Zombori Béla

Digitális elektronika

7. kiadás

Tankönyvmester Kiadó,
Budapest

A Szakképzési Tankönyv és Taneszköz Tanács javaslatára a tankönyv használatát az oktatási miniszter az XXX/1453/2000. számon a 2000/2001. tanévtől engedélyezte.

Sorozatszerkesztő: Futterer László
Lektor: Bogdán János

Felelős szerkesztő: Molnár Ervin
Borítóterv: Szlovencsák Ádám

A könyv ábráit az Újpesti Kéttannyelvű Műszaki Szakközépiskola és Gimnázium tanulói készítették Horváthné Tőkei Zsuzsanna tanárnő vezetésével

7. kiadás

Felelős kiadó: a Tankönyvmester Kiadó ügyvezetője

ISBN 978 963 96 6884 3

A tankönyv megrendelhető:
Tankönyvmester Kiadó
1141 Budapest,
Fogarasi út 111.
Tel.: 220-22-37
Fax: 221-05-73
www.tankonyvmester.hu
e-mail: info@tankonyvmester.hu

A könyv formátuma: B/5
Terjedelme: 10,6 (A/5) ív
Azonossági szám: TM–11015
Készült az MSZ 5601:1983 és 5602:1983 szerint
Szedés, nyomdai előkészítés: Tankönyvmester Kiadó
Nyomta és kötötte: Regiszter Kiadó és Nyomda Kft., Budapest

Tartalomjegyzék

Előszó

Ez a **Digitális elektronika** c. könyv, amit kezében tart a kedves Olvasó, a Tankönyvmester Kiadó villamos ipari és rokon szakmák számára készített tankönyvcsaládjának egyik alapozó tankönyve, és a szakképzésben résztvevő tanulók számára foglalja össze a digitális áramkörök elméleti alapjaival, tervezésével, a fontosabb áramkörcsaládokkal és jellegzetes digitális áramkörökkel, valamint a modern mikroprocesszorok néhány szervezési elvével kapcsolatos legfontosabb ismereteket.

A könyv **Az elektronika** c. tankönyv szerves folytatása, az önálló kötetben való megjelentetését főleg az indokolja, hogy sok iskolában párhuzamosan tanítják az Elektronika és Digitális elektronika c. tantárgyakat. A könyv a rövid informatikai bevezető (számrendszerek, kódolás) és a logikai algebra alapjainak összefoglalása után ismerteti a TTL és CMOS áramkörcsaládok jellemzőit, alkalmazási területeit, a kombinációs és sorrendi hálózatok analízisének és realizálásának módszereit, a tárolóelemeket, valamint a digitális rendszerek felépítésénél alapvető fontosságú funkcionális áramköröket (multiplexerek, demultiplexerek, dekódolók, aritmetikai áramkörök, regiszterek, számlálók).

A könyv legnagyobb előnye, hogy a digitális technikát rendkívül tömören, sok ábrával illusztrálva, rendszertechnikai szemlélet alapján foglalja össze, és az elméleti ismeretek csak a szükséges alapfogalmak magyarázatára szorítkoznak. A könyv jól előkészíti a későbbi tanulmányok szakmaspecifikus tananyagát.

A könyv elméleti ismereteit jól kiegészítik még a

TM–11002 **Elektrotechnika,**

TM–11004 **Elektronika,**

című tankönyvek, a gyakorlati munkát jól segítik a

TM–11008 **A villamos mérések alapjai,**

TM–11209 **Villamos mérési feladatok,**

TM–11009 **A villamos gyakorlatok alapjai**

című tankönyvek, és az áramkörök gyakorlati megvalósításához nyújt segítséget a

TM–11005 **Villamos anyagismeret és technológia**

című könyv.

A digitális rendszertechnikával és a számítógépekkel kapcsolatos további ismeretek szerezhetők a

TM–12003 **Digitális technika,**

TM–12008 **Alkalmazott számítástechnika**

című tankönyvekből.

Eredményes tanulást és szakmai sikereket kíván minden kedves Olvasójának a

Tankönyvmester Kiadó

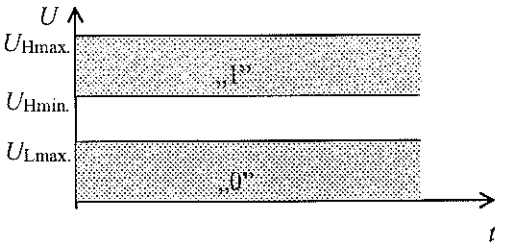
1. A DIGITÁLIS TECHNIKA ALAPJAI

A következő fejezetek olyan információkat tartalmaznak, amelyek megalapozzák a digitális áramkörök felhasználását a számítógép-technikában, a vezérlés- és szabályozástechnikában, a műszertechnikában, a híradástechnikában és az elektronika egyéb ágaiban.

1.1. A digitális jelek fogalma és jellemzői

A Tankönyvmester Kiadó: **Elektronika** c. tankönyvéből megismert alkatrészek és áramkörök közös jellemzője, hogy analóg jeleket dolgoznak fel. **Az analóg jelek folyamatosan változó jelek, változási tartományukban tetszőleges értéket vehetnek fel.** A következőkben olyan alkatrészeket és áramköröket ismerünk meg, amelyek digitális jelekct dolgoznak fel. **A digitális jelek csak meghatározott értéket vehetnek fel, az egyik értékükről a másikra ugrásszerűen változnak meg.** Fizikailag ezek az értékek legtöbbször feszültségszintek.

A digitális alkatrészek és áramkörök két feszültségszintű digitális jelet dolgoznak fel. A két feszültségszint egy lehetséges elrendezését szemlélteti a **1.1.** ábra.



1.1. ábra. A digitális jel feszültségszintjei

Az egyik feszültségszint 0 V közelébe esik, kisebb, mint egy előre meghatározott U_{Lmax} feszültség. A jelölésben szereplő *L* betű az angol *Low* – alacsony szó rövidítése. Az ebbe a tartományba eső feszültségszint a digitális jel U_L **alacsony logikai szintje.** A másik feszültségszint meghatározott U_{Hmin} és U_{Hmax} feszültségek közé esik. A *H* betű a *High* – magas rövidítése. Az ebbe a tartományba eső feszültség a digitális jel U_H **magas logikai szintje.**

Az **1.1.** ábra feszültségelrendezése a **pozitív feszültségrendszer-pozitív logika.** Pozitív a feszültségrendszer, mert az U_L és az U_H szint is a pozitív feszültségek tartományába esik, és pozitív a logika, mert a kisebb feszültséghez tartozik az alacsony logikai szint, a nagyobb feszültséghez a magas logikai szint.

1.2. Számrendszerek

A digitális jelek matematikai leírására a kettes számrendszer a legalkalmasabb, hiszen a két feszültségszinthez egyértelműen hozzárendelhető **a kettes számrendszer két számértéke, a 0 és az 1,** amint azt az **1.1.** ábra is mutatja. Ezért a számrendszert gyakran bináris (kétértékű) számrendszernek nevezzük.

A bináris számrendszer **helyi értékes,** tehát a számok nagyságrendje attól függ, hogy melyik helyi értéken helyezkednek el. Pl. az 1011 bináris szám által hordozott érték:

$$1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0.$$

Az egyes helyi értékek nagyságrendjét kettő hatványai határozzák meg. A legkisebb helyi értéktől indulva a helyi értékek:

$2^0 = 1$; $2^1 = 2$; $2^2 = 4$; $2^3 = 8$; $2^4 = 16$; $2^5 = 32$; $2^6 = 64$ stb.

A bináris számok egy helyi értékén szereplő számjegyet bináris digitnek, vagy röviden **bitnek** nevezzük.

A digitális jelek leírására használatos kettes számrendszer és az általunk egyéb téren megszokott tízes számrendszer között az átalakítást egy-egy példán keresztül mutatjuk be.

Kettes számrendszerből tízesbe való áttérésnél az egyes bináris helyi értékeken keletkező számértékeket összegezve a tízes számrendszerbeli értéket kapjuk. Pl. egy négy helyi értékes bináris szám esetén:

$$1011 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 11,$$

a szokásos jelölésekkel: $1011_2 = 11_{10}$.

Kettes számrendszerbeli törtek átalakításánál is hasonló módszert alkalmazunk. Pl.

$$0.01101_2 = 0 \cdot \frac{1}{2^1} + 1 \cdot \frac{1}{2^2} + 1 \cdot \frac{1}{2^3} + 0 \cdot \frac{1}{2^4} + 1 \cdot \frac{1}{2^5}.$$

A kettes számrendszerbeli pontot kettedes (bináris) pontnak nevezzük.

A tízes számrendszerből kettesbe való áttérésnél az átalakítandó számot kettő hatványaiból kell összerakni. Az erre használt módszer szerint a kettővel való

osztásnál keletkezett egész hányadost és a maradékot – amely csak 0 vagy 1 lehet – feljegyezzük, majd a hányadost újra osztjuk kettővel, a maradékot feljegyezzük stb. Példaként oldjuk meg a következő feladatot!

183_{10} =.....$_2$

	maradék ⇓	
	183 | 1	
hányados ⇒	91 | 1	
	45 | 1	
	22 | 0	
	11 | 1	⇑ összeolvasás iránya
	5 | 1	
	2 | 0	
	1 | 1	
	0 |	

A feljegyzett maradékokat alulról felfelé összeolvasva megkapjuk a decimális szám bináris megfelelőjét:

$183_{10} = 10110111_2$.

A tizedes törtek átalakításánál a törtet kettővel szorozzuk, a szorzat egész részét feljegyezzük, majd a tört részt újra szorozzuk kettővel stb. Pl.

$0{,}36_{10}$ =.....$_2$

	a szorzat egész része ⇓	
	0,36 |	
a szorzat törtrésze ⇒	0,72 | 0	
	0,44 | 1	
	0,88 | 0	⇓ az összeolvasás iránya
	0,76 | 1	
	0,52 | 1	
	0,04 | 1	
	stb.	

$0{,}36_{10} = 0.010111..._2$

A digitális jelek leírására és az ezeket feldolgozó áramkörök működésének jellemzésére a bináris számrendszer igen jól használható. Kiolvasni és kimondani egy sokbites számot azonban igen nehézkes, ezért erre a célra a tömörebb leírást és jobb kimondhatóságot biztosító tizenhatos, vagy másképpen hexadecimális számrendszert használjuk.

A **hexadecimális számrendszerben** a mennyiségek leírására 16 számjegyet használunk:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

Ebben a számsorban a betűk is számértéket jelentenek: A = 10; B = 11; C = 12; D = 13; E = 14; F = 15. Bevezetésükre azért volt szükség, mert egy helyi értéken nem állhat két számjegy. Ilyen jelölésrendszert használva egy hexadecimális szám pl. a 39C4F.

A tizenhatos számrendszer is helyi értékes, ezért igaz, hogy $39C4F = 3\cdot16^4 + 9\cdot16^3 + C\cdot16^2 + 4\cdot16^1 + F\cdot16^0$. Összegezve az egyes helyi értékek számértékeit, kiszámíthatjuk a hexadecimális szám tízes számrendszerbeli megfelelőjét:

$$39C4F_{16} = 3\cdot65536 + 9\cdot4096 + 12\cdot256 + 4\cdot16 + 15\cdot1 = 236623_{10}\,.$$

Tízes számrendszerből a tizenhatosba való átszámítás a bináris számrendszernél már megismert módszer szerint lehetséges, de az osztószám 16. Az átalakítás módja jól követhető a következő példán.

$48526_{10} =$.....$_{16}$

48526	E
3032	8
189	D
11	B
0	

Tehát: $48526_{10} = BD8E_{16}$

Szokásos az indexbe írt 16 helyett a hexadecimális mennyiség jelölésére a H betűt használni: BD8E H (vagy BD8EH formában).

A kettes és a tizenhatos számrendszer közötti átalakítás egyszerűen elvégezhető, mert a két számrendszer alapszámai közötti összefüggés: $16 = 2^4$. A 4-es kitevő miatt a bináris számot 4 bites csoportokra kell osztani és ezeket a csoportokat kell egy hexadecimális számmal leírni.

Példaként alakítsunk át egy 12 bites bináris számot hexadecimálissá!

$110001111001_2 =$ .....$_{16}$

A megoldás első lépése a bináris szám számjegyeinek 4 bites csoportokra való felosztása:

1100 0111 1001.

Második lépésként a csoportokat átírjuk hexadecimálisba:

$1100_2 = 12_{10} = C_{16}$

$0111_2 = 7_{10} = 7_{16}$

$1001_2 = 9_{10} = 9_{16}$.

Tehát 110001111001 = C79 H.

A hexadecimálisból binárisba való áttérés az előzőek megfordításából adódik. Pl.

6B4A H = ..._2 esetén

$6_{16} = 0110_2$

$B_{16} = 1011_2$

$4_{16} = 0100_2$

$A_{16} = 1010_2$.

Tehát egy hexadecimális helyi értéket mindig négy bites bináris számmal írunk le.

A feladat eredménye így 6B4A H=0110101101001010_2.

1.3. Kódolás

Az információ leírását valamilyen egyezményes jelrendszerben kódolásnak nevezzük. Kódolás pl. a tízes számrendszerbeli szám átírása bináris számrendszerbe. Ebben az esetben a tízes számrendszerbeli szám az információ, a bináris számrendszer az egyezményes jelrendszer, az átírás folyamata pedig a kódolás. Természetesen a bináris szám visszaírható a tízes számrendszerbe, ilyenkor a kódolási folyamatot visszafelé hajtjuk végre. Ezt nevezzük **dekódolásnak.** A kódolás, ill. dekódolás elnevezés csak attól függ, hogy melyik egyezményes jelrendszert tekintjük kiindulási információnak. Ezért általánosan fogalmazva a **kódolás** (ill. a dekódolás) **áttérés egyik egyezményes jelrendszerből a másik egyezményes jelrendszerbe.** A jelrendszereket **kódrendszereknek** nevezzük, ezek egyes elemei a **kódszavak.** Ilyen értelemben pl. a tízes és a kettes számrendszer is kódrendszer, az egyes számok pedig a kódszavak.

A kódokat kódolt tartalmuk szerint a numerikus és az alfanumerikus kódok csoportjába soroljuk.

Numerikus kódok

A numerikus kódrendszerek csak számokat kódolnak. A leggyakrabban alkalmazottak a következők:

1. **Bináris kód.** A számokat a kettes számrendszernél megismertek szerint kódoljuk.
2. **Hexadecimális kód.** A számok hexadecimális számrendszerben való leírása.
3. **Komplemens kód.** A komplemens kiegészítőt jelent. A bináris kódok esetében a kiegészítést egyre, ill. kettőre lehet elvégezni.

   Az **egyes komplemens kódban** a bináris szám bitjeit egyre egészítjük ki. Pl. az 101011 bináris szám egyes komplemense 010100 (vegyük észre, hogy egyszerűen a nullák helyett egyest, az egyesek helyett nullát kell írni).

   Kettes komplemens kódban a bináris számot előbb átírjuk egyes komplemens kódba, majd hozzáadunk egyet. Pl. az előző szám kettes komplemense:

$$\begin{array}{rr} & 010100 \\ + & \quad 1 \\ \hline & 010101 \end{array}$$

   (Az összeadás szabályai: 0+0 = 0; 0 + 1 = 1; 1+0 = 1; 1+1 = 0, marad 1, amit az eggyel magasabb helyi értéken figyelembe veszünk).
4. **BCD kód.** A sokféle BCD kód közös jellemzője, hogy a decimális számokat helyi értékenként 0-tól 9-ig 4 biten binárisan kódoljuk. Innen ered a kódrendszer elnevezése: Binary Coded Decimal – binárisan kódolt decimális.
   a) 8-4-2-1 súlyozású BCD kód (vagy természetes BCD kód, normál BCD kód, N-BCD kód). A súlyozás az egyes helyi értékeken álló bitek decimális értékét jelenti. A kódolás menetét jól mutatja a következő példa:

   $359_{10} = \ldots\ldots\ldots\ldots_{BCD}$.

   Minden helyi értéken álló decimális számot 4 biten binárisan kódolunk:

   $3_{10} = 0011_2$; $5_{10} = 0101_2$; $9_{10} = 1001_2$.

   Tehát a 359 tízes számrendszerbeli szám BCD kódja:

   $359_{10} = 001101011001_{BCD}$

   A dekódolás úgy történik, hogy a BCD kódszót 4 bites csoportokra bontjuk a legkisebb helyi értéktől indulva és ezeket átírjuk decimálisba. Pl.

   $1001000100000111_{BCD} = \ldots\ldots\ldots\ldots_{10}$.

A legkisebb helyi értéktől 4 bites csoportokat képezve:

$0111_2 = 7_{10}$; $0000_2 = 0_{10}$; $0001_2 = 1_{10}$; $1001_2 = 9_{10}$,

tehát a dekódolt szám: 9107_{10}.

b) **Háromtöbbletes kód** (Excess-3 kód, XS-3 kód). A decimális számokhoz a náluk hárommal nagyobb szám bináris megfelelőjét rendeljük hozzá, ahogyan azt az **1.1.** táblázat tartalmazza.

A háromtöbbletes kód sajátossága, hogy

- minden kódszó tartalmaz legalább egy darab egyest,
- a kód önkomplementáló. A kódot leíró táblázat középvonalára (4. és 5. kódelem között) nézve az azonos távolságra elhelyezkedő kódszavak egymásnak bitenként egyes komplemensei.

c) Az **Aiken kód** olyan négybites kódrendszer, amelyben az egyes bitek súlyozása: 2-4-2-1.

A súlyozásból következik, hogy a rendszerben kódolható legnagyobb szám a decimális 9, és a kódszavak 0-4 tartományban azonosak az NBCD kódszavakkal. A kód önkomplementáló a rendszer 4. és 5. kódeleme közötti tengelyre nézve.

d) **Gray-kód.** Alapváltozata 4 biten a decimális számjegyeket kódolja úgy, hogy az egymást követő kódszavak csak egy bitben térjenek el egymástól. A további Gray-kód-változatoktól való megkülönböztetés miatt gyakran N-Gray- (normál-Gray-) kódnak nevezzük.

A Gray-kód és a decimális számok egymáshoz rendelését az **1.1.** táblázat tartalmazza. A Gray-kód és az NBCD kód közötti átszámítás úgy végezhető, hogy balról indulva az NBCD első bitjét változatlanul leírjuk, majd az egymás melletti biteket összeadva megkapjuk a Gray-kódszót:

1 0 0 1
⌣ ⌣ ⌣ ⌣
1 1 0 1

A Gray-kód NBCD kóddá alakításakor úgy járunk el, hogy a Gray-kódszó első bitjét változatlanul leírjuk, majd a további biteket az előzőleg kiszámított NBCD bit és a következő átszámítandó Gray-bit összegzésével képezzük:

0 1 0 1
↓ ↓ ↓ ↓
0→ 1→ 1→ 0

BCD kódok. **1.1.** táblázat

Decimális szám	N-BCD	XS-3	Aiken	N-Gray-kód
0	0000	0011	0000	0000
1	0001	0100	0001	0001
2	0010	0101	0010	0011
3	0011	0110	0011	0010
4	0100	0111	0100	0110
5	0101	1000	1011	0111
6	0110	1001	1100	0101
7	0111	1010	1101	0100
8	1000	1011	1110	1100
9	1001	1100	1111	1101

5. **Egylépéses kódok.** Az egylépéses kódok közös jellemzője, hogy az egymást követő kódszavak csak egy bitben térnek el egymástól. A ciklikus egylépéses kódok utolsó és első kódszavára is érvényes az egybites eltérés.

Egylépéses kódok. **1.2.** táblázat

Decimális szám	Johnson-kód	Gray-kód
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0011	0011
3	0111	0010
4	1111	0110
5	1110	0111
6	1100	0101
7	1000	0100
8		1100
9		1101
10		1111
11		1110
12		1010
13		1011
14		1001
15		1000

a) Johnson-kód. Helyi értékes kód, ahol a 0 értékű kód után a legkisebb helyi értéktől haladva feltöltődik 1 bitekkel, majd a csupa egyest tartalmazó kódszó után 0 bitekkel. Ez a szabály bármilyen bitszám esetén igaz. Az **1.2.** táblázat a 4 bites Johnson-kódot mutatja. A táblázatból jól látható a ciklikusság, valamint az a sajátosság, hogy a 4 biten lehetséges 16 kódszóból a Johnson-kód csak 8 kódszót használ fel. Ez általánosságban is igaz más bitszámú Johnson-kódra is.

b) Gray-kód. Az előző szakaszban megismert N-Gray-kód kiterjesztett változata, amely tartalmaz minden olyan kódszót, amit a bitszám lehetővé tesz. Az **1.2.** táblázat szerint a Gray-kód is ciklikus.

Az egylépéses kódokat elsősorban a vezérlés- és szabályozástechnikában használjuk, mert a kódszavak közötti egybites eltérés jól illeszkedik az elmozdulás, vagy elfordulás kódolási követelményeihez, ugyanakkor az esetleges pontatlanságból eredő kódszótévesztés nem okoz megengedhetetlenül nagy eltérést.

6. **Hibafelderítő és hibajavító kódok.** A kódrendszerben lévő kódszavak valamilyen információt hordoznak. Ezeknek az információknak az egyik áramköri egységből a másikba való átvitele során – különösen, ha az átvitel nagy távolságra történik – hiba keletkezhet. Hasonlóképpen megváltoztathatja a helyes információt egy meghibásodott áramkör is. Ha a kódrendszer valamennyi kódszavához információt rendeltünk, akkor a hiba egy másik, egyébként érvényes és megengedett, de jelen esetben nem helyes kódszót hoz létre.

   Hibafelderítés akkor lehetséges, ha a kódrendszerbe olyan kódszavakat is beiktatunk, amelyekhez nem rendelünk információt, ezért ezek csak akkor fordulhatnak elő, ha valamelyik információt hordozó kódszó hibássá vált. Az így létrehozott kódrendszerben tehát lesznek információtartalommal bíró megengedett kódszavak, és hibát jelző tiltott kódszavak. A tiltott kódszavak miatt a kódrendszer **redundáns:** az információ szempontjából többletet tartalmazó.

   A **bináris kód** használatánál a redundancia a **Hamming-távolsággal** jellemezhető, amely azt mutatja, hogy a rendszerben lévő bármely két kódszó között hány bitben van eltérés. A kódrendszer Hamming-távolsága a kódszavak közötti legkisebb távolság.

   Ha egy kódrendszerben minden kódszóhoz rendelünk információt, akkor belátható, hogy a Hamming-távolság egységnyi, az ilyen kódrendszer az előzőek szerint nem redundáns.

   a) **Paritásbittel kiegészített kód.** A bináris kód kódszavait egy redundanciát létrehozó paritásbittel egészítjük ki. Egy n bites bináris kód esetén az információt hordozó kódszavak száma 2^n, a paritásbittel kiegészített kód kódszavainak száma 2^{n+1}, tehát összesen kétszer annyi kódszó van, mint amennyi az információ kódolásához szükséges. A kódrendszer Hamming-távolsága 2.

A paritásbittel való kiegészítés kétféleképpen lehetséges:

- páros paritású kódrendszerben az információs kódszóban lévő egyesek számát a paritásbit páros darabszámúra egészíti ki. Pl. ha az információ 1000110, akkor a paritásbit 1, mert eredetileg a kódszóban 3 db, tehát páratlan számú egyes volt, így a kiegészített kódszó: 1000110 1.
- páratlan paritású kódrendszerben az információs kódszóban lévő egyesek számának kiegészítése páratlan darabszámra történik. Az előző információ paritásbitje pl. 0, mert páratlan darabszámú egyes van eredetileg a kódszóban. A kiegészített kódszó: 1000110 0.

A paritásbittel kiegészített kódrendszerben a kódszavakban lévő egyesek számát folyamatosan figyelve, a hiba akkor deríthető fel, ha páratlan darabszámú bit változott hibásra. Csak ilyenkor változik meg ugyanis a kódszó paritása az ellenkezőjére. A hibafelderítés tehát korlátozott mértékű. Javítható a hibafelderítés aránya a redundancia növelésével.

b) **Hamming-kód.** Olyan redundáns kód, amelyben a Hamming-távolság három, így a hibafelderítésen kívül hibajavításra is lehetőséget ad, páratlan számú bit hibásra változása esetén. A kódrendszer négy információs bit és három paritásbit esetén az **1.3.** táblázat szerinti.

Hamming-kód. **1.3.** táblázat

Jelölés:	P_1	P_2	I_3	P_4	I_5	I_6	I_7
súlyozás:	0	0	8	0	4	2	1
	0	0	0	0	0	0	0
	1	1	0	1	0	0	1
	0	1	0	1	0	1	0
	1	0	0	0	0	1	1
	1	0	0	1	1	0	0
	0	1	0	0	1	0	1
	1	1	0	0	1	1	0
	0	0	0	1	1	1	1
	1	1	1	0	0	0	0
	0	0	1	1	0	0	1

Az alkalmazott paritáskód mindhárom paritásbit esetén páros paritású:

- a P_1 paritásbit az I_3, I_5, I_7 információs biteket egészíti ki páros paritásúra,
- a P_2 paritásbit az I_3, P_4, I_5 biteket egészíti ki páros paritásúra,
- a P_4 paritásbit az I_5, I_6, I_7 információs biteket egészíti ki páros paritásúra.

A hibajavítás elve a következő.

- Az ellenőrzendő kódszóból 4 bites csoportokat képezünk:
  $H_1 \Rightarrow P_1, I_3, I_5, I_7,$
  $H_2 \Rightarrow P_2, I_3, I_6, I_7,$
  $H_4 \Rightarrow P_4, I_5, I_6, I_7.$
- Az egyes csoportokon páratlan paritást ellenőrzünk: ha a bitcsoport páratlan egyest tartalmaz, akkor az ellenőrzés eredménye 1, páros számú egyes esetén 0. A $H_1 = 1$, ha az ellenőrzés eredménye 1, egyébként $H_1 = 0$. A $H_2 = 2$, ha az ellenőrzés eredménye 1, egyébként $H_2 = 0$. A $H_4 = 4$, ha az ellenőrzés eredménye 1, egyébként $H_4 = 0$.
- A kiszámított H értékeket összeadva megkapjuk a hibás bit sorszámát.

7. **N-ből 1 kód.** Olyan 0 és 1 számjegyekből álló kód, amelyben N db bit van, de ezek közül minden kódszóban csak 1 db egyes van. Így a kódrendszer n darab kódszóból áll. Pl. 4-ből 1 kódrendszerben a tízes számrendszerbeli számok így kódolhatók.

Decimális szám	4-ből 1 kód
0	0001
1	0010
2	0100
3	1000

Alfanumerikus kódok

Az alfanumerikus kódok betűket, számjegyeket, írásjeleket és egyéb speciális jeleket kódolnak. A leggyakrabban használt alfanumerikus kód az ASCII-kód. A rövidítés az American Standard Code for Information Interchange. A kódrendszerben az egyes jelekhez 8 bites bináris kódot rendel egy egyezményes és nemzetközileg is elfogadott kódtáblázat. Ezt szemlélteti az **1.4.** táblázat (18. oldal).

Ellenőrző kérdések

1. Milyen összefüggés van a digitális jelek és a kettes számrendszer között?
2. Hogyan végezhető el az átalakítás az egyes számrendszerek között?
3. Soroljuk fel a BCD kódokat!
4. Ismertessük az egylépéses kódokat!
5. Ismertessük a hibafelderítő és hibajavító kódok kialakításának módszerét!

ASCII-kódtábla. **1.4.** táblázat

dec	hex	char	dec	hex	char	dec	hex	char	dec	hex	char	dec	hex	char	dec	hex	char	dec	hex	char	dec	hex	char
0	00	*NUL*	32	20	space	64	40	@	96	60	`	128	80	Ç	160	A0	á	192	C0	└	224	E0	α
1	01	*SOH*	33	21	!	65	41	A	97	61	a	129	81	ü	161	A1	í	193	C1	┴	225	E1	β
2	02	*STX*	34	22	"	66	42	B	98	62	b	130	82	é	162	A2	ó	194	C2	┬	226	E2	Γ
3	03	*ETX*	35	23	#	67	43	C	99	63	c	131	83	â	163	A4	ú	195	C3	├	227	E3	Π
4	04	*EOT*	36	24	$	68	44	D	100	64	d	132	84	ä	164	A5	ñ	196	C4	─	228	E4	Σ
5	05	*ENQ*	37	25	%	69	45	E	101	65	e	133	85	à	165	A6	Ñ	197	C5	┼	229	E5	σ
6	06	*ACK*	38	26	&	70	46	F	102	66	f	134	86	å	166	A7	ª	198	C6	╞	230	E6	μ
7	07	*BEL*	39	27	'	71	47	G	103	67	g	135	87	ç	167	A8	º/Ő†	199	C7	╟	231	E7	τ
8	08	*BS*	40	28	(	72	48	H	104	68	h	136	88	ê	168	A9	¿	200	C8	╚	232	E8	φ
9	09	*TAB*	41	29	)	73	49	I	105	69	i	137	89	ë	169	AA	⌐	201	C9	╔	233	E9	θ
10	0A	*LF*	42	2A	*	74	4A	J	106	6A	j	138	8A	è	170	AA	¬	202	CA	╩	234	EA	Ω
11	0B	*VT*	43	2B	+	75	4B	K	107	6B	k	139	8B	ï	171	AB	½	203	CB	╦	235	EB	δ
12	0C	*FF*	44	2C	,	76	4C	L	108	6C	l	140	8C	î	172	AC	¼	204	CC	╠	236	EC	∞
13	0D	*CR*	45	2D	-	77	4D	M	109	6D	m	141	8D	Ì/Í*	173	AD	¡	205	CD	═	237	ED	ø
14	0E	*SO*	46	2E	.	78	4E	N	110	6E	n	142	8E	Ä	174	AE	»	206	CE	╬	238	EE	ε
15	0F	*SI*	47	2F	/	79	4F	O	111	6F	o	143	8F	Å/Á*	175	AF	«	207	CF	╧	239	EF	∩
16	10	*DLE*	48	30	0	80	50	P	112	70	p	144	90	É	176	B0	░	208	D0	╨	240	F0	≡
17	11	*DC1*	49	31	1	81	51	Q	113	71	q	145	91	æ	177	B1	▒	209	D1	╤	241	F1	±
18	12	*DC2*	50	32	2	82	52	R	114	72	r	146	92	Æ	178	B2	▓	210	D2	╥	242	F2	≥
19	13	*DC3*	51	33	3	83	53	S	115	73	s	147	93	ô/ő*	179	B3	│	211	D3	╙	243	F3	≤
20	14	*DC4*	52	34	4	84	54	T	116	74	t	148	94	ö	180	B4	┤	212	D4	╘	244	F4	⌠
21	15	*NAK*	53	35	5	85	55	U	117	75	u	149	95	ò/Ó*	181	B5	╡	213	D5	╒	245	F5	⌡
22	16	*SYN*	54	36	6	86	56	V	118	76	v	150	96	û/ű*	182	B6	╢	214	D6	╓	246	F6	÷
23	17	*ETB*	55	37	7	87	57	W	119	77	w	151	97	ù/Ú*	183	B7	╖	215	D7	╫	247	F7	≈
24	18	*CAN*	56	38	8	88	58	X	120	78	x	152	98	ÿ/Ű*	184	B8	╕	216	D8	╪	248	F8	°
25	19	*EM*	57	39	9	89	59	Y	121	79	y	153	99	Ö	185	B9	╣	217	D9	┘	249	F9	∙
26	1A	*SUB*	58	3A	:	90	5A	Z	122	7A	z	154	9A	Ü	186	BA	║	218	DA	┌	250	FA	·
27	1B	*ESC*	59	3B	;	91	5B	[	123	7B	{	155	9B	¢	187	BB	╗	219	DB	▓	251	FB	√
28	1C	*FS*	60	3C	<	92	5C	\	124	7C	¦	156	9C	£	188	BC	╝	220	DC	▄	252	FC	ⁿ
29	1D	*GS*	61	3D	=	93	5D	]	125	7D	}	157	9D	¥	189	BD	╜	221	DD	▌	253	FD	²
30	1E	*RS*	62	3E	>	94	5E	^	126	7E	~	158	9E	Pt	190	BE	╛	222	DE	▐	254	FE	■
31	1F	*US*	63	3F	?	95	5F	_	127	7F	⌂	159	9F	ƒ	191	BF	┐	223	DF	▀	255	FF	

* CWI kód

2. LOGIKAI ALGEBRA

2.1. A logikai algebra alapvető összefüggései

A logikai algebra segítségével a szóban megfogalmazott feladatokat logikai függvény formájában írhatjuk fel. A logikai függvényeket a logikai algebra törvényei és alaptételei által lehet a legegyszerűbb alakra hozni. Az egyszerűsítés célja az, hogy a feladatot megvalósító áramkör a legkevesebb alkatrészből legyen felépíthető. A logikai algebrát másképpen Boole-algebrának nevezzük.

Pl. legyen a feladat egy gépkocsiriasztó készítése, amely úgy működik, hogy:

- akkor riaszt, ha az ajtót, a motorháztetőt vagy a csomagtartó tetejét kinyitják,
- akkor riaszt, ha a tulajdonos nem kapcsolta ki a riasztót.

Ezt az egyszerű feladatot úgy oldjuk meg, hogy a megfogalmazott eseményeket **feltételeknek** tekintjük, amelyeknek **függvénye** a feladatban meghatározott összefüggések szerint a riasztás bekövetkezte. Tehát, történjen riasztás, ha **vagy** az ajtót, **vagy** a motorháztetőt, **vagy** a csomagtartót kinyitották **és** a tulajdonos **nem** kapcsolta ki a riasztót. A szövegben szereplő ÉS, VAGY, NEM a feltételek között teremt függvénykapcsolatot, meghatározva ezzel a függvényt.

Ezek a függvénykapcsolatok a logikai algebra alapfüggvényei. A logikai algebra az egyszerűség érdekében jelölésrendszert használ a függvények leírására:

- a feltételeket az ABC nagybetűivel jelöljük és független változónak hívjuk,
- a függvényt leggyakrabban F betűvel jelöljük,
- az ÉS kapcsolat jelölésére a szorzás jelét (·) használjuk, pl. A·B,
- a VAGY kapcsolat jelölésére az összeadás jelét (+) használjuk, pl. A+B,
- a NEM (tagadás) jelölésére a felülvonást használjuk, pl. $\overline{A}$.

Ha a példában az ajtó kinyitását A-val, a csomagtartóét B-vel, a motorháztetőét C-vel, a riasztó kikapcsolását pedig D-vel jelöljük, akkor a logikai függvény:

$$F^4 = (C + B + A)\cdot\overline{D}.$$

Ez a logikai függvény **algebrai alakban** való leírása. Az F felső indexében a szám azt jelöli, hogy a függvény független változóinak száma négy. A független változók **igazak** vagy **hamisak** lehetnek, így a függvény is lehet igaz vagy hamis értékű: igaz, ha bekövetkezik, hamis, ha nem. Ehhez a két értékhez jól illeszkedik a kettes

számrendszer. A hamis értékét 0-val, az igazat 1-gyel jelölve egyszerűen leírhatók a **logikai alapfüggvények** egy olyan táblázattal, amelyből a változók bármilyen értéke mellett kiolvasható a függvény értéke. Az ilyen táblázatot **igazságtáblázatnak** nevezzük. Kétváltozós (A, B) függvényekre az igazságtáblázatok:

ÉS függvény:

B	A	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

VAGY függvény:

B	A	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

NEM függvény:

A	F
0	1
1	0

Ugyanezek a függvények algebrai alakban:

$F^2 = B \cdot A$ $F^2 = B + A$ $F = \overline{A}$

Gyakran az alapfüggvények angol elnevezését használjuk:

AND OR NOT

Másképpen:

konjunkció diszjunkció negáció

Szavakban megfogalmazva:

- az ÉS függvény akkor igaz, ha az A és a B változó is igaz, tehát valamennyi változó igaz,
- a VAGY függvény akkor igaz, ha **bármelyik** változó igaz.

Az alapfüggvényekből adódik néhány sokszor használt egyszerű függvény.

A NEM-ÉS, másképpen NAND függvény az ÉS függvény tagadása. Algebrai alakja:

$F^2 = \overline{B \cdot A}$

A **NAND függvény** igazságtáblázata:

B	A	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

A **NEM-VAGY,** másképpen NOR függvény, a VAGY függvény tagadása.

$F^2 = B + A$

B	A	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

A kizáró-VAGY, másképpen XOR (Exlusive OR) függvény:

$F^2 = B \cdot \overline{A} + \overline{B} \cdot A$

Egyszerűbb leírására külön műveleti jelet alkalmaz a logikai algebra, ez a „körkereszt". Ezzel:

$F^2 = B \oplus A$

B	A	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Az igazságtáblázat alapján a függvénykapcsolat úgy fogalmazható meg, hogy a kizáró-VAGY kapcsolat a változók azonosságát zárja ki és csak akkor igaz, ha az egyik változó igaz, a másik pedig hamis. A XOR függvényt ezért szokás **antivalenciafüggvénynek** is nevezni.

A **megengedő-ÉS függvény,** vagy másképpen ekvivalencia a változók azonossága esetén igaz.

$F^2 = \overline{B} \cdot \overline{A} + B \cdot A$

B	A	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A kétváltozós függvényekhez hasonlóan a logikai függvények több változóval is felírhatók. Pl. egy négyváltozós NAND kapcsolat:

$$F^4 = \overline{D + C + B + A}$$

Egy bonyolult gyakorlati feladat logikai függvényének felírásánál gyakran előfordul, hogy nem a legegyszerűbb függvény adódik. A függvények egyszerűsítését a logikai algebra törvényei és alaptételei teszik lehetővé.

A logikai algebra törvényei a kommutativitás (felcserélhetőség), az asszociativitás (csoportosíthatóság) és a disztributivitás (szétválaszthatóság, szétoszthatóság).

A **kommutativitás** az ÉS, ill. VAGY műveletben szereplő változók felcserélhetőségét jelenti:

$B + A = A + B,$

$B \cdot A = A \cdot B.$

Az **asszociativitás** lehetővé teszi, hogy a függvényben szereplő azonos műveleteket tetszőleges sorrendben hajtsuk végre:

$(C + B) + A = C + (B + A)$,

$C \cdot (B \cdot A) = (C \cdot B) \cdot A$.

A disztributivitás törvénye szerint mindegy, hogy előbb a VAGY és azután az ÉS kapcsolatát végezzük-e el, vagy fordítva:

$(C + B) \cdot A = (B \cdot A) + (C \cdot A)$,

$(C \cdot B) + A = (B + A)(C + A)$.

A logikai algebra alaptételei egyszerű logikai azonosságokat írnak le:

(1) $A \cdot \overline{A} = 0$;

(2) $A + \overline{A} = 1$;

(3) $\overline{\overline{A}} = A$;

(4) $A + A = A$;

(5) $A \cdot A = A$;

(6) $A \cdot 0 = 0$;

(7) $A + 0 = A$;

(8) $A \cdot 1 = A$;

(9) $A + 1 = 1$.

A felsoroltak mellett alaptételként alkalmazzuk a De-Morgan-tételt:

$\overline{B \cdot A} = \overline{B} + \overline{A}$;

$\overline{B + A} = \overline{B} \cdot \overline{A}$.

A törvények és az alaptételek alkalmazása jól követhető a következő példákon.

1. feladat

Egyszerűsítsük a logikai függvényeket!

a) $F^3 = B \cdot A + C \cdot B \cdot A$,

b) $F^3 = C \cdot B \cdot A + \overline{C} \cdot A + C \cdot \overline{B} \cdot A$,

c) $F^3 = \overline{B \cdot \overline{A} + \overline{C} \cdot B}$.

Az 1. feladat megoldása

Az *a)* feladat megoldása:

$F^3 = B \cdot A + C \cdot B \cdot A$.

A disztributivitást felhasználva kiemelhető B·A:

$F^3 = B \cdot A \cdot (1 + C)$.

A *(9)* tétel miatt:

$F^3 = B \cdot A \cdot 1$.

A *(8)* tétel szerint:

$F^3 = B \cdot A$.

A *b)* feladat megoldása:

$F^3 = C \cdot B \cdot A + \overline{C} \cdot A + C \cdot \overline{B} \cdot A$.

A disztributivitást alkalmazva az első és a harmadik változócsoportra:

$F^3 = C \cdot A \cdot (B + \overline{B}) + \overline{C} \cdot A$.

A *(2)* tétel miatt:

$F^3 = C \cdot A \cdot 1 + \overline{C} \cdot A$.

A *(8)* tétel miatt:

$F^3 = C \cdot A + \overline{C} \cdot A$.

Újra a disztributivitást használva:

$F^3 = A \cdot (C + \overline{C})$.

A *(2)* tétel miatt:

$F^3 = A$.

A *c)* feladat megoldása:

$F^3 = \overline{B \cdot \overline{A} + \overline{C} \cdot B}$.

A De-Morgan-tételt használva:

$F^3 = \overline{B \cdot \overline{A}} \cdot \overline{\overline{C} \cdot B}$.

Újra alkalmazva a két változócsoportra:

$F^3 = (\overline{B} + A) \cdot (C + \overline{B})$.

A disztributivitás miatt:

$F^3 = \overline{B} \cdot A + \overline{B} \cdot \overline{B} + C \cdot A + C \cdot \overline{B}$.

Az *(5)* tétel miatt:

$F^3 = \overline{B} \cdot A + \overline{B} + C \cdot A + C \cdot \overline{B}$.

Az első, a második és a negyedik változócsoportból kiemelhető $\overline{B}$ (disztributivitás):

$F^3 = \overline{B} \cdot (A + 1 + C) + C \cdot A$.

A *(9)* tétel szerint:

$F^3 = \overline{B} \cdot 1 + C \cdot A$.

A *(8)* tételt alkalmazva:

$F^3 = \overline{B} + C \cdot A$.

2.2. Logikai függvények grafikus egyszerűsítése

Az algebrai úton elvégzett egyszerűsítésekből kitűnik, hogy akkor lesz egyszerűbb a függvény, ha a kiemelések (disztributivitás) révén a zárójelben maradó kifejezés valamelyik alaptételnek felel meg. A kiemelés akkor végezhető el, ha van legalább két olyan változócsoport, amelyek csak egy változó értékében térnek el egymástól. Ezt a tényt használja fel a **grafikus egyszerűsítési eljárás.**

A grafikus egyszerűsítés szabályos alakú függvények egyszerűsítésére alkalmas.

A szabályos alakú függvények (másképpen: normál alakú függvények) termekből állnak. A **term** olyan változócsoport, amelyben minden változó szerepel igaz vagy hamis (más elnevezéssel: ponált vagy negált) értékkel, és ezeket a változókat azonos függvénykapcsolatok kötik össze. Egy háromváltozós függvény esetében term pl. a $C \cdot \overline{B} \cdot A$, vagy term pl. a $\overline{C} + B + \overline{A}$ változócsoport. A példákból is látható, hogy kétféle term lehetséges. A **minterm** olyan term, amelyben a változókat ÉS kapcsolat köti össze. Ilyen a $C \cdot \overline{B} \cdot A$. A **maxterm** olyan term, amelyben a változók között VAGY kapcsolat van. A $\overline{C} + B + \overline{A}$ változócsoport pl. maxterm. A kétféle termből kétféle szabályos függvényalak hozható létre.

A **diszjunktív szabályos alakú függvény** mintermek VAGY kapcsolatából áll. Ilyen pl. az $F^3 = \overline{C} \cdot B \cdot \overline{A} + C \cdot \overline{B} \cdot A + C \cdot B \cdot A$ függvény.

A **konjuktív szabályos alakú függvény** maxtermek ÉS kapcsolata. Ilyen pl. az $F^3 = (C + \overline{B} + \overline{A}) \cdot (\overline{C} + \overline{B} + \overline{A})$ függvény.

A logikai függvények igazságtáblázattal és szabályos alakkal való megadása közötti összefüggést a következő példa mutatja egy háromváltozós függvényre. Legyen a függvény igazságtáblázata:

C	B	A	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

A függvény $F^3 = 1$ igaz értékű az igazságtáblázat alapján, ha C nem igaz és B sem igaz és A sem igaz, vagy még akkor is igaz a függvény, ha C nem igaz és B nem igaz és A igaz, vagy még akkor is igaz, ha... A szöveges leírás helyett egyszerűbb az algebrai alakban való leírás:

$F^3 = \overline{C}\cdot\overline{B}\cdot\overline{A} + \overline{C}\cdot\overline{B}\cdot A + C\cdot\overline{B}\cdot\overline{A} + C\cdot\overline{B}\cdot A.$

Az eredményül kapott függvény diszjunktív szabályos alakú függvény. Levonható tehát az a következtetés, hogy a **diszjunktív szabályos alakú függvény a logikai függvény igaz értékét meghatározó termeket írja le.**

Az igazságtáblázattal adott függvény $F^3 = 0$ hamis értékű, ha az $F^3 = 0$ sorokhoz tartozó változócsoportok hamis logikai értéket adnak eredményül. Ez pl. a harmadik sorban azt jelenti, hogy a C változó hamis, vagy a B változó igaz, vagy az A változó hamis, akkor a függvény hamis. A negyedik sorban: hamis a függvény, ha a C változó hamis, vagy a B változó igaz, vagy az A változó igaz. A hetedik és nyolcadik sorban hasonlóképpen határozható meg a függvény hamis értéke. Ez alapján a függvény algebrai alakja:

$F^3 = (\overline{C} + B + \overline{A})\cdot(\overline{C} + B + A)\cdot(C + B + \overline{A})\cdot(C + B + A).$

Az utóbbi gondolatmenet azt mutatja, hogy a **konjuktív szabályos alakú függvény a logikai függvény hamis értékét meghatározó termeket írja le.**

A szabályos alakú függvények az algebrai, vagy az igazságtáblázattal történő megadásnál egyszerűbben is megadhatók. Erre az ad lehetőséget, hogy a termekben minden változó szerepel, ezért a változóknak helyi értéket tulajdoníthatunk, amiből kiszámítható a termek értéke. Ezt az értéket a term **sorszámának** nevezzük. A termen belüli változók helyi értékei: $A - 2^0$, $B - 2^1$, $C - 2^2$, $D - 2^3$ stb. A termek sorszámának számításánál a negált változó zérus értékű, a ponált pedig a helyi értékének megfelelő számértékű. A mintermek és maxtermek sorszámait és szokásos jelöléseiket, példaként háromváltozós függvényre, a **2.1.** táblázat tartalmazza.

A háromváltozós függvények termjei. **2.1.** táblázat

Mintermek	Maxtermek	Sorszám
m_0^3: $\overline{C}\cdot\overline{B}\cdot\overline{A}$	M_0^3: $(\overline{C}+\overline{B}+\overline{A})$	0
m_1^3: $\overline{C}\cdot\overline{B}\cdot A$	M_1^3: $(\overline{C}+\overline{B}+A)$	1
m_2^3: $\overline{C}\cdot B\cdot\overline{A}$	M_2^3: $(\overline{C}+B+\overline{A})$	2
m_3^3: $\overline{C}\cdot B\cdot A$	M_3^3: $(\overline{C}+\overline{B}+\overline{A})$	3
m_4^3: $C\cdot\overline{B}\cdot\overline{A}$	M_4^3: $(C+\overline{B}+\overline{A})$	4
m_5^3: $C\cdot\overline{B}\cdot A$	M_5^3: $(C+\overline{B}+A)$	5
m_6^3: $C\cdot B\cdot\overline{A}$	M_6^3: $(C+B+\overline{A})$	6
m_7^3: $C\cdot B\cdot A$	M_7^3: $(C+B+A)$	7

Hasonlóképpen számíthatók ki bármilyen változószámú függvény termjeinek sorszámai.

Egy n változós függvény i-edik termjével felírható a két szabályos alakú függvény általános alakja:

diszjunktív szabályos függvény sorszámos alakja:

$$F^n = \Sigma^n m_i^n,$$

konjuktív szabályos függvény sorszámos alakja:

$$F^n = \Pi^n M_i^n .$$

A Σ (szumma, összeg) jelölés arra utal, hogy a mintermeket VAGY kapcsolatba kell hozni egymással, a Π (produktum, szorzat) jelölés pedig a maxteremek ÉS kapcsolatát jelöli.

2. feladat

Írjuk fel a függvények sorszámos szabályos alakját!

a) $F^4 = \overline{D}\cdot\overline{C}\cdot B\cdot\overline{A} + D\cdot\overline{C}\cdot\overline{B}\cdot A + D\cdot C\cdot B\cdot A + D\cdot\overline{C}\cdot\overline{B}\cdot\overline{A}$,

b) $F^4 = (D+C+\overline{B}+\overline{A})\cdot(\overline{D}+\overline{C}+\overline{B}+\overline{A})\cdot(\overline{D}+C+\overline{B}+A)\cdot D+C+B+A)$.

A 2. feladat megoldása

a) a mintermek sorszámai:

$\overline{D}\cdot\overline{C}\cdot B\cdot\overline{A} \Rightarrow 2$; $D\cdot\overline{C}\cdot\overline{B}\cdot A \Rightarrow 9$; $D\cdot C\cdot B\cdot A \Rightarrow 15$; $D\cdot\overline{C}\cdot\overline{B}\cdot\overline{A} \Rightarrow 8$.

A függvény sorszámos alakja:

$F^4 = \Sigma^4(2,8,9,15)$.

b) a maxtermek sorszámai:

$(D + C + \overline{B} + \overline{A}) \Rightarrow 12$; $(\overline{D} + \overline{C} + \overline{B} + \overline{A}) \Rightarrow 0$; $(\overline{D} + C + \overline{B} + A) \Rightarrow 5$;
$(D + C + B + A) \Rightarrow 15$.

A függvény sorszámos alakja:

$F^4 = \Pi^4(0,5,12,15)$.

A nem szabályos alakú függvényeket szabályos alakra az átalakítandó függvény bővítésével lehet átírni. A bővítés során a függvény értéke nem változhat, ezért diszjunktív alakra hozásnál ÉS kapcsolatba hozzuk 1 értékkel, konjuktív alakra hozásnál pedig VAGY kapcsolatba hozzuk 0 értékkel. Az 1 és 0 értéket az alaptételek szerint a hiányzó változó és negáltja VAGY kapcsolatából, ill. ÉS kapcsolatából hozzuk létre. Pl. az $F^3 = \overline{C} \cdot B + \overline{B} \cdot A$ függvény első tagját $A + \overline{A} = 1$ értékkel, a második tagját pedig $C + \overline{C} = 1$ értékkel kell bővíteni a diszjunktív alakra hozáshoz:

$F^3 = \overline{C} \cdot B \cdot (A + \overline{A}) + (C + \overline{C}) \cdot \overline{B} \cdot A = \overline{C} \cdot B \cdot A + \overline{C} \cdot B \cdot \overline{A} + C \cdot \overline{B} \cdot A + \overline{C} \cdot \overline{B} \cdot A$.

A konjuktív alakra való átírás pl. az $F^3 = (\overline{C} + \overline{A}) \cdot (C + B)$ függvényen követhető.

A függvény első tagját $B \cdot \overline{B} = 0$ értékkel, a második tagját $A \cdot \overline{A} = 0$ értékkel kell bővíteni:

$F^3 = [B \cdot \overline{B} + (\overline{C} + \overline{A})] \cdot [A \cdot \overline{A} + (C + B)] =$
$= (\overline{C} + B + \overline{A})(\overline{C} + \overline{B} + \overline{A})(C + B + A)(C + B + \overline{A})$.

A két szabályos függvényalak között szükség esetén elvégezhető az átalakítás. **A szabályos alakú függvények közötti átalakítást** az átalakítandó függvény kétszeres negálásával lehet elvégezni. Az egyik negálás a De-Morgan-tétel szerint a függvényben szereplő logikai függvénykapcsolatokat változtatja meg: az ÉS kapcsolatból VAGY kapcsolat lesz, a VAGY kapcsolatból pedig ÉS, így a mintermekből maxtermek, a maxtermekből pedig mintermek. A másik negálás pedig visszaállítja az eredeti függvényt, hiszen az $\overline{\overline{A}} = A$ alaptétel szerint csak a kétszeres negálás nem változtatja meg a függvény értékét. A kétszeres negálást úgy végezzük el, hogy

- első lépésben az átalakítandó függvény sorszámos alakjából kiírjuk azokat a termeket, amelyek nincsenek a függvényben. Mivel a függvény eredetileg azokat a termeket tartalmazza, amelyek mellett igaz a függvény, ezért a nem szereplő termek a hamis függvényt határozzák meg,
- második lépésben a negált függvényben szereplő termek komplemensét képezzük. A komplemensképzést (kiegészítést) mindig a függvény maximális term-sorszámára végezzük el. A komplemensképzés eredménye az átalakított függvény.

Ezt az átalakítási módszert algebrai átalakításnak nevezzük.

Az átalakítás két lépése jól azonosítható a következő példán.

3. feladat

Alakítsuk át a következő függvényeket!

a) $F^3 = \Pi^3(0,3,6,7)$.

b) $F^4 = \Sigma^4(1,2,5,8,10,13)$.

A 3. feladat megoldása

Az *a)* feladat megoldása

- első lépésben az átalakítandó függvényből meghatározzuk a benne nem szereplő termeket:

  $\overline{F}^3 = \Pi^3(1,2,4,5)$,

- második lépésben a negált függvény termjeinek komplemensét képezzük. Háromváltozós függvénynél a max. sorszám 7, ezért a kiegészítés 7-re történik:

  $F^3 = \Sigma^3(6,5,3,2)$.

  A termeket sorrendbe írva:

  $\mathbf{F^3 = \Sigma^3(2,3,5,6).}$

A *b)* feladat megoldása

A negált függvény:

$\overline{F}^4 = \Sigma^4(0,3,4,6,7,9,11,12,14,15)$.

Komplemensképzés és sorbarendezés után:

$F^4 = \Pi^4(0,1,3,4,6,8,9,11,12,15)$.

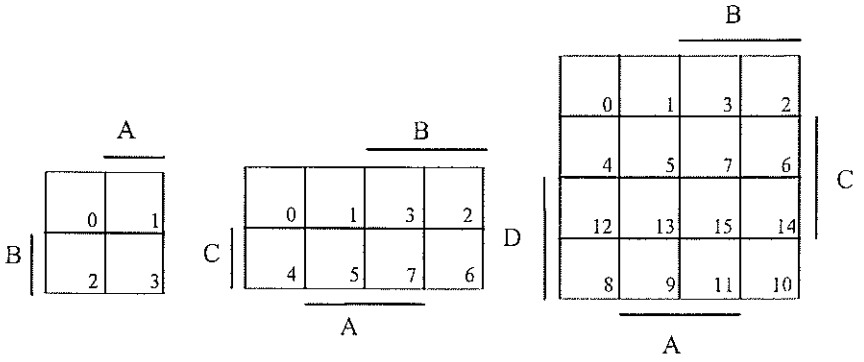
A logikai függvények grafikus egyszerűsítése kettő-, három- és négyváltozós függvényeknél használatos. Az egyváltozós függvényeknél értelmetlen, az öt- és ennél több változó esetén lehetséges, de túlzottan bonyolult. A grafikus egyszerűsítési eljárást Veitch és Karnaugh dolgozta ki. A két eljárás között szinte csak a jelölésrendszerben van különbség, ezért az eljárást Veitch–Karnaugh-módszernek, röviden V–K módszernek nevezzük, a felhasznált táblázatokat pedig V–K tábláknak.

Az egyszerűsítéshez a szabályos alakú függvény termjeit táblázatba foglaljuk, úgy kialakítva a táblázatot, hogy az **egymás mellé kerülő termek csak egy változóban térjenek el egymástól.** Ezt a szabályt betartva olyan termek kerülnek egymás mellé, amelyek ha benne vannak az egyszerűsítendő függvényben, akkor felhasználhatók az egyszerűsítéshez. Ezt tapasztaltuk az algebrai egyszerűsítés során is. Pl. háromváltozós függvénynél csak egy változóban térnek el egymástól az $\overline{C}\cdot B\cdot\overline{A}$ és az $C\cdot B\cdot\overline{A}$ termek, ezért összevonhatók és így egyszerűsíthetők:

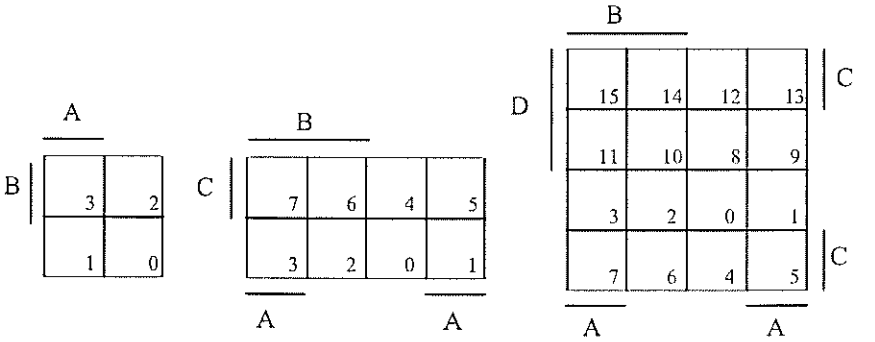
$\overline{A}(C+\overline{C})\cdot B\cdot\overline{A} = B\cdot\overline{A}$.

A függvény diszjunktív szabályos alakjának egyszerűsítéséhez a **mintermtáblázatokat,** a konjuktív függvényalakjának egyszerűsítéséhez pedig a **maxtermtáblája-**

tokat használjuk. A kettő-, három- és négyváltozós függvények mintermtáblázatait a **2.1.** ábra, a maxtermtáblázatokat pedig a **2.2.** ábra tartalmazza.



2.1. ábra. Mintermtáblázatok



2.2. ábra. Maxtermtáblázatok

A táblázatok cellákból állnak, minden cellában szerepel a cellához tartozó term sorszáma. A sorok és az oszlopok mellett vonalak jelzik, hogy melyik változó igaz a jelölt sorokban, ill. oszlopokban. Az egyes cellákba beírva a termek algebrai alakjait ellenőrizhető a leírt jelölésrendszer helyessége, valamint az, hogy az egymás melletti termek csak egy változóban térnek el egymástól. Jól látható, hogy ez a szabály minden irányban igaz, sőt ilyen értelemben egymás mellett lévőnek számítanak:

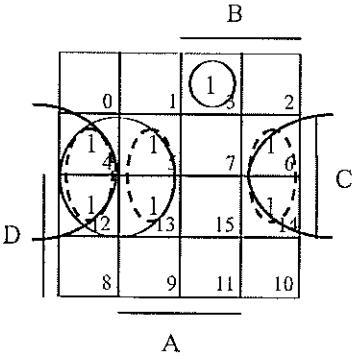
- az első és az utolsó oszlop cellái páronként, pl. a mintermtáblákban a 4 és 6 cellák,
- az első és az utolsó sor cellái páronként, pl. a négyváltozós mintermtáblában a 3 és 11 cellák,
- a sarkokban lévő négy cella: 0, 2, 8, 10.

(A cellák ismertetett elrendezése egy lehetséges változat, a szomszédos cellákra vonatkozóan megismert szabályt betartva más elrendezésű táblázatok is létrehozhatók.)

A diszjunktív szabályos alakban adott függvény úgy egyszerűsíthető, hogy a függvény változóinak száma szerint kiválasztott mintermtáblázatban megjelöljük a függvényben szereplő termeket. A jelölés általában a megfelelő cellába írt 1. A táblázat szomszédos celláiba kerülő, ezért összevonható termeket kettesével egy hurokba összevonjuk. Ha két hurok egymás mellé kerül, akkor ezeket négyes hurokká vonjuk össze, két szomszédos négyes hurkot nyolcas hurokká stb. Ha van olyan term, amely nem vonható össze más termekkel, akkor ez a term egyes hurkot képez, vagyis nem egyszerűsíthető. Akkor lesz a függvény a legegyszerűbb alakú, ha a lehető legnagyobb hurkokat képezzük, de ügyelünk arra, hogy a hurkok száma a lehető legkevesebb legyen. Miután valamennyi megjelölt termet sikerült bevonni valamelyik hurokba, a táblázat szélein található jelöléseket felhasználva meghatározzuk azokat a változókat, amelyek a hurok teljes területén belül azonos értékűek. Mivel az eredeti függvény mintermekből állt, ezért a hurok területén belül azonos értékű változók ÉS kapcsolatban vannak egymással, és az így kialakított változócsoportokat pedig VAGY kapcsolatok kötik össze. A szabályokat betartva a legegyszerűbb függvényhez jutunk.

A grafikus egyszerűsítés megismert szabályainak gyakorlati alkalmazását egy feladat megoldásával tekintjük át. Egyszerűsítsük ezért lépésenként az $F^4 = \Sigma^4(3,4,5,6,12,13,14)$ diszjunktív szabályos alakú függvényt!

Mivel a függvény négyváltozós diszjunktív függvény, ezért a négyváltozós mintermtáblát használjuk. A táblázatban bejelöljük az egyszerűsítendő függvényben szereplő mintermeket a 4, 5. 6 stb. sorszámú cellákban, amint azt a **2.3.** ábra mutatja.



2.3. ábra. A négyváltozós függvény mintermtáblája

Az ábrán láthatóan a 3 sorszámú mintermnek nincs szomszédja, ez egyes hurkot jelent, tehát nem egyszerűsíthető. Kettes hurok képezhető a 4-12, az 5-13 és a 6-14 párokból, mert szomszédos termek. Ezt a hurkolási lehetőséget mutatja a szaggatott vonal. A 4-12 és az 5-13 hurkok azonban szintén szomszédok, ezért összevonhatók, négyes hurkot hozva létre. Hasonlóképpen szomszédos hurkoknak számíta-

nak a 4-12 és 6-14 hurkok, tehát ezek is összevonhatók négyes hurokba. Így kialakultak a folyamatos vonallal jelölt, lehető legnagyobb hurkok, és mivel valamennyi termet már belefoglaltuk valamelyik hurokba, így a hurkolást befejeztük. Érdemes megfigyelni, hogy a 4 és 12 sorszámú termeket két hurok kialakításánál is figyelembe vettük. Ez megengedhető, mert a függvény értéke azzal nem változik meg, ha ugyanazokat a változókat többször szerepeltetjük (l. az $A \cdot A \cdot A \cdot \ldots = A$ alaptételt).

A hurkolás után meghatározzuk minden hurokra külön-külön azokat a változókat, amelyek a hurok teljes területén belül azonos értékűek. A 4-5-12-13 hurokban a C változó igaz értékű, a B változó pedig hamis értékű, ezért ezt a hurkot a $C \cdot \overline{B}$ változócsoport jellemzi. A D és az A változó a hurok felében igaz, a másik felében hamis, így ezek nincsenek a kiolvasott változócsoportban. A 4-12-6-14 hurkon belül a C igaz értékű, az A hamis értékű. A hurkot leíró változócsoport: $C \cdot \overline{A}$. Az egyes hurokban szerepel valamennyi változó: $\overline{D} \cdot \overline{C} \cdot B \cdot A$.

A változócsoportokban a változókat ÉS kapcsolatok kötik össze, mert mintermek összevonásából jöttek létre. Mivel diszjunktív alakból indultunk ki, a változócsoportok VAGY kapcsolata az egyszerűsített függvény: $F^4 = \overline{D} \cdot \overline{C} \cdot B \cdot A + C \cdot \overline{A} + C \cdot \overline{B}$.

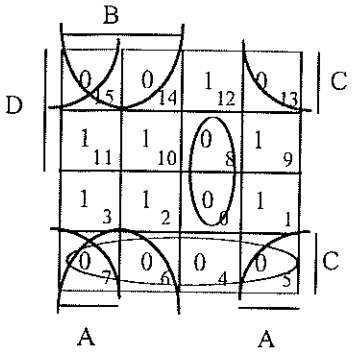
A függvény konjuktív alakjával is elvégezhető az egyszerűsítés. **A konjuktív szabályos alakú függvényt** a megismert szabályok szerint **lehet egyszerűsíteni,** azzal az eltéréssel, hogy az egyszerűsítésre a maxtermtáblát használjuk és a táblázatban szereplő hamis termeket hurkoljuk. Ez az eltérés annak az előző megállapításunknak a következménye, hogy a konjuktív szabályos alak a függvény hamis értékét meghatározó termeket írja le.

A maxtermtábla kétféleképpen tölthető ki:

- az igazságtáblázatból az F = 0 függvény értékekhez tartozó mintermek sorszámait megállapítjuk és beírjuk a maxtermtáblába. Példánkban az igazságtáblázat első sorának első oszlopában szereplő maxterm: $(D + C + B + A)$, sorszáma 15. A második oszlopban szereplő maxterm: $(D + C + B + \overline{A})$, sorszáma 14 stb.
- ha rendelkezésükre áll a függvény mintermtáblája, akkor ezt *tükrözzük* a maxtermtáblába: a mintermtábla egyeseit a maxtermtábla azonos pozíciójú celláiába írjuk. Az üresen maradt cellákat megjelöljük 0-val. Példánkban ez a **2.3.** ábra mintermtáblázatának felhasználásával végezhető el.

Bármelyik módszert is használjuk, egy olyan maxtermtáblához jutunk, amelyben a termeket 0 értékek jelölik. Ezekre alkalmazzuk a hurkolásnál és a kiolvasásnál megismert szabályokat. A kiolvasásnál figyelembe vesszük, hogy maxtermes alakból indultunk ki, ezért a hurkokban azonos értékű változók VAGY kapcsolatban vannak, és a hurkot jellemző változócsoportok között ÉS kapcsolat van.

Szemléltetésként az előző feladat függvényének konjuktív alakjával is végezzük el az egyszerűsítést! A kitöltött maxtermtáblát a **2.4.** ábra szemlélteti.

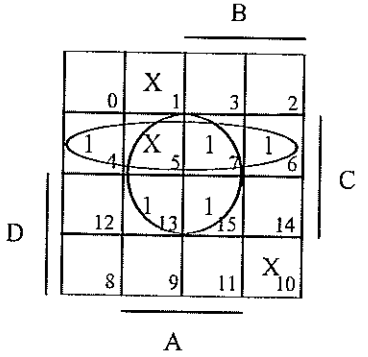


2.4. ábra. A négyváltozós függvény maxtermtáblája

A táblázat alapján négyes hurok képezhető a 7-6-4-5, valamint a 15-14-7-6 termekből, kettes hurokba foglalható a 0-8 term. A 13 sorszámú term miatt még egy négyes hurkot kell kialakítani a négy sarokból. Ez a 15-13-7-5 termeket tartalmazza. A megismert szabályt követve kiolvashatók a hurkokra jellemző változócsoportok és ezek ÉS kapcsolatával felírható az egyszerűsített függvény:

$F^4 = (\overline{D} + C)\cdot(C + B)\cdot(\overline{C} + \overline{B} + \overline{A})\cdot(C + A)$.

Egy adott gyakorlati feladatot leíró logikai függvénynél gyakran előfordul, hogy vannak olyan bemeneti változókombinációk (termek), amelyek a feladat szempontjából nem meghatározottak, mert vagy nem fordulnak elő, vagy ha előfordulnak is, a hozzájuk tartozó függvényérték közömbös. Ezeket a kimeneti állapotokat **határozatlan állapotoknak** nevezzük. A határozatlan termek a függvény sorszámos alakjában úgy adhatók meg, hogy h betűvel jelölve külön felsoroljuk ezeket. Pl. $F^4 = \Sigma^4(4,6,7,13,15,h: 1,5,10)$. A függvények egyszerűsítésénél a határozatlan termek szabadon felhasználhatók a hurkok képzésénél, ha használatukkal a függvény egyszerűbb lesz. A felírt függvényt grafikusan egyszerűsítve a mintermtáblával a **2.5.** ábrán látható eredményre jutunk.

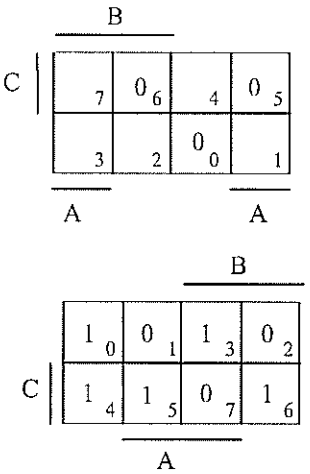


2.5. ábra. A határozatlan termek felhasználása

A mintermtáblából látható, hogy az 5 sorszámú, határozatlan termet felhasználva két négyes hurkot lehet kialakítani. Ha az 5 term nem lenne, akkor csak három kettes hurkot lehetne képezni, ami bonyolultabb függvényt eredményezne. Az 1 és 10 határozatlan termekre nincs szükség. Az egyszerűsített függvény $F^4 = \overline{D} \cdot C + C \cdot A$.

A határozatlan term nélkül $F^4 = \overline{D} \cdot C \cdot \overline{A} + \overline{D} \cdot C \cdot B + D \cdot C \cdot A$.

A feladatok megoldása során megismertük egy függvény minterm- és maxtermtáblázata közötti összefüggést. Ezt felhasználhatjuk a két sorszámos függvényalak közötti átalakításra is. Ez a **grafikus átalakítási módszer** jóval egyszerűbb, mint a korábban megismert algebrai módszer: az átalakítandó sorszámos függvényt ábrázoljuk saját táblázatában, majd áttükrözzük a másik függvényalak táblázatába. Innen kiolvashatók az átalakított függvény sorszámai. Ezt a módszert mutatja be a **2.6.** ábrán látható két táblázat.



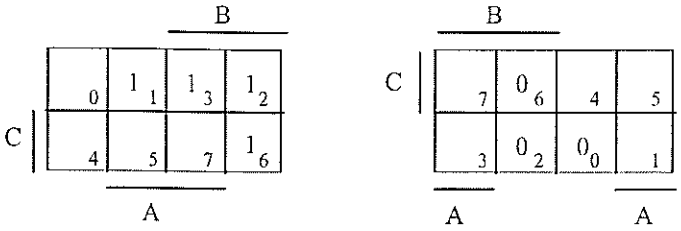
2.6. ábra. A függvények grafikus átalakítása

A maxtermtábla az átalakítandó $F^3 = \Pi^3(0,5,6)$ függvényt ábrázolja. Ezt átírva a mintermtáblába, kiolvashatók a diszjunktív függvény sorszámai: $F^3 = \sum^3(0,3,4,5,6)$.

A V–K táblák használatával jelentősen egyszerűsíthető a nem szabályos alakú függvények szabályos alakúvá alakítása. Megkülönböztetésül az algebrai úton végzett szabályos alakra hozástól, a módszert **grafikus szabályos alakra hozásnak nevezzük.**

Legyen a szabályos alakra hozandó függvény $F^3 = \overline{C} \cdot A + B \cdot \overline{A}$! Mivel a változócsoportokban a változók ÉS kapcsolatban vannak, a mintermtáblát használjuk.

A **2.7.** ábra mintermtáblájában azokat a cellákat kell megjelölni, amelyek a függvényben szereplő változócsoportokkal leírhatók.



2.7. ábra. A függvények szabályos alakra hozása

A $\overline{C} \cdot A$ változócsoporttal jellemezhető cellák keresése: a C változó hamis értéke a táblázat felső sorára jellemző. Ezen belül az A változó az 1 és 3 cellákban igaz. Ezt a két cellát megjelöljük. A $B \cdot \overline{A}$ celláinak keresése: a B változó a jobb oldali két oszlopban igaz, ezen belül az A változó a 2 és 6 cellákban hamis, ezért ezt a két cellát is megjelöljük. Végül a megjelölt cellák sorszámait kiolvasva megkapjuk a szabályos alakú függvényt: $F^3 = \sum^3(1,2,3,6)$.

Hasonlóképpen járunk el akkor is, ha olyan függvényt kell szabályos alakra hozni, amelyben a változók VAGY kapcsolatba vannak egymással, de most a maxtermtáblát használjuk. Az $F^3 = (B + \overline{A}) \cdot (\overline{C} + \overline{A})$ függvény szabályos alakra hozását a **2.7.** ábra maxtermtáblája mutatja. A $(B + \overline{A})$ változócsoport a 2 és 6 cellákat, a $(\overline{C} + \overline{A})$ változócsoport pedig a 0 és 2 cellákat írja le. Ezért ezeket kell megjelölni 0-val, hiszen most konjuktív szabályos alakúra hozzuk a függvényt. A jelölt cellák sorszámait kiolvasva kapjuk a szabályos alakú függvényt: $F^3 = \Pi^3(0,2,6)$.

Összefoglalva a logikai algebrával kapcsolatban leírtakat, megállapíthatjuk, hogy az ismeretek a következő gondolatmenetre épülnek.

A logikai függvények események bekövetkezésének feltételeit írják le logikai változókkal és a közöttük lévő logikai függvénykapcsolatokkal. A három logikai alapfüggvény a tagadás, az ÉS, valamint a VAGY kapcsolat.

A logikai függvényeket a minimális alkatelemekkel való megvalósíthatóság miatt a lehető legegyszerűbb alakra kell hozni. Az egyszerűsítés algebrai és grafikus módszerrel végezhető. Az algebrai egyszerűsítés a Boole-algebra törvényeinek és alaptételeinek felhasználásával végezhető. A grafikus egyszerűsítéshez a logikai függvények szabályos alakjára van szükség. A nem szabályos alakú függvények szintén algebrai és grafikus módszerrel hozhatók szabályos alakra.

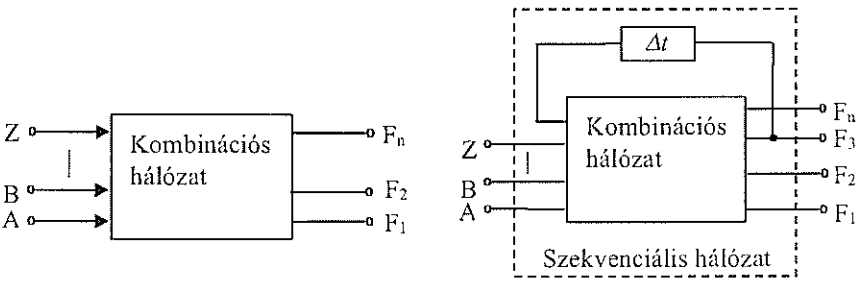
Egy logikai függvény grafikus egyszerűsítése elvégezhető a függvény diszjunktív és konjuktív szabályos alakjával. A diszjunktív szabályos alak egyszerűsítéséhez a minterm V–K táblázatot, a konjuktív szabályos alak egyszerűsítéséhez pedig a maxtermtáblát használjuk. A két V–K táblával a szabályos alakok egymásba átalakíthatók.

Ellenőrző kérdések

1. Melyek a logikai algebra törvényei és alaptételei?
2. Mit jelent a szabályos alakú függvény, milyen fajtáit ismerjük?
3. Értelmezzük a term, minterm, maxterm és a szabályos alakú függvények fogalmát!
4. Milyen elven épülnek fel a V-K táblák?
5. Ismertessük a grafikus egyszerűsítés szabályait!

3. A LOGIKAI HÁLÓZATOK ALAPELEMEI

A logikai függvényekkel megfogalmazott feladatok áramköri megvalósítása logikai hálózatokkal történik. A logikai hálózatok felépítésük és működésük szerint két csoportba sorolhatók: kombinációs logikai hálózatok és sorrendi logikai hálózatok. A két hálózat tömbvázlatát a **3.1.** ábra szemlélteti.



3.1. ábra. Logikai hálózatok

A kombinációs logikai hálózat kimeneteinek állapotát a bemenetekre adott változók értékei határozzák meg. A kimeneti függvényeket olyan bemeneti változók határozzák meg, amelyek értéke nem függ az időtől, kizárólag csak az adott pillanatban érvényes bemeneti feltételektől. Az ilyen hálózatok logikai függvényeit megvalósító áramköri elemek a *logikai kapuáramkörök,* vagy szokásos rövidebb elnevezéssel *kapuk.*

A sorrendi logikai hálózatok (szekvenciális hálózatok) kimeneti függvényeit a bemeneti változók értékén kívül a kimenet előző állapota is meghatározza. Az áramköri felépítés szempontjából ez azt jelenti, hogy a t_n időpontban érvényes **előző kimeneti állapotot** tárolni kell, és visszacsatolás kialakításával a bemenetre kell vezetni. Így a hálózat t_{n+1} időpontban létrejövő **következő kimeneti állapotát** az előző állapot is képes befolyásolni. Ugyanolyan A, B, C stb. bemeneti változó értékek mellett tehát a kimenetek állapota különböző lehet az áramkör előző állapotától függően.

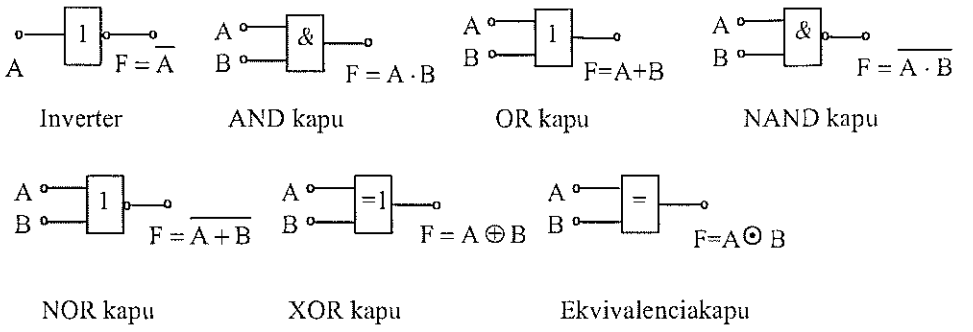
A sorrendi hálózatok felépítéséhez tárolókat használunk, amelyek kapuáramkörökből kialakított visszacsatolt hálózatok.

3.1. Kapuáramkörök

A kapuáramkörök a logikai alapfüggvényeket megvalósító digitális integrált áramkörök. A megvalósított függvény és a hozzátartozó kapuk elnevezése:

Függvény	**Kapuáramkör**
negáció	inverter
ÉS	AND
VAGY	OR
NEM-ÉS	NAND
NEM-VAGY	NOR
kizáró VAGY	XOR (antivalencia)
megengedő ÉS	ekvivalencia

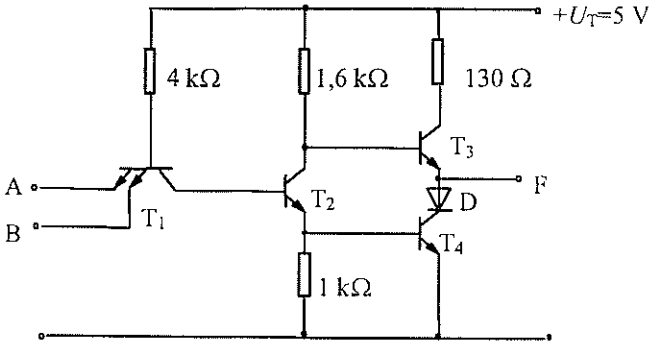
Az AND, OR, NAND, NOR kapuk bemeneteinek száma típusonként változó. Nem alapfüggvényt, de gyakran előforduló függvénykombinációt megvalósító kapuáramkör az AND-OR-INVERTER kapu. A kapuáramköröket kapcsolási rajzokon jelképi jelölésükkel ábrázoljuk. Ezeket foglalja össze a **3.2.** ábra.



3.2. ábra. A kapuáramkörök jelképi jelölései

A digitális integrált kapuáramkörök belső áramköreit bipoláris vagy MOS térvezérlésű tranzisztorokból építik fel. A bipoláris tranzisztorból felépített kapuk a TTL (Tranzisztor-Tranzisztor-Logika) áramkörök. A MOS tranzisztorokból több különböző kapcsolástechnikával létrehozott kapuáramkör ismert. Ezek közül gyakorlati jelentősége szinte kizárólag a CMOS (komplementer-MOS) kapuáramköröknek van.

A TTL kapuáramkörök belső kapcsolástechnikájának legjellemzőbb áramköre a NAND kapu. A **3.3.** ábra a kétbemenetű NAND kapu kapcsolási rajzát szemlélteti.



3.3. ábra. TTL NAND kapu belső felépítése

A T_1 többemitteres (multiemitteres) tranzisztor ÉS kapcsolatot valósít meg emitterei, tehát a kapu bemenetei között. Ha az emitterek valamelyikét vagy mindkettőt 0 V feszültségre (közös potenciál) kötjük kivülről, akkor a tranzisztor kinyit, mert a bázisán lévő pozitív feszültséghez képest az emittere negatívabb feszültséget kap. Csak akkor zár le a tranzisztor, ha mindkét emitterére a tápfeszültség (vagy azt megközelítő feszültség) kerül. A 0 V-ot logikai 0-nak, a tápfeszültséget pedig logikai 1 szintnek tekintve, a multiemitteres tranzisztor működését úgy is megfogalmazhatjuk, hogy a tranzisztor kinyit, ha az A-B bemeneteire 0-0, 0-1, 1-0 logikai értékek jutnak. Csak akkor zár le a tranzisztor, ha mindkét bemenetére 1 szint kerül. A tranzisztor zárt állapota tehát a bemeneti változók ÉS kapcsolata szerint jön létre.

A T_2 tranzisztor zárt állapotban van, ha a T_1 tranzisztor nyitott, mert a bázisára ilyenkor a nyitott T_1 U_{CE} feszültsége (a tranzisztor szaturációs feszültsége) kerül. A zárt T_2 tranzisztoron nem folyik áram, ezért az emitter-ellenállásán nem esik feszültség, a T_4 zárt állapotban lesz. A T_2 kollektor-ellenállásán sem esik feszültség, ezért a T_3 nyitott állapotban van, mert a bázisa tápfeszültségre kapcsolódik. Végeredményben tehát a kimeneten a lezárt T_4 és a nyitott T_3 miatt közel tápfeszültség, vagyis 1 szint van. A bemeneti kombinációkat tekintve ez a kimeneti 1 szint a bemeneti 0-0, 0-1, 1-0 értékekhez tartozik.

A T_2 tranzisztor nyitott állapotban van, ha a T_1 zárt állapotú. A T_2 tranzisztoron ezért áram folyik, ami az emitter-ellenálláson akkora feszültséget hoz létre, hogy a T_4 kinyisson. A kollektor-ellenálláson eső feszültség viszont lezárja a T_3 tranzisztort. A kimeneten így a T_4 szaturációs feszültsége mérhető, ami logikai 0 szintet jelent. Ezt a kimeneti állapotot tehát, a bemeneten lévő 1-1 állapot hozta létre.

Áttekintve a bemeneti állapotokhoz tartozó kimeneti állapotokat, felismerhető a NAND kapcsolat.

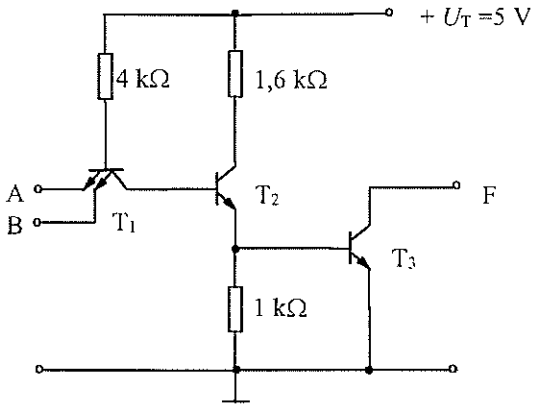
A kapcsolásban szereplő D dióda a T_3 tranzisztor biztos zárását segíti. Amikor a T_2 és a T_4 nyitottak, akkor hozzávetőlegesen igaz, hogy $U_{E2} = U_{BE4} = 0{,}6$ V,

$U_{C2} = U_{E2} + U_{S2} = 0{,}8$ V és $U_{C4} = U_{S4} = 0{,}2$ V. Dióda nélkül a T_3 bázisa és emittere közé így $U_{C2} - U_{C4} = 0{,}6$ V kerül. Ez éppen a nyitás határa. A diódával együtt a T_3 nyitásához kb. 1,2 V-ra van szükség, vagyis a 0,6 V biztosan nem tudja kinyitni a tranzisztort.

A T_3, T_4 tranzisztorokból és a D diódából álló kimeneti fokozat neve: **totem-pole** (totem oszlop) **kimenet.** Az ilyen kimeneti megoldást az indokolta, hogy ezzel csökkenthető legjobban a kaput terhelő kapacitások jelkésleltető hatása. Egy hálózatban a kapu kimenetére újabb kapuk csatlakoznak, amelyek bemeneti kapacitásait a lehető leggyorsabban fel kell tölteni 1 szintre, amikor a kimenet magas szintre vált és ki kell sütni, szintén a lehető leggyorsabban, amikor a kimenet 0-ra vált (l. a Tankönyvmester Kiadó: **Elektronika** c. tankönyv 5.3.1. pontjában a kapcsolási időről leírtakat). A kapuáramkörök bemeneti kapacitásait elsősorban a többemitteres tranzisztor és a T_2 elektródakapacitásai határozzák meg. Nagyságrendileg ez a kapacitás néhányszor 10 pF.

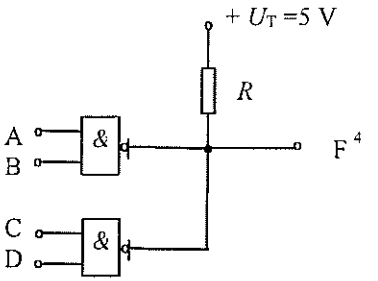
A terhelőkapacitás töltése és kisütése akkor gyors, ha a lehető legkisebb ellenálláson keresztül történik. A totem-pole kimenet ennek a követelménynek tesz eleget, hiszen az 1 szintet (tápfeszültség) a nyitott T_3 tranzisztoron, a 0 szintet pedig szintén a nyitott T_4 tranzisztoron keresztül kapcsolja a terhelésre és ezzel együtt a kapacitásra. A totem-pole kimenet tehát gyors működést tesz lehetővé.

A kapuáramkörökből kialakított hálózatokban előfordul, hogy két kapukimenetet össze kell kötni. Ebben az esetben a totem-pole kimenettel rendelkező kapuáramkör nem használható, hiszen ha a kapuk kimenetét ellentétes szintre vezéreljük, akkor valamelyik kapu valószínűleg tönkremegy. Ilyenkor nyitott kollektoros kimenetű kapukat kell használni. A nyitott kollektoros kapu kapcsolási rajza és jelképi jelölése a **3.4.** ábrán látható.



3.4. ábra. Nyitott kollektoros TTL kapu

A kapu csak külső ellenállással kiegészítve működik, ezen keresztül kapcsolódik a T_3 tranzisztor a tápfeszültségre. Ugyanerre az ellenállásra kapcsolható a másik (többi) nyitott kollektoros kapu is. Ezt mutatja a **3.5.** ábra. Az ábrán megfigyelhető a nyitott kollektoros kapuk jelképi jelölése is.

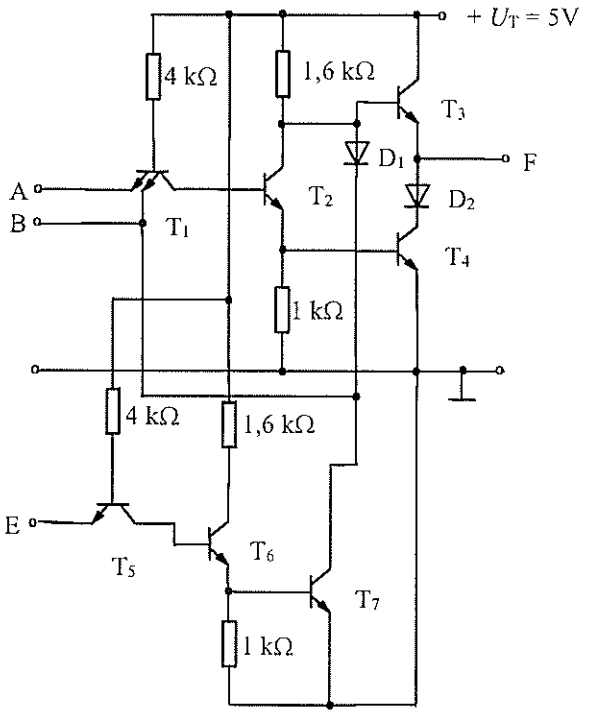


3.5. ábra. A nyitott kollektoros kapuk összekötése

A kapuáramkörök összekötésével egy új logikai függvénykapcsolat jön létre, amit huzalozott függvénykapcsolatnak nevezünk: bármelyik kapuáramkör kimenete 0 szintre vált, a közös kimenet is 0 lesz. Csak ha mindkét kimenet 1 szintű, akkor lesz a közös kimenet is 1. Ha NAND kapukat huzalozunk, akkor a kimenetek $\overline{A \cdot B}$, ill. $\overline{C \cdot D}$ függvények szerint igazak, ezért a huzalozott függvénykapcsolat $F^4 = \overline{A \cdot B} \cdot \overline{C \cdot D}$. Az összeköthetőség előnye mellett hátrány, hogy jelentősen megnövekszik a jelkésleltetési idő, mert a terhelőkapacitások töltése 1 szinten az ellenálláson keresztül megy végbe.

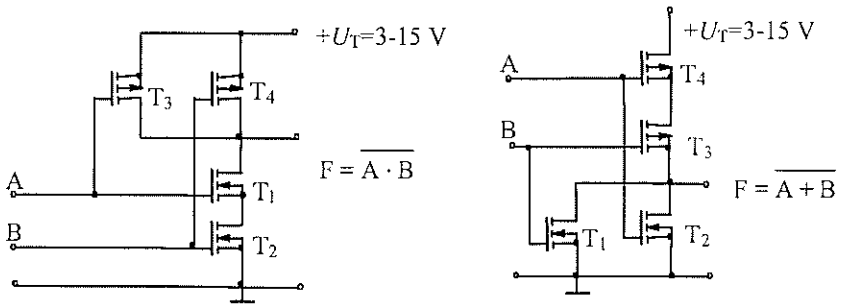
Az előzőekben megismert totem-pole és nyitott kollektoros kimeneti megoldás mellett készítenek háromállapotú (tri-state) kimeneti megoldással ellátott kapuáramköröket. A 0 és 1 logikai állapotok mellett a harmadik állapot a közel árammentes, nagyimpedanciás állapot. Ilyen állapotban tehát a kimenet gyakorlatilag lekapcsolódik a terhelésről. A belső áramköri kialakítást a **3.6.** ábra mutatja.

A T_5, T_6, T_7 tranzisztorokból álló tiltó áramkör E (*Enable* – engedélyezés) bemenetére 1 szintet (tápfeszültség) adva lezár a T_5 és kinyit a T_6 és a T_7 tranzisztor. A nyitott T_7 közvetlenül lezárja T_3-at, és a T_1 nyitásán keresztül a T_4 tranzisztort is. A kimeneten tehát csak a kimeneti tranzisztorok szaturációs áramai folynak. Ha T_5 emitterére 0 szint kerül, akkor T_5 nyitva, T_6 és T_7 pedig zárva van, ezért a tiltó áramkör hatástalan és a kapu úgy működik, mint egy szokásos totem-pole kimenetű áramkör. A tri-state kimenetű áramköröket sín kialakítására használjuk. A sín egy vezeték, amelyre kapuk kimenetei és más kapuk bemenetei kapcsolódnak. Bármelyik kapukimenet összeköttetésbe kerülhet a sínen keresztül a kapubemenetekkel, ha a kimenetét engedélyezzük. Természetesen alaphelyzetben valamennyi kapukimenet harmadik állapotban van.



3.6. ábra. A háromállapotú kimeneti megoldás kapcsolási rajza

A **CMOS kapuáramkörök** n és p csatornás MOS tranzisztorokból épülnek fel, amelyek páronként komplementer kapcsolásban működnek. Felépítésük igen egyszerű, amint azt a **3.7.** ábra is mutatja NAND és NOR kapuk esetén.



3.7. ábra. CMOS NAND és NOR kapuk

A NAND kapu n csatornás tranzisztorai a gate-elektródájukra adott 0 V feszültségre, tehát logikai 0 szintre lezárnak, a p csatornások pedig kinyitnak. Ha 0 szintet kapcsolunk pl. az A bemenetre, akkor a T_1 tranzisztor lezár, a T_3 viszont kinyit. Ezért a B bemenet vezérlésétől függetlenül a kimeneten közelítőleg tápfeszültség, tehát logikai 1 szint van. Hasonló a helyzet, ha a B bemenetre kapcsolunk 0 szintet. A mindkét bemenetre adott 0 szint szintén 1 kimeneti állapotot hoz létre. A T_1 és T_2 soros kapcsolása miatt csak akkor lehet a kimeneten 0 szint, ha A is és B is 1 szintre kapcsolódik. Ilyenkor T_1 és T_2 nyit, T_3 és T_4 lezár. Érdemes megfigyelni, hogy a kimeneti szinteket nyitott tranzisztorok kapcsolják a kimenetre, ezért a kapacitív terhelések töltése-kisütése szempontjából ugyanolyan kedvező az áramkör kialakítása, mint a totem-pole.

A NOR kapu kimenetén 0 szint jelenik meg, ha akár az A, akár a B bemenetre 1 szint kerül, mert vagy T_1, vagy T_2 nyit. Ha mindkét tranzisztort lezárjuk az A és a B bemenetre adott 0 szinttel, akkor T_3 és T_4 egyszerre lesz nyitva, ezért a kimeneten logikai 1 szint jelenik meg.

A kapuáramkörök típusjelölése meglehetősen egységes. A TTL áramkörök jelölése az SN betűkkel kezdődik. Az ezt követő két szám azt a környezeti hőmérsékleti tartományt jelöli, amelyen belül az áramkör – a gyártó által megadott jellemzőkkel – használható:

SN 74..., SN 49..., SN 75...: 0 °C-tól +70 °C-ig,

SN 84...: –25 °C-tól +85 °C-ig,

SN 54...: –55 °C-tól +125 °C-ig.

A hőmérsékletet jelző két szám után következő számok az áramkört azonosítják. Pl. SN 7400 áramkör négy kétbemenetű NAND kaput tartalmaz. Az SN sorozat nem csak kapuáramköröket, hanem más funkciót ellátó digitális áramköröket is tartalmaz.

Az SN sorozattal csereszabatos (kompatibilis) CMOS áramköröket is készítenek. A TTL-től való megkülönböztetésül a sorozatot jelölő betűk és a hőmérsékleti tartományt jelölő két szám után egy C betű szerepel a típusjelölésben. Pl. SN 74C00 négy darab kétbemenetű CMOS NAND kapu.

A CMOS áramkörök közül a legszélesebb áramkörválasztékkal a CD 40... sorozat rendelkezik. A 40-et követő számok az áramkört azonosítják, az ezután következő újabb betűk közül az első a működési (környezeti) hőmérsékleti tartományt mutatja, a második pedig a tokozás fajtáját:

első betű M –55° C-tól +125 °C-ig,
C –40 °C-tól + 85 °C-ig,

második betű D dual-in-line
K flat-pack (a tokozások megnevezésének értelmezését a Tankönyvmester Kiadó: **Villamos anyagismeret és technológia** c. tankönyve ismerteti).

A kapuáramkörök, mint integrált alkatrészek a következő katalógusadatokkal jellemezhetők:

- **tápfeszültség.** A jelenleg használatos digitális integrált kapuáramkörök pozitív tápfeszültségről működnek. A TTL áramkörök tápfeszültsége egységesen 5 V ± 5%. A CMOS áramkörök tápfeszültségét a felhasználó 3 V és 15 V között megválaszthatja. A tápfeszültséggel azonban az áramkör valamennyi egyéb jellemzője is megváltozik.
- **logikai szintek.** A TTL áramkörök logikai szintjei az állandó tápfeszültség következtében jól meghatározott, a gyártó által garantált értékek, külön az áramkörök bemenetére és külön a kimenetére.

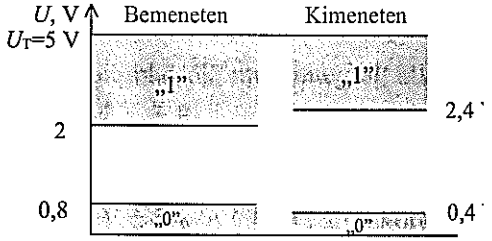
  A bemeneten a logikai 0 szint feszültségtartománya: 0 V–0,8 V,

  a logikai 1 szint feszültségtartománya: 2 V–5 V.

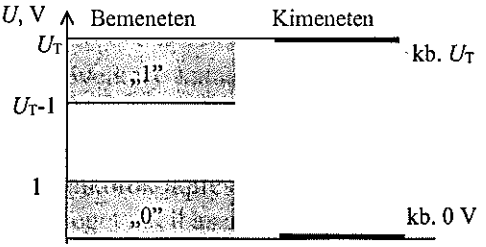
  A kimeneti logikai 0 szint feszültségtartománya: 0 V–0,4 V,

  logikai 1 szint feszültségtartománya: 2,4 V–5 V.

  Ezek az adatok határértékek. A TTL áramkörök logikai szintjeinek határértékeit a **3.8.** ábra foglalja össze.



3.8. ábra. A TTL áramkörök logikai szintjei



3.9. ábra. A CMOS áramkörök logikai szintjei

A CMOS áramkörök logikai 1 szintjeit az alkalmazott U_T tápfeszültség határozza meg:

A bemeneten a logikai 0 szint feszültségtartománya: 0 V-tól 1 V-ig,

a logikai 1 szint feszültségtartománya: (U_T–1 V)-tól –U_T-ig.

A kimeneti logikai 0 szint: 0 V,

logikai 1 szint: U_T.

A CMOS áramkörök logikai szintjei a **3.9.** ábrán láthatók.

- **zajtartalék vagy zajérzéketlenség.** Ezen a feszültségtartományon belüli feszültségváltozás nem változtatja meg az áramkör logikai állapotát. Ez egy áramkör kimenete és az azt követő áramkör bemenete között értelmezett mennyiség. A TTL áramköröknél a **3.8.** ábrából következően 0 és 1 szinten is 0,4 V az értéke, mert 0,8-0,4 = 0,4 V, ill. 2,4-2 = 0,4 V. A CMOS áramköröknél a **3.9.** ábra alapján 0 és 1 szinten is kb. 1 V.
- **kimeneti terhelhetőség, fan out.** Az áramkörök max. kimeneti árama határozza meg, hogy mekkora az a terhelés, amely mellett az áramkör még helyesen működik. A digitális áramkörök kimenete általában újabb digitális áramkörbemeneteket hajt meg, ezért a max. kimeneti áramnál jobban jellemzi a kimeneti terhelhetőséget az, hogy hány darab áramkörbemenetet képes a kimenet meghajtani. Egységterhelésnek egy kapuáramkör bemenete számít.

TTL áramköröknél a fan out értéke általában 10.

A CMOS áramkörök fan out értéke elvileg igen nagy lehetne, hiszen a MOS tranzisztorok vezérléséhez nincs szükség áramra, így a bemenetek nem terhelnék a kimenetet. A MOS tranzisztorok viszonylag nagy bemeneti kapacitása a kapcsolás pillanatában jelentősen terheli a meghajtó áramkört, ez korlátozza a kimenetre kapcsolható bemenetek számát.

Készülnek kifejezetten nagyáramú kimenettel rendelkező áramkörök, amelyek fan out értéke általában 30.

- **teljesítménydisszipáció, P_D.** Az áramkör tápfeszültsége és tápáramfelvétele határozza meg. A TTL kapuk normál kivitel esetén P_D = 10 mW. Készítenek alacsony teljesítményfelvételű TTL áramköröket úgy, hogy megnövelik az áramkörben lévő ellenállások értékeit. Ezzel elérhető a P_D = 1 mW teljesítményfelvétel, de romlik az áramkör működési sebessége. A normál típustól való megkülönböztetésül az ilyen áramköröket L betűvel jelölik, pl. SN 74L00.

A CMOS áramkörök legnagyobb előnye – az egyszerűsége mellett – az igen kicsi teljesítményfelvétel. A működésből következik, hogy a komplementer tranzisztorok közül az egyik mindig le van zárva, ezért csak a szaturációs áram folyik rajta. A CMOS kapuk teljesítményfelvétele ugyanakkor erősen frekvenciafüggő. Pl. egy CMOS kapu teljesítményfelvétele 1 kHz frekvencián kb. 10 nW, 1 MHz frekvencián már kb. 1 mW.

- **jelkésleltetési, vagy jelterjedési idő, t_{pd}** (*propagation delay time*). A bemeneten történő változás és a hatására létrejövő kimeneti változás között eltelt idő. Szoros kapcsolatban van az áramkört felépítő tranzisztorok jelkésleltetési idejével, amit – mint már láttuk – elsősorban a tranzisztorok kapacitásai okoznak. A jelkésleltetési idő nagysága általában különböző a 0–1 és az 1–0 átmenetnél. Az áramkörök adatlapjai a két idő átlagát, az átlagos jelkésleltetési időt adják meg.

A TTL áramköröknél alapesetben a jelkésleltetési idő t_{pd} = 10 ns. A belső ellenállások értékének csökkentésével készítenek nagysebességű áramköröket, amelyeknél t_{pd} = 6 ns. Ezzel együtt viszont megnövekszik a disszipációs teljesítmény P_D = 23 mW-ra. Az ilyen áramkört H betűvel jelölik, pl. SN 74H00. Az áramkörön belül az ellenállások megváltoztatása tehát vagy a teljesítményfelvételt csökkenti de növeli a jelkésleltetést (L típus: P_D = 1 mW, de t_{pd} = 33 ns), vagy a jelkésleltetést csökkenti de növeli a teljesítményfelvételt (H típus).

Nagy működési sebesség és mérsékelt teljesítményfelvétel növekedés jellemzi a Schottky-diódás telítésgátlással ellátott áramkört. A jelterjedési idő t_{pd} = 3 ns, a disszipáció pedig P_D = 19 mW. A jelölés S, pl. SN 74S00.

Egyszerre csökken a disszipáció és a jelkésleltetés az Schottky-diódás telítésgátlással ellátott, L típusú áramköröknél. Ezek betűjele LS, pl. SN 74LS00.

A CMOS áramkörök jelkésleltetési ideje meglehetősen nagy, 20 ns és 200 ns közötti érték. Ez számít a CMOS áramkörök legnagyobb hátrányának.

Ellenőrző kérdések

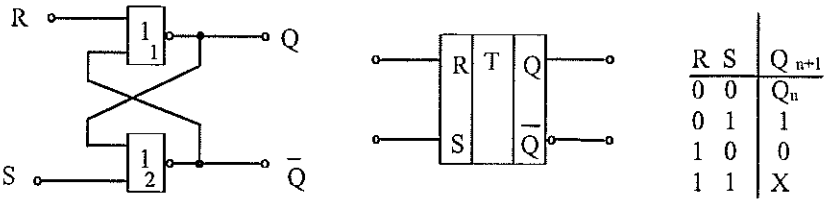
1. Ismertessük az alapvető kapuáramköröket!
2. Ismertessük a TTL NAND kapu felépítését és működését!
3. Ismertessük a többemitteres tranzisztoros bemeneti fokozat működését!
4. Ismertessük a totem-pole és tri-state kimeneti fokozatok felépítését és működését!
5. Milyen módon kapcsolhatók össze a kapuáramkörök kimenetei?
6. Értelmezzük a kapuáramkörök jellemzőit!
7. Csoportosítsuk működési sebesség és disszipáció szempontjából a TTL áramkör családokat!

4. Tárolók

A tárolóáramkörök, más néven flip-flopok, kétállapotú áramkörök. Két kimeneti állapotuknak megfelelően 1 bit információ tárolására alkalmasak. Az információ a tároló megfelelő vezérlésével beírható a tárolóba, ill. a vezérlés megváltoztatásával kitörölhető. Az általuk megvalósított funkciótól függően a tárolókat a következő logikai csoportokba soroljuk.

- R-S típusú tárolók,
- inverz R-S, vagy másképpen ($\overline{R} - \overline{S}$)tárolók,
- J-K tárolók,
- T (trigger) tárolók,
- D (delay) tárolók.

Az **R-S tárolók** S (*set* – írás) bemenete a beírásra, vagyis egy olyan kimeneti állapot létrehozására való, amikor a Q kimeneten logikai 1 szint jön létre. Ez jelzi az 1 információs bit tárolását. Az R (*reset* – törlés) bemenetre adott vezérlés a Q kimeneten 0 állapotot hoz létre, a flip-flop törlődik, tehát a továbbiakban 0 információs bitet tárol. Az R-S tárolók belső felépítését, jelképi jelölését és vezérlési táblázatát a **4.1.** ábra mutatja.



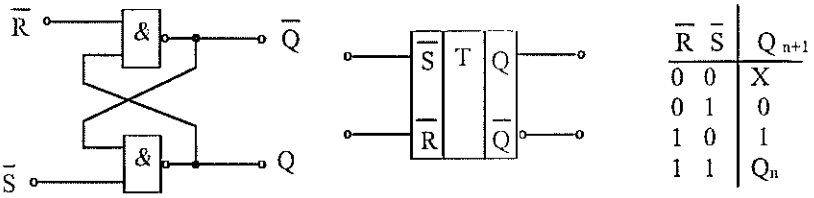
R	S	Q_{n+1}
0	0	Q_n
0	1	1
1	0	0
1	1	X

4.1. ábra. R-S tárolók belső felépítése, jelképi jelölése és vezérlési táblázata

A kapcsolási rajzon jól látható, hogy a kapuk invertálása miatt a két kimenet egymásnak negáltja. Az áramkör működésének elemzéséhez tételezzük fel, hogy a Q kimeneten 1 állapot van (ez az előző állapot) és az R-S bemenetekre 0-0 logikai szintet adunk. A NOR függvénynek megfelelően az 1. kapu kimenetén 1 szint lesz (marad), a 2. kapu kimenetén 0 szint lesz (marad). Ezt úgy is megfogalmazhatjuk, hogy az R-S flip-flop 0-0 vezérlés hatására megtartja előző állapotát. Tehát a következő állapot megegyezik az előző állapottal.

Az R-S bemenetre 0-1 vezérlést adva az 1. NOR kapu kimenete 1 szintre vált, mert $Q = \overline{\overline{Q} + R} = \overline{0 + 0} = 1$. Tehát az S bemenetre adott 1 beírja a tárolót. Megfordítva a vezérlést (R = 1, S = 0) ellentétes változást hoz létre, a Q kimenet 0 szintű lesz. Ezzel a vezérléssel töröltük a tárolót. Érdekes helyzetet idéz elő az R = 1, S = 1 vezérlés. A NOR függvény szerint ilyenkor mindkét kapu 0 kimeneti szintet adna a kimenetén, ami ebben a kapcsolásban nem lehetséges. Ilyenkor véletlenszerűen alakul a kimeneti állapot, ezért ez a vezérlési állapot nem megengedett. Logikailag sem értelmezhető az 1-1 vezérlés, mert egyszerre jelentené a beírás és a törlés vezérlését. A tároló vezérlésének lehetséges eseteit és a vezérlések hatására létrejövő kimeneti állapotokat a **vezérlési táblázat** (igazságtáblázat) foglalja össze a **4.1.** ábrán. A jelképi jelölésen szereplő T betű az áramkör funkciójele. Jelentése: tároló.

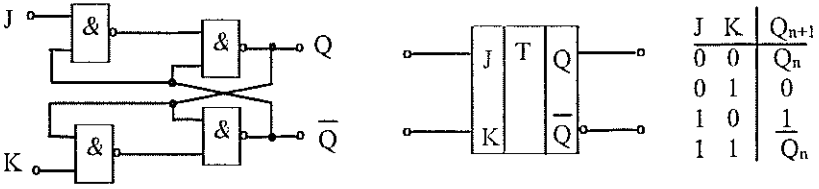
Az **inverz R-S** ($\overline{R} - \overline{S}$) **tároló** minden tekintetben fordított működésű az R-S tárolóhoz képest. A **4.2.** ábra kapcsolási rajzán kívül a jelképi jelölését és a vezérlési táblázatát mutatja. A tároló beírása és törlése 0 szinttel lehetséges, a tiltott vezérlés pedig a 0-0.



$\overline{R}$	$\overline{S}$	Q_{n+1}
0	0	X
0	1	0
1	0	1
1	1	Q_n

4.2. ábra. Az $\overline{R} - \overline{S}$ flip-flop belső felépítése, jelképi jelölése és vezérlési táblázata

A **J-K tároló** belső áramköri kialakítása olyan, hogy nincs tiltott vezérlési állapota. A J bemeneten keresztül a tároló beírható, a K bemeneten keresztül törölhető. Kapcsolási rajzát, jelképi jelölését és vezérlési táblázatát a **4.3.** ábra mutatja.



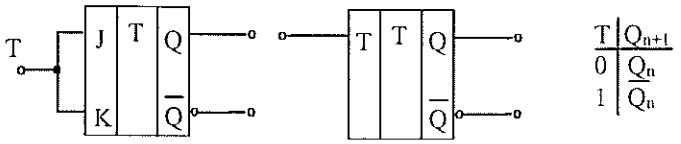
J	K	Q_{n+1}
0	0	Q_n
0	1	0
1	0	1
1	1	$\overline{Q_n}$

4.3. ábra. A J-K tároló felépítése, jelképi jelölése és vezérlési táblázata

A tároló bemenetén lévő két NAND kapunak az a feladata, hogy az inverz R-S tároló 0-0 tiltott vezérlési állapotát kiküszöbölje. Ha a J-K bemenetekre 0-0 vezérlés kerül, akkor a NAND kapuk másik bemenetére kerülő vezérléstől függetlenül a kimenetükön 1 szint jelenik meg. Ez a NAND kapukat követő inverz R-S tároló számára

nem tiltott vezérlés, hatására megtartja előző kimeneti állapotát. A J-K bemenetekre adott 1-1 vezérlés hatására a NAND kapuk invertálják az éppen aktuális $Q - \overline{Q}$ kimeneti állapotokat, ezért az inverz R-S tároló kimeneti állapota megváltozik. Ezt úgy fogalmazzuk meg, hogy a J-K tároló az 1-1 vezérlés hatására billen (triggerrel). A beírás a J bemenetre adott 1 szinttel, a törlés pedig a K bemenetre adott 1 szinttel valósítható meg.

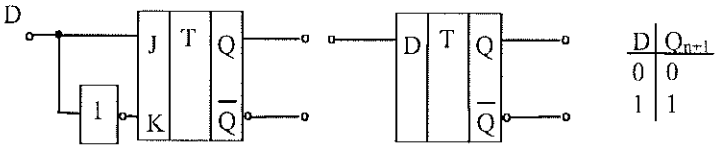
A T típusú tároló egy összekötött bemenetű J-K tároló, amint azt a **4.4.** ábra szemlélteti, a jelképi jelöléssel és a vezérlési táblázattal együtt.



4.4. ábra. A T tároló felépítése, jelképi jelölése és vezérlési táblázata

A T tároló bemenetét (közösített bemenet) T triggerbemenetnek nevezzük. A tároló vezérlési táblázata tulajdonképpen a J-K tároló első és utolsó sora. A T bemenetet 0 szinttel vezérelve a kimenet megtartja az előző állapotát. A bemeneti 1 vezérlésre a tároló triggerrel, az előző állapot ellentétesre változik.

A **D flip-flop** kimenetén olyan logikai érték jelenik meg, amilyet a bemenetére kapcsoltunk. Ezt a funkciót egy olyan J-K tároló képes ellátni, amelynek bemenetei ellentétes vezérlést kapnak. Ezt a két bemenet közé kapcsolt inverter teszi lehetővé. Elemezve az áramkör működését látszik, hogy a D tároló a J-K igazságtáblázatának a középső két sorát valósítja meg. A D tároló felépítését, jelképi jelölését és a vezérlési táblázatot a **4.5.** ábra szemlélteti.



4.5. ábra. A D tároló felépítése, jelképi jelölése és vezérlési táblázata

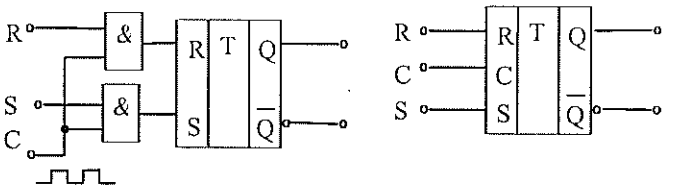
A tárolókat a vezérlésük jellegétől függően is csoportosíthatjuk. **A vezérlés jellegétől függő csoportok:**

- sztatikus vezérlésű tárolók,
- dinamikus vezérlésű tárolók. Ezen belül
  - kapuzott tárolók,
  - mester-szolga tárolók,
  - élvezérelt tárolók.

A sztatikus vezérlésű tárolók kimenetén a bemeneti vezérlés hatására a kimeneti állapot azonnal megjelenik. Ilyen tárolók voltak az előzőekben megismertek. A sztatikus vezérlésű tárolók hátránya, hogy a bemenetükre érkező esetleges zavarok szintén megváltoztatják a kimenet állapotát: a sztatikus tároló átlátszó a zavarok szempontjából.

A dinamikus vezérlésű tárolók kimeneti állapotának megváltozását **órajel** (Clock) ütemezi.

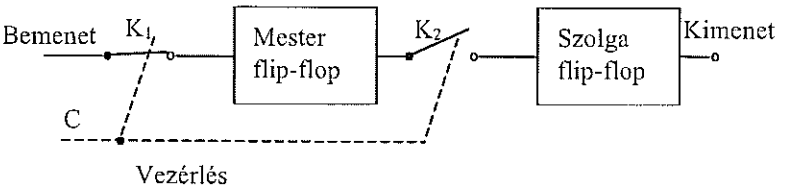
A legegyszerűbb dinamikus tároló a **kapuzott tároló.** Bármelyik tárolóból kialakítható kapuzott tároló, ha a sztatikus bemeneteit ÉS kapukon keresztül vezéreljük és a kapukat órajellel tiltjuk vagy engedélyezzük. A **4.6.** ábra példaként egy R-S tároló kapuzását mutatja.



4.6. ábra. Kapuzott R-S tároló és jelképi jelölése

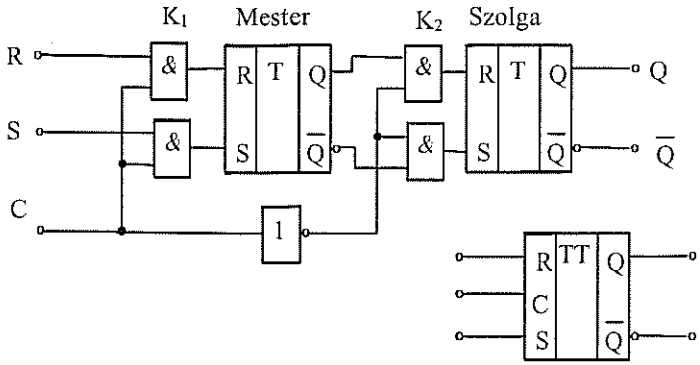
Az órajel 0 szintje mellett az ÉS kapuk kimenetén az R-S vezérléstől függetlenül 0 szint van. Ha az órajel 1 szintű, akkor az ÉS kapu kimenetén megjelenhet az R-S vezérlés. A tároló átlátszósága az órajel időtartamára csökkent.

A **mester-szolga** *(master-slave)* **tároló** kétütemű tároló, amelynek elvi felépítését a **4.7.** ábra szemlélteti.



4.7. ábra. Mester-szolga elv

Az első ütemben a K_1 kapcsoló zárt, a K_2 pedig nyitott állapotban van. A bemenetre adott vezérlés a mestertárolóra hatásos, de a kimeneten nem jelenik meg a vezérlés következménye a nyitott K_2 miatt. A második ütemben a K_1 nyitott, a K_2 zárt, ezért a mesterben lévő információ átíródik a szolgába és megjelenik a kimeneten. Ez a felépítés elvileg megakadályozza, hogy a bemenetre kerülő zavarok hatása megjelenjen a kimeneten. Az elv megvalósítható bármilyen tárolóval. A **4.8.** ábra példaként a mester-szolga R-S tároló felépítését és jelképi jelölését mutatja.

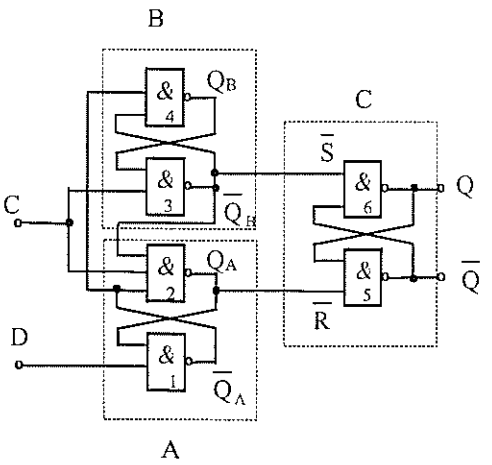


4.8. ábra. Mester-szolga R-S tároló

A kapcsolók ÉS kapuk, amelyeket az inverter miatt ellenütemben vezérlünk az órajellel. A mester-szolga tároló elvileg nem átlátszó. Az órajel azonban nem ideális négyszögjel, ezért a fel- és lefutási ideje alatt egy rövid időre a bemeneten lévő kapuk és a két tároló közötti kapuk is nyitva vannak. Ez alatt a rövid idő alatt a bemenetet érő zavarok hatása megjelenik a kimeneten.

Az élvezérelt tárolók vezérlési lehetősége az órajel változásának időpontjához kötődik. Ez vagy az órajel 0→1 átmenete, vagy az 1→0 átmenet. Az első esetben felfutó élre működő **pozitív élvezérelt** a flip-flop, a második esetben pedig lefutó élre működő **negatív élvezérelt.**

A legegyszerűbb belső felépítésű élvezérelt tároló a D tároló, ezért ennek működését elemezzük, pozitív élvezérlés esetén, a **4.9.** ábra alapján.

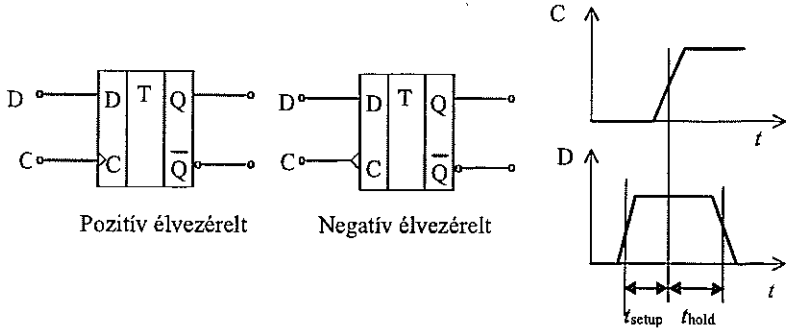


4.9. ábra. Élvezérelt D tároló

A tároló az A, B és C inverz R-S flip-flopokból áll. Alaphelyzetben, amikor az órajel 0 szintű, akkor ez a 2. és 3. NAND kapu kimeneteit letiltja, ezért a C flip-flop $\overline{R}_C - \overline{S}_C$ bemenetei 1-1 vezérlést kapnak. Az ilyen vezérlés hatására a kimenet megtartja előző állapotát az órajel 0 szintje mellett, tehát nem lehet hatásos a D bemenet vezérlése. A D bemenet állapota viszont előkészíthet egy billenést az órajel felfutó élének megérkezése előtt:

- ha D = 0, akkor a Q_A kimeneten 1 szint, a Q_B kimeneten 0 szint van. A Q_A kimenet 1 szintje előkészíti az A flip-flopot a billenésre, ami az órajel felfutó élénél bekövetkezik, mert a 2. kapu valamennyi bemenetén 1 szint lesz. A B tároló nem billen, mert a Q_B kimenet 0 szintje miatt az órajel felfutó éle hatástalan. A C tároló bemenetein tehát az órajel felfutásakor $\overline{R}_C = 0$, $\overline{S}_C = 1$ vezérlés lesz, ezért a tároló törlődik. Végeredményben a D bemenetre 0-át adva a felfutóél hatására a D tároló kimenetén 0 jelent meg. Ugyanakkor a 2. kapu kimenetén a billenéskor megjelenő 0 szint a továbbiakban tiltja az 1. kaput, ezért a D bemenet esetleges változása már hatástalan lesz.
- ha az órajel felfutó élének megérkezése előtt D = 1 vezérlést adunk a tárolónak, akkor a $\overline{Q}_A$ kimeneten 0 szint lesz, mert az órajel C = 0 miatt a 2. kapu kimenete 1 szintű. A $\overline{Q}_A$ 0 szintje a Q_B kimenetet 1 szintre állítja. Az órajel felfutó élének megérkezésekor ezért a 3. kapu 1-1 vezérlést kap, kimenete 0 szintre vált. A C tároló vezérlése tehát $\overline{S}_C = 0$, $\overline{R}_C = 1$. Ennek hatására a tároló 1-be íródik. Végeredményben tehát a D bemenetre 1-et adva, a tároló az órajel felfutásakor beíródik. Ugyanakkor a 3. kapu billenés utáni kimeneti 0 szintje a 2. kapu bemenetére kerül és letiltja az A tárolót. Ilyenkor már a D bemenet esetleges változása hatástalan lenne.

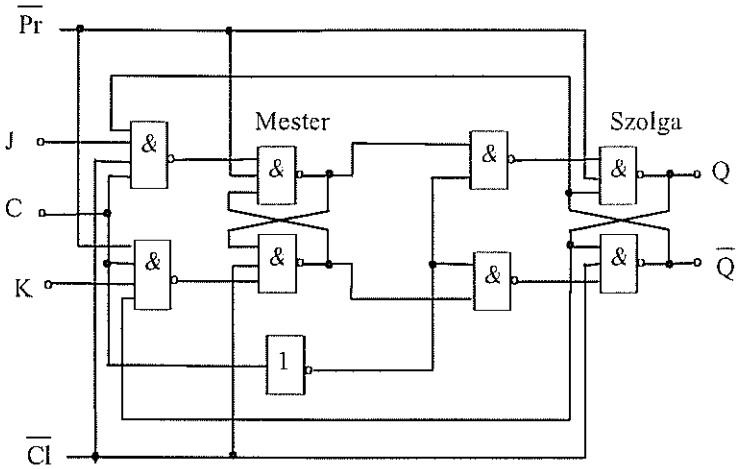
A tárolók valamennyi logikai típusából készítenek élvezérelt tárolókat, mert ez a vezérlési mód teszi lehetővé a legrövidebb idejű átlátszóságot. Külön előnye, hogy az ilyen tárolókkal felépített rendszerben a változások jól meghatározott időpontokban (fel- vagy lefutó él) következnek be. A helyes működés feltétele a gyártók által megadott vezérlési idők biztosítása. A **4.10.** ábra az élvezérelt tárolók jelképi jelölését és a helyes működéshez szükséges időtartamokat mutatja.



4.10. ábra. Az élvezérelt tárolók jelképi jelölése és a vezérlési idők

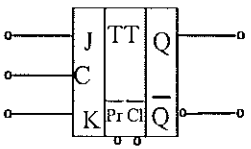
A t_{setup} az előkészítési idő. Legalább ennyi idővel az órajel élének megérkezése előtt a bemeneten kell lennie a vezérlésnek, és a t_{hold} tartási ideig még ott kell maradnia az órajel felfutása után. A t_{setup} és t_{hold} időkön kívül a katalógusok megadják az órajel legnagyobb megengedett felfutási idejét is. Ennél nagyobb felfutási idő bizonytalanná teszi az áramkör működését.

A dinamikus vezérlésű tárolókat gyakran úgy készítik el, hogy rendelkezzenek sztatikus vezérlőbemenetekkel is. Ezek az órajeltől független törlő- és beíróbemenetek a tárolókból felépített áramkörök alapállapotát állítják be. A **4.11.** ábra egy sztatikus bemenetekkel ellátott mester-szolga J-K tároló belső felépítését szemlélteti.



4.11. ábra. Sztatikus bemenetekkel ellátott J-K tároló

Az ábrán jelölt $\overline{Pr}$ (*preset* – beírás) és $\overline{Cl}$ (*clear* – törlés) bemenetek az órajeltől függetlenül, közvetlenül hatnak a belső $\overline{R} - \overline{S}$ tárolókra, így tetszőleges időpontban beállítható a kimeneti állapot. A tároló jelképi jelölését és működési táblázatát a **4.12.** ábra szemlélteti.



$\overline{Pr}$	$\overline{Cl}$	J K	Q_{n+1}
0	0	x x	x
0	1	x x	1
1	0	x x	0
1	1	x x	Q_n
1	1	0 0	Q_n
1	1	0 1	0
1	1	1 0	1
1	1	1 1	$\overline{Q_n}$

4.12. ábra. Sztatikus bemenettel is rendelkező tároló és működési táblázata

Gyakran előfordul, hogy a sztatikus bemenetek 0 szintre hatásosak, tehát egy-egy beépített inverteren keresztül vezérlik a tárolót. A bemenetek jelölése ebben az esetben: $\overline{Cl}$ és $\overline{Pr}$ A negált vezérlés a zavarvédettség szempontjából kedvező. A zavarok mindig feszültségimpulzusok, amelyek amplitúdója elérheti az 1 szintnek megfelelő feszültségtartományt. Az 1 szintre hatásos bemeneteken ez téves vezérlést okozhat. A negált szintű, 0-ra hatásos bemenetek viszont érzéketlenek a zavarokra.

Ellenőrző kérdések

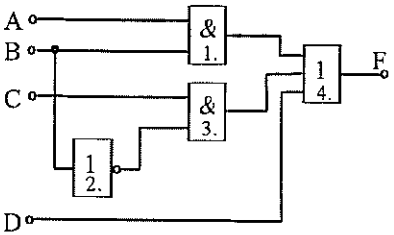
1. Csoportosítsuk a tárolókat!
2. Ismertessük a NOR kapukból felépített R-S tároló működését és vezérlési táblázatát!
3. Ismertessük a J-K tároló működését és vezérlési táblázatát!
4. Ismertessük az élvezérlés fogalmát, megvalósítási módját, alkalmazási területeit!
5. Ismertessük a mester-szolga elv lényegét és megvalósítási módját!

5. LOGIKAI HÁLÓZATOK ANALÍZISE ÉS REALIZÁLÁSA

A logikai hálózatok kapuáramkörökből felépített kombinációs hálózatok, ill. kapuáramkörökből és tárolókból álló szekvenciális hálózatok. Egy hálózat működésének elemzését analízisnek, míg a hálózat tervezését és megvalósítását realizálásnak nevezzük.

5.1. Kombinációs hálózatok

A kombinációs hálózatok analizálása a logikai algebra függvényeinek, alaptételeinek és törvényeinek felhasználásával történik. Az analízis célja a hálózat kimeneti függvényének meghatározása. Az **5.1.** ábra egy NEM-ÉS-VAGY kapukból álló kombinációs hálózatot mutat. Az ilyen felépítésű hálózatot röviden NÉV rendszerű hálózatnak nevezzük.



5.1. ábra. NÉV rendszerű hálózat

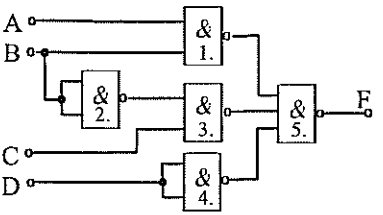
A hálózat a kapuk által megvalósított függvények felírásával elemezhető a bemenetektől a kimenet felé haladva. Az 1. sorszámú ÉS kapu kimenetén lévő függvény: $F_1 = B \cdot A$.

A 2. inverter kimenetén: $F_2 = \overline{B}$.

A 3. ÉS kapu kimenetén: $F_3 = C \cdot F_2 = C \cdot \overline{B}$.

A 4. VAGY kapu kimenetén: $F^4 = F_1 + F_3 + D = B \cdot A + C \cdot \overline{B} + D$.

A NAND kapukból felépített hálózatok elemzésének módszerét az **5.2.** ábra hálózatán végezzük.



5.2. ábra. NAND kapukból felépített kombinációs hálózat

Az egyes kapuk kimenetein megvalósított függvények:

$F_1 = \overline{B \cdot A}$,

$F_2 = \overline{B \cdot B} = \overline{B}$, a NAND kapu tehát összekötött bemenetekkel inverter,

$F_3 = \overline{C \cdot F_2} = \overline{C \cdot \overline{B}}$,

$F_4 = \overline{D \cdot D} = \overline{D}$,

$F = \overline{F_1 \cdot F_3 \cdot F_4} = \overline{\overline{B \cdot A} \cdot \overline{\overline{B} \cdot C} \cdot \overline{D}}$.

A De-Morgan-tételt kétszer alkalmazva: $F^4 = B \cdot A + C \cdot \overline{B} + D$.

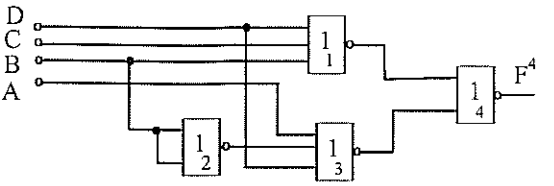
A csak NAND kapuból felépített hálózat is megvalósítja tehát ugyanazt a függvényt, amit a NÉV rendszer. A hálózatot és az általa megvalósított függvényt összehasonlítva megállapíthatjuk, hogy

- az 5. kapu – annak ellenére, hogy NAND kapu – a változócsoportok között tulajdonképpen VAGY kapcsolatot valósít meg,
- az 1. és 3. kapuk – amelyek szintén NAND kapuk – a függvény szerint tulajdonképpen ÉS kapcsolatot hoznak létre a bemeneteikre kerülő változók között.

Általánosan is megfogalmazhatjuk ezeket a következtetéseket, ha a hálózatot egy olyan többszintű hálózatnak tekintjük, amelyben az 1. szint a kimenethez legközelebb eső. Így az **5.2.** ábra hálózatában az 5. kapu az 1. szinten, az 1., 3., 4. kapuk a 2. szinten és a 2. kapu a 3. szinten van. Az előzőeket a szintek segítségével megfogalmazva: páratlan szinten a NAND kapu VAGY kapcsolatot valósít meg a kimeneti függvényben, páros szinten pedig ÉS kapcsolatot.

Összefüggés található a változók értéke és bevezetésük szintje között is. A páros szinten bevezetett változókat (pl. A, B, C, D a 2. szinten) a hálózat nem változtatja meg, a páratlan szinten bevezetett változókat (B változó a 3. szinten) viszont negálja.

Az **5.3.** ábra áramköre NOR kapukból áll. A hálózat analízise az előzőekhez hasonlóan történik.



5.3. ábra. NOR kapukból álló kombinációs hálózat

$F_1 = \overline{D + C + B}$,

$F_2 = \overline{B}$,

$F_3 = \overline{D + F_2 + A} = \overline{D + \overline{B} + A}$

$F_4 = \overline{F_1 + F_3} = \overline{\overline{D + C + B} + \overline{D + \overline{B} + A}}$.

A De-Morgan-tételt alkalmazva: $F^4 = (D + C + B) \cdot (D + \overline{B} + A)$.

Ha az eredményül kapott függvényt az összehasonlíthatóság miatt szabályos alakra hozzuk és átalakítjuk, akkor ugyanazt a függvényt kapjuk, amit a NÉV és NAND rendszernél.

A hálózatot itt is szintezve a megismertek szerint, a függvény és a hálózat összehasonlításából levonható következtetés:

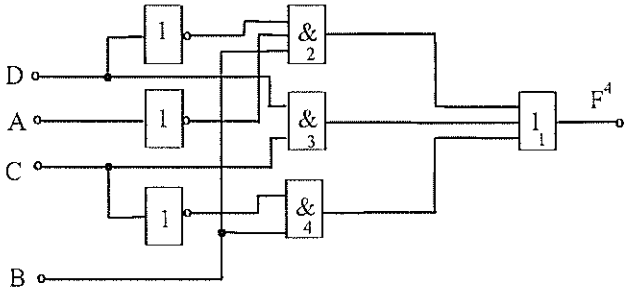
- páratlan szinten a NOR kapu ÉS kapcsolatot valósít meg, páros szinten pedig VAGY kapcsolatot,
- a páros szinten bevezetett változókat a hálózat nem változtatja meg, a páratlan szinten bevezetetteket negálja.

Az előző három feladat az elemzés módszerének megismerését célozta. Ezen túlmenően azonban a feladatok egy fontos következtetés levonására is lehetőséget adtak: ugyanaz a függvény megvalósítható NÉV, NAND és NOR hálózattal is. Ez azt is jelenti, hogy bármelyik függvény megvalósítható csak NÉV kapuk, vagy csak NAND kapuk, vagy csak NOR kapuk felhasználásával. Azokat a rendszereket, amelyekkel bármilyen függvény megvalósítható, **funkcionálisan teljes rendszernek** nevezzük. Így tehát a feladatokban használt rendszerek funkcionálisan teljes rendszerek.

A **kombinációs hálózatok realizálása** egy logikai függvény megvalósítását jelenti kapuáramkörök felhasználásával. A realizálás során törekedni kell a lehető legkevesebb kapuáramkör felhasználására, amit úgy érhetünk el, ha a megvalósítandó függvényt a megismert módszerek valamelyikével egyszerűsítjük. A minimalizált függvényt az egyik funkcionálisan teljes rendszerrel valósítjuk meg.

A legegyszerűbb a **NÉV rendszerben való realizálás,** hátránya azonban, hogy három különböző kaputípust igényel, és ezért a különböző integrált áramköri tokok kihasználása valószínűleg nem lesz optimális. A realizálás módszerét az

$F^4 = \overline{D} \cdot B \cdot \overline{A} + D \cdot C + \overline{C} \cdot B$ függvény megvalósításával ismerjük meg, az eredményül kapott hálózatot pedig az **5.4.** ábrán rajzoltuk meg.



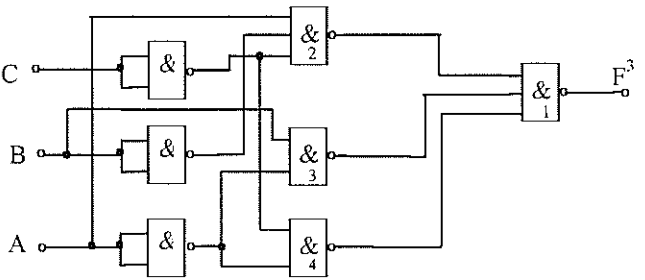
5.4. ábra. Logikai függvény realizálása NÉV rendszerben

A függvény három változócsoportból áll, amelyek VAGY kapcsolatban vannak egymással. Ennek a megvalósításához egy hárombemenetű VAGY kapura van szükség. Ez a rajzon az 1. kapu. A három bemenetre külön-külön elő kell állítani a változócsoportokban lévő függvénykapcsolatokat. Az egyik bemenetre ehhez egy hárombemenetű ÉS kaput kell kötni (2. kapu), a másik bemenetre egy kétbemenetűt (3. kapu), a harmadik bemenetre szintén kétbemenetűt (4. kapu). A 2. kapu bemenetére a D és az A változókat, a 4. kapu bemenetére pedig a C változót egy-egy inverteren keresztül kell bevezetni. A többi változó közvetlenül az ÉS kapuk bemeneteire kapcsolódik. Hasonló módszerrel realizálható bármilyen logikai függvény NÉV rendszerben.

A logikai függvények NAND kapus, funkcionálisan teljes rendszerrel is realizálhatók.

A **NAND kapus realizálás** módszere azokat a szabályokat használja fel, amelyeket az **5.2.** ábra hálózatának elemzése során megismertünk. Pl. az $F^3 = \overline{C} \cdot \overline{B} \cdot A + B \cdot \overline{A} + \overline{C} \cdot \overline{A}$ függvény realizálása a következőképpen történik:

- a függvény három változócsoport közötti VAGY kapcsolatot ír le. Ezt az első szinten egy hárombemenetű NAND kapuval lehet megvalósítani, mert a NAND kapu páratlan szinten VAGY kapcsolatot valósít meg. Az **5.5.** ábrán ez az 1. kapu.



5.5. ábra. Függvényrealizálás NAND kapukkal

- az első szinten elhelyezett NAND kapu bemeneteire a függvény szerinti változók ÉS kapcsolatát kell megvalósítani a következő, tehát páros szinten. Páros szinten a NAND kapu ÉS kapcsolatot valósít meg, ezért a 2. kapu a $\overline{C} \cdot \overline{B} \cdot A$, a 3. kapu a $B \cdot \overline{A}$, a 4. kapu pedig a $\overline{C} \cdot \overline{A}$ függvényt valósítja meg. Több ÉS, ill. VAGY kapcsolat nincs a függvényben, ezért több szintre nincs szükség.
- a kimeneten megjelenő függvényben a 2. kapu C és B változói negált értékkel, az A változó pedig ponált értékkel szerepel. Páros szinten lévő kapuba vezetjük be a változókat, ezért a realizálási szabály szerint olyan értékkel kell ezeket bevezetni, amilyen értékkel a függvényben szerepelnek. A C és a B változót negálva, az A változót pedig ponálva. A negált változókat inverterrel állítjuk elő. A 3. kapu B és A változóját ponálva, a 4. kapu C és A változóit pedig negálva vezetjük be a hálózatba. A változók negálását természetesen NAND kapukból készített inverterrel végezzük el, hiszen más kaput a NAND rendszerben nem használhatunk.

A bemeneten elhelyezett inverterek szintjét nem tekintjük 3. szintnek, mert a digitális rendszerekben általában rendelkezésünkre áll a változók ponált és negált értéke is, tehát nem szükséges inverterekkel előállítani. A megvalósított hálózatot ezért kétszintű hálózatnak tekinthetjük. Általánosságban is igaz, hogy bármilyen logikai függvény NAND rendszerben kétszintű hálózattal megvalósítható. Ez egyszerűen belátható, hiszen egy függvényben – a negációt leszámítva – csak VAGY és ÉS kapcsolat lehet, amelyek az 1. és a 2. szinten megvalósíthatók. Ez a megállapítás akkor nem általánosítható, ha a realizáláshoz csak kétbemenetű kapukat használhatunk. (A leggyakrabban használt SN 7400 típusú integrált áramkör 4 db kétbemenetű NAND kaput tartalmaz.)

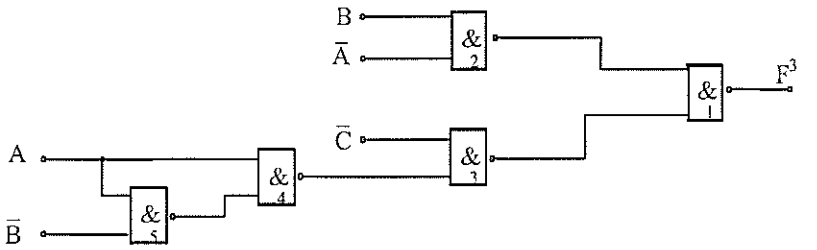
A kétbemenetű NAND kapukkal való realizálás módszerét a függvény határozza meg. Ha lehetséges, a függvényt átalakítjuk kétszintű realizáláshoz alkalmas formába, ha nem, akkor az inverterekkel való szinteltolás módszerét használjuk.

Az átalakítás mindig olyan kiemelés, amelynek eredményeként csak két változó vagy változócsoport között kell függvénykapcsolatot megvalósítani. Az előző feladat függvényén elvégezhető ez az átalakítás:

$$F^3 = \overline{C} \cdot \overline{B} \cdot A + B \cdot \overline{A} + \overline{C} \cdot \overline{A} = \overline{C} \cdot (\overline{B} \cdot A + \overline{A}) + B \cdot \overline{A}.$$

Az átalakított függvény realizálásához csak kétbemenetű kapura van szükség:

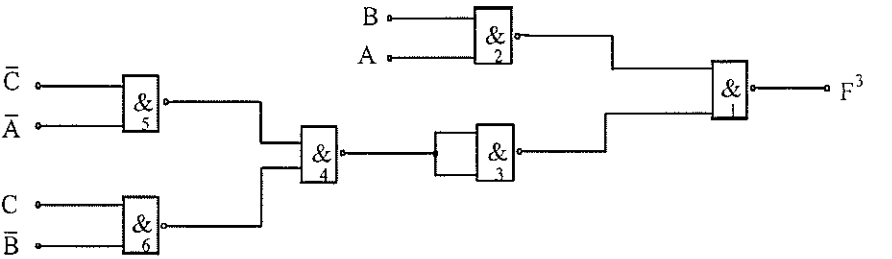
- az első szinten a kétbemenetű NAND kapu a $B \cdot \overline{A}$, valamint az első csoport közötti VAGY kapcsolatot valósítja meg, amint azt az **5.6.** ábra mutatja.



5.6. ábra. Függvényrealizálás kétbemenetű NAND kapukkal

- a második szinten a $\overline{C}$, valamint a zárójeles kifejezés és a B, $\overline{A}$ változók közötti ÉS kapcsolat valósul meg,
- a harmadik szint NAND kapuja VAGY kapcsolatot realizál: $\overline{B} \cdot A + \overline{A}$,
- a negyedik szinten a $\overline{B} \cdot A$ függvénykapcsolat valósul meg,
- a változók bevezetése páros szinten olyan értékkel történik, amilyennel a függvényben szerepelnek: 2. és 3. kapu $B, \overline{A}, \overline{C}$, 5. kapu $A, \overline{B}$. Páratlan szinten a függvényhez képest negált értékkel: 4. kapu, A változó.

A megvalósítandó függvény nem minden esetben alakítható át kiemeléssel. Ilyen függvény pl. az $F^3 = B \cdot A + \overline{C} \cdot \overline{A} + C \cdot \overline{B}$, amelynek megvalósítását mutatja az **5.7.** ábra.



5.7. ábra. Függvényrealizálás szinteltolással

A függvényben kiemelés nem végezhető, de az asszociativitást felhasználva a változócsoportokat tetszés szerint csoportosíthatjuk. Egy lehetőség a csoportosításra: $F^4 = B \cdot A + (\overline{C} \cdot \overline{A} + C \cdot \overline{B})$,

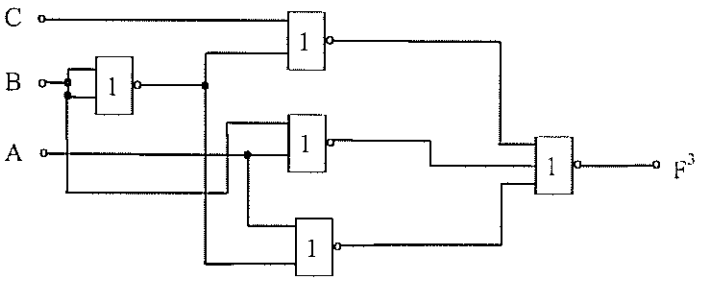
- az első szinten lévő NAND kapu a B·A, valamint a zárójeles kifejezés közötti VAGY kapcsolatot realizálja,
- a második szinten a NAND kapu ÉS kapcsolatot valósítana meg, de a függvényben nem erre van szükség. Ezért ebből a NAND kapuból invertert csinálunk, ezzel a megvalósítást a következő szintre toljuk. Ezen a – harmadik – szinten már megvalósítható a zárójelben lévő VAGY kapcsolat,
- a negyedik szinten a NAND kapuk az ÉS kapcsolatokat realizálják.

Az eljárás helyessége analízissel igazolható.

A megoldott feladatokból látható, hogy a kapubemenetek számának korlátozásával növekedett a szintek száma. Az alkalmazások egy részében nem engedhető meg a többszintű hálózat, mert a szintek számának növekedésével nő a hálózat bemenetei és kimenete közötti jelkésleltetési idő, tehát a hálózat lassúbb lesz. Az eredő jelkésleltetés a realizált hálózat legtöbb kaput tartalmazó ágában lévő kapuk késleltetési idejének összege. Példaként hasonlítsuk össze az **5.5.** és az **5.6.** ábra áramköreit feltételezve, hogy a kapuk késleltetési ideje $t_{pd} = 10$ ns. Az **5.5.** ábra kétszintű hálózatánál az eredő jelkésleltetés: $t_{pde} = 20$ ns. A **5.6.** ábra áramkörénél: $t_{pde} = t_{pd5} + t_{pd4} + t_{pd3} + t_{pd1} = 40$ ns.

A NOR kapukkal való függvényrealizálás az **5.3.** ábra áramkörének analíziséből levont következtetések alapján történik. Az $F^4 = (C + \overline{B}) \cdot (B + A) \cdot (\overline{B} + A)$,

- az első szinten – páratlan szint – a hárombemenetű NOR kapu ÉS kapcsolatot valósít meg a zárójelben lévő mennyiségek között,
- a második szinten – páros szint – a NOR kapuk a zárójelben lévő VAGY kapcsolatokat valósítják meg,
- a változók bevezetésére páros szinten kerül sor, ezért olyan értékkel kell bevezetni mindegyiket, amilyen értékkel a függvényben szerepelnek. A megvalósított hálózatot az **5.8.** ábra mutatja.



5.8. ábra. NOR kapus realizálás

A kétbemenetű NOR kapukkal való realizálás a NAND rendszernél megismert módszerrel végezhető.

A feladatokból látható, hogy **NAND kapukkal** az olyan függvényalakok realizálhatók egyszerűen, amelyekben a változócsoportok VAGY kapcsolatban vannak egymással, a változócsoportokban lévő változókat pedig ÉS kapcsolatok kötik össze. Az ilyen függvényhez **diszjunktív szabályos alakú függvények** egyszerűsítésével jutunk.

Hasonló gondolatmenettel látható be, hogy **NOR rendszerrel a konjuktív normál alakból** egyszerűsített függvények realizálhatók közvetlenül.

A **NÉV rendszerrel bármilyen függvényalak** realizálható.

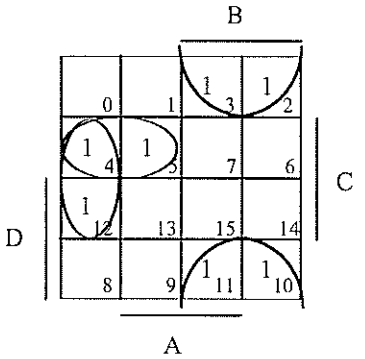
A függvényegyszerűsítés és átalakítás, valamint a funkcionálisan teljes rendszerekkel való függvényrealizálás összefoglalására oldjuk meg a következő feladatot!

4. feladat

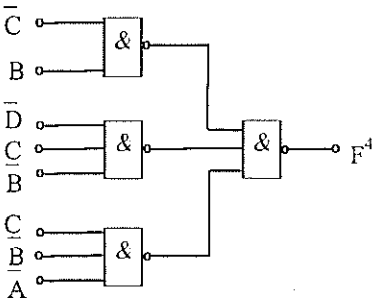
Realizáljuk az $F^4 = \Sigma^4(2,3,4,5,10,11,12)$ függvényt NAND, NOR és NÉV rendszerben!

A 4. feladat megoldása

A NAND kapus realizáláshoz a megadott diszjunktív normál alakot kell egyszerűsíteni. Az egyszerűsítést grafikusan végezzük a négyváltozós mintermtáblát használva. Ezt mutatja az **5.9.** ábra.



5.9. ábra. A 4. feladat mintermtáblája



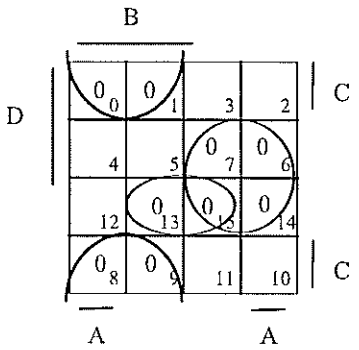
5.10. ábra. A 4. feladat NAND hálózata

Kiolvasva a bejelölt hurkokat, adódik az egyszerűsített függvény:

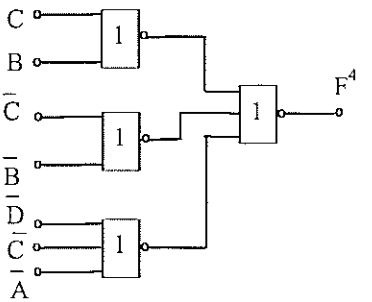
$F^4 = \overline{C} \cdot B + \overline{D} \cdot C \cdot \overline{B} + C \cdot \overline{B} \cdot \overline{A}$.

A függvényt megvalósító hálózatot az **5.10.** ábra mutatja.

A NOR kapus realizáláshoz a diszjunktív függvényt át kell alakítani konjuktív szabályos alakra. A grafikus átalakításhoz szükséges maxtermtábla az **5.11.** ábrán látható.



5.11. ábra. A 4. feladat maxtermtáblája



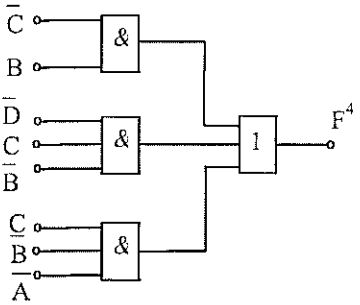
5.12. ábra. A 4. feladat NOR hálózata

A mintermtáblából átírt 0 termeket hurkolva és kiolvasva az egyszerűsített függvényt:

$F^4 = (C + B)\cdot(\overline{C} + \overline{B})\cdot(\overline{D} + \overline{C} + \overline{A})$.

A NOR kapukkal realizált hálózatot az **5.12.** ábra szemlélteti.

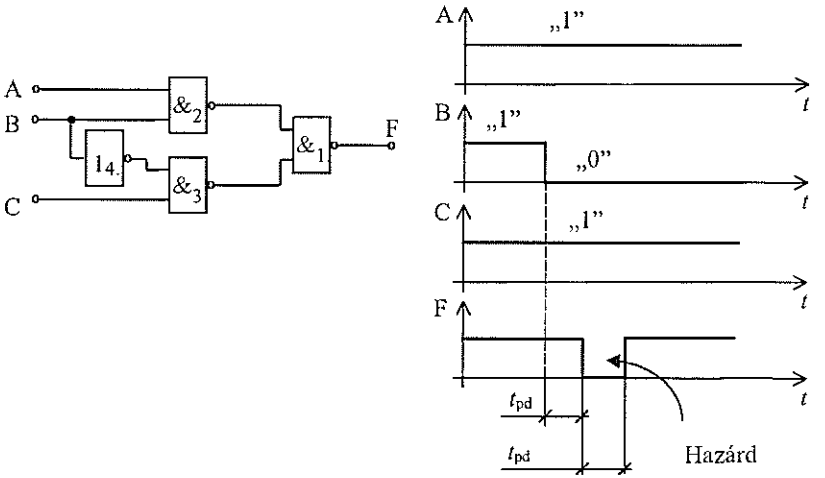
A NÉV rendszerrel való realizáláshoz bármelyik egyszerűsített függvényalak felhasználható. Az **5.13.** ábrán a diszjunktív alakból egyszerűsített függvényt realizáló hálózat látható.



5.13. ábra. A 4. feladat NÉV áramköre

A kombinációs hálózatok realizálásánál nem vettük figyelembe azt a tényt, hogy a kapuáramkörök késleltetési idővel is rendelkeznek, ezért a bemeneti változók értékének megváltozása a kimeneten csak időkéséssel jelentkezik. Az időkésés egyes esetekben átmenetileg hibás kimeneti állapotot is eredményezhet, amit **hazárdnak** nevezünk. Egyszerűbb esetben **sztatikus hazárd** lép fel, de elsősorban bonyolultabb hálózatoknál előfordulhat **dinamikus hazárd** is.

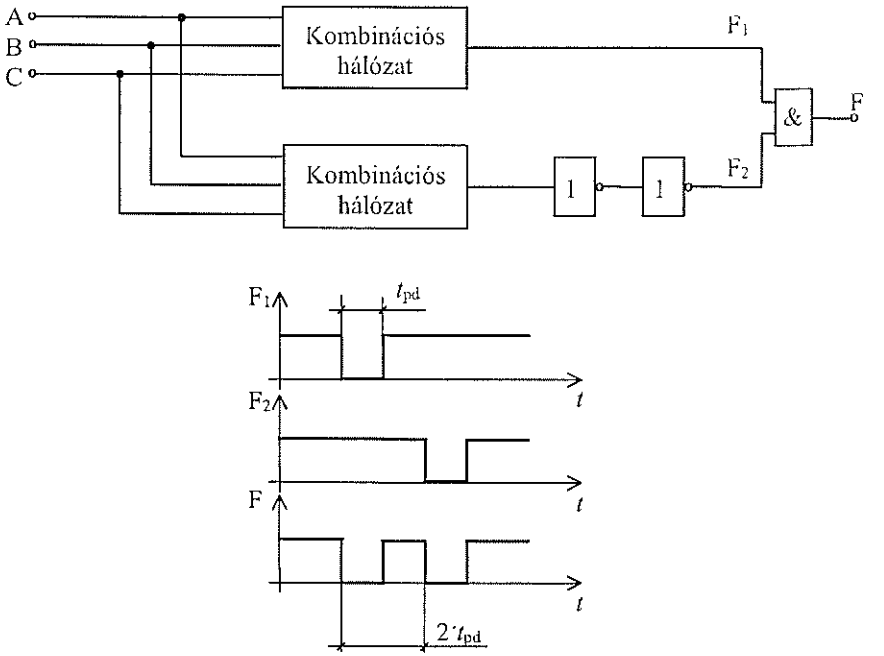
A sztatikus hazárd keletkezése az **5.14.** ábrán látható.



5.14. ábra. A sztatikus hazárd keletkezése

A sztatikus hazárd akkor következik be, ha a függvény egy változója két, jelkésleltetés szempontjából különböző ágon jut el a kimenetre. Az ábrán szereplő hálózat B változója ilyen, ezért a 2. kapun keresztül egy késleltetési idővel hamarabb jut az 1. kapura, mint a másik ágon. Ez egy kapu késleltetése idejére 0 szintre állítja a kimenetet.

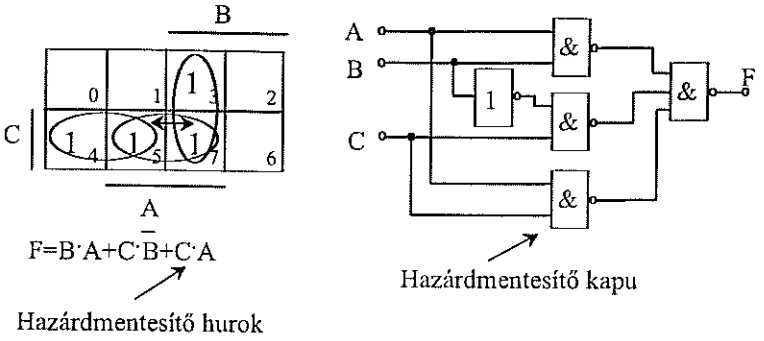
A dinamikus hazárd keletkezését az **5.15.** ábra szemlélteti.



5.15. ábra. A dinamikus hazárd keletkezése

Két sztatikus hazárddal rendelkező hálózat – pl. az **5.14.** ábra hálózata – egyikének kimeneti jele még két másik kapun keresztül jut el a kimeneti ÉS kapura. Az F kimeneten így két kapu késleltetésének megfelelő idővel később is megjelenik egy hazárd. Bonyolultabb hálózatnál akár sorozatos hazárd is felléphet. Ez az egymás után többször megjelenő hibás kimeneti szint a dinamikus hazárd. Az ábrából az is látható, hogy ha a kombinációs hálózatok nem rendelkeznek sztatikus hazárddal, akkor dinamikus hazárd sem lép fel.

A sztatikus hazárd megszüntetését az **5.16.** ábra alapján követhetjük.



5.16. ábra. A sztatikus hazárd megszüntetése

A V–K táblában ábrázolva a hazárdos hálózat függvényének hurkait, megállapíthatjuk, hogy akkor keletkezik a hazárd, amikor a B változó értéket vált, vagyis átlép egyik hurokból a másikba. Ezt a váltást mutatja a nyíl a V–K táblában. Ez általában is igaz: ha a V–K táblában két hurok hasonló elrendezésben érintkezik, akkor a két hurok között értéket váltó változó hazárdot okoz. Ezt felismerve a hazárdmentesítés úgy történik, hogy a két érintkező hurkot egy újabb hurokkal összekötjük. Ezzel látszólag egy felesleges hurkot hozunk létre, tehát bonyolultabban realizáljuk a függvényt mint kellene, de a hazárdot megszüntetjük.

A funkcionálisan teljes rendszerekkel való megvalósítás mellett **programozható logikai eszközökkel** is végezhető függvényrealizálás. Az eszközök rövidített neve PLD (*Programmable Logic Devices* – programozható logikai eszköz). A függvényrealizálásra alkalmas PLD-k nagyszámú kapuáramkört tartalmaznak, amelyek között az eszköz programozásával lehet a realizáláshoz szükséges összeköttetéseket létrehozni. A programozás, tehát a feladatnak megfelelő összeköttetések kialakítása, tulajdonképpen a valamennyi kapu között a gyártás során létrehozott összeköttetések közül a nem szükségesek megszüntetését jelenti. A programozó készülékkel az összeköttetés az áramkör meghatározott belső pontjain kiégethető, az áramkör tehát a továbbiakban már csak arra a feladatra használható, amire felprogramozták, más feladatra való átalakítása nem lehetséges.

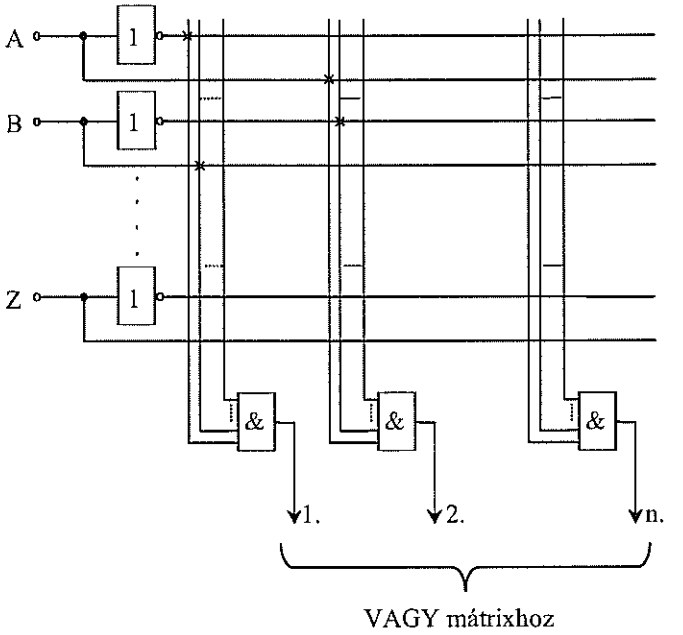
A PLD-k függvényrealizálásra alkalmas fajtái:

- PLA (*Programmable Logic Array* – programozható logikai tömb),
- PAL (*Programmable Array Logic* – programozható logikai tömb),
- PGA (*Programmable Gate Array* – programozható kaputömb).

(Elvileg a később ismertetett PLS áramkör is felhasználható függvényrealizálásra, azonban elsődleges felhasználási területe a szekvenciális hálózatok realizálása. Felépítését és használatát ezért a szekvenciális hálózatok megvalósításánál mutatjuk meg.)

A belső felépítés elve valamennyi áramkörnél azonos, eltérés néhány kiegészítő áramkörben van az egyes típusok között. A legegyszerűbb belső felépítéssel a PLA rendelkezik, így ezen keresztül ismerjük meg a PLD-k használatát.

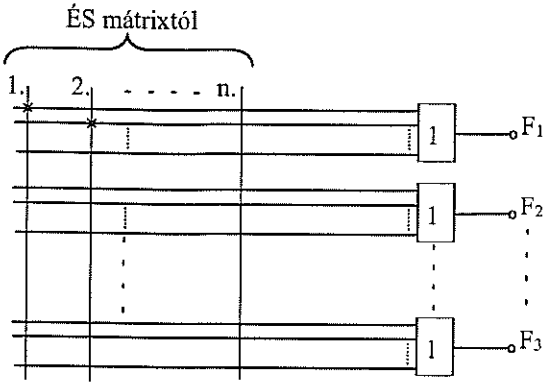
A PLA áramkör belső felépítését tekintve NÉV rendszerű hálózat, amelyben az inverterek és az ÉS kapuk, ill. a VAGY kapuk külön mátrixkapcsolást alkotnak. Az ÉS mátrix kapcsolási rajzát az **5.17.** ábra tartalmazza.



5.17. ábra. A PLA ÉS mátrixa

Az inverterek vezetékei és az ÉS kapuk bemenetei között a gyártáskor létrehozott összeköttetések a programozás során megszüntethetők. A rajzon mindig a **megmaradt összeköttetéseket jelöljük.** Az **5.17.** ábrán pl. a jelölt összeköttetések miatt az ÉS mátrix 1. kimenetén a $B \cdot \overline{A}$, a 2. kimenetén pedig a $\overline{B} \cdot A$ függvény jelenik meg.

Az ÉS mátrixszal megvalósított függvények a VAGY mátrixon keresztül jutnak a kimeneti VAGY kapukra, amint azt az **5.18.** ábra is mutatja.



5.18. ábra. A PLA VAGY mátrixa

A VAGY mátrix is programozható, ezért az ÉS mátrix függvényei bármelyik VAGY kapu bemeneteire kapcsolhatók. Az ábrán jelölt összeköttetésekkel csak egy függvényt valósítunk meg: $F_i = \overline{B} \cdot A + B \cdot \overline{A}$.

A PLA programozásánál az összeköttetések, tehát a függvények realizálása egy lépésben hozhatók létre, a belső áramkörök száma pedig nyilvánvalóan nem csökkenthető, tehát nincs jelentősége annak, hogy realizálás előtt a függvényt egyszerűsítettük-e vagy nem.

A PLA belső felépítésének egyszerűbb áttekinthetősége miatt az ÉS és a VAGY mátrixot sematikusan (nem minden részletre kiterjedően) szokás ábrázolni. Ezt mutatja az **5.19.** ábra.

Az **5.19.** ábrán jelölt összeköttetésekkel példaként két függvényt valósítottunk meg:

$F_1^4 = \overline{D} \cdot \overline{C} \cdot \overline{B} \cdot \overline{A} + D \cdot C \cdot \overline{B} + \overline{D} \cdot \overline{B} \cdot A$,

$F_4^4 = D \cdot C \cdot B \cdot A + \overline{D} \cdot \overline{C} \cdot \overline{B} \cdot \overline{A}$.