

Az elektrotechnika alapjai

8. kiadás

Hámmori Zoltán

Tankönyvnyomester Kiadó,
Budapest

A Szakképzési Tankönyv és Taneszköz Tanács javaslataira a tankönyv használatát az oktatási miniszter 53663/2001. számon a 2001/2002. tanévtől engedélyezte.

Sorozatszerkesztő: Futterer László
Lektor: Horváth Ernő

© Hámosi Zoltán, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2006, 2007, 2008
© Tankönyvmester Kiadó, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2006, 2007, 2008

Felolós szerkesztő: Putankó Anna
Borítólerv: Szlovensák Ádám

A könyv ábráit az Újpesti Kétannyelevű Műszaki Szakközépiskola és Gimnázium tanulói készítették Horváthné Tőkei Zsuzsanna tanárnő vezetésével

8. kiadás

Felolós kiadó: a Tankönyvmester Kiadó ügyvezetője

ISBN 978 963 9668 80 5

A tankönyv megrendelhető:

Tankönyvmester Kiadó

1141 Budapest,

Fogarasi út 111.

Tel.: 220-22-37

Fax: 221-05-73

www.tankönyvmester.hu

e-mail: info@tankönyvmester.hu

A könyv formátuma: B/5

Terjedelme: 19 (A/5) ív

Azonossági szám: TM-11001

Készült az MSZ 5601:1983 és 5602:1983 szerint

Szedés, nyomdai előkészítés: EMU Bt.

Nyomta és kötötte: Regisztr Kiadó és Nyomda Kft., Budapest

Tartalomjegyzék

7	1. ALAPFOGALMAK	9
9	1.1. Az anyag szerkezete	9
10	1.2. A villamos töltés fogalma	10
11	1.3. Vezető, szigetelő és félvezető anyagok	11
12	1.4. Villamos feszültség és potenciál	12
13	1.5. Példák, feladatok	13
15	2. AZ EGYENÁRAMÚ ÁRAMKÖRÖK ALAPTÖRÉNYEI	15
16	2.1. Villamos áramerősség	16
16	2.2. Villamos ellenállás és vezetőképesség	16
18	2.3. Ohm törvénye	18
18	2.4. Kirchhoff törvényei	18
19	2.4.1. Kirchhoff I. (csomóponti) törvénye	19
19	2.4.2. Kirchhoff II. törvénye (huroktörvény)	19
20	2.5. Eredő ellenállás	20
20	2.5.1. Soros kapcsolású ellenállások eredője	20
21	2.5.2. Párhuzamos kapcsolású ellenállások eredője	21
22	2.5.3. Vegyes kapcsolású ellenállások eredője	22
23	2.6. Feszültségosztó	23
25	2.7. Áramosztó	25
26	2.8. A feszültség, áramerősség és ellenállás mérése	26
26	2.8.1. A villamos feszültség mérése	26
26	2.8.2. Az áramerősség mérése	26
27	2.8.3. Az ellenállás mérése	27
28	2.9. Műszerek mérőhatárának bővítése	28
28	2.9.1. A feszültségmérők mérőhatárának bővítése	28
29	2.9.2. Az áramerősség-mérők mérőhatárának bővítése	29
30	2.10. Példák, feladatok	30
37	2.11. A villamos munka (energia) és teljesítmény számítása	37
37	2.11.1. A villamos munka számítása	37
37	2.11.2. A villamos teljesítmény számítása	37
38	2.12. A villamos energiaforrások üzemiállapotai és teljesítményviszonyai	38
41	2.13. A villamos áram hőhatása	41
42	2.14. A villamos áram vegyi hatása	42
45	2.15. Példák, feladatok	45
7	ELŐSZÓ	

91	3. VILLAMOS TÉR.....
48	3.1. Coulomb törvénye.....
48	3.2. A villamos tér ábrázolása.....
50	3.3. Villamos térerősség.....
52	3.4. A szigetelőanyagok viselkedése villamos térben.....
53	3.5. Kondenzátorok.....
55	3.6. A kondenzátorok kapcsolásai.....
57	3.7. Példák, feladatok.....
59	4. MÁGNESSES TÉR.....
62	4.1. A mágneses tér mennyiségi jellemzői.....
63	4.1.1. Mágneses indukció.....
63	4.1.2. Mágneses fluxus.....
64	4.1.3. Mágneses gerjesztés.....
65	4.1.4. Mágneses térerősség.....
66	4.1.5. Összeffüggés a mágneses indukció és a térerősség között.....
67	4.1.6. Dia- és paramágneses anyagok.....
68	4.1.7. Ferritmágneses anyagok.....
68	4.2. Mágnesezési görbék.....
69	4.2.1. Az első mágnesezési görbe.....
69	4.2.2. Változó irányú átmágnesezés, a histerézis.....
70	4.3. Lagy- és keménymágneses anyagok.....
72	4.4. Példák, feladatok.....
73	5. ELEKTROMÁGNESSES INDUKCÍO.....
76	5.1. Mozgási indukció.....
76	5.2. Nyugalmi indukció.....
79	5.2.1. Önindukció.....
79	5.2.2. Kölcsönös indukció.....
80	5.2.3. Örvényáramok.....
82	5.3. Példák, feladatok.....
83	6. VÁLTAKOZÓ ÁRAMÚ KÖRÖK.....
86	6.1. A szinuszos váltakozó feszültség előállítása.....
86	6.2. A váltakozó feszültség és áram jellemzői.....
87	6.3. A váltakozó feszültség és áram ábrázolási módjai.....
89	6.3.1. Ábrázolás szinuszgörbékkel.....
89	6.3.2. Ábrázolás forgó vektorokkal.....
89	6.4. A fázis, a fáziskülönbség, a fázisszög fogalma és ábrázolása.....
90	6.5. Ellenállás, kondenzátor és tekercs viselkedése.....
91	váltakozó áramú körben.....
91	6.5.1. Ellenállás váltakozó áramú körben.....

8.3.	Aszinkrongépek.....	143
8.2.2.	Szinkronmotorok.....	142
8.2.1.	Szinkrongenerátorok.....	139
8.2.	Szinkrongépek.....	139
8.1.6.	Ívhegesztő transzformátorok.....	138
8.1.5.	Takarékkapcsolású transzformátor.....	136
8.1.4.	Háromfázisú transzformátorok.....	132
8.1.3.	Az egyfázisú transzformátor üzemiállapota.....	130
8.1.2.	Az egyfázisú transzformátorok szerkezete.....	128
8.1.1.	Egyfázisú transzformátorok.....	127
8.1.	Transzformátorok.....	127
8.	VILLAMOS GÉPEK.....	127
7.6.	Példák, feladatok.....	124
7.5.2.	Háromfázisú forgó mágneses tér.....	123
7.5.1.	Kétfázisú forgó mágneses tér.....	121
7.5.	Forgó mágneses tér.....	120
7.4.	A háromfázisú teljesítmény mérése.....	119
7.3.	A háromfázisú rendszer teljesítménye.....	118
7.2.	A háromfázisú rendszer kapcsolásai.....	115
7.1.	A szimmetrikus háromfázisú feszültség előállítása.....	114
7.	HÁROMFÁZISÚ FESZÜLTSGRENDSZER.....	114
6.9.	Példák, feladatok.....	109
6.8.	A váltakozó áramú körök mennyiségeinek mérése.....	108
6.7.	A váltakozó áramú körök teljesítménye és munkája.....	107
6.6.7.	Ellenállás, tekercs és kondenzátor egyes kapcsolása.....	106
	(párhuzamos RLC -kör).....	103
6.6.6.	Ellenállás, tekercs és kondenzátor párhuzamos kapcsolása	
	(soros RLC -kör).....	101
6.6.5.	Ellenállás, tekercs és kondenzátor soros kapcsolása	
	(párhuzamos RC -kör).....	100
6.6.4.	Ellenállás és kondenzátor párhuzamos kapcsolása	
	(soros RC -kör).....	99
6.6.3.	Ellenállás és kondenzátor soros kapcsolása	
	(párhuzamos RL -kör).....	97
6.6.2.	Ellenállás és tekercs párhuzamos kapcsolása	
6.6.1.	Ellenállás és tekercs soros kapcsolása (soros RL -kör).....	96
6.6.	Összetett váltakozó áramú körök.....	96
6.5.3.	Tekercs váltakozó áramú körben.....	94
6.5.2.	Kondenzátor váltakozó áramú körben.....	92

11. VILLAMOS VEZETÉKES ÉS BERENDEZÉSEK	204
11.1. Olvadóbiztosítók	204
11.1.1. D-rendszerű biztosítók	205
11.1.2. Nagyteljesítményű (késes) olvadóbiztosítók	208
11.2. Kismegszakítók (kisautomaták)	210
11.3. Ikerfémcsatlakozások	212
11.4. Termisztoros hővédelem	213
11.5. Kompakt megszakítók	214
10. VILLAMOS VEZETÉKES	190
10.1. Köpeny nélküli és köpenyes vezetékek	190
10.2. Kábelek	193
10.3. A vezetékek méretezése	197
10.3.1. Méretezés feszültségére	197
10.3.2. Méretezés melegedésre	199
10.4. Példák, feladatok	202
9. ERŐÁRAMÚ SZERELVÉNYEK ÉS KÉSZÜLÉKEK	173
9.1. A szerelvények és készülékek általános jellemzői	173
9.2. A kapcsolókészülékek alkalmazási csoportjai	174
9.3. Kézi működtezésű kapcsolók	174
9.4. Nyomógombok és jelzőlámpák	176
9.5. Sorkapcsok	177
9.6. Mágneskapcsolók, időrelek	178
9.7. Mágneskapcsolók vezérlő alkapcsolásai	179
9.8. Kondenzátorok	181
9.9. Villamos automataelemek	183
9.9.1. Végálláskapcsolók	183
9.9.2. Nyomáskapcsolók	184
9.9.3. Hőmérséklet-érzékelők	185
9.9.4. Mozgatómotorok	187

Ez az **Elektrotechnika alapjai** c. könyv, amit kezében tart a kedves Olvasó, a Tankönyvmester Kiadó villamos ipari és rokon szakmák számára kifejelesztett tankönyvcsaládjának egyik alapozó tankönyve.

A tankönyv az elektrotechnikai alapfogalmak meghatározásával kezdődik, majd a szerző az egyenáramú áramkörök alapötvényeit ismerteti. A villamos és mágneses tér jellemzőinek, törvényszerűségeinek bemutatása után könyv az elektromágneses indukcióval foglalkozik. Az erőáramú képzésben résztvevők megismerkedhetnek a háromfázisú feszültségrendszerekkel, a villamos gépek legfontosabb fajtáival, az erőáramú szerelvényekkel és készülékekkel. A tankönyv az elektrotechnika témakör fokozatos kibontásával, egymásra építve, logikus sorrendben tárgyalja a teljes anyagot. A megértést a fejezetek végén található példák és feladatok segítik.

A tankönyv elméleti anyagának jobb megértését és begyakorlását segíti az **Elektrotechnikai feladatgyűjtemény** c. kötet.

A könyv az OKJ-ben előírt követelményeknek megfelelő tartalommal készült. Az egyes témákat az előírásoknak megfelelő mélységben dolgozza fel.

Mindazoknak, akik további ismereteket szeretnének szerezni az egyes szorosan, ill. távolabban kapcsolódó témákban, ajánljuk a tankönyvcsalád

- TM-11002 Kerékgyártó László: **Elektrotechnika,**
- TM-11003 Zombori Béla: **Az elektronika alapjai,**
- TM-11004 Zombori Béla: **Elektronika,**
- TM-11008 Gyetván Károly: **A villamos mérések alapjai,**
- TM-11009 Czili István: **A villamos gyakorlatok alapjai,**
- TM-11201 Kerékgyártó László: **Elektrotechnikai feladatgyűjtemény,**
- TM-11209 Gyetván Károly–Futterer László: **Villamos mérési feladatok**
- TM-12009 Öhrgeyi Imre: **Villamos gépek**

c. tankönyveit.

A felsorolt könyvek az adott témákat más-más szempontok alapján dolgozzák fel, így forgatásuk a tanulás során nemcsak azért célszerű, mert szélesítik a tudást és kiegészítik információhoz jutatják a tárgykörben az érdeklődőt, hanem azért is, mert rendszeres szemléletre tanítanak.

Eredményes tanulást és szakmai sikereket kíván minden kedves Olvasójának a

1. ALAPFOGALMAK

1.1. Az anyag szerkezete

A villamos jelenségek az anyag atomos szerkezetéből következnek.

Az anyag atomjai elemi részecskékből épülnek fel. A villamos jelenségek szempontjából az atomokat a következőképpen modellezzük. Az atomokat két fő részre osztjuk: az atommagra és a körülötte keringő elektronokra. Ezt a modellt megalkotójáról *Bohr-féle atommodellnek* nevezzük.

Az atommagot további két fajta elemi részecskékből alkotják: a protonok és a neutronok. Az atommag körül az elektronok közelítőleg körpályán keringenek. Az atommag körül keringő elektronok száma a semleges atomban egyenlő a protonok számával.

A különböző anyagok atomjaiban más-más számú elemi részecske található.

Az elektronok meghatározott rendben helyezkednek el a különböző sugartípusú pályáikon. A legkülső pályán elhelyezkedő elektronokat vegyértékelektronoknak nevezzük. Mivel ezek szakadnak el a legkönyvebben az atomtól, ezért meghatározó jelentőségűek a villamos jelenségek szempontjából. Ezen kívül a vegyértékelektronok által kapcsolódnak össze az atomok egymással vagy más anyagok atomjaival. A vegyértékelektronokon belüli atomrészt atomtörzsnek is nevezzük.

Az atomokat alkotó elemi részecskék kölcsönhatása tartja egyben az atomokat. Az elemi részecskék között:

- tömegvonásból eredő,

- villamos,

- mágneses kölcsönhatást

különboztethetünk meg.

Az elektrotechnika szempontjából e két utóbbi kölcsönhatásnak van jelentősége.

Két vagy több összekapcsolódó atom molekulát képez.

A molekulák külső hatásra (pl. oldódás, hőhatás) ionokra bomlanak. Az ionok elektronhiánnyal vagy elektron többlettel rendelkező molekulatárszek. Pl. a kénsav (H_2SO_4) vízben való oldódáskor elektronhiányos hidrogenionokra (szokásos jelöléssel 2H^+) és elektron többlettel rendelkező szulfationokra (SO_4^{2-}) bomlik szét, disszociál.

A villamos jelenségek szempontjából az anyagok halmazállapotának is nagy jelentősége van. A gyakorlatban a villamos jelenségeket a leggyakrabban szilárd halmazállapotú anyagoknál tapasztaljuk. Az elektrokémia folyamatai általában folyékony halmazállapotú anyagban jönnek létre. Egyes villamos jelenségek (pl. a villámlás, villamos ív) légnemű anyagokban keletkeznek.

1.2. A villamos töltés fogalma

A villamos jelenségek alapja az atomokban lévő protonok és elektronok közötti kölcsönhatás.

A protonok és az elektronok között vonzást tapasztalunk, protonok és elektronok, valamint elektronok és elektronok között taszító hatás észlelhető. A protonok és az elektronok kölcsönható képességet villamos töltésnek nevezünk. Megállapodás szerint a protonok töltését pozitívnak, az elektronok töltését negatívnak tekintjük. Az atommagban lévő neutronoknak nincs villamos töltésük.

A villamos töltés jele Q , mértékegysége a coulomb, jele C , amelyet Coulomb törvénye alapján is értelmezhetünk (l. a 3.1. alfejezetet). Eszerint:

Két 1 coulombnyi nyugvó töltés, 1 méter távolságból, légüres térben (gyakorlatilag levegőben is) $9 \cdot 10^9$ newton erővel hat egymásra.

A gyakorlatban coulomb nagyságú nyugvó töltések nem fordulnak elő, hiszen $9 \cdot 10^9$ N nagyságú villamos erőhatásokat nem tapasztalunk. A proton és az elektron töltését elemi töltésnek nevezzük. Mivel proton-proton, elektron-elektron és proton-elektron viszonylatban a kölcsönhatás azonos mértékű, ezért a protonok és elektronok töltését egyenlőknek tekintjük. Ezeknek a részecskének a töltése rendkívül kicsi. Egy elektron töltése:

$$e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$

Ebből következően 1 C töltés $6,24 \cdot 10^{18}$ elektron vagy ugyanennyi proton töltésevel egyenlő.

A villamos kölcsönhatás, a töltés, a protonok és elektronok alapvető tulajdonsága, amelyet megváltoztatni, megszüntetni nem lehet.

A gyakorlatban előforduló tárgyakban általában az elektronok és protonok száma egyenlő. Ebben az esetben a tárgyak villamos kölcsönhatást nem mutatnak.

Ha a protonok száma nagyobb az elektronokénál (pl. dörzsölés hatására), akkor a tárgy pozitív töltésű, ha az elektronok száma nagyobb, a tárgy negatív töltésű.

A protonok és elektronok villamos kölcsönhatásából következően az azonos töltésű tárgyak között taszítás, az ellentétes töltésű tárgyak között vonzás tapasztalható. Az ionoknak is van töltésük. A példaként már említett hidrogénion az elektronhiánya miatt pozitív töltésű (ezi fejezi ki a H^+ jelölés), míg a szulfation a két elektron-többlete következtében negatív töltésű (SO_4^-).

1.3. Vezető, szigetelő és félvezető anyagok

Azokat az anyagokat, amelyekben sok szabadon elmozduló töltéssel rendelkező részecske van, **vezetőkné** nevezzük. Vezetők a fémek, a szén, az elektritok (savak, sok és lúgok vizes oldatai) és az ionizált gázok, gőzök.

A fémek (szilárd halmazállapotban) és a szén kristályos anyagok. Atomtörzseik kristályok rácsponlyában helyezkednek el. A vegyérték-elektronok az atomtörzsektől leszakadva rendezetlen mozgást végeznek a kristályos szerkezetben. Ezekben az anyagokban az elektronok a szabad töltéshordozók.

Az elektritok folyékony halmazállapotú oldatok, amelyekben a disszociáció következtében savak, sok vagy lúgok ionjai mozognak szabadon. Az elektritokban tehát az ionok a szabad töltéshordozók.

A légnemű anyagok atomjai, molekulái külső hatásra (pl. hő, fény stb.) ionizálódnak. Az így keletkező ionok képeznek szabadon elmozduló töltéseket. A vezető anyagok jellemzője, hogy egy egységnyi térfogatú részükben viszonylag sok szabad töltéshordozó található a többi anyaghoz képest.

Azokat az anyagokat, amelyekben a töltéssel rendelkező részecskék döntő többsége helyhez kötött, **szigetelőanyagoknak** nevezzük. Ilyenek általában a nemfémes anyagok (pl. az ún. műanyagok), a nem ionizált gázok (pl. a levegő) és az ionokat nem tartalmazó folyadékok (pl. az olajok).

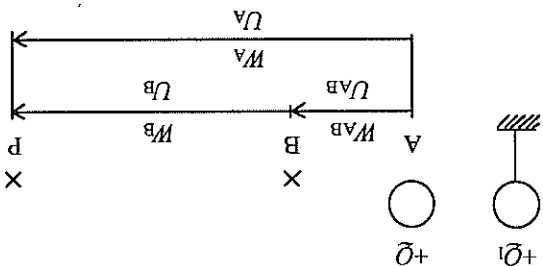
Tökéletes, szabad töltéseket egyáltalán nem tartalmazó szigetelőanyag nincs, csak a vezetőkhöz képest sok nagyságrenddel kevesebbet tartalmaznak egységnyi térfogatban.

A **félvezetők** jellemzője, hogy az egységnyi térfogatukban lévő szabad töltéshordozók száma a vezető és szigetelőanyagokra jellemző értékek közé esik. A félvezetők anyaga lehet szilícium (Si), germánium (Ge), szelen (Se) vagy egyes vegyületek, pl. gallium-arzenid (GaAs), indium-foszfid (InP).

A gyakorlatban a legtöbbszor a szilíciumot alkalmazzák. A szabad töltéshordozók számát három vegyértékű (pl. bór, alumínium, indium) ill. öt vegyértékű (pl. foszfor, antimon, arzen) anyagok ötvöztetésével állítják a szükséges értékre.

1.4. Villamos feszültség és potenciál

Az 1.1. ábra két pozitív töltésű gömböt mutat. A bal oldali gömb legyen rögzített, a jobb oldali szabadon elmozdulhat.



1.1. ábra. A villamos feszültség és potenciál fogalma

Amíg a töltések közötti taszítóhatás következtében a jobb oldali gömb elmozdul az A pontból a B pontba, W_{AB} munkavégzés történik.

Az A és B pontok közötti feszültség a két pont között elmozduló, egységnyi töltésre jutó munkával, munkavégző képességgel egyenlő.

A feszültség jele U .

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{Q}$$

A feszültség mértékegysége a V (volt).

$$1 \text{ V} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ C}}$$

Két pont között 1 volt a feszültség, ha az ott elmozduló 1 coulomb töltést 1 joule munkavégzés jellemez.

Ha a munkavégző képességet valamilyen kitüntetett ponthoz viszonyítjuk, akkor potenciálról beszélünk.

Pl. az 1.1. ábra kitüntetett pontja legyen P, akkor az A pont potenciálja U_A , a B pont potenciálja U_B . A P pontot nullapotenenciájú helynek tekintjük.

Az elméleti vizsgálódások során legtöbbször a végtelenben lévő pontot tekintjük nullapotenenciájúnak, míg a gyakorlati elektrotechnikában a potenciált a földhöz szokás viszonyítani.

A tér két pontja közötti feszültséget értelmezhetjük a két pont közötti potenciálkülönbségként is. Az 1.1. ábra jelöléseivel:

$$U_{AB} = U_A - U_B$$

A gyakorlatban alkalmazott feszültségek értékei széles tartományt ölelnek fel. Néhány példa:

- rádiók, televíziók antennáiról származó jelek: $1 \mu\text{V} - 10 \text{ mV}$;
- számítógépek áramköröi: 5 V ;
- fogyasztói hálózat: $230 - 400 \text{ V}$;
- energiaszállító távvezetékek: $10 - 750 \text{ kV}$.

1.5. Példák, feladatok

Példák

1. Mekkora a feszültség azon két pont között, ahol 5 C töltés elmozdulásakor 1150 J munkavégzés történik?

A feszültség:

$$U = \frac{W}{Q} = \frac{1150 \text{ W} \cdot \text{s}}{5 \text{ C}} = 230 \text{ V}.$$

2. Egy 3 C nagyságú töltés elmozdul az $U_A = 15 \text{ V}$ potenciálú pontból az $U_B = 7 \text{ V}$ potenciálú pontba. Mekkora munkavégzés jellemzi a töltést?

A két pont közötti feszültség:

$$U_{AB} = U_A - U_B = 15 \text{ V} - 7 \text{ V} = 8 \text{ V}.$$

A munkavégzés:

$$W_{AB} = U_{AB} \cdot Q = 8 \text{ V} \cdot 3 \text{ C} = 24 \text{ J}.$$

Feladatok

1. Egy 12 V -os akkumulátor két kivezetése között elmozduló 5 C töltés mennyi munkát végez?

(60 J)

2. Mekkora a tér azon pontjának a potenciálja, ahova a viszonyítási pontból elmozduló 30 mC töltés $1,5 \text{ J}$ munkát végez?

(-50 V)

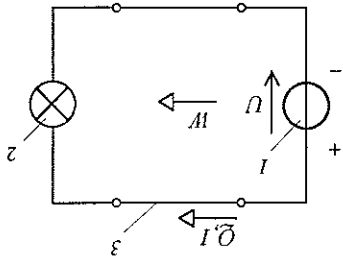
Ellenőrző kérdések

1. Milyen atommodell alapján tudjuk értelmezni a villamos jelenségeket?
2. Milyen kölcsönhatások jellemzik az elemi részecskéket?
3. Mit értünk villamos töltés alatt és mi a töltés mértékegysége?
4. Mi jellemző a vezető anyagokra és milyen fajtait különböztetjük meg?
5. Mi jellemzi a szigetelőanyagokat?
6. Milyen tulajdonságúnak a félvezetők?
7. Hogyan értelmezzük a villamos feszültséget?
8. Hogyan értelmezzük a potenciált?
9. Mit jelent az, hogy a dugaszolóaljzat két pontja között 230 V a feszültség?

2. AZ EGYENÁRAMÚ ÁRAMKÖRÖK ALAPTÖRVÉNYEI

A töltések kölcsönhatásában rejlő energiát általában villamos áramkörben hasznosítjuk.

Az áramkör részei: a villamos energiaforrás, a fogyasztó és az előbbieket összekötő vezetők (2.1. ábra).



2.1. ábra. A villamos áramkör részei

1 villamos energiaforrás; 2 fogyasztó (izzólámpa); 3 összekötő vezeték

A villamos energiaforrás olyan energia-átalakító berendezés, amelyben a befektetett energia töltésszétválasztást végez. A befektetett energia lehet mechanikai, kémiail, hő-, fényenergia stb. Így az energiaforrás pozitív pólusán elektronhiány, negatív pólusán elektron többlet keletkezik. A szétválasztott töltések közötti vonzóhatás eredményezi az energiaforrás feszültségét, amelyet megállapodás szerint mindig a pozitív sarktól a negatív sark felé mutatónak tekintünk.

Az egyenáramú energiaforrás polaritása nem változik.

A szétválasztott töltések közötti vonzóhatás jön létre, amelynek következtében a szabadon elmozduló töltéshordozók az áramkörben rendezett mozgásba kezdenek.

A töltések rendezett mozgását villamos áramnak nevezzük.

Az áramlás irányát az energiaforrás pozitív pólusán kifele mutatónak tekintjük, éppen ellentétben az elektronok mozgásirányával. Ez a technikai áramirány. Villamos áram csak zárt áramkörben jöhet létre. Az áramlást elindíthatjuk az áramkörbe iktatott kapcsoló zárásával, ill. megszüntelhetjük a kapcsoló nyitásával.

2.1. Villamos áramerősség

A töltésáramlást mennyiségileg a villamos áramerősséggel jellemezzük. Az áramerősség jele: I .

Az áramerősség a vezető keresztmetszetén egységnyi idő alatt áthaladó töltésmennyiség.

$$I = \frac{q}{\Delta t}$$

Az áramerősség mértékegysége az A (amper).

$$1 \text{ A} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ s}}$$

Egy vezetőben I A az áramerősség, ha a vezető keresztmetszetén 1 s alatt 1 C töltés halad át.

2.2. Villamos ellenállás és vezetőképesség

A töltések áramlását az áramkörben lévő anyagok akadályozzák, korlátozzák. Ezt a hatást fejezzük ki a villamos ellenállás fogalmával. Az ellenállás jele: R .

Az áramkör két pontja közötti ellenállás alatt a két pont közötti feszültség és az ott folyó áramerősség hányadosát értjük.

Másképpen, az ellenállás a két pont közötti egységnyi áramerősséget létrehozó feszültség:

$$R = \frac{U}{I}$$

Az ellenállás mértékegysége az Ω (ohm).

$$1 \Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}}$$

Az áramkör két pontja között 1Ω az ellenállás, ha ott 1 V feszültség hatására 1 A erősségű áram folyik.

Az ellenállás kifejezést áramkorlátozó alkatrészek megnevezésére is használják.

Az ellenállás reciprokát *vezetőképességnek* nevezzük, jele G :

$$\frac{1}{R} = G.$$

A vezetőképesség mértékegysége a S (siemens).

$$\frac{1}{\Omega} = S.$$

1 S a vezetőképessége az 1 Ω ellenállásnak.

A vezetõ ellenállása annak anyagától, hosszától, keresztmetszetétõl és hőmérsékletétõl függ.

Allandó hőmérsékleten a vezetõ ellenállása egyenesen arányos az l hosszával, fordítottan arányos az A keresztmetszetével, az arányossági tényező ρ , – a vezetõ anyaga-

ának fajlagos ellenállása:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}.$$

A fajlagos ellenállás az egységnyi hosszú és egységnyi keresztmetszetű anyag ellenállása.

Mértékegysége az előző összefüggés alapján határozható meg:

$$\rho = \frac{R \cdot A}{l}.$$

Ebből a mértékegység:

$$\Omega \cdot m^2 = \Omega \cdot m.$$

A gyakorlatban a vezetők keresztmetszeit sokszor mm^2 -ben mérik, ezért gyakran találkozhatunk a fajlagos ellenállás $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$ mértékegységgel is.

A jó vezetõ anyagok fajlagos ellenállása kicsi, a szigetelőanyagoké nagy értékű. A fémek vezetők ellenállása jó közelítéssel egyenesen arányos a hőmérséklettel, a nemfémeké pedig azzal fordítottan arányos. A megváltozott ellenállást a következő összefüggéssel számíthatjuk:

$$R_2 = R_1 + R_1 \cdot \alpha \cdot (T_2 - T_1) = R_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T),$$

ahol R_1 a hőmérséklet megváltozása előtti ellenállás, α a hőmérsékleti együttható (anyagjellemző), $\Delta T = T_2 - T_1$ a hőmérséklet megváltozása. Néhány anyag fajlagos ellenállása és hőmérsékleti együtthatója, $20^\circ C$ hőmérsékleten, a 2.1. táblázatban látható.

Fajlagos ellenállások és hőmérsékleti együtthatók. 2.1. táblázat

Anyag	Fajlagos ellenállás, ρ		Hőmérsékleti együttható α
	$\frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}}$	Ωm	$\frac{1}{^\circ\text{C}}$
Ezüst	$1,60 \cdot 10^{-2}$	$1,60 \cdot 10^{-8}$	$4,0 \cdot 10^{-3}$
Vörösréz	$1,75 \cdot 10^{-2}$	$1,75 \cdot 10^{-8}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$
Alumínium	$2,80 \cdot 10^{-2}$	$2,80 \cdot 10^{-8}$	$3,6 \cdot 10^{-3}$
Vas	$1,00 \cdot 10^{-1}$	$1,00 \cdot 10^{-7}$	$5,0 \cdot 10^{-3}$
Szén*	$6,70 \cdot 10^1$	$6,70 \cdot 10^{-7}$	$-4,5 \cdot 10^{-4}$
Bakelit*	$1,00 \cdot 10^{11}$	$1,00 \cdot 10^5$	
Üveg*	$5,00 \cdot 10^{17}$	$5,00 \cdot 10^{11}$	
Porcelán*	$3,00 \cdot 10^{18}$	$3,00 \cdot 10^{12}$	
Transzformátorolaj*	$5,00 \cdot 10^{17}$	$5,00 \cdot 10^{11}$	

*tájékoztató értékek

2.3. Ohm törvénye

Ohm törvénye – amely tapasztalati törvény – a következő.

Egy áramkör két pontja között folyó áramerősség egyenesen arányos a két pont közötti feszültséggel, és fordítottan arányos a két pont közötti ellenállással.

$$I = \frac{U}{R}.$$

Ohm törvényéből következik, hogy ha egy R értékű ellenálláson I erősségű áram folyik, akkor az ellenállás sarkain $U = I \cdot R$ feszültség van. Az így kifejezett feszültség szokás *feszültségességnek* is nevezni.

2.4. Kirchhoff törvényei

Összeített áramkörökben, más néven villamos hálózatokban, amelyek több fogyasztótól, esetleg több energiaforrást tartalmazhatnak, alkalmaszajuk Kirchhoff törvényeit.

2.4.1. Kirchhoff I. (csomóponti) törvénye

Egy áramkör csomópontja alatt kéttnél több vezet  csatlakozási pontját értjük. A csomóponti törvény kimondja, hogy:

A csomópontba befolyó áramok összege egyenlő a kifolyó áramok  sszegevel.

A 2.2.  bra szerint: $I_1 = I_2 + I_3$.

Ha az  ssze t ggeszt nullára redukálják, akkor:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0.$$

Rövidebb jelöléssel:

$$\sum I = 0.$$

(A $\sum$ –  jtsd: sz mma – az összegezés jele.)

Ez utóbbi  ssze t gges alapján Kirchhoff I. törvénye kimondja, hogy a csomóponti áramainak  r ny szerinti összege nulla.

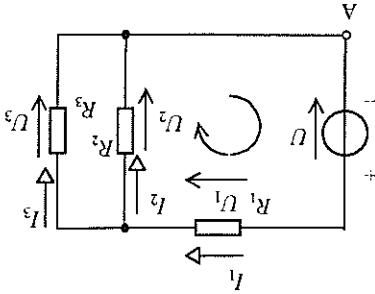
2.4.2. Kirchhoff II. törvénye (huroktörvény)

A 2.2.  bra A pontjából  lindulva az áramkörben, és t sz l eges úton visszaj rva az A pontba, egy hurkot írunk le. A huroktörvény kimondja:

A hurokban lévő fesz lt s s k  r ny szerinti összege nulla.

Pl. a 2.2.  bra A pontjából, az  ramut t  járásával egyező  r nyban, az R_2 ellen l s n keresztül körüljárt hurokra felirható (a körüljárási  r nyal ellentétes fesz lt s get negatívnak tekintve): $-U + U_1 + U_2 = 0$.

Rövidebb alakban  lt l nos tva: $\sum U = 0$.

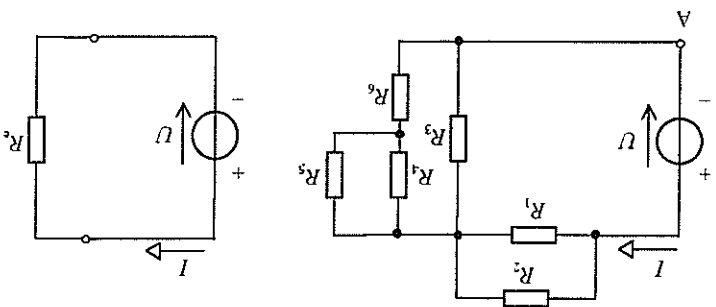


2.2.  bra. Villamos hálózat

2.5. Eredő ellenállás

Minden, tetszőlegesen összetett ellenállás-kapcsolás helyettesíthető egyetlen ellenállással, amelyre ugyanakkora feszültséget kapcsolva ugyanakkora áramot vesz fel az energiaforrásból.

Ezt a helyettesítő ellenállást nevezzük R_e *eredő ellenállásnak* (2.3. ábra).



2.3. ábra. Az eredő ellenállás fogalma

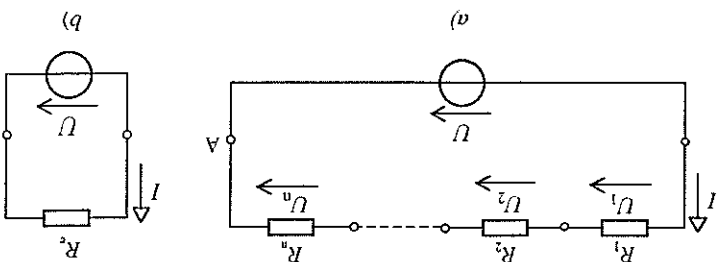
2.5.1. Soros kapcsolású ellenállások eredője

A n számú, soros kapcsolású ellenállás eredője a huroktörvény alapján határozható meg (2.4. ábra).

A soros kapcsolás miatt mindiglik ellenálláson azonos áramerősség folyik.

A 2.4.a) ábra A jelű pontjából az óramutató járásával egyező irányba haladva, írjuk fel a hurokegyenletet: $-U + U_1 + U_2 + \dots + U_n = 0$.

Az egyenletet átrendezve írható: $U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$.



2.4. ábra. Soros kapcsolású ellenállások eredője

A feszültségeket az I áramerősséggel és az ellenállásokkal kifejezve (az U értéket a 2.4.b) ábra alapján): $I \cdot R_e = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + \dots + I \cdot R_n$.

Az egyenletet osztva az áramerősséggel, megkapjuk az eredő ellenállást:

$$R_e = R_1 + R_2 + \dots + R_n.$$

Eszerint:

A soros kapcsolású ellenállások eredője a részellenállások összege.

Egyenlő nagyságú, n számú R ellenállás esetén: $R_e = n \cdot R$.

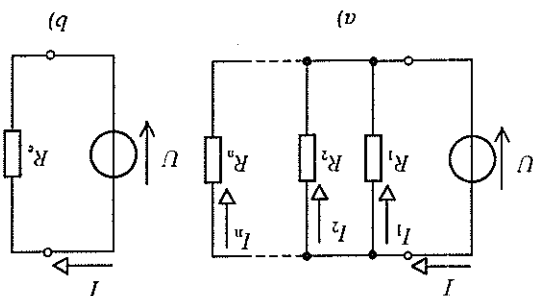
Az összefüggésekből látható, hogy a soros ellenállások eredője bármelyik részellenállásnál nagyobb.

2.5.2. Párhuzamos kapcsolású ellenállások eredője

Párhuzamosan kapcsolt (azonos feszültségre kapcsolt) n számú ellenállás eredőjét a csomóponti törvény felhasználásával határozhatjuk meg.

A 2.5.a) ábra alapján felírható a csomóponti egyenlet:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n.$$



2.5. ábra. Ellenállások párhuzamos kapcsolása

Az áramerősségeket Ohm törvénye alapján kifejezve, (az I értékét a 2.5.b) ábra szerint):

$$\frac{U}{R_e} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n}.$$

A feszültséggel elosztva az egyenletet az eredő ellenállás általános összefüggésére jutunk:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n},$$

eszerint:

Az eredő ellenállás reciproka egyenlő a részellenállások reciprokainak összegével.

Egyenlő értékű, n számú R ellenállás esetén írható:

$$\frac{1}{n} R_e = n \cdot \frac{R}{1}, \text{ ebből } \frac{R_e}{1} = \frac{R}{n}.$$

Az utóbbi kifejezés reciprokát véve, az egyenlő ellenállások párhuzamos eredője:

$$R_e = \frac{R}{n}.$$

Gyakran szükséges két párhuzamos ellenállás eredőjét számítani:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Az összefüggés jobb oldalát közös nevezőre hozva:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2},$$

$$\text{és a kifejezés reciprokát képezve: } R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

A szokásos rövidítéssel: $R_e = R_1 \times R_2$ (ejtsd R_1 replusz R_2).

Két ellenállás párhuzamos eredőjét megkapjuk, ha a két ellenállás szorzatát osztjuk az összegükkel.

$$\text{Az } \frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \text{ összefüggés minden tagja az ellenállások vezetőképessége}$$

ségét jelenti: $G_e = G_1 + G_2 + \dots + G_n$, tehát a párhuzamos ellenállások vezetőképessége összeadódik. Ebből következik, hogy párhuzamos kapcsolással az eredő vezetőképesség növekszik, az ellenállás pedig csökken. Ennek alapján belátható, hogy:

A párhuzamos kapcsolat eredő ellenállása kisebb a legkisebb részellenállásnál is.

2.5.3. Vegyes kapcsolású ellenállások eredője

Vegyes kapcsolásról akkor beszélünk, ha az áramkörben sorosan és párhuzamosan kapcsolott ellenállások is vannak. A megoldásra ilyenkor nem lehet egy általánosan használható összefüggést megadni. Ekkor a vizsgált áramkörben előforduló elemi soros és párhuzamos kapcsolásokat megoldva, lépéstől lépésre haladva jutunk el az eredő ellenállás értékéig.

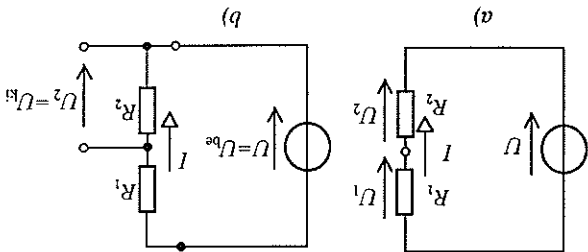
A módszer alkalmazását a 2.10. alfejezet 8. példájában tanulmányozhatjuk.

Az eredő ellenállás fogalmának bevezetésével jelentősen leegyszerűsödik az összetett áramkörök számítása. Segítségével megkerülhető a Kirchhoff-törvények alapján felírt sokismeretlenű egyenletrendszer megoldása.

2.6. Feszültségosztó

Tekintsük a 2.6.a) ábra két, soros kapcsolású ellenállásait! A soros kapcsolás miatt a két ellenálláson azonos az I áramerősség. Ohm törvénye szerint az ellenállásokon eső feszültségek:

$$U_1 = I \cdot R_1, \quad U_2 = I \cdot R_2.$$



2.6. ábra. Feszültségosztó

A két összefüggés hányadosát képezve és az I áramerősséggel egyszerűsítve:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

fontos kifejezéshez jutunk, ami szerint:

A soros kapcsolású ellenállások feszültségeinek aránya egyenlő a megfelelő ellenállások arányával.

Ezen a törvényrendszeren alapul a feszültségosztó működése, amelyet a 2.6.b) ábra szemléltet. Az energiaforrás U feszültségét tekintjük a feszültségosztó U_{be} bemeneti feszültségének, az R_2 ellenállás feszültségét az osztó U_{ki} kimeneti feszültségnek. A huroktörvény alapján belátható, hogy a kimeneti feszültség kisebb lesz, mint a bemeneti. A kapcsolás „leosztja” a bemeneti feszültséget.

A bemeneti és a kimeneti feszültség viszonyát az előző összefüggés alapján határozhatjuk meg.

Az U_{be} bemeneti feszültség az R_1 és R_2 összegén, az U_{ki} kimeneti feszültség pedig az R_2 ellenálláson esik. Az előző kifejezés által megfogalmazott törvényrendszer segítségével alkalmazva írható:

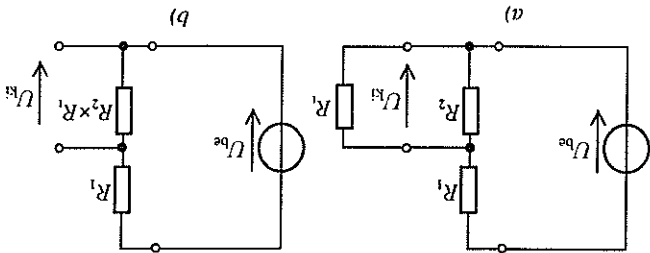
$$\frac{U_{bc}}{R_1 + R_2} = \frac{U_{ki}}{R_2}$$

Ebből a kimeneti feszültség kifejezhető (az egyenlet reciprokát szorozva az U_{bc} feszültséggel):

$$U_{ki} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{bc}$$

A kimeneti feszültség tehát a megfelelő ellenállások arányában kisebb a bemeneti feszültségnél.

Ha a feszültségosztó kimenetére R_1 ellenállást kapcsolunk, akkor *terhelt feszültségosztóról* beszélünk (ennek megfelelően a 2.6.b) ábra szerinti a terheltlen osztó). A terhelt osztót a 2.7.a) ábra szemlélteti.



2.7. ábra. Terhelt feszültségosztó

Föbben az esetben az U_{ki} kimeneti feszültség az R_2 és az R_1 ellenállások párhuzamos kapcsolásán jelenik meg, amelyek eredője:

$$\frac{R_2 \cdot R_1}{R_2 + R_1} = R_2 \times R_1$$

Ezzel az összefüggéssel a terhelt feszültségosztó visszavezethető a terheltlen osztó formái kapcsolására, amelyben az R_2 ellenállás szerepét az $R_2 \times R_1$ tölti be, ahogy azt a 2.7.b) ábra szemlélteti. Az ábra alapján közvetlenül belátható, hogy a terhelt feszültségosztó kimeneti feszültsége kisebb, mint a terheltlené, mivel

$$R_2 \times R_1 < R_2$$

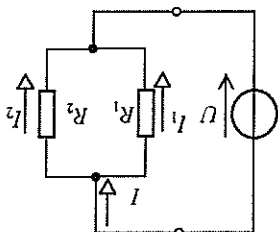
A 2.7.b) ábrára alkalmazva az $U_{ki} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{bc}$ összefüggés által megfogalmazott törvény szerűséget, megkapjuk a terhelt feszültségosztó jellemző képletét:

$$U_{ki} = \frac{R_2 \times R_1}{R_1 + (R_2 \times R_1)} \cdot U_{bc}$$

A feszültségosztó törvény szerűségének alkalmazása is jelentősen megkönnyítheti a villamos hálózatok számítását.

2.7. Áramosztó

Két, párhuzamosan kapcsolt ellenállás esetén az ellenállások közös pontjához csatlakozó vezetékben folyó áram két részre oszlik. Az ilyen kapcsolást szokás áramosztónak is nevezni (2.8. ábra).



2.8. ábra. Az áramosztó elve

Az ábra párhuzamos kapcsolású ellenállásainak közös U feszültsége kifejezhető Ohm törvényének felhasználásával: $U = I_1 \cdot R_1$, $U = I_2 \cdot R_2$.

A kifejezések bal oldalainak egyenlőségéből következik, hogy

$$I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2.$$

Az egyenlőséget elosztva I_2 -vel és R_1 -gyel, az áramosztás törvényszerűsége kifejező összefüggésre jutunk:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Eszertint:

A párhuzamos kapcsolású ellenállások áramerősségei fordítottan arányosak a megfelelő ellenállásokkal.

Az egyes ágak áramerősségeit – a csomóponti törvény felhasználásával – kifejezhetjük az osztatlan ág áramerősségével.

A csomóponti törvény szerint: $I = I_1 + I_2$.

Ebből kifejezve az I_2 áramerősséget és behelyettesítve az előző összefüggésbe:

$$\frac{I_1}{I} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Ebből megkaphatjuk az I_1 áramerősség képletét:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I.$$

Ha az I_1 áramerősséget fejezzük ki a csomóponti törvényből, és helyettesítjük be az összefüggésbe, akkor az I_2 áramerősség határozható meg:

$$\frac{I_1}{R_1} = \frac{I_2}{R_2}$$

összefüggésbe, akkor az I_2 áramerősség határozható meg:

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I.$$

Az I_1 és az I_2 áramerősség kifejezését általánosítva:

Az áramosztó valamely ágának áramerősségét megkapjuk, ha a másik ág ellenállását elosztjuk a két ág ellenállásának összegével és szorozzuk az osztottan ág áramerősségével.

Az áramosztás törvényszerűsége is előnyösen felhasználható az összetett áramkörök számításánál.

2.8. A feszültség, áramerősség és ellenállás mérése

A villamos mennyiségek mérésére analóg vagy digitális elven működő villamos mérőműszereket használunk.

2.8.1. A villamos feszültség mérése

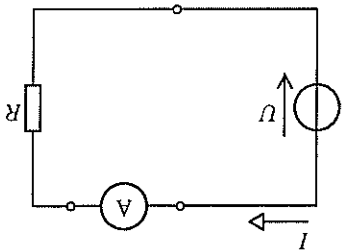
A villamos feszültséget az energiatáforások, ill. az áramkörök két pontja között értelmezzük. Ezért a mérésre alkalmas műszert mindig arra a két pontra kapcsoljuk, amelyek között a feszültség értéket ismerni akarjuk. Ugy is szoktuk mondani, hogy a feszültségmért az energiatáforással, ill. a fogyasztóval párhuzamosan kapcsoljuk (2.9. ábra). A feszültségmérték nagy belső ellenállásúak, hogy az áramkört csak kis mértékben terheljék.

2.8.2. Az áramerősség mérése

Az áramkörbe az áramerősség mérésére használt műszert úgy kell beiktatni, hogy a vizsgált keresztszímeten áthaladó töltésmennyiség a műszeren is áthaladjon.

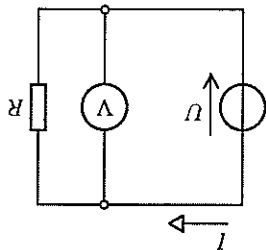
Ezért az áramkört a kérdéses keresztmetszelnél megszakítjuk, és az így keletkezett két vezetőképet a műszerre kötjük. Másként fogalmazva: az áramerősség-mérőt az áramkörbe sorosan kapcsoljuk (2.10. ábra).

Az áramerősség-mérők, a feszültségmérőkkel ellentétben kis belső ellenállásúak, hogy beiktatásuk ne befolyásolja a mért áramerősség értékét.



2.10. ábra. Áramerősség-mérő kapcsolás

2.9. ábra. Feszültségmérő kapcsolás



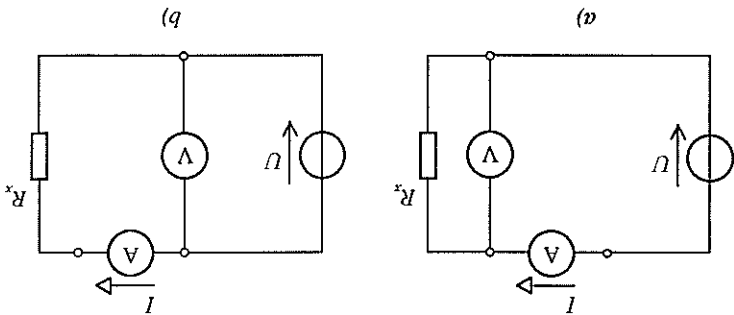
2.8.3. Az ellenállás mérése

Az ellenállás – Ohm törvényét felhasználva – mérhető feszültség- és áramerősség-mérővel (2.11. ábra).

Az ellenállás értékét számítással kapjuk:

$$R_x = \frac{U}{I}.$$

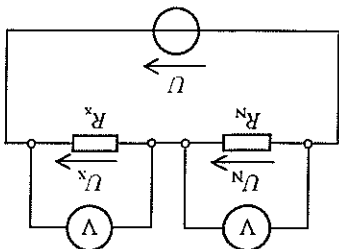
A 2.11.a) ábra kapcsolását akkor célszerű alkalmazni, ha a mérendő ellenállás jóval kisebb a feszültségmérő ellenállásánál, mert ekkor a feszültségmérő áramfelvétele nem befolyásolja számottevően a mérés pontosságát. A 2.11.b) ábra szerinti kapcsolás pedig akkor ad kellően pontos eredményt, ha a mérendő ellenállás értéke nagy, vagyis összemérhető a feszültségmérő ellenállásával. Ekkor az áramerősség-mérő feszültségessége nem okoz jelentős hibát.



2.11. ábra. Ellenállás mérése feszültség- és áramerősség-mérővel

Ellenállás mérhető a feszültségosztás elvén is, a 2.12. ábra szerint. Ekkor az R_x ismerten ellenállással sorba kell kapcsolni egy pontos és ismert értékű R_N ellenállást. Méri kell a két ellenállás feszültségeseit, és a feszültségosztás elvén számítható az ismeretlen ellenállás:

$$\frac{R_x}{R_N} = \frac{U_x}{U_N}$$



2.12. ábra. Ellenállásmérés a feszültségosztó elvén

Ebből kifejezhető az ismeretlen ellenállás:

$$R_x = \frac{U_x}{U_N} \cdot R_N$$

A mérés akkor ad pontos eredményt, ha a mérendő ellenállás több nagyságrenddel kisebb a feszültségmérő ellenállásánál.

2.9. Műszerek mérőhatárának bővítése

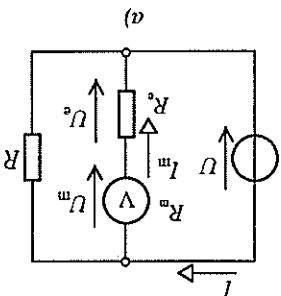
A műszerek mérőhatára alatt azt a legnagyobb mérendő fizikai mennyiséget (feszültséget, áramerősséget stb.) értjük, amely a műszerrel az adott kapcsolásban mérhető.

A feszültség- és áramerősség-mérők mérőhatárát a feszültség-, ill. áramosztás elvén bővíthetjük.

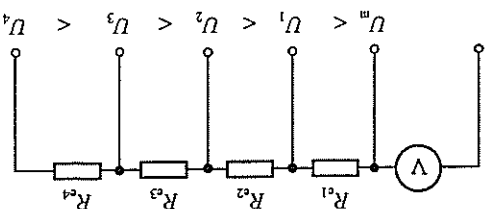
2.9.1. A feszültségmérők mérőhatárának bővítése

A feszültségmérők mérőhatára a műszerrel sorosan kapcsolva, ún. előtét-ellenállással bővíthető a 2.13.a) ábra szerint.

U_m a műszer eredeti mérőhatára, R_m pedig az ellenállása, amellyel sorba kapcsolva előtét-ellenállással – amelynél U_0 feszültségcsökkenés keletkezik – U értékre akartjuk növelni a műszer mérőhatárát.



b)



2.13. ábra. A feszültségmérő méréshatárának bővítése
a) a méréshatár bővítésének elve; b) a többméréshatárú feszültségmérő szokásos kapcsolása

A huroktörvény szerint:

$$U = U_m + U_c.$$

Ebből az előtét-ellenállás feszültsége:

$$U_c = U - U_m.$$

Ennek alapján felírhatjuk a feszültségek és az ellenállások arányát, a feszültségosztó szabályát alkalmazva:

$$\frac{R_c}{R_e} = \frac{U_c}{U - U_m} = \frac{U_m}{U - U_m}.$$

Ebből kifejezhető az előtét-ellenállás:

$$R_e = \frac{U - U_m}{U_m} \cdot R_m = \left(\frac{U}{U_m} - 1 \right) \cdot R_m.$$

Az $\frac{U}{U_m} = n$ hányados a megnövelt és az eredeti méréshatár viszonyát jelenti.

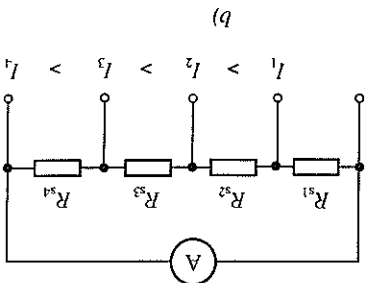
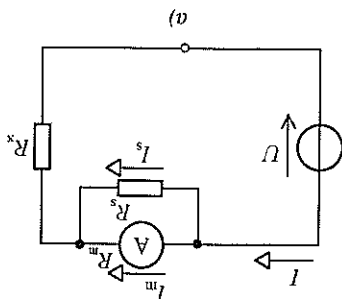
Ezzel az előtét-ellenállás szükséges értéke:

$$R_e = (n - 1) \cdot R_m.$$

Több előtét-ellenállás alkalmazásával több-méréshatárú műszereket is készítenek, a 2.13.b) ábra szerinti kapcsolásban.

2.9.2. Az áramerősség-mérők méréshatárának bővítése

Az áramerősség-mérők méréshatára az áramosztó elvén, a műszerekkel párhuzamosan kapcsolva, ún. sönlellenállással bővíthető a 2.14. ábra szerinti elvi kapcsolásban. I_m a műszer eredeti méréshatára, R_m az ellenállása. Az R_s sönlellenállással, amelyen I_s erősségű áram folyik, I értékre akadjuk bővíteni a méréshatárt.



2.14. ábra. Az áramerősség-mérő mérés határának bővítése
a) a mérés határ bővítésének elve; b) többmérés határú áramerősség-mérő
szokásos kapcsolása

A csomóponti törvény szerint: $I = I_m + I_s$,
amiből a söntellenállás áramerőssége: $I_s = I - I_m$.

Felírhatjuk az áramosztás szabálya szerint az ellenállások és az áramok arányát:

$$\frac{R_s}{I_m} = \frac{I_s}{I - I_m}.$$

Ebből kifejezhető a szükséges söntellenállás értéke:

$$R_s = \frac{I - I_m}{I_m} \cdot R_m = \frac{I}{I_m} \cdot R_m \cdot \frac{I - I_m}{I}.$$

Az $\frac{I}{I_m} = n$ hányados a megnövelt és az eredeti mérés határ viszonyát jelenti.

Ezzel a söntellenállás kifejezése: $R_s = \frac{R_m}{n - 1}.$

Több söntellenállással készítenek többmérés határú áramerősség-mérőket is, a 2.14.b) ábra kapcsolása szerint.

2.10. Példák, feladatok

Példák

1. Mekkora az áramerősség abban az áramkörben, ahol a vezető keresztmetszeten 2,5 C töltés 15 min alatt halad keresztül?

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{2,5 \text{ C}}{15 \cdot 60 \text{ s}} = 2,78 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 2,78 \text{ mA}.$$

2. Mekkora az ellenállása annak a fogyasztónak, amelyen 230 V feszültség 0,46 A áramerősséget hoz létre?

$$R = \frac{U}{I} = \frac{230 \text{ V}}{0,46 \text{ A}} = 500 \Omega = 0,5 \text{ k}\Omega$$

3. Egy 50 m hosszú és 4 mm² keresztmetszetű vörösréz vezeték 12 A erősségű áram folyik. Mekkora a vezetékben a feszültséges?

$$\text{A vezeték ellenállása: } R = \rho \cdot \frac{l}{A} = 1,75 \cdot 10^{-2} \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{4 \text{ mm}^2}{50 \text{ m}} = 0,219 \Omega.$$

A vezetéken eső feszültség: $U = I \cdot R = 12 \text{ A} \cdot 0,219 \Omega = 2,63 \text{ V}.$

4. Egy villamos motor vörösréz tekercsének ellenállása 20 °C hőmérsékleten 15 Ω. Mekkora nő a tekercs ellenállása, ha motor üzemi hőmérséklete 105 °C ?

A hőmérséklet-növekedés: $\Delta T = T_2 - T_1 = 105^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = 85^\circ\text{C}.$

A megnövekedett ellenállás:

$$R_2 = R_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) = 15 \Omega \cdot (1 + 3,9 \cdot 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 85^\circ\text{C}) = 19,97 \Omega.$$

5. Három, sorosan kapcsolt ellenállás értéke 50 Ω, 1,5 kΩ és 5 kΩ. Mekkora az eredő ellenállás?

Az eredő ellenállás:

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 = 50 \Omega + 1500 \Omega + 5000 \Omega = 6550 \Omega = 6,55 \text{ k}\Omega.$$

6. Hány darab és milyen kapcsolású 25 Ω-os ellenállás szükséges 300 Ω előállításhoz?

Mivel az előállítandó (eredő) ellenállás nagyobb a rendelkezésre álló ellenállások értékénél, ezért soros kapcsolást kell alkalmazni. A szükséges ellenállások számát az $R_e = n \cdot R$ összefüggésből fejezhetjük ki:

$$n = \frac{R_e}{R} = \frac{300 \Omega}{25 \Omega} = 8.$$

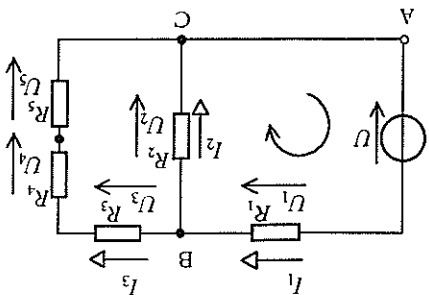
7. Mekkora egy 400 Ω-os és egy 600 Ω-os ellenállás párhuzamos eredője? Az eredő ellenállás:

$$R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{400 \Omega \cdot 600 \Omega}{400 \Omega + 600 \Omega} = 240 \Omega.$$

8. A 2.15. ábra szerinti kapcsolás adatai:
 $U = 50 \text{ V}$, $R_1 = 200 \Omega$, $R_2 = 100 \Omega$, $R_3 = 50 \Omega$, $R_4 = 30 \Omega$, $R_5 = 20 \Omega$.

Számítsuk ki:

- a) a kapcsolás eredő ellenállását,
 b) az összes ellenállás áramát és a rajtuk eső feszültségeket!



2.15. ábra. Összetett áramkör a 8. példához

Megoldás:

- a) Az eredő ellenállás meghatározása.

A számítást a soros kapcsolású R_3 -as, R_4 -es és R_5 -ös ellenállások eredőjének meghatározásával kezdjük:

$$R_{345} = R_3 + R_4 + R_5 = 50 \Omega + 30 \Omega + 20 \Omega = 100 \Omega.$$

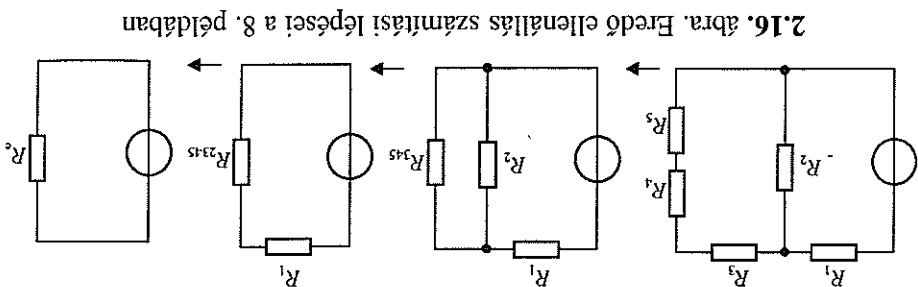
Az R_{345} -tel párhuzamosan kapcsolódik az R_2 ellenállás. Mivel ezek egyenlő értékűek, így az eredőjük:

$$R_{2345} = \frac{R_2}{2} = \frac{100 \Omega}{2} = 50 \Omega.$$

Most már a feladat az R_1 és R_{2345} soros kapcsolásává egyszerűsödött:

$$R_p = R_1 + R_{2345} = 200 \Omega + 50 \Omega = 250 \Omega.$$

A megoldás menetét szemlélteti a 2.16. ábra.



2.16. ábra. Eredő ellenállás számítási lépései a 8. példában

b) Az ellenállások áramainak és feszültségeseinek számítása.

A 2.15. ábrán látható, hogy az R_1 ellenállás árama megegyező az energiaforrás áramával, amelyet az eredő ellenállás ismeretében Ohm törvényével számíthatunk:

$$I = I_1 = \frac{U}{R_0} = \frac{50 \text{ V}}{250 \Omega} = 0,2 \text{ A}.$$

Az I_1 és R_1 értéke, Ohm törvénye alapján meghatározza az R_1 feszültséget:

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 = 0,2 \text{ A} \cdot 200 \Omega = 40 \text{ V}.$$

Írjuk fel a huroktörvényt az A-B-C-A hurokra, a bejelölt körjárási irány szerint!

$$-U + U_1 + U_2 = 0,$$

ebből kifejezve:

$$U_2 = U - U_1 = 50 \text{ V} - 40 \text{ V} = 10 \text{ V}.$$

$$U_2 \text{ ismeretében } I_2 \text{ számítható: } I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{10 \text{ V}}{100 \Omega} = 0,1 \text{ A}.$$

Írjuk fel a B pontra a csomóponti törvényt! $I_1 = I_2 + I_3$.

Innen az I_3 , amely egyenlő a 4-es és 5-ös ellenállás áramával is, kiszámítható:

$$I_3 = I_4 = I_5 = I_1 - I_2 = 0,2 \text{ A} - 0,1 \text{ A} = 0,1 \text{ A}.$$

Az áramok ismeretében a feszültségések számíthatók:

$$U_3 = I_3 \cdot R_3 = 0,1 \text{ A} \cdot 50 \Omega = 5 \text{ V},$$

$$U_4 = I_4 \cdot R_4 = 0,1 \text{ A} \cdot 30 \Omega = 3 \text{ V},$$

$$U_5 = I_5 \cdot R_5 = 0,1 \text{ A} \cdot 20 \Omega = 2 \text{ V}.$$

(A kapcsolásból következik: $U_3 = U_4 + U_5$).

9. Egy $U = 24 \text{ V}$ feszültségű energiaforrásra egy $R_1 = 2 \text{ k}\Omega$ -os és egy $R_2 = 4 \text{ k}\Omega$ -os ellenállásból álló feszültségosztó csatlakozik a 2.6.b) ábra szerint.

Mekkora a terheletlen osztó R_2 ellenállásáról jövő kimeneti feszültség? Mekkora a kimeneti feszültség, ha az osztót egy $6 \text{ k}\Omega$ -os ellenállással terheljük a 2.7. ábrának megfelelően?

A terheletlen osztó kimeneti feszültsége:

$$U_{ki} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{be} = \frac{4 \text{ k}\Omega}{2 \text{ k}\Omega + 4 \text{ k}\Omega} \cdot 24 \text{ V} = 16 \text{ V}.$$

A terhelő osztó kimeneti feszültsége:

$$U_{ki} = \frac{R_2 \times R_1}{R_2 \times R_1 + (R_2 \times R_1)} \cdot U_{be} = \frac{4 \text{ k}\Omega \times 6 \text{ k}\Omega}{2 \text{ k}\Omega + (4 \text{ k}\Omega \times 6 \text{ k}\Omega)} \cdot 24 \text{ V} \approx 13,1 \text{ V}.$$

10. Egy áramosztó – amely egy $R_1 = 900 \, \Omega$ és egy $R_2 = 600 \, \Omega$ ellenállásból áll – osztatlan áramerőssége $I = 500 \, \text{mA}$. Mekkora az R_1 ellenállás áramerőssége?
- Az I_1 áramerősség:
- $$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I = \frac{600 \, \Omega}{900 \, \Omega + 600 \, \Omega} \cdot 500 \, \text{mA} = 200 \, \text{mA}.$$

11. Egy műszer feszültség-mérőshatára $U_m = 0,1 \, \text{V}$, ellenállása $R_m = 1 \, \text{k}\Omega$. A műszer feszültség-mérőshatárát $U = 100 \, \text{V}$ -ra akarjuk bővíteni.
- Mekkora értékű előtét-ellenállásra van szükség?
- Az új és az eredeti mérőshatár viszonya:

$$n = \frac{U}{U_m} = \frac{100 \, \text{V}}{0,1 \, \text{V}} = 1000.$$

A szükséges előtét-ellenállás:

$$R_e = (n - 1) \cdot R_m = (1000 - 1) \cdot 1 \, \text{k}\Omega = 999 \, \text{k}\Omega.$$

12. A 11. példa műszeréből egy $I = 1 \, \text{A}$ mérőshatárú áramerősség-mérőt készítenek. Mekkora söntellenállásra van szükség?

A műszeren a mérőshatárnál folyó áram erőssége Ohm törvényéből számítható:

$$I_m = \frac{U_m}{R_m} = \frac{0,1 \, \text{V}}{1000 \, \Omega} = 10^{-4} \, \text{A}.$$

Az új és az eredeti árammérőshatár viszonya:

$$n = \frac{I}{I_m} = \frac{1 \, \text{A}}{10^{-4} \, \text{A}} = 10^4.$$

A szükséges söntellenállás: $R_s = \frac{n - 1}{I_m} = \frac{10^4 - 1}{10^{-4} \, \text{A}} \approx 0,1 \, \Omega.$

Feladatok

1. Egy akkumulátor 10 h-n keresztül 6 A erősségű áramot szolgáltat. Mennyi töltés áramlik a körben? (216 000 C)

2. Egy 42 V feszültségű energiatárolást a 20 m távolságban lévő, 10 A áramerősségű fogyasztóval 2,5 mm² keresztmetszetű vörösréz vezetékpar köt össze. Mekkora a vezeték ellenállása és a fogyasztó sarkain a feszültség? (0,28 Ω ; 39,2 V)

3. Egy villamos motor vörösréz tekercsének ellenállása 20°C hőmérsékleten $0,55\ \Omega$. Mekkora a motor üzemi hőmérséklete, ha a gép tekercsének ellenállása $0,72\ \Omega$ -ra növekedett? ($99,25^\circ\text{C}$)

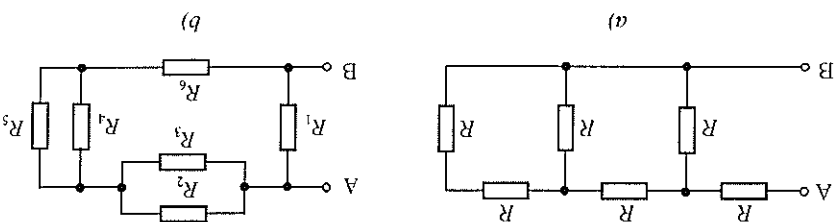
4. A 2.17.a) ábra minden ellenállása $1\ \text{k}\Omega$.

Mekkora az A-B pontok közötti eredő ellenállás? ($1,625\ \text{k}\Omega$)

5. A 2.17.b) ábra ellenállásainak értékeit:

$R_1 = 1\ \text{k}\Omega$; $R_2 = 600\ \Omega$; $R_3 = 400\ \Omega$; $R_4 = 120\ \Omega$; $R_5 = 700\ \Omega$.

Mekkora az A-B pontok közötti eredő ellenállás? ($500\ \Omega$)



2.17. ábra. Példák az eredő ellenállás számítására

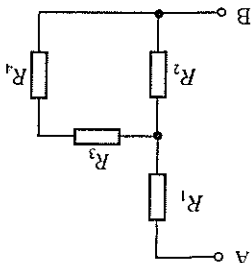
6. Számítsuk ki a 2.17.c) ábra A-B pontjai közötti eredő ellenállást, ha $R_1 = R_2 = 1,8\ \text{k}\Omega$ és $R_3 = 100\ \Omega$! ($90\ \Omega$).

7. A 2.17.b) ábra A és B pontjai között a feszültség $U_{AB} = 100\ \text{V}$. Az ellenállások értékeit: $R_1 = 1\ \text{k}\Omega$; $R_2 = 600\ \Omega$; $R_3 = 400\ \Omega$; $R_4 = 120\ \Omega$; $R_5 = 700\ \Omega$.

Számítsuk ki valamennyi ellenállás áramát, feszültségét! ($I_1 = 0,1\ \text{A}$; $I_2 = 0,04\ \text{A}$; $I_3 = 0,06\ \text{A}$; $I_4 = 0,05\ \text{A}$; $I_5 = 0,1\ \text{A}$; $U_1 = 100\ \text{V}$; $U_2 = 24\ \text{V}$; $U_3 = 6\ \text{V}$; $U_4 = 70\ \text{V}$)

8. A 2.18. ábra A és B pontja között a feszültség $U_{AB} = 50\ \text{V}$, az ellenállások értékeit: $R_1 = 410\ \Omega$; $R_2 = 100\ \Omega$; $R_3 = 300\ \Omega$; $R_4 = 600\ \Omega$.

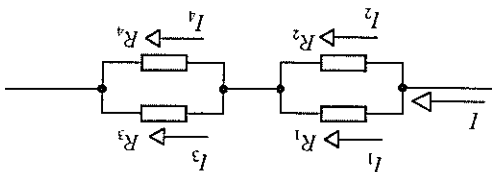
Számítsuk ki az A és B pontok közötti eredő ellenállást! Számítsuk ki a feszültség-osztó törvényszerűségének felhasználásával valamennyi ellenállás feszültségét is! ($R_5 = 500\ \Omega$; $U_1 = 41\ \text{V}$; $U_2 = 9\ \text{V}$; $U_3 = 3\ \text{V}$; $U_4 = 6\ \text{V}$)



2.18. ábra. A 8. feladat kapcsolása

9. A 2.19. ábra szerinti kapcsolás osztályan ágában folyó áram erőssége $I = 1$ A. Az ellenállások értékei: $R_1 = 200$, $R_2 = 300$ Ω , $R_3 = 300$ Ω , $R_4 = 700$ Ω . Az áramosztó összefüggéseivel határozzuk meg mind a négy ellenállás áramerősségét!

$$(I_1 = 0,6 \text{ A}, I_2 = 0,4 \text{ A}, I_3 = 0,7 \text{ A}, I_4 = 0,3 \text{ A})$$



2.19. ábra. A 9. feladat kapcsolása

Ellenőrző kérdések

1. Milyen fő részekből áll a villamos áramkör?
2. Mit értünk villamos áramon és áramerősségen?
3. Mi a villamos ellenállás?
4. Mitől függ a vezető ellenállása, és hogyan számítható?
5. Mit fogalmaz meg Ohm törvénye?
6. Mit fejeznek ki Kirchhoff törvényei?
7. Mi az eredő ellenállás, és hogyan számítható sorosan, párhuzamosan és vegyesen kapcsolt ellenállások esetén?
8. Mit fejez ki a feszültségosztás törvénye?
9. Hogyan fogalmazható meg az áramosztás törvénye?

2.11. A villamos munka (energia) és teljesítmény számítása

2.11.1. A villamos munka számítása

Az 1.4. alfejezetben megismert $U_{AB} = \frac{Q}{W_{AB}}$ összefüggésből az áramló töltés munkáját kapjuk, mivel a feszültség az egysegnyi töltés munkavégző-képessége, energiája: $W = U \cdot Q$.

Célserű, ha az áramló töltést a 2.1 alfejezetben megismert $I = \frac{Q}{t}$ összefüggésből fejezzük ki az áramerősség és az idő segítségével, mert ezek könnyen mérhető mennyiségek:

$$Q = I \cdot t,$$

A töltést a munka kifejezésébe helyettesítve, a villamos munka számítására már alkalmas összefüggésre jutunk:

$$W = U \cdot I \cdot t.$$

A munka mértékegysége a $J = W \cdot s$, amely az előző kifejezésből:

$$1 \text{ V} \cdot 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A} \cdot \text{s} = 1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s}.$$

A villamos munka mértékegysége a $W \cdot s$ (wattsecundum) jelölést használjuk, amely a teljesítmény és a munka $W = P \cdot t$ összefüggéséből származik. A wattsecundum a gyakorlat számára nagyon kis egység, ezért inkább a wattóra ($W \cdot h$), kilowattóra ($kW \cdot h$), megawattóra ($MW \cdot h$), vagy a gigawattóra ($GW \cdot h$) használatos. Az átszámítás alapja: $1 \text{ W} \cdot h = 3600 \text{ W} \cdot s$.

2.11.2. A villamos teljesítmény számítása

A teljesítmény az egységnyi idő alatt végzett munka:

$$P = \frac{W}{t}.$$

Felhasználva a $W = U \cdot I \cdot t$ kifejezést és az egyszerűsítést elvégezve:

$$P = \frac{U \cdot I \cdot t}{t}, \quad P = U \cdot I$$

összefüggésre jutunk.

A teljesítmény mértékegysége:

$$\frac{J}{s} = \frac{V \cdot A \cdot s}{s} = V \cdot A = W.$$

A gyakorlatban találkozhatunk a μW , mW , kW , MW teljesítmény-nagyságrendek-
kel is.

Az ellenállások teljesítményét – Ohm törvénye alapján – másképp is kifejezhetjük, az

$$U = I \cdot R \text{ és az } I = \frac{U}{R}$$

összevetéseknek a $P = U \cdot I$ képletbe helyettesítésével:

$$P = U \cdot I = I \cdot R \cdot I, \quad P = I^2 \cdot R, \\ P = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R}, \quad P = \frac{U^2}{R}.$$

és

2.12. A villamos energiaforrások üzemiállapotai és teljesítményviszonyai

A villamos energiaforrásoknak, energia-átalakítókknak – áramkörti tulajdonságaik
szerint – két fajtája van:

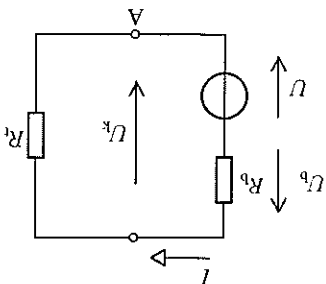
- **teljesítménygenerátorok**, amelyek jellemzője, hogy a villamos energiát közel
állandó feszültség mellett szolgáltatják,

- **áramgenerátorok**, amelyek a villamos energiát közel állandó áramerősségen
adják le.

A valóságos generátoroknak van saját, ún. belső ellenállása.

Ha a belső ellenállást figyelembe kell venni, akkor a generátorokat egy ellenállás
nélküli energiaforrással, és a vele sorosan kapcsolt R_b belső ellenállással helyette-
síthetjük. Az energiaforrás az R_1 terhelő-ellenállást táplálja (2.20. ábra).

A körben folyó I erősségű áram az energiaforrás R_b belső ellenállásán $U_b = I \cdot R_b$ le-
szültségesezt létesít, amely az árammal azonos irányú. A fogyasztó, ill. a generátor
kapcsain az $U_k = I \cdot R_1$ kapocsfeszültség jelenik meg.



2.20. ábra. A valóságos energiaforrás áramköre

Az áramkörre – az A pontból az óramutató járásával egyező irányban haladva – felírt hurokegyenlet:

$$-U + U_p + U_k = 0.$$

Kifejezve a generátor U forrásfeszültségét és helyettesítve a feszültségeségeket:

$$U = U_k + U_p,$$

$$U = I \cdot R_1 + I \cdot R_p = I \cdot (R_1 + R_p).$$

Ez utóbbi alakból látható: ha az $R_1 \gg R_p$, akkor

$$U \approx I \cdot R_1 = U_k, \text{ állandó,}$$

tehát ekkor az energiaforrás **feszültséggenerátorként** viselkedik.

Kifejezve az áramerősséget az $U = I \cdot (R_1 + R_p)$ összefüggésből:

$$I = \frac{U}{R_1 + R_p}.$$

Ha az $R_1 \ll R_p$, akkor ezen kifejezés alapján az áramerősség a terhelő-ellenállástól függetlenül közel állandó:

$$I \approx \frac{R_p}{U} \approx \text{állandó,}$$

tehát **áramgenerátorként** viselkedik.

A továbbiakban a feszültséggenerátort vizsgáljuk.

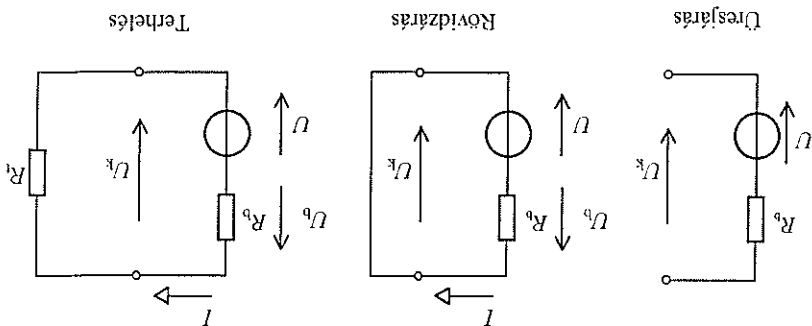
Az energiaforrások üzemállopotai a következők lehetnek:

• **Üresjárás:** Jellemzője, hogy az energiaforrás nem képez zárt áramkört (más-
képpen $R_1 = \infty$).

• **Rövidzáras:** Jellemzője, hogy az energiaforrás $R_1 = 0$ értékű ellenálláson ke-
resztül képez zárt áramkört.

• **Terhelés:** Az energiaforrás $R_1 > 0$, véges értékű ellenálláson keresztül képez
zárt áramkört.

Az üzemállopotokat a 2.21. ábra szemlélteti.



2.21. ábra. Az energiaforrás üzemállopotai

Az üzemiállapotok további jellemzői:

Üresjárás esetén – mivel nincs zárt áramkör – nem folyik áram, ezért az I áram-erősség nulla. Ezáltal az R_p belső ellenálláson nem keletkezik feszültségcsés ($U_p = 0$). Az $U = U_k + U_p$ összefüggésből következően ezért:

$$U = U_k.$$

Üresjárásban tehát a kapocsfeszültség a forrásfeszültséggel egyenlő. Mivel nem folyik áram, ezért a generátor nem termel energiát.

Rövidzáras esetén, mivel az R_l terhelő-ellenállás nulla értékű, az áramerősség az $I = \frac{U}{R_l + R_p}$ összefüggés szerint: $I = \frac{R_p}{U}$.

Mivel feszültséggenerátorok esetén $R_p \ll R_l$, ezért a rövidzárasban keletkező áram-erősség a megengedettnek sokszorososa, ami károsítja az energiaforrást. A nagy rövidzárási áram ellen védeni kell a feszültséggenerátorokat, olvadó biztosítók vagy automata kapcsolók beiktatásával.

A rövidzárasban felszabaduló energia a generátort melegeíti.

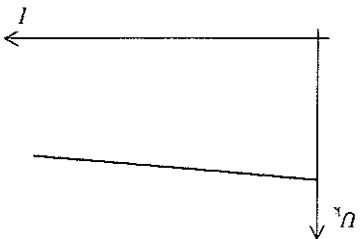
Terhelési üzemiállapotban az I áramerősség nagyobb, mint nulla, de kisebb mint a rövidzárási áramerősség.

A kapocsfeszültség az $U = U_k + U_p$ összefüggésből fejezhető ki:

$$U_k = U - U_p$$

$$U_k = U - I \cdot R_p.$$

A 2.22. ábra a feszültséggenerátor kapocsfeszültségét ábrázolja az előző összefüggésnek megfelelően.



2.22. ábra. A feszültséggenerátor kapocsfeszültségének változása a terhelőáram függvényében

Terheléskor az energiaforrás teljesítményviszonyait a következő összefüggésből kiindulva vizsgálhatjuk: $U = U_k + U_p$.

Ha ezt az egyenletet megszorozzuk a kör I áramerősségével, akkor az áramkört jellemző teljesítményegyenletre jutunk:

$$U \cdot I = U_k \cdot I + U_p \cdot I.$$

Az egyenlet bal oldalán az energiatartás által szolgáltatott P_0 összes teljesítmény áll:

$$P_0 = U \cdot I,$$

A jobb oldali első tag a fogyasztó, az R_1 terhelő-ellenállás P_1 teljesítménye:

$$P_1 = U_k \cdot I,$$

a jobb oldali második tag az energiatartás belső ellenállásán megvalósuló P_b teljesítmény:

$$P_b = U_b \cdot I.$$

Mivel ez utóbbi teljesítmény nem hasznosul a fogyasztón, a P_b teljesítmény az áramkör veszteség. Az áramkör teljesítményegyenlete tehát:

$$P_0 = P_1 + P_b.$$

Az áramkörök energiahasonosításának jellemzésére a **hatásfok** fogalmát használjuk. A hatásfok jele: η (ejtsd: éta!).

A hatásfok az áramkör hasznosított és az energiatartás összes teljesítményének viszonyát jelenti, a leggyöbbször százalékosan kifejezve:

$$\eta = \frac{P_1}{P_0} \cdot 100.$$

A hatásfokot kifejezhetjük a feszültségekkel, ill. az áramkör ellenállásaival is.

A hatásfok összefüggésében szereplő teljesítményeket a feszültségekkel és az áramerősségekkel kifejezve írható:

$$\eta = \frac{U_k \cdot I}{U \cdot I} \cdot 100 = \frac{U_k}{U} \cdot 100.$$

Ha a feszültségeket az áramerősséggel és az ellenállásokkal fejezzük ki – az $U-1$ az $U = I \cdot (R_1 + R_b)$ kifejezéssel helyettesítve – a hatásfok:

$$\eta = \frac{I \cdot R_1}{I \cdot (R_1 + R_b)} \cdot 100 = \frac{R_1}{R_1 + R_b} \cdot 100.$$

Ez utóbbi összefüggésből kiderül, hogy az áramkör hatásfoka annál jobb, minél kisebb az energiatartás R_b belső ellenállása az R_1 terhelőellenálláshoz képest.

2.13. A villamos áram hőhatása

Ha egy vezetékben villamos áram folyik, akkor tapasztalhatjuk, hogy a vezető felmelegszik.

A jelenséget úgy értelmezhetjük, hogy az áramló, töltéssel rendelkező részecskék mozgásuk során ütköznek a vezető anyag atomjaival, ill. molekuláival, és az ütkö-

zés során mozgási energiájukat átadják az atomoknak, molekuláknak. Ezáltal a vezető anyag belső energiája megnövekszik, azaz hőenergia keletkezik. Ezért növekszik az anyag hőmértéklete.

Ezt a jelenséget az anyagok mindhárom halmazállapotában tapasztalhatjuk. Az említett folyamatban energiátalakulás megy végbe, villamos energiából hőenergia keletkezik. Mint minden energiátalakulási folyamatra, úgy erre is érvényes az energiamegmaradás törvénye. Eszerint a keletkező $\bar{Q}$ hőenergia (hőmennyiség) egyenlő az átalakuló W villamos energiával: $\bar{Q} = W$.

A már ismert $W = U \cdot I \cdot t$, $P = U \cdot I$, $P = I^2 \cdot R$ és $P = \frac{U^2}{R}$ összefüggések felhasználá-

sával további kifejezéseket kapunk a hőenergia számítására:

$$\bar{Q} = U \cdot I \cdot t, \quad \bar{Q} = P \cdot t, \quad \bar{Q} = \frac{U^2}{R} \cdot t, \quad \bar{Q} = I^2 \cdot R \cdot t.$$

Ez utóbbi összefüggést szokás *Joule-törvénynek* is nevezni. *Joule* állapította meg először kísérletei alapján, hogy a keletkező hőmennyiség egyenesen arányos az áramerősség négyzetével, a hő fejlődést ellenállással és az idővel.

A testek villamos energia hatására való melegeedés is számítható a fizikából ismertes

$$\bar{Q} = c \cdot m \cdot \Delta T$$

összefüggés alapján. Eszerint a testek felmelegítéséhez szükséges hőmennyiség egyenesen arányos a melegeendő tárgy anyagának c fajhőjével, m tömegével és a ΔT hőmérséklet-változással (l. a 2.15. alfejezet 5. példáját).

A villamos áram hőhatását számtalan helyen használhatjuk. Például: izzólámpák, olvadóbiztosítók, vízmelegítő készülékek, fűhegesztő berendezések, villamos fűtést kimenécsk stb.

Egyes esetekben, pl. motorok, transzformátorok tekercseiben a melegeedés káros, egyrészt tönkretelheti a berendezést, másrészt ronjítja az energiaátalakítás hatásfokát.

2.14. A villamos áram vegyi hatása

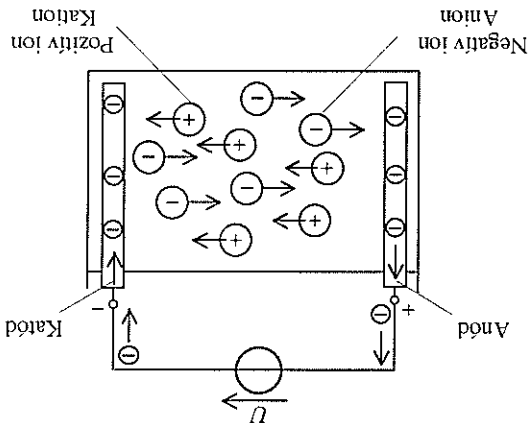
A villamos áram vegyi hatása az elektrolitokban jelentkezik.

Az elektrolitok pozitív és negatív töltésű ionokat tartalmazó folyadékok.

A tipikus elrendezés elvét szemlélteti a 2.23. ábra.

Az edényben lévő elektrolitba két vezető anyagu elektroda merül. Az elektrodákhoz csatlakozik az energiaforrás. A pozitív elektroda neve *anód*, a negatívé *katód*.

Az elektrolízisben lévő pozitív ionok, az ún. kationok a katód felé, a negatív töltésű ionok, az anionok pedig az anód felé vándorolnak.



A lejátszódó folyamatok egyik változatában, amikor az elektrodák anyaga nem lép kémiai reakcióba az ionokkal, az anódhoz erő ionok leadják elektronöbblétüket, a katódhoz érkező ionok pedig az elektrodából elektronokat vesznek fel. Így az ionok semlegessé lesznek és kiválnak az elektrodákon.

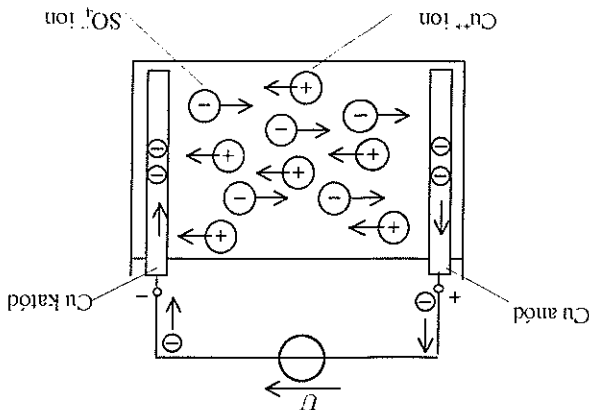
Ebből a folyamatból következik, hogy az elektrolízisben az ionok mozgása, az áramkör külső részében pedig az elektronok rendezett mozgása képezi a villamos áramot. A folyamatot **elektrolízisnek** nevezzük.

Pl. a konyhasó oldatból a Na^+ ionok fém nátriumként válnak ki a higanykatódon, a Cl^- ionok klórgázként az anódon. Általános szabály, hogy a katódon válnak ki a fémek és a hidrogén, az anódon pedig az egyéb ionok. Az elektrolízis kísértő jelensége, hogy az elektrolízisben lévő víz felbomlik hidrogénre és oxigénre. Az oxigén az anódon válik ki.

Az elektrolízis folyamata másként alakul akkor, ha az ionok kémiai reakcióba lépnek az elektrodák anyagával. Példaként tekintsük a réz-szulfát (CuSO_4) oldatának elektrolízisét, ha az elektrodák anyaga réz (2.24. ábra).

A katódhoz erő réz ionok (Cu^{2+}) elektronokat vesznek fel, és fémrézként kiválnak a katódon. A szulfát ionok (SO_4^{2-}) az anódhoz érve reakcióba lépnek a rézatomokkal, amelyekkel rézsulfátot alkotva oldódnak az elektrolízisben és ismét disszociálnak. Ezáltal az elektrolízisben pótlódnak a kivált réz ionok. A folyamatban az anód anyaga elfogy, a réz átkerül a katódra.

Ezt a folyamatot alkalmazzzák a kohókoból olvasztással nyert réz tisztítására, más néven finomítására. Az így előállított nagy tisztaságú rézből – az ún. elektrolízisből – készíthetik a villamos vezetékeket.



2.24. ábra. A réz-szulfát elektrolízise réz elektrodákkal

Az elektrolízis további néhány gyakorlati alkalmazása: alumíniumgyártás, galvanizálás (fémbevonatok készítése), nátronlúg előállítása, akkumulátorok töltése. *Faraday törvénye* szerint az elektrolízis folyamatában kivált anyag tömege egyenesen arányos az elektrolízis áramerősségével és az elektrolízis időtartamával.

$$m = c \cdot I \cdot t.$$

Mivel az $I \cdot t$ szorzat az áthaladó Q töltés, ezért a kiválasztott anyag mennyisége a töltéssel arányos.

A c arányossági tényező az **elektrokémiai egyenérték**, amely megmutatja, hogy valamely anyagból az egységnyi töltés hatására mekkora tömeg válik ki:

$$c = \frac{m}{I \cdot t}.$$

Néhány anyag elektrokémiai egyenértéke. 2.2. táblázat

Anyag	Vegyérték	c , kg/A.s
Alumínium	3	$9,30 \cdot 10^{-8}$
Réz	1	$6,59 \cdot 10^{-7}$
Réz	2	$3,29 \cdot 10^{-7}$
Horgany	2	$3,39 \cdot 10^{-7}$
Ezüst	1	$1,12 \cdot 10^{-6}$
Arany	3	$6,81 \cdot 10^{-7}$
Hidrogén	1	$1,04 \cdot 10^{-8}$
Oxigén	2	$8,30 \cdot 10^{-8}$

Néhány anyag elektrokémiai egyenértékét a 2.2. táblázat tartalmazza.

Ebből következően a c mértékegysége: $\frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}}$.

Példák

2.15. Példák, feladatok

1. Egy vasaló 230 V feszültségen 4,35 A áramerősséget vesz fel. Mekkora a teljesítménye és mennyi energiát fogyaszt 5 h alatt?

A vasaló teljesítménye:

$$P = U \cdot I = 230 \text{ V} \cdot 4,35 \text{ A} \approx 1000 \text{ W} = 1 \text{ kW}.$$

Az energiafogyasztás: $W = P \cdot t = 1 \text{ kW} \cdot 5 \text{ h} = 5 \text{ kWh}.$

2. Egy 10 Ω értékű ellenálláson 15 A erősségű áram folyik. Mekkora az ellenállás teljesítménye?

A teljesítményt közvetlenül számíthatjuk a következő ismert összefüggés alapján:

$$P = I^2 \cdot R = 15^2 \text{ A}^2 \cdot 10 \Omega = 2250 \text{ W} = 2,25 \text{ kW}.$$

3. Mekkora legnagyobb feszültségre kapcsolható az a 2,2 k Ω értékű ellenállás, amelynek névleges teljesítménye 0,5 W?

A megengedett legnagyobb feszültség:

$$P = \frac{U^2}{R}, \quad U = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{0,5 \text{ W} \cdot 2200 \Omega} \approx 33,2 \text{ V}.$$

4. Egy akkumulátor üresjárási feszültsége 12,5 V. Az akkumulátort 6 A erősségű árammal terhelve a kapcsolófeszültsége 12 V-ra csökken.

Mekkora a terhelő-ellenállás, valamint az akkumulátor belső ellenállása?

Mekkora az akkumulátor hatásfoka?

Mekkora az akkumulátor rövidzárási áramerőssége?

A terhelő-ellenállás Ohm törvénye szerint:

$$R_1 = \frac{U_k}{I} = \frac{12 \text{ V}}{6 \text{ A}} = 2 \Omega.$$

A belső ellenállás:

$$U_k = U - I \cdot R_b, \quad R_b = \frac{U - U_k}{I} = \frac{12,5 \text{ V} - 12 \text{ V}}{6 \text{ A}} = 0,083 \Omega.$$

Az akkumulátor hatásfokát pl. a következő, ismert összefüggés szerint kaphatjuk meg:

$$\eta = \frac{U_k}{U} \cdot 100 = \frac{12 \text{ V}}{12,5 \text{ V}} \cdot 100 = 96 \, \%.$$

A rövidzárási áramerősség az $I = \frac{U}{R_1 + R_b}$ kifejezésből számítható, ha figyelembe

vesszük, hogy rövidzáráásban az R_1 terhelő-ellenállás értéke nulla:

$$I_z = \frac{U}{R_b} = \frac{12,5 \text{ V}}{8,3 \cdot 10^{-2} \Omega} = 150,6 \text{ A}.$$

5. Egy 100 l-es villanybolyer a hálózatból 1400 W teljesítményt vesz fel. A vízmelegítés 5 h-n keresztül tart. A keletkező hőmennyiség 85%-a hasznosul (a melegítés hatásfoka 85%). A víz hőmérséklete a melegítés kezdetén 20 °C.

A víz fajhője $4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$. Mekkora lesz a víz hőmérséklete a melegítés végén?

A fűtés során keletkező összes hőmennyiség:

$$\bar{Q}_0 = P \cdot t = 1,4 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 5 \cdot 3,6 \cdot 10^3 \text{ s} = 25,2 \cdot 10^6 \text{ J} = 25,2 \text{ MJ}.$$

A hasznosuló hőmennyiség ennek 85%-a:

$$\bar{Q}_h = 0,85 \cdot \bar{Q}_0 = 0,85 \cdot 25,2 \text{ MJ} = 21,42 \text{ MJ}.$$

Ez a hőmennyiség a $\bar{Q}_h = c \cdot m \cdot \Delta T$ összefüggés szerint melegíti a 100 l, azaz 100 kg tömegű vizet. Ebből a hőmérséklet emelkedése:

$$\Delta T = \frac{\bar{Q}_h}{c \cdot m} = \frac{21,42 \cdot 10^3 \text{ kJ}}{4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 10^2 \text{ kg}} \approx 51,2^\circ\text{C}.$$

A hőmérséklet növekedése a T_2 vég hőmérséklet és a T_1 kezdő hőmérséklet különbsége, amelyből a vég hőmérséklet számítható:

$$\Delta T = T_2 - T_1, \quad T_2 = \Delta T + T_1 = 51,2^\circ\text{C} + 20^\circ\text{C} = 71,2^\circ\text{C}.$$

6. Mekkora tömegű réz válik ki a rézsulát elektrolízise során, ha az elektrolízis 20 A erősségű árammal 6 óra keresztül tart? (A réz-szulát oldatban a réz két vegyértékű.)

A kiválasztott réz tömege:

$$m = c \cdot I \cdot t = 3,29 \cdot 10^{-7} \frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}} \cdot 20 \text{ A} \cdot 6 \cdot 3,6 \cdot 10^3 \text{ s} \approx 0,14 \text{ kg}.$$

Feladatok

1. Mekkora az áramerőssége és az ellenállása a 230 V feszültségű, 1,5 kW teljesítményű hőszűrőzónának? Mennyibe kerül az 5 h időtartamú üzemeltetése, ha a villamos energia egységára 21 Ft/kW·h? (6,52 A, 35,27 Ω, 157,5 Ft)

2. Egy szatározalelem üresjárati feszültsége 4,5 V. Az elemet 0,3 A erősségű árammal terhelve a kapocsfeszültsége 4,2 V-ra csökken. Mekkora az elem belső ellenállása, a terhelés ellenállása, az elem összes teljesítménye, a leadott hasznos teljesítménye és az áramkör hatásfoka? (1 Ω, 14 Ω, 1,35 W, 1,26 W, 93,3%)

3. Egy 1200 W teljesítményű vasaló alumínium talpának tömege 0,4 kg. Mennyi ideig tart a vasaló talpának 25 °C hőmérsékletéről 160 °C-ra való felmelegítése, ha a keletkező hőmennyiség 80%-a hasznosul? Az alumínium fajhője $0,9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$. (≈ 51 s)

4. Mekkora áramerősséggel lehet elektrolízis során 10 g cziúst 1 h alatt kiválasztani? (2,48 A)

Ellenőrző kérdések

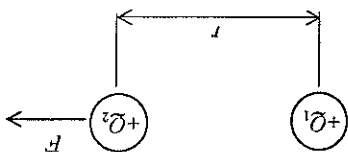
- Hogyan számíthatjuk ki a villamos munkát? Mi a mértékegysége?
- A gyakorlatban milyen mértékegységgel méri a villamos munkát?
- Hogyan számítható ki a villamos teljesítmény és mi a mértékegysége?
- Mi jellemzi a feszültséggenerátort üresjárásban?
- Milyen jellemzői vannak a feszültséggenerátornak a terhelési üzemállapotban? Mit értünk a villamos energiaforrások hatásfokán és hogyan számíthatjuk ki?
- Mi határozza meg a feszültséggenerátor rövidzárási áramerősségét?
- Hogyan értelmezhető a villamos áram hőfejlesztő hatása?
- Milyen összefüggésekkel számítható a villamos energiából keletkező hőenergia?
- Milyen folyamatot értünk elektrolízisen?
- Mitől függ az elektrolízis során kiváló anyag tömege?
- Mi az elektrokémiai egyenérték?

3. VILLAMOS TÉR

Villamos tértől, villamos mezőtől beszélünk, ha a tér valamely részében az ott lévő villamos töltésre erő hat.

Ha a villamos teret nyugalomban lévő töltések hozzák létre, nyugvó – idegen szóval sztatikus – villamos tértől beszélünk. A nyugvó töltésekkel foglalkozó tudományt szokás elektrosztatikának is nevezni.

A 3.1. ábra egy pozitív Q_1 töltésű gömböt ábrázol, amelynek környezetében egy Q_2 töltésű gömb helyezkedik el. Mivel a Q_2 töltésre F erő hat, a jelenséget úgy is értelmezhetjük, hogy a Q_1 töltés a térnek egy sajátos állapotot hozta létre, mielőtt a Q_2 töltés oda került volna. Ezt nevezzük villamos térnek.



3.1. ábra. A villamos tér értelmezése

Ha a Q_2 töltés az F erő hatására a villamos térben elmozdul, akkor munkavégzés történik. Ennek alapján mondható, hogy a villamos térnek munkavégző képessége – energiája – van.

3.1. Coulomb törvénye

A töltések közötti erőhatást először *Coulomb* francia fizikus vizsgálta. A vizsgálathoz a távolasághoz mérten kisméretű gömböket használva – ún. pontszerű – töltéseket készített.

Coulomb törvénye kimondja, hogy két nyugvó, pontszerű töltés közötti erőhatás egyenesen arányos a töltések értékével és fordítottan arányos a töltések közötti távolság négyzetével, valamint függ a gömbök közötti relatív dielektromos anyagtól.

Coulomb törvényének összefüggése a 3.1. ábra jelöléseivel:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}.$$

A k arányossági tényező értéke függ a teret kitöltő anyagtól. A k értéke légtüres térben:

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{V \cdot m}{A \cdot s}.$$

A k mértékegységét az előző összefüggésből kifejezve kaphatjuk meg:

$$k = \frac{F \cdot r^2}{Q_1 \cdot Q_2}, \quad k = \frac{N \cdot m^2}{(A \cdot s)^2} = \frac{\frac{J}{m} \cdot m^2}{(A \cdot s)^2} = \frac{J \cdot m}{(A \cdot s)^2} = \frac{V \cdot A \cdot m}{(A \cdot s)^2} = \frac{V \cdot m}{A \cdot s}.$$

A k értéket légtüres tér esetre, elvi megfontolásból, a következő alakban szokás felírni:

$$k = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{V \cdot m}{A \cdot s}.$$

Az összefüggésben lévő ϵ_0 tényező a légtüres tér (vákuum) *dielektromos állandója*, más néven *permittivitása*. Értékét az előző összefüggésből fejezhetjük ki:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{V \cdot m}{A \cdot s} = 8,84 \cdot 10^{-12} \frac{V \cdot m}{A \cdot s}.$$

A légtüres tértől eltérő közeg esetén a k értékének szokásos kifejezése:

$$k = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r},$$

Néhány anyag relatív dielektromos állandója. 3.1. táblázat

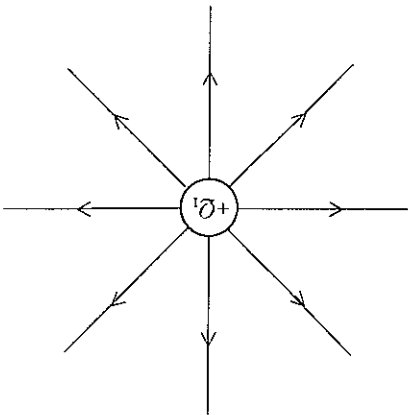
Anyag	ϵ_r
Lévegő	1,006
Száraz papír	1,8–2,5
Olajos papír	3–5
Üveg	3–6
Porcelán	5,40
PVC	3,1–3,5
Polietilén)	2,2–2,4
Csillám	4–6
Alumínium-oxid	6–9
Desztillált víz	80

ahol ϵ_r a térerel kitöltő anyag relatív dielektromos állandója, relatív permittivitása, amely mértékegység nélküli szám. Az ϵ_r megmutatja, hogy valamely anyag jelenlétében hányszor csökken az erőhatás a légtérben keletkezőhöz képest. Nehány anyag relatív dielektromos állandóját a 3.1. táblázat tartalmazza.

3.2. A villamos tér ábrázolása

A villamos térerel erővonalakkal szokás ábrázolni.

A 3.2. ábra a Q_1 pozitív töltés körüli villamos tér erővonalaképét mutatja.



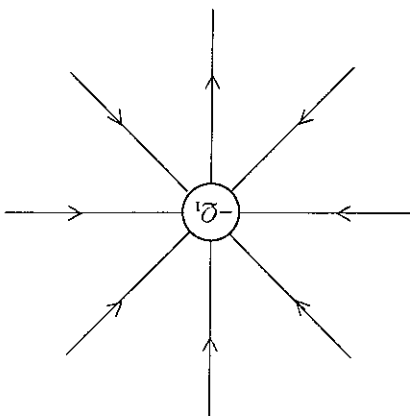
3.2. ábra. A pozitív töltés erővonalai

Az erővonalak a Q_1 pozitív töltés környezetébe helyezteit másik pozitív töltés mozgási pályáit mutatják. Az erővonalakon lévő nyilak pedig az erőhatás, ill. az elmozdulás irányát adják meg.

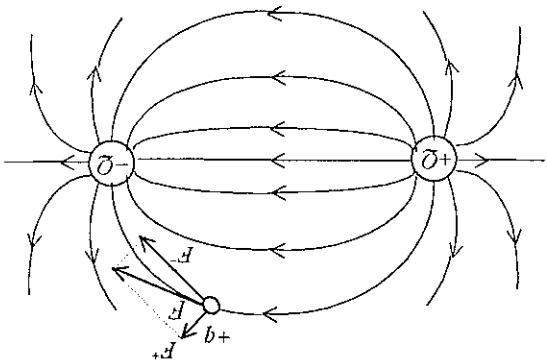
A 3.3. ábrán egy negatív töltés körüli villamos térerel látunk, ami annyiban különbözik a pozitív töltés ábrájától, hogy a nyilak a töltés felé mutatnak, mert a negatív töltés vonzza a környezetében elhelyezkedő pozitív töltést.

A 3.4. ábra két egyenlő, de ellentétes előjelű töltés együttes térerét ábrázolja. A $+q$ töltés pillanatnyi mozgásirányát a $+Q$ és $-Q$ töltések taszító, ill. vonzó hatásából keletkező F eredő erő iránya mutatja. A rajz szerinti pontban a $+q$ töltésre, Coulomb törvényéből következően, a $-Q$ töltés nagyobb erővel hat, mert közelebb van hozzá, mint a $+Q$.

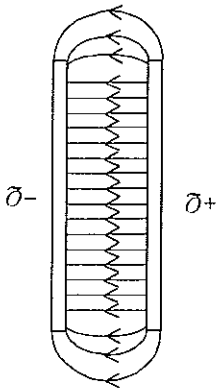
A 3.5. ábra két párhuzamos – a papír síkjára merőleges – fémlemez közötti térerét ábrázolja. A két lemezen egyenlő, de ellentétes töltés van.



3.3. ábra. A negatív töltés erővonalai



3.4. ábra. Két egyenlő, de ellentétes előjelű töltés villamos tere



3.5. ábra. Párhuzamos fémlapok közötti villamos tere

Belátható, hogy a lemezek között, a lemez széleitől eltekintve, ún. homogén tér van, amelynek minden pontjában azonos irányú és azonos értékű erő hat az oda helyezett töltésre. Ezt fejezik ki a lemezekre merőleges, egyenlő sűrűségű és párhuzamos erővonalak.

3.3. Villamos térerősség

Coulomb törvényéből következik, hogy egy Q_1 állandó töltés környezetében lévő Q_2 töltésre ható erő egyenesen arányos a Q_2 töltéssel:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = k \cdot \frac{Q_1}{r^2} \cdot Q_2.$$

A Q_2 töltés előtt álló kifejezés a Q_1 töltés állandósága miatt szintén állandó.

A kifejezést általánosítva kimondható, hogy a villamos tér valamely pontjában az ott lévő Q töltésre ható erő egyenesen arányos a töltés nagyságával:

$$F = E \cdot Q.$$

Az E arányossági tényezőt villamos térerősségnek nevezzük. Az előző összefüggésből kifejezve:

$$E = \frac{F}{Q}.$$

A villamos térerősség a tér valamely pontjában az egységnyi pozitív töltésre ható erőt jelenti.

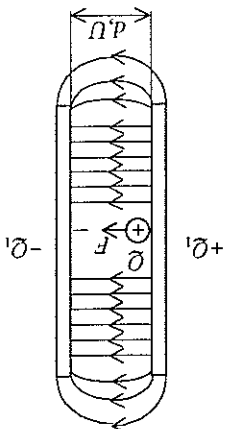
A térerősség mértékegysége a V/m , amely a térerősség képletéből származtatható:

$$\frac{N}{C} = \frac{\frac{J}{V \cdot A \cdot s}}{\frac{C}{A \cdot s}} = \frac{V \cdot A \cdot s}{V} = \frac{m}{V}.$$

A Q_1 pontszerű töltéstől r távolságban a térerősség az $F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$ és az $F = E \cdot Q_2$ kifejezések összevetése alapján:

$$E = k \cdot \frac{Q_1}{r^2}.$$

A párhuzamos témlernyezések közötti térerősséget a 3.6. ábra alapján a következő gondolatmenet szerint állapíthatjuk meg.



3.6. ábra. A térerősség meghatározása homogén térben

A homogén térbe helyezett $+Q$ töltésre állandó F erő hat. Amíg a pozitív töltésű lemeztől a d távolságban lévő negatív lemezig elmozdul

$$W = F \cdot d.$$

munkát végez. Ez a munka kifejezhető a töltéssel is az $U = \frac{Q}{W}$ összefüggés felhasználásával:

$$W = U \cdot Q.$$

A két kifejezés bal oldalainak egyenlősége alapján a jobb oldalak is egyenlők:

$$F \cdot d = U \cdot Q.$$

$$\text{Az egyenletet osztva } Q\text{-val és } d\text{-vel: } \frac{Q}{F} = \frac{d}{U}.$$

A kapott összefüggés bal oldalán a lemezek közötti potenciálkülönbség hat

erő áll, azaz az $E = \frac{Q}{F}$ összefüggéssel jellemzett, a lemezek közötti homogén vil-

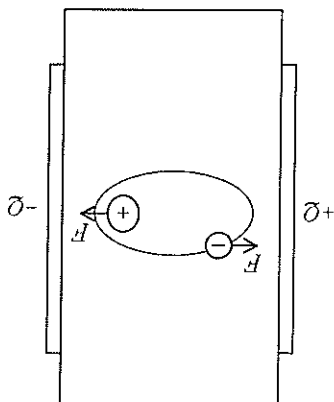
lamos tér térerőssége:

$$E = \frac{d}{U}.$$

Ebből az összefüggésből közvetlenül adódik a térerősség V/m mértékegysége.

3.4. A szigetelőanyagok viselkedése villamos térben

A 3.7. ábra két, töltéssel rendelkező lemez közötti villamos térben lévő szigetelőanyag, dielektrikum egy atomját mutatja leegyszerűsítve. A pozitív töltésű atommag körül keringő elektronokat egyetlen negatív töltés jelképezi.



3.7. ábra. Szigetelőanyag atomjai villamos térben

A villamos térben a szigetelőanyag atomjaiban, molekuláiban lévő pozitív és negatív töltésű részecskékre ellentétes F erők hatnak, amelyek deformálják, polarizálják az atomokat, molekulákat.

A polarizáció során a szigetelőanyag energiát vesz fel. A polarizáció gyakori ismétlődése a szigetelőanyag jelentős felmelegedését okozza. Ezen alapul pl. a műanyagfóliák hegesztése és a mikrohullámú sütők működése.

Ha a polarizáló térerősség olyan nagy, hogy az atomokat, molekulákat szétszakítja, a szigetelőanyagban szabad töltéshordozók keletkeznek, amelyek villamos áramot hoznak létre. Ekkor a szigetelőanyag áttűtéséről beszélünk.

A szilárd szigetelőanyagok az áttűtés hatására maradandóan károsoknak, átégnek, és elvesztik szigetelőképességüket. A légemű, és kisebb mértékben a folyékony

Néhány anyag áttűési szilárdsága. 3.2. táblázat

Anyag	E_{max} kV/m
Levegő	$2,1 \cdot 10^3$
Száraz papír	$1,2 \cdot 10^4$
Olajjal átitatott papír	$2-4 \cdot 10^4$
Transzformátorolaj	$2-3 \cdot 10^4$
PVC	$1-3 \cdot 10^4$
Poli(etilén)	$2-5 \cdot 10^4$
Porcelán	$3-3,5 \cdot 10^4$
Üveg	$1-4 \cdot 10^4$
Alumínium-oxid	$1-1,5 \cdot 10^4$

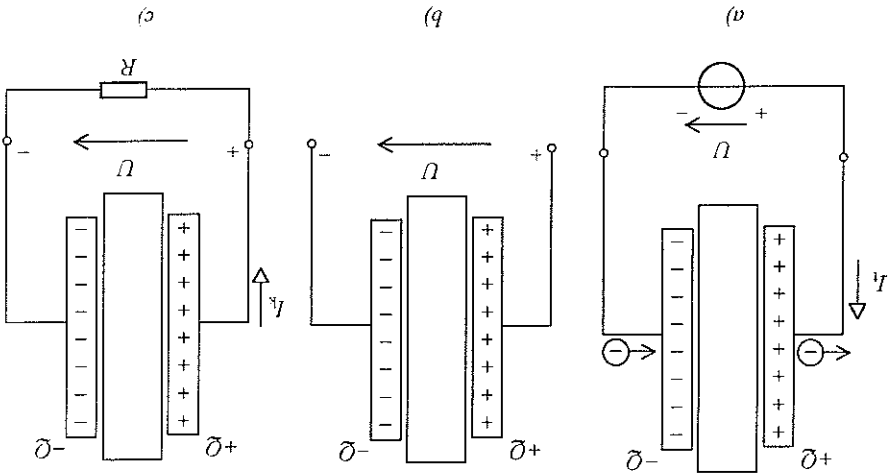
szigetelőanyagok szigetelőképessége helyreállíthat az átlúts okozó térerősség megszűnése után, ha a szabad töltéshordozók az átlúts helyétől elávoznak. Az anyagok szigetelőképességét az átlútsi szilárdsággal jellemzik, amely azt a legnagyobb $E_{\max}$ térerősséget jelenti, amelyen a szigetelőanyag még átlúts nélkül el bír. Nehány anyag átlútsi szilárdságát a 3.2. táblázat tartalmazza.

3.5. Kondenzátorok

A villamos térerősséggel kapcsolatban látnuk, hogy két töltéssel rendelkező féml-

mez közötti villamos feszültség mérhető.

Ha két, szigetelőanyaggal elválasztott, fémllemezre feszültséget kapcsolunk, akkor a lemezeken – a töltések közötti erőhatás következtében – töltés halmozódik fel. Az ilyen elrendezéseket kondenzátoroknak (sűrítőknék) nevezzük.



3.8. ábra. A kondenzátor működési elve

A kondenzátorok általános felépítése olyan, hogy két, vezető anyagú felület közötti szigetelőréteg helyezkedik el. A két vezető felületet szokás fegyverzetnek is nevezni. A töltés felhalmozódásának folyamatait a 3.8.a) ábra szemlélteti.

Az energiatárolás elektronhíányos pozitív pólusa vonzó hatást fejt ki a hozzá csatlakozó lemez elektronjaira. Ezáltal ezen a lemezen elektronhíány, azaz pozitív töltés jön létre. A másik lemezen pedig elektron többlet, azaz negatív töltés keletkezik az odaáramló elektronok hatására. Ezt a folyamatot a kondenzátor töltésének ne-

vezetük. Az I_1 töltőáram irányát a szokásos módon, az energiaforrás pozitív pólusán kifejele folyónak, értelmezzük.

A kondenzátorban felhalmozódó töltésmennyiség egyenesen arányos a rákapcsolt feszültséggel:

$$Q = C \cdot U.$$

A C arányossági tényezőt kapacitásnak nevezzük. A kapacitás az egységnyi feszültség hatására felhalmozódó töltésmennyiség.

$$C = \frac{Q}{U}.$$

A kapacitás mértékegysége a F (farad), amely Faraday angol fizikus nevéből származik.

$$\frac{C}{A \cdot s} = \frac{V}{V} = F.$$

A F mértékegység a gyakorlati számára túlságosan nagy, a gyakorlati kondenzátorok kapacitása μF (mikrofarad), nF (nanofarad), ill. pF (pikofarad) nagyságrendű.

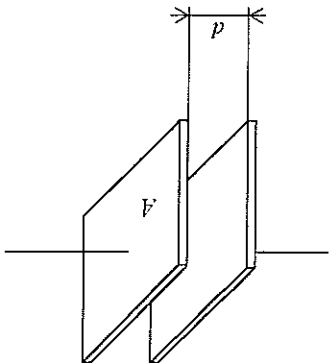
$$1 \mu F = 10^{-6} F,$$

$$1 nF = 10^{-9} F,$$

$$1 pF = 10^{-12} F.$$

A kondenzátorok kapacitása a geometriai méreteiktől és a fegyverzetek közötti szigetelőanyag dielektrikus állandójától függ. Pl. az ún. síkkondenzátorok kapacitása – amelyek fegyverzei a 3.9. ábra szerint sík fémlapok – egyenesen arányos a fegyverzetek szembenálló A felületével és fordítottan arányos a lapok d távolságával:

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}.$$



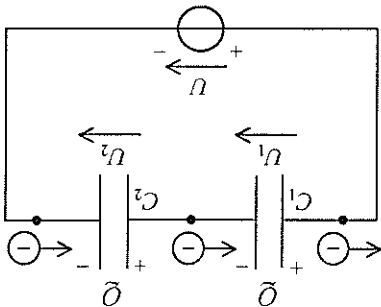
3.9. ábra. Síkkondenzátor

Ha a feltöltött kondenzátort leválasztjuk az energiatárolásról, a lemezeket egymárad a töltés és a lemezek között az energiatárolásával egyező U feszültség, ahogy az a 3.8.b) ábrán látható.

Ha a feltöltött kondenzátor sarkaira egy R ellenállást kapcsolunk (3.8.c) ábra), a kondenzátor fegyverzetén lévő ellenlétes közötti vonzás hatására – a negatív lemezről a pozitív felé – elektronok áramolnak. Ezt a folyamatot kisütésnek nevezzük. A kisütési folyamat a töltések teljes kiegyenlítődéséig tart. Az I_k kisütési áramerősség iránya a töltőárammal ellentétes. A kisütési folyamatban a kondenzátor energiatárolásként viselkedik. A feltöltött kondenzátor hosszabb idő múlva akkor is kisüt, ha a kivezetéseit nem kötjük össze, mert a fegyverzetek közötti szigetelőanyag nagy ellenállásán keresztül is kiegyenlítődnek a töltések.

3.6. A kondenzátorok kapcsolásai

Soros kapcsolású kondenzátorokat látnak a 3.10. ábrán, szabványos rajzi jelképekkel ábrázolva.



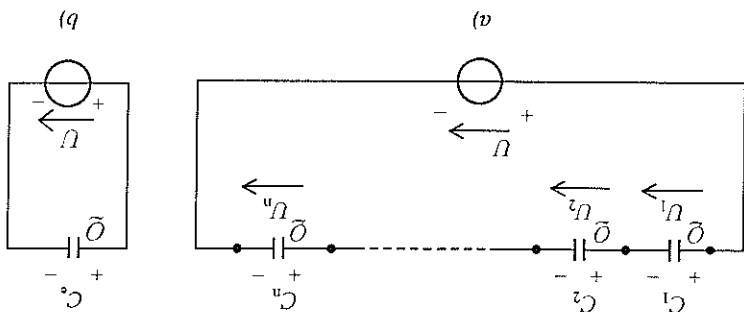
3.10. ábra. Soros kapcsolású kondenzátorok

Soros kapcsolás esetén csak a két kondenzátor szélső fegyverzete van összekötve az energiatárolással. A közbűlső fegyverzeteket szigetelőrétegek választják el az energiatárolástól. Ezért az energiatárolásból csak a két szélső fegyverzetre áramlik töltés, azaz egy kondenzátornak megfelelő Q töltés. A folyamat értelmezése a következő: villamos megosztás útján keletkezik töltés. A folyamat értelmezése a következő: C_1 jelű kondenzátornak az energiatárolás pozitív pólusához csatlakozó fegyverzetéről elektronok távoznak. Ennek következtében a lemez pozitív töltésű lesz. A lemez pozitív töltése vonzza az elszigetelt fegyverzetek elektronjait. Így a C_1 kondenzátor másik lemezén elektronok keletkeznek, tehát a fegyverzet negatív töltésű lesz. Emiatt a C_2 jelű kondenzátor közbűlső fegyverzetén elektronhiány jön

létre, azaz pozitív töltéstűvé válik. Ebből a folyamatból következik, hogy mindkét kondenzátorban azonos $\tilde{Q}$ töltés halmozódik fel. A kondenzátorok töltése követ-

kezében sarkaikon U_1 , ill. U_2 feszültség jelenik meg. A két soros kapcsolású kondenzátor kisütése során csak a két szélő fogvezet $\tilde{Q}$ töltése hoz létre a külső körben áramot. Az elszigetelt fogvezeteket megosztott töltése is megszűnik, de a kiegyenlítődés a két belső fogvezet között jön létre.

Ha a 3.11.a) ábra szerint keirőnél több – n számú – kondenzátort kapcsolunk sorba, akkor a közbűs kondenzátorok az előzőek szerint azonos mértékben töltődnek fel a villamos megosztás útján.



3.11. ábra. Soros kapcsolású kondenzátorok eredője

A soros kondenzátorok helyettesíthetők egyetlen kondenzátorral, amelynek akkora kapacitása, hogy az energiatarthatásból ugyanannyi – $\tilde{Q}$ mennyiségű – töltést vesz fel, mint a teljes soros kapcsolás. Ez a C_e az eredő kapacitás, amely 3.11.b) ábrán látható.

Az eredő kapacitást a huroktörvényből kiindulva, azt a 3.11.a) ábrára alkalmazva határozhatjuk meg:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n.$$

A feszültségeket a töltéssel és a kapacitással kifejezve a $\tilde{Q} = C \cdot U$ összefüggés alapján, az U feszültséget a C_e eredő kapacitással adjuk meg (a 3.11.b) ábra szerint):

$$\frac{\tilde{Q}}{C_e} = \frac{\tilde{Q}}{C_1} + \frac{\tilde{Q}}{C_2} + \dots + \frac{\tilde{Q}}{C_n}.$$

$$\text{Az egyenletet elosztva a } \tilde{Q} \text{ töltéssel: } \frac{C_e}{1} = \frac{C_1}{1} + \frac{C_2}{1} + \dots + \frac{C_n}{1}.$$

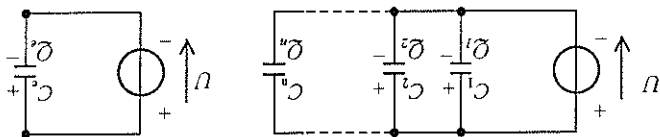
Sorba kapcsolt kondenzátorok esetén az eredő kapacitás reciproka egyenlő a részkapacitások reciprokeinak összegével.

A kifejezés formailag egyező a párhuzamos ellenállások eredőjének számítására kapott eredménnyel. Ebből következik a további szabályok formai egyezése is.

Ezek:

- az eredő kapacitás kisebb a legkisebb részkapacitásnál is,
- egyenlő, C nagyságú kapacitások eredője: $C_e = \frac{C}{n}$,
- két kondenzátor eredő kapacitása: $C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$.

Párhuzamos kapcsolású kondenzátorokat szemléltet a 3.12. ábra.



3.12. ábra. Párhuzamos kapcsolású kondenzátorok

A kapcsolásból következően a 3.12. ábra n számú kondenzátora azonos U feszültségre töltődik. Az eredő kapacitás Q töltése egyenlő az n számú kondenzátor töltésének összegével, ez az eredő értelmezéséből következik:

$$Q_e = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n.$$

A töltéseket a kapacitásokkal és a feszültséggel kifejezve:

$$C_e \cdot U = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U + \dots + C_n \cdot U.$$

Az összefüggést elosztva a U feszültséggel: $C_e = C_1 + C_2 + \dots + C_n$.

A párhuzamos kapcsolású kondenzátorok eredő kapacitása a részkapacitások összegével egyenlő.

3.7. Példák, feladatok

Példák

1. Mekkora erő hat a $3 \cdot 10^{-5}$ C és a $5 \cdot 10^{-6}$ C pontszerű, levegőben elhelyezkedő, egymástól 0,2 m távolságban lévő töltések között?

Az erőhatást Coulomb törvénye alapján számíthatjuk. A levegő relatív dielektromos állandóját 1 értékűnek tekinthetjük a kis eltérés következtében (l. a 3.1. táblázatot).

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-5} \text{ C} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{0,2^2 \text{ m}^2} = 33,75 \text{ N}.$$

2. Egy $3 \cdot 10^{-5}$ C töltés mekkora villamos térerősséget hoz létre a tőle 0,2 m távolságú pontban? Elvisei-e a levegő ezt a térerősséget átütés nélkül? (A levegő relatív permittivitását 1 értékkel vegyük figyelembe!)

A térerősséget a 3.3. alfejezetben megismert összefüggésből számíthatjuk:

$$E = k \cdot \frac{q}{Q} = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{q}{Q} = \frac{1}{4\pi \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}}} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-5} \text{C}}{0,2^2 \text{m}^2} = 6,75 \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 6,75 \cdot 10^3 \frac{\text{kV}}{\text{m}}.$$

Mivel a keletkező térerősség jóval nagyobb a levegő átütési szilárdságánál:

$$E \gg E_{\text{max}} = 2,1 \cdot 10^3 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

(l. a 3.2. táblázatot), ezért a levegő a keletkező térerősség hatására átül.

3. Mennyi töltés halmozódik fel egy 100 μF kapacitású kondenzátorban 250 V hatására?

A felhalmozódó töltésmennyiség egyenesen arányos a feszültséggel

$$Q = C \cdot U = 10^{-4} \text{F} \cdot 2,5 \cdot 10^2 \text{V} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{C}.$$

4. Mekkora az eredő kapacitása a sorosan kapcsolt 4 μF és 6 μF kapacitású kondenzátornak? Mennyi töltést vesznek fel a 100 V feszültségű energiaforrásból? Mekkora feszültség jelenik meg az egyes kondenzátorok kapcsain?

$$\text{Az eredő kapacitás: } C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{4 \mu\text{F} \cdot 6 \mu\text{F}}{4 \mu\text{F} + 6 \mu\text{F}} = 2,4 \mu\text{F}.$$

A felvett töltésmennyiség az eredő kapacitás töltése:

$$Q = C_e \cdot U = 2,4 \mu\text{F} \cdot 100 \text{V} = 240 \mu\text{C}.$$

A soros kapcsolás következtében mindkét kondenzátorban Q mennyiségű töltés van. Ezekkel a feszültségek:

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{240 \mu\text{C}}{4 \mu\text{F}} = 60 \text{V},$$

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{240 \mu\text{C}}{6 \mu\text{F}} = 40 \text{V}.$$

Figyeljük meg, hogy a két feszültség összege az energiaforrás feszültségével egyenlő, eltehetően a huroktörvénynek!

Feladatok

1. Mekkora feszültség kapcsolható legfeljebb arra a síkkondenzátorra, amelynek egyverzelei $0,1 \text{ mm}$ távolságban vannak és a megengedett térerősség a lemezek között 10^3 kV/m ? (100 V)

2. Mekkora a kapacitása az 1. feladat kondenzátorának, ha a szembenálló lemezfelület 200 cm^2 és a szigetelőanyag relatív dielektrikus állandója 4? ($\approx 7 \text{ nF}$)

3. Mekkora feszültségre kell kapcsolni a 220 nF kapacitású kondenzátort, hogy a felhalmozott töltés $66 \mu\text{C}$ legyen? (300 V)

4. Hány darab $10 \mu\text{F}$ kapacitású kondenzátort kell párhuzamosan kapcsolni ahhoz, hogy 50 V feszültségről együttesen $2,5 \text{ mC}$ töltést vegyenek fel? (5 db)

Ellenőrző kérdések

1. Mit értünk villamos téren?
2. Mit fogalmaz meg Coulomb törvénye?
3. Hogyan értelmezzük a villamos térerősséget?
4. Milyen hatással van a szigetelőanyagokra a villamos tér?
5. Milyen jelenséget értünk a szigetelőanyagok átütésén?
6. Mi az átütési szilárdság?
7. Milyen elvi felépítéssel a kondenzátor?
8. Mit értünk a kondenzátorok kapacitásán alatt, mi a mértékegysége és a gyakorlatban milyen nagyságrendű kapacitások fordulnak elő?
9. Mitől függ a síkkondenzátor kapacitása?
10. Mit értünk eredő kapacitáson?
11. Hogyan számítható az eredő kapacitás soros és párhuzamos kapcsolású kondenzátorok esetén?

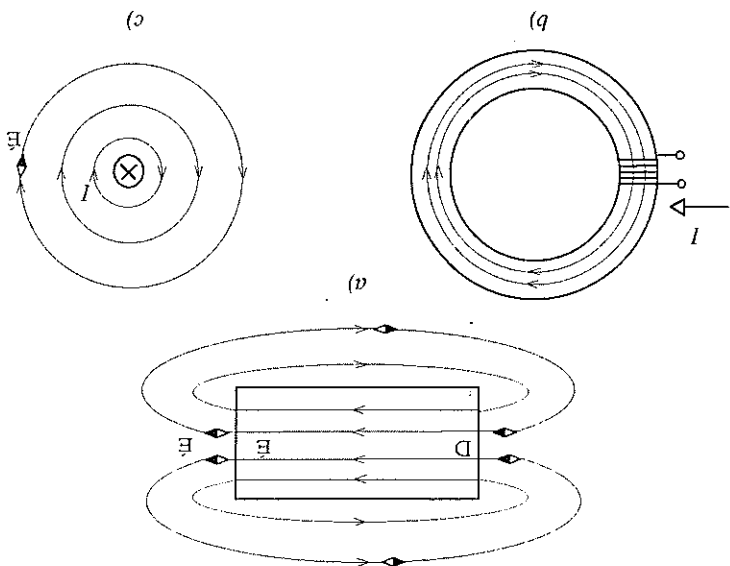
4. MÁGNESES TÉR

A mágneses tér a térnek olyan sajátosságos állapota, amelyben mágneses kölcsönhatás tapasztalható.

A mágneses teret mozgó, áramló villamos töltések hozzák létre. A gyakorlatban mágneses teret állandó (permanens) mágnessel vagy elektromágnessel hozunk létre. A *permanens mágnesekben*, amelyek alkalmas összetételű ferromágneses anyagok, az atomokban, ill. molekulákban mozgó elektronok elemi mágneseket alkotnak. Ezek rendezettség esetén az anyag kifejezett mágneses hatást mutat.

Az *elektromágnesek* esetében a vezetékekben vagy többmenetű tekercsben folyó áram hozza létre a mágneses teret. A tekercsüket rendszerint vasmagra helyezik vagy vasmagba ágyazzák.

A mágnesek, az alakjuktól függően, egyes esetekben, de nem mindig, pólusokkal rendelkeznek.



4.1. ábra. A mágneses pólusok értelmezése

A 4.1.a) ábra egy rúd alakú mágneset szemléltet, amelynek pólusai vannak. A pólusok északi és déli elnevezése a mágnes irányítottként való alkalmazásából ered. Az

irányítú északi pólusa a Föld északi mágneses sarka felé mutat. A 4.1.b) ábra pólus nélküli mágneses teret ábrázol. A villamos gépek működésében nagy fontosságúak a mágneses pólusok.

A mágneses tér jellemzésére gyakran alkalmazzuk az erővonalakat. Az erővonalakat úgy értelmezzük, hogy a mágneses térbe elhelyezett irányítú mindig e vonalakhoz érintőlegesen áll be. Az erővonalak mindig zárt görbék, amelyek irányát a kis irányítú északi pólusa jelöli ki. Ebből következően az erővonalak a pólussal rendelkező mágneseken kívül az északi pólusból a déli pólus felé mutatnak.

A 4.1.c) ábra a papír síkjára merőleges vezető keresztmetszetét ábrázolja, a papír síkjába befelé folyó árammal. A körülie kialakuló erővonalak koncentrikus körök. Az erővonalak irányát itt is az irányítú északi pólusa jelöli ki. Az erővonalak irányát jobbmeneű csavart úgy forgatjuk, hogy a csavarorsó az áram irányába halad, akkor a forgatás iránya kijelöli az erővonalak irányát.

A mágneses térben tapasztalható kölcsönhatások:

- párhuzamos vezetők azonos áramirány esetén vonzzák, ellentétes áramirány esetén taszítják egymást,
- mágneses térben lévő, áramot vivő vezetőre az erővonalakra és az áram irányára merőleges erő hat (4.2. ábra).

Az erőhatás irányát a balkeéz-szabállyal határozhatjuk meg: ha a bal kezünket úgy tartjuk, hogy az erővonalak nyílai döftek a tenyerünket és kinyújtott négy ujjunk az áram irányába mutat, akkor a kézszített hüvelykujjunk a vezetőre ható erő irányát adja meg.

4.1. A mágneses tér mennyiségi jellemzői

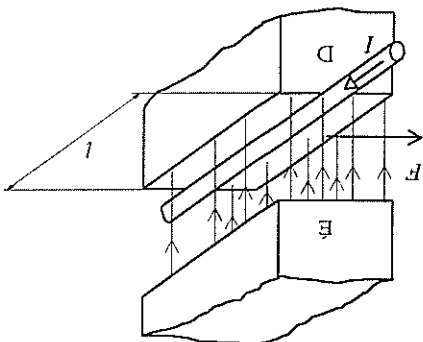
4.1.1. Mágneses indukció

A 4.2. ábra vezetőjére ható erő egyenesen ártányos a vezetőben folyó áramerősséggel és a vezetőnek a mágneses térben lévő hosszával:

$$F = B \cdot I \cdot l$$

A B tényező – amelyet mágneses indukciónak nevezünk – a mágneses tér jellemzője és az előző összefüggésből kifejezve értelmezhető:

$$B = \frac{F}{I \cdot l}.$$



4.2. ábra. Áramjárta vezetőre ható erő mágneses térben

Eszerint:

A mágneses indukció a mágneses térben az egységnyi áram és vezetőhossz szorzata ható erő.

Lényegileg azt mutatja meg, hogy milyen erős a mágneses tér. A mágneses indukció mértékegysége a tesla, jele a T.

$$1 \text{ T} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}} = \frac{1 \text{ A} \cdot \text{m}}{1 \text{ V} \cdot \text{s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{V} \cdot \text{s}}.$$

A technikai gyakorlatban megvalósítható indukció legnagyobb értéke, ferromágneses anyagokban, 2–3 T közé esik.

4.1.2. Mágneses fluxus

A 4.3. ábrában az A felületre merőleges mágneses tér B indukciója a felület minden pontjában legyen azonos értékű! Ekkor:

Az A felület mágneses fluxusán az indukció és a felület szorzatát értjük. A fluxus mértékegysége a weber, jele a Wb.

$$1 \text{ Wb} = 1 \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \cdot 1 \text{ m}^2 = 1 \text{ V} \cdot \text{s}.$$

Ha a felület nem merőleges a mágneses térre, akkor a felület merőleges vetületével számíthatjuk a fluxust.

4.1.3. Mágneses gerjesztés

Az elektromágneseknél a tér egy pontjában a mágneses kölcsönhatás függ a teret létrehozó áram vagy áramok erősségétől. Ezt a tényrt fejezi ki a gerjesztés fogalma.

A gerjesztés jele a Θ .

Mágneses gerjesztésen a zárt erővonalon belül folyó áramok irány szerinti összeget értjük.

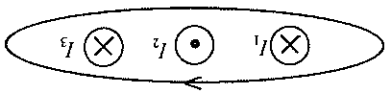
A 4.4. ábrát tekintve azt látjuk, hogy az I_1 és I_3 áram a papír síkjába befelé folyik, az I_2 pedig kifelé.

A gerjesztés előző definíciója alapján írható: $\Theta = I_1 - I_2 + I_3$.

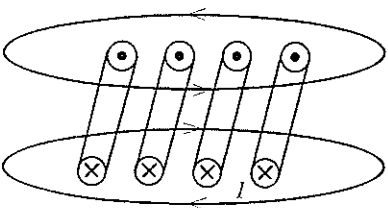
A kifejezést általánosítva: $\Theta = \sum I$.

A gerjesztés mértékegysége az amper (A).

A gyakorlati számárára fontos eset a tekercs gerjesztése. A 4.5. ábra egy néhány mennyiségű tekercset ábrázol metszeten, jelölve a menetekben folyó áram irányát és két erővonalat a kialakuló mágneses teret.



4.4. ábra. Mágneses gerjesztés



4.5. ábra. Tekercs gerjesztése

Mivel a menetek soros kapcsolásúak, így a menetek I árama egyenlő és a felső, ill. alsó vezető keresztmetszetekben azonos irányúak. Ennek megfelelően egy N me-

netiszámu tekercs esetén a bejelölt erővonalak belsejében folyó áramok irány szerinti összege, azaz a tekercs mágneses gerjesztése:

$$\Theta = I \cdot N.$$

Az összefüggésből látható a tekercs jelentősége a mágneses tér létrehozása szempontjából: adott gerjesztés egy nagy menetszámu tekercsrel kis áramerősséggel is megvalósítható. Ez a magyarázata annak, hogy a gyakorlati elektromágneseket rendszerint nagy menetszámu tekercsekkel készítik.

4.1.4. Mágneses térerősség

Egy meghatározott gerjesztéssel létrehozott mágneses hatás attól is függ, hogy mekkora távolságot kell bemágnesezni. A mágnesezett út az erővonalak hosszúságával tudjuk leírni. A tapasztalat azt mutatja, hogy a mágneses kölcsönhatás egyenesen arányos a gerjesztéssel és fordítottan arányos a létrehozott erővonalak hosszúságával. Ezi az összefüggést fejezi ki a mágneses térerősség.

A mágneses térerősség az egységnyi erővonalhosszra jutó gerjesztés.

$$H = \frac{\Theta}{l},$$

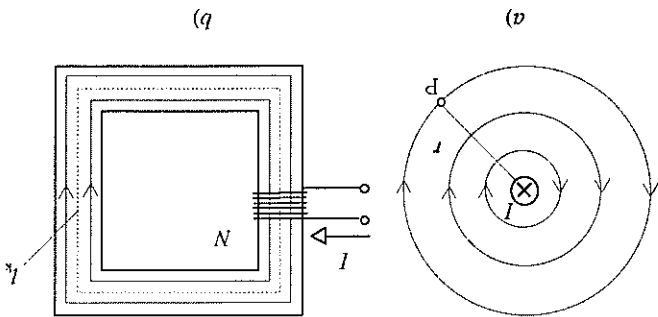
Mértékegysége az A/m.

Az erővonalak hosszúságát a mágneses elrendezés geometriájából, gyakran közeli pontossággal, határozhatjuk meg.

Peldaképpen tekintsük a 4.6.a) ábrát.

A papír síkjára merőleges vezetőitől r távolságban lévő P pont térerősségét az előző összefüggés alapján a következőképpen számíthatjuk:

- az r sugarú erővonalon belül folyó I áram adja a gerjesztést,
- az r sugarú kör kerülete egyenlő a keresett erővonallal.



4.6. ábra. A mágneses erővonalak hosszának meghatározása

Ezek felhasználásával a mágneses térerősség:

$$H = \frac{\Theta}{l} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{l}.$$

A 4.6.b) ábra szerinti elrendezésben:

$$H = \frac{\Theta}{l} = \frac{I \cdot N}{l_k},$$

ahol l_k a közepes erővonalhossz.

4.1.5. Összefüggés a mágneses indukció és a térerősség között

Az indukció egyeneseen arányos a térerősséggel:

$$B = \mu \cdot H = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H,$$

ahol $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ az abszolút permeabilitás, a mágneses teret kitöltő anyag jellemzője. Ennek összetevői:

• μ_0 a légüres tér permeabilitása, amelynek értéke

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{A} \cdot \text{m}}{\text{V} \cdot \text{s}} = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{A} \cdot \text{m}}{\text{V} \cdot \text{s}}$$

• μ_r a relatív permeabilitás: azt mutatja meg, hogy valamely anyag, azonos térerősség esetén, a légüres térhez képest hányszorosára növeli az indukciót. A relatív permeabilitás mint viszonyszám, mértékegység nélkülű mennyiség.

A relatív permeabilitás értelmezése szerint, légüres térben a $B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$ összefüggés a következő alakot ölti:

$$B = \mu_0 \cdot H.$$

A képlet átrendezésével határozható meg a μ_0 mértékegysége: $\mu_0 = \frac{H}{B},$

$$\frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}} = \frac{\frac{\text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}}}{\frac{\text{A} \cdot \text{m}}{\text{V} \cdot \text{s}}}.$$

A μ_0 számszerűleg azt fejezi ki, hogy légüres térben $1 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ térerősség $1,256 \cdot 10^{-6} \text{ T}$ indukciót hoz létre.

A relatív permeabilitás értéke szerint az anyagokat három csoportba osztjuk:

- a **diamágneses anyagok** jellemzője, hogy a $\mu_r < 1$, azonban olyan kevésbé tér el 1-től, hogy a gyakorlati számításoknál mindig $\mu_r = 1$ értéket veszünk figyelembe, való elértés, hogy mindig $\mu_r = 1$ értékkel számolunk,
- a **paramágneses anyagok** esetében a $\mu_r > 1$, de ezeknél is olyan kicsi az 1-től való eltérés, hogy a jellemző csoporthoz a $\mu_r > 1$, számzésre-
n 10³ és 10⁶ értékek közé esik, az anyag összetételétől és a mágnesezettségi állapotától függően.

A 4.1. táblázatban néhány anyag relatív permeabilitását láthatjuk.

Az anyagok relatív permeabilitással leírt tulajdonságai a mikrosztruktúrájukból kö-
vetkeznek.

Különféle anyagok relatív permeabilitása. 4.1. táblázat

Relatív permeabilitás					
Diamágneses anyag	μ_r	Paramágneses anyag	μ_r	Ferromágneses anyag	μ_r
Réz	0,99998	Levegő	1,0000004	Dinamólenetz	2500 ·
Víz	0,9999916	Króm	1,0004	Transzformátor- lenetz	1700 ·
		Mangán	1,0004	Ontottvas	900 ·
				Ontott acél	420 ·
				Permalloy C	4700 ·

$B = 1 \text{ T}$ indukcionál , $B = 0,5 \text{ T}$ indukcionál

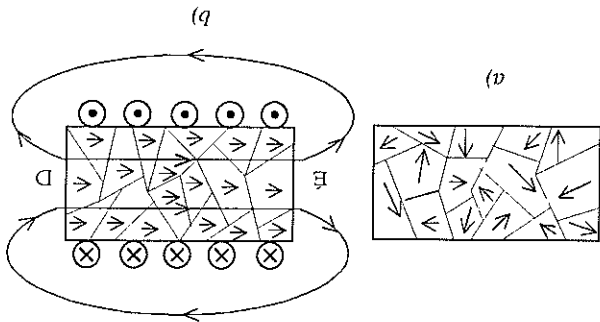
4.1.6. Dia- és paramágneses anyagok

Jellemzőjük, hogy bennük a molekuláris köráramok erdő gerjesztése gyakorlati-
lag nulla. Ezért ezek az anyagok mágneses szempontból majdnem úgy viselked-
nek, mint a vákuum. Ezt fejezi ki a relatív permeabilitásuk értéke. A gyakorlati szá-
mlítások során a relatív permeabilitásukat mindig egységnek tekintjük. Gyakran nem
mágnesezhető anyagoknak nevezzük ezeket.

4.1.7. Ferromágneses anyagok

Három ferromágneses elem van: a vas, a nikkkel és a kobalt. Ezeket kívül számos
ötvezelet alkalmazzanak a gyakorlatban, amelyek a legtöbb esetben nem ferromág-
neses komponens is tartalmaznak.

A ferromágneses anyagokban a molekuláris köráramok gerjesztésének eredője nem nulla. A kristályokon belüli tartományok meghatározott mágneses irányt mutatnak. Ezek a tartományok azonban természetes állapotukban rendezetlenek. Így az anyagdarab kifele nem mutat mágneses hatást, mert a rendezetlen tartományok egymás mágneses terét leromjálák. Ezt az állapotot szemlélteti vázlatosan a 4.7.a) ábra.



4.7. ábra. Ferromágneses anyagok mágnesezése

Ha az előbbi ferromágneses anyagot egy tekercsbe helyezzük, amelyben áram folyik, a tekercs mágneses hatása rendezi a tartományok mágneseit és azok mágneses tere tere hozzáadódik a tekercs teréhez (4.7.b) ábra). Emiatt az eredő mágneses indukciója a tekercsenél lényegesen nagyobb lesz. Ezt fejezi ki a ferromágneses anyagokra jellemző nagy értékű relatív permeabilitás.

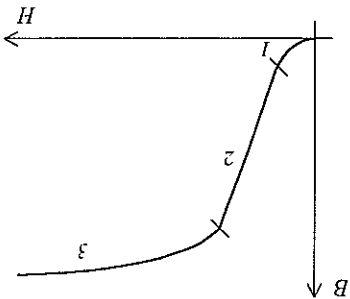
Az elemi mágneses tartományok rendezettségé a tekercs gerjesztésének növelése során fokozatosan alakul ki, ezért egy ferromágneses anyag relatív permeabilitása nem állandó érték, hanem a mágneses térerősségtől is függ. Egy ferromágneses anyagra egy szerinti matematikai egyenlettel nem lehet leírni a relatív permeabilitás változását a térerősség függvényében, az csak mérésrel határozható meg. A gyakorlatban általában nem is a μ_r értékeit szokás megadni, hanem a B mágneses indukciót a H térerősség függvényében grafikususan ábrázolják. Ezeket a grafikonokat *mágnesezési görbéknek* nevezzük.

4.2. Mágnesezési görbék

4.2.1. Az első mágnesezési görbe

Egy, még sosem mágnesezett ferromágneses anyagot tekercsbe helyezve és nulla-ról fokozatosan növekvő térerősség hatásának kitéve, kapjuk az ún. első mágnesezési görbét.

Az első mágneseszési görbék – noha konkrét számértékekben lényegesen eltérnek egymástól – a különböző anyagokra hasonló jellegű jelleggörbék. (Jellegzetes alakjukat a 4.8. ábra szemlélteti.)



4.8. ábra. Első mágneseszési görbe

Az első mágneseszési görbéknek három jellegzetes szakaszt különböztetjük meg (l. a 4.8. ábrán):

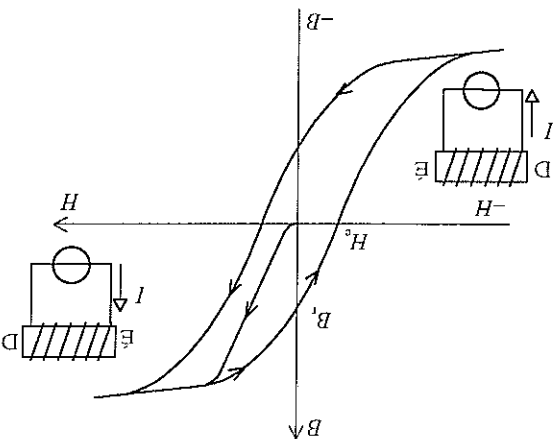
- **kezdeti 1 szakasz** a kis térerősség hatására még csak a legkisebb belső energiai mágneses tartományok képesek rendeződni, ezért az indukció csak mérsekelt ütemben növekszik,
- **lineáris 2 szakasz** a mágneses tartományok rendeződése arányos a térerősség növekedésével, így az indukció is közel egyenes arányban nő,
- **telítési 3 szakasz** amikor már gyakorlatilag minden tartomány rendezetté vált, az indukció már csak olyan mértékben nő, ahogyan egyébként ferromágneses anyag jelenléte nélkül is növekedne.

A vasmagos elektromágnesek számításánál az első mágneseszési görbét használják az indukció és a térerősség összetartozó értékeinek meghatározásához.

4.2.2. Változó irányú átmágnesezés, a hiszterezis

Változó irányú átmágneseszésről akkor beszélünk, ha a mágnesező tekercsben a gerjesztő áram iránya megváltozik. Ennek következtében a mágneses tartományok is ellentétes irányba rendeződnek. Ha a tekercsre változó értékű és változó polaritású áramot kapcsolunk, akkor a mágnesező áram a kétirányú maximum között folyamatosan és ismétlődően változik. Ezt követhetjük nyomon a 4.9. ábra alapján. A térerősséget a gerjesztőárammal fokozatosan növelve az első mágneseszési görbén mentén feltevéig mágnesesszük az anyagot. Ezután csökkentve az áramot az indukció nem az első mágneseszési görbén mentén marad. En-

nek oka, hogy az elemi mágnesek jelentős része rendezett állapotban marad. Emiatt a térorösség nulla értékénél is tapasztalható indukció. Ezt nevezzük visszamaradó, latin szóval remanens indukciónak. Ez a 4.9. ábrán látható B_r érték. A remanens indukción alapul az állandó (permanens) mágnesek készítése.



4.9. ábra. Hízterézisgörbe

Polarizálás után az áramot ellenlétes irányban növelve a térorösség negatív irányúvá válik. Ennek hatására a remanens indukció csökken és a koerctív erőnek nevezett H_c térorösség értékénél nullává válik. A térorösséget negatív irányba tovább növelve az elemi mágnesek az előzővel ellenlétes irányba rendeződnek. Ezáltal a mágnes pólusai felcserélődnek. A térorösség kellően nagy negatív értékénél ismét feltöltődik a mágnes. Ha ismét csökkentiük a térorösséget, a feltöltődésből kikerülve az indukció újból más görbe mentén változik. Az ismételt polarizálás után a térorösség növelésével megint feltöltődésbe kerül a ferromágneses anyag.

A 4.9. ábrán láthatóan az indukció változása egy zárt görbét ír le, amelyet hízterézisgörbéknek nevezünk. A leírt folyamat a hízterézis jelensége.

A változó irányú mágnesezéskor – ahogy az a leírt folyamatból kitűnik – az elemi mágneseket alkotó anyagrészecskéket meg kell fordítani. A részecskéket forgatása energiát igényel, amely a mágnesezett anyagban hővé alakul. A hővé alakuló energia arányos a hízterézis hurok területével és függ az átmágneseszesek számaól. Ha az elektromágneset váltakozó árammal tápláljuk, az áram minden periódusa alatt az indukció változása leír egy hízterézis hurokot. Így az anyag minden félperiódusban átmágnesesződik, tehát a hízterézis során keletkező hőmennyiség függ a váltakozó áram frekvenciájától.

4.3. Lágymágneses anyagok

A lágymágneses anyagokat a histerézishurokból következő tulajdonságok alapján különböztetjük meg. Az elnevezésük a mechanikai tulajdonságukra utal.

A lágymágneses anyagok jellemzői:

- kis remanens indukció,
- kis koercitív erő,
- kis histerézishő (histerézisvesztesség),
- keskeny, kis területű histerézishurok.

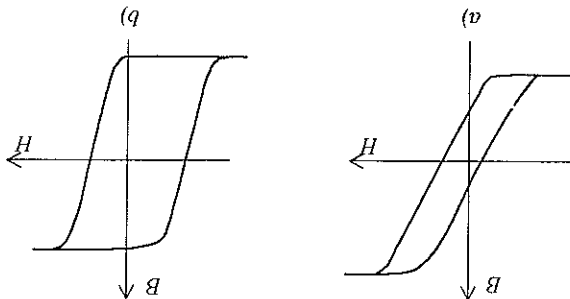
Ezeket az anyagokat általában elektromágnesek (transzformátorok, generátorok, motorok stb.) vasmagjaként alkalmazzák. Ilyen anyagok: a transzformátorlemez, dinamólemez, a ferritek stb.

A keménymágneses anyagok jellemzői:

- nagy, a telítési értékhez közeli remanens indukció,
- nagy koercitív erő,
- nagy histerézishő,
- széles, nagy területű histerézishurok.

Ezeket az anyagokat állandó (permanens) mágnesek készítésére használják. Az ilyen anyagok általában többkomponensű ötvözt acélok (pl.: alumínium, kobalt, nikkel, platina, titán, wolfrám ötvöztökek).

A 4.10.a) ábrán lágymágneses anyagra, a 4.10.b) ábrán keménymágneses anyagra jellemző histerézishurok látható.

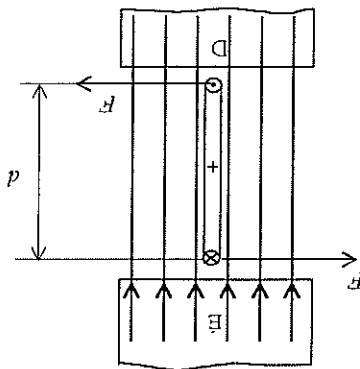


4.10. ábra. Lágymágneses anyag histerézisgörbéje a) lágymágneses anyag; b) keménymágneses anyag

4.4. Példák, feladatok

Példák

1. Mekkora nyomaték hat a 4.11. ábra szerinti elrendezésben a papír síkjára merőleges tengelyű, $l = 20$ A áramerősségű tekercsre, ha a mágnes pólusai között az indukció $B = 0,1$ T, a tekercsnek a papír síkjára merőleges, a mágneses térben lévő hossza $l = 20$ cm és az erővonalakkal párhuzamos mérete $d = 15$ cm?



4.11. ábra. Erőhatás és nyomaték mágneses pólusok között

Az ábrába bejelölt erő, amely merőleges az erővonalakra és a tekercsoldalakra:

$$F = B \cdot I \cdot l = 0,1 \text{ T} \cdot 20 \text{ A} \cdot 0,2 \text{ m} = 0,4 \text{ N}.$$

A nyomaték, amely az erőpár nyomatéka:

$$M = F \cdot d = 0,4 \text{ N} \cdot 0,15 \text{ m} = 0,06 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

2. Mekkora a mágneses térerősség és indukció attól a levegőben elhelyezkedő egyenes vezetőtől 10 cm-re, amelyben 50 A erősségű áram folyik?

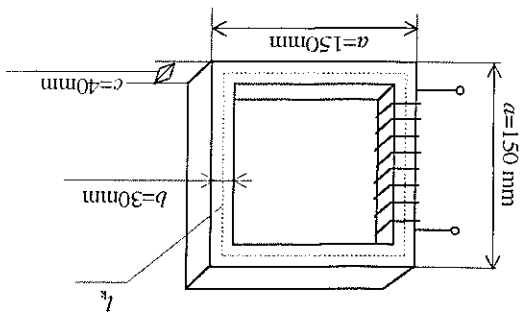
A térerősség:

$$H = \frac{I}{l} = \frac{50 \text{ A}}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,1 \text{ m}}{79,6 \frac{\text{A}}{\text{m}}}.$$

Az indukció:

$$B = \mu_0 \cdot H = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot 79,6 \frac{\text{A}}{\text{m}} \approx 10^{-4} \text{ T} = 100 \mu\text{T}.$$

3. Mekkora gerjesztőáramra van szükség a 4.12. ábra dinamólemezből készült vas-magjának $N = 1000$ menetű tekercsében, ha a vasmagban $B = 1 \text{ T}$ indukciót kell megvalósítani? Mekkora a vasmag fluxusa?



4.12. ábra. Példa elektromágnes számítására

A térerősség az indukció és a 4.1. táblázatban a dinamólemezzre megadott relatív permeabilitás ismeretében $B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$ összefüggésből határozható meg:

$$H = \frac{B}{\mu_0 \cdot \mu_r} = \frac{1 \text{ T}}{1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot 2,5 \cdot 10^3} = 318,5 \frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

A további számításhoz szükséges a közepes erővonalhossz meghatározása. A 4.12. ábra alapján:

$$l_k = 4 \cdot (a - b) = 4 \cdot (150 \text{ mm} - 30 \text{ mm}) = 480 \text{ mm} = 0,48 \text{ m}.$$

A gerjesztőáram a vasmagos tekercs gerjesztésének összefüggéséből:

$$I = \frac{H \cdot l_k}{N} = \frac{318,5 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 0,48 \text{ m}}{1000} = 0,153 \text{ A}.$$

A vasmag fluxusa:

$$\Phi = B \cdot A = B \cdot b \cdot c = 1 \text{ T} \cdot 3 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ V} \cdot \text{s} = 1,2 \text{ mV} \cdot \text{s}.$$

4. Határozzuk meg a Permalloy C ötvözet relatív permeabilitását $B = 0,6 \text{ T}$ indukciónál, ha ehhez az anyag mágneszési görbéjéből $H = 150 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ térerősség olvasható ki!

$A B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$ összefüggésből:

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 \cdot H} = \frac{0,6 \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{m}^2}}{1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot 150 \frac{\text{A}}{\text{m}}} = 3185.$$

1. Két párhuzamos, levegőben lévő vezető mindegyikében 1000 A erősségű áram folyik, távolságuk 20 cm. Mekkora erővel hatnak egymásra 1 m hosszú szakaszon? (1 N)

2. Egy gyűrű alakú vasmag külső átmérője 100 mm, belső átmérője 60 mm. A vas-magon egy 500 menetű tekercs van. Mekkora gerjesztőáramra van szükség 0,8 T indukció előállításához, ha a vas relatív permeabilitása 1500?

(0,213 A)

3. Egy $D = 10$ cm külső és $d = 5$ cm belső átmérőjű, $A = 5$ cm² keresztmetszetű, nem ferromágneses anyagú gyűrűn $N = 200$ menetű tekercs van, amely a gyűrű egész kerületén helyezkedik el, és amelyben $I = 1,5$ A erősségű áram folyik. Mekkora a tekercs belsejében a téreősség, az indukció és a fluxus?

($H = 1273$ A/m, $B = 1,598$ mT, $\Phi = 7,99 \cdot 10^{-7}$ V·s)

Ellenőrző kérdések

1. Mi okozza a mágneses teret?
2. Milyen kölcsönhatások vannak a mágneses pólusok között?
3. Hogyan értelmezhető a mágneses indukció és mi a mértékegysége?
4. Hogyan értelmezhető a mágneses fluxus és mi a mértékegysége?
5. Hogyan határozzuk meg a tekercs esetén a gerjesztést? Mi a mértékegysége?
6. Mit értünk mágneses téreősségen?
7. Mi jellemzi a dia-, para- és ferromágneses anyagokat?
8. Hogyan magyarázhatók az első mágnesezési görbe jellegzetes szakaszai?
9. Milyen jellegzetes pontjai vannak a hiszterezisvonalnak?
10. Miert melegszik fel a ferromágneses anyag változó irányú mágnesezés esetén?
11. Milyen lényeges különbség van a lágy- és a keménymágneses anyagok között, és ezek mire használatosak?

5. ELEKTROMÁGNESES INDUKCIÓ

Az elektromágneses indukció alatt azt a jelenségcsoporthoz értjük, amikor mágneses tér közvetítésével villamos energia jön létre. Az így keletkező feszültséget és áramot *indukált feszültségnek*, ill. *áramnak* nevezzük.

A gyakorlatban az indukált feszültséget a legtöbbszor tekercsben hozzák létre. Egy tekercsben feszültség indukálódik, ha a tekercs belsejében haladó mágneses fluxus megváltozik, növekszik vagy csökken.

Faraday indukció-törvénye szerint a tekercsben indukált feszültség egyenesen arányos a fluxusváltozás sebességével, és a tekercs menetszámaival.

$$U_i = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

Az indukált feszültség irányát *Lenz törvénye* alapján határozhatjuk meg: az indukált feszültség olyan irányú, hogy az általa létrehozott áram a fluxusváltozást igyekszik akadályozni.

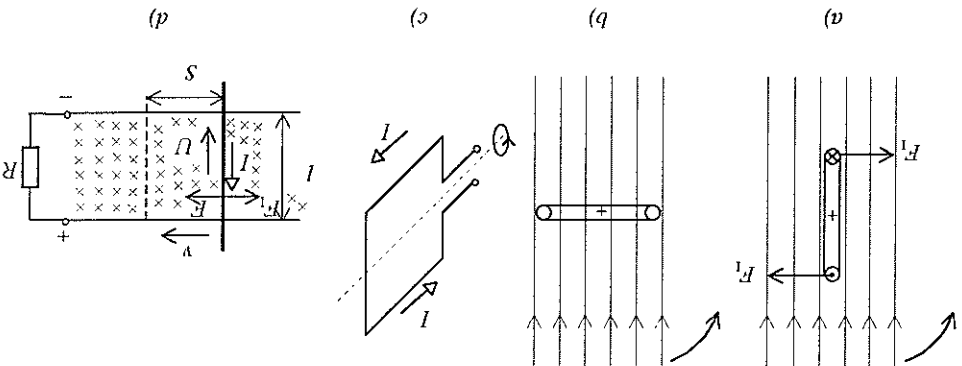
Az elektromágneses indukciót feloszthatjuk a fluxusváltozás módja szerint. Ennek megfelelően értelmezzük:

- **mozgási indukciót**, aminek lényege, hogy a fluxusváltozást mechanikai mozgás eredményezi,
- **nyugalmi indukciót**, amikor a fluxusváltozást nem mechanikai mozgás, hanem a mágneses tereket gerjesztő áram változása hozza létre. A nyugalmi indukció megjelenési formái:
 - önindukció,
 - kölcsönös indukció.

5.1. Mozgási indukció

Ha egy tekercs mágneses térben úgy mozog, hogy a rajta áthaladó fluxus a mozgás hatására megváltozik, akkor a tekercsben feszültség indukálódik.

Az 5.1. ábra *a)* és *b)* része egy mágneses térben forgatott tekercs két helyzetét mutatja. Az *a)* helyzetben a tekercs síkja párhuzamos az erővonalakkal, ezért a tekercsen áthaladó fluxus értéke nulla. *A b)* helyzetben a tekercs síkja merőleges az erővonalakra, ekkor a tekercs fluxusa a legnagyobb. Ebből látható, hogy a tekercs fluxusa a forgatás során folyamatosan változik, tehát a tekercsben folyamatosan feszültség indukálódik. Akkor is indukálódik feszültség, ha a tekercs áll és a mágneses tér forog.



5.1. ábra. Mozgási indukció

Az 5.1.d) ábrában két párhuzamos vezetősinen – amelyek között a papír síkjára merőleges és abba befelé mutató homogén mágneses tér van – egy, a sínekre merőleges vezető mozog állandó v sebességgel. A vezető az ellenállással zárt áramkört alkot, tehát egy egyenmenű zárt tekercsnek felel meg. A mozgás miatt a menet fluxusa csökken, ezért a zárt körben feszültség indukálódik.

Határozzuk meg *Faraday indukció-törvénye* alapján az 5.1.d) ábra szerinti zárt körben indukálódó feszültséget!

A vezető Δt idő alatt $s = v \cdot \Delta t$ utat tesz meg. Ezalatt a vezető az l távolságú sínek között $A = l \cdot s$ felületet érint, amelynek fluxusa egyenlő a kör fluxusváltozásával:

$$\Delta \Phi = B \cdot A = B \cdot l \cdot s = B \cdot l \cdot v \cdot \Delta t.$$

Behelyettesítve az indukciótörvénybe, figyelembe véve, hogy a tekercs egymenneli:

$$U_i = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{B \cdot l \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t},$$

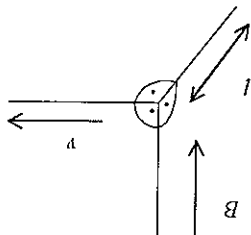
$$U_i = B \cdot l \cdot v,$$

egyszerűsítés után:

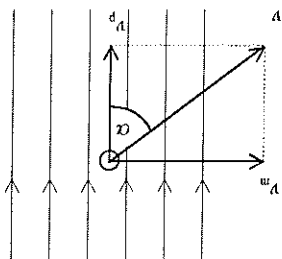
tehát az indukált feszültség egyenesen arányos az indukcióval, a vezetőnek a mágneses térben lévő hosszával és a mozgás sebességével.

Az előző összefüggés, az 5.1.d) ábra viszonyaiból következően akkor igaz, ha a benne található mennyiségek egy térbeli derékszögű koordináta-rendszer tengelye-

nek irányába esnek, az 5.2. ábra szerint. Ha valamelyik mennyiség iránya ettől eltekint, akkor a merőleges irányba eső komponensét kell figyelembe venni. Pl. az 5.3. ábrában a sebesség iránya nem merőleges az erővonalakra. A sebességet felbontjuk az erővonalakra merőleges v_m , valamint azokkal párhuzamos v_p komponensekre és a merőleges összetevővel számíthatjuk az indukált feszültséget.



5.2. ábra. Vázlat a mozgási indukció irányszabályához



5.3. ábra. Merőleges sebességkomponens

Az indukált feszültség és áram irányát *Lenz törvénye* alapján határozzuk meg. Az indukált áram akkor akadályozza az indukáló hatást, ha a mozgás irányával ellentétes irányú F_1 erőt hoz létre a mágneses térrel. A 4. fejezetben ismertett bal-kéz-szabály alapján az 5.1.a) ábrában a tekercs felső oldalában a papír síkjából kifelé, a tekercs alsó oldalában pedig befelé folyó áramot kapunk. Ezt mutatja perspektivikusan az ábra 5.1.c) ábra. Az 5.1.d) ábrában az F mozgatóerővel ellentétes F_1 erőt és az áram irányát a nyílak mutatják.

Az indukált áram irányát egyszerűen az ún. jobb-kéz-szabállyal határozhatjuk meg: jobb kezünk tenyerét döfjük az erővonalak nyílai, kifejezített hűvelékujjunk mutasson a mozgás irányába, akkor négy ujjunk az áram irányába mutat.

Az áram iránya meghatározza az elrendezésekben a polaritást. A tekercsben és a síneken elmozduló vezetőben, mint energiaforrásokban az áram a pozitív póluson kifelé folyik. A feszültség iránya mindig a pozitív pólusról a negatív felé mutat, ahogyan az az 5.1.d) ábrán látható.

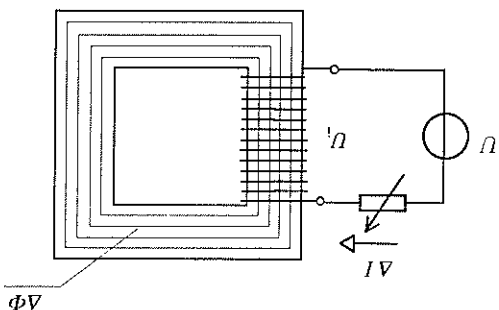
A leírtak összhangban vannak az energia-megmaradás elvével. Ha a súrlódástól eltekintünk, a mozgáshoz szükséges erő egyenlő az áram által kifejtett erővel. A mozgatóerő mechanikai munkát végez, amely átalakul villamos energiává az áramkörben.

A mozgási indukció elvén működnek a generátorok, amelyekkel pl. az erőművekben ipari méretekben termelik a villamos energiát.

5.2. Nyugalmi indukció

5.2.1. Önindukció

Az 5.4. ábrában a feszültség a tekercsben áramot hoz létre, amely a vasmagban mágneses teret létesít. Ha az áram megváltozik, akkor az fluxusváltozást eredményez. Ez a fluxusváltozás a tekercsben feszültséget indukál. Mivel a tekercsben saját maga által létrehozott fluxusváltozás indukál feszültséget, a jelenséget *önindukciónak* nevezzük, a keletkeztetett feszültséget pedig *önindukciós feszültségnek*.



5.4. ábra. Az önindukció elve

Az önindukciós feszültséget is a *Faraday-féle* indukciótörvényből határozhatjuk meg. Mivel a folyamatban fontos az áramváltozás, ezért az $U = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ kifejezést bővítyük ΔI -vel:

$$U_i = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta I} = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta I} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Az egyenlet utolsó törte előtti szorzatot külön fogalomként kezeljük, **önindukciós tényezőnek**, vagy röviden **induktivitásnak** nevezzük és L betűvel jelöljük:

$$L = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta I}.$$

Az indukтивitás mértékegysége a henry, jele H .

$$1 H = \frac{1 V \cdot s}{1 A} = 1 \frac{V \cdot s}{A}.$$

Az előző egyenlőség felhasználásával az önindukciós feszültség a következő alakban írható:

$$U_i = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Határozzuk meg az 5.4. ábra vasmagos tekercsének önindukciós tényezőjét! A vasmag térfertőssége, ha az erővonalak közepes hossza l_k és az N menetszámmű tekercs-

ben I erősségű áram folyik:

$$H = \frac{l_k}{l \cdot N} \cdot I$$

Az A keresztmetszetű vasmag fluxusa:

$$\Phi = B \cdot A = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \cdot A = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{l_k}{l \cdot N} \cdot I \cdot A$$

Ennek alapján a ΔI áramváltozás által létrehozott fluxusváltozás:

$$\Delta \Phi = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{l_k}{\Delta I \cdot N \cdot A} \cdot \Delta I$$

Ezt a kifejezést az induktivitás képletébe helyettesítve:

$$L = N \cdot \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{l_k}{\Delta I \cdot N \cdot A} \cdot \Delta I}{\Delta I}$$

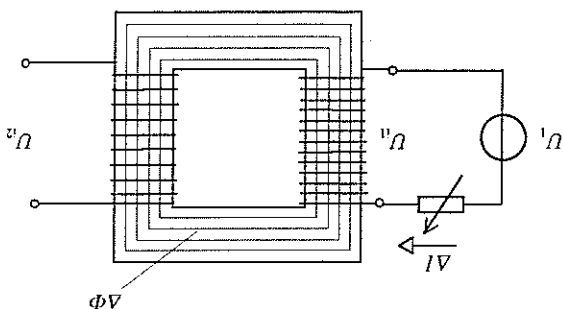
egyszerűsítve és rendezve az $L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l_k}$ összefüggésre jutunk.

Az önindukciós tényező az elrendezés geometriai méreteitől, a mágneses teret kitöltő anyag permeabilitásától és a tekercs menetszámától függ.

Az önindukció jelensége minden áramkörben fellép, ahol áramváltozás van.

5.2.2. Kölcsönös indukció

Az 5.5. ábrában a vasmagon két tekercs látható. A bal oldali tekercs áramváltozása a vasmagban változó mágneses fluxust eredményez, amely a jobb oldali tekercs-



5.5. ábra. A kölcsönös indukció elve

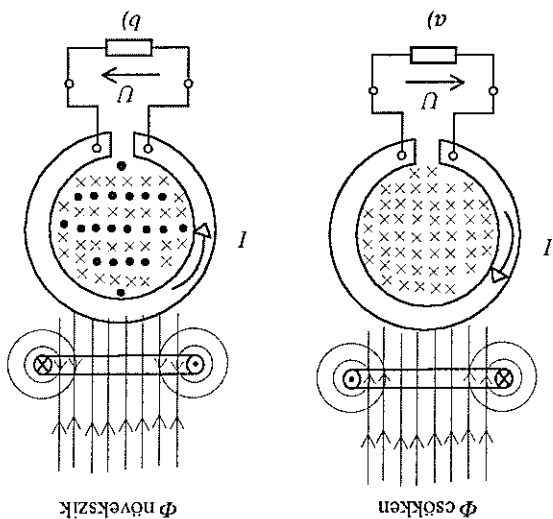
csen áthaladva abban feszültséget indukál. Ezt a jelenséget, tehát amikor egy tekercs által létrehozott fluxusváltozás egy másik tekercsben feszültséget indukál, **kölcsönös indukciónak** nevezzük.

A kölcsönös indukcióval mindig jár az önindukció jelensége. Ez könnyen belátható, ha az 5.5. ábrát összehasonlítjuk az 5.4. ábrával. Az 5.5. ábra bal oldali tekercsében önindukciós feszültség keletkezik.

A kölcsönös indukció képezi a transzformátorok működési elvét.

A nyugalmi indukció esetében is *Lenz törvénye* alapján határozhatjuk meg az indukált feszültség és áram irányát. Az 5.6.a) ábra egy vezető gyűrű által közrefogott csökkenő fluxust ábrázol. A fluxuscsökkenés a gyűrűben olyan irányú indukált áramot létesít, amely *Lenz törvénye* szerint a fluxus csökkenését akadályozza. Ez úgy valósul meg, hogy az indukált áram a csökkenő fluxussal egyező irányú mágneses teret gerjeszt. Ezt szemlélteti az ábra felső részében, a gyűrű keresztmetszete körül látható, kör alakú néhány erővonal. Ezen erővonalak iránya egyértelműen meghatározza a gyűrűben folyó áram irányát. A jobbmeneű csavar szabálya által meghatározott áramirányt a gyűrű keresztmetszete mutatja. Az indukált feszültség iránya ezzel ellentétes, amint az a gyűrű felülnézetében látható.

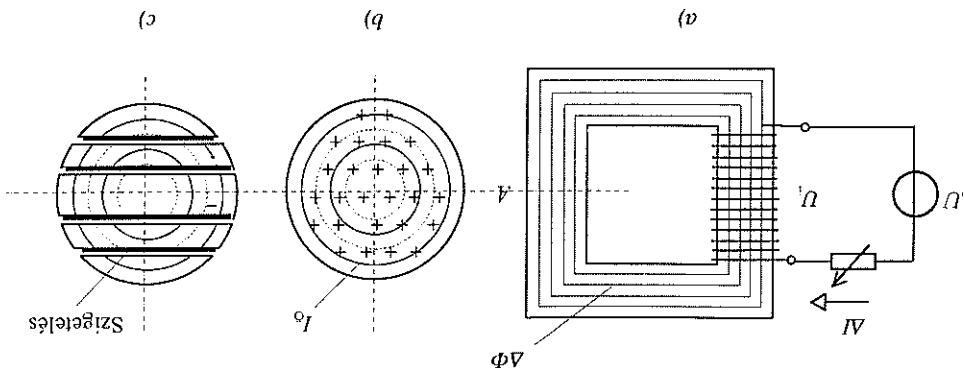
Az 5.6.b) ábrában – az előzőek szerint – nyomon követhetjük az indukált áram és feszültség irányát, ha a fluxus változatlan, de növekvő értékű.



5.6. ábra. Az indukált feszültség és áram iránya

5.2.3. Örvényáramok

A változó mágneses tér nemcsak huzalból készült vezetékben és tekercsben indukál feszültséget, ill. áramot, hanem a mágneses térben lévő, kiterjedt vezetőanyagban, pl. egy tekercs vasmagjában is. Mivel az így keletkező áramok útja nem olyan meghatározott mint egy szigetelt vezető esetén, ezért nevezzük az így keletkező áramokat **örvényáramoknak** (5.7. ábra).



5.7. ábra. Örvényáramok

Az 5.7.b) ábra a vasmag A keresztmetszetét mutatja felhagyva. Az ábra a szaggatott vonalak által határolt gyűrű alakú, zárt menetnek tekinthető részekben folyó I_0 örvényáramokat is feltünteti. Az ábra természetesen nagyon leegyszerűsítve ábrázolja a valóságos viszonyokat. Mivel a nagy keresztmetszetű vezető ellenállása viszonylag kicsi, ezért jelentős értektű áramok keletkeznek. Az örvényáramok a vezetőanyagban hő fejlődésnek. Ezt a hatást hasznosítják pl. az indukciós kemencékben, amelyekben a fémeket az örvényáramok hőhatásával olvasztják meg. Váltakozó áramú elektromágnesek (pl. transzformátorok, motorok stb.) vasmagjában a káros hőhatásuk miatt jelentősen csökkenteni kell az örvényáramokat. A tekercsek szigetelőanyagai $100-200^\circ\text{C}$ -nál magasabb hőmérsékletet nem viselnek el. Az örvényáramok okozta energiaveszteségek emellett jelentősen rontják az említett berendezések hatásfokát.

A transzformátorok, generátorok, motorok vasmagját nem tömör anyagból készílik, hanem egymástól elszigetelt lemezekből építik fel. Ezáltal az örvényáramok útját feldarabolják, ahogy azt az 5.7.c) ábra szemlélteti. Ennek hatására az örvényáramok jelentősen lecsökkennek. További módszer az örvényáramok csökkentésére, hogy a vasat $0,2-4\%$ szilíciummal ötvözik, megnövelve ezáltal a vas fajlagos

ellenállását, ami csak kisebb áram kialakulását teszi lehetővé. A felsorolt módszerekkel teljesen megszüntetni nem lehet az örvényáramokat, csak tűrhető mértékűre csökkenthetők.

5.3. Példák, feladatok

Példák

1. Az 5.1.d) ábra szerinti elrendezésben a sínek távolsága $l = 25$ cm, a sínek közötti indukció $B = 0,2$ T, a vezető mozgási sebessége $v = 10$ m/s. Mekkora feszültség indukálódik a vezetőben?

Az indukált feszültség: $U_i = B \cdot l \cdot v = 0,2 \text{ T} \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,5 \text{ V}$.

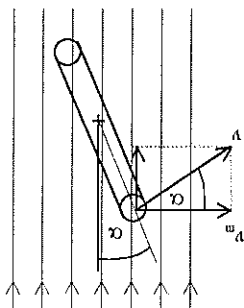
2. Az 5.1.a) ábrában az indukció $B = 0,5$ T, a tekercsoldalnak a mágneses térbe eső hossza $l = 15$ cm, a tekercs szélessége $d = 10$ cm, menetszáma $N = 100$, a tekercsfordulatszama $n = 25$ 1/s. Mekkora az indukált feszültség a tekercsben, az ábrában felüntetett helyzetben és $\alpha = 30^\circ$ -os elfordulás után?

A forrás kerületi sebessége: $v_k = d \cdot \pi \cdot n = 0,1 \text{ m} \cdot \pi \cdot 25 \frac{1}{\text{s}} = 7,85 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Mivel az 5.1.a) ábra szerint a B , az l és v_k páronként egymásra merőleges irányúak, ezért a tekercsoldal l hosszúságú vezetőjében

$$U_{i1} = B \cdot l \cdot v_k = 0,5 \text{ T} \cdot 0,15 \text{ m} \cdot 7,85 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,588 \text{ V}$$

feszültség indukálódik.



5.8. ábra. A kerületi sebesség erővonalakra merőleges komponense

Az 5.1.c) ábra szerint a tekercs egy menetének két oldalában a feszültségek összegződnének és a tekercsek menetei sorba vannak kapcsolva, így a tekercsben indukált teljes feszültség: $U_i = 2 \cdot N \cdot U_{11} = 2 \cdot 100 \cdot 0,588 \text{ V} = 117,6 \text{ V}$.

Az α szögelfordulás utáni helyzetet az 5.8. ábra szemlélteti.

Ekkor az indukált feszültségeket a v_k kerületi sebességek az erővonalakra merőleges v_m komponensével számíthatjuk: $v_m = v_k \cdot \cos \alpha$.

Eszert az α szögelfordulás utáni feszültség:

$$U_{1\alpha} = U_i \cdot \cos \alpha = 117,6 \text{ V} \cdot \cos 30^\circ = 101,8 \text{ V}.$$

3. Az 5.4. ábra vasmagjának adatai: közepes hossza $l_k = 40 \text{ cm}$, keresztmetszete $A = 12 \text{ cm}^2$, relatív permeabilitása $\mu_r = 1500$. A vasmagon $N = 200$ menetű tekercs van. A tekercsben folyó $I = 1 \text{ A}$ erősségű áram $t = 0,2 \text{ s}$ idő alatt nullára csökken. Mekkora a tekercs önindukciós feszültség és mekkora önindukciós feszültség keletkezik az áram megváltozása alatt?

Az indukтивitás:

$$L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l_k} = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot 1,5 \cdot 10^3 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{(2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 12 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} =$$

$$= 2,26 \cdot 10^{-1} \text{ H} = 226 \text{ mH}.$$

Az önindukciós feszültség:

$$U_i = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = 2,26 \cdot 10^{-1} \text{ H} \cdot \frac{1 \text{ A}}{2 \cdot 10^{-1} \text{ s}} = 1,13 \text{ V}.$$

Feladatok

1. Mekkora feszültség indukálódik az 5.1.d) ábra esetén, ha a mozgatott vezető nem merőleges a sínekre, hanem azokkal 60° -os szöget zár be, a mozgatás iránya és sebessége pedig változatlan? (0,5 V)

2. Mekkora feszültség indukálódik a tekercsben az 5.1.b) ábra szerinti helyzetben, ha a kiinduló adatok megegyeznek a 2. kidolgozott példában megadottakkal? (0 V)

3. Egy gyűrű alakú, $A = 10 \text{ cm}^2$ keresztmetszetű, $D_k = 10 \text{ cm}$ közepes átmérőjű, nem ferromágneses anyagból készült testen $N = 1000$ menetű tekercs van. Mekkora a tekercs induktivitása? (4 mH).