. ábra



Megoldás

Kiegyenlített hídnál a szemben lévő hídágak ellenállásainak szorzata egyenlő egy-mással, amiből:

$$R_x = R_N \frac{R_2}{R_1} = R_N \cdot n = 217,8\ \Omega \cdot 100 = 21,78\ \text{k}\Omega.$$

Az ismeretlen ellenállás értéke: $21,78\ \text{k}\Omega$.

Feladatok

2.9.1. A 2.30. ábra hídkapcsolásában $R_1 = 10\ \text{k}\Omega$, $R_2 = 1\ \text{k}\Omega$. Mekkora R_N állítható ellenállást kell beépítenünk, ha a mérendő ellenállásértékek $1\ \text{k}\Omega$ és $10\ \text{k}\Omega$ közé esnek?

2.9.2. Mekkora ellenállásértékek mérhetők a Wheatstone-híddal, ha a hídátvitel 50, az állítható ellenállás 10 k Ω -os potenciométer?

2.9.3. Mekkora feszültséget mutat a 2.30. ábra V

feszültségmérője, ha $R_1 = 220 \Omega$, $R_2 = 470 \Omega$?

2.9.4. Készítsünk a 2.31. ábra elvi kapcsolási rajza

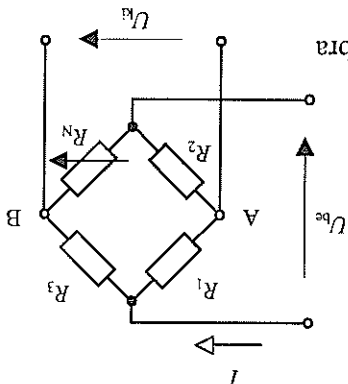
alapján Wheatstone-hídat változtatható feszül-

tás előállítására! A bemeneti feszültség 10 V, a

kimeneti feszültség $U_{AB} = 0 \dots 6$ V. Kiegészíteti

hídnál az áramfelvitel 40 mA legyen.

2.31. ábra



A feladatok megoldásának menete és a végeredmény

$$2.1.1. R = 884,6 \Omega, \text{ mivel } R = \frac{U}{I} = \frac{230 \text{ V}}{0,26 \text{ A}} = 884,6 \Omega.$$

$$2.1.2. I = 1,78 \text{ A, mivel } I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{230}{550} = 0,42 \text{ A; } I_2 = \frac{R_2}{U} = \frac{890}{230} = 0,26 \text{ A.}$$

$$\text{Így } I = 3I_1 + 2I_2 = 3 \cdot 0,42 + 2 \cdot 0,26 = 1,78 \text{ A.}$$

$$2.1.3. U_{12} = 0,6 \text{ V, mivel } U_{12} = U_1 - U_2 = 9,7 - 9,1 = 0,6 \text{ V.}$$

$$2.1.4. R = 8,3 \Omega, \text{ mivel } U_R = 6 - 3,5 = 2,5 \text{ V; } R = \frac{U_R}{I} = \frac{2,5 \text{ V}}{0,3 \text{ A}} = 8,3 \Omega.$$

$$2.2.1. r_d = 0,5 \Omega, \text{ mivel } r_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{0,015 \text{ V}}{0,03 \text{ A}} = 0,5 \Omega.$$

$$2.2.2. \Delta U = 0,6 \text{ V, mivel } \Delta I = 0,01 \cdot I = 0,01 \cdot 0,8 \text{ A} = 0,008 \text{ A. Így } \Delta U = r_d \cdot \Delta I = 75 \Omega \cdot 0,008 \text{ A} = 0,6 \text{ V.}$$

$$2.2.3. l = 30 \text{ m, mivel } 2l = \frac{R \cdot A}{0,84 \cdot 1,25} = \frac{p}{0,0175} = 60 \text{ m, amiből } l = 30 \text{ m.}$$

$$2.2.4. l = 34,8 \text{ m, mivel } A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{1 \cdot \pi}{4} = 0,785 \text{ mm}^2; 2l = \frac{R \cdot A}{2,5 \cdot 0,785} = \frac{p}{0,0282} = 69,6 \text{ m, amiből } l = 34,8 \text{ m.}$$

$$2.2.5. R_{20} = 3,57 \Omega; R_{-20} = 3 \Omega, \text{ mivel } A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{4}{2,5^2 \cdot \pi} = 4,9 \text{ mm}^2, \text{ amiből } R_{20} = \frac{A}{p \cdot l} = \frac{4,9}{0,0175 \cdot 2 \cdot 500} = 3,57 \Omega.$$

$$R_{-20} = R_{20} \cdot [1 + \alpha \cdot (-\Delta T)] = R_{20} \cdot (1 - \alpha \cdot \Delta T) = 3,57 \cdot (1 - 0,0038 \cdot 40) = 3 \, \Omega.$$

$$2.2.6. l = 22,8 \text{ m, mivel } A = \frac{d^2 \cdot \pi}{0,5^2 \cdot \pi} = \frac{4}{0,196 \text{ mm}^2}; l = \frac{R \cdot A}{\rho} = \frac{50 \cdot 0,196}{0,43} = 22,8 \text{ m.}$$

$$2.2.7. \theta = 53,3^\circ \text{C, mivel } R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) = R_0 + R_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T, \text{ amiből } \Delta \theta = \Delta T = \frac{R - R_0}{R_0} = \frac{0,004 \cdot 1,5}{1,7 - 1,5} = 33,3^\circ \text{C, így } \theta = \theta_0 + \Delta \theta = 20 + 33,3 = 53,3^\circ \text{C.}$$

$$2.3.1. U = 49 \text{ V; } I = 40,8 \text{ mA, mivel } U = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{2 \cdot 1200} = 49 \text{ V és } I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{1200}{2}} = 40,8 \text{ mA.}$$

$$2.3.2. P = 658 \text{ mW, mivel } P = \frac{R}{\frac{U^2}{48^2}} = \frac{R}{3500} = 658 \text{ mW.}$$

$$2.3.3. \Delta W = 45,6 \text{ kW} \cdot \text{h, mivel } W^{100} = 365 \cdot 5 \text{ h} \cdot 100 \text{ W} = 182,5 \text{ kW} \cdot \text{h és } W^{75} = 365 \cdot 5 \text{ h} \cdot 75 \text{ W} = 136,9 \text{ kW} \cdot \text{h, így } \Delta W = P^{100} - P^{75} = 182,5 - 136,9 = 45,6 \text{ kW} \cdot \text{h.}$$

$$2.3.4. R_1 = 66,1 \text{ W; } R_2 = 22 \text{ W, mivel } R_1 = \frac{P_1}{\frac{U^2}{230^2}} = \frac{P_1}{800} = 66,1 \text{ W; } P = \frac{R_1 + R_2}{\frac{U^2}{230^2}};$$

$$R_2 = \frac{U^2}{230^2} - R_1 = \frac{600}{22} - 66,1 = 22 \text{ W.}$$

$$2.3.5. \eta = 75\%, \text{ mivel } P_h = \frac{t}{m \cdot g \cdot h} = \frac{t}{600 \cdot 9,81 \cdot 10} = 1,68 \text{ kW; } P_{bc} = U \cdot I =$$

$$= 230 \cdot 9,7 = 2,23 \text{ kW, így } \eta = \frac{P_h}{P_{bc}} = \frac{1,68}{2,23} = 0,75 = 75\%.$$

$$2.3.6. \eta = 48\%, \text{ mivel } W^{\text{toll}} = U \cdot I \cdot t = 15 \cdot 0,5 \cdot 8 = 60 \text{ W} \cdot \text{h és } W^{\text{lead}} = U \cdot I \cdot t = 12 \cdot 0,1 \cdot 24 = 28,8 \text{ W} \cdot \text{h, így } \eta = \frac{W_h}{W^{\text{lead}}} = \frac{W_o}{W^{\text{toll}}} = \frac{28,8}{60} = 0,48 = 48\%.$$

2.4.1. $I_5 = +0,38 \text{ A}$. A felvett áramirány helyes.

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 - I_5 = 0, I_5 = I_1 - I_2 - I_3 + I_4 = 0,5 - 0,15 - 0,015 + 0,045 = +0,38 \text{ A.}$$

$$2.4.2. I_2 = -35 \text{ mA. A valószínűs áramirány a felvett iránnyal ellentétes.}$$

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 - I_5 = 0, I_2 = I_1 - I_3 + I_4 - I_5 = 0,9 - 0,5 + 0,045 - 0,48 = -0,035 \text{ A} = -35 \text{ mA.}$$

$$2.4.3. I_5 = 81,2 \text{ mA, mivel } U = I_2 \cdot R_2 = 0,02 \cdot 470 = 9,4 \text{ V; } I_3 = \frac{R_3}{U} = \frac{220}{9,4} = 42,7 \text{ mA; } I_4 = \frac{R_4}{U} = \frac{330}{9,4} = 28,5 \text{ mA. Így } I_1 + I_5 - I_2 - I_3 - I_4 = 0; I_5 = I_2 + I_3 + I_4 - I_1 =$$

$$= 20 + 42,7 + 28,5 - 10 = 81,2 \text{ mA.}$$

$$2.4.4. I_2 = 16,6 \text{ mA; } I_3 = 18,4 \text{ mA, mivel } -I_1 \cdot R_1 + U_{g1} - I_2 \cdot R_2 = 0, \text{ amiből } I_2 = \frac{U_{g1} - I_1 \cdot R_1}{12 - 0,035 \cdot 120} = \frac{470}{12 - 0,035 \cdot 120} = 16,6 \text{ mA és } I_1 = I_2 + I_3; I_3 = I_1 - I_2 =$$

$$= 0,035 - 0,0184 \text{ A} = 18,4 \text{ mA.}$$

$$2.4.5. I_2 = 40 \text{ mA, mivel } I_1 = I_3; I_2 = 2 I_1; U_{g1} - 2 I_1 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1 = 0; I_1 = \frac{U_{g1}}{2R_2 + R_1} =$$

$$= \frac{2 \cdot 200 + 100}{10} = 0,02 \text{ A} = 20 \text{ mA és } I_2 = 2 I_1 = 2 \cdot 20 = 40 \text{ mA.}$$

$$2.4.6. U_{R2} = 4 \text{ V; } U_{R3} = 8 \text{ V, mivel } U_{R1} = U_{g1}; \frac{I \cdot R_2}{R_2} = \frac{R_3}{R_2} = \frac{2}{U_{R2}} = \frac{U_{R3}}{R_3};$$

$$U_{R3} = 2 U_{R2} \text{ és } U_{R1} - 2 U_{R2} - U_{g2} - U_{R2} = 0. \text{ Így } U_{R2} = \frac{U_{R1} - U_{g2}}{24 - 12} = \frac{3}{12} = 4 \text{ V}$$

$$\text{és } U_{R3} = 2 U_{R2} = 8 \text{ V.}$$

$$2.5.1. R_{AB} = 6,24 \text{ k}\Omega, \text{ mivel } R_{AB} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{1,5 \cdot 4,7}{1,5 + 4,7} + 5,1 = 6,24 \text{ k}\Omega.$$

$$2.5.2. R_{AB} = 9,9 \text{ k}\Omega, \text{ mivel } R_{AB} = [(R_6 + R_7) \times R_4 + R_5] \times R_3 + R_1 + R_2,$$

$$R_{AB} = [(10 + 15) \times 6,8 + 8,2] \times 5,1 + 4,7 = 9,9 \text{ k}\Omega.$$

$$2.5.3. R_{AB} = 27 \Omega, \text{ mivel } R_{AB} = (R_1 + R_2) \times R_3 + R_5 \times R_8 + R_4 + R_6 + R_7,$$

$$R_{AB} = (1 + 1,5) \times 5,1 + 8,2 \times 15 + 3,3 + 6,8 + 10 = 27 \Omega.$$

$$2.5.4. n = 10 \text{ db és } P_{d10} = 5 \text{ W, mivel } n = \frac{1 \Omega}{0,1 \Omega} = 10 \text{ db; } I_1 = \sqrt{\frac{P_d}{R}} = \sqrt{\frac{1}{0,5}} = 0,707 \text{ A;}$$

$$P_{d10} = I_1^2 \cdot R_{10} = (10 \cdot 0,707)^2 \cdot 0,1 = 5 \text{ W.}$$

$$2.6.1. R_{BC} = 1,33 \text{ k}\Omega \text{ és } R_{AC} = 1,5 \text{ k}\Omega, \text{ mivel } R_{BC} = R_2 \times (R_1 + R_3) = 2 \times (1 + 3) =$$

$$= 1,33 \text{ k}\Omega; R_{BC} = R_{12} + R_{23} = 333 + 1000 = 1,33 \text{ k}\Omega \text{ és } R_{AC} = R_3 \times (R_1 + R_2) =$$

$$= 3 \times (1 + 2) = 1,5 \text{ k}\Omega; R_{AC} = R_{13} + R_{23} = 500 + 1000 = 1,5 \text{ k}\Omega.$$

$$2.6.2. R_{12} = 4,89 \text{ k}\Omega; R_{13} = 7,66 \text{ k}\Omega \text{ és } R_{23} = 15,33 \text{ k}\Omega, \text{ mivel } R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{\sum R} =$$

$$= \frac{15 \cdot 30}{15 + 30 + 47} = 4,89 \text{ k}\Omega; R_{13} = \frac{R_1 \cdot R_3}{\sum R} = \frac{15 \cdot 47}{15 + 30 + 47} = 7,66 \text{ k}\Omega \text{ és}$$

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{\sum R} = \frac{30 \cdot 47}{15 + 30 + 47} = 15,33 \text{ k}\Omega.$$

$$2.6.3. R_Y = 5 \text{ k}\Omega, \text{ mivel } R_Y = \frac{3}{15} R_A = \frac{3}{15} = 5 \text{ k}\Omega.$$

$$2.6.4. G_1 = 131,6 \mu\text{S}; G_2 = 105,3 \mu\text{S és } G_3 = 52,63 \mu\text{S}, \text{ mivel } G_{12} = 0,5 \text{ mS}; G_{13} = 0,25 \text{ mS};$$

$$G_{23} = 0,2 \text{ mS. Így } G_1 = \frac{\sum G}{G_{12} \cdot G_{13}} = \frac{0,5 + 0,25 + 0,2}{0,5 \cdot 0,25} = 131,6 \mu\text{S}; G_2 = \frac{\sum G}{G_{12} \cdot G_{23}} =$$

$$= \frac{0,5 + 0,25 + 0,2}{0,5 \cdot 0,2} = 105,3 \mu\text{S és } G_3 = \frac{\sum G}{G_{13} \cdot G_{23}} = \frac{0,5 + 0,25 + 0,2}{0,25 \cdot 0,2} = 52,63 \mu\text{S}.$$

$$2.6.5. R_A = 150 \Omega; G_A = 6,66 \text{ mS}, \text{ mivel } R_A = 3R_Y = 3 \cdot 50 = 150 \Omega; G_Y = \frac{R_Y}{1} =$$

$$= \frac{1}{20} = 0,05 \text{ mS}; G_A = \frac{3}{20} = \frac{3}{20} = 6,66 \text{ mS}.$$

$$2.7.1. U_K = 1,1 \text{ V és } I = 245 \text{ mA}, \text{ mivel } U_K = U_g \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 1,2 \cdot \frac{0,4 + 4,5}{4,5} = 1,1 \text{ V}$$

$$\text{és } I = \frac{U_K}{R_1} = \frac{1,1}{4,5} = 245 \text{ mA}.$$

$$2.7.2. U_{AB} = 23,75 \text{ V}; U_{BC} = 16,67 \text{ V és } U_{AC} = 40,42 \text{ V}, \text{ mivel } U_{AB} = U_{BC} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_3} = 48 \cdot \frac{15 + 33 + 47}{33} = 16,67 \text{ V}$$

$$\text{és } U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} = 23,75 + 16,67 = 40,42 \text{ V}.$$

$$2.7.3. U_{AB} = 25,7 \text{ V és } U_{AC} = 39,8 \text{ V}, \text{ mivel } U_{AB} = U_{BC} \cdot \frac{R_1 + R_3 + R_2 \times (R_4 + R_5)}{R_3} =$$

$$= 48 \cdot \frac{15 + 33 + 47}{47} = 25,68 \text{ V és } U_{AC} = U_{BC} \cdot \frac{R_1 + R_3 + R_2 \times (R_4 + R_5)}{R_3 + R_2 \times (R_4 + R_5)} =$$

$$= 48 \cdot \frac{15 + 47 + 33 \times (51 + 68)}{47 + 33 \times (51 + 68)} = 39,8 \text{ V}.$$

$$2.7.4. I = 0,546 \text{ A és } I_4 = 0,118 \text{ A}, \text{ mivel } I = \frac{U_{BC}}{R_1 + R_3 + R_2 \times (R_4 + R_5)} =$$

$$= \frac{48}{33} = 0,546 \text{ A és } I_4 = I \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_4 + R_5} = 0,546 \cdot \frac{33}{33 + 51 + 68} = 0,118 \text{ A}.$$

$$2.7.5. R_1 = 10,9 \, \Omega, \text{ mivel } R_1 = \frac{I_1}{U_1} = \frac{0,025}{9} = 360 \, \Omega; R_2 = \frac{10 \cdot I_1}{U_1} = \frac{10 \cdot 0,025}{9} = 10,9 \, \Omega.$$

$$U_1 = U_{\text{Bc}} R_1 + R_2 \times R_1, \text{ így } R_1 = \frac{R_2 \times R_1}{(U_{\text{Bc}} - U_1)(R_2 \times R_1)} = \frac{U_1}{(12 - 9) \cdot (36 \times 360)} = 10,9 \, \Omega.$$

$$2.7.6. U_{\text{Bc}} = 14,3 \, \text{V, mivel } U_{\text{Bc}} = U_{\text{Bc}} \cdot \frac{R_1 + R_3 + R_2 \times (R_4 + R_1 + R_5)}{R_2 \times (R_4 + R_1 + R_5)} =$$

$$= 48 \cdot \frac{15 + 47 + 33 \times (51 + 10 + 68)}{33 \times (51 + 10 + 68)} = 14,3 \, \text{V.}$$

$$2.8.1. R_{e3} = 90 \, \text{k}\Omega \text{ és } R_{e4} = 490 \, \text{k}\Omega, \text{ mivel } n_3 = \frac{U_m}{U_3} = \frac{0,1}{1} = 10; R_{e3} = (n_3 - 1) \cdot R_m =$$

$$= (10 - 1) \cdot 10 \, \text{k}\Omega = 90 \, \text{k}\Omega, n_4 = \frac{U_m}{U_4} = \frac{0,1}{5} = 50; R_{e4} = (n_4 - 1) R_m = (50 - 1) \cdot 10 \, \text{k}\Omega = 490 \, \text{k}\Omega.$$

$$2.8.2. R_e = 48,4 \, \text{k}\Omega, \text{ mivel } U_m = I_m \cdot R_m = 100 \cdot 10^{-6} \cdot 1,6 \cdot 10^3 = 0,16 \, \text{V} = 160 \, \text{mV};$$

$$n = \frac{U_m}{U} = \frac{0,16}{5} = 31,25 \text{ és } R_e = (n - 1) R_m = (31,25 - 1) \cdot 1,6 \, \text{k}\Omega = 48,4 \, \text{k}\Omega.$$

$$2.8.3. R_x = 1 \, \text{k}\Omega, \text{ mivel } I_R = \frac{U_R}{R} = \frac{1,2 \cdot 10^3}{12} = 10 \, \text{mA}; I_{\text{Rx}} = I - I_R = 22 - 10 =$$

$$= 12 \, \text{mA}; R_x = \frac{U_R}{I_{\text{Rx}}} = \frac{0,012}{12} = 1 \, \text{k}\Omega.$$

$$2.8.4. H = 3,2\%; R_e = 499 \, \text{k}\Omega, \text{ mivel } U^2 = U \cdot \frac{R_1 + R_2}{50} = 48 \cdot \frac{25 + 50}{50} = 32 \, \text{V}; n = \frac{U_m}{U_1} =$$

$$\frac{50}{0,1} = 500; R_e = (n - 1) R_m = (500 - 1) \cdot 1 \, \text{k}\Omega = 499 \, \text{k}\Omega; U^2 = U \cdot \frac{R_1 + R_2 \times (R_m + R_e)}{R_2 \times (R_m + R_e)} =$$

$$= 48 \cdot \frac{25 + 50 \times (1 + 499)}{50 \times (1 + 499)} = 30,97 \, \text{V. Ezekből } H = \frac{U^2}{U_2 - U^2} = \frac{32}{32 - 30,97} = 0,032 = 3,2\%.$$

$$2.8.5. R = 1 \, \Omega, \text{ mivel } I_m = \frac{U_m}{R} = \frac{2 \cdot 10^3}{2} = 1 \, \text{mA}; n = \frac{I_m}{I} = \frac{0,001}{2} = 2000;$$

$$R_s = \frac{R_m}{n_1 - 1} = \frac{2000}{2000 - 1} = 1 \, \Omega, \text{ így } R = \frac{R_m \cdot R_s}{R_m + R_s} = \frac{2000 \cdot 1}{2000 + 1} = 1 \, \Omega.$$

$$2.8.6. R_{s1} = 14,29 \, \Omega, R_{s2} = 8,33 \, \Omega \text{ és } R_{s3} = 4,08 \, \Omega, \text{ mivel } U_m = I_m \cdot R_m = 0,002 \cdot 200 =$$

$$= 0,4 \, \text{V}; n_1 = \frac{I_m}{I_1} = \frac{0,03}{0,002} = 15, n_2 = \frac{I_m}{I_2} = \frac{0,05}{0,002} = 25, n_3 = \frac{I_m}{I_3} = \frac{0,1}{0,002} = 50;$$

$$R_{s1} = \frac{R_m}{200} = \frac{n_1 - 1}{15 - 1} = 14,29 \, \Omega, R_{s2} = \frac{25 - 1}{200} = 8,33 \, \Omega, R_{s3} = \frac{50 - 1}{200} = 4,08 \, \Omega.$$

$$2.8.7. I = 200 \, \text{mA}, \text{ mivel } I_m = \frac{U_m}{0,2} = \frac{R_m}{200} = 1 \, \text{mA}; R_s = \frac{R_m}{n-1}; n = \frac{R_m}{R_s} + 1 =$$

$$= \frac{1}{199} + 1 = 200; I = n \cdot I_m = 200 \cdot 1 = 200 \, \text{mA}.$$

$$2.8.8. I = 5 \, \text{A}, \text{ mivel } R_m = \frac{U_m}{I_m} = \frac{125}{487,5} = 3,9 \, \Omega; n = \frac{R_s}{R_m} + 1 = \frac{0,1}{3,9} + 1 = 40;$$

$$I = n \cdot I_m = 40 \cdot 125 \, \text{mA} = 5 \, \text{A}.$$

$$2.9.1. R_N = 0,1 \, \text{k}\Omega, \text{ mivel } n = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{10} = 10; R_{N_{\max}} = R_{x_{\max}} \cdot \frac{R_1}{R_2} =$$

$$= 10 \, \text{k}\Omega \cdot \frac{1}{10} = 1 \, \text{k}\Omega \text{ és } R_{N_{\min}} = R_{x_{\min}} \cdot \frac{R_1}{R_2} = 1 \, \text{k}\Omega \cdot \frac{10}{1} = 0,1 \, \text{k}\Omega.$$

$$2.9.2. R^x = 0,500 \, \text{k}\Omega, \text{ mivel } R_{x_{\max}} = R_{N_{\max}} \cdot n = 10 \, \text{k}\Omega \cdot 50 = 0,5 \, \text{M}\Omega.$$

$$2.9.3. U_{BA} = 1,39 \, \text{V}, \text{ mivel } U_A = U_{Be} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2} = 12 \cdot \frac{220 + 470}{470} = 8,17 \, \text{V};$$

$$U_B = U_{Be} \cdot \frac{R^x + R_N}{R^x} = 12 \cdot \frac{1500 + 382}{1500} = 9,56 \, \text{V}, \text{ így } U_{BA} = U_B - U_A = 9,56 - 8,17 = 1,39 \, \text{V}.$$

$$2.9.4. R_N = 0,300 \, \Omega, \text{ mivel } I_1 = \frac{I}{40} = \frac{2}{20} = 20 \, \text{mA}; R_1 + R_2 = \frac{U}{I_1} = \frac{0,02}{10} = 500 \, \Omega;$$

$$U_{AB} = U_A - U_B = 6 \, \text{V}; \text{ Legyen } U_A = 6 \, \text{V}, \text{ és így } U_A = U_{Be} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2} = 10 \cdot \frac{500}{R_2} = 6 \, \text{V};$$

$$R_2 = 300 \, \Omega; R_1 = (R_1 + R_2) - R_2 = 500 - 300 = 200 \, \Omega; R_2 = R_3. \text{ Ezek alapján}$$

$$U_{AB} = U_A - U_B = U_{Be} \cdot \left(\frac{R_1 + R_2}{R_N} - \frac{R_3 + R_2}{R_N} \right) = 10 \cdot \left(\frac{500}{300} - \frac{200 + R_N}{500} \right) = 0 \, \text{V}; \text{ ha } R_N = 0 \, \Omega,$$

$$\text{III. } U_{AB} = 10 \cdot \left(\frac{500}{300} - \frac{200 + R_N}{500} \right) = 10 \cdot \left(\frac{500}{300} - \frac{200 + 300}{500} \right) = 0 \, \text{V}; \text{ ha } R_N = 300 \, \Omega.$$

3. A VILLAMOS ÁRAM HATÁSAI

3.1. A hőhatás

1. példa

Egy 300 W teljesítményű villamos műtőforrás 1 l vizet 20 °C-ról 90 °C-ra 20 perc alatt melegít fel. Ezen a hőfokon a bevitelt és leadott hőmennyiség megegyezik, ezért a víz hőmértéklete tovább nem emelkedik.

a) Mekkora a hatások?

b) Hány fókusz volt a víz teljes felmelegedéséhez szükséges idő felénél, azaz a melegítés kezdete után 10 perccel?

Adatok: $P = 300 \text{ W}$; $m = 1 \text{ kg}$; $\vartheta_1 = 20^\circ \text{C}$; $\vartheta_2 = 90^\circ \text{C}$; $t = 20 \text{ perc}$; $c_{\text{viz}} = 4,187 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

Megoldás

a) A hőmérséklet-különbség: $\Delta T = \Delta \vartheta = 70 \text{ K}$.

A víz felmelegítéséhez szükséges energia:

$$W_{\text{hasznos}} = c \cdot m \cdot \Delta T = 4,187 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 1 \text{ kg} \cdot 70 \text{ K} = 293,1 \text{ kW} \cdot \text{s}.$$

A hálózatról felvett energia:

$$W_{\text{összes}} = P \cdot t = 300 \text{ W} \cdot 20 \cdot 60 \text{ s} = 360 \text{ kW} \cdot \text{s}.$$

A hatások:

$$\eta = \frac{W_{\text{hasznos}}}{W_{\text{összes}}} = \frac{W_{\text{h}}}{W_{\text{o}}} = \frac{293,1}{360} = 0,814 = 81,4\%.$$

b) A víz hőmértéklete a hővesztés miatt a következő egyenlőség szerint emelkedik:

$$\Delta \vartheta = \Delta \vartheta_{\text{max}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\tau_m}{t}}\right)$$

Mivel a melegedés folyamata körülbelül 5 τ_m idő alatt lejártszódik, a melegedés idő-állandója közelítőleg:

$$\frac{\tau_m}{20} = \frac{5}{4} = 4 \text{ s}, \Delta \vartheta = \Delta \vartheta_{\text{max}} \cdot (1 - e^{-\frac{\tau_m}{t}}),$$

$$\Delta \vartheta = 70 \cdot (1 - e^{-\frac{4}{10}}) = 70 \cdot (1 - (2,7182)^{-\frac{4}{10}}) = 64,24 \text{ K}.$$

Feladatok

3.1.1. Egy ellenálláson 5 A áram folyik. Mennyi hőenergia fejlődik egy óra alatt, ha a feszültség az ellenálláson 2 V?

3.1.2. Mennyi hőmennyiséget termel 24 óra alatt egy 100 W-os izzó?

3.1.3. A forróvizátárolót a gyártók úgy méretezik, hogy a tárolt vízmennyiségét 20 °C-ról körülbelül 6 óra alatt melegítse fel 85 °C-ra. Határozzuk meg a csőtöltést teljesítményét egy 40 és egy 80 literes forróvizátárolónál! A víz fajhője $c = 4,187 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

3.1.4. Egy helyiséget 25 kW fűtőteljesítménnyel 14 °C-ról 22 °C-ra 4 óra alatt melegítettünk fel. Mennyire kell megnövelnünk a fűtőteljesítményt, ha azt akarjuk, hogy ugyanennyi idő alatt a hőmérséklet 24 °C-ra emelkedjen?

3.2. Vezeték méretezése

1. példa. Vezeték méretezése feszültségére

a) Mekkora kell választanunk egy 75 m hosszú, szigetelt, alumíniumból készített vezetékpar vezetékeknek keresztmetszetét, ha azt akarjuk, hogy a feszültség 5 A terhelőáramnál is kisebb legyen mint 3 V? (Néhány anyag fajlagos ellenállása a Tankönyvmester Kiadó *Elektrotechnika c.* tankönyvének 2.2. táblázatában látható.)

b) Ellenőrizzük a keresztmetszetet melegezésre!

Adatok: $\rho_{\text{alu}} = 0,0282 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$; $\Delta U = 3 \text{ V}$.

Megoldás

a) Számítsuk ki a vezetékpar ellenállását: $R = \frac{\Delta U}{I} = \frac{4 \text{ V}}{3 \text{ A}} = 0,75 \Omega$.

Ebből a szükséges keresztmetszet számítható:

$$A = \rho \cdot \frac{l}{R} = 0,0282 \frac{0,75 \Omega}{2 \cdot 75 \text{ m}} = 5,64 \text{ mm}^2.$$

A 3.1. táblázatban látható, hogy a legközelebbi szabványos keresztmetszet 6 mm². b) A táblázatból azt is megfigyelhetjük, hogy 6 mm² keresztmetszetnél rossz hőátadási viszonyok mellett is megengedhetünk akár 31 A áramerősséget. A szükséges vezeté-

keresztmetszetet tehát ebben az esetben nem a melegedés, hanem a feszültségcsésre vonatkozó szigorú előírás határozza meg.

Gumi vagy PVC szigetelésű 3.1. táblázat vezeték terhelhetősége.

Névleges keresztmetszet, mm ²	A megengedett áram-erősség, A	
	Réz-vezeték	Alumínium-vezeték
1	10-14	—
1,5	13-19	—
2,5	18-26	17-27
4	24-35	22-35
6	31-46	28-45
10	42-57	38-61
16	56-85	53-82
25	89-138	70-107

A szükséges szabványos keresztmetszet a megengedett feszültségcsés miatt 6 mm².

2. példa. Vezeték méretezése veszteségi teljesítményre

Egy 85 m hosszú hálózati kábelben 1,5 kW teljesítményt akarunk továbbítani. A teljesítmény-átvitel hatásfoka nem lehet rosszabb mint 96%. A feszültség 230 V, a vezeték anyaga réz.

a) Mekkora legyen a vezeték keresztmetszete?

b) Szabványos vezetékkel választva mekkora lesz az energiaátvitel tényleges hatásfoka?

c) Mekkora a feszültségcsés, mekkora a fogyasztóra jutó feszültség?

Adatok: $l = 85$ m; $P = 1,5$ kW; $U = 220$ V; $\rho_{\text{réz}} = 0,0175 \frac{\Omega \cdot \text{m}}{\text{mm}^2}$.

Megoldás

a) A megengedett veszteségi teljesítmény:

$$P_v = \frac{P_h}{\eta} - P_h = \frac{1,5}{0,96} - 1,5 = 0,0625 \text{ kW} = 62,5 \text{ W},$$

$$\eta = \frac{P_{\text{hasznos}}}{P_{\text{összes}}} = \frac{P_h}{P_h + P_v}$$

A teljesítmény és feszültség ismeretében az áram kiszámítható:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{1500 \text{ W}}{230 \text{ V}} = 6,52 \text{ A}.$$

A veszteségi teljesítmény az ellenállással kifejezve:

$$P_v = I^2 \cdot R = I^2 \cdot \rho \cdot \frac{l}{l}$$

$$\text{amiből: } A = I^2 \cdot \rho \cdot \frac{l}{l} = 6,52^2 \cdot 0,0175 \cdot \frac{62,5}{2 \cdot 85} = 2 \text{ mm}^2$$

Mivel a fajiagos ellenállást $\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ -ben adjuk meg, így az A keresztmetszet számértékét mm^2 -ben kaptuk. Hasonlítsuk össze eredményünket a 3.1. táblázattal! A táblázat szerint a legközelebbi szabványos keresztmetszet $2,5 \text{ mm}^2$.

b) A $2,5 \text{ mm}^2$ keresztmetszetű, gumiszigetelésű kábelben eső veszteségi teljesítmény:

$$P_v = I^2 \cdot R = I^2 \cdot \rho \cdot \frac{l}{l} = 6,52^2 \cdot 0,0175 \cdot \frac{2,5}{2 \cdot 85} = 50,6 \text{ W.}$$

$$\text{A hatások: } \eta = \frac{P_h}{P_h + P_v} = \frac{1500}{1500 + 50,6} = 0,967 = 96,7\%.$$

c) A kábel ellenállása:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{l} = 0,0175 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{2,5 \text{ mm}^2}{2 \cdot 85 \text{ m}} = 1,19 \Omega.$$

A kábel ellenállásból adódó feszültségcsökkenés:

$$\Delta U = I \cdot R = 6,52 \text{ A} \cdot 1,19 \Omega = 7,76 \text{ V,}$$

$$U' = U - \Delta U = 230 - 7,76 = 222,2 \text{ V.}$$

A szükséges szabványos keresztmetszet $2,5 \text{ mm}^2$, az energiaátviteli hatásfoka $96,7\%$, a feszültségcsökkenés $7,76 \text{ V}$, a fogyasztóra $222,2 \text{ V}$ feszültség jut.

Figyeljünk meg, hogy a kábel ellenállásból adódó feszültségcsökkenés miatt a fogyasztóra nem 230 V feszültség, hanem ennél kevesebb jut, ezért a fogyasztó árama és teljesítményfelvétele kisebb lesz a számítottánál. Az eltérés nem számottevő.

3. példa. Vezeték méretezése melegezésre

Egy 12 V -os akkumulátorra $0,8 \text{ m}$ hosszú vezetékpárral egy 230 W teljesítményű egyenáramú motor csatlakozik.

a) Mekkora keresztmetszetű vezetékre van szükség, hogy a feszültségcsökkenés kisebb legyen mint 3 V ? Használjunk rézvezetékkel!

b) Mérétezzük a vezetékpárt melegezésre!

$$\text{Adatok: } P = 230 \text{ W; } \Delta U = 3 \text{ V; } \rho^{\text{réz}} = 0,0175 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}; l = 0,8 \text{ m.}$$

Megoldás

a) Az egyenáramú motor árama:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{230}{12} = 19,16 \text{ A.}$$

$$\Delta U = \frac{I}{R} = \frac{19,16 \text{ A}}{157 \text{ m}\Omega} = 0,157 \text{ V}$$

Ebből a szükséges keresztmetszet számítható:

$$A = \rho \cdot \frac{l}{l} = 0,0175 \cdot \frac{1,6}{0,157} = 0,178 \text{ mm}^2.$$

b) Kedvezőtlen hőátadási körülményeket feltételezve, a 3.1. táblázat szerint a 18 A-es áram legalább 2,5 mm² keresztmetszetet igényel, ezért a vezeték felmelegedéséből adódó károsodás érdekében ezt a magasabb keresztmetszetű vezetékkel választjuk.

A szükséges vezeték-kérmetszetet a veszélyes felmelegedés elkerülése miatt 2,5 mm².

Feladatok

3.2.1. Egy 150 kV-os távvezetéken 350 A erősségű áram folyik. Mekkora a választott az alumíniumvezeték átmérőjét, ha azt akarjuk, hogy az 50 km-es szakaszon a teljesítménytöbblet határfoka nagyobb legyen mint 97%?

3.2.2. Mekkora a teljesítményvesztés, ha egy 35 m hosszú vezetékáramon 2,8 A áram folyik? A vezeték keresztmetszete 1,5 mm², az alumínium fajlagos ellenállása $\rho = 0,0282 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$.

3.2.3. Személygépkocsi két párhuzamosan kapcsolt 12 V-os és 10 W-os izzóját 2,8 m hosszú réz vezetékáram tápláljuk. Mekkora átmérőű vezetékkel kell használnunk, hogy a vezetékben eső feszültségcsökkenés ne legyen 0,2 V-nál nagyobb? Ellenőrizd a vezetékkel melegezésre! A réz fajlagos ellenállása $\rho = 0,0175 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$.

3.2.4. Egy transzformátor rézből készített szekunder tekercsében 5 A áram folyik. Mekkora az áramsűrűség, ha az ohmos ellenállás vesztesége 12,5 W? A szekunder tekercs 30 m hosszú huzalból készült. A réz fajlagos ellenállása $\rho = 0,0175 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$.

3.2.5. Mekkora a hűsugárzó vezetékének átmérője, ha ellenállása 15 Ω , a hossza 3,5 m, az 1,5%-os teljesítményvesztés 12 W, a feszültségcsökkenés 0,45 V?

3.3. A vegyi hatás

1. példa

A kohóból nyert rezet elektrolízissal tisztítjuk. Mennyi energia szükséges 1 kg rez tisztításához, ha a kád feszültség $U = 0,3$ V?

Megoldás

A két vegyértékű rez elektrokémiai egyenértéke $c = 0,328 \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{mg}}$. Faraday törvényét, az $m = c \cdot I \cdot t = c \cdot \bar{Q}$ egyenlőséget átrendezve:

$$\bar{Q} = \frac{m}{c} = \frac{1 \text{ kg}}{0,328 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}}} = 3,05 \cdot 10^6 \text{ A} \cdot \text{s} = 3,05 \cdot 10^6 \text{ C.}$$

A szükséges villamos energia: $W = U \cdot \bar{Q} = 0,3 \text{ V} \cdot 3,05 \cdot 10^6 \text{ C} = 915 \text{ kW} \cdot \text{s} = 254 \text{ W} \cdot \text{h.}$

Feladatok

- 3.3.1.** Egy $0,5 \text{ m}^2$ vaslemezt mindkét felületét horganyréteggel vonjuk be. A horgany vastagsága $0,1 \text{ mm}$. Az alkalmasított áramsűrűség 3 A/dm^2 . Mennyi ideig tart a galvanizálás? A horgany elektrokémiai egyenértéke $c = 0,339 \text{ mg/A} \cdot \text{s}$, sűrűsége $\rho = 7,3 \text{ kg/dm}^3$.
- 3.3.2.** Ezüstmitrái oldatból ezüstöt választunk ki elektrolízissal. Mekkora az áramerősség, ha két óra alatt 20 g ezüst választódik ki? Az ezüst elektrokémiai egyenértéke $c = 1,118 \text{ mg/A} \cdot \text{s}$.
- 3.3.3.** Alumíniumot választunk ki 20 kA áramerősséggel. Mennyi idő szükséges $0,5 \text{ kg}$ alumínium kiválasztásához? Az alumínium elektrokémiai egyenértéke $c = 0,0932 \text{ mg/A} \cdot \text{s}$.
- 3.3.4.** Egy $100 \times 100 \text{ mm}^2$ rézlapot ezüsttel vonunk be az egyik oldalán. Milyen vastag ezüst réteg keletkezik a felületen, ha az áramsűrűség 1 A/dm^2 és a galvanizálás $2,5$ óráig tart? Az ezüst elektrokémiai egyenértéke $c = 1,118 \text{ mg/A} \cdot \text{s}$, sűrűsége $\rho = 10,5 \text{ kg/dm}^3$.

A feladatok megoldásának menete és a végeredmény

$$3.1.1. \bar{Q} = 10 \text{ W} \cdot \text{h} = 36 \text{ kW} \cdot \text{s, mivel } \bar{Q} = W = P \cdot t = U \cdot I \cdot t = 2 \text{ V} \cdot 5 \text{ A} \cdot 1 \text{ h} = 10 \text{ W} \cdot \text{h} = 36 \text{ kW} \cdot \text{s.}$$

$$3.1.2. \bar{Q} = 2,4 \text{ kW} \cdot \text{h} = 8,64 \text{ MW} \cdot \text{s, mivel } \bar{Q} = W = P \cdot t = 100 \text{ W} \cdot 24 \text{ h} = 2,4 \text{ kW} \cdot \text{h} = 8,64 \text{ MW} \cdot \text{s.}$$

$$3.1.3. P_{40} = 504 \text{ W és } P_{80} = 1 \text{ kW, mivel } \Delta T = \Delta \vartheta = \vartheta^2 - \vartheta^1 = 85 - 20 = 65 \text{ K;}$$

$$\bar{Q}_{40} = c \cdot m_1 \cdot \Delta T = 4,187 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 65 = 10,89 \text{ MJ; } P_{40} = \frac{t}{\bar{Q}} = \frac{6 \cdot 3,6 \cdot 10^3}{10,89 \cdot 10^6} = 504 \text{ W;}$$

$$\bar{Q}_{80} = c \cdot m_2 \cdot \Delta T = 4,187 \cdot 10^3 \cdot 80 \cdot 65 = 21,77 \text{ MJ; } P_{80} = \frac{t}{\bar{Q}} = \frac{6 \cdot 3,6 \cdot 10^3}{21,77 \cdot 10^6} = 1 \text{ kW.}$$

$$3.1.4. P_{24} = 31,25 \text{ kW, mivel } \Delta T_1 = \Delta \vartheta_1 = \vartheta^2 - \vartheta^1 = 22 - 14 = 8 \text{ K;}$$

$$\bar{Q}_1 = c \cdot m \cdot \Delta T_1; c \cdot m = \frac{\Delta T_1}{\bar{Q}} = \frac{P \cdot t}{\Delta T_1} = \frac{25 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 4,36 \cdot 10^3 \text{ s}}{8 \text{ K}} = 45 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{K}},$$

$$\Delta T_2 = \Delta \vartheta_2 = \vartheta^2 - \vartheta^1 = 24 - 14 = 10 \text{ K, Innen } \bar{Q}_2 = c \cdot m \cdot \Delta T_2 = 45 \cdot 10^6 \cdot 10 =$$

$$= 450 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot \text{s} = 125 \text{ kW} \cdot \text{h és } P_{24} = \frac{t}{\bar{Q}_2} = \frac{125 \text{ kW} \cdot \text{h}}{4 \text{ h}} = 31,25 \text{ kW.}$$

$$3.2.1. d = 16,5 \text{ mm, mivel } \eta = \frac{P_h + P_v}{P_h}; P_h = U \cdot I = 150 \text{ kV} \cdot 350 \text{ A} = 52,5 \text{ MW;}$$

$$P_h^v = \frac{\eta}{P_h} - P_h = \frac{52,5 \cdot 10^6}{0,97} - 52,5 \cdot 10^6 = 1,623 \text{ MW; } A = I^2 \cdot \frac{P_v}{l} =$$

$$= 350^2 \cdot 0,0282 \cdot \frac{1,623 \cdot 10^6}{2 \cdot 50 \cdot 10^3} = 212,8 \text{ mm}^2; d = \sqrt{\frac{\pi}{4A}} = \sqrt{\frac{\pi}{4 \cdot 212,8}} = 16,5 \text{ mm.}$$

$$3.2.2. P_v = 10,3 \text{ W, mivel } R = \rho \cdot \frac{A}{l} = 0,0282 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{1,5 \text{ mm}^2}{2 \cdot 3,5 \text{ m}} = 1,32 \Omega;$$

$$\text{és } P_v = I^2 \cdot R = 2,8^2 \text{ A}^2 \cdot 1,32 \Omega = 10,3 \text{ W.}$$

$$3.2.3. A = 1 \text{ mm}^2, I = 1,66 \text{ A} < I = 10 \text{ A, mivel } I = \frac{P}{U} = \frac{12}{10+10} = 1,66 \text{ A;}$$

$$R = \frac{\Delta U}{I} = \frac{1,66}{0,2} = 0,12 \Omega; A = \rho \cdot \frac{R}{l} = 0,0175 \cdot \frac{0,12}{2 \cdot 2,8} = 0,82 \text{ mm}^2; A_{\text{szabv.}} = 1 \text{ mm}^2;$$

$$I = 1,66 \text{ A} < I = 10 \text{ A.}$$

$$3.2.4. J = 5 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}, \text{ mivel } R = \frac{I_2}{W} = \frac{12,5}{52} = 0,5 \Omega; A = \rho \cdot \frac{R}{l} = 0,0175 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{30 \text{ m}}{0,5 \Omega} = 1 \text{ mm}^2; J = \frac{A}{5} = \frac{1}{5} \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}.$$

$$3.2.5. A = 1 \text{ mm}^2, \text{ mivel } P = \frac{P_V}{12} = \frac{0,015}{0,015} = 800 \text{ W}; I = \frac{U}{P} = \frac{230}{800} = 3,48 \text{ A}; R = \rho \cdot \frac{l}{A} = \frac{l}{\Delta U} \cdot \frac{A}{I}; A = \rho \cdot \frac{\Delta U}{l \cdot I} = 0,0175 \cdot \frac{0,45}{2 \cdot 3,5 \cdot 3,48} = 1 \text{ mm}^2.$$

$$3.3.1. t = 2 \text{ óra, mivel } V^{\text{horgany}} = 2 \cdot A \cdot s = 2 \cdot 0,5 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3; I = 3 \cdot 10^2 \frac{\text{m}^2}{\text{A}} \cdot 1 \text{ m}^2 = 300 \text{ A és } m = \rho \cdot V = 7,3 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 0,73 \text{ kg}; m = c \cdot I \cdot t; t = \frac{c \cdot I}{m} = \frac{0,339 \cdot 10^{-6} \cdot 300}{0,73} = 7178 \text{ s} = 2 \text{ h}.$$

$$3.3.2. I = 2,48 \text{ A, mivel } m = c \cdot I \cdot t; I = \frac{c \cdot t}{m} = \frac{1,118 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 3600}{20} = 2,48 \text{ A}.$$

$$3.3.3. t = 268,8 \text{ másodperc, mivel } m = c \cdot I \cdot t; \text{ ebből } t = \frac{m}{c \cdot I} =$$

$$= \frac{0,093 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^3}{0,5} = 268,8 \text{ s}.$$

$$3.3.4. s = 0,1 \text{ mm, mivel } I = 1 \frac{\text{A}}{\text{dm}^2} \cdot 1 \text{ dm}^2 = 1 \text{ A}; m = c \cdot I \cdot t =$$

$$\frac{\text{mg}}{\text{A} \cdot \text{s}} \cdot 1 \text{ A} \cdot 2,5 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 10 \text{ g. Ebből } V = \frac{\rho}{m} = \frac{10,5}{10 \cdot 10^{-3}} = 0,95 \cdot 10^{-3} \text{ dm}^3; s = \frac{A}{V} = \frac{1}{0,95 \cdot 10^{-3}} = 0,95 \cdot 10^{-3} \text{ dm} \approx 0,1 \text{ mm}.$$

4. AKTÍV HÁLÓZATOK

4.1. Valóságos generátorok

1. példa

Egy szarazelem kapocsfeszültségét kétfele terheléssel is megmérjük. $R = 220\ \Omega$ -os ellenállással terhelve az elem kapocsfeszültsége $4,5\text{ V}$. A terhelő ellenállást megváltoztatva $22\text{ k}\Omega$ -ra, a kapocsfeszültség $4,6\text{ V}$ -ra emelkedik (4.1. ábra).

a) Mekkora az elem belső ellenállása?

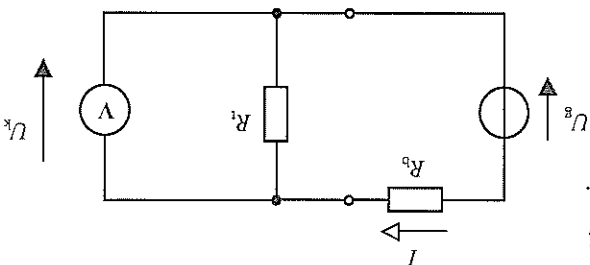
b) Mekkora az elem generátorfeszültsége?

c) Mekkora lesz a kapocsfeszültség, ha az elemet $500\ \Omega$ -os ellenállással terheljük?

d) Mekkora lenne a rövidzárási áram?

Adatok: $U_{k1} = 4,6\text{ V}$; $R_{i1} = 220\ \Omega$;
 $U_{k2} = 4,7\text{ V}$; $R_{i2} = 22\text{ k}\Omega$.

4.1. ábra



Megoldás

a) Az U_g generátorfeszültség mindkét esetben ugyanaz, ezért:

$$U_g = I_1(R_i + R_{l1}) = I_2(R_i + R_{l2}).$$

Az I_1 és I_2 áramokat célszerű az ismert kapocsfeszültségekkel és terhelő-ellenállásokkal kifejeoznünk:

$$\frac{U_{k1}}{R_{i1}}(R_i + R_{l1}) = \frac{U_{k2}}{R_{i2}}(R_i + R_{l2}),$$

$$R_i = \frac{\frac{U_{k1}}{R_{i1}} - \frac{U_{k2}}{R_{i2}}}{\frac{U_{k2}}{R_{i2}} - \frac{U_{k1}}{R_{i1}}} = \frac{\frac{4,6}{220} - \frac{4,7}{22000}}{\frac{4,7}{22000} - \frac{4,6}{220}} = 4,83\ \Omega.$$

amiből

b) Az üresjárási feszültség egyenlő a kapocsfeszültség és az $I \cdot R_b$ belső feszültségösszegevel:

$$U^u = U^g = U^{k1} + I^1 \cdot R^b = U^{k1} + \frac{R^{u1}}{4,6} \cdot R^b = 4,6 + \frac{220}{4,6} \cdot 4,83 = 4,7 \text{ V.}$$

c) Terheléssel a kapocsfeszültség:

$$U^{k3} = U^u - I^3 \cdot R^b = U^g - \frac{R^b}{R^b + R^{u3}} \cdot R^b = 4,7 - \frac{4,7}{4,7 + 500} \cdot 4,7 = 4,66 \text{ V.}$$

Számítsuk ki a kapocsfeszültséget a feszültségosztás képletével is:

$$U^{k3} = U^g \cdot \frac{R^{u3}}{R^b + R^{u3}} = 4,7 \cdot \frac{4,7}{4,7 + 500} = 4,66 \text{ V.}$$

d) A rövidzárási áram:

$$I^r = \frac{U^g}{R^b} = \frac{4,7}{4,7} = 1 \text{ A.}$$

Az elem belső ellenállása $4,7 \, \Omega$, a generátorfeszültség $4,7 \text{ V}$. $500 \, \Omega$ -os terhelésnél a kapocsfeszültség $4,66 \text{ V}$, a rövidzárási áram 1 A .

Feladatok

4.1.1. Határozzuk meg a feszültséggenerátor belső ellenállását, ha $0,8 \text{ A}$ terhelőáramnál a 12 V -os üresjárási feszültség $10,2 \text{ V}$ -ra csökken!

4.1.2. Egy generátor üresjárási feszültsége 48 V . Mekkora a kapocsfeszültség, ha a belső ellenállás $17,5 \, \Omega$ és a terhelő-ellenállás $220 \, \Omega$?

4.1.3. Mekkora a telep üresjárási feszültsége és belső ellenállása, ha rövidrezárva 5 A -t mérünk és $10 \, \Omega$ -os terhelésnél az áramerősség 1 A ?

4.1.4. Egy generátor üresjárási feszültsége 60 V . Ha $60 \, \Omega$ terhelést kapcsolunk rá, akkor a terhelőáram $0,6 \text{ A}$. Mekkora a generátor belső ellenállása?

4.1.5. Mekkora a generátorra kapcsolt terhelés, ha üresjárásból $24,4 \text{ V}$ -ot mérünk, a rövidzárási áram 8 A , és 2 A terhelőáram hatására a kapocsfeszültség 24 V -ra csökken?

4.1.6. Egy gépkocsi akkumulátorát 80 W összteszteltető fogvaszók terhelik. Az akkumulátor üresjárási feszültsége a terhelés hatására $0,3 \text{ V}$ -tal csökken, így a kapocsfeszültség 12 V . Mekkora az akkumulátor belső ellenállása?

4.1.7. Három akkumulátort sorba kapcsolunk. Mekkora lesz a helyettesítő generátor üresjárási feszültsége és belső ellenállása, ha az akkumulátorok üresjárási feszültsége 12 V , 6 V és 18 V , belső ellenállásuk $0,05 \, \Omega$, $0,03 \, \Omega$ és $0,08 \, \Omega$?

4.1.8. Számítsuk ki három egyforma, párhuzamosan kapcsolt akkumulátor eredő belső ellenállását, ha egynek a belső ellenállása $0,05 \, \Omega$!

4.1.9. Határozzuk meg két párhuzamosan kapcsolt generátor kiegyenlítő-áramát, ha a két generátorfeszültség $U_{g1} = 12 \text{ V}$ és $U_{g2} = 11,5 \text{ V}$, a két belső ellenállás $R_{b1} = 0,045 \, \Omega$ és $R_{b2} = 0,05 \, \Omega$!

4.2. Generátorok helyettesítőképei

1. példa

Határozzuk meg a 4.2.a) ábrán látható Thevenin- és Norton-helyettesítőképeket!

Adatok: $U_{g1} = 10 \text{ V}$; $R_{g1} = 1 \text{ k}\Omega$;

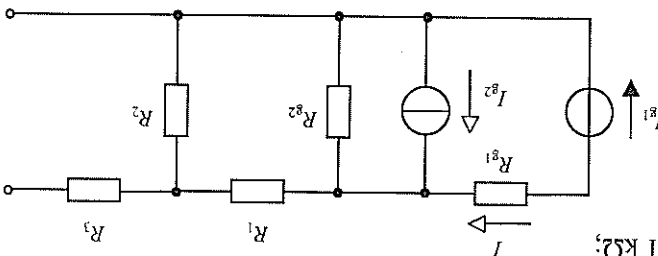
$I_{g2} = 10 \text{ mA}$;

$R_{g2} = 250 \Omega$;

$R_1 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$;

$R_2 = 2 \text{ k}\Omega$.

4.2.a) ábra

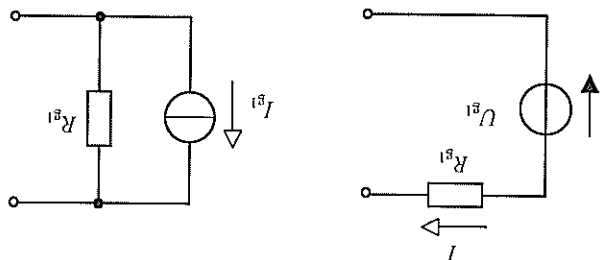


Megoldás

Határozzuk meg először az U_{g1} forrásfeszültségű és R_{g1} belső ellenállású feszültség-generátor Norton-helyettesítőképét (4.2.b) ábra)!

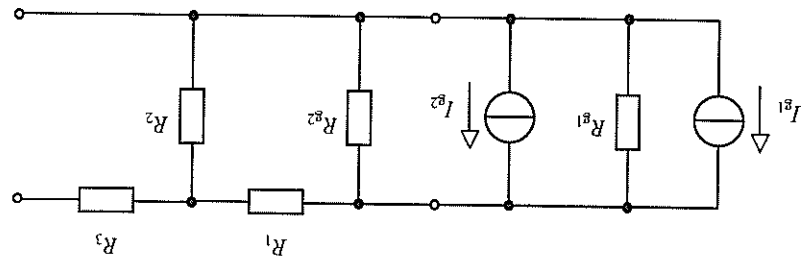
$$I_{g1} = \frac{U_{g1}}{R_{g1}} = \frac{10 \text{ V}}{10^3 \Omega} = 10 \text{ mA}.$$

4.2.b) ábra



Az így kapott hálózat a 4.2.c) ábrán látható.

4.2.c) ábra

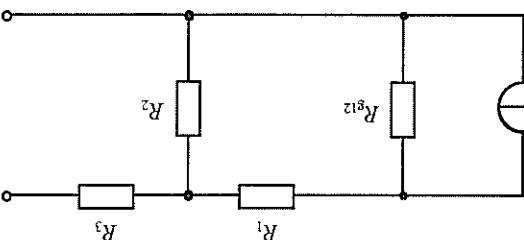


Most vonjuk össze a két áramgenerátort, és a párhuzamos belső ellenállásokat! Az így létrejövő hálózat a 4.2.d) ábrán látható.

$$I_{g12} = I_{g1} + I_{g2} = 10 \text{ mA} + 10 \text{ mA} = 20 \text{ mA},$$

$$R_{g12} = R_{g1} \times R_{g2} = \frac{R_{g1} \cdot R_{g2}}{R_{g1} + R_{g2}} = \frac{1000 \cdot 250}{1000 + 250} = 200 \Omega.$$

4.2.d) ábra

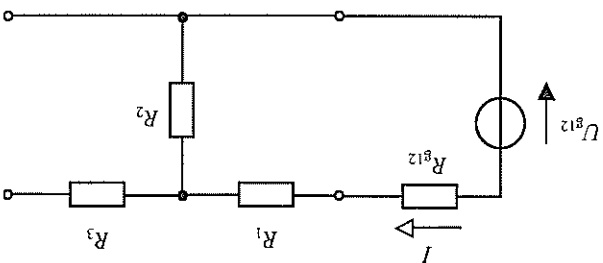


Ezek után határozzuk meg az R_{g12} belső ellenállást, I_{g12} forrásáramú áramgenerátor Thevenin-helyettesítőképét (4.2.e ábra)!

$$U_{g12} = I_{g12} \cdot R_{g12} =$$

$$= 20 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 200 \Omega = 4 \text{ V}.$$

4.2.e) ábra

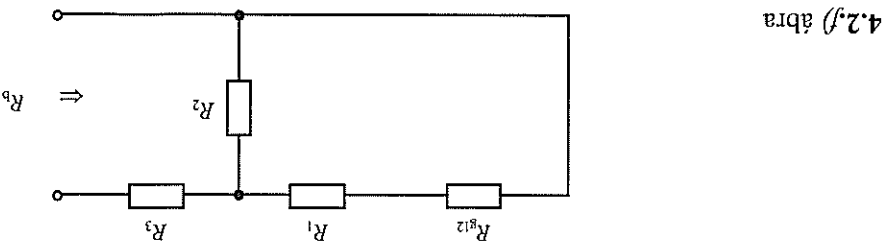


Határozzuk meg az így kapott kétbólus Thevenin-helyettesítőképét! Számítsuk ki először a hálózat üresjárási feszültségét a feszültségosztás törvényének felhasználásával! Úgyeljünk arra, hogy üresjárásban az R_3 ellenálláson nem folyik áram, tehát nincs rajta feszültségesés!

$$U_u = U_{g12} \cdot \frac{R_{g12}}{R_{g12} + R_1 + R_2} = 4 \text{ V} \cdot \frac{200 \Omega + 1000 \Omega + 2000 \Omega}{2000 \Omega} = 2,5 \text{ V}.$$

Az eredő belső ellenállás meghatározásához az U_{g1} ideális feszültséggenerátort rövid-zárral helyettesítjük (4.2.f ábra):

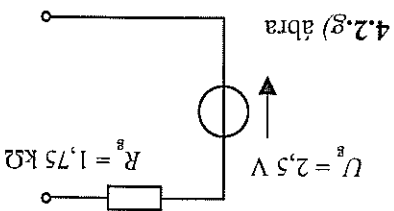
$$R_b = R_g = (R_{g12} + R_1) \times R_2 + R_3 = (200 + 1000) \times 2000 + 1000 = 1,75 \text{ k}\Omega.$$



4.2.f) ábra

A kétbólusú hálózat Thevenin-helyettesítőképe a 4.2.g) ábrán látható. Ennek alapján határozzuk meg a Norton-helyettesítőképét (4.2.h ábra):

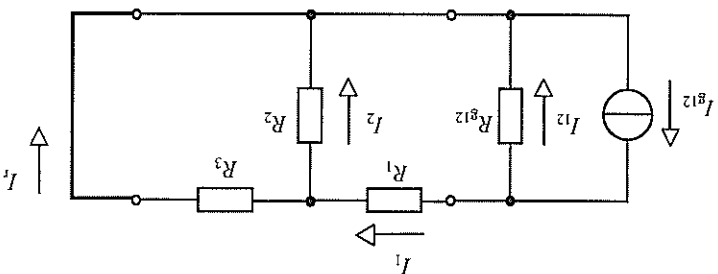
$$I_g = \frac{U_g}{R_g} = \frac{2,5 \text{ V}}{1750 \Omega} = 1,429 \text{ mA}.$$



Ellenőrzés

Ellenőrizzük, hogy a helyettesítőképék valóban nem különbözethetők meg az eredeti képtől a kapcsolatok mért feszültsége és áramértékeikkel! Az összehasonlítást a feszültség és áramgenerátorok összevonása után, a 4.2.c) ábra alapján végezzük el!

Hasonlítsuk össze először a rövidzárási áramokat! Kétszeres áramosztással számítsuk ki az R_3 ellenálláson folyó I_r rövidzárási áramot (4.2.i) ábra)!



$$I_1 = I_{g12} \cdot \frac{R_{g12}}{R_{g12} + R_1 + R_2 \times R_3} = 0,02 \cdot \frac{200 + 1000 + 2000 \times 1000}{200} = 2,14 \text{ mA},$$

$$I_r = I_1 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 2,14 \cdot \frac{2000 + 1000}{2000} = 1,43 \text{ mA}.$$

A Thevenin-helyettesítőképéből: $I_r = \frac{U_g}{R_g} = \frac{2,5}{1750} = 1,43 \text{ mA}.$

A Norton-helyettesítőképéből: $I_r = I_g = 1,43 \text{ mA}.$

A rövidzárási áramok megegyeznek.

A 4.2.c) ábra alapján számítsuk ki az üresjárási feszültséget! Mivel az R_3 ellenálláson üresjáráásban nem folyik áram, ezért az R_2 ellenálláson átfolyó áram az áramosztás

képletével:

$$I_2 = I_{g12} \cdot \frac{R_{g12}}{R_{g12} + R_1 + R_2} = 0,02 \cdot \frac{200 + 1000 + 2000}{200} = 1,25 \text{ mA}.$$

Az R_2 ellenálláson eső feszültség az üresjárási feszültség:

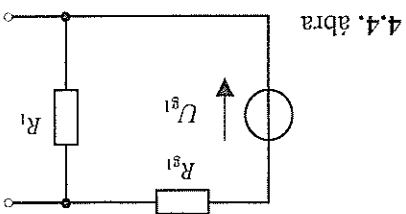
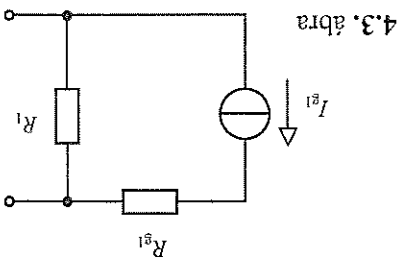
$$U_u = I_2 \cdot R_2 = 0,00125 \cdot 2000 = 2,5 \text{ V}.$$

A Thevenin-helyettesítőképéből: $U_u = U_g = 2,5 \text{ V}.$

A Norton-helyettesítőképéből: $U_n = I_g \cdot R_g = 1,429 \cdot 10^{-3} \cdot 1750 = 2,5 \text{ V}$.
A kétpólusok belső ellenállása is megegyezik, $R_b = 1,75 \text{ k}\Omega$.

Feladatok

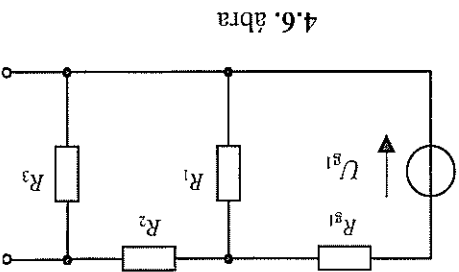
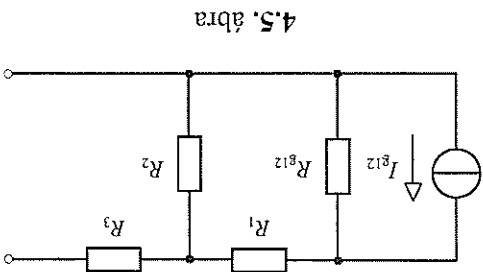
4.2.1. Határozzuk meg a 4.3. ábrán látható kétpólus Thevenin-helyettesítőképét!
Adatok: $I_{g1} = 3 \text{ mA}$; $R_{g1} = 10 \text{ k}\Omega$; $R_1 = 5,2 \text{ k}\Omega$.



4.2.2. Határozzuk meg a 4.4. ábrán látható kétpólus Norton-helyettesítőképét!
Adatok: $U_{g1} = 36 \text{ V}$; $R_{g1} = 12 \Omega$; $R_1 = 470 \Omega$.

4.2.3. Egy generátor rövidzárási árama 540 mA . 100Ω -os terhelésnél 90 mA terhelő-áram folyik a terhelésen. Határozzuk meg a Thevenin- és a Norton-helyettesítőkép elemeit!

4.2.4. Határozzuk meg a 4.5. ábrán látható kétpólus Thevenin- és Norton-helyettesítőképének elemeit, ha $I_{g12} = 20 \text{ mA}$; $R_{g12} = 1,5 \text{ k}\Omega$; $R_1 = 2,2 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 3,3 \text{ k}\Omega$; $R_3 = 4,7 \text{ k}\Omega$!



4.2.5. Határozzuk meg a 4.6. ábrán látható kétpólus Thevenin- és Norton-helyettesítőképének elemeit, ha $U_{g1} = 50 \text{ V}$; $R_{g1} = 1,5 \text{ k}\Omega$; $R_1 = 1,2 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$; $R_3 = 5,1 \text{ k}\Omega$!

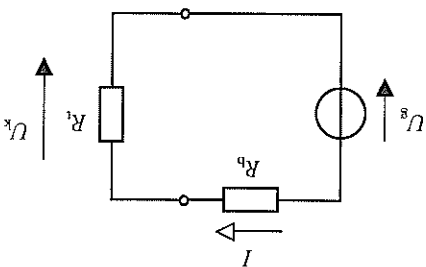
4.3. Generátorok teljesítménye és hatásfoka

1. példa

Határozzuk meg a generátor teljesítményét és hatásfokát, ha a generátor üresjárási feszültsége 1 kV, belső ellenállása 3 Ω , veszteségi teljesítménye 6 kW. Mekkora a hatásfok teljes terhelésnél (4.7. ábra)?

Adatok: $U_n = 1 \text{ kV}$; $R_b = 3 \Omega$;
 $P_v = 6 \text{ kW}$.

4.7. ábra



Megoldás

A generátor veszteségi teljesítménye a belső ellenálláson disszipált teljesítmény:

$$P_v = I^2 \cdot R_b$$

$$I = \sqrt{\frac{P_v}{R_b}} = \sqrt{\frac{6000}{3}} = 44,72 \text{ A.}$$

A generátor kapocsfeszültsége: $U_k = U_n - U_b = U_n - I \cdot R_b = 1000 - 44,72 \cdot 3 = 865,84 \text{ V}$.
 A terhelő-ellenálláson mérhető teljesítmény: $P_l = U_k \cdot I = 865,84 \text{ V} \cdot 44,72 = 38,72 \text{ kW}$.

Az energiaátadás hatásfoka:

$$\eta = \frac{P_l}{P_g} = \frac{I \cdot U_k}{I \cdot U_g} = \frac{U_k}{U_g} = \frac{865,84}{1000} = 0,866 = 86,6\%.$$

Feladatok

4.3.1. Egy generátor üresjárási feszültsége 42 V. Belső ellenállása 3,1 Ω . A terhelés ellenállása 75 Ω . Mekkora teljesítményt vesz fel a belső ellenállás, és mekkora a hatásfok?

4.3.2. Egy generátor üresjárási feszültsége 24,5 V. Belső ellenállása 2,2 Ω . Mekkora a leadott teljesítmény és mekkora a hatásfok, ha a veszteségi teljesítmény 9 W?

4.3.3. Egy generátor üresjárási feszültsége 32 V. Belső ellenállása 20 Ω . A hatásfok 94%. Mekkora a fogyasztó ellenállása, és mekkora a felvett teljesítmény?

- 4.3.4.** Egy generátort 1,5 A árammal terhelünk. A kapcsoláshoz szükséges 324 V, a hatások 81%. Mekkora a kapcsoláshoz szükséges és mekkora a veszteség 1,2 A terhelésnél?
- 4.3.5.** Egy generátor terhelhetősége 300 A. Megengedett-e a teljesítményillesztés, ha a generátor üresjárási feszültsége 450 V, belső ellenállása 0,55 Ω?
- 4.3.6.** Mekkora a generátor belső ellenállása, ha az illesztett teljesítmény 40 W, a generátor üresjárási feszültsége 36 V?

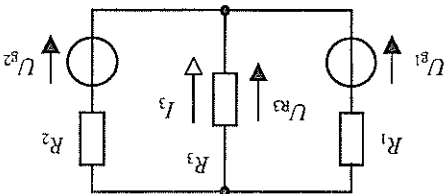
4.4. A szuperpozíció tétele

1. példa. A szuperpozíció tételének alkalmazása feszültséggenerátorokra

Határozzuk meg a **4.8.** ábra áramkörében az $R_3 = 870 \Omega$ -os ellenálláson eső feszültséget a szuperpozíció tételének alkalmazásával!

Adatok: $R_1 = 40 \Omega$; $R_2 = 80 \Omega$;
 $R_3 = 870 \Omega$; $U_{g1} = 24 \text{ V}$;
 $U_{g2} = 24,5 \text{ V}$.

4.8. ábra



1. megoldás

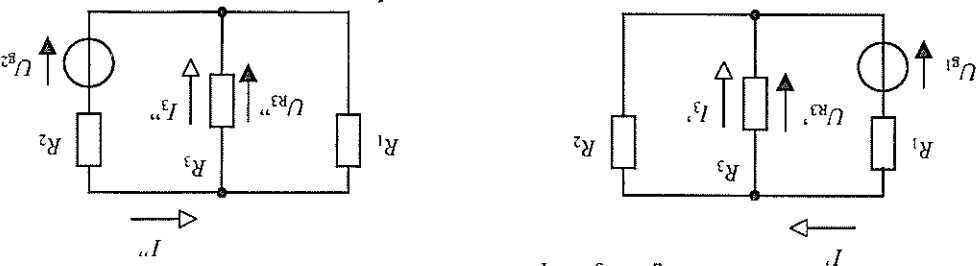
Számítsuk ki először a bal oldali generátor hatására keletkező U_{R3} feszültségössze-
 tevőt! Az U_{g2} generátort rövidzárral helyettesítjük. Alkalmazzuk a feszültségössze-
 törvényt (**4.9.a** ábra)!

$$U_{R3} = U_{g1} \cdot \frac{R_3 \times R_2}{R_1 + R_3 \times R_2} = 24 \cdot \frac{40 \times 80}{870 \times 80} = 15,524 \text{ V.}$$

Számítsuk ki a jobb oldali generátor hatására keletkező U_{R3} feszültségössze-
 tevőt! Most az U_{g1} generátort helyettesítjük rövidzárral (**4.9.b** ábra):

$$U_{R3} = U_{g2} \cdot \frac{R_3 \times R_1}{R_2 + R_3 \times R_1} = 24,5 \cdot \frac{80 \times 40}{870 \times 40} = 7,924 \text{ V.}$$

4.9. ábra



2. megoldás

Az R_3 ellenálláson eső feszültség a két feszültségösszege:

$$U_{R3} = U_{R1}' + U_{R3}'' = 15,524 + 7,924 = 23,45 \text{ V.}$$

Számítsuk ki az egyes generátorok hatására az R_3 ellenálláson átfolyó áramösszeget, majd az áram ismeretében számítsuk ki a feszültséget!

A 4.9.a) és b) ábra jelöléseivel:

$$I' = \frac{U_{g1}}{R_1 + R_3 \times R_2} = \frac{40 + 870 \times 80}{24} = 0,212 \text{ A.}$$

Alkalmazzuk az áramosztás törvényét: $I_3' = I' \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 0,212 \cdot \frac{80}{80 + 870} = 17,84 \text{ mA;}$

$$I'' = \frac{U_{g2}}{R_2 + R_3 \times R_1} = \frac{80 + 870 \times 40}{245} = 0,207 \text{ A; } I_3'' = I'' \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 0,207 \cdot \frac{40}{40 + 870} = 9,1 \text{ mA;}$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 17,84 \text{ mA} + 9,1 \text{ mA} = 26,94 \text{ mA;}$$

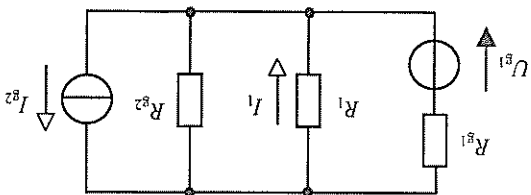
$$U_{R3} = I_3 \cdot R_3 = 0,02694 \cdot 870 = 23,44 \text{ V.}$$

Az R_3 ellenálláson eső feszültség mindkét számításban 23,4 V-ra adódott.

2. példa. A szuperpozíció tételének alkalmazása feszültség- és áramgenerátorra

Határozzuk meg a 4.10. ábrán látható áramkör I_1 áramát a szuperpozíció tételének alkalmazásával! Számítsuk ki az R_1 ellenálláson eső feszültséget!

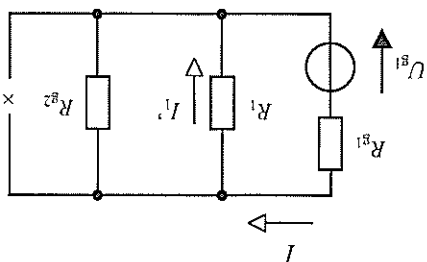
4.10. ábra



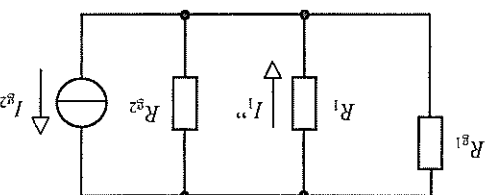
Adatok: $U_{g1} = 63 \text{ V; } R_{g1} = 11 \Omega;$
 $I_{g2} = 0,11 \text{ A; } R_{g2} = 20 \Omega;$
 $R_1 = 110 \Omega.$

A feladatot két lépésben oldjuk meg. Először kiszámítjuk az U_{g1} generátorfeszültség hatására az R_1 ellenálláson folyó I_1' áramot, miközben az I_{g2} áramgenerátort szakadás-sal helyettesítjük. Ezt láthatjuk a 4.11.a) ábrán. Ezután második lépésben az I_1'' áramot határozzuk meg, amely az I_{g2} áramgenerátor hatására lép fel az R_1 ellenálláson, miközben az U_{g1} feszültséggenerátort rövidzárral helyettesítjük. Ezt figyelhetjük meg a 4.11.b) ábrán. A két áram szuperpozíciójával kapjuk az eredő $I_1 = I_1' + I_1''$.

4.11.a) ábra



4.11.b) ábra



A 4.11.a) ábra jelölését figyelembe véve, Ohm törvényével számítsuk ki a bal oldali generátor I áramát, majd alkalmazzuk az áramosztás törvényét:

$$I = \frac{U_{g1}}{R_{g1} + R_l + R_{g2}} = \frac{11 + 110 \times 20}{63} = 2,256 \text{ A,}$$

$$I_l' = I \cdot \frac{R_{g2}}{R_l + R_{g2}} = 2,256 \cdot \frac{110 + 20}{20} = 347,1 \text{ mA.}$$

A 4.11.b) ábra két generátor-ellenállását összevonva

$$R_g = R_{g1} \times R_{g2} = \frac{11 \cdot 20}{11 + 20} = 7,097 \Omega \approx 7,1 \Omega,$$

majd az áramosztás képletét alkalmazzuk:

$$I_l'' = I_g \cdot \frac{R_g}{R_g + R_l} = 0,11 \text{ A} \cdot \frac{7,1 \Omega}{7,1 \Omega + 110 \Omega} = 6,67 \text{ mA.}$$

A két áram összege: $I_l = I_l' + I_l'' = 347,1 \text{ mA} + 6,67 \text{ mA} = 353,8 \text{ mA,}$

$$U_{R_l} = I_l \cdot R_l = 0,3538 \cdot 110 = 38,9 \text{ V.}$$

Az R_l ellenálláson folyó I_l áram $353,8 \text{ mA}$, a rajta eső feszültség $38,9 \text{ V}$.

Feladatok

4.4.1. Mekkora feszültség mérhető a 4.8. ábrán látható áramkör $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$ -os ellen-

állásban, ha $U_{g1} = 12 \text{ V}$, $U_{g2} = 11,5 \text{ V}$, $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$?

4.4.2. Határozzuk meg a 4.10. ábra áramkörének R_l ellenállásban átfolyó áram nagyságát a szuperpozíció tételével, ha $U_{g1} = 15 \text{ V}$; $R_{g1} = 16 \Omega$; $R_{g2} = 25 \Omega$; $I_{g2} = 0,2 \text{ A}$; és $R_l = 220 \Omega$!

4.4.3. Határozzuk meg a 4.12. ábra áramkörének R_l ellenállásban fellépő U_{R_l} feszültségét a szuperpozíció tételének alkalmazásával! $U_{g1} = 15 \text{ V}$; $R_{g1} = 18 \Omega$; $R_{g2} = 28 \Omega$; $I_{g2} = 0,1 \text{ A}$; és $R_l = 470 \Omega$.

4.4.4.

Számítsuk ki a 4.13. ábra R_2 ellenállásán eső feszültséget a szuperpozíció tételének alkalmazásával! $U_{g1} = 24 \text{ V}$; $U_{g2} = 24 \text{ V}$; $R_1 = 100 \Omega$; $R_2 = 200 \Omega$.

4.4.5.

Határozzuk meg a szuperpozíció tételének alkalmazásával a 4.13. ábra áramkörében az I_2 áramot, majd az U_{R2} feszültséget! $U_{g1} = 24 \text{ V}$; $U_{g2} = 24 \text{ V}$; $R_1 = 100 \Omega$; $R_2 = 200 \Omega$; $R_3 = 85 \Omega$; $R_4 = 100 \Omega$; $R_5 = 200 \Omega$. Hasonlítsuk össze az előző feladat U_{R1} feszültségével!

A feladatok megoldásának menete és a végeredmény

$$4.1.1. R_p = 2,25 \Omega, \text{ mivel } R_p = \frac{U_g - U_k}{I} = \frac{12 - 10,2}{0,8} = 2,25 \Omega.$$

$$4.1.2. U_k = 44 \text{ V, mivel } I = \frac{U_g}{R_p + R_1} = \frac{17,5 + 220}{48} = 0,2 \text{ A}; U_k = I \cdot R_1 = 0,2 \cdot 220 = 44 \text{ V}.$$

$$4.1.3. U_u = 12,5 \text{ V, mivel } I_r = \frac{U_g}{R_p}; I = \frac{R_p}{R_p + R_1} = \frac{U_g}{R_p + R_1}; R_p = \frac{I_r \cdot R_p}{I - I_r} = \frac{1 \cdot R_1}{1 - I} = \frac{5 - 1}{5 - 1} = 2,5 \Omega; U_u = I_r \cdot R_p = 5 \cdot 2,5 = 12,5 \text{ V}.$$

$$4.1.4. R_p = 15 \Omega, \text{ mivel } R_p = \frac{U_g}{I} - R_1 = \frac{60}{0,8} - R_1 = 15 \Omega.$$

$$4.1.5. R_1 = 9,15 \Omega, \text{ mivel } R_p = \frac{U_g}{I_r}; R_1 = \frac{I}{U_g} - R_p = \frac{I}{U_g} - \frac{I_r}{U_g} = \frac{2}{24,4} - \frac{8}{24,4} = 9,15 \Omega.$$

$$4.1.6. R_p = 0,045 \Omega, \text{ mivel } I = \frac{\Delta U}{R_p} = \frac{R_1}{U_k}; R_1 = \frac{P_1}{U_k^2} \cdot \Delta U; R_p = \frac{P_1}{\Delta U \cdot U_k} = \frac{0,3 \cdot 12}{80} = 0,045 \Omega.$$

$$4.1.7. U_u = 36 \text{ V}; R_p = 0,16 \Omega, \text{ mivel } U_u = U_{u1} + U_{u2} + U_{u3} = 12 + 6 + 18 = 36 \text{ V és}$$

$$R_p = R_{p1} + R_{p2} + R_{p3} = 0,05 + 0,03 + 0,08 = 0,16 \Omega.$$

$$4.1.8. R_p = 0,016 \Omega, \text{ mivel } R_p = \frac{3}{0,05} = 0,016 \Omega.$$

$$4.1.9. I_k = 5,26 \text{ A, mivel } I_k = \frac{U_{g2} - U_{g1}}{R_{p1} + R_{p2}} = \frac{12 - 11,5}{0,045 + 0,05} = 5,26 \text{ A}.$$

$$4.2.1. U^g = 15,6 \text{ V}; R^b = 5,2 \text{ k}\Omega, \text{ mivel } U^g = U^u = I^{g1} \cdot R^1 = 0,003 \cdot 5,2 \cdot 10^3 = 15,6 \text{ V és } R^b = R^g = R^1 = 5,2 \text{ k}\Omega.$$

$$4.2.2. U^u = 35,1 \text{ V}; R^b = 11,7 \Omega, \text{ mivel } U^u = U^g = U^1 \cdot \frac{R^1}{R^1 + R^2} = 36 \cdot \frac{470}{470 + 12} = 35,1 \text{ V és } R^b = R^g1 \times R^1 = 12 \times 470 = 11,7 \Omega.$$

$$4.2.3. R^g = 20 \Omega; U^g = 10,8 \text{ V}; I^g = 0,54 \text{ A, mivel } U^g = R^g \cdot I^g = I^g \cdot (R^g + R^1); R^g = \frac{I^g - I^1}{I^1} = \frac{0,09 - 100}{20} = 0,54 - 0,09 = 20 \Omega \text{ és } U^g = R^g \cdot I^g = 20 \cdot 0,54 = 10,8 \text{ V}; I^g = I^1 = \frac{R^g}{R^g + R^1} = \frac{20}{10,8} = 1,86 \text{ A.}$$

$$4.2.4. U^u = 14,14 \text{ V}; R^b = 6,44 \text{ k}\Omega; I^g = 2,19 \text{ mA, mivel } U^u = I^g \cdot R^2 = I^g12 \cdot \frac{R^g12}{R^g12 + R^1 + R^2} \cdot R^2 = 0,02 \cdot \frac{1500 + 2200 + 3300}{1500} \cdot 3300 = 14,14 \text{ V}; R^b = (R^g12 + R^1) \times R^2 + R^3 =$$

$$= (1,5 + 2,2) \times 3,3 + 4,7 = 6,44 \text{ k}\Omega; I^g = \frac{R^b}{U^g} = \frac{6,44 \cdot 10^3}{14,14} = 2,19 \text{ mA.}$$

$$4.2.5. U^u = 14,6 \text{ V}; R^b = 1,75 \text{ k}\Omega; I^g = 8,3 \text{ mA, mivel } U^u = 14,6 \text{ V}; R^b = 1,75 \text{ k}\Omega; I^g = 8,3 \text{ mA,}$$

$$U^u = U^g = U^g1 \cdot \frac{R^g1 + R^1 \times (R^2 + R^3)}{R^1 \times (R^2 + R^3)} = 50 \cdot \frac{1,5 + 1,2 \times (2 + 5,1)}{1,2 \times (2 + 5,1)} = 14,6 \text{ V};$$

$$R^b = [(R^g1 \times R^1) + R^2] \times R^3 = [(1,5 \times 1,2) + 2] \times 5,1 = 1,75 \text{ k}\Omega; I^g = \frac{R^b}{U^u} = \frac{14,6}{1,750} = 8,3 \text{ mA.}$$

$$4.3.1. P^v = 0,9 \text{ W}; \eta = 96\%, \text{ mivel } I = \frac{U^u}{42} = \frac{R^b + R^1}{3,1 + 75} = 0,537 \text{ A}; P^v = I^2 \cdot R^b = 0,537^2 \cdot 3,1 = 0,9 \text{ W}; \eta = \frac{R^b}{R^1 + R^b} = \frac{3,1}{75} = 0,96 = 96\%.$$

$$4.3.2. P^1 = 40,2 \text{ W}; \eta = 82\%, \text{ mivel } I = \sqrt{\frac{P^v}{9}} = \sqrt{\frac{2,2}{9}} = 2 \text{ A}; U^k = U^u - I \cdot R^b = 24,5 - 2 \cdot 2,2 = 20,1 \text{ V}; P^1 = U^k \cdot I = 20,1 \cdot 2 = 40,2 \text{ W}; \eta = \frac{U^k}{U^g} = \frac{20,1}{24,5} = 0,82 = 82\%.$$

$$4.3.3. R^1 = 313,3 \Omega; P^1 = 2,89 \text{ W, mivel } \eta = \frac{R^b + R^1}{R^1}; R^1 = R^b \cdot \frac{1 - \eta}{\eta} = 20 \cdot \frac{1 - 0,94}{0,94} = 313,3 \Omega; P^1 = \left(\frac{U^u}{R^b + R^1} \right)^2 \cdot R^1 = \left(\frac{32}{20 + 313,3} \right)^2 \cdot 313,3 = 2,89 \text{ W.}$$

$$4.3.4. U^{k2} = 339,28 \text{ V}; P^{v2} = 72,86 \text{ W, mivel } \eta = \frac{U^g}{U^k - U^k} = \frac{I^1}{1,5} = 50,6 \Omega; U^{k2} = U^g - I^2 \cdot R^b = 400 - 1,2 \cdot 50,6 = 339,28 \text{ V};$$

$$R^b = \frac{I^1}{U^g - U^k} = \frac{1,5}{400 - 324} = 50,6 \Omega; U^{k2} = U^g - I^2 \cdot R^b = 400 - 1,2 \cdot 50,6 = 339,28 \text{ V};$$

$$P^{v2} = I^2 \cdot R^b = 1,2^2 \cdot 50,6 = 72,86 \text{ W.}$$

4.3.5. $409\text{ A} > 300\text{ A}$, ezért az illesztett terhelés nem megengedett. Mivel $R_1 = R_2 = 0,55\ \Omega$,
 $I = \frac{U_0}{R_0 + R_1} = \frac{450}{0,55 + 0,55} = 409\text{ A}$, ami nagyobb a 300 A megengedett terhelésnél.
 $\frac{U_2^2}{R_2} = \frac{4 R_0^2}{P_{\text{illesztett}}}$; $R_0 = \frac{4 R_1}{P_{\text{illesztett}}} = \frac{4 \cdot 40}{362} = 4,40 = 8,1\text{ W}$.

$$4.4.1. U_{R_3} = 11,76\text{ V, mivel } U_{R_3} = U_{R_1} \cdot \frac{R_1 + R_3 \times R_2}{R_3 \times R_2} = 12 \cdot \frac{10 + 1000 \times 20}{1000 \times 20} = 7,95\text{ V;}$$

$$U_{R_3}'' = U_{R_2} \cdot \frac{R_2 + R_3 \times R_1}{R_3 \times R_1} = 11,5 \cdot \frac{20 + 1000 \times 10}{1000 \times 10} = 3,81\text{ V; } U_{R_3} = U_{R_3}' + U_{R_3}'' =$$

$$= 7,95\text{ V} + 3,81\text{ V} = 11,76\text{ V.}$$

$$4.4.2. I_1' = 48,3\text{ mA, mivel } I_1' = \frac{R_{g1} + R_1 \times R_{g2}}{U_{g1}} \cdot \frac{R_1 + R_{g2}}{R_{g2}} = \frac{16 + 220 \times 25}{15} \cdot \frac{220 + 25}{25} =$$

$$= 39,8\text{ mA; } R_{g2} = R_{g1} \times R_{g2} = \frac{16 + 25}{16 \cdot 25} = 9,76\ \Omega; I_1'' = I_{g2} \cdot \frac{R_1 + R_{g2}}{R_{g2}} = 0,2 \cdot \frac{220 + 9,76}{9,76} =$$

$$= 8,5\text{ mA; } I_1 = I_1' + I_1'' = 39,8 + 8,5 = 48,3\text{ mA.}$$

$$4.4.3. U_{R_1} = 16,17\text{ V, mivel } I_1' = \frac{R_{g1} + R_1}{U_{g1}} = \frac{18 + 470}{15} = 30,7\text{ mA; } I_1'' = I_{g2} \cdot \frac{R_{g1} + R_1}{R_{g1}} =$$

$$= 0,1 \cdot \frac{18 + 470}{18} = 3,69\text{ mA; } I_1 = I_1' + I_1'' = 30,7 + 3,69 = 34,4\text{ mA; } U_{R_1} = I_1 \cdot R_1 =$$

$$= 0,0344 \cdot 470 = 16,17\text{ V.}$$

$$4.4.4. U_{R_1} = 16,12\text{ V, mivel } U_{R_1}' = U_{R_1}'' \cdot \frac{R_{g1} + R_1 \times R_{g2}}{R_1 \times R_2 \times R_{g2}} = 24 \cdot \frac{55 + 100 \times 200 \times 85}{100 \times 200 \times 85} =$$

$$= 9,71\text{ V; } U_{R_1}'' = U_{R_1}' \cdot \frac{R_{g2} + R_2 \times R_{g1} \times R_1}{R_2 \times R_{g1} \times R_1} = 24,5 \cdot \frac{85 + 200 \times 55 \times 100}{200 \times 55 \times 100} = 6,41\text{ V;}$$

$$U_{R_1} = U_{R_1}' + U_{R_1}'' = 9,71 + 6,41 = 16,12\text{ V.}$$

$$4.4.5. I_2 = 80,5\text{ mA; } U_{R_2} = 16,1\text{ V, mivel } I_2' = \frac{R_{g1} + R_1 \times R_{g2}}{U_{g1}} \cdot \frac{R_2 + R_1 \times R_{g2}}{R_2 \times R_{g2}} =$$

$$= \frac{55 + 100 \times 200 \times 85}{24} \cdot \frac{200 + 100 \times 55}{100 \times 55} = 0,26 \cdot 0,18 = 48,57\text{ mA;}$$

$$I_2'' = \frac{R_{g2} + R_1 \times R_2 \times R_{g1}}{U_{g2}} \cdot \frac{R_2 + R_1 \times R_{g1}}{R_1 \times R_{g1}} = \frac{85 + 100 \times 200 \times 55}{24,5} \cdot \frac{200 + 100 \times 55}{100 \times 55} =$$

$$= 0,212 \cdot 0,15 = 31,92\text{ mA; } I_2 = I_2' + I_2'' = 48,57 + 31,92 = 80,5\text{ mA; } U_{R_2} = I_2 \cdot R_2 =$$

$$= 0,0805 \cdot 200 = 16,1\text{ V.}$$

5. A VILLAMOS TÉR

5.1. Coulomb törvénye, villamos térerősség, feszültség, potenciál és villamos eltolás

1. példa

Mekkora erő lép fel a hidrogénatom atommagja és elektronja között, ha az elektron-pálya sugara $0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$?

Megoldás

Coulomb törvénye szerint:

$$F = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = \frac{4\pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}}}{1} \cdot \frac{\left(0,529 \cdot 10^{-10}\right)^2 \text{ m}^2}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 8,2 \cdot 10^{-8} \text{ N.}$$

2. példa

Egy villamos töltéstől 60 cm távolságra a villamos térerősség $2,5 \text{ kV/m}$.

a) Mekkora a töltés?

b) Mekkora a térerősség a töltéstől mért 1 m távolságban?

c) Mekkora lesz a térerősség a töltéstől 60 cm távolságban, ha a teret desztillált vízzel töltjük ki? A desztillált víz relatív permittivitása $\epsilon_r = 81$.

(Néhány anyag relatív permittivitása a Tankönyvmester Kiadó *Elektrotechnika* c. tankönyvének 5.1. táblázatában található.)

Megoldás

a) A villamos térerősség nagysága egy pontszerű töltés körül a töltéstől mért r távolság függvényében:

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

Ebből a Q töltést kifejezve:

$$Q = E \cdot 4\pi \epsilon_0 \cdot r^2 = 2500 \frac{\text{m}}{\text{V}} \cdot 4\pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}} \cdot (0,6)^2 \text{ m}^2 = 10^{-7} \text{ C.}$$

b) A töltéstől 1 m távolságban:

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} = \frac{4\pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12}}{1} \cdot \frac{10^{-7}}{1^2} = 898,2 \frac{\text{m}}{\text{V}}.$$

c) A desztillált vízzel kitöltött térben:

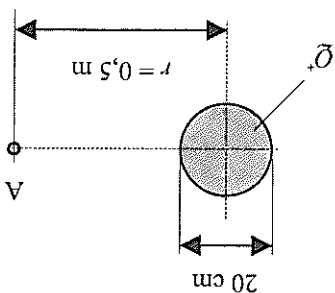
$$E' = \frac{1}{\epsilon_r} E = \frac{1}{81} \cdot 898,2 = 11,08 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

A töltés nagysága 10^{-7} C , a töltéstől 1 m távolságban a térerősség $898,2 \text{ V/m}$, a desztillált vízzel kitöltött térben $11,08 \text{ V/m}$.

3. példa

Egy 20 cm átmérőjű fémgömb középpontjától 50 cm -re lévő A pont és a gömbfelület között 450 kV feszültség mérhető (5.1. ábra). Mekkora a villamos eltolás a fémgömb felületén?

Adatok: $d = 0,02 \text{ m}$; $r = 0,5 \text{ m}$; $U = 450 \text{ kV}$.



5.1. ábra

Megoldás

A feszültség képletéből a töltést kifejezve: $U = \frac{1}{Q} \cdot \frac{4\pi \cdot \epsilon_0}{r}$,

$$Q = 4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot r \cdot U = 4\pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}} \cdot 0,5 \text{ m} \cdot 450 \cdot 10^3 \text{ V} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ A} \cdot \text{s}.$$

A képletben r helyébe a gömb középpontjától mért távolságot helyettesítettük. Ugyanekintjük, mint ha a Q töltés a gömb középpontjában lenne. Ezt azért tehetjük meg, mert a gömb $d/2$ sugarától távolabb a villamos térerősség nagysága nem változik meg, ha a gömb felületén egyenletesen elosztott Q töltésmennyiséget a gömb középpontjába koncentrálnak.

A felületi töltéssűrűség, azaz a villamos eltolás számolható:

$$D = \frac{A}{Q} = \frac{d^2 \cdot \pi}{4Q} = \frac{(0,2 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ A} \cdot \text{s}} = 7,96 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}}.$$

A gömb felületén a D villamos eltolás $7,96 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}}$.

Feladatok

5.1.1. Mekkora vonzóerő lép fel a két töltés között, ha a távolság közöttük $0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$? Az egyik töltés $Q^+ = 1,7 \cdot 10^{-16} \text{ C}$, a másik $Q^- = 0,5 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

5.1.2. Mekkora erővel hat egymásra két egyenlő, $3,9 \cdot 10^{-8}$ C töltés, ha a távolság közöttük $0,71 \cdot 10^{-3}$ m?

5.1.3. Egy negatív előjelel $2,3 \cdot 10^{-8}$ C töltéstől 25 cm-re balra egy pozitív, $1,5 \cdot 10^{-8}$ C töltés, 50 cm-re jobbra szintén egy pozitív, $1,2 \cdot 10^{-8}$ C töltés helyezkedik el. A töltések egy egyenesbe esnek. Mekkora és milyen irányú erő hat a középső töltésre?

5.1.4. Az 5.1.3. példa adataival számoljuk ki a középső töltés egyensúlyi helyzetét, amelyben a töltésre ható erők éppen kiegyenlítik egymást!

5.1.5. Határozzuk meg annak a töltésnek a nagyságát, amelyből kettőt véve közöttük 550 N erő lép fel, ha egymástól 0,8 m távolságra vannak!

5.1.6. A villamos tér egy pontjában egy $9,4 \cdot 10^{-5}$ C töltés van. A töltésre 0,42 N erő hat. Számítsuk ki az adott pontban ható villamos tér térerősségét!

5.1.7. Határozzuk meg a Föld töltését, ha a Föld sugara 6000 km, és a villamos térerősség a Föld felületén 100 V/m! A villamos térerősség a Föld középpontja felé mutat. Határozzuk meg a Föld felületének potenciálját egy végtelen távoli vonatkoztatási ponthoz képest!

5.1.8. A Föld felszínéhez képest mekkora feszültség mérhető a felszín felett 1, 10 és 100 m magasságban?

5.1.9. Mekkora a villamos töltésmennyiség az 1 cm átmérőjű fémgolyó felületén, mekkora a villamos eltolás, ha a villamos térerősség a golyó középpontjától 20 cm távolságra 200 kV/m?

5.1.10. Mekkora a villamos eltolás a porcelánnal bevont 5 mm átmérőjű fémgömb felületén, ha a földhöz képest mért villamos feszültség $6,5$ kV? A porcelán relatív permittivitása 5,5.

5.2. A homogén villamos tér és a kapacitás

1. példa

Az 5.2. ábrán egy síkkondenzátor látható, amelyre egy U_g feszültségű generátort kapcsolunk.

a) Mekkora töltésmennyiség halmozódik fel az 5.2. ábrán látható síkkondenzátor fegyverzetén, ha a rákapcsolt generátor feszültsége 400 V?

b) Hogyan változik meg a kondenzátor kapacitása, ha a fegyverzetek közé 1 mm vastagságú csillámlemez helyezünk?

c) Számítsuk ki mindkét esetben a fegyverzetek között kialakuló homogén villamos térerősség nagyságát!

Adatok: $U_g = 400 \text{ V}$; $A = 0,5 \text{ dm}^2$;

$$d = 1 \text{ mm}; \epsilon_r = 7.$$

1. megoldás

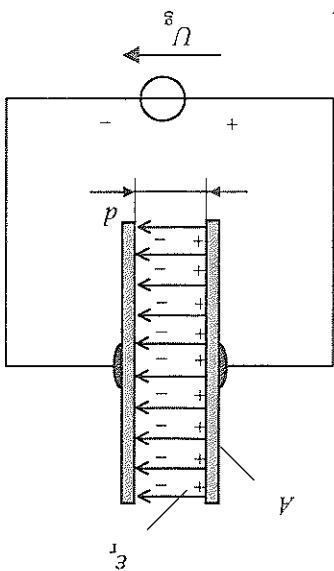
a) A villamos térerősség az adatokból számít-ható:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{400 \text{ V}}{10^{-3} \text{ m}} = 400 \frac{\text{kV}}{\text{m}}.$$

A villamos eltolás nagysága, azaz a felületi töltéssűrűség ha a fegyverzetek között levegő van:

$$D = \epsilon_0 \cdot E = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}} \cdot 4 \cdot 10^5 = 3,54 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}.$$

5.2. ábra



A fegyverzeteken összegyűlt töltésmennyiség:

$$\bar{Q} = D \cdot A = 3,54 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} \cdot 0,5 \cdot 10^{-2} = 1,77 \cdot 10^{-8} \text{ C}.$$

b) A kondenzátor kapacitása:

$$C = \frac{\bar{Q}}{U} = \frac{1,77 \cdot 10^{-7} \text{ C}}{400 \text{ V}} = 44,3 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 44,3 \text{ pF}.$$

A kapacitás a csillámlemez hatására megnövekszik:

$$C' = \epsilon \cdot C = 7 \cdot 44,3 \text{ pF} = 310 \text{ pF}.$$

c) A fegyverzetek közötti homogén villamos tér nagysága a csillámlemez hatására megváltozik.

$$Az E = \frac{D}{\epsilon_0} \text{ és } E' = \frac{D}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \text{ egyenlőségekből:}$$

$$E' = \frac{E}{\epsilon_r} = \frac{400 \cdot 10^3}{7} = 57,1 \frac{\text{kV}}{\text{m}}.$$

A kondenzátor fegyverzetein felhalmozódó töltésmennyiség egyenként $1,77 \cdot 10^{-8} \text{ C}$. A kondenzátor kapacitása $44,3 \text{ pF}$, ami a fegyverzetek közé helyezett csillámlemez hatására 310 pF -ra nő. A villamos térerősség 400 kV/m értékről $57,1 \text{ kV/m}$ -re csökken.

2. megoldás

A kondenzátor adataiból a kapacitás kiszámítható:

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d} = \frac{8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 0,5 \cdot 10^{-2}}{10^{-3}} = 4,43 \cdot 10^{-11} = 44,3 \text{ pF.}$$

a) A töltésmennyiség: $\tilde{Q} = C \cdot U = 44,3 \cdot 10^{-12} \cdot 400 = 1,77 \cdot 10^{-8} \text{ C.}$

b) A kapacitás a csillámlemez hatására megnövekszik: $C' = \epsilon \cdot C = 7,44,3 \text{ pF} = 310 \text{ pF.}$

c) A villamos térerősség az adatokból számítható:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{400 \text{ V}}{10^{-3}} = 400 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

A villamos tér nagysága a csillámlemez hatására megváltozik:

$$E' = \frac{E}{\epsilon_r} = \frac{400 \cdot 10^3}{7} = 57,1 \frac{\text{kV}}{\text{m}}.$$

Amin látható, az eredményeink megegyeznek.

2. példa

Az 5.3. ábrán látható kondenzátor fegyverzetek között egy kerámialapokat helyezünk úgy, hogy a fegyverzetek és az új anyag között az egyik oldalon d_1 , a másik oldalon d_3 legyen.

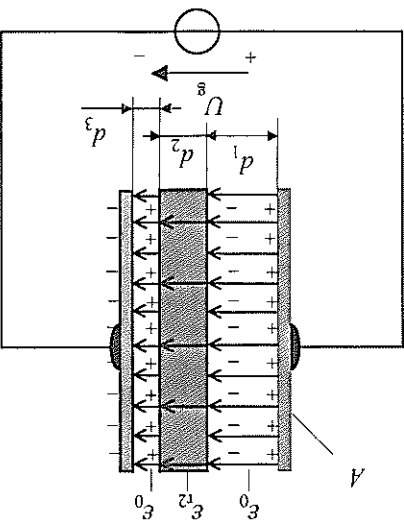
a) Mennyivel változik meg a kondenzátor töltése a kerámialapka behelyezése után?

b) Mekkora feszültség lesz a kerámialapka és a kondenzátor fegyverzetek között?

c) Mekkora lesz a térerősség a kerámialapokban és a lapka két oldalán?

Adatok: $A = 500 \text{ cm}^2$; $d_1 = 12 \text{ cm}$;
 $d_2 = 8 \text{ cm}$; $d_3 = 4 \text{ cm}$;
 $U_g = 24 \text{ V}$; $\epsilon_{r2} = 12$.

5.3. ábra



1. megoldás

a) A kerámialapka behelyezése előtt a kondenzátor kapacitása:

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d_1 + d_2 + d_3} = \frac{8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}} \cdot 500 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{(12 + 8 + 4) \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 1,85 \cdot 10^{-12} = 1,85 \text{ pF.}$$

A fegyverzeteken felhalmozódott töltésmennyiség:

$$\bar{Q} = C \cdot U = 1,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot 24 \text{ V} = 4,43 \cdot 10^{-11} \text{ C.}$$

A kerámialapka behelyezése után az egyes térfogatokban kialakult télerősségek különbözőek, a villamos eltolás azonban a két fegyverzet között változatlan:

$$D = \epsilon_0 \cdot E_1 = \epsilon_0 \cdot \frac{d_1}{U_1} = \epsilon_0 \cdot \frac{d_2}{U_2} = \epsilon_0 \cdot \frac{d_3}{U_3}.$$

Ebből a feszültségek összege felírható, a villamos eltolás kiszámítható:

$$U_{\bar{g}} = U_1 + U_2 + U_3 = D \left(\frac{d_1}{\epsilon_0} + \frac{d_2}{\epsilon_1} + \frac{d_3}{\epsilon_0} \right)$$

$$D = \frac{U_{\bar{g}}}{\frac{d_1}{\epsilon_0} + \frac{d_2}{\epsilon_1} + \frac{d_3}{\epsilon_0}} = \frac{\epsilon_0 \cdot U_{\bar{g}}}{d_1 + \frac{d_2}{\epsilon_1} + d_3} = \frac{8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 24}{0,12 + \frac{12}{0,08} + 0,04} = 1,276 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}}.$$

A megváltozott töltésmennyiség:

$$\bar{Q}' = D \cdot A = 1,276 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}} \cdot 500 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 6,38 \cdot 10^{-11} \text{ C.}$$

A töltésmennyiség változása:

$$\Delta \bar{Q} = \bar{Q}' - \bar{Q} = 6,38 \cdot 10^{-11} \text{ C} - 4,43 \cdot 10^{-11} \text{ C} = 1,95 \cdot 10^{-11} \text{ C} \approx 20 \text{ pC.}$$

b) A feszültségek:

$$U_1 = D \cdot \frac{d_1}{\epsilon_0} = 1,276 \cdot 10^{-9} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \cdot \frac{0,12 \text{ m}}{8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}}} = 17,28 \text{ V;}$$

$$U_2 = D \cdot \frac{d_2}{\epsilon_1} = 1,276 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 12}{0,08} = 0,96 \text{ V;}$$

$$U_3 = D \cdot \frac{d_3}{\epsilon_0} = 1,276 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{0,04}{8,86 \cdot 10^{-12}} = 5,76 \text{ V.}$$

Ellenőrizzzük a feszültségek összegét: $U_{\bar{g}} = U_1 + U_2 + U_3 = 17,28 + 0,96 + 5,76 = 24 \text{ V.}$

c) A térerőségek:

$$E_1 = E_3 = \frac{D}{\epsilon_0} = \frac{8,86 \cdot 10^{-12}}{1,276 \cdot 10^{-9}} = 144 \frac{\text{m}}{\text{V}},$$

$$E_2 = \frac{D}{\epsilon_2} = \frac{8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 12}{1,276 \cdot 10^{-9}} = 12 \frac{\text{m}}{\text{V}}.$$

Számítsuk ki a térerőségeket a feszültségekből is:

$$E_1 = \frac{U_1}{d_1} = \frac{17,28 \text{ V}}{0,12 \text{ m}} = 144 \frac{\text{m}}{\text{V}};$$

$$E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{0,96 \text{ V}}{0,08 \text{ m}} = 12 \frac{\text{m}}{\text{V}};$$

$$E_3 = \frac{U_3}{d_3} = \frac{5,76 \text{ V}}{0,04 \text{ m}} = 144 \frac{\text{m}}{\text{V}}.$$

A kondenzátor fegyverzetén felhalmozódó töltés a kerámialapka behelyezése után 20 pC-ban megnövekedett. A kondenzátor bal oldali fegyverzete és a kerámialapka között 17,28 V, a jobb oldali fegyverzet és a kerámialapka között 5,76 V feszültség keletkezik. A kerámialapkában 12 V/m, a lapka és a fegyverzetek között 144 V/m erősségű villamos tér keletkezik.

2. megoldás

a) A feladat első megoldásában a villamos eltolás anyagtól független állapotágát használtuk ki. Egyszerűbben is eljuthatunk a megoldáshoz, ha a kerámialapkával elosztott teret három sorbakapcsolt kondenzátornak képzeljük. A kondenzátorok kapacitása:

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d_1} = \frac{8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 500 \cdot 10^{-4}}{0,12} = 3,7 \cdot 10^{-12} = 3,7 \text{ pF};$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d_2} = \frac{8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 12 \cdot 500 \cdot 10^{-4}}{0,08} = 66,45 \cdot 10^{-12} = 66,45 \text{ pF};$$

$$C_3 = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d_3} = \frac{8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 500 \cdot 10^{-4}}{0,04} = 11,08 \cdot 10^{-12} = 11,08 \text{ pF};$$

$$C' = C_1 \times C_2 \times C_3 = 3,7 \times 66,45 \times 11,08 = 2,66 \text{ pF}.$$

A megváltozott töltésmennyiség: $\tilde{Q}' = C' \cdot U = 2,66 \cdot 10^{-12} \cdot 24 = 6,39 \cdot 10^{-11} \text{ C}.$

A kondenzátor kapacitását a kerámialapka nélkül már kiszámoltuk: $C = 1,85 \text{ pF}.$

A fegyverzeteken felhalmozódott töltésmennyiség: $\tilde{Q} = 4,43 \cdot 10^{-11} \text{ C}.$

A töltésmennyiség megváltozása: $\Delta \tilde{Q} = \tilde{Q}' - \tilde{Q} = 1,96 \cdot 10^{-11} \text{ C} \approx 20 \text{ pC}.$

b) A feszültségek a kapacitások ismeretében:

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{Q}{C_1} = \frac{3,7 \cdot 10^{-12}}{6,39 \cdot 10^{-11}} = 17,27 \text{ V}; \\ U_2 &= \frac{Q}{C_2} = \frac{11,08 \cdot 10^{-12}}{6,39 \cdot 10^{-11}} = 0,96 \text{ V}; \\ U_3 &= \frac{Q}{C_3} = \frac{66,45 \cdot 10^{-12}}{6,39 \cdot 10^{-11}} = 5,77 \text{ V}. \end{aligned}$$

c) A térerőségek:

$$E_1 = \frac{d_1}{U_1} = \frac{0,12}{17,28} = 144 \frac{\text{m}}{\text{V}}; E_2 = \frac{d_2}{U_2} = \frac{0,08}{0,96} = 12 \frac{\text{m}}{\text{V}}; E_3 = \frac{d_3}{U_3} = \frac{0,04}{5,77} = 144 \frac{\text{m}}{\text{V}}.$$

Eredményeink a kerekítésekkel adódó kisebb eltérésektől eltekintve megegyeznek az első megoldás eredményeivel.

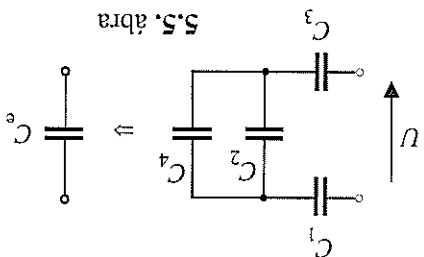
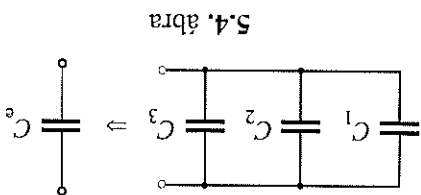
Feladatok

5.2.1. Mekkora feszültség mérhető két párhuzamos síklemmez között, ha a homogén villamos térben a térerősség 500 V/m ? A lemezek egymástól mért távolsága $1,3 \text{ mm}$.
5.2.2. Két síklemmez között 32 kV/m térerősséget akarunk létrehozni. A síklemmezek felületére $3,8 \text{ cm}^2$ távolságra $0,8 \text{ mm}$ és a lemezek közötti levegő van. Mekkora feszültséget kell a kondenzátorra kapcsolnunk? Mekkora töltés halmozódik fel a fegyverzeteken külön-külön? Mekkora a kondenzátor kapacitása?

5.2.3. Mekkora feszültség mérhető két sorba kapcsolt kondenzátoron, ha a fegyverzeteken egyenként $1,2 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ töltés halmozódik fel? A kondenzátorok kapacitása $22 \mu\text{F}$ és $47 \mu\text{F}$. Számítsuk ki az eredő kapacitás értékét a két ismert kapacitásból, valamint számítsuk ki a töltésmennyiség felhasználásával is!

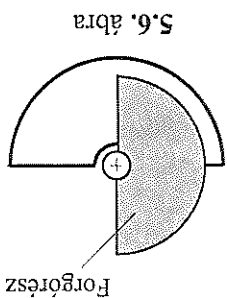
5.2.4. Fényképezőgép vakujának villanócsövét feltöltött kondenzátorral működtetjük. Mekkora kapacitású kondenzátor szükséges a $100 \text{ W} \cdot \text{s}$ energiájú, 500 V üzemi feszültségű villanócső működtetéséhez?

5.2.5. Számítsuk ki az **5.4.** ábrán látható kétpólus eredő kapacitását, ha $C_1 = 22 \text{ nF}$, $C_2 = 47 \text{ nF}$ és $C_3 = 860 \text{ pF}$! Mekkora lesz az eredő kapacitás, ha a kondenzátorokat sorba kapcsoljuk?

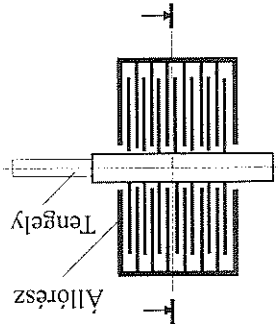


- 5.2.6.** Határozzuk meg az 5.5. ábrán látható képplóus eredő kapacitását, ha $C_1 = 470$ pF, $C_2 = 4,7$ nF, $C_3 = 330$ pF és $C_4 = 220$ pF!
- 5.2.7.** Határozzuk meg az 5.5. ábrán látható kapcsolás kondenzátorain fellépő feszültséget, ha az U feszültség 34 V, $C_1 = 470$ pF, $C_2 = 4,7$ nF, $C_3 = 330$ pF és $C_4 = 220$ pF!

- 5.2.8.** Az 5.6. ábrán látható forgókondenzátor forgórészére hét, állórészre kilenc lemezből áll. A forgórész felülete 5 cm^2 . Határozzuk meg a forgókondenzátor max. kapacitását! A forgórész és az állórész között $0,3 \text{ mm}$ -es csillamlapok vannak. A csillám relatív permittivitása 7. Ne feledkezzünk meg arról, hogy a szélső lemezekről eltekintve egy-egy forgórésznek két aktív felülete van!



5.6. ábra



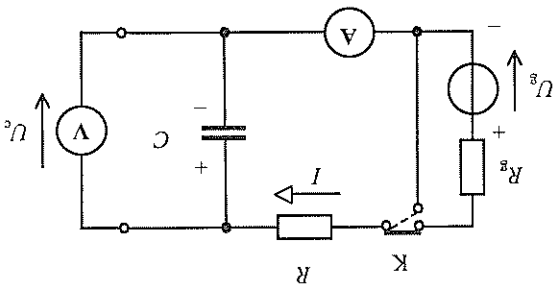
- 5.2.9.** Határozzuk meg, hogy az 5.7. ábrán látható kapcsolási rajz K kapcsolójának vastag vonallal jelölt helyzetében a bekapcsolását követő 250 μs múlva mekkora a C síkkondenzátor U_C feszültsége! Mennyi idő alatt töltődik fel a kondenzátor? Mekkora a kondenzátor egy-egy forgórészén tárolt töltésmennyiség feltöltés után? A C síkkondenzátor felülete 25 cm^2 , a forgórészeket $0,2 \text{ mm}$ vastag kondenzátortárpapír választja el egymástól, amelynek relatív permittivitása 3.

További adatok:

$$U_g = 36 \text{ V};$$

$$R_g = 2 \text{ k}\Omega;$$

$$R_g = 1,2 \text{ M}\Omega;$$



5.7. ábra

- 5.2.10.** Határozzuk meg azt, hogy az 5.2.9. feladat adataival az 5.7. ábrán látható áramkör K kapcsolójának a szaggatott vonallal jelölt helyzetbe való átkapcsolása után mennyi lesz a kisülési folyamat időállandója! Mekkora a max. kisüló áram? Mekkora lesz a kondenzátor feszültsége a kisülési idő feletlen? Mennyi idő múlva tekinthetjük a kondenzátor feszültségét nullának?

- 5.2.11.** Egy síkkondenzátor lemezei közé egy fémlemezt helyezünk. Az 5.3. ábra jelölésével a síkkondenzátor forgórészének felülete $A = 650 \text{ cm}^2$, $d_1 = 3 \text{ cm}$; $d_2 = 6 \text{ mm}$; $d_3 = 7 \text{ cm}$; $U_g = 42 \text{ V}$. Mennyivel változik meg a kondenzátor lemezeinek töltésmennyisége? Mekkora a feszültség a lemez és a kondenzátor forgórészei között? Mekkora a térfülség a betöltött lemez két oldalán?

A feladatok megoldásának menete és a végeredmény

$$5.1.1. F = 3 \cdot 10^{-19} \text{ N, mivel } F = \frac{1}{Q_1 \cdot Q_2} \cdot \frac{4\pi \cdot \epsilon_0}{r^2} =$$

$$= \frac{4\pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}}}{1,7 \cdot 10^{-16} \text{ C} \cdot 0,5 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \cdot \left(0,5 \cdot 10^{-3}\right)^2 \text{ m}^2 = 3 \cdot 10^{-19} \text{ N.}$$

$$5.1.2. F = 27,1 \text{ N, mivel } F = \frac{1}{Q_2} \cdot \frac{4\pi \cdot \epsilon_0}{r^2} = \frac{4\pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}}}{1} \cdot \left(0,71 \cdot 10^{-3}\right)^2 \text{ m}^2 = 27,1 \text{ N.}$$

$$5.1.3. F = -4 \cdot 10^{-5} \text{ N és az erő balra mutat, mivel } F^b = \frac{1}{Q_1 \cdot Q_2} \cdot \frac{4\pi \cdot \epsilon_0}{r^2} =$$

$$= \frac{4\pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}}}{1,5 \cdot 10^{-8} \text{ C} \cdot 2,3 \cdot 10^{-8} \text{ C}} \cdot \frac{0,25^2 \text{ m}^2}{5 \cdot 10^{-5} \text{ N; } F_j = \frac{1}{Q_1 \cdot Q_2} \cdot \frac{4\pi \cdot \epsilon_0}{r^2} =$$

$$= \frac{4\pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}}}{2,3 \cdot 10^{-8} \text{ C} \cdot 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ C}} \cdot \frac{0,5^2 \text{ m}^2}{10^{-5} \text{ N, így } F = F_j - F^b =$$

$$= 10^{-5} - 5 \cdot 10^{-5} = -4 \cdot 10^{-5} \text{ N. Az erő balra mutat.}$$

$$5.1.4. r_b = 39,7 \text{ cm; } r_j = 35,3 \text{ cm, mivel } F^b = F_j; \frac{1}{Q_b \cdot Q_k} \cdot \frac{4\pi \cdot \epsilon_0}{r_b^2} = \frac{1}{Q_k \cdot Q_j} \cdot \frac{4\pi \cdot \epsilon_0}{r_j^2};$$

$$\frac{r_j}{r_b} = \sqrt{\frac{Q_b}{Q_k}} = \sqrt{\frac{1,2 \cdot 10^{-8}}{1,5 \cdot 10^{-8}}} = 1,12; r_b = 1,12 \cdot r_j; r_b + r_j = 25 \text{ cm} + 50 \text{ cm} = 75 \text{ cm} =$$

$$\frac{75}{1,12 \cdot r_j + r_j} = 2,12 \cdot r_j; r_j = 35,3 \text{ cm; } r_b = 75 \text{ cm} - 35,3 \text{ cm} = 39,7 \text{ cm.}$$

$$5.1.5. \tilde{Q} = 1,98 \cdot 10^{-4} \text{ C, mivel } F = \frac{1}{\tilde{Q}^2} \cdot \frac{4\pi \cdot \epsilon_0}{r^2}; \tilde{Q} = \sqrt{F \cdot \frac{4\pi \cdot \epsilon_0}{r^2}} =$$

$$= \sqrt{550 \cdot 4\pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \cdot (0,8)^2} = 1,98 \cdot 10^{-4} \text{ C.}$$

$$5.1.6. E = 4,47 \frac{\text{m}}{\text{kV}}, \text{ mivel } E = \frac{\tilde{Q}}{F} = \frac{0,42 \text{ N}}{9,4 \cdot 10^{-5} \text{ A} \cdot \text{s}} = 4,47 \frac{\text{m}}{\text{kV}}.$$

$$5.1.7. \tilde{Q} = 4 \cdot 10^5 \text{ C; } U = 6 \cdot 10^8 \text{ V, mivel } \tilde{Q} = E \cdot 4\pi \epsilon_0 \cdot r^2 =$$

$$= 100 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 4\pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}} \cdot (6 \cdot 10^6)^2 \text{ m}^2 = 4 \cdot 10^5 \text{ C; } U = \frac{1}{\tilde{Q}} \cdot \frac{4\pi \cdot \epsilon_0}{r} =$$

$$= \frac{4\pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}}}{4 \cdot 10^5 \text{ C}} \cdot \frac{6 \cdot 10^6 \text{ m}}{6 \cdot 10^8 \text{ V}} = 6 \cdot 10^8 \text{ V.}$$

$$\text{5.1.8. } U_1 = 100 \text{ V, } U_{10} = 1000 \text{ V, } U_{100} = 10 \text{ kV, mivel } U_1 = \frac{4\pi \cdot \varepsilon_0}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) =$$

$$= \frac{4 \cdot 10^5 \text{ C}}{4\pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}}} \cdot \left(\frac{6 \cdot 10^6}{1} - \frac{6 \cdot 10^6 + 1}{1} \right) = 99,8 \text{ V} \approx 100 \text{ V;}$$

$$U_{10} = \frac{4 \cdot 10^5 \text{ C}}{4\pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}}} \cdot \left(\frac{6 \cdot 10^6}{1} - \frac{6 \cdot 10^6 + 10}{1} \right) = 998 \text{ V} \approx 1000 \text{ V;}$$

$$U_{100} = \frac{4 \cdot 10^5 \text{ C}}{4\pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}}} \cdot \left(\frac{6 \cdot 10^6}{1} - \frac{6 \cdot 10^6 + 100}{1} \right) = 9980 \text{ V} \approx 10 \text{ kV.}$$

$$\text{5.1.9. } \tilde{Q} = 8,9 \cdot 10^{-9} \text{ C; } D = 7,08 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}}, \text{ mivel } \tilde{Q} = E \cdot 4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2 =$$

$$= 200 \cdot 10^3 \cdot 4\pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 0,02^2 = 8,9 \cdot 10^{-9} \text{ C; } D = \frac{\tilde{Q}}{8,9 \cdot 10^{-9}} = \frac{4\pi r_0^2}{4\pi (0,01)^2} = 7,08 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}}.$$

$$\text{5.1.10. } D = 1,27 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}}, \text{ mivel } E = \frac{r_0}{U} = \frac{r_0}{6,5 \cdot 10^3} = \frac{0,0025}{2,6 \cdot 10^6} \frac{\text{m}}{\text{V}};$$

$$D = \varepsilon \cdot E = \varepsilon_0 \cdot E = 8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 5,5 \cdot 2,6 \cdot 10^6 = 1,27 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}}.$$

$$\text{5.2.1. } U = 0,65 \text{ V, mivel } E = \frac{d}{U}; U = d \cdot E = 1,3 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot 500 \frac{\text{m}}{\text{V}} = 0,65 \text{ V.}$$

$$\text{5.2.2. } U = 25,6 \text{ V; } \tilde{Q} = 1,08 \cdot 10^{-10} \text{ C; } C = 4,2 \text{ pF, mivel } U = E \cdot d = 32 \cdot 10^3 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3} = 25,6 \text{ V;}$$

$$\tilde{Q} = A \cdot D = A \cdot \varepsilon_0 \cdot E = 3,8 \cdot 10^{-4} \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 32 \cdot 10^3 = 1,08 \cdot 10^{-10} \text{ C; } C = \frac{U}{\tilde{Q}} =$$

$$= \frac{1,08 \cdot 10^{-10} \text{ C}}{25,6 \text{ V}} = 4,2 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 4,2 \text{ pF.}$$

$$\text{5.2.3. } U_1 = 5,4 \text{ V; } U_2 = 2,56 \text{ V; } U_{12} = 7,96 \text{ V; } C_{12} = 15 \text{ } \mu\text{F, mivel } U_1 = \frac{\tilde{Q}}{1,2 \cdot 10^{-4}} = \frac{C_2}{47 \cdot 10^{-6}} = 5,4 \text{ V; } U_2 =$$

$$= \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{22 \cdot 47}{22 + 47} = 15 \text{ } \mu\text{F; vagy } C_{12} = \frac{\tilde{Q}}{1,2 \cdot 10^{-4}} = \frac{U_{12}}{7,96} = 15 \text{ } \mu\text{F.}$$

$$\text{5.2.4. } C = 800 \text{ } \mu\text{F, mivel } W = \frac{1}{2} C U^2; C = \frac{U^2}{\frac{2W}{2 \cdot 100}} = \frac{500^2}{800} = 800 \text{ } \mu\text{F.}$$

$$\text{5.2.5. } C_{\text{pc}} = 69,86 \text{ nF; } C_{\text{se}} = 813,3 \text{ pF, mivel } C_{\text{pc}} = C_1 + C_2 + C_3 = 22 + 47 + 0,86 =$$

$$= 69,86 \text{ nF; } C_{\text{se}} = C_1 \times C_2 \times C_3 = 22 \times 47 \times 0,86 = 813,3 \text{ pF.}$$

6. A MÁGNESES TÉR

6.1. A mágneses tereket jellemző mennyiségek

1. példa. Cserjésztés, mágneses térerősség, indukció és fluxus

A 6.1. ábrán egy légmagos szolenoidtekercs látható.

- a) Határozzuk meg a tekercs fluxusát!
- b) Mekkora lesz a tekercs fluxusa, ha a tekercs menetét egyenletesen szétűzzük úgy, hogy a tekercs mérete 10 mm-rel megnő?
- c) Mennyivel kell a tekercs áramát megnövelnünk, hogy a szétűzött, l_2 hosszúságú tekercs mágneses indukciója megegyezzen az l_1 hosszúságú tekercsben mért indukcióval?

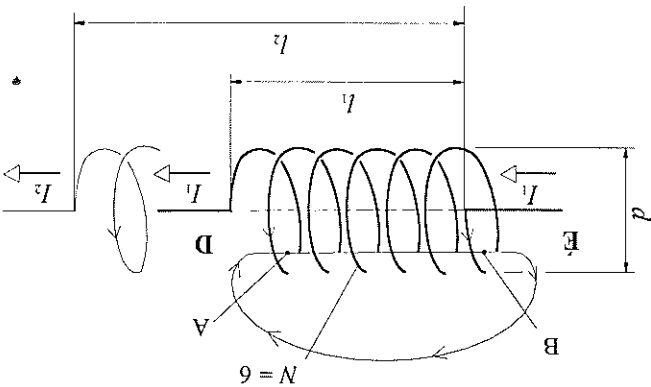
Adatok: $N = 1000$;

$$I_1 = 0,02 \text{ A};$$

$$l_1 = 5 \text{ cm};$$

$$\Delta l = 10 \text{ mm};$$

$$d = 1 \text{ cm}.$$



6.1. ábra

Megoldás

- a) A mágneses fluxus meghatározásához a mágneses indukciót kell kiszámítanunk.
- $$\Phi = B \cdot A.$$
- A mágneses indukció meghatározásához a mágneses térerősséget kell ismernünk:
- $$B = \mu_0 \cdot H.$$
- A mágneses térerősség a tekercs adataiból számítható:

$$H_1 = \frac{\Theta_1}{l_1} = \frac{N \cdot I_1}{l_1} = \frac{1000 \cdot 0,02 \text{ A}}{0,05 \text{ m}} = 400 \frac{\text{A}}{\text{m}};$$

$$B = \mu_0 \cdot H = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot 400 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} = 0,5 \text{ mT};$$

lecsökken:

$$\Phi_1 = B \cdot A = B \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \cdot \pi \cdot (1 \cdot 10^{-2})^2 \text{ m}^2 = 3,93 \cdot 10^{-8} \text{ V} \cdot \text{s} = 3,93 \cdot 10^{-8} \text{ Wb.}$$

b) A szétlúzott tekercsben a hosszegységre jutó gerjesztés, azaz a mágneses térerősség

$$H_2 = \frac{N \cdot I_1}{l_2} = \frac{N \cdot I_1}{l_1 + \Delta l} = \frac{1000 \cdot 0,02}{0,05 + 0,01} = 333,33 \frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

Emiatt az indukció és a fluxus is csökken:

$$B = \mu_0 \cdot H = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{A} \cdot \text{m}}{\text{V} \cdot \text{s}} \cdot 333,33 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 4,2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}} = 0,42 \text{ mT.}$$

A tekercs belsőjében a fluxus a menetek által határolt A keresztmetszetet tölti ki.

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{\pi \cdot (1 \cdot 10^{-2})^2 \text{ m}^2}{4} = 7,85 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2;$$

$$\Phi_2 = B \cdot A = 4,2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}} \cdot 7,85 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 = 3,3 \cdot 10^{-8} \text{ V} \cdot \text{s} = 3,3 \cdot 10^{-8} \text{ Wb.}$$

c) Az eredeti mágneses térerősség eléréséhez a hosszegységre jutó gerjesztést kell visszaállítani az eredeti értékre. Ezt a gerjesztőáram növelésével tudjuk elérni, ahogyan ez a térerősség képletében megfigyelhető:

$$H_2 = \frac{N \cdot I_2}{l_2}.$$

A tört értéke nem változik, ha mind a számlálót, mind a nevezőt ugyanazzal a számmal szorozzuk. A szükséges gerjesztőáram, ha $H_2 = H_1$:

$$I_2 = \frac{H_1 \cdot l_2}{N} = \frac{400 \cdot 0,06}{1000} = 0,024 \text{ A.}$$

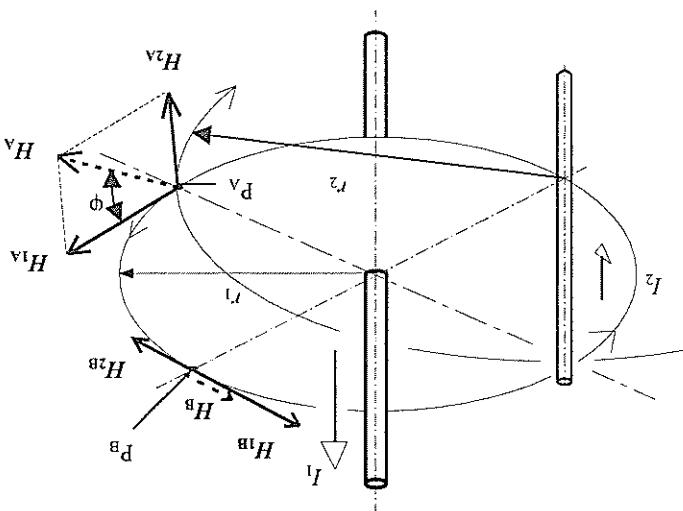
Az l_1 hosszúságú tekercs fluxusa $3,93 \cdot 10^{-8} \text{ Wb}$ volt, amely a tekercs szétlúzása miatt $3,3 \cdot 10^{-8} \text{ Wb}$ -re csökkent. Ha a gerjesztőáramot 20 mA -ról 24 mA -re megnöveljük, akkor a mágneses fluxus a tekercs belsőjében eléri az eredeti tekercsben tapasztalt értéket.

2. példa

A 6.2. ábrán két párhuzamos vezeték láthatunk. A vastagabb vezetékben 10 A , a vékonyabbban 5 A erősségű áram folyik, és a két vezeték közötti távolság 25 cm .

- a) Határozzuk meg a P_A pontban a mágneses térerősség nagyságát és irányát!
b) Határozzuk meg a P_B pontban a mágneses térerősség nagyságát és irányát!

Adatok: $I_1 = 10 \text{ A}$;
 $I_2 = 5 \text{ A}$;
 $r_1 = 25 \text{ cm}$.



6.2. ábra

Megoldás

a) A szuperpozíció tételének értelmében a villamos tér egy pontjában a mágneses térsűrűség nagyságát és irányát a két áramjárta vezeték által külön-külön keltett mágneses térsűrűségvektorok eredője határozza meg.

A vastagabb vezeték által az P pontban ható mágneses térsűrűség nagysága:

$$H_{1A} = \frac{I_1}{r_1} = \frac{2\pi \cdot 0,25}{10} = 6,37 \frac{\text{m}}{\text{A}}.$$

A vékonyabb vezeték távolsága a P ponttól: $r_2 = \sqrt{2} \cdot r_1 = \sqrt{2} \cdot 0,25 = 0,353 \text{ m}$.
 A vékonyabb vezeték által a P pontban ható mágneses térsűrűség nagysága:

$$H_{2A} = \frac{I_2}{r_2} = \frac{2\pi \cdot 0,353}{5} = 2,25 \frac{\text{m}}{\text{A}}.$$

Az eredő mágneses térsűrűség az A pontban a két vektor eredője: $H_A = H_{1A} + H_{2A}$.

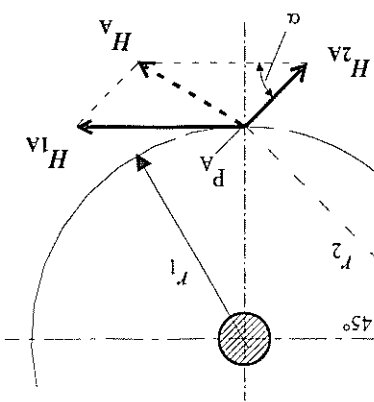
A H_A vektor iránya a 6.3. ábrán figyelhető meg. Az eredő térsűrűségvektor abszolút értékének a meghatározásához rajzoljuk le külön is a vektorokat! Ez látható a 6.3. ábrán.

A koszinusz-tételt alkalmazva felírhatjuk:

$$H_A^2 = H_{1A}^2 + H_{2A}^2 - 2H_{1A} \cdot H_{2A} \cdot \cos \alpha = 2,25^2 + 6,37^2 - 2 \cdot 2,25 \cdot 6,37 \cdot \cos 45^\circ = 25,37.$$

$$\text{Ebből } H_A = \sqrt{25,37} \approx 5 \frac{\text{m}}{\text{A}}.$$

6.3. ábra



b) A P_B pont eredő mágneses térerőssége egyszerűbben kiszámolható, mivel a P_B pontban ható mágneses térerősségek vektora egy egyenesbe esnek. A vektorok ellentétes irányúak, mint ahogyan ez a 6.2. ábrán is látható.

$$\begin{aligned} H_{1B} &= \frac{2\pi \cdot I_1 \cdot r_1}{10} = \frac{2\pi \cdot 0,25}{10} = 6,37 \frac{\text{m}}{\text{A}}; \\ H_{2B} &= \frac{I_2}{5} = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 0,25}{5} = 1,59 \frac{\text{m}}{\text{A}}; \\ H_B &= H_{1B} - H_{2B} = 6,37 \frac{\text{m}}{\text{A}} - 1,59 \frac{\text{m}}{\text{A}} = 4,8 \frac{\text{m}}{\text{A}}. \end{aligned}$$

A P_A pontban ható eredő mágneses térerősség 5 A/m , a P_B pontban $4,8 \text{ A/m}$.

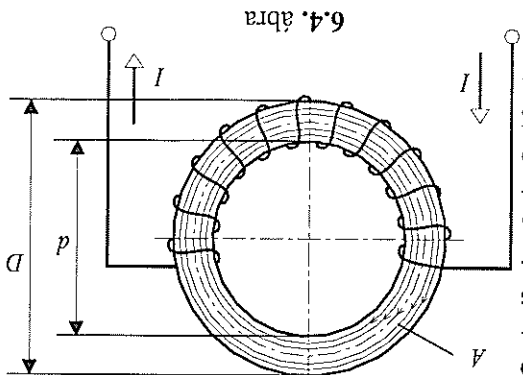
Feladatok

6.1.1. Mekkora a mágneses térerősség, az indukció és a fluxus egy 8 mm átmérőjű tekercs belsejében, ha a tekercs hossza 48 mm , a menetszám 580 , a tekercsen átfolyó áram 12 mA ?

6.1.2. A 6.1.1 feladatban megadott tekercset 7 mm -rel hosszabb, azaz 55 mm hosszú tekercsre kell elkészítenünk. Mennyivel kell a gerjesztést megnövelnünk, hogy a tekercsből kilépő mágneses fluxus ne változzon? Mekkora a megnövelt áramerősség?

6.1.3. Mennyivel változik meg a mágneses térerősség, az indukció és a mágneses fluxus, ha egy 12 mm belső átmérőjű, 1200 menetből álló, 75 mm hosszú tekercsbe vasmagnet helyezünk, amelynek relatív permeabilitása 5000 ? A B mágneses indukció $0,5 \text{ T}$, a tekercs árama 5 mA .

6.1.4. Számítsuk ki a 6.4. ábrán látható toroid vasmag belsejében kialakult mágneses indukció és fluxus értékét, ha a tekercs külső átmérője 12 cm , belső átmérője 9 cm , magassága 20 mm . A menetszám 1200 , a menetekben folyó áram erőssége $0,2 \text{ A}$. A vasmag permeabilitása az adott árammal gerjesztett indukció esetén 2000 .



6.4. ábra

6.1.5. Mekkora a mágneses térerősség és a mágneses indukció egy 3 mm átmérőjű rézvezeték felszínén és a vezeték középvonalától 5 cm távolságra, ha a vezetékben 10 A áram folyik?