

Fóris Tibor

A műszaki rajz alapjai
Stikmértan

8. kiadás

Tankönyvnyomdaster Kiadó,
Budapest

A Szakképzési Tankönyv és Taneszköz Tanács javaslataira a tankönyv használatát az oktatási miniszter a 82/6/2001. számon a 2001/2002. tanévtől engedélyezte.

Lektor: Vetrő Zoltán
Sorozatszerkesztő: Futterer László

© Fürs Tibor, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2007, 2008
© Tankönyvmester Kiadó, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2007, 2008

Felelős szerkesztő: Putankó Anna
Borítótér: Szlovencsák Ádám
Az ábrák a szerző saját munkái

8. kiadás

Felelős kiadó: a Tankönyvmester Kiadó ügyvezetője

ISBN 978 963 9668 92 8

A tankönyv megrendelhető:

Tankönyvmester Kiadó
1141 Budapest,
Fogarasi út 111.
Tel.: 220-22-37
Fax: 221-05-73
www.tankonyvmester.hu
e-mail: info@tankonyvmester.hu

A könyv formátuma: A/4
Terjedelme: 12,25 (A/5) ív
Azonosítási szám: TM-11012/1
Készült az MSZ 5601:1983 és 5602:1983 szerint
Szedés, nyomdai előkészítés: PORTOMARK Kft. – Fényszedő Központ Kft.
Nyomta és kötötte: Regisztrer Kiadó és Nyomda Kft., Budapest

Tartalomjegyzék

5	ELŐSZÓ
7	1. A MŰSZAKI RAJZ
7	1.1. A műszaki rajz célja, feladata
8	1.2. A műszaki rajz tartalma, fajtái
10	1.3. A rajzeszközök és használatuk
10	1.3.1. Rajztábla
10	1.3.2. Ceruza
11	1.3.3. Törögumi
11	1.3.4. Körző
13	1.3.5. Vonalzók, sablonok
15	1.3.6. A rajzeszközök kezelése
15	1.4. Szabványosítás, szabványok
15	1.4.1. A szabványosítás folyamata, felépítése
17	1.4.2. A műszaki rajz vonalai
22	1.4.3. Szabványbetűk és számok
25	1.5. A műszaki ábrázolás eszközei
26	1.5.1. Szabványos rajzlapméretek
28	1.5.2. Feliratmező
30	1.5.3. Rajzdokumentációs nyilvántartási rendszerek
33	2. TESZTEK ÁBRÁZOLÁSA, MÉRTEMGADÁS
33	2.1. Ábrázolási módok
33	2.1.1. Egyszerű testek látszati és axonometrikus képe
34	2.1.2. Egyszerű testek vetületi képe
35	2.1.3. A látszati és vetületi képek közötti kapcsolat, ábrázolási szabályok
35	2.2. Méretmegadás
35	2.2.1. A méretmegadás elemei
37	2.2.2. Méretarány
37	2.2.3. A méretezés alapelvei
39	2.2.4. Lemeztárgyak ábrázolása
42	3. SÍKMÉRITANI SZERKEZTÉSEK
42	3.1. A geometriai szerkesztés fogalma, pontossága
42	3.2. Alapfogalmak
44	3.3. Szögek szerkesztése és rajzolása
47	3.4. Merőlegek és párhuzamosok szerkesztése és rajzolása
49	3.5. Szakasz osztása
50	3.6. Egyenes vonalú síkidomok
51	3.6.1. Háromszögek
54	3.6.2. Négyzet
57	3.6.3. Szabályos ötszög
58	3.6.4. Szabályos hatszög
60	3.6.5. Szabályos sokszög közelítő szerkesztése

61	3.7. Göbve vonalú síkidomok
61	3.7.1. Kör
62	3.7.2. A kör kerülete
62	3.7.3. A kör (köröket) érintő egyenesek
65	3.7.4. Érintőkörök
68	3.7.5. Ellipszis
72	3.7.6. Kosárgörbe
72	3.8. Műszaki görbék. Grafikus ábrázolások
73	3.8.1. Evolvens
73	3.8.2. Cikloisok
77	3.8.3. Parabola
79	3.8.4. Hiperbola
80	3.8.5. Jelleggörbék
81	3.9. Lemezárny ábrázolása egy vetületben
84	4. MŰSZAKI VÁZLAT
84	4.1. A műszaki vázlat jellemzői
84	4.1.1. A vázlatkészítés eszközei
85	4.1.2. A műszaki vázlat sajátosságai
87	4.2. A vázolás alapfeladatai
87	4.2.1. Egyenesek vázolása
88	4.2.2. Szakasz osztása
89	4.2.3. Szögek vázolása
90	4.2.4. Kör vázolása
90	4.3. Lemezárny műszaki vázlata egy vetületben
93	FELADATGYŰJTEMÉNY
97	IRODALOMJEGYZÉK

Ez A műszaki rajz alapjai. *Sikmértan* c. könyv, amit kezében tart a kedves Olvasó, a Tankönyvmester Kiadó tankönyvcsaládjának egyik alapozó tankönyve, amely egy több kötetes sorozat első tagja. A könyvek a középiskola oktatásban résztvevő tanulókat számára foglalták össze a mértani szerkesztésekkel, az ábrázoló geometriával és a műszaki rajzzal kapcsolatos alapismereteket. A sorozat további tagjai a *Térmértan*, a *Géprajzi ismeretek* és a *Villamos rajzi alapismeretek*.

A javított és átdolgozott könyv az alapvető síkmértani ismereteken és szerkesztéseken kívül foglalkozik a műszaki életben nagy fontosságú műszaki görbékkel, nevezetesen az evolvenssel, a cikloisokkal, a parabolával és a hiperbolával. Különösen nagy jelentőséggel bír a műszaki vázlat készítéséről szóló új fejezet, mivel egy műszaki szakember munkája során számtalanszor kényyszerül „skiccelni”, azaz szabadkézi vázlatot készíteni. Mindezek elajátításához sok hasznos fogást ismert a könyv. Hasonló jellegű összefoglaló és szemléletesen illusztrált anyag műszaki rajzzal foglalkozó könyvben még nem jelent meg.

A síkmértannal foglalkozó kötethez feladatgyűjtemény kapcsolódik. A tankönyv az egyes témák tárgyalásánál szám szerint hivatkozik az odatartható munkalapokra. A munkalapokon elvégzett szerkesztések elmélyítik az elméleti ismereteket, és egyaránt alkalmasak az otthoni és az iskolai munkára.

A síkmértannal és a térmértannal foglalkozó kötetek a középfokú oktatás bármely területén (beleértve a gimnáziumokat is), a géprajzi alapismereteket tartalmazó kötet a műszaki szakmai oktatásban széleskörűen (a gépészeti szakmákban éppúgy, mint a villamos ipari képzésben), míg a villamos dokumentációval foglalkozó kötet elsősorban a villamos ipari szakmai képzésben használható.

A Tankönyvmester Kiadó rajztankönyvei a következők:

- TM-11012/1 Főris Tibor: *A műszaki rajz alapjai. Sikmértan*,
- TM-11012/2 Főris Tibor: *A műszaki rajz alapjai. Térmértan*,
- TM-11012/3 Fenyvessy Tibor: *A műszaki rajz alapjai. Géprajzi ismeretek*,
- TM-11012/4 Lándor Béláné–Molnár Ervin: *A műszaki rajz alapjai. Villamos rajzi alapismeretek*,
- TM-11012/5 Pintér Miklós: *Számitógéppel segített rajzolás. Síkbeli ábrázolás*,
- TM-11012/6 Pintér Miklós: *Számitógéppel segített rajzolás. Térbeli ábrázolás*,
- TM-11212/1 Főris Tibor: *Műszaki rajz feladatok. Sikmértan*,
- TM-11212/2 Főris Tibor: *Műszaki rajz feladatok. Térmértan*,
- TM-11212/3 Fenyvessy Tibor: *Műszaki rajz feladatok. Géprajzi ismeretek*,
- TM-11212/4 Molnár Ervin: *Műszaki rajz feladatok. Villamos rajzi alapismeretek*,
- TM-11212/5 Szentgyörgyi E. Gyöngyösi E. Fodor Gábor: *AutoCAD feladatgyűjtemény*.

Eredményes tanulást és szakmai sikereket kíván minden kedves Olvasójának a

Tankönyvmester Kiadó

vezzük és megtanulható. A fejlődő rajztechnika, számítógépes rajzprogramok korában is csak *rajzolás-sal, szerkesztéssel, gyakorlással* vagyunk képesek ezt kialakítani.

Az a folyamat, amelynek során megértjük a műszaki rajz által közvetített információt, **olvasásnak** nevezzük. A gyakorlatban elengedhetetlen a rajzról való eligazodás. Alkalmazzuk

- az előállítást, gyártást folyamán;
- az összeállítás, szerelés alatt;
- a működés, működési ismerésében;
- a hibakeresés, javítás közben.

Ezért az önálló munkához kellő gyakorlatot kell szerezni ebben a tevékenységben.

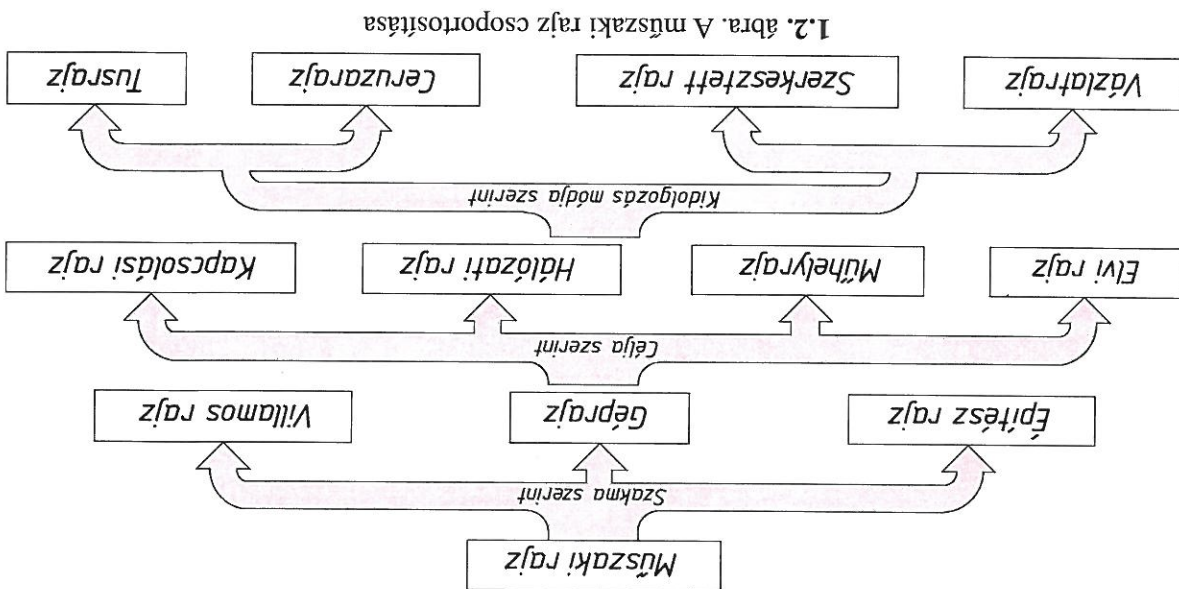
A műszaki ábrázolás tanulása sajátossága (a többi természettudományi tárgyhöz hasonlóan), hogy *elemi egymásra épülnek*. A meg nem tanult, vagy kellően be nem gyakorolt ismeretanyag a későbbi munkát megnehezíti, esetleg lehetetlenné teszi. Ezért szükség van a rendszeres, alapos tanulásra, szorgalomra és a kivitelezésben precizitásra, tisztaságra (ne feledjük, hogy a műszaki rajz is rajz – az elkészített munkánk alapján alkotnak képet rólunk).

Ennek a könyvnek az a feladata, hogy használatával megismerjük, ill. elsajátítsuk

- az alapvető szabályokat, szabványokat;
- az ábrázoláshoz szükséges szerkesztési eljárásokat, módszereket;
- az ábrázolás jelképeit, azaz az egységes jelképrendszert.

1.2. A műszaki rajz tartalma, fajtái

Az ábrázolás kapcsán, az előzőekben már szó volt arról, hogy egyetlen műszaki rajz nem egy kész alkotás. Környezetünk minden mesterseges termék **műszaki dokumentáció** alapján készül. Ennek két lényeges része a *szöveges dokumentáció* és a *rajzdokumentáció*. Az előző tartalmazza a készítéshez szükséges engedélyeket, a műszaki leírást, a szakmai számításokat, anyagszükségletet és minden olyan adatot, amely az elkészítés feltétele és konkrétan meg kell fogalmazni. A rajzok az ábrázolt produktum összes elemének *alakját, méretét* és a gyártás egyéb lényeges adatait tartalmazzák. A továbbiakban csak a rajzokkal foglalkozunk. Azonban tudnunk kell, hogy egyes szakterületek a saját-tosságaiknak megfelelő *szakmai rajzot* használnak (1.2. ábra és 1.1. táblázat).



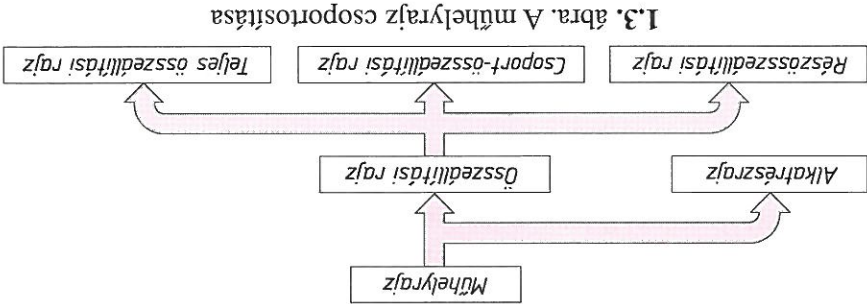
A szakmai rajz csoportosítása. 1.1. táblázat

A csoportosítás szempontja	Rajzfajta	Példa
Szakma szerint	Építész rajz	Épület homlokzata. Alaprajzi elrendezés. Gépészeti, villamossági elrendezés stb.
	Géprajz	A konstrukció és eleminek rajza. Az elemek kapcsolódásai stb.
	Villamos rajz	Villamos hálózatok. Erőáramú berendezések. Elektronikus berendezések stb.
	Élvi rajz	Új elképzelés vázolása. Működés, működetés vázlata. Irányítástechnikai megoldások.
Célja szerint	Műhelyrajz	A gyártás rajzi dokumentuma.
	Hálózati rajz	Villamos, pneumatikus, hidraulikus és egyéb víz-, gáz-vezeték elemeknek méreteit és a kapcsolt szerelvények helyét, paramétereit rögzíti.
	Kapcsolási rajz (mechanikus, elektromos, pneumatikus, hidraulikus)	A szerelvények bekötésének alapidokumentuma. A működés és működetés megértésének eszköze.
	Vázlatrajz	Előzetes elképzelés rögzítése. Helyszíni rajz. Tervezés közbeni elemek.
A kidolgozás módja szerint	Szerkesztett rajz	A végleges elképzelés kivitelezése (kiviteli rajz).
	Ceruzarajz	Tanulói munkák. A kivitelezés előkészítése.
	Túsrajz	A műszaki rajz készítésének utolsó fázisa.

A csoportosításból emeljük ki a *műhelyrajzot*, mivel szakmai gyakorlaton ezzel a rajzfajtaival találkozunk. Ez tovább csoportosítható (1.3. ábra). Lehet *alkatrészrajz*, amely egyetlen alkatrész elkészítéséhez szükséges adatokat tartalmazza. Továbbá lehet *összeállítási rajz*, amely tovább csoportosítható:

- *rész-összeállítási rajz*, ami egy kisebb egység (pl. tengelykapcsoló) összeállítását mutatja be;
- *csoport-összeállítási rajz*, ami egy nagyobb egység (pl. erőátviteli) részleteit és kapcsolatait tartalmazza;
- *teljes összeállítási rajz*, ami az egész konstrukció (pl. szerzőtárgy) összeállítását tartalmazza.

Az összeállítási rajzok a szerelés és működetés feladataihoz nyújtanak pontos információkat.



1.3. ábra. A műhelyrajz csoportosítása

Tudnunk kell, hogy a megismert rajzfajták jóval többreütők. Szakmánként is, ill. a tudományos-technikai fejlődés következtében várhatóan a későbbiek során is változnak majd.

1.3. A rajzeszközök és használatauk

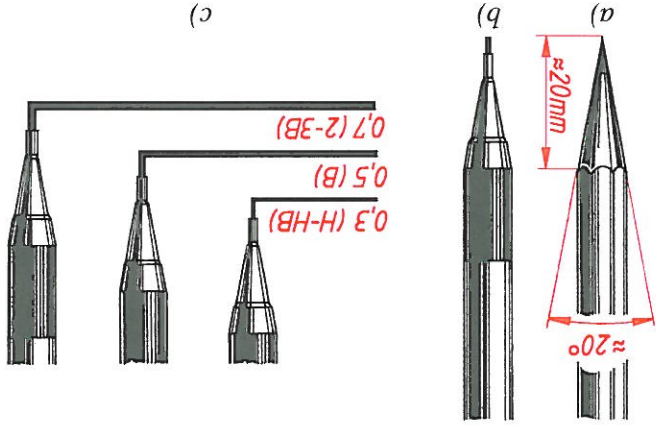
Mielőtt hozzáférnénk az ábrázoláshoz, eleveintjük fel a rajzolóeszközök jellemzőit, ill. ismerkedjünk meg azokkal az új jellemzőkkel, amelyek további munkánkhöz szükségesek.

1.3.1. Rajztábla

A rajzlap elhelyezésének és rögzítésének eszköze. Készülhet fából vagy műanyagból. A rajzlapot ragasztószalaggal rögzítjük rajta. Lényeges, hogy a *rajzlap széle* mindig párhuzamos legyen a *rajztábla szélével*.

1.3.2. Ceruza

A műszaki ábrázolás egyik legfontosabb nyomhagyó eszköze a ceruza. Napjainkban már kevésbé alkalmazzuk a *hagyományos, faburkolatú ceruzákat*, bár rajzolóshoz kíválóan alkalmasak. Előkészítésük és folyamatos karbantartásuk figyelemet igényel. A műszaki ábrázoláshoz az **1.4.a)** ábrán látható módon előkészített ceruzahegy használható (hegyezés után csiszolópapírral, csiszolófával igazítjuk, majd használat közben időnként utánaigazítjuk a kívánt alakra).



1.4. ábra. Ceruzák
a) faburkolatú ceruza és hegyének kialakítása; b) micrograph ceruza; c) a micrograph ceruzák grafitbetét-vastagságai

A másik ceruzafajta a **micrograph rendszerű ceruza** (**1.4.b)** ábra). Nem szerencsés a Rotring elnevezés használata, mivel más írószergyártó cég is készít hasonló rendszerű ceruzát. Alkalmazása egyszerű, mivel a kopott ceruzabél könnyen és folyamatosan pótolható. A másik nagy előnye, hogy különböző vastagságú grafitbetétet tartalmazó grafitbetétet szerezhető be (**1.4.c)** ábra). Mindkét ceruzafajta közös jellemzője a **grafitbetét keménysége**, amit a ceruza faburkolatán, ill. a grafitbetét tokján feltüntetnek. A felírat betűjele a keménységre utal *B* (puha), *H* (kemény). Az előtte lévő szám pedig a keménységen belüli fokozatot jelöli. Ezek alapján *választékunk* a következő lehet:

- nagyon puha: $6B - 4B$;
- puha: $3B - B$;
- átmeneti: HB, G, F ;
- kemény: $H - 4H$;
- nagyon kemény: $5H - 6H$.

A választékon belüli eligazodáshoz a következő információk nyújtának segítséget.

Egényi adottságok. Minden ember másképpen dolgozik kezével. A köznap szöhasználatban könnyű vagy nehéz kezek (ill. a kezt köztöt valahol) vagyunk. Ebben az esetben a grafiki keménységet kell figyelembe venni. A könnyű kezek *puhább*, a nehéz kezek *keményebb* grafikitbetétet válasszunk!

Faburkolati ceruza. A műszaki ábrázolásban (mint később azzal részletesen is foglalkozunk) nagy jelentősége van a vonalvastagságnak, amely valójában a vonal szélességét jelenti. Mivel szemünk a halvány vonalat vékonyabbnak, a sötétet vastagabbnak érzékel, *ceruzarajnál a vonal árnyalatával* érjük el a kívánalmakat. Ezért célszerű *keményseg alapján* megválasztani a rajzeszközt:

- szerkesztéshez kemény;

- vékony vonalakhoz (írásához) közepes;

- vastag vonalakhoz (írásához) puha ceruzát.

A gyakorlatban azonban, a szabványoknak megfelelően, a rajzolt vonal vékonyabb és vastagabb vonalat is jelent.

Micrograph ceruza (töltőceruza). Különböző átmérőjű grafikitbetéttel készülnek (1.4.c) ábra). Ebben az esetben a *grafiki keménységet* alapján válasszuk meg! A kívánt *vonalvastagságot* a *grafitátmérővel* érjük el:

- szerkesztéshez, vékony vonalakhoz 0,3 mm;

- felíratához 0,5 mm;

- vastag vonalakhoz 0,7 mm átmérőjű grafikitbetét szükséges.

Mivel a ceruzanyomás változtatása nagy figyelmet igényel, a grafikitbetét átmérőjén kívül figyeljünk a betét keménységére is! Így a 0,3-as kemény, a 0,5-ös közepes, a 0,7-es pedig puha grafikitbetét legyen!

Eszközhasználat. A vonalak árnyalata ceruzatartással is változtatható. A merőlegesen tartott ceruza sötétebb, a hegyes szögbe döntött halványabb nyomot hagy.

Rajzolás közben a ceruzát *tartsuk határozottan*, de *soha ne nyomjuk!*

1.3.3. Törögumi

A törög- vagy radirgumi alkalmazásával a téves vagy fölösleges ceruzanyomatokat töröljük ki. Műszaki ábrázoláshoz *fehér, puha radirt* használjunk (B20; B30)! Alkalmazásánál a következőkre ügyeljünk! A rajzlap gyűrődésének megelőzése érdekében két újjal szorítsuk le a rajzlapot és csak közöttük dörzsöljünk!

- A töröguminak mindig legyen ele (a legömbölyödött radir ott töröl, ahol sikertől – a kopott végét eles késsel vágjuk le).

- Minél kevesebbet használjunk a törögumit (a radírozás simítja a rajzlap felületét, így azon a környezetéhez hasonló árnyalatú vonal csak nagyobb ceruzanyomással érhető el)!

- Használat közben rendszeresen tisztítsuk (külön papíron vagy textílián)!

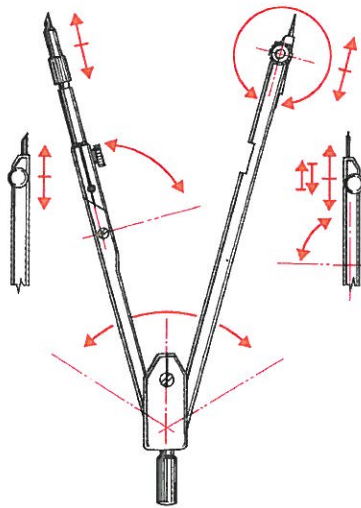
1.3.4. Körző

A *szerkesztések* egyik leggyakrabban alkalmazott eszköze a körző. Tulajdonságait célszerű jól megjegyezni és használat közben azokra figyelni, hogy minél pontosabban tudjuk alkalmazni (1.5. ábra).

A körív sugarát a körzőszárak mozgatásával állítjuk be és csavarral szabályozzuk, ill. rögzítjük. Eszközhasználatunk ismeretében állítsuk be és időközönként ellenőrizzük! (A túl szoros rögzítés megnehezíti a pontos beállítást, a túl laza esetén pedig munka közben megváltozik a beállított sugar).

A körző egyik szárán a grafikitbetét rögzítését és hosszúságának beállítását csavar teszi lehetővé (mementes hüvely vagy szortócsavar). A körző szabad grafikitheggyét 5...7 mm-re állítsuk be (a túl hosszát ehhez igazítsuk)! A körzőnek ez a szára több funkció:

- csukló teszi lehetővé, hogy rajzolás közben a grafítbetét tengelye megközelítőleg merőleges legyen a rajzlapra;
- a rögzítőcsavar oldásával a körzőszár vége bilincse, ill. nagy sugartú körív rajzolását segítő hosszabbtóra cserélhető.

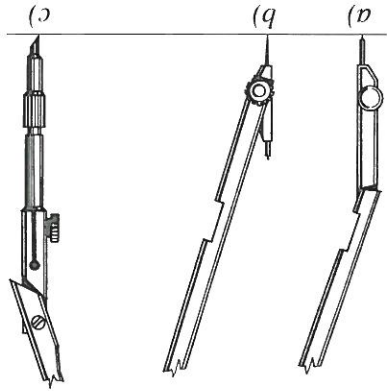


1.5. ábra. A körző részei és mozgatói lehetőségei

A körző másik szarván a körzőtűt (az előzőekhez hasonlóan) csavar rögzíti. Oldásával a tű hossza szabályozható, elfordítható, ill. két vége megfordítható. Egyes körzőtípusoknál az elfordíthatóság csuklós megoldású. Ezekre a változtatási lehetőségekre a következők miatt van szükség:

- a tű hosszának szabályozása a grafítheggy kellő hosszúságú beállítása miatt szükséges;
- a tű elfordítása lehetővé teszi, hogy nagyobb sugar esetén is közel merőleges helyzetű legyen a tű a rajzlapra;
- a tű végeinek megfordítása akkor fontos, amikor több, azonos középpontú körrel végzünk műveletet (a talpas tű vég megakadályozza a rajzlap átlukasztását).

A körző részecskének (és azok feladatainak) megismerése után tekintsük át használatának lényegesebb tudnivalóit!



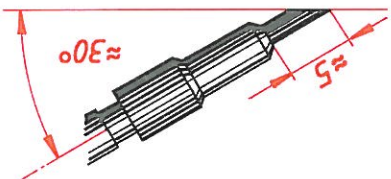
1.6. ábra. Körzőszárak beállítása rajzolásához
a) törhető tűszár; b) elfordítható tű; c) rajzszár

• A körzőtű és grafítbetét tengelye a rajzlapra közel merőleges legyen (1.6. ábra)!

• A körző grafítbélése puhább, mint ceruzáinkban. Ajánlott a 2B–3B keménységű grafítheggy.

• A grafítbetétet rajzolásához elő kell készíteni (1.7. ábra). A zárt körzőt csiszolópapíron vagy kb. 30°-os szögben tartva, a grafítbetétet teljes átméretéig csiszoljuk. (A grafítmak a körzőben te-

hát nem hegye, hanem szabályos ellipszis képe lesz.) A különböző vonalvastagságok rajzoláshoz ezt tompítani kell. Úgyeljünk arra, hogy a grafitbetét és a tu azonos hosszúságú legyen!

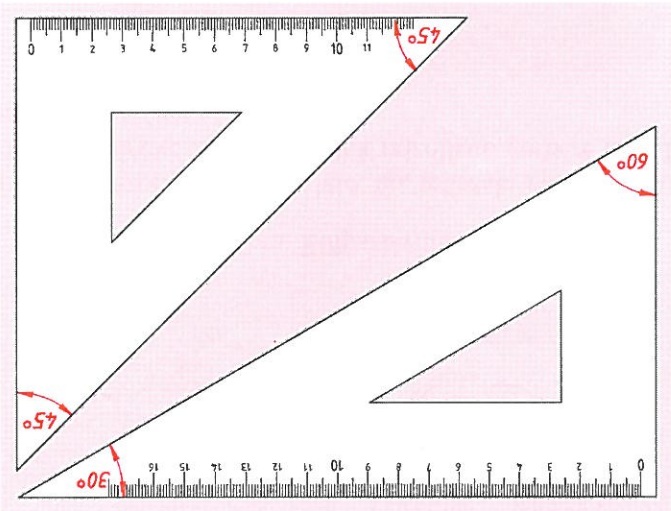


1.7. ábra. A körző grafitbetétjének előkészítése

1.3.5. Vonalzók, sablonok

A vonalzók és sablonok különböző alakú, méretű és helyzetű szabályos vonalak rajzoláshoz szükségesek. Anyaguk általában műanyag, így használhatók közben is jól áttekinthető rajzlapon. Vigyázzunk a potokra, mert töredezett és legömbölyödött végű vonalzókat szerkesztésre, ábrázolásra alkalmatlanok! Úgyeljünk tisztaságukra, különösen ceruzarajznál szükségünk időnkénti tisztításuk!

Háromszögvonalzó. Alkalmasak egyenesek, párhuzamosok, merőlegesek és az alakjuk által meghatározott szögek rajzolására, továbbá méretfelvitelre. Munkánkhoz szükségesek a 45° - 45° és a 30° - 60° szögű derékszögű vonalzó (1.8. ábra). Mivel a háromszögvonalzó legtovább a legkisebb rajzlaponál is, szükséges beszerezni egy 300 mm-es egyenes vonalzó. A pontos szögmeretek kijelöléséhez eszközök a szögmérő.

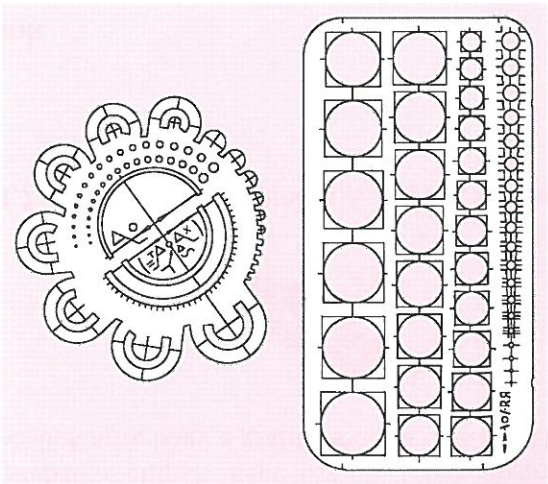


1.8. ábra. Háromszögvonalzók

Rádiuszsablonok. Kör alakú lekerekítések, kis átmérőjű körök ábrázolását könnyítik meg (1.9. ábra). Alkalmazásukhoz mindig ismerni kell a kör tengelyét, középpontját (lyuksablon esetén a betöltő négyzetet). Feliratukon meghatározzák, hogy milyen méretű rajzeszközökkel használhatók. Egyes sablonok tartalmazzák különböző, gyakran alkalmazott egyéb jelképeket, amelyek már szakmaspecifikusak (pl. építészetben gépészeti és berendezési jelképeket; gépészetben felületi érdesség jelét; villamos területen egyenirányító, tekercs stb. jelképeket).

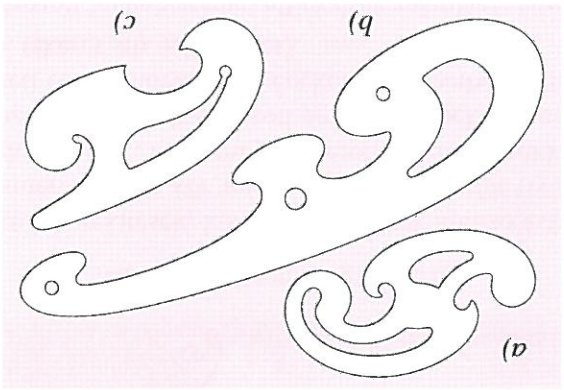
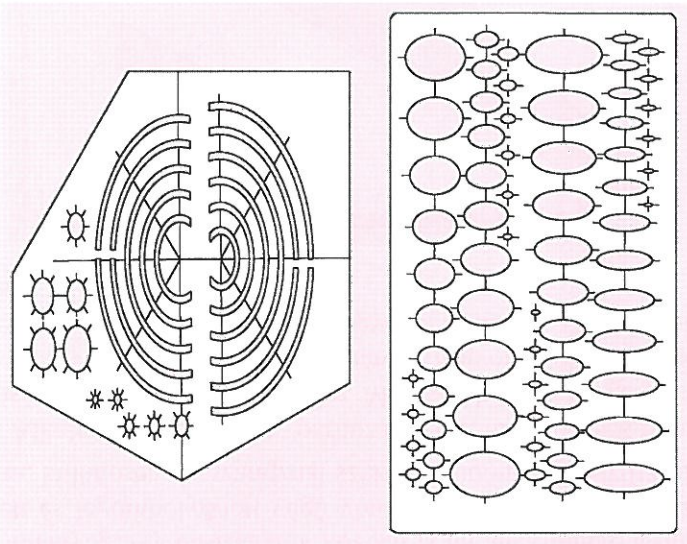
Ellipsziszvonalzó. Meghatározott tengelyarányú ellipszisek rajzolását könnyítik meg. Axonometrikus ábrázoláshoz terveztek és jelölték rajta az axonometria tengelyhelyeztetését, valamint az ellipszis tengelyeit is (1.10. ábra).

1.9. ábra. Ráduszsablonok (lyuksablon és lekerekítő vonalzó)



Görbevonalzó. A műszaki ábrázolásban előforduló, ún. műszaki görbék rajzolására alkalmas eszközök. Három fajtájuk ismeretes, elnevezésük az általuk rajzolható görbére utal. Így használjuk az ellipszis-, parabola- és hiperbolavonalzókat (1.11. ábra).

1.10. ábra. Ellipszisvonalzó



1.11. ábra. Görbevonalzó

a) ellipszisvonalzó; b) parabolvonalzó; c) hiperbolavonalzó

1.3.6. A rajzeszközök kezelése

Amint tapasztalhatunk, a rajzeszközök sérülékenyek, precíz megmunkálásaúak. Beszerzésük anyagiilag megterhelő lehet. Fredményes, szép és pontos munkát csak jó állapotú rajzeszközökkel lehet végezni. Eppen ezért tartasuk be a következő tanácsokat!

- Minden eszközünket tartasuk eredeti tokjában, vagy merev tolltartóban!
- Felszerelésünket tartasuk egy helyen! Csak azokat az eszközöket szállítsuk, amelyekre az elméleti órákon szükség van!
- Ne feledkezzünk meg rajzeszközöink folyamatos karbantartásáról, időszakonkénti tisztításáról!

1.4. Szabványosítás, szabványok

A tudományos-technikai fejlődés következtében nem képzelhető el életünk megfelelő egységesítés nélkül. A tömegmérésekben gyártott termékektől elváltjuk a különböző jellemzők állandóságát. Ezt várjuk el amikor ruhát vásárolunk (minőség, méret), vagy elemiszert (tömeg, íz), vagy éppen cserélni kell valamilyen tönkrement használati cikket, pl. izzót. A termékek jellemzőinek egységesítését *szabványosításnak* nevezzük. Jelentősége nagy a teljes gyártási folyamatban, de a műszaki ábrázolásban is. Mint könnyűnk elején tisztáztuk, az egységes értelmezést az *egységes jelképrendszer* teszi lehetővé. Jelenléstárlalommal ruháznunk fel minden vonalat és jelölést. Mindezt *szabvány* rögzíti. A szabvány szöveges leírásban és ábrákkal tartalmazza mindazokat a jellemzőket, amelyeket az adott tevékenységben kötelező *érvennyel be kell tartani*.

1.4.1. A szabványosítás folyamata, felépítése

Hazánkban a szabványokat a *Magyar Szabványügyi Testület (régében Magyar Szabványügyi Hivatal)* bocsátja ki. A szabványok jele: **MSZ**. Mivel a szabványok sok területet fognak át, az eligazodáshoz a *szabványnak azonosítási számot* adnak, amelyet kettősponttal elválasztva a kiadás éve követ.

Nemzeti szabványokat minden ország kibocsát. Az országok közötti termelési és kereskedelmi kapcsolatok miatt nagyfokú szabványharmónizációra van szükség. Ezt a feladatot a *Nemzetközi Szabványügyi Szervezet* – (International System Organization) **ISO** – látja el.

Tagországai azokat saját szabványaikkal figyelembe veszik. Ilyen közös rajzszabvány például az **MSZ ISO 5457:1992 A rajzlapok kialakítása és méretei**.

Az európai tagszervezetek szükségét látják az Európán belüli részletesebb szabályozásnak. Ennek eredményeképpen jelentek meg a csak európai országokra vonatkozó szabványok. Jelölésük: **EN**. Példa erre az **MSZ EN 20286-1:1995 A türesek és illesztések ISO rendszere**. Az **1.12.** ábrán tanulmányozható egy magyar szabvány címlapja. Az **1.13.** ábra a szabványazonosítás értelmezéséhez nyújt segítséget. Ezzel párhuzamosan, az ISO szabványokkal harmonizálva, egyes speciális szakmai területek is bocsátanak ki szabványt. Ezek csak az adott szakterületre vonatkoznak. Ilyenek pl. a *Nemzetközi Elektrotechnikai Bizottság* – **IEC** – szabványai. Az európai szabványokban ezek megjelennek, mert az *Európai Szabványügyi Bizottság* – **CEN** – és az *Európai Elektrotechnikai Szabványosítási Bizottság* – **CENELEC** – saját szabványaikba azokat beépítik.

1992. május

A hatálybalépés időpontja: 1992. június 1.

MAGYAR SZABVÁNY

MSZ ISO 5457

A rajzlapok kialakítása és méretei

Az MSZ 18-2:1980 és az MSZ KGST 1181:1978 helyett

T 52

Sizes and layout of drawing sheets

Az állami szabvány hatályára vonatkozó rendelkezéseket a szabványosításról és a minőségügyről szóló 78/1988. (XI. 16.) MT rendelet 5–12.§-ai tartalmazzák.

A szabvány alkalmazása előtt győződjön meg arról, hogy nem jelent-e meg módosítása, helyesbítése, illetve hatálytalansítása.

E szabvány műszaki tartalma és szerkezete teljes mértékben meggyezik az ISO 5457:1980 nemzetközi szabványával.

A szürke alapszínű nyomtatott szövegeket a nemzetközi szabvány nem tartalmazza.

This Hungarian Standard is totally equivalent in technical content and fully corresponds in presentation to the International Standard ISO 5457:1980.

Text in this Hungarian Standard, printed on grey background, are not parts of the International Standard.

Nemzeti előszó

A szabványban lévő hivatkozás magyar megfelelője:

ISO 128:1982 MSZ ISO 128:1992

ISO 3098-1:1974 MSZ ISO 3098-1:1992

ETO: 744,4

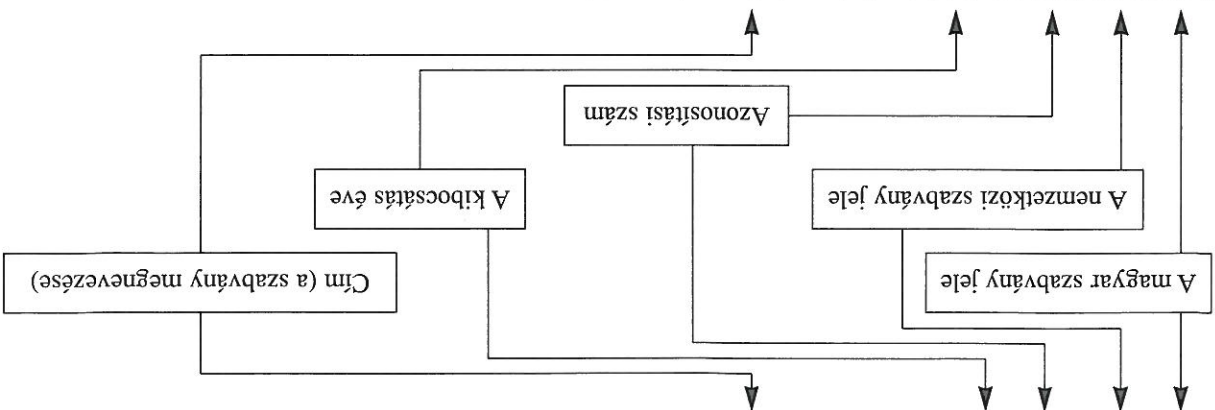
Hivatkozási szám: MSZ ISO 5457:1992

MAGYAR SZABVÁNYÜGYI HIVATAL

(8 oldal)
Arkategória:

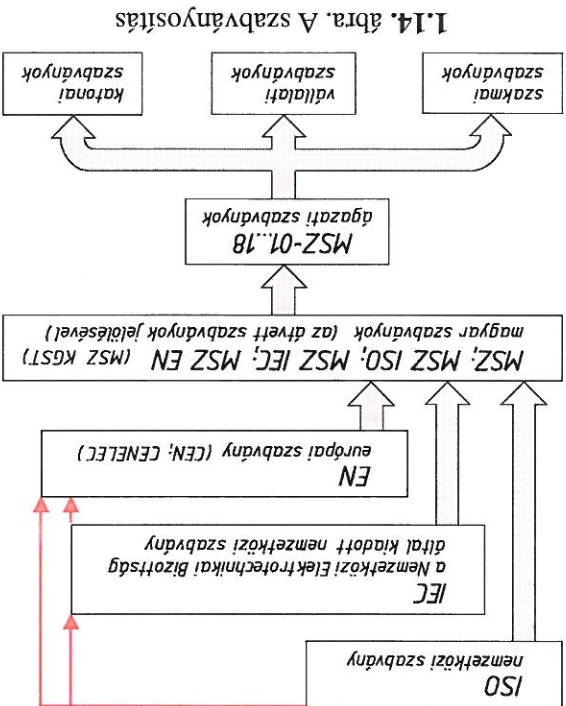
I.12. ábra. Magyar szabvány címlapja

MSZ ISO 5457:1992 A rajzlapok kialakítása és mérései



1.13. ábra. A szabványazonosítás értelmezése

A szabványosítás rendszerét az 1.14. ábrán tanulmányozhatjuk.



1.14. ábra. A szabványosítás

Az eddig megfogalmazottakból a következőket állapíthatjuk meg:

- az ISO és EN ajánlásokat fogalmaz meg;
- a nemzetközi szabványok a nemzeti szabványokba beépítve válnak hatalyossá;
- az MSZ Magyarországon kötelező érvényű szabvány;
- minél alacsonyabb szintű a szabvány, annál több részletre terjed ki;
- az alacsonyabb szintű szabvány nem mondhat ellent a magasabb szintűnek.

1.4.2. A műszaki rajz vonalai

A műszaki ábrázolásban minden vonalnak jelentése van. Szabvány rögzíti, hogy milyen célra, milyen vastagságú és fajtájú vonalat alkalmazunk. Nem hanyagolható el az sem, hogy a vonalnak milyen a megjelenése. Tekintjük ezért át, mire kell ügyelnünk a vonalak rajzolásokor!

Adott hosszúságú vonalak rajza. Ábrázoláskor a rajzolt vonalnak mindig *adott hosszúsága* van. Annak határozott *kezdőpontja*, határozott *végpontja* van és a kettő között *egyenes a vastagsága, aránya*. A kívánt hosszúságot meg kell tudni rajzolni úgy is, ha nem határoljuk le végeit, ahogy mértanban, geometriában megszoktuk.

Egy vonalat csak *egyszer és egyszerre* szabad megrajzolni.

Méretfelvitel a rajzlapra. A műszaki életben minden hosszímértet mm-ben mérünk, ezért a mértékegységet legtöbbször nem írjuk ki. Ha a szerkesztés megkívánja, az adott hosszúságot *körzőnyíl-lásba véve másoljuk* át a rajzlapra. Gyakran viszont közvetlenül a vonalzó méretebeosztásáról vesszük fel a méreteket. Ebben az esetben *a vonalzó* gondosan *állításuk* be a mérendő vonal mellé, majd a szükséges beosztás mellett a vonalzóra *merőleges, rövid* (1,5...2 mm), *halvány szakasszal* és csak *egyszer jelöljük ki a méretet*. Minősége olyan legyen, hogy a rajta megrajzolt vékony vonal eltakarja. Több, egymást követő méret esetén ne a vonalzóit tegyük mindig tovább, hanem fejben összegezzük a méreteket és az eredményt jelöljük ki (az egymás után mért méretek esetén a mérési hibák összeadódhatnak).

Mindezeket célszerű gondosan begyakorolni. Ezt segíti az 1. munkalap.

Vonalvastagságok, vonalcsoportok. A műszaki rajzokon kétféle vonalvastagságot alkalmazunk: *vas-tag vonalat és vékony vonalat*. A két vonal szélességének *aránya* 2:1 vagy 3:1 – azaz a vastag vonal a vékony vonal kétszerese, vagy háromszorosa. Gépszeti rajzokon az előbbi részesítjük előnyben, így mi is ezt az arányt használjuk.

0,18
0,25
0,35
0,5
0,7
1
1,4
2

1.15. ábra. Szabványos vonalvastagságok

Rajzhoz szabványos méretű vonalak közül választhatunk (1.15. ábra). *Ceruzarajzról igyekezzünk követ-ni a szabványos vonalvastagságokat!* A vonalvastagságokat egymáshoz rendelve, **vonalcsoportokat** kapunk. Ezt szemlélteti az 1.2. táblázat.

Vonalcsoportok. 1.2. táblázat

Vonalvastagságok	Vonalcsoportok				
Vastag vonal	0,35	0,5	0,7	1,0	1,4
Vékony vonal	0,18	0,25	0,35	0,5	0,7
					1,0

A műszaki ábrázolásban a következőket kell figyelembe venni:

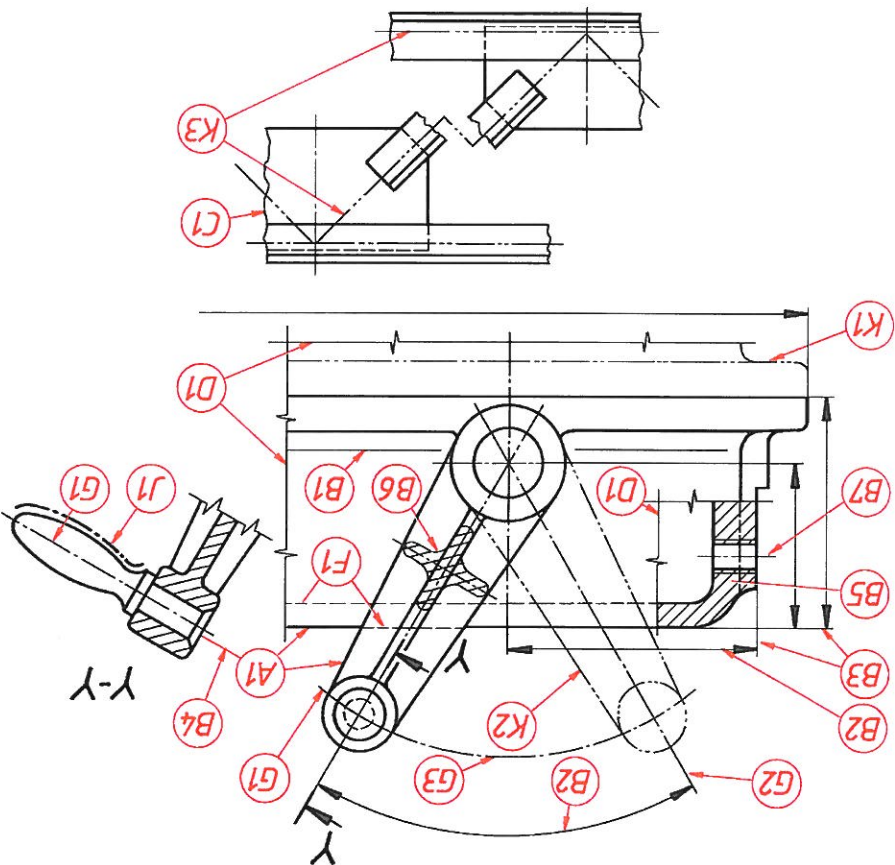
- *a rajzlap felülete* (kisebb rajzlapon általában vékonyabb, nagyobb rajzlapon vastagabb vonalcso-portot választunk);
- *a rajz összetettsége* (sok és egymáshoz közeli vonalat igénylő, bonyolult rajznál vékonyabb; ke-vés vonalat igénylő, egyszerűbb rajznál vastagabb vonalcsoportot választunk). A4-es rajzlapon ál-talában 0,7-0,35; ill. 0,5-0,25 vonalcsoportok használhatók. A táblázatban a színezett oszlopok ajánlhatók A4 és A3 rajzlapokhoz.

Egy rajzlapon *csak egy vonalcsoport alkalmazható*. Ez azt jelenti, hogy minden vetület, nézet vastag vonalait egyforma vastagságúak és ehhez hasonlóan a vékony vonalak is.

Ceruzarajzról a kötelező vonalvastagságokat vagy a grafítmom szélességével – pl. 0,7-0,3 mm –, vagy a grafittól keménységével (ármylatával) – pl. 2B-2H – érjük el.

Szerkesztéshoz a legvékonyabb, leghalványabb vonalakat alkalmazzuk! Ehhez mindig kemény, hegyes ceruzát használjunk! A szerkesztő vonal minőségét több okból is célszerű alaposan begyakorolni. Méréskor minél vékonyabb a vonal, annál pontosabb az eredmény. A halvány vonal kevésbé kenődik a rajzlapon szerkesztés közben. Ha a vonalak közötti tónusarányokat helyesen tartjuk be, a szerkesztés vonalait nem kell kiradírozni. Ugyanis a sötétebb (vastagabb) vonalak környezetében nem feltűnőek. Tanulmányaink alatt nem is szabad azokat kitörölni.

Vonalfajták. A vonalak folytonosságának, alakjának megváltoztatásával olyan vonalválasztékot ka-punk, amellyel a műszaki ábrázolás jelképi igényét kielégítjük. Lényeges megismerni és megtanulni, hogy milyen részletet, jellemzőt milyen vastagságú és fajtájú vonallal jelölünk. Az 1.3. táblázat tartalmazza a vonalfajta ábrázolási módját, megnevezését és alkalmazási területeit. Betűjeleivel ezeket azo-nostani tudjuk az 1.16. ábrán található, egyszerű szerkesztet rajzán. (Igyekezzünk minél jobban memo-rizálni, mert a későbbiekben ezeket a jelképeket rendszeresen alkalmazzuk!)



1.16. ábra. A vonalfajták alkalmazása

Rajzadási követelmények. A nem folytonos vonalak esetében a szabvány a vonalvastagsághoz rendel a vonalvastagságok hosszát. Ennek eleget tehetünk, ha az A4-es rajzlapon alkalmazható vonalakat jegyezzük meg és nagyobb rajzon (esetleg transzparensszen) ennek arányosan többszörösét alkalmazzuk.

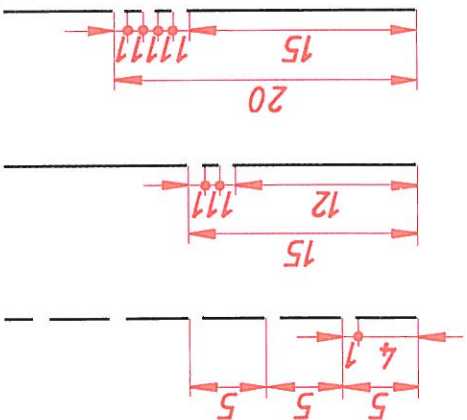
Könnyebbé teszi a vonalak, pontok rajzolását a periodicitása figyelembevételével egy könnyen követhető (a vonalzon mérhető) ismétlődést követünk.

A szaggatott, a pontvonal és a kétpont-vonal rajzolásokor figyelembe vehető mértéket az 1.17. ábra szemlélteti. (Az ábrán látható méretek A4–A3 rajzlaphoz ajánlottak.) A vonalvastagságok és -fajták rajzolását a 2. munkalap segíti. (Amennyiben szükséges, a gyakorlati folytasuk külön papíron az automatikus szintjéig!) Az ábrából kitűnik, hogy a pont helyettesíthető rövid (kb. 1 mm hosszúságú) szakasszal. Ennek különösen a ceruzarajzoknál van jelentősége.

Vonalrajzok. 1.3. táblázat

Betűjel	Ábrázolás	Vonalrajz	Mérete	Alkalmazás
A		Polytonos	Vastag	1 Látható körvonalak (kontúrvonalak) 2 Látható élék
B		Polytonos	Vékony	1 Áthatalmas vonal (tagolódóvonal) 2 Méretvonalak 3 Méretegyenlőségvonalak 4 Mutatóvonalak 5 Vonalakozás (sraffozás) 6 Befordított szelvény körvonal 7 Rövid tengelyvonalak
C		Polytonos, szabaddkézi törésvonal	Vékony	1 Részletek, megszakított nézetek és metszetek határolóvonalai, ha a határolóvonal nem vékony pontvonal
D		Polytonos, egyenes törésvonal	Vékony	1 Azonos C1-ig
E		Szaggalított	Vastag	1 Nem látható körvonalak 2 Nem látható élék
F		Szaggalított	Vékony	1 Azonos E1-ig 2 Azonos E2-vel
G		Pontvonal	Vékony	1 Középvonalak 2 Szimmetriatengelyek 3 Adott pont által leírt görbe (trajektorikák), pl. osztókör
H		Pontvonal	Vékony, a végződésnél és irányváltó-tartásoknál vastag	1 Metszősíkok nyomvonalai
J		Pontvonal	Vastag	1 Speciális felületmegnevezések jelölése, pl. hőkezelés, felületkikészítés
K		Kétpont-vonal	Vékony	1 Csatlakozó alkatrészek körvonala 2 Mozgó alkatrészek szelő állása vagy váltakozó helyzetei 3 Súlyvonalak 4 Kiindulási alak (alakítás előtti körvonal) 5 Metszősíkok előtti részletek körvonala

1.17. ábra. A nem folytonos vonalak ajánlott rajzolási méretei!



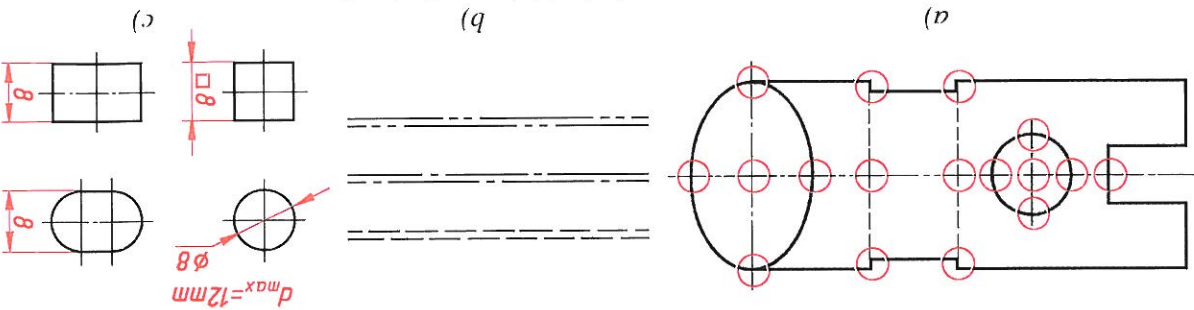
A pont rajzolásokkor két lehetőségünk van: vagy kis átmérőjű, befekettített kör, vagy igen rövid vonal-szakasz. Könnyen belátható, hogy pont-vonal vagy kétpont-vonal rajzolásokkor csak az utóbbi képzethető el. Ugyanis a pont szélességének megegyezőnek kell lenni a vonal szélességével. (A ceruza forgatásával rajzolt pont elcsúfítja munkánkat mind a rajz, mind az írás – folyóírás – esetén is.)

A rajztechnikai elvárások tisztázása után tekintsük át, hogy melyek a legfontosabb követelmények a vonalak, vonalfajta ábrázolásakor!

- A műszaki rajzon felismerhető legyen a vonalvastagság és -fajta (a rajztechnikai előírások betartása)!
- A nem folytonos vonalak mindig vonalszakasszal végződnek (kezdeténél és végénél is).
- A szaggatott és kétpont-vonal határozott kezdő- és végponttal rendelkeznek.
- A pontvonal 3–5 mm-rel túlnyúl a kontúrvonalon.
- Minden, nem folytonos vonal metsződéseinél ábrázolni kell a vonalszakaszok metsződését (az általában betartott méretek rovására is, azaz az ajánlott méretek rövidítésével, ill. hosszabbításával).
- Az eddig felsoroltakra mutat példát az 1.18.a) ábra.

- Ha két azonos vonalfajta egymáshoz közel helyezkedik el, az esztétikus képalkotás miatt a folytonossági megszakítást egymástól elcsúsztatva alkalmazzuk (1.18.b) ábra)!
- Tengely- és szimmetriavonalak rajzolásakor a pontvonalat folytonos vonallal kell helyettesíteni!

12 mm-es méret alatt (1.18.c) ábra).



1.18. ábra. A vonalrajzolás követelményei

- a) a szaggatott- és pontvonal kereszteződése; b) közeli vonalak rajzolása; c) 12 mm alatti nem folytonos vonalak helyettesítése folytonos vonallal

Esetenként különböző jelentésű vonalak fedhetik egymást. Ilyen esetekben a következő sorrendet kell betartani (a sorrendben előbb álló jellemzőt kell megrajzolni):

- látható élék, körvonalak (vastag, folytonos vonal);
- nem látható élék, körvonalak (vékony, szaggatott vonal);
- a metszősík nyomvonalai (vékony, pontvonal és vastag törésvonal);

1.4.3. Szabványbetűk és számok

Nem csak az *eszétikum* követelményét teljesítjük az egyenletes, szépen formázott írással, hanem az *olvashatóságot* is. Ezt elérhetjük, ha betartjuk az **írásdinamika** szabályait. Mit jelent ez?

- tengely- és szimmetriavonalak (vékony, pontvonal);
- a vékony, kétpont-vonallal jelképezett jellemzők;
- a vékony, folytonos vonallal jelképezett jellemzők.

- A sorok egyenesek, egymással párhuzamosak.
- A sorok egyenlő távolságra vannak egymástól.
- A betűk egyforma magasságúak és állásúak (dőléstűk).
- A szavak egyenletes távolságban helyezkednek el.
- A betűk egymástól azonos távolságban találhatók.

Mindezeken túl (eddiggi tapasztalatainkat is felhasználva) érdemes kiemelni az általunk használt betűk és számok **formai jellemzőit**. (1.4. táblázat) A legegyszerűbb megoldás, amikor minden betű egyforma magasságú. Ezek a nagybetűk, az ún. *kapitálisok*. Ilyen magasságúak az arab és római számok is. A *kiseb-
tűk* változatosságban. Legtöbbszörük magassága kisebb, mint a nagybetűk magassága, pl. az **a, c, e, i, m** stb. Ezt nevezzük *általános magasságúnak*. Vannak azonban olyan kisbetűk is, amelyek fölfelé, ill. lefelé nyúló részekkel rendelkeznek. Ilyen pl. a **b, d, h, k, l** stb., ill. a **g, j, p, q, y**.

A betűk csoportosítása magassági mérték alapján. 1.4. táblázat

Formai jellemzők	A betűk és számok
Nagybetűk (kapitálisok)	A, B, C, D, E, ...
Római számok	I, II, III, IV, V ... X ... L ... C ... D ... M
Arab számok	0; 1; 2; 3; 4; 5; ...
Általános magasságú kisbetűk	a, c, e, i, m, n, o, r, s, u, v, w, x, z
Fölfelé nyúló részlletű kisbetűk	b, d, f, h, k, l, t
Lefelé nyúló részlletű kisbetűk	g, j, p, q, y

A szabványírással szemben támasztott követelmények. A szabványos betűk és számok megformá-
lásakor figyelembe vesszük mind az általános szövegegyrendezési szabályokat, mind a *speciális* jel-
lemzőket.

- Az **olvashatóság** (mint általános elv) tartalmazza az *alak- és mérterhűséget*, valamint az alkalmaz-
ható *legkisebb nagybetűmagasságot*.
- Az **egységesség** kritériumának lényege, hogy bármely termék teljes dokumentációjában azonos *í-
pusú és állású* írásmódot kell alkalmazni.
- A **reprodukálhatóság** követelménye pedig azt jelenti, hogy bármely másolási módszer (mikro-
filmezés, fénymásolás stb.) eredményén jól kivehető legyen az eredeti rajzon szereplő összes
jellemző.

A szabványbetűk csoportosítása. A szabvány választási lehetőséget enged meg a következő írásmód-
ok közül (1.5. táblázat):

- *Betűk típusa*: A típusú, azaz keskeny (vékony vonalú) betűk) vagy B típusú, azaz közepes betűk.
- *Betűk állása*: **Álló** vagy **verzál** (függőleges) betűk, ill. **dőlt** vagy **kurzív** betűk. Az előzőnél a be-
tűk tengelye merőleges az alapvonalra, az utóbbinál azzal 75°-os szöget zár be.

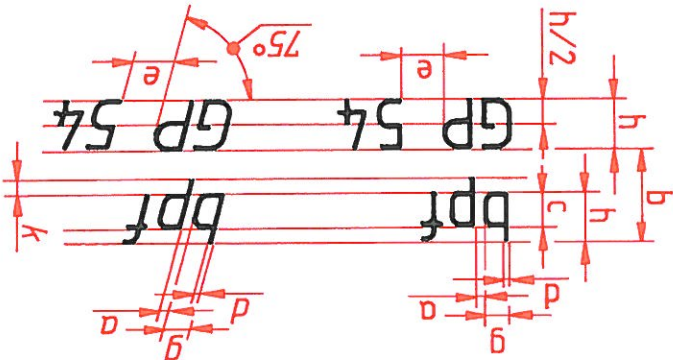
A továbbiakban a **B típusú betűk** jellemzőivel ismerkedjünk meg!

A szabványbetűk csoportosítása. 1.5. táblázat

Betű	A típusú (keskeny)	B típusú (közepes)
Allo		
Dõlt (75°)		

A szabványbetűk méretei. Meghatározásukkor a betűk magassági méretei a legjellemzőbbek. A különböző méretű a nagybetűk magassága. A további geometriai jellemzőket a nagybetűmagasság törtszeivel határozzuk meg. Az 1.19. ábra jelöléseivel összevetve, a legfontosabb méretek a következők:

- a nagybetűk magassága (írásmagasság) h (10/10 h);
- a kisbetűk magassága c (7/10 h);
- a sorköz (sortávolság) b (17/10 h);
- a legkisebb betűköz a (2/10 h);
- a legkisebb szököz e (6/10 h);
- a vonalvastagság d (1/10 h);
- a betűk szélessége változó (1.6. táblázat) g (1/10-9/10 h).



1.19. ábra. A szabványbetűk méretei

A szabványbetűk alkalmazásakor – írás közben – a további jellemzőkre kell ügyelni.

- A kisbetűk fölfelé és lefelé nyúlása azonos $k = h - c = 3/10 h$.
- A nagybetűk és arab számok belső magasságai $h/2$ méretűek (további figyelmet igényel annak tartása, hogy a felezővonalat melyik irányból érinti a vonal).
- A sorköz az esztétikusabb folthatás miatt *csökkenthető*, de csak abban az esetben, ha a szövegben nincs ékezetes nagybetű.
- A sorköz *növelni kell* abban az esetben, ha a szövegben hatványkitevő, index, tört és a határeltérések méretei vannak!

- A szököz betartásánál vegyük figyelembe, hogy a távoltságot két jel között értjük (azaz írásjel – vessző, pont stb. – esetén a távoltság az írásjel és a következő szó között mérhető). Aránylag pontosan tudjuk betartani és egyenletesebb lesz írásunk, ha a szöközt a kisbetű magasságának megfelelő méretű négyzetnek (rombusznak) képzeljük.
- A kézíráshoz segédvonalakat rajzolunk. Itt törekedjünk arra, hogy a vonalat mindig érintse a betű és szám!

Szabványbetűk csoportosítása szélességük szerint. 1.6. táblázat

Betűszélesség vonal- vastagságban	Nagybetűk	Kisbetűk	Számok
1d	I	I	⌘
2d	⌘	I	⌘
3d	⌘	J	1 I
4d	J	ctft	⌘
5d	CEFL	bdeghkno pqsuvmxyz	02356789
6d	BDGHNKNO PRSTUZ	a	4
7d	AMQVXY	mw	⌘
9d	W	⌘	⌘

A szabványos vonalválasztékhoz hasonlóan a betűk és számok méreteit is szabvány rögzíti. Az 1.7. táblázatban megfigyelhetjük a választható betűmagasságokat és azok függvényében a legjellemzőbb méreteket mm-ben.

Szabványos betűméretek. 1.7. táblázat

Megnevezés	Betűjel	Méret, h	Méret, mm					
Nagybetűk magassága	h	10/10	2,5	3,5	5	7	10	14
Kisbetűk magassága	c	7/10	–	2,5	3,5	5	7	10
Legkisebb sorköz	b	14/10	3,5	5	7	10	14	20
Betűköz	a	2/10	0,5	0,7	1	1,4	2	2,8
Legkisebb szököz	e	6/10	1,5	2,1	3	4,2	6	8,4
Vonalvastagság	d	1/10	0,25	0,35	0,5	0,7	1	1,4
2								

A belük vonalai a *betűmagasságtól függenek*, a rajz vonalvastagságaitól függetlenek. Egy rajzon belül több betűmagyságot is alkalmazunk, mint ahogy később pl. a felíratmezők tanulmányozásánál tapasztalhatjuk.

B típusú, szabványos betűk, számok és írásjelek. 1.8. táblázat

Megnevezés	Allo betűk	Dólt betűk
Nagybetűk	ABCDEFGHI JKLMNOPQR STUVWXYZ	ABCDEFGHI JKLMNOPQR STUVWXYZ
Kisbetűk	abcdefghi jklmnopqr stvwxyz	abcdefghi jklmnopqr stvwxyz
Ékezetes betűk	ÀÉÌÒÓÙÚÚ àéìòóùúú	ÀÉÌÒÓÙÚÚ àéìòóùúú
Arab számok	0123456789	0123456789
Római számok	I II III IV V VI VII VIII IX X L C D M	I II III IV V VI VII VIII IX X L C D M
Írásjelek	! " # \$ % & ' () * + , - . : ; < = > ? @ [\] ^ _ `	! " # \$ % & ' () * + , - . : ; < = > ? @ [\] ^ _ `

Tanulmányozzuk minden egyes jel tulajdonságait: magassági, szélességi méretek; belső arányok; vonalak rajzolata (hol szögletes, hol kerek stb.)! A tanulatak alapján gyakoroljuk rajzolásukat a 3...5. mun-

1.5. A műszaki ábrázolás eszközei

A korábbiakban már megismertkedtünk az egyik legfontosabb eszközterülettel, a *rajzeszközökkel*. Most ismerjük meg a műszaki ábrázolás további eszközeit is!

1.5.1. Szabványos rajzlapméreték

A rajzolásához alkalmazott papírok egyik legényezesebb jellemzője az **anyaguk**. Műszaki ábrázoláshoz a következőket alkalmazzuk!

- Műszaki rajzlap (mért szerinti választékban, ill. tekercsben szerezhető be);
- pauszpapír (a rajzlaphoz hasonló méretekben szerezhető be);
- fehér csomagolópapír – gyakran alkalmazzuk költségkímélő megoldásként a pauszrajzok előkészítéséhez (B sorozatú méretekben vásárolhatók).

A papírok másik jellemző tulajdonsága a **mértük**. Oldalarányukat úgy határozták meg, hogy a papír felezésével hasonló arányú lapokat kapjunk. Matematikai megfogalmazásban:

$$a : b = \frac{b}{2} : a,$$

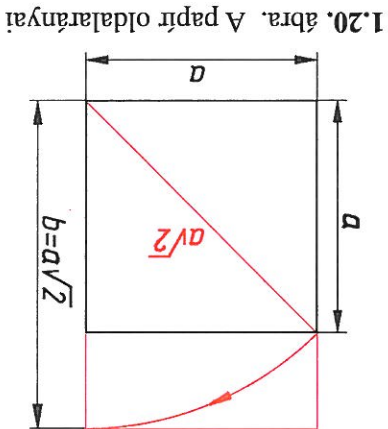
más írásmóddal

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{b}; \text{ azaz } \frac{a}{b} = \frac{b}{2a}.$$

Rendezve

$$b^2 = 2a^2; \text{ azaz } b = a\sqrt{2}.$$

Ennek geometriai megoldását figyelhetjük meg az **1.20. ábrán**.



1.20. ábra. A papír oldalarányai

Ezek után már csak valamilyen mérhető értéket kell meghatározni és annak ismeretében a *papírsorozat méreteit* levezetni.

Elsőzor ismerkedjünk meg az **A sorozatú papírokkal!**

Ennek a kiinduló mérete a *papír felülete: 1 m²*. A jellemzők és az adat ismeretében, azokkal egyenletrendszert alkotva, matematikai módszerrel pontosan meghatározhatók a méretek:

$$a \cdot b = 1 \text{ m}^2$$

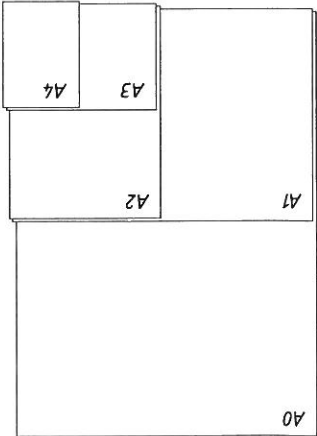
$$b = a\sqrt{2}.$$

Az egyenletrendszert megoldva kapjuk: $a = 841 \text{ mm}$; $b = 1189 \text{ mm}$.

Ezekből a méretekből – a kiinduló feltevések szerint – felezéssel kapjuk meg a teljes méretválasztékot (**1.21. ábra**).

A lapfelezésnél két dolgot tartunk szem előtt! Először is azt, hogy mindig csak a hosszabbik oldalt felezzük. Másodszor, a méretek mm pontosságúak, azaz egyszerűsítést, kerekítést is igénybe veszünk a mértékmeghatározásnál.

Azt, hogy hányadik felezéssel kapjuk a konkrét méretet, számmal jelöljük. Így az 1 m²-es rajzlap méretele: **A0** (azért 0, mert felezés nem történt). A további méretválasztékot az **1.9. táblázat** tartalmazza.

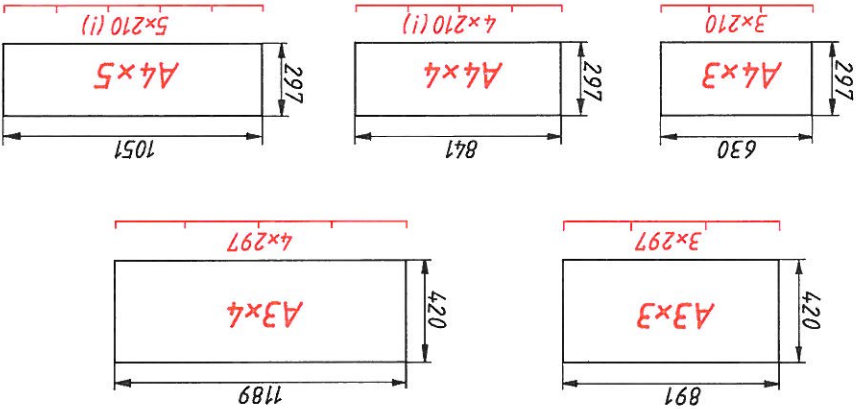


1.21. ábra. Az A sorozatú papírok mértévtáblázta

Szabványos rajzlapméretek. 1.9. táblázat

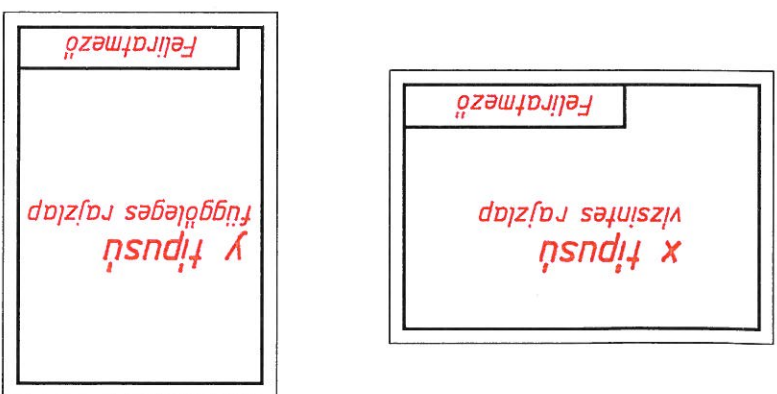
Mégnevezés		Méretek, mm	
Normál	A0	841 × 1189	
	A1	594 × 841	
	A2	420 × 594	
	A3	297 × 420	
	A4	210 × 297	
Különleges	A3 × 3	420 × 891	
	A3 × 4	420 × 1189	
	A4 × 3	297 × 630	
	A4 × 4	297 × 841	
	A4 × 5	297 × 1051	

A papírméretek másik jelentős sorozata a **B sorozat**, amelynek kiinduló mérete $a = 1$ m. Ebből $b = a\sqrt{2}$ képlettel az egyes konkrét papírméretek kiszámíthatók (B0: 1414 × 1000 mm; B1: 1000 × 707 mm stb.). A műszaki ábrázolás az A sorozatot alkalmazza. A rajzlapok mérete azzal megegyező. Ugyanakkor a szabvány megenged többszörös méretet is. Ez az egyirányban nagy méretű tárgyak, szerkezetek ábrázolásakor előnyös. Az 1.9. táblázatban megtalálhatók ezek a többszörös méretű rajzlapválasztékok is. Mégnevezésük: *különleges méretű rajzlapok* (1.22. ábra).



1.22. ábra. Példák a különleges méretű rajzlapokra

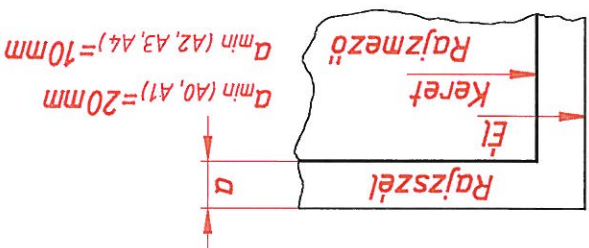
A rajzlap elhelyezése. A rajzlap lehet álló, ill. fekvő helyzetű. Nemzetközi jelöléssel: az *x típusú rajzlap* vízszintes (fekvő), az *y típusú rajzlap* függőleges (álló) helyzetű (azonos a koordináta-rendszer tengelyjelölésével). Az egyértelmű felismerést a *felíratmező elhelyezkedése* határozza meg. (A felíratmező részletesen kitérünk, így most csak elhelyezését jegyezzük meg!) A felíratmező mindig a rajzlap jobb, alsó sarkában található (1.23. ábra).



1.23. ábra. Rajzlap-elhelyezési lehetőségek

Az ábrázoláshoz a rajzlapot elő kell készíteni. A követelmények az 1.24. ábrán tanulmányozhatók.

- A rajz elhelyezkedésének ismeretében a rajzlap típusának megválasztása;
- a rajzlap keretezése: A0 és A1 méret esetén a rajzszél 20 mm, a kisebb rajzlapoknál (A2; A3; A4) 10 mm;
- a felíratmező elhelyezése.



1.24. ábra. A rajzlap előkészítése (keretezés)

Az eddigiek ismeretében fogalmazzuk meg a rajzlap fő részeit!

- **El:** a rajzlap méretének megfelelő rajzlapszél.
- **Keret:** a rajzlapon körülfutó szakaszszor, folytonos, vastag vonallal rajzolva.
- **Rajzszél:** (nem azonos a rajzlapszéllel) az el és keret közötti felület, a kető közötti távolság a rajzlap méretétől függ.
- **Rajzmező:** a kereten belüli felület.
- **Felíratmező:** a kerethez kapcsolódik a rajzmező jobb, alsó sarkában.

1.5.2. Felíratmező

A rajzlap fontos része, amely segíti a *rajz azonosítását*, helyének meghatározását a *teljes dokumentációs rendszerben* (l. az 1.5.3. pontot). Kialakítását, tartalmát és elhelyezését szabvány írja elő. Egyetlen mérete kötött, aminek a célja, hogy a rajzról készült fénymásolaton összehajlás után is felülnő helyen és jól olvasható módon legyen megtalálható. Ez a felíratmező vízszintes mérete, amely szabvány szerint maximum 170 mm lehet.

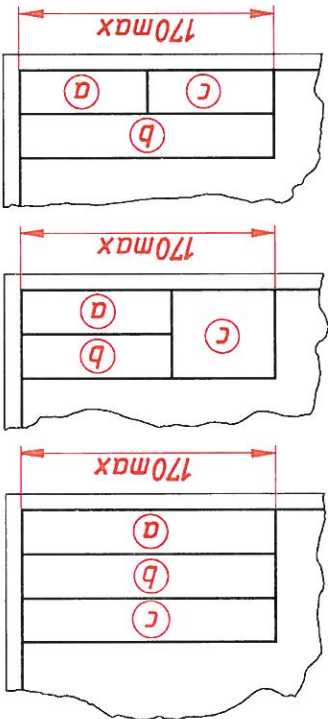
Tartalmát tekintve három fő része, az **azonosító mezők**, a következőket tartalmazza:

- a) **rajzszámot** – nyilvántartási vagy azonosítási számot;
- b) **a rajz címet** – megnevezését;
- c) **a rajz törvényes tulajdonosának nevét.**

A három fő részen belül **kiegészítő információk** helyezhetők el. Így *jelek*, amelyek az ábrázolási mód értelmezését segítik elő:

- vetítési mód;
 - méretarány;
 - mértékegység (ha eltér a mm-től).
- Műszaki információk**, amelyek a követelmények rajzi előírásai:
- felületkikészítés módja;
 - általános mérettűrés megadásának módja;
 - alak- és helyzetűrések jelölésének módja;
 - egyéb kapcsolódó szabványok.

A feliratok kialakítási lehetőségeit az 1.25. ábrán figyelhetjük meg. A lehetőségek alapján az al-kalmazók (pl. gyártó cég) határozzák meg *házi szabványként*, hogy az adott helyen milyen kialakítású feliratmezőt kell alkalmazni. A kiegészítő információk tartalmát is az adott szakterület igényei döntik el. Így iskolai rajzfeladatainknál is ún. *egyszerűsített feliratmezőt* használunk. A szakma igényei, az információk fontossága és az iskola hagyományai alapján lehet meghatározni a helyi feliratmező tartalmát, méretét. Erre mutat egy lehetséges példát az 1.26. ábra.

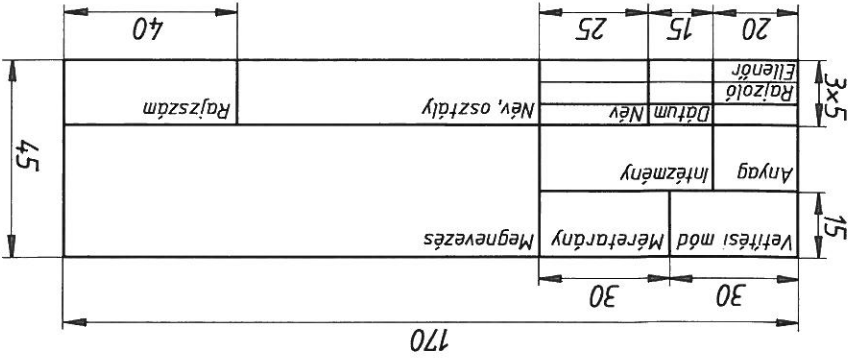


1.25. ábra. A feliratmező és fő részei

Az összeállítási rajzok fontos része a **darabjegyzék**. Mint kiegészítő információ, a feliratmezőhöz csatolkoztatott táblázat, azzal azonos szélességű. Oszlopainak értelmezése:

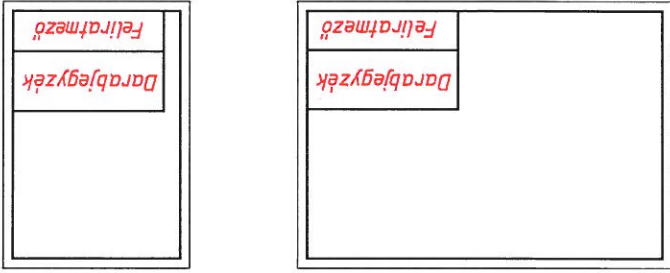
- *tételszám* – minden alkatrész ezzel a számmal azonosítható a rajzon;
- *darabszám* – ismeretében megtudjuk, hogy az azonos alkatrészből mennyit használunk fel a szerelvényhez;

- *megnevezés* – az alkatrész pontos megnevezése, különösen szabványos elem esetén fontos (pl. hatlapi csavaranya);
- *hivatkozás* – szabványos alkatrész esetén méret vagy egyéb azonosító jellemző, szabványszám, vagy gyártásra kerülő alkatrész esetén annak rajzszáma;
- *anyag* – értelemszerűen az anyagi minőség szabványos jele.



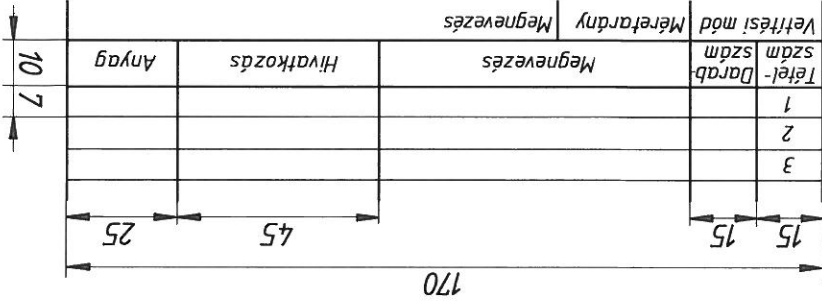
1.26. ábra. Az egyszerűsített felíratmező

A darabjegyzéket mindig alulról kezdjük kitölteni, így a tételszám alulról fölfelé növekszik. A darabjegyzéket fent vékony vonallal zárjuk le (azaz a későbbiek során bővíthető). A darabjegyzék elhelyezését, méreteit, kialakítását az 1.27. ábra szemlélteti.



a)

b)



1.27. ábra. A darabjegyzék

a) elhelyezése a rajzlapon; b) kialakítása és méretei

1.5.3. Rajzdokumentációs nyilvántartási rendszerek

Fontos, hogy a műszaki dokumentáción belül könnyű legyen az eligazodás. A teljes dokumentáción belül minden egyes lap, rajz azonosítását egyértelművé kell tenni. Ezt a feladatot látják el a nyilvántartási, azonosítási rendszerek. Ezek kialakításának elvét, felépítését, kapcsolatarendszerét nemzetközi szab-

vány (ISO) rögzíti. Bár a rajzok és rajzdokumentációk nyilvánítási rendjére nem tér ki, azoknak az általános nyilvánítási rendszerhez (azokkal összhangban) kapcsolódni kell. Ezeket figyelembe véve, a nyilvánítás konkrét módszerét alacsonyabb szintű szabványok (ágazati, szakmai, vállalati szabványok) rögzítik.

A részlet helyének meghatározását az egészben legegyszerűbben a rajzszámozás látja el. Nem véletlen, hogy a felírtamozásban kitüntetett helyet foglal el. Az iskolai rajzszámozástól eltérően (ahol megfelelő szűk egysejtű sorszámozással) a rajzszám legtöbb esetben egy hosszú, gyakran írásjelekkel tagolt szám sor. A számsoron belüli egyes csoportoknak olyan jelentéstartalmuk van, melyek az azonosítás mellett egyéb fontos adatot is tartalmazhatnak – így megkönnyítik az eligazodást a teljes gyártási folyamatban.

A teljesség igénye nélkül tekintsük át, hogy milyen jellemzőket tartalmazhatnak a *rajzszám információi*! Számcsoportot alkothatnak a következők.

- A gyártmány fajtája (pl. háztartási gépek: mosógép, hűtőgép stb.);

- a gyártmány típusa (pl. mosógép: befogadóképeség, automatizáltság stb.);

- a gyártás helye (üzem, műhely stb.);

- a technológia (lemezalakítás, öntés, tekercselés stb.);

- a gyártmány minden gyártásra kerülő eleme (hány lapból áll a teljes dokumentáció, az adott alkatrész hányadik rajz).

A számcsoportok többjegyűek lehetnek, amelyeket általában a . , : - írásjelekkel tagolnak.

Ezt az elvet az iskolák is követhetik. Így a rajzszámokban kifejezhető a tagozat, évfolyam, tantárgy stb.

Összegezzé: Az alkalmazási terület elvárásait, valamint az érvényes szabványokat követve, a helyileg (vállalati szabványként) definiált követelmények határozzák meg a *rajzszámozási rendszert*, amely összhangban van a teljes gyártási folyamat nyilvánítási rendszerével.

Ellenőrző kérdések

1. Melyek a műszaki rajz főbb sajátosságai?
2. Mit jelent a rajzolvasás?
3. Mit jelent a térszemlélet?
4. Miből áll a műszaki dokumentáció?
5. Csoportosítsuk a műszaki rajzot szakmai ágazatok szerint!
6. Csoportosítsuk a műszaki rajzot célja szerint!
7. Csoportosítsuk a műszaki rajzot a kidolgozás módja szerint!
8. Csoportosítsuk a műhelyrajzot! Ismertessük fő jellemzőit!
9. Melyek a rajzátbábla jellemzői?
10. Hogyan ábrázolhatunk háromféle ármlyalati vonalat?
11. Hogyan ábrázolhatunk háromféle vastagságú vonalat?
12. Milyen radírokat használunk a műszaki ábrázolásban?
13. Jellemezzük a körzőt és tartozékait!
14. Jellemezzük a háromszögvonalzókait!
15. Milyen célit szolgálnak a görbevonalzó?
16. Milyen sablonokat ismerünk? Mi azok feladata?
17. Mi a szabványosítás célja?

18. Mit jelent az MSZ ISO betűsor?
19. Mit jelent az MSZ EN betűsor?
20. Milyen vonalfajtaikat alkalmaz a műszaki rajz és milyen vastagságú vonalakkal rajzoljuk?
21. Mit jelképeznek az egyes vonalfajták?
22. Milyen hosszúságú szakaszokkal rajzoljuk a nem folytonos vonalakat?
23. Melyek a nem folytonos vonalak rajzolásának szabályai (A4-es rajzlap esetén)?
24. Soroljuk fel a szabványbetűk magassági méreteit!
25. Milyen típusú és állású betűket ismerünk?
26. Folyamatos szöveg írásakor milyen távoltságot kell betartani a betűk és a szavak között?
27. Milyen méretű számokat alkalmazhatunk a műszaki rajzon?
28. Milyen a rajzlapok oldalaránya?
29. Milyen papírokat használhatunk a műszaki rajzban?
30. Hogyan helyezhető el a rajzlap és melyik esetben mi az elnevezése?
31. Az egyes rajzlapoknak mennyi a rajzszele?
32. Mennyi a mérete az A3; A4 rajzlapoknak?
33. Mi a feladata a rajzszámozásnak?
34. Milyen mezőkből áll a feliratmező?
35. Melyek a darabjegyzék jellemzői?

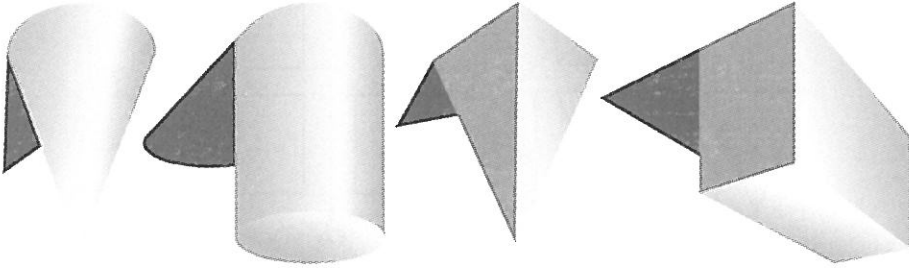
2. TESTEK ÁBRÁZOLÁSA, MÉRETMEGADÁSA

Eddigi tanulmányaink folyamán megismertük, hogy *mire és mivel* rajzoljunk. Adódik a következő kérdés: miként ábrázoljuk az egyes tárgyakat ahhoz, hogy egyaránt láthatóak legyenek? Az egyértelmű tárgymeghatározáshoz a műszaki ábrázolás *két jellemző együttes alkalmazását* teszi szükségessé. Megmutatja a tárgy *alakját* és megadja annak *méreteit*. Ez újabb kérdéseket vet fel. Ezek megválaszolására térünk most ki.

2.1. Ábrázolási módok

Elsőször azt vizsgáljuk meg, milyen ábrázolási lehetőségeink vannak. Ábrázolhatjuk a környezetet úgy is, ahogy festőművészek, grafikusok, fotográfusok teszik, azaz amilyenek látszanak. Ezt az ábrázolási módot *látszati ábrázolásnak* nevezzük. Tekintsük ezt kiindulópontnak és egyszerű mértani testek ábrázolásán keresztül vizsgáljuk meg előnyeit és hátrányait!

2.1.1. Egyszerű testek látszati és axonometrikus képe



2.1. ábra. Egyszerű mértani testek látszati (perspektívikus) képe

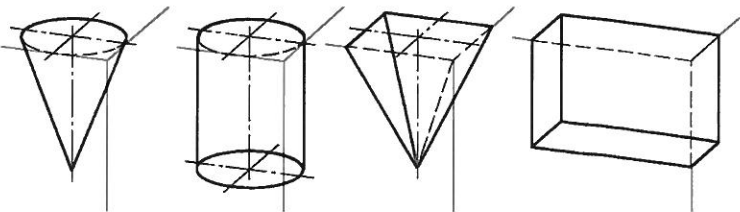
Látszati ábrázolás (2.1. ábra). *Előnye*, hogy könnyen felismerhető és azonosítható. Hátránya, hogy ábrázolása időigényes (sok ember számára nehéz feladat), valamint jellemzőit vizsgálva kimutatható, miért alkalmatlan a műszaki ábrázolásra. Tekintsük át tehát a látszati ábrázolás jellemzőit!

- A *párhuzamos élk irányítottsága torzul*: látszólag egy távoli pontba (távpontba) futnak össze. A műszaki ábrázolás alakhiúsége azonban megköveteli, hogy a párhuzamos élk a rajzon is párhuzamosak, a merőlegesek pedig merőlegesek legyenek.
- A *vonalak látszólagos összetartása* miatt a felületek torzulnak. Az *alakhiúség* betartásának követelménye azonban meghatározza, hogy a felületek a valóságnak megfelelő alakúnak kell lenni.
- A távoliség növekedésével *csökkennék a hosszúsági méretek*. A műszaki ábrázolásban viszont követelmény, hogy minden méret mérhető legyen.

A *tónusok, árnyékok* segítik a felismerést, hiszen szemünk ehhez szokott hozzá. Műszaki ábrázolás esetén azonban ez fölösleges dekoráció, ráadásul tagolt tárgy esetén nehezíti az árnyékolt részlet egyértelmű felismerését, lehetetlené teszi a méretek, jelek elhelyezését.

Egyezményes megállapodás alapján egyszerűbb megoldást is találhatunk. Szabályok rögzítésével így a párhuzamos élk párhuzamosak maradnak, a méretek nem, ill. meghatározott arányban módosulnak. Ez

az axonometrikus ábrázolás, amellyel később részletesen megismerkedünk. Amint azonban a 2.2. ábrán megvizsgáljuk, a felületek torzulnak, a szögmeéret a valóságtól eltérnek.



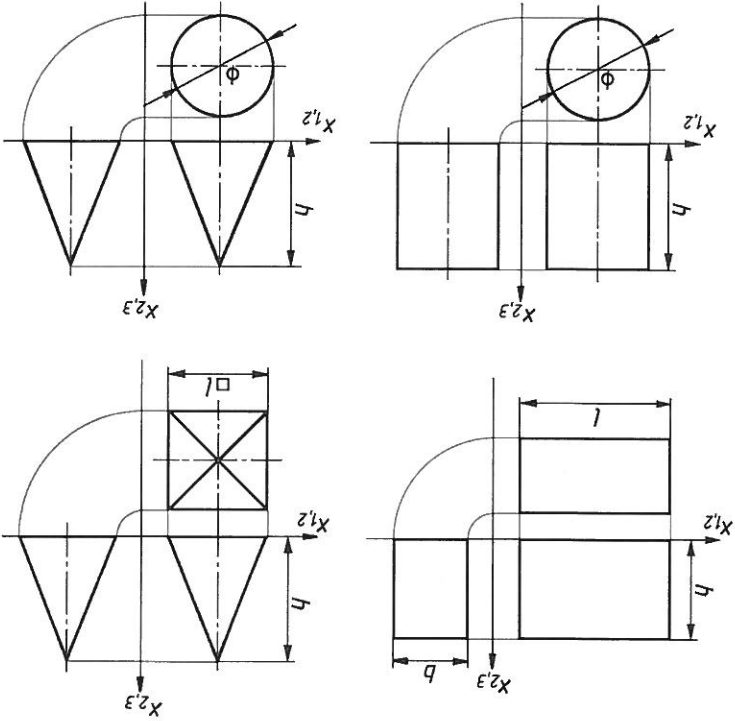
2.2. ábra. Egyszerű mértani testek egyszerűsített (axonometrikus) képe

2.1.2. Egyszerű testek vetületi képe

Az előzőekből már leszűrhetjük tapasztalatoként, hogy milyen követelményeket támasztunk a műszaki ábrázolással szemben. Összefoglalva:

- *alakhűség* – az ábrázolt alakzat a valóságos alakzattal megegyező;
- *mérthűség* – az ábrázolt alakzat minden mérete azonos arányú a valóságos alakzat megfelelő méretével;
- *egértelműség* – az alakzatot annyi oldaláról mutatjuk meg a rajzon, hogy a valóságos alakzattal egyértelműen azonosítható legyen.

Ezeket a követelményeket tartjuk szem előtt a vetületi ábrázolásnál (2.3. ábra).



2.3. ábra. Egyszerű mértani testek vetületi ábrázolása

Ehhez az ábrázolási módhoz tudnunk kell a következőket:

- a térbeli alakzatot a síkon *vetülettel* ábrázoljuk – a rajzlapra párhuzamos egyenesekkel vetítjük rá jellemző pontjait;

- a test különböző oldalainak vetülete rendszert alkot, amelyet *vetületrendnek* nevezünk, azok egy- mással összefüggésben, azonos mértékben készülnek;
- vizsgálataukhoz nem elegendő egy kép megfigyelése – a vetületeket összevetve, a képeket együtt vizsgálva tudunk elegendő információt szerezni.

2.1.3. A látszati és vetületi képek közötti kapcsolat, ábrázolási szabályok

Tekintsük át a megismert három ábrázolási módot! A *felismerhetőség* alapján a látszati kép és axonometrikus kép a legalkalmasabb ábrázolási mód. Mivel az axonometrikus kép egyszerűbb, jobban áttekinthető, a látszati ábrázolást kizárhatjuk, a továbbiakban nem foglalkozunk vele. A *mérték és alakhiűség* követelményét figyelembe véve belátható, hogy csak a vetületi ábrázolás alkalmas számunkra, így a műszaki rajzban ezt alkalmazzuk.

A alakzatokat általában *három vetületben* (nézetben) ábrázoljuk: előlnézetben, bal oldalnézetben és felülnézetben. Az ábrázolás könnyítése érdekében *érdékben képsírkirandyszerben* helyezzzük el a különböző irányú vetületeket.

A testek méreteinek elnevezése (hasonlóan a három vetülethez) a tér három kiterjedését követi. A tér jellemző tulajdonsága, hogy a kiterjedés bármely iránya a másik kettőre merőleges. Megnevezésük: *hosszúság* (*l*), *szélesség* (*b*) és *magasság* (*h*). Ezt megfigyelhetjük a 2.3. ábrán.

A vetületeket összehasonlítva felismerhetjük az azonoságot a valósággal. Az *előlnézetben* mérhető és megfigyelhető az összes *hosszúsági és magassági mérték* (a szélesség nem). A *felülnézetben* látható a *hosszúság és szélesség* (a magasság nem). A bal oldali nézetben pedig a *szélesség és magasság* (a hosszúság nem).

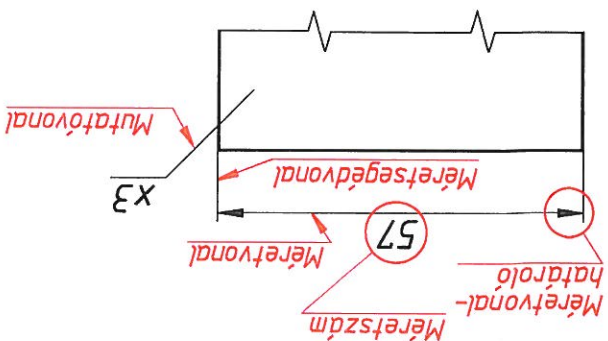
A most megismert jellemzőket a későbbiekben részletezzük, ismereteinket bővítjük. Azonban alapokon szükségünk azok ismerete ahhoz, hogy a mértémgadás módjait, követelményeit megértjük.

2.2. Mértémgadás

A rajz alapján nem dönthető el egyértelműen a *munkadarab nagysága*. Az a rajzon ábrázolttól a való világban kisebb, nagyobb vagy megegyező. Továbbá, a mérték a pontos rajz alapján reprodukálhatók ugyan (a rajzon lemerhetőek), de a gyártást, ellenőrzést, szerelést nagyon megnehezítene, ha csak mértékkel ismernénk meg a mérték. Ráadásul a gyakorlatban az ábrázolás nyújtotta pontosági lehetővé teszi sokkal pontosabb mértékekkel (század, ezred mm-ekkel) találkozunk. Ezek következtében az ábrázolást ki kell egészíteni a *mérték megadással*. A továbbiakban ismerkedjünk meg ezek szabályai-val, módosításaival, amelyeket **szabvány rögzít!**

2.2.1. A mértémgadás elemei

A műszaki ábrázolásban a mértéket *mértékhálózatban* adjuk meg, amelynek alapelve a *paralelogramma módszer*. A megadni kívánt hosszúságot párhuzamosan kivetítjük és a közéjük, valamint az adott hosszúsággal párhuzamosan rajzolt szakaszon adjuk meg a mérték. A *hosszúsági mérték mindig mm-ben adjuk meg, ezért soha nem írjuk ki*. Mindezek megfigyelhetők a 2.4. ábrán. A műszaki ábrázolásban nem csupán *hosszúsági mértékek szerepelnek*. Pl. a szögmereteket fokban, percben, másodpercben adjuk meg (pl. 37°18'5").

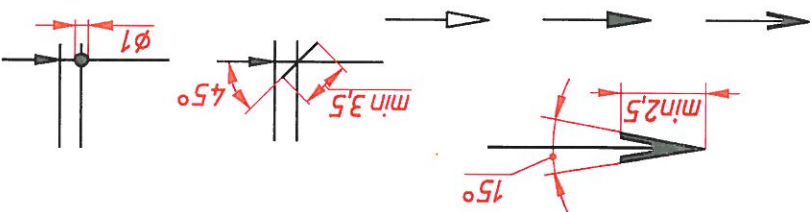


2.4. ábra. A mérthálózat elemei

Mértvonal. Hosszmérték esetén a mért hosszúsággal párhuzamos és azzal azonos hosszúságú. Szögmérték esetén körív, amelynek középpontja a szög csúcába esik. A mértvonal általában a mértésegdvonalig tart. Polytomos, vékony vonallal kell megrajzolni.

Mértésegdvonal. Alkalmazható a szög mértékénél, amelynek tagjai hosszamérték esetén egymással párhuzamosak, szög mértékénél a szög mértékének megfelelően helyezkednek el. Polytomos, vékony vonallal kell megrajzolni. A mértvonalon kb. 2 mm-rel túlnyúl.

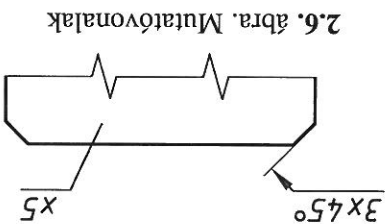
Mértvonal-határoló. A mértvonalak végét hangsúlyozza. Kialakítása szerint lehet nyíl, ferde vonal vagy befekettített kör (2.5. ábra). Mértvonal lehatárolására általában a nyílalkalmazást használják. Kialakítható nyíl (ceruzarajzokhoz), zárt (számítógépes rajzokhoz) és zárt befekettített (túsrájzokhoz) alakra. Nyílösszőge 15° , min. hosszúsága $2,5\text{ mm}$ (általában megegyezik a feliratozás h magasságával). *Ceruzarajznál* – az az nyílított nyílakat – *vastag vonallal* rajzoljuk. A mértvonalat semmilyen vonal nem metszheti. Ábrázolásánál a kontúrvonalat is meg kell szaktítani. Kis mérték megadásakor alkalmazható a ferde vonal. Ezt ceruzarajzhoz ajánljuk. A mértvonalal 45° -os szöget zár be, hosszúsága min. $3,5\text{ mm}$ és vékony vonallal rajzoljuk. Kis mérték megadásai lehetősége – túsrájzoknál – az 1 mm átmérőjű befekettített kör.



2.5. ábra. Mértvonal-határolók

Mértszám. A valószínű mért hosszúságot, szög mértékét mm vagy fok értékben adjuk meg. Mindig a mértvonal közepén és fölöttébe rajzoljuk úgy, hogy a mértvonal és a mértszám között min. 1 mm hézag maradjon. A mértszám magassága legkisebb esetben $3,5$ vagy 5 mm (kevesebb mértszám esetén nagyobb, több mértszám esetén kisebb mértszám magasságot választunk). A mértszámot vonal nem metszheti! A legtöbb esetben előforduló szimmetriatengely metsződéseinél a tengelyvonalat meg kell szaktítani (2.8. ábra).

Mutatóvonal. A mérték és egyéb jellemzők egyértelmű meghatározásához esetenként kevesebb bizonyítékra van szükség. A mérthálózat nyújtotta lehetőség, illetőleg, nézetre mérőleges stb. esetén alkalmazzuk a mutatóvonalat. Egyik végén mértvonalal kapcsolódik a kontúrvonalhoz vagy vértvonalhoz. Felülre és mértvonalra nyíl nélkül, csak a szabad mutatóvonal vége kapcsolódik (2.6. ábra). A mutatóvonal megtörhető és az olvashatóság szabályai szerint feliratozható.



2.6. ábra. Mutatóvonalak

2.2.2. Méretarány

A méretarány a rajzolt hosszmeret és a valóságos alakzat ugyanazon hosszmeretének aránya.

A mindennapi tapasztalataink alapján könnyen beláthatjuk, hogy a gépek, berendezések és azok alkotórészei vagy túlságosan nagyok a rajzlapmértékhez viszonyítva, vagy pedig túl kicsik. Ennek következtében azokat *kicsinyíteni*, ill. *nagyítani* kell. Ezt tetszőlegesen nem tehetjük – **mértékét szabvány rögzíti**. A kicsinyítés vagy nagytítás mértéke *aránypárral* adható meg. Ezt *méretarány*nak nevezzük. Formailag megjelenése a következő:

a:b,

ahol **a** a rajz mérete, **b** pedig a valóságban mért méret. Pl. 1:2 azt jelenti, hogy ami a rajzlapon 1 mm, az a valóságban 2 mm, azaz a tárgyat ábrázolásakor felére kicsinyítettük. A szabványos méretarányokat a 2.1. táblázat tartalmazza.

Szabványos méretarányok. 2.1. táblázat

Nagyítás	2:1	5:1	10:1
Természetes méret	1:1		
Kicsinyítés	1:2 1:20	1:5 1:50	1:10 1:100

Az alkalmazott méretarányt minden esetben meg kell adni. Erre a felíratmező megfelelő rovata alkalmas (l. az 1.26. ábrát).

2.2.3. A méretezés alapelvei

A méretezés gyakorlati szabályai a következők.

- A műszaki rajzon minden méretet egyértelművé kell tenni. Ez azt jelenti, hogy minden, a gyártáshoz, szereléshez, működéshez szükséges méretet megadjunk. Nem adjuk meg viszont a magától érthetődő és az adódó méreteket (2.8. ábra).
- Minden méretet csak egyszer adjunk meg. (Emlékezzünk a 2.1.3. pontban leírtakra: több vetületen is mérhető ugyanaz a kiterjedés – 2.3. ábra!) A többszörös méretmegadás nem csak felesleges, hanem a rajz tanulmányozója számára zavaró.
- A méreteket egyenletesen kell elhelyezni a rajzlapon. Nem csak esztétikai hiba, hanem zavaró zűrt-foltosság is kialakulhat.

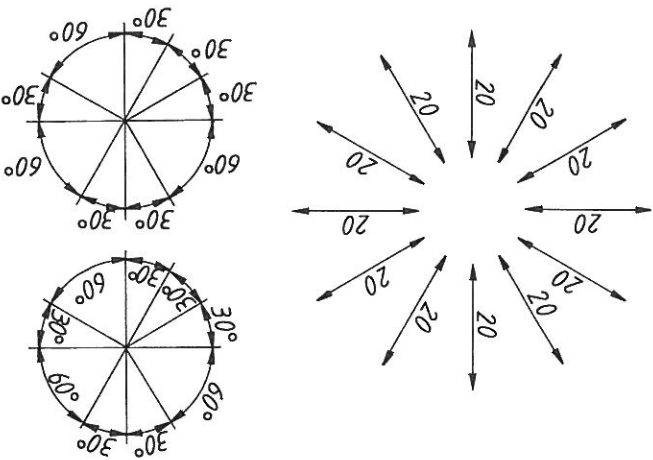
A rajz olvashatósága. Tudni kell, hogy a rajzot mindig alulról vagy jobbról olvassuk. Ahogy a rajzlap típusát a *felíratmező helyzete* határozza meg, itt is azt vesszük figyelembe. Azaz ügyeljünk arra, hogy a *felíratmező* vagy *alul*, vagy *bal oldalon* legyen!

Egy rajzlapon mindkét feliratozási lehetőséget alkalmazazzuk, így lehetnek alulról és jobbról olvasható méretek is.

Előfordulnak ferde méretvonalak. Ilyen esetekben a 2.7. ábra útmutatásait kövessük a méretség elhelyezésénél. Hasonlóan járunk el szögértékek megadásánál.

Rajz- és betűjelek. A jellegzetes alakzatok (henger, gömb) jelölése érdekében gyakran alkalmazunk *szabványos jeleket* a méretmegadásban. Tekintsük át a leggyakrabban alkalmazott rajz- és betűjeleket! Jellemzők ismertetését vessük össze a 2.2. táblázattal!

- **Sugar.** Jelölése: *R*. Körvek, lekerekítések méretének megadására való. A betűjellet követő szám adja meg a sugar méretét. Méretvonal egy oldalról határolt, amely áthalad a körív középpontján (vagy irányába azzal egybeesik) és a nyíl a körívre mutat.
- **Átmérő.** Jelölése $\emptyset$. Teljes kör, furat, hengervele méretét adjuk meg vele. Ilyen alakzatok méretét sugárral megadni nem szabad! Megadható méretsegédvonalak között, egyes esetekben egy oldalról határolt méretként és anélkül, a kör középpontján áthaladó méretvonalon. Ügyeljünk arra, hogy a méretvonal nem eshet egybe a szimmetriatengellyel!
- **Gömb sugar.** Jelölése: *SR*. Ábrázolása hasonló a sugar méretmegadáshoz.
- **Gömbátmérő.** Jelölése $S\emptyset$. Gömbfelület méretének megadására használjuk. A gömb középpontján áthaladó méretvonalon adjuk meg.
- **Négyszet.** Jelölése: $\square$. Négyszetes felületek egyszerű méretmegadásának eszköze. Alkalmazásával részben kevesebb méretet adunk meg, részben felhívjuk a figyelmet a jellegzetes alakra. Mindig méretsegédvonalak közötti méretvonalon adjuk meg.
- **Iv.** Jelölése: $\cap$. Abban az esetben alkalmazzuk, amikor egy hengervele méretét kell megadni. A méretsegédvonalakat az *ív végpontjaiból párhuzamosan* rajzoljuk, a *méretvonalat körívként* ábrázoljuk (középpontja egybeesik az *ív középpontjával*). A jelképet a *méretszám fölött* helyezzük el.
- **Nézetre merőleges méret.** Jelölése: $\times$. Az egy vetületben megrajzolható munkadarabok – mint pl. lemeztárgyak – vastagságának megadására használjuk. A felületről induló mutatóvonalon adjuk meg. Laptávoltság megadása esetén (pl. hatlapú csavarfej) egyenlőségjelet is alkalmazunk.



2.7. ábra. Méretszámok elhelyezése

A mértehalózat felépítése. A méretezésről tanultak alapján könnyen belátható, hogy a mértehalózat el-készítése tervezési feladat. Az eddig megismert szabályok betartása, lehetőségek ismerete indokolja, hogy beláthassuk, *minden rajzot meg kell tervezni*. Sok esetben csak a mértehalózzal kiegészített rajz ismeretében tudjuk megállapítani az alkalmazandó méretarányt, ill. tudjuk esztétikusan elhelyezni a rajzmezőben a rajzot.

Minden tervezési feladat megvalósításakor első lépés a *kiindulás helyének meghatározása*. A kiindulás helyét **bázisnak** nevezzük. Két fajtája van,

- a megmunkálási bázis (sík felület, forgástengely stb.) és
- a rajzbázis (pont, egyenes, él, sík stb.).

A mértehalózat tervezésekor arra is figyelni kell, hogy a kétféle bázis lehetőleg megegyező legyen. A mértehalózat felépítésének szempontjait (milyen méretet hogyan adhatunk meg) a továbbiakban lemeztárgyak ábrázolásán figyelhetjük meg (2.8. ábra).

Szabványos rajz- és betűjelek. 2.2. táblázat

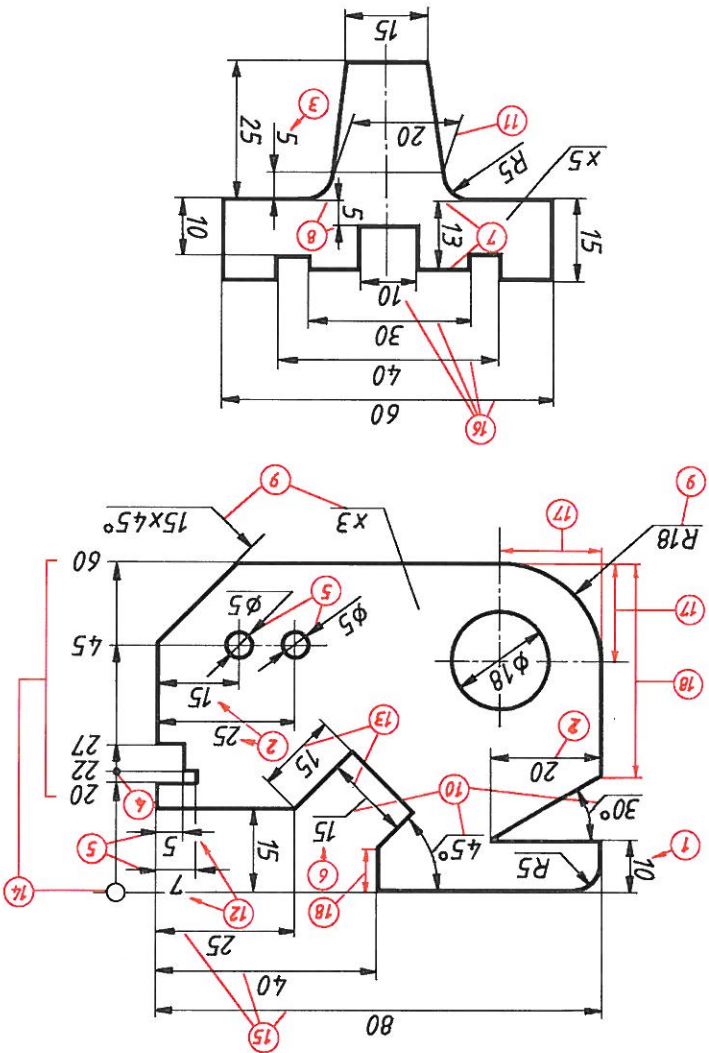
Megnevezés	Jel	Sugar	R	Átmérő	Gömb sugar	SR	Gömbátmérő	Sø	Négyszet	Iv	Nézetre mérő- leges méret	×
Példa												

2.2.4. Lemeztárgyak ábrázolása

A továbbiakban egy szerű lemeztárgyak ábrázolása kapcsán bövítsük méretezési ismereteinket! A leír-
lakat hasonlítjuk össze a 2.8. ábra példáiival! A könnyebb eligazodást a számozás segít.

- 1 A mérthálózat elemei elhelyezhetők *vetületeken kívül*.
- 2 A mérthálózat elemei elhelyezhetők *vetületeken belül*.
- 3 A mértsdm felírható a meghosszabbított mértvonalon, a mértségedvonalakon kívül.
- 4 Kis méretek esetén más mértvonal-határolót alkalmazunk.
- 5 A mértsvonal-határoló nyíl elhelyezhető a mértvonal meghosszabbításán a mértségedvonalakon kívül (a mértvonal szabad vége kb. olyan hosszú, mint a mértvonal).
- 6 Mért megadható a *kontúrvonalak között*.
- 7 Mért megadható *kontúrvonal és mértségedvonal között*.
- 8 Mért megadható *ellentétes irányú (de párhuzamos) mértségedvonalak között*.
- 9 Egyes méreket (sugar, ellentérés, vetületre mérteles mért stb.) *mutatóvonalon adunk meg*.
- 10 Nehezen olvasható mértet (a rajz olvashatósága miatt) *mutatóvonalon adunk meg*: a mutatóvonal a mértvonal közepéhez kapcsolódik.
- 11 Indokolt esetben alkalmazható a *ferde kivetítés* (pl. párhuzamoshoz közeli részletek mértének megadásakor). Ebben az esetben ábrázolni és mértetni kell a *mérés helyét* is.
- 12 A *mértvonal és mértsdm vonalkeresztződését el kell kerülni*!
- 13 Az alkatrész ferde részletét követi a mértmegadás, a *mértvonal párhuzamos a ferde részlettel*.

- 14 Azonos felszíntől mért méretsor *kiindulási pont jelölésével* is megadható. Ebben az esetben a méretek számokat a méretsegédvonal végéhez kell írni, azzal párhuzamosan. A kiindulási pont 3 mm átmérőjű üres kör.
- 15 Párhuzamos méretek esetén az *alkatrészhez legközelebb a legkisebb méret* található (a méretvonalak és méretsegédvonalak nem metszhetik egymást).
- 16 Szimmetrikus részek méreteit a *szimmetriaengelyhez igazodva* adjuk meg.
- 17 Magától érthetődő méretet nem kell megadni!
- 18 Adódó méretet nem kell megadni!



2.8. ábra. Mérethálózati felépítése

Szerzett ismereteinket gyakoroljuk az 6. munkalapokon!

1. Milyen ábrázolási módokat ismerünk?
2. Melyek az előnyei és hátrányai a különböző ábrázolási módoknak?
3. Hogyan ábrázoljuk a testeket a műszaki rajzokon? Melyek a legfontosabb jellemzői?
4. Hogyan nevezzük és jelöljük a tér kiterjedései szerint a hosszúsági méreteket?
5. Melyek a méretmegadás elemei?
6. Hogyan ábrázoljuk a méretmegadás elemeit?
7. Mit fejez ki a méretarány?
8. Melyek a szabványos méretarányok?
9. Mit tartunk szem előtt a méretezésnél?
10. Hogyan értelmezzük a rajz olvashatóságát?
11. Milyen jeleket használunk méretmegadásnál?
12. Miért kell tervezni a mérethálózatot?
13. Hogyan helyezhetők el a mérethálózat elemei?
14. Milyen esetekben, milyen méretvonal-határolót alkalmazunk és hogyan helyezhetjük el?
15. Hol és hogyan helyezhetők el a méretszámok?
16. A méretmegadás mely elemeit tilos metszeni más vonallal és az hogyan kerülhető el?
17. Mikor és hogyan adunk meg méretet a kiindulási pont jelölésével?
18. Mit kell betartani párhuzamos méretek megadásakor?
19. Mit kell betartani szimmetrikus részletek méretmegadásakor?
20. Hogyan adható meg a lemezírárgy vastagsága?

3. SÍKMÉRTANI SZERKESZTÉSEK

Korábbi tanulmányainkban már megismerhettünk néhány szerkesztési módszert, amelyeket ennek a fejezetnek keretei között felelevenítettünk. Azokra építve ismeretünket kiegészítjük és begyakoroljuk. Ne feledjük, hogy a térbeli alakzatokat a síkban ábrázoljuk. Ebből következik, hogy szerkesztésünkénél a síkmértanban megtanult műveleteket alkalmazzuk.

3.1. A geometriai szerkesztés fogalma, pontossága

A műszaki ábrázolás szóhasználatában mást jelent a *szერkesztés* és mást a *rajzolás*. A szerkesztés a *geometriai szerkesztés fogalmát* takarja, amelynek alapjait Euklidesz görög matematikus fektette le az i.e. 4. század második felében. Ez azt jelenti, hogy egy egyélt vonalzó és egy körző használatával, véges számú művelettel jutunk el a végeredményhez. Pl. szerkesztjük a párhuzamost, merőlegest és a sokszögeket, amelyek több egymást követő szerkesztési műveletet igényelnek.

A felsorolt szerkesztéseket elvégezhetjük rajzeszközainkkal is, de ebben az esetben azokat *rajzoljuk*. Azt, hogy melyik a pontosabb művelet, egyértelműen nehéz eldönteni. A szerkesztés és rajzolás pontosságára függ a rajzeszközök állapotától, pontosságától. Függetlenül a szerkesztő (rajzoló) személyi figyelmétől, megfigyelőképességétől, gyakorlottságától és gondosságától is. Rajztechnikailag pontos, megszívlelendő tanács: *szერkesztéshez gondosan hegyezett kemény ceruzát és körzőt használjunk*. (Minél vékonyabb a vonal, jelölés, annál pontosabban végezhetjük munkánkat.) A töltőceruzát magasabban fogjuk és döntjük hegyesszögben a vonalhúzás irányába!

3.2. Alapfogalmak

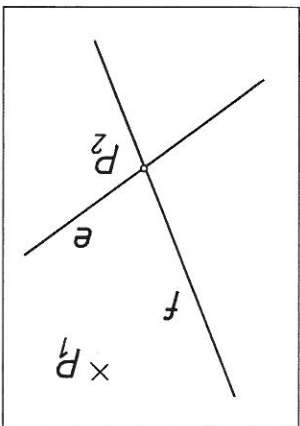
A szerkesztések elkezdése előtt tisztázzuk azoknak az elemeknek az elnevezését és jellemzőit, amelyek a későbbiekben rendszeresen alkalmazni fogunk. Tudnunk kell, hogy a soron következő mértan-lyeket a geometriai fogalmak a *tér elemei* is. Ebből fakadónan ezeket később is, jellemzőiknek megfelelően alkalmazzuk. Továbbá ne feledjük, hogy maga a *sík is a tér egyik eleme*, ahol a kiterjedés kétirányú (két dimenziós), azaz a *hosszúság és a mértéktartomány szélesség* jellemzi.

A síkon két jellemző térelem helyezhető el. Ezek a *pont* és az *egyenes* (3.1. ábra).

Pont. *Kiterjedése nincs. Helyzetet határoz meg, pl. a sokszögek csúcsait (a sík mely helyén található). Valamilyen módszerrel viszonyítani kell ábrázolásához. A példa kapcsán adódik az egyik lehetőség: két mértéktartomány egyenes meghatároz egy adott pontot.* Ebből fakadónan, a további munkánk során két lehetőség adódik:

- adott a *pont helyzete*, amelyen keresztül rajzoljuk meg a vonalakat;
 - adott *két egymást metsző egyenes* (vonal), amely meghatározza a pont helyzetét.
- Ábrázolási lehetőségeinket jellemzőkhez igazítjuk:
- egyenes metszése egyenessel (pl. mértékelvvel egyenesre vonalzó mértékeozásáról);
 - egyenes metszése körrel (pl. mértékelvvel egyenesre körző használatával);

- körív metszése körrel (pl. adott szerkesztési részművel);
- egyenest metsző rövid szakaszok (pl. adott pont kijelölése); (Szerkesztésnél minden esetben ezt az eljárást kövessük!);
- nullkör alkalmazása (pl. figyelemfelkeltésre, szemléltetésre) – a kör folytonos, vékony vonallal, 1 mm átmérővel rajzolando, amelynek középpontja az elméleti pont;
- azonosítására az abcé nagybetűit használjuk: általában P (több pont esetén: $P_1; P_2; \dots P_n$), konk-rét esetekben, mint pl. síkidomok, testek csúcsainak azonosítására A, B, C stb.



3.1. ábra. Tételeknek a síkon

A pont ábrázolását ne tévesszük össze a mérőhálózattal tanultakkal! Ott a kis méretűnél alkalmazott befekettített kör, valamint a kiindulási pont jelölésére alkalmazott üres kör a mérethől adódó pont kieme-

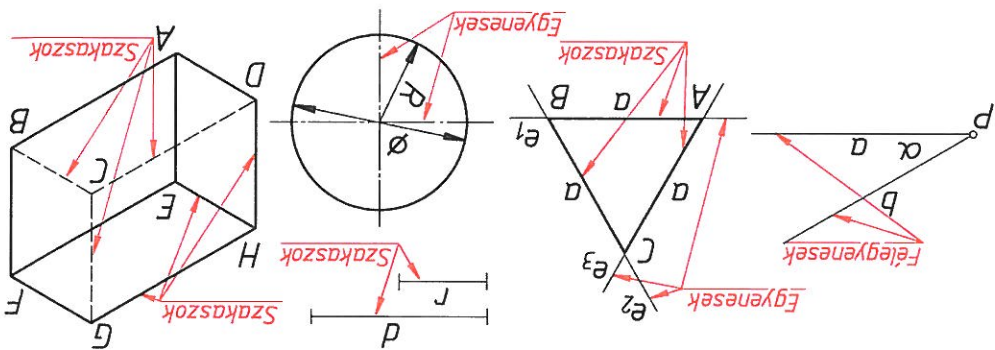
lésre (figyelemfelkeltésre) való.

Egyenes. Egy kiterjedése van, a hosszúság (l). Ezt ne tévesszük össze a térbeli alakzatok egyik kiterjedésével. Ugyanis a szélesség és magasság is hosszúsági méret. Egyértelműen két ponttal határozható meg. A gyakorlatban az egyenes részleteit alkalmazzuk (3.2. ábra). Ennek megfelelően pontosítsuk fogalmainkat!

- Az egyenes tehát végteleen, helyzetet, irányokat rögzít; azonosítására az abcé kisbetűit alkalmazzuk – általában e, f stb.;

- a *felgyenes* az egyenesnek egy oldalról határolt része (pl. szögek szárai, szerkesztés kiindulási helyzete stb.) – azonosítására általában az a, b, c stb. betűket használjuk;

- a *szakasz* az egyenesnek két oldalról határolt része (pl. sokszögek oldalai, testek élei stb.), adott hosszúsága van (mm) – azonosítására általában az $a, b, c, \dots l, r, d$ stb. betűket használjuk.



3.2. ábra. Egyenesek alkalmazása

Az egyenes ábrázolása változatos, attól függ, hogy a szerkesztési műveletben mit jelképez. A mértan-
 órákon szerzett tapasztalatunkra építve:

- az egyenest általában *foltyonos, vékony vonallal* ábrázoljuk (szerkesztéskor az ettől halványabb, szerkesztő vonalat alkalmazzuk);
- ha az egyenes *szimmetriatengely*, akkor *pontvonalal* ábrázoljuk;
- a félégyenes (alkalmazásából következően) leggyakrabban *foltyonos, vékony vonal*;
- a szakasz ábrázolása mindig attól függ, hogy milyen célból alkalmazzuk – így szerkesztés kin-
 dülő adatként két végén lehatárolt *foltyonos, vékony vonal*; sokszögek oldalaként, testek élként
foltyonos, vastag vonal; nem látható élként (testek ábrázolásánál) *szaaggatott, vékony vonal*.

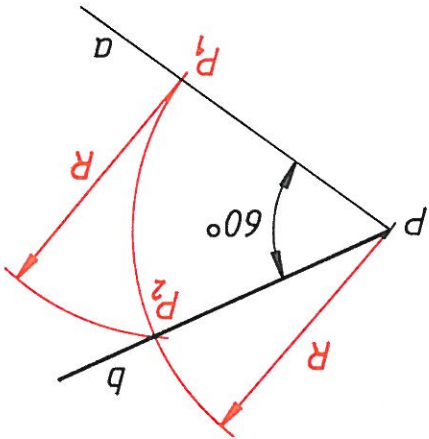
A további térelemekre későbbi tanulmányaink során részletesebben kitérünk.

3.3. Szögek szerkesztése és rajzolása

Két egymást metsző egyenes egymáshoz való viszonyát az általuk bezárt *szög*gel jellemezzük. Mérték-
 egysége a *fok*, jele: $^{\circ}$. Általános jelölésükre a görög ábécé kisbetűit használjuk (α , β , γ stb.).
 Szöget mindig *körívvel* szerkesztünk abból kiindulva, hogy a teljes kör 360 részre való osztásával ka-
 punk 1° -ot, azaz a szög egységét.

Szög szerkesztése. Körzővel és vonalzóval csak egyetlen szöget tudunk szerkeszteni, a 60° -ot (3.3. áb-
 ra). Ennek többszöröseit és törtreszeit további műveletekkel kapjuk. A 60° -os szög szerkesztésének lé-
 pèsei a következők.

- Az a félégyenes P végpontjából R sugartű körívet rajzolunk úgy, hogy annak metszete legyen a
 félégyenesen (P_1);
- a metszési pontból (P_1) ugyanazzal az R sugárral elmetsszük az előző körívet, így kapjuk P_2 pontot;
- a P pontból P_2 ponton át húzott b félégyenes, az a félégyenessel 60° -ot zár be.

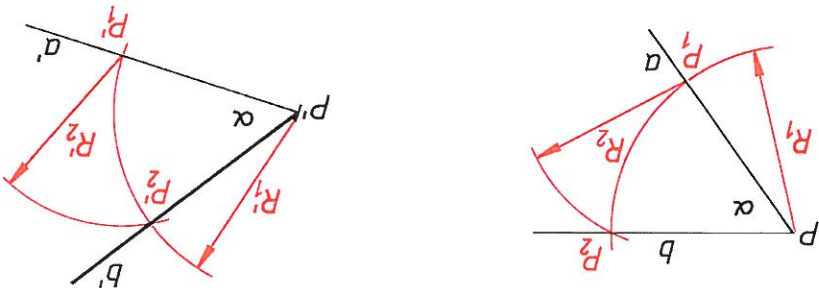


3.3. ábra. 60° szerkesztése

Szögmásolás (3.4. ábra). Abban az esetben, amikor kiindulási adatként, ábrázolt szöget kell alkalmaz-
 nunk, a feladatmegoldáshoz azt *másoljuk*.
 A szerkesztés menete a következő:

- adott az α -szög, a feladat pedig α -szöget átmásolni a' félégyenes P' pontjába;
- tetszőleges R_1 körzőnyílással P pontból elmetsszük a és b szögsszakakat;

- ugyanazzal az R_1 körzőnyílással (R_1) körívet rajzoljunk a' félégyenes P' végpontjából, amely meghatározza P_1' -t;
 - körzőnyílásba véve az a és b szakaszokon kapott P_1 és P_2 szarmetszeteket, kapjuk R_2 -t;
 - ezzel az R_2 sugárral az a' félégyenesen lévő P_1' pontból metsszük R_1' ívét és kapjuk P_2' -t;
 - végül P' pontból P_2' ponton át félégyenest rajzolunk.
- A kapott α' szög egyenlő α szöggel.

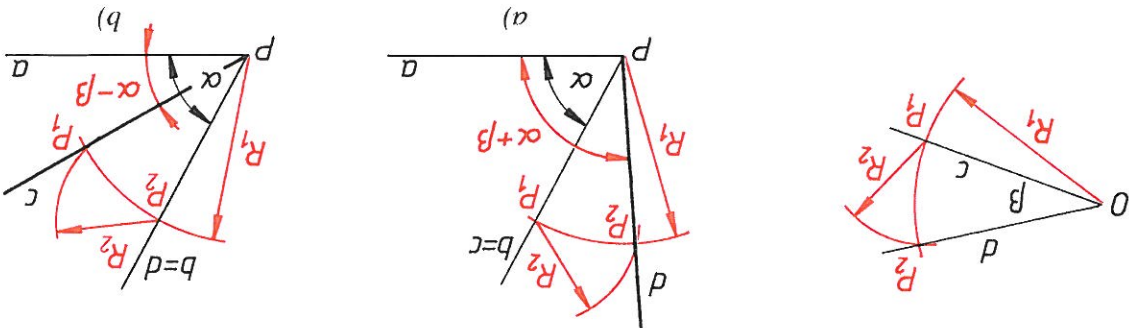


3.4. ábra. Szögmásolás

Szögösszeadás (3.5. ábra). A szögmásolásról tanultakat alkalmazzuk a következőképp.

- A másolásához szükséges R_1 körívet annak megfelelő irányban rajzoljuk, hogy *szögek összeadása*, vagy *szögek kivonása*-e a feladat – ezzel kapjuk P_1 ponto(ka)t;
- szögek összeadásakor az óra járásával ellentétes irányban, kivonásakor pedig az óra járásával megegyező irányban másoljuk a szögeket;
- az összegezendő β szöget (P_1 és P_2 között) körzőnyílásba vesszük (R_2);
- a feladat P_1 pontjából, az összeadás irányára ügyelve, R_1 íven R_2 -vel kijelöljük P_2 pontokat, amelyen át P pontból megrajzoljuk a végeredményt, d , ill. c szögszárakat.

Ezzel a módszerrel szerkeszthetők a 60° többszörösei: 120° ; 180° ; 240° ; 300° ; $360^\circ=0^\circ$.



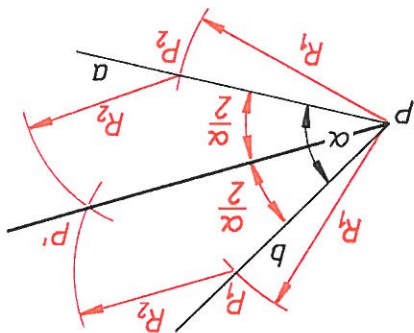
3.5. ábra. Szögösszeadás

a) szögek összeadása; b) szögek kivonása

Szögosztás (3.6. ábra). Legegyszerűbb és legjellemzőbb módja a *szögfelvétel*.

Szerkesztésének menete a következő.

- A szög P csúcsából tetszőleges R_1 sugárral elmetsszük az a és b szögszárakat, amelynek eredménye P_1 és P_2 ;
- ezekből a pontokból (P_1 ; P_2) a szög szárai közé egymást metsző köríveket rajzolunk R_2 ($R_1=R_2$ is lehet) sugárral és kapjuk P' pontot;
- a szög csúcsát (P') a szerkesztett ponttal (P') összekötve megkapjuk a feladat α szögének a felvételét, $\alpha/2$ -t.



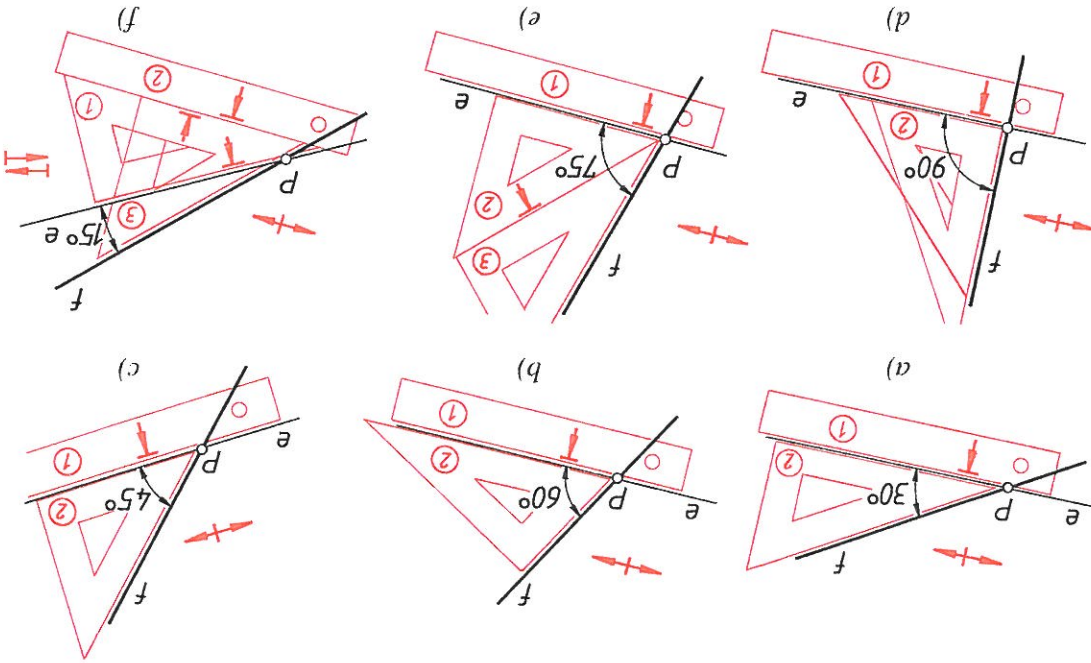
3.6. ábra Szögfelezés

Ezzel a művelettel szerkeszthetjük az ún. *nevezetes szögeket* (szögmérő alkalmazása nélkül szerkeszthetők):

- 30° szerkesztése: $60^\circ/2$ (60° szögfelezése);
- 90° szerkesztése: $60^\circ + 60^\circ/2$ (60°-ok szögösszeadása, a második 60° szögfelezése);
- 40° szerkesztése: $90^\circ/2$ (az előző műveletek eredményének szögfelezése);
- 15° szerkesztése: $30^\circ/2$ (kétszeres szögfelezés: $60^\circ/2 \rightarrow 30^\circ/2$);
- 75° szerkesztése: $60^\circ + 15^\circ$ (kétszeres szögfelezés: 60°–120° között, majd 60°–90° között).

Az eddig tanultakat gyakoroljuk a 7., 8. munkalapokon!

Nevezetes szögek rajzolása vonalzókkal. A műszaki ábrázolás során legtöbbször *nevezetes szögeket* alkalmazunk. A nevezetes szögek kijelölésére ne használjunk szögmérőt, mert kevésbé pontos eljárást, mint a vonalzó alkalmazása!



3.7. ábra. Szögek rajzolása vonalzókkal

Leggyorsabb megoldás a derékszögű vonalzó szögeinek használata, azaz a 30°, 45°, 60°, 90° rajzolás (3.7.a, b, c, d) ábra).

- Egyik vonalzónkat ① (ne ezen legyen a másolandó szög) illesztjük a kiinduló egyeneshez (e);
- A rajzolando szögnek megfelelő csücsű ② vonalzó, a már illesztett vonalzó mellett, csúsztatással állítjuk az e egyenes P pontjához!
- Végül a vonalzó mellett rajzoljuk meg P ponton át az f egyenest!

Három vonalzó felhasználásával rajzolhatunk 75°-ot (3.7.e) ábra).

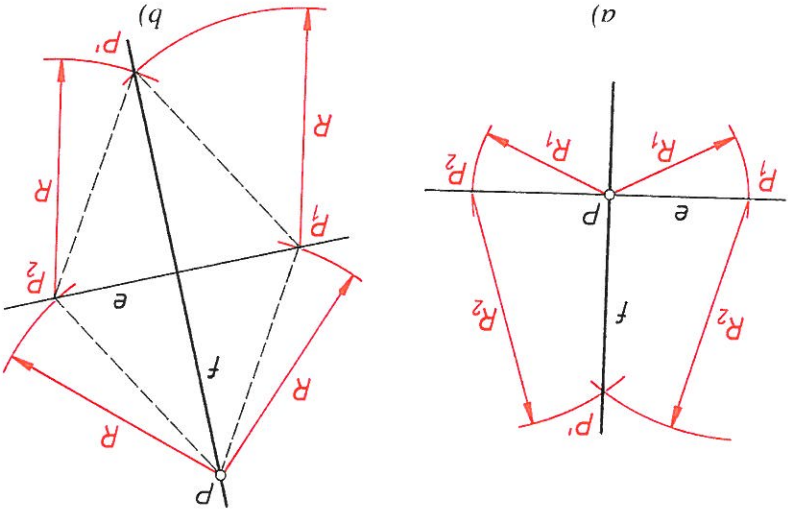
- Az ① egyenes vonalzókat illesztjük az e egyeneshez!
- Erre helyezzük a ② 45°-os és a ③ 30°-os vonalzókat és csúsztatással állítsuk be P ponthoz!
- A vonalzó mellett rajzoljuk meg az f egyenest!
- Szintén három vonalzó használatával rajzolhatunk 15°-ot (3.7.f) ábra).
- Az ① 30°-os vonalzókat illesztjük e egyeneshez!
- A vonalzó másik oldalához illesztjük a ② egyenes vonalzókat!
- Cseréljük ki a 30°-os vonalzót a ③ 45°-osra és csúsztatással állítsuk be P ponthoz!
- A vonalzó mellett rajzoljuk meg az f egyenest!
- A tanultakat gyakoroljuk a 9. munkalapon!

3.4. Mérőlegesek és párhuzamosok szerkesztése és rajzolása

A műszaki ábrázolásban előforduló szerkesztési művelet a mérőlegesek és párhuzamosok szerkesztése. Mind a szerkesztéseket, mind a rajzolásokat kell gyakorolni.

Mérőleges egyenes szerkesztése adott egyenes adott pontján át. A feladat visszavezethető szögfelezésre (az e egyenest, a rajta lévő P pont két egymással 180°-ot bezáró szögzsára osztja). A szerkesztés menetét a 3.8.a) ábra szemlélteti.

- Tetszőleges R_1 sugárral P pontból messük az e egyenest mindkét irányban, amellyel P_1 és P_2 pontokat kapjuk!
- A kapott P_1 és P_2 pontokból rajzoljunk egymást metsző R_2 sugárú körveket (ahol $R_2 > R_1$), amelyek eredménye P' !
- A P és P' pontokon át rajzolt f egyenes merőleges e egyenesre.



3.8. ábra. Mérőleges egyenes szerkesztése
a) egyenes adott pontján át; b) egyenesre, a rajta kívül lévő ponton át

Mérőleges egyenes szerkesztése adott fél egyenes végpontjába. Egyik lehetőség, hogy ha elegendő hely áll rendelkezésre, meghosszabbítjuk a fél egyenest a végpontján túl és az előző módszerrel szerkesztünk merőleget.

Másik lehetőségünk a 90°-os szög szerkesztése, amelyet már megismertünk.

Mérőleges egyenes szerkesztése adott egyenesre, a rajta kívül lévő ponton át. A szerkesztéshez a rombusz azon tulajdonságát használjuk fel, hogy átlói merőlegesek egymásra (3.8.b) ábra).

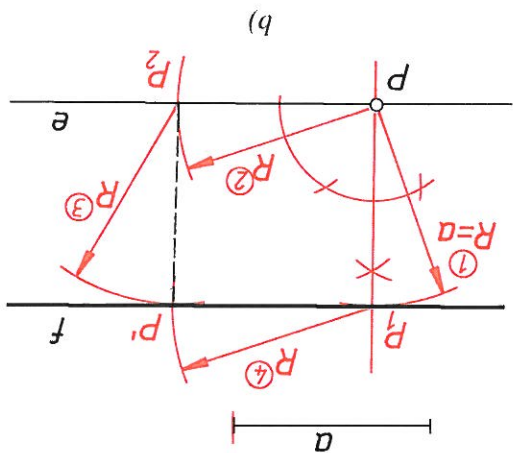
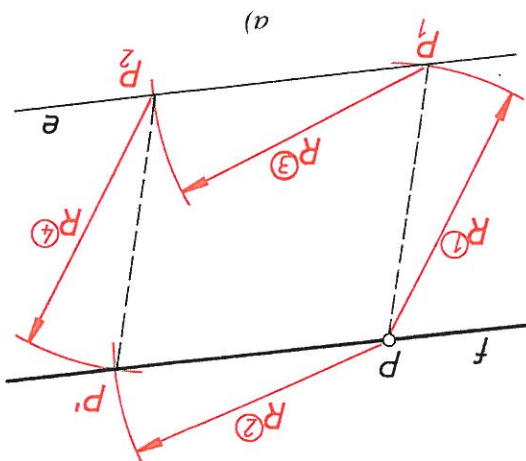
- Nagyobb R sugárral, mint P pont és e egyenes távolsága, a P pontból elmetsszük e egyenest és kapjuk P_1 ; P_2 pontokat.
- A kapott pontokból egymást metsző ívekkel (amelyek sugara R) kapjuk P' pontot.
- A P és P' pontokon át rajzolt f egyenes merőleges e egyenesre.

A tanulmányokat gyakoroljuk a 10. munkalapon!

Párhuzamos egyenes szerkesztése adott ponton át. Ismételjük át és jegyezzük meg a párhuzamosok fogalmát: *a végtelemben metsződő egyenesek párhuzamosok egymással.* A gyakorlati alkalmazásban a párhuzamosok között bármely pontból mért merőleges távolság azonos.

A kiinduló feltételeket figyelembe véve a rombusz azon tulajdonságát használjuk fel, hogy a szemközti oldalai párhuzamosak egymással (3.9.a) ábra).

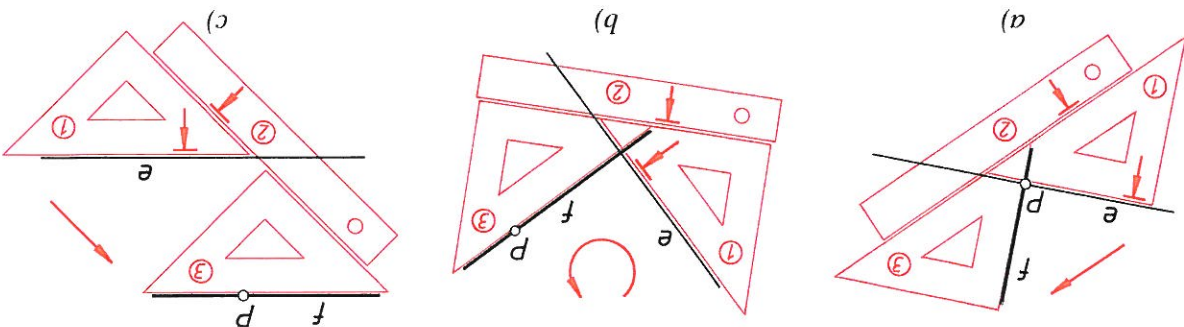
- A P pont és e egyenes távolságánál nagyobb R sugárral, a P pontból egyik irányban metsszük e egyenest és kapjuk P_1 pontot ①, majd a ellenkező irányban olyan ívet rajzolunk, amelyen metsszük a P pont és e egyenes távolságát egymással (3.9.a) ábra).
- Ugyanazzal az R sugárral P_1 pontból elmetsszük e egyenest (abban az irányban, amerre a szabad ívet rajzoltuk) és kapjuk P_2 pontot ③.
- Változtatlan R sugárral P_2 pontból metsszük a P pontból rajzolt ívet, amellyel kapjuk P' pontot ④.
- A P és P' pontokon át rajzolt f egyenes párhuzamos e egyenessel.



3.9. ábra. Párhuzamos egyenes szerkesztése
a) adott ponton át; b) adott távolságra

Párhuzamos egyenes szerkesztése adott távolságra. A szerkesztéshez a négyzet szemközti oldalainak párhuzamosságát használjuk fel (3.9.b) ábra).

- e egyenesen jelöljük ki egy tetszőleges P pontot!
 - P pontból szerkesszünk merőleges egyenest e egyenesre (bármely módszer megfelel, itt a 90° szerkesztéssel látjuk)!
 - A kapott merőlegesre körzővel mérjük rá a távolságot ($R=a$) amellyel kapjuk P_1 ① és valamilyen irányban metssük e egyenest, amellyel kapjuk P_2 pontot ②!
 - Változtatlan R sugárral P_2 ③, majd P_1 ④ pontból egymást metsző íveket rajzoljuk, amellyel kapjuk P' !
 - A P és P' pontokon át rajzolt f egyenes párhuzamos e egyenessel és a távolságra van tőle.
- A tanulmányokat gyakoroljuk a 11. munkalapon!



3.10. ábra. Merőleges és párhuzamos rajzolása
 a) merőleges rajzolása csúsztatással; b) merőleges rajzolása forgatással;
 c) párhuzamos rajzolása csúsztatással

Merőleges egyenes rajzolása vonalzóval. Ugyanarra az eredményre jutunk kétféle művellettel is.

- Csúsztatással úgy végezzük el a feladatot, hogy a derékszögű vonalzó egyik befogóját illesztjük e egyeneshez ①, majd a hozzázárt másik vonalzó ② mellett **csúsztatva**, a derékszögű vonalzó **másik befogóját** P ponthoz illesztve ③, megrajzoljuk az e egyenesre merőleges f egyenest (3.10.a) ábra).
 - **Elfordítással** úgy végezzük el a feladatot, hogy a derékszögű vonalzó **átfogóját** illesztjük e egyeneshez ①, majd a hozzázárt másik vonalzó ② mellett **elfordítva**, az átfogót P pontig csúsztatva ③, megrajzoljuk az e egyenesre merőleges f egyenest (3.10.b) ábra).
- Mind a két módszer alkalmas az e egyenesen lévő P , ill. az e egyenesen kívüli P ponton át merőleges egyenes rajzolására.

Párhuzamos egyenes rajzolása vonalzóval (3.10.c) ábra). Derékszögű vonalzókat illesztjük e egyeneshez ①, zárjuk hozzá másik vonalzókat ② (annak másik oldalához), majd melléte csúsztatva P pontra ③, rajzoljuk meg az e egyenesre párhuzamos f egyenest! A vonalzó bármely oldala alkalmas a párhuzamos rajzolásra. A műveletet a mindennapi gyakorlatban **párhuzamos csúsztatásnak** nevezzük.

A tanultakat gyakoroljuk a 12. munkalapon!

3.5. Szakasz osztása

Gyakori feladat egy adott szakasz adott számú, egyenlő részre való felosztása.

Szakaszfelezés (3.11.a) ábra). Az a szakasz A és B végpontjából célszerű R körzőnyílással ($R > a/2$) rajzoljunk egymást metsző íveket a szakasz mindkét oldalán, amellyel kapjuk P_1 és P_2 pontokat. Azokat összekötve jelöljük ki az a szakasz felét (C)! A P_1 és P_2 pontokat összekötve kapjuk a **szakaszfelező** merőleget.

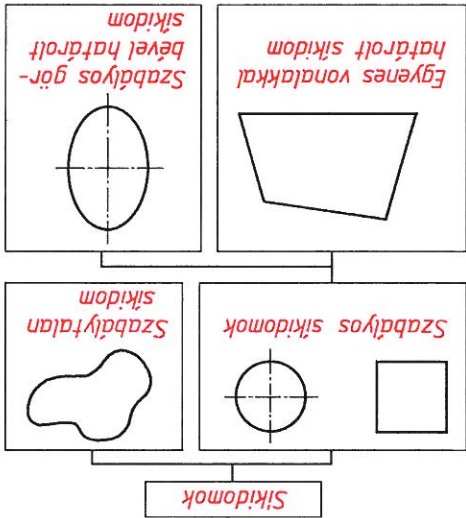
Szakaszosztás (3.11.b) ábra). A szakasz tetszőleges számú részre osztását segéd egyenes (b) véghez-
 zük, amely a szakasz bármely végpontjából (az ábrán A pontból) tetszőleges nagyságú hegyesszöget
 (kb. $30^\circ \dots 45^\circ$) zár be a szakasszal. A szerkesztés további lépései a következők.

- A b félegyenesre körzővel annyi szakaszt másolunk, ahány részre a szakaszt osztani kell.
- A b segéd egyenes (mint szakasz) C végpontját kössük össze az a szakasz B végpontjával!
- A BC szakaszhoz illesztett derékszögű vonalzó **párhuzamos csúsztatásával** a b segéd egyenes beosztásait másoljuk át az a szakaszra!

A kapott eredményt megvizsgálva tapasztalhatjuk, hogy a szerkesztéshez a matematikán már meg-
 tanult, hasonló háromszögek tulajdonságait használtuk fel.

A siklidomok megjelenése változatos, így több szempontból is csoportosíthatók (3.12. ábra). Így feloszthatók vonalaik szabályosságára szerint: *szabdályos* és *szabdálytalan* vonalakkal határolt síklidomokra. A

3.12. ábra. Szikidomok csoportosítása



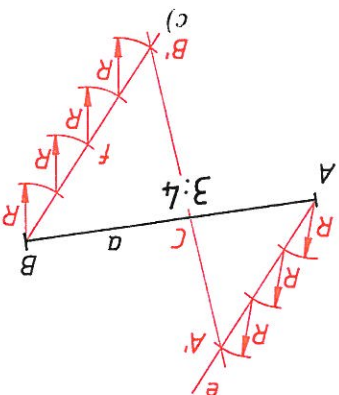
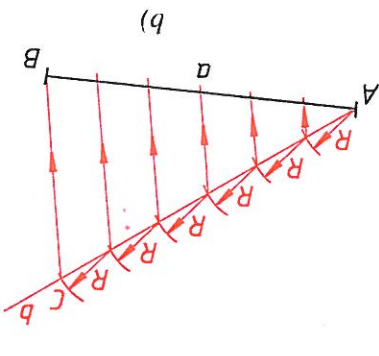
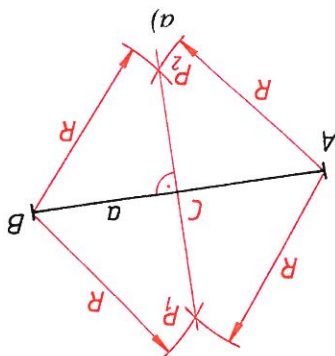
- Az A' és B' pontokat összekötve kapjuk C pontot, amely a szakaszt az adott arányban osztja.

- osztani, a szerkesztés menete a következő.
- Az a szakasz mindkét végpontjából ($A; B$) rajzoljunk félegyenest úgy, hogy azok egymással párhuzamosak és ellenértés irányúak legyenek (e, f) és a szakasszal hegyesszöglet zárjanak be!
 - Rajzoljunk az aránypar számértékeinek megfelelő számú szakaszt $e, ill. f$ segédégyenesekre (pl. 3:4 arányú osztás esetén e segédégyenesre 3, f segédégyenesre 4 beosztás kerül), ezzel jutunk A' és B' pontokhoz!

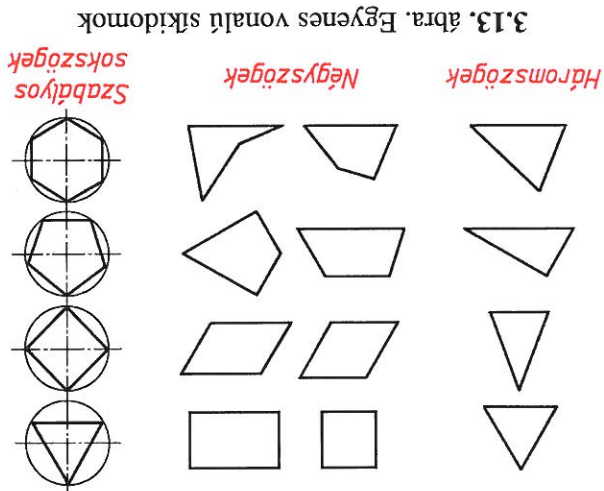
Szakasz arányos osztása (3.11.c) ábra). Abban az esetben, ha egy szakaszt két, adott arányú részre kell

(a) szakaszfelvétel; (b) adott számú egyenlő részre osztás; (c) arányos osztás

3.11. ábra. Szakasz osztása

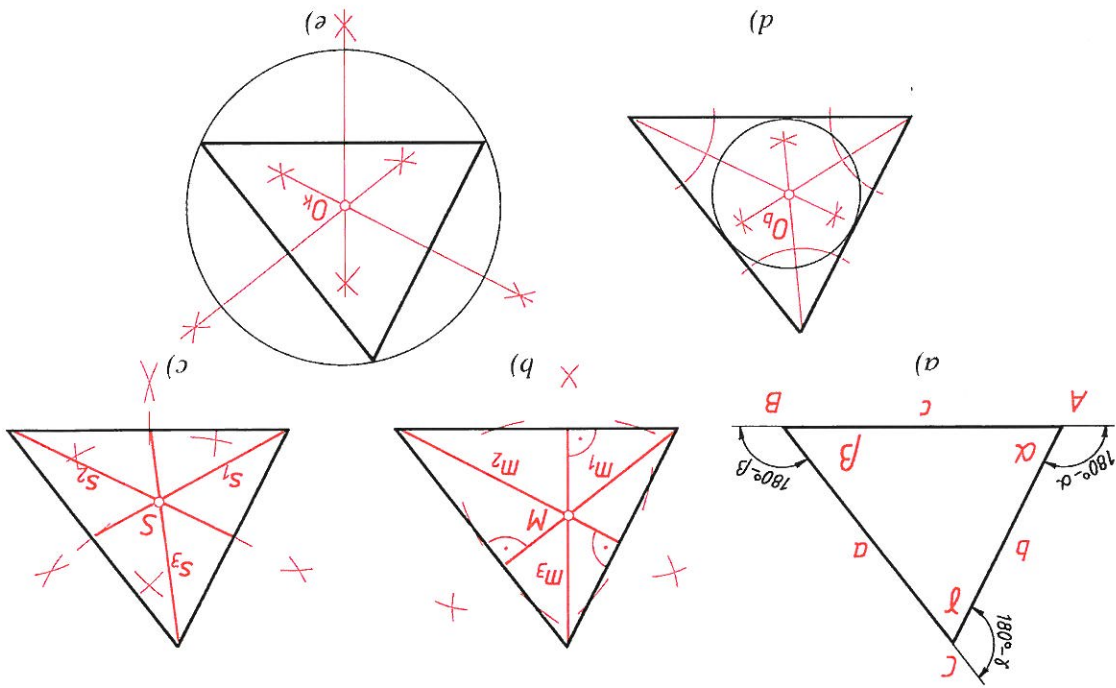


szabályos síkidomok tovább oszthatók egyenes vonalakkal, ill. szabályos görbével határolt síkidomokra. Az egyenes vonalakkal határolt síkidomokat (egyenes vonalú síkidomok) sokszögeknek nevezzük (3.13. ábra). Csoportosításuk csúcsaik száma szerint: háromszög, négyszög, ötszög stb. Jellegetesük szerint: általános, nevezetes (valamely jellemzőjük, ill. jellemzőik azonosak, így egy csoportba oszthatók), szabályos (körbe rajzolható, azaz csúcsaik egy kör kerületi pontjain találhatók). A szabályos sokszögek szerkesztéséhez szükséges a legkevesebb adat. Egy jellemző mérjük (pl. a körükük rajzolható kör átmérője vagy sugara) alapján megismerkedhetünk. A nevezetes sokszögek ettől több, de az általános sokszögek szerkesztéséhez szükségesestől kevesebb ismert mérettel szerkeszthetők. Jellemzőiket és azok egymáshoz való viszonyait célszerű alaposan megismergetni, hiszen ezek ismeretében és rajzeszközünk tulajdonságainak ismeretében a sokszögek megismerkedhetők.



3.6.1. Háromszögek

Elevenítsük fel azokat a jellemzőket, amelyek minden háromszögre igazak (3.14. ábra)!



- *Három oldal* mint adott hosszúságú szakaszok (a ; b ; c);
- *Három csúcs* mint helyzetmeghatározók (A ; B ; C), – az adott oldallal szemközt található;
- *Három szög* mint az oldalak egymáshoz való viszonya (α ; β ; γ) – belső szögeknek összege 180° ; külső szögek csúcsonként, a hozzá tartozó belső szöggel 180° -ra egészítik ki egymást (3.14.a) ábra);
- *magasságvonalak* (m_1 ; m_2 ; m_3) – bármely oldalról a szemközti csúcsba rajzolt szakasz, amely az adott oldalra *merőleges* (elhelyezkedhet az oldal meghosszabbításán, a háromszögon kívül is);
- *a magasságpont* (M) – a magasságvonalak metszéspontja (3.14.b) ábra);
- *súlyvonal* (s_1 ; s_2 ; s_3) – bármely oldal oldalfelező pontjából a szemközti csúcsba rajzolt szakasz;
- *súlypont* (S) – a súlyvonalak metszéspontja (3.14.c) ábra);
- *szögfelvezők* (megállapodás szerinti jelölésük nincs) – metszéspontjuk a háromszögbe rajzolható kör középpontja (3.14.d) ábra);
- *oldalfelező merőlegesek* (jelölésük nincs) – metszéspontjuk a háromszög köré rajzolható kör középpontja (3.14.e) ábra).

Ezeknek a jellemzőknek és kellő számú adatnak az ismeretében a háromszögek megszerkeszthetők. A továbbiakban azokat a szerkesztési eljárásokat tekintjük át, amelyeket a műszaki ábrázolásban leggyakrabban alkalmazunk.

Egyenlő oldalú háromszög. Szabályos háromszög, tehát körbe rajzolható.

Megfogalmazásunkat értelmezés nélkül alkalmazzuk! Ez tartalmilag ugyanazt jelenti, mint amit az előzőekben az oldalfelező merőlegesek kapcsán megfogalmaztunk. Ott adott volt a kör középpontja, amely a háromszög köré rajzolható kör határozza meg. Itt adott a kör, amelybe a háromszög megszerkeszthető.

1. Az egyenlő oldalú háromszög megszerkeszthető és megszerkeszthető az a oldal ismeretében.

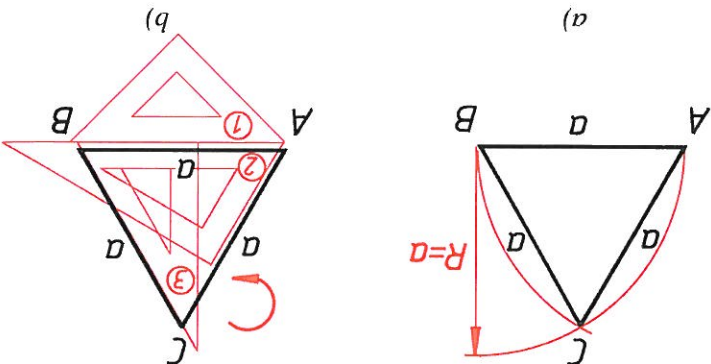
Szerkesztése a következő (3.15.a) ábra).

- Körözönnyílásba véve a oldalt ($R=a$), annak A és B végpontjaiból rajzoljunk egymást metsző íveket C !
- A kapott C pontot összeköve A és B pontokkal, kapjuk az egyenlő oldalú háromszöget.

Rajzolása (3.15.b) ábra), amelyhez a 60° -os derékszögű vonalzóknak használjuk a következő. A 45° -os vonalzó átfogóját az ismert a oldallal párhuzamosan állítjuk be ① (párhuzamos csúsztatással)!

- A 60° -os vonalzóval A csúcsból rajzoljuk a következő oldalt ②, majd a vonalzó forgatásával B pontból a harmadik oldalt ③!

- Az oldalak metszete meghatározza C csúcsot.



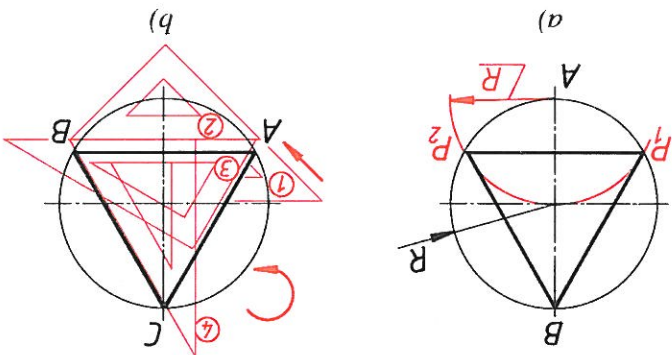
3.15. ábra. Egyenlő oldalú háromszög szerkesztése és rajzolása adott oldala alapján

2. Abban az esetben, ha az *egyenlő oldalú háromszög köré írható kör* R sugara adott, *szerkesztése* a következő (3.16.a) ábra).

- A kör átmérőjének A pontjából a kör R sugarával mindkét irányban mersük a kört (P_1 ; P_2)!
- A kör átmérőjének szemközti B végpontjából összeköve P_1 és P_2 pontokat, majd a P_1 és P_2 közötti távolságot, kapjuk az egyenlő oldalú háromszöget.

Rajzolása (3.16.b) ábra). A 60°-os derékszögű vonalzóval végezzük. Kiindulási pont a kör átmérőjének felső C pontja.

- Illesszük a 45°-os derékszögű vonalzó átfogóját az adott kör vízszintes tengelyéhez ①!
- Parhuzamos csúsztatással hagyjunk kellő helyet a rajzolásához ②!
- A 60°-os vonalzóval C pontból rajzoljuk meg a háromszög egyik oldalát ③, majd forgatás után szintén a C pontból a másik oldalát ④!
- Az oldalak által a kör kerületén kimetszett A és B pontokat összekötve kapjuk az egyenlő oldalú háromszöget.



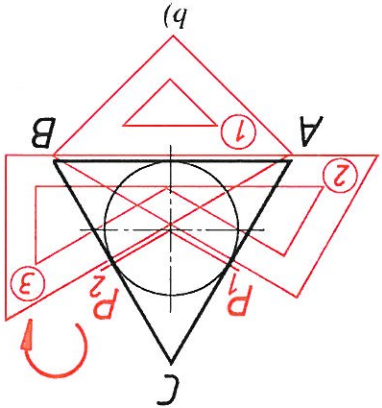
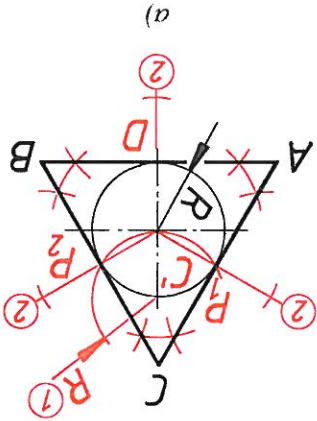
3.16. ábra. Egyenlő oldalú háromszög szerkesztése és rajzolása a köré írható kör alapján

3. Egyenlő oldalú háromszöget a háromszögbe írható kör R sugarának ismeretében a következőképp szerkeszthetünk (3.17.a) ábra).

- A kör átmérőjének C' pontjából a kör R sugarával mindkét irányban messük a kört ($P_1; P_2$) ①!
- A kör középpontjából $P_1; P_2$ és D pontokon át rajzoljunk egyeneseket, (ill. hosszabbítsuk meg a tengelyvonalat) ②!
- A rajzolt egyenesekre a $P_1; P_2$ és D pontokon át szerkesszünk merőlegeseket, amelyek az egyenlő oldalú háromszög oldalai.

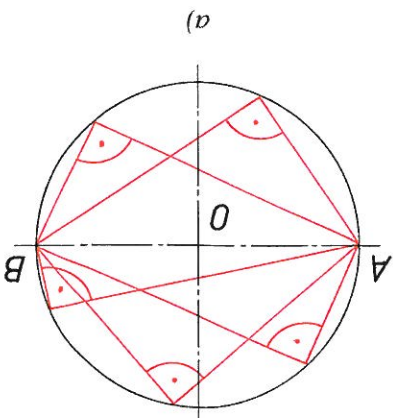
Rajzolása. A rajzolás mód követi a szerkesztés gondolatmenetét (3.17.b) ábra).

- A 45°-os derékszögű vonalzó átfogóját illesszük az adott kör vízszintes tengelyéhez!
- A vonalzó a függőleges tengely és a kör alsó metszéspontjunktól a tengelyre merőleges egyenest ① (ez egyben a háromszög egyik oldala)!
- A 30°-os vonalzó használatával, rajzoljunk a kör középpontjából a kör kerületét metsző egyenest ②, majd a vonalzó elforgatásával a műveletet ismételjük meg ③ – ezzel kijelöljük P_1 és P_2 pontokat!
- A megsajátított egyenesekre, a kör kerületi pontjain át rajzoljunk merőlegeseket, amelyek az egyenlő oldalú háromszög oldalai.



3.17. ábra. Egyenlő oldalú háromszög szerkesztése és rajzolása a háromszögbe írható kör alapján

Dereksszögű háromszög. A leggyakoribb szerkesztési eljárás, amikor Thalesz-tételt alkalmazzuk. A 3.18.a) ábrán látható a tétel szemléltetése, a 3.18.b) ábrán pedig alkalmazása. A Thalesz-tétel lényege, hogy ha egy félkör átmérőjének végpontjait összekötjük a körív bármely pontjával, a keletkező pontnál derékszög keletkezik.



3.18. ábra. A Thalesz-kör és alkalmazása

A derékszögű háromszög szerkesztéséhez ebből következően ismernünk kell az átfogót (mint a Thalesz-kör átmérője) és még egy adatot, amely lehet bármely befogó, vagy az átfogóhoz tartozó magasság. A 3.18.b) ábrán mindkét szerkesztés megfigyelhető.

- Első lépésben ábrázoljuk a derékszögű háromszög átfogóját (c)!
 - Szakaszfelvezéssel keressük meg a Thalesz-kör középpontját (O)!
 - Rajzoljuk meg a Thalesz-kört, ahol $R = c/2$, azaz AO vagy BO !
 - Amennyiben a derékszögű háromszög egyik befogója ismert, azt körönyíltásba véve ($R = b$), az átfogó megfelelő végpontjából (A) metsszük el a Thalesz-kört, amellyel megkapjuk a derékszögű háromszög C' csúcsát, így az megrajzolható.
 - Ha az átfogóhoz tartozó m magasság ismert, akkor szerkesztünk c átfogótól m távolságra párhuzamos egyenest, amely metszi a Thalesz-kört és a C csúcs ismeretében a háromszög megrajzolható [mivel a párhuzamos két helyen is metszi a kört, így két megoldás van (C_1 ; C_2), amelyek közül a feladat értelmezéséből következik a helyes végeredmény].
- Gyakorlásra alkalmazzuk a 14. munkalapot!

3.6.2. Négyzet

A négyyszögek rajzolását, szerkesztését eddigi tanulmányaink során már megismerhettük. Kiemelésre érdemes vizsgálni a *négyzet*, mint rendszerezésen előforduló síkidom.

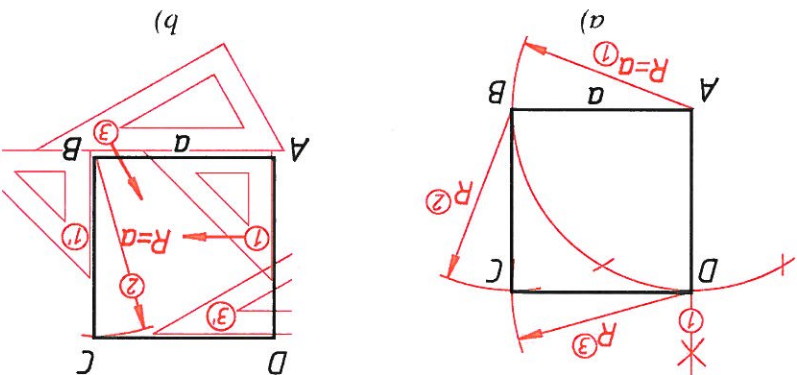
A négyzet egy adat ismeretében megszerkeszthető, ill. megrajzolható.

Adott a négyzet oldala. Szerkesztése a következő (3.19.a) ábra).

- Az a szakasz valamely végpontjába szerkesszünk merőlegest (itt A pontba)!
 - $R = a$ sugárral messük a merőlegest, amellyel kapjuk a D pontot ①!
 - Változtatlan körönyíltással a B ②, majd D ③ pontból egymást metsző íveket rajzolva kapjuk C pontot.
 - A pontok összekötésével kapjuk a keresett négyzetet.
- Rajzoláskor sem nélkülözhetjük a körzőt (3.19.b) ábra).

- Az a oldal A és B végpontjába derékszögű vonalzóval rajzoljunk merőlegest ① és ②!
- $R = a$ körönyíltással vigyük fel a méretet valamelyik merőlegesre ②!

- *Párhuzamos csúsztatással az a oldalal párhuzamosan, a kijelölt ponton át rajzoljuk meg a négyszet negyedik oldalát ③ és ④!*



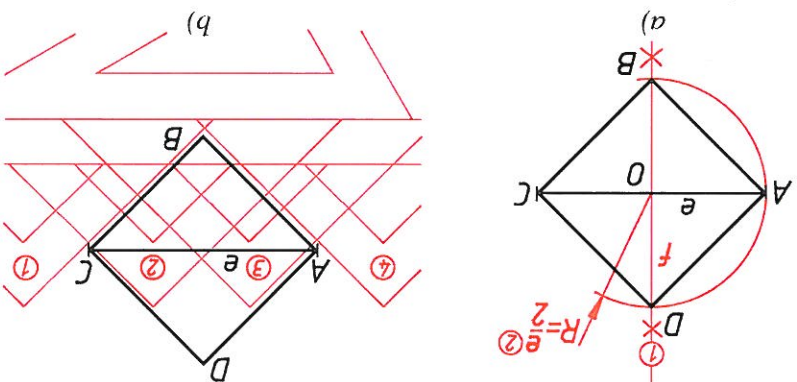
3.19. ábra. Négyszet szerkesztése és rajzolása adott a oldala alapján

Adott a négyszet átlója. Kiindulásként a négyszet azon tulajdonságát használjuk fel, hogy *átlói felezik egymást és merőlegesek egymásra*. A *szerkesztés* sorrendje a következő (3.20.a) ábra).

- Rajzoljuk meg az e átlót és szerkesszünk rá oldalfelező merőlegest ①!
- Vegyük körzőnyílásba az átlómetszetelek (O) és az átló bármely végpontjának ($A-C$) távolságát ($R=e/2$) és mindkét oldalon messük az f átlót ②, amellyel kapjuk a négyszet B és D csúcsait!
- A négyszet csúcsainak ismeretében kössük össze azokat!

Rajzolása a következő (3.20.b) ábra).

Az e átlóval párhuzamosan rögzítsük egyik vonalzónkat (ne a 45° -os legyen), majd a rögzített vonalzón mellé csúsztatva 45° -os vonalzónkat, használjuk annak befogóit a rajzolásához!



3.20. ábra. Négyszet szerkesztése és rajzolása adott e átló alapján

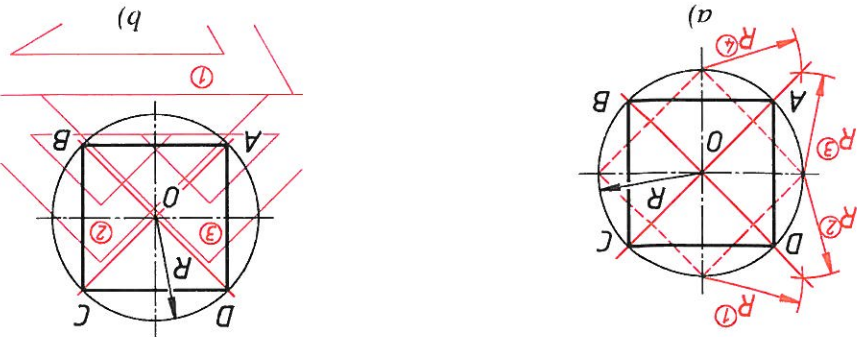
Adott a négyszet köré írt kör sugara. Ebben az esetben csak annyi a különbség szerkesztés és rajzolás között, hogy a szögfelezőt szerkesszük, vagy a 45° -os derékszögű vonalzóval megrajzoljuk. A *szerkesztés* lépései a következők (3.21.a) ábra).

- Megrajzoljuk az R sugarú kört *szimmetriatengellyel* együtt.
- A kör tengelymetszetei között szerkesszünk szögfelezőket ①②, majd ③④ és a tengelymetszeten át vetítsük a körre, amellyel megkapjuk a négyszet csúcsait ($A; B; C; D$)!
- A kapott csúcsokat kössük össze!

Rajzolása a következő (3.21.b) ábra).

- Rögzítsük vonalzónkat a vízszintes tengellyel párhuzamosan (párhuzamos csúsztatás ①)!
- A 45° -os vonalzó befogóját a tengelymetszeten csúsztatva, rajzoljuk meg az egyik átlót ②!
- A másik befogót csúsztatva a tengelymetszeten ③, rajzoljuk meg a másik átlót!
- A kör kerületén kapott pontokat összekötve (párhuzamos csúsztatással) megkapjuk a négyszetet.

3.21. ábra. Négyzet szerkesztése és rajzolása a köré írt kör R sugara alapján



Könnyen belátható, hogy ha olyan helyzetű, körbe rajzolt négyzetet keresünk, amelynek csúcsai egybeesnek a kör tengelymetszeteivel, a négyzet azok összekötésével közvonalra merőlegesen (3.21.a) ábra szaggatott vonalait).

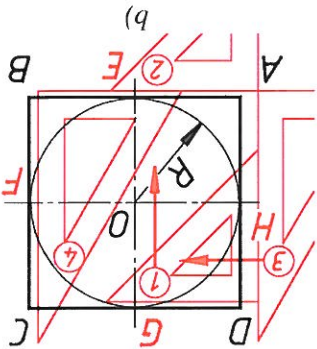
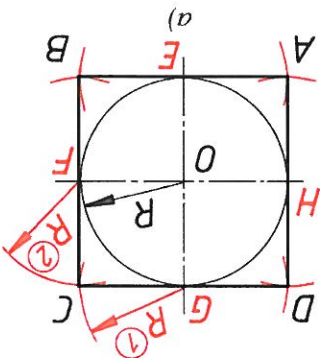
Adott a négyzetbe írt kör sugara. Attól függően, hogy milyen helyzetű a négyzet (oldalán vagy csúcsán álló), változik a szerkesztés és rajzolás módja.

1. Oldalán álló négyzet szerkesztése (3.22.a) ábra). Mivel a kör átmérője azonos a négyzet oldalával, valamint azzal a kör tengelyei párhuzamosak, a következő lehet a szerkesztés.

- A négyzetbe írt kör R sugarával a kör és tengelyeinek metszéspontjából (G , F) rajzoljunk egymást metsző íveket ① és ②, amellyel megszerkesztjük a négyzet egyik csúcsát (C)!
- A műveleteket megismételve kapjuk a négyzet további pontjait (A , B , D).

Rajzolása a következő (3.22.b) ábra).

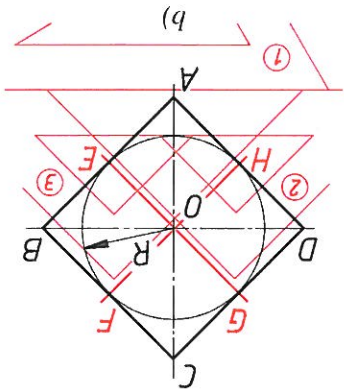
- A vízszintes tengelyen beállított derékszögű vonalzó párhuzamos csúsztatásával rajzoljuk meg az oldalakat – C tengelymetszeten át ①, majd E tengelymetszeten át ②!
- Ugyanezt a műveletet ismételve, a függőleges tengellyel párhuzamosan H ③, majd F ④ tengelymetszeten át kapjuk a négyzet oldalait.



3.22. ábra. Négyzet szerkesztése és rajzolása a négyzetbe írt kör R sugara alapján (oldalán álló négyzet)
A szerkesztést vessük össze az adott a oldal alapján végzett szerkesztéssel (3.19. ábra). A négyzetbe írt kör átmérője azonos a négyzet oldalával.

- 2. A csúcsán álló négyzet szerkesztése (3.23.a) ábra) az oldalfelező merőleges szerkesztésén alapul.**
- Az adott kör tengelymetszeteiből (B' és C') a kör R sugarával rajzoljunk egymást metsző íveket ①, a metszésponton és az O középponton át egyenest rajzolva kapjuk a kör kerületén az F pontot!
 - Az F pontból változatlan R sugárral messük az adott kör szimmetriatengelyeit ②, amellyel kapjuk a négyzet B és C csúcsát.
 - A hiányzó A és D csúcsot megszerkeszthetjük az előző lépés ismétlésével H pontból;
 - továbbá visszavezethetjük a négyzet köré írt kör szerkesztésére. Ha $R' = OB$ körzőnyílással metsszük az adott kör tengelyeit ③, szintén megkapjuk a négyzet csúcsait.
 - A szerkesztést a négyzet oldalainak rajzolásával fejezzük be.

roligeseket a 45°-os vonalzóval rajzoljuk.



3.23. ábra. Negyzet szerkesztése és rajzolása a négyzetbe írt kör R sugara alapján (csúcsán álló négyzet)

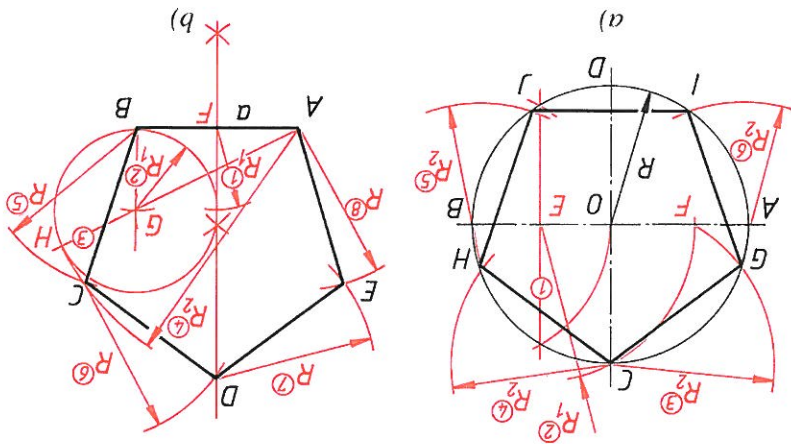
A tanultakat gyakoroljuk a 15. munkalapon!

3.6.3. Szabályos ötszög

Megszerkeszthető mind a köré írt kör sugarának, mind oldalhosszúságának ismeretében.

Adott az ötszög köre írt kör sugara (3.24.a) ábra).

- Ábrázoljuk a kört szimmetriatengelyeivel és jelöljük a tengelymetszeteket (A ; B ; C ; D)!
- Az OB tengelyszakaszt felezzük meg, kapjuk E pontot ①!
- Vegyük körönnyíltába az $R_1=EC$ távolságot és az E pontból messük a vízszintes tengelyt, ezzel kijelöljük F pontot ②!
- A CF távolság az ötszög oldala: C -ből kiindulva $R_2=CF$ körzőnyílással jelöljük a G és H pontokat ③ és ④, majd azokból az I és J pontokat ⑤ és ⑥!
- A kör kerületén kapott pontokat összekötvé jutunk a szabályos ötszög képehez.



3.24. ábra. Szabályos ötszög szerkesztése

a) a köré írt kör R sugara alapján; b) adott oldala alapján

Adott az ötszög oldala (3.24.b) ábra).

- Abrazoljuk az a oldal A és B végpontjaival, majd szerkesszünk oldalfelező merőlegest, amellyel kapjuk az F pontot és az *ötszög szimmetriatengelyét*!

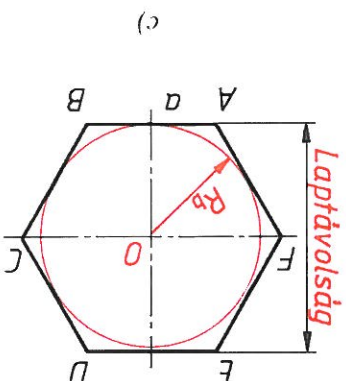
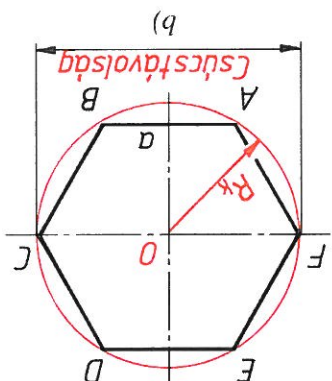
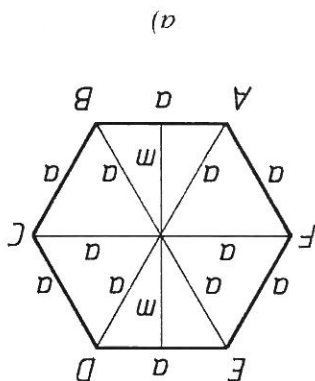
3.6.4. Szabályos hatszög

- A négyzet mellett a leggyakrabban alkalmazott síkidom, gondoljunk a hatlapfejú csavarok és a csavaranyák kialakítására. Ez indokolja rajzolása begyakorlásának szükségességét. Szerkesztésének és rajzolásának megismerése előtt tekintsük át jellemzőit!
- A szabályos hatszöget átlói hat darab egybevágó, egyenlő oldalú háromszögre osztják (3.25.a) ábra). Az egyenlő oldalú háromszög és a szabályos hatszög oldalhosszága azonos. Ebből következik, hogy a hatszög átlóinak hosszúsága az oldalhosszúság kétszerese ($a=AD=BE=CF$).
- A szabályos hatszög köré írt kör átmérője (3.25.b) ábra) azonos az átlók hosszúságával, amelyet a hatszög csúcsátvolságának nevezünk. A hatszög köré írt kör sugara így $R_k=a$.
 - A szabályos hatszögbe írt kör átmérője (3.25.c) ábra) az egyenlő oldalú háromszögek magasságának kétszerese ($R_p=m$), amelyet a hatszög lapátvolságának nevezünk.
- Ellenőrizzük le munkánk pontosságát! Újabb oldalfelező merőleges szerkesztésével messük a szimmetriatengelyt, amelyből rajzoljuk meg az ötszög köré írható kört! A kör és a csúcsok elhelyezkedéséből megítélhetjük munkánk pontosságát. A hibás szerkesztést helyesbítjük!
- A tanultakat gyakoroljuk a 16. munkalapon!

- A pontba szerkesztünk merőlegest és azt metsszük el $a/2$ -vel ($R_1=BF$), kapjuk G pontot ①!
- A kapott G pontból változtatlan R_1 körönyt rajzolunk körivet ②, amelyet messünk az A és G pontokon át rajzolt egyenessel, így H ponthoz jutunk ③!
- Körönytől vevve az $R_2=AH$ távolságot, a A pontból rajzolunk körivet ④, amelyet messünk a B pontból az ötszög oldalával (R) ⑤, így kapjuk C pontot (az ötszög újabb csúcsát)!
- Ezek után változtatlan körönytállással ($R=a$) a C pontból messük a szimmetriatengelyt (D) ⑥, végül A és D csúcsokból egymást metsző körvekket ($R=a$) ⑦ és ⑧ kapjuk a még hiányzó E pontot.
- Az A, B, C, D, E csúcsokat összekötve kapjuk az ötszöget.

Ellenőrizzük le munkánk pontosságát! Újabb oldalfelező merőleges szerkesztésével messük a szimmetriatengelyt, amelyből rajzoljuk meg az ötszög köré írható kört! A kör és a csúcsok elhelyezkedéséből megítélhetjük munkánk pontosságát. A hibás szerkesztést helyesbítjük!

A tanultakat gyakoroljuk a 16. munkalapon!

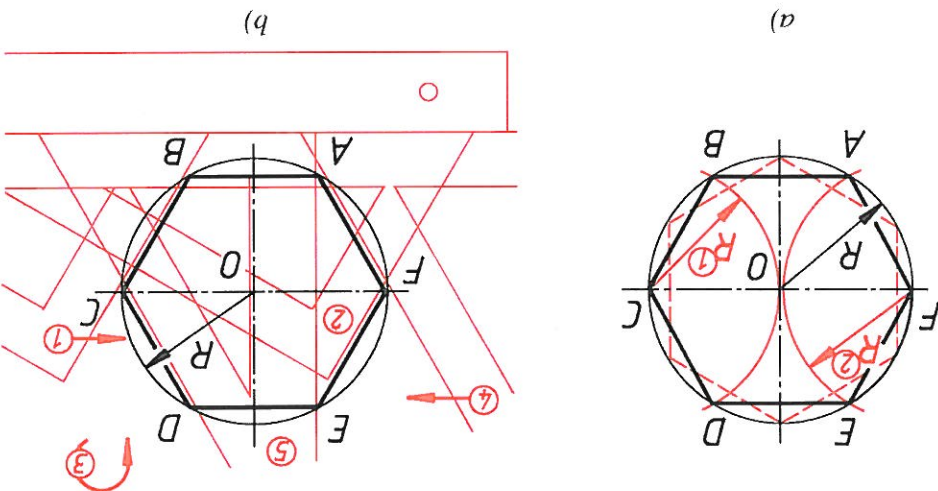


3.25. ábra. A szabályos hatszög jellemzői

Adott a hatszög köré írt kör R sugara

Szerkesztése a következő (3.26.a) ábra).

- Ábrázoljuk az $R=a$ sugarú kört szimmetriatengelyeivel!
- Változtatlan körönytállással C ①, majd F ② tengelymetszeti pontokból messük a kör ívét mindkét oldalon, amellyel megkapjuk a hatszög további csúcsait (A, B, D, E)!
- A pontokat összekötve fejezzük be a szerkesztést!



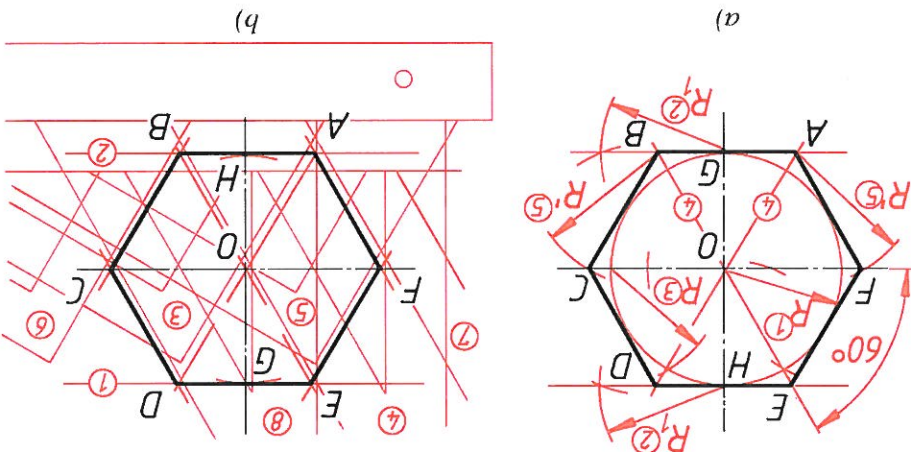
3.26. ábra. Szabályos hatszög szerkesztése és rajzolása a köré írt kör alapján

Rajzolása a következő (3.26.b) ábra). A 60° -os derékszögű vonalzót és csúsztatáshoz, illesztéshez egy másik vonalzót használunk.

- Abrajzoljuk az $R=a$ sugarú kört szimmetriatengelyeivel!
 - Rögzítsük segédvonalzónkat a vízszintes tengellyel *párhuzamosan*!
 - A segédvonalzó mellett csúsztatva a derékszögű vonalzót 60° -os csúcs melletti oldalát, a vízszintes tengelymetszeteiből (C, majd F) rajzoljuk meg a hatszög oldalait a körívig (CB és FE) ① és ②!
 - A 60° -os csúcsú vonalzót megfordítva ③, az előző C és F pontokból rajzoljuk meg a további két oldalát (FA és CD) ④ és ⑤!
 - Végül a vízszintes tengellyel párhuzamosan rajzoljuk meg a még hiányzó két oldalát (DE és AB)!
- Hasonlóan szerkesztjük és rajzoljuk a hatszöget, ha annak két csúcsa a függőleges tengelyen található. Az ábrán szaggatott vonal mutatja a hatszögnek ezt a helyzetét.

Adott a hatszögbe írt kör R sugara

Szerkesztése a következő (3.27.a) ábra).



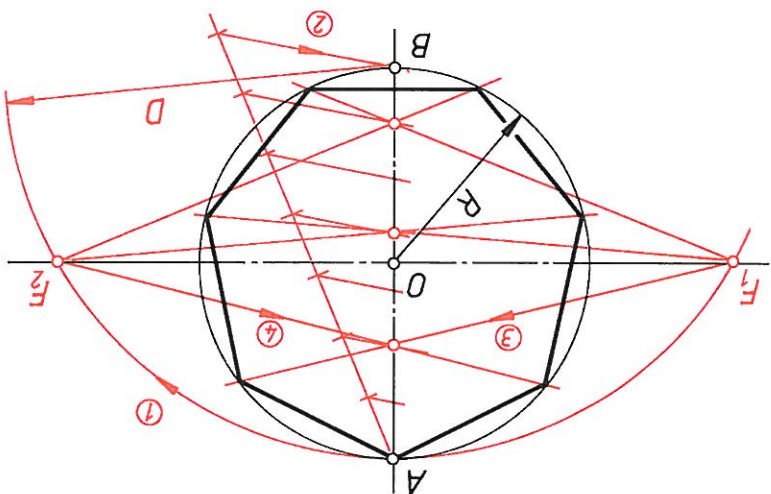
3.27. ábra. Szabályos hatszög szerkesztése és rajzolása a hatszögbe írt kör alapján

- Abrajzoljuk a kört szimmetriatengelyeivel ①, majd jelöljük a függőleges tengelyen C és H pontokat!
- Szerkesztünk a vízszintes tengellyel párhuzamos C és H pontokon keresztül (pl. R_1 sugárral – rombusz módszer) ②!
- Szerkesztünk a vízszintes tengelyre 60° -ot a tengelymetszetből mindkét oldalon ③ és ④!

- A szögszárak metszik a G és H pontokon át rajzolt egyeneseket, így megkapjuk az A ; B ; D ; E pontokat, amelyek meghatározzák a szabályos hatszög oldalát.
- Körzőnyílásba véve az a oldalit ($R'=a$), a kapott csúcsokból (A vagy E , B vagy D) mészük a vízszintes tengelyt ⑤, így megkapjuk a még hiányzó csúcsokat (C és F)!
- Azonos eredménnyre jutunk, ha a szögszárak ábrázolása után a szerkesztést visszavezetjük a hatszög köré írt kör szerkesztésére. A szögszár hosszúsága ugyanis azonos a hatszög köré írt kör sugarával.
- Rajzolás* a hasonlóképpen történik (3.27.b) ábra). Csak annyi az elérés, hogy párhuzamos csúsztatással rajzoljuk a párhuzamos oldalakat és a 60°-os vonalzó használatával *jelöljük ki* A ; B ; D ; E pontokat, majd *csúsztatással*, ezekből a pontokból megrajzolhatók a hiányzó oldalak, C és F .
- A megismert szerkesztési és rajzadási módszert alkalmazzzuk akkor is, ha más a szabályos hatszög helyzete (csúcsai a függőleges tengelyen vannak).
- A tanultakat gyakoroljuk a 17. munkalapon!

3.6.5. Szabályos sokszög közelítő szerkesztése

Az eddig megismert szerkesztési eljárások alkalmazásával a síkidom n -szeres csúcsszámú sokszögeit is meg tudjuk szerkeszteni. Az oldalilelező merőlegesek a sokszög köré írt körön jelölik a további csúcsokat. Így jutunk a négyzetből nyolcszög, tizenhatos, ötös, hatszög, húszszög stb., hatszögből tizenkét, huszonegyes stb. sokszögekhez. Ha a sokszög csúcsainak n száma prímszám, a következő közelítő eljárást követhetjük (3.28. ábra).



3.28. ábra. Szabályos hatszög

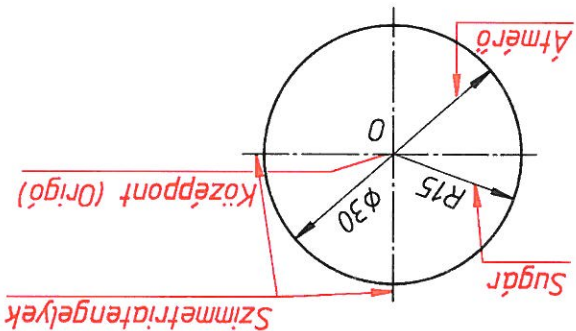
- Ábrázoljuk a sokszög köré írt R sugarú kört szimmetriatengelyeivel!
- Mészük a függőleges tengely B metszetéből a kör D átmérőjével a vízszintes tengelyt, így kapjuk F_1 ; F_2 pontokat ①!
- A függőleges tengely A metszetéből rajzoljuk segédegyenest és a szakaszosztással tanultakat alkalmazva a függőleges tengely AB szakaszát osszuk a sokszög csúcsai számával megegyező részre (az ábrán $n=7$) ②!
- Az A pontból kiindulva vetítsünk minden *második tengelyosztást* az F_1 , majd F_2 pontból induló egyenesekkel, az F_1 és F_2 ponttal ellentétes félkör ívére (F_1 -ből a jobb oldali ③, F_2 -ből a bal oldali félkörre ④)!
- A kapott pontokat összekötve kapjuk meg a sokszöget.
- A tanultakat gyakoroljuk a 18. munkalapon!

3.7. Görbe vonaltú síkidomok

Ebben az alfejezetben a szabályos görbével határolt síkidomokkal és jellemzőivel ismerkedünk meg. Ezek a kör és az ellipszis.

3.7.1. Kör

A kör azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy ponttól (a középponttól) azonos távolságra (sugár) vannak.

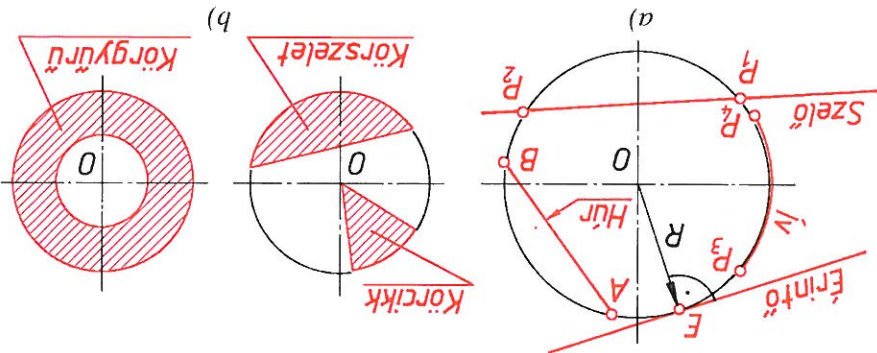


3.29. ábra. A kör

Jellemzői (3.29. ábra):

- *középpont* vagy *origó* – a kör helyzetét határozza meg, jele O (O_1 ; O_2 ;...);
- *szimmetriatengelyek* – a középpontban (O) metszik egymást, egymásra merőlegesek és *mindig párhuzamosak a rajzkerettel*;
- *sugár* – a kör kerületi pontjainak távolsága a középponttól, jele R (R_1 ; R_2 ;...;) vagy r (r_1 ; r_2 ;...);
- *átmérő* – a kör kerületi pontjainak a középponton át mért távolsága, jele D (D_1 ; D_2 ;...;) vagy d (d_1 ; d_2 ;...);, a sugár kétszerese ($D=2R$);
- *kör* (vagy a kör íve) – a síkidom határoló vonala, a kerületi pontok összessége.

Szerkesztéséhez két adat szükséges: az O középpont helyzete és az R sugár vagy D átmérő mérete (mm).



3.30. ábra. A kör egyenesei és területei

A kör egyenesei (3.30.a) ábra):

- *húr* – a kör két pontja (A ; B) közötti szakasz a középponton áthaladó húr az átmérő (d);
- *szelő* – a kör két pontján (P_1 ; P_2) áthaladó egyenes (s_1 ; s_2), a szelő körön belüli része a húr;

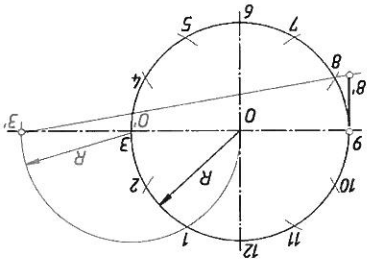
- *érintő* – a kört egy pontján (E) érintő egyenes (e) merőleges az E pontba rajzolt sugárra;
- *ív* – a kör adott hosszúságú darabja, jelölése és értelmezése a mérőhálózaton tanultak szerint.

A kör területei (3.30.b) ábra):

- *kör* (vagy körlap) – a kör teljes területe;
- *körzelet* – egy húr és a hozzá tartozó körtív által határolt terület, az átmérővel határolt körzelet a félkör;
- *körívek* – két sugár és a közöttük elhelyezkedő ív által határolt terület;
- *körgyűrű* – két azonos középpontú, de különböző átmérőjű kör közötti terület.

3.7.2. A kör kerülete

A kör kerületét csak megközelítő pontossággal tudjuk megszerkeszteni. Ez a pontosság a műszaki gyakorlatban legtöbbször elegendő.



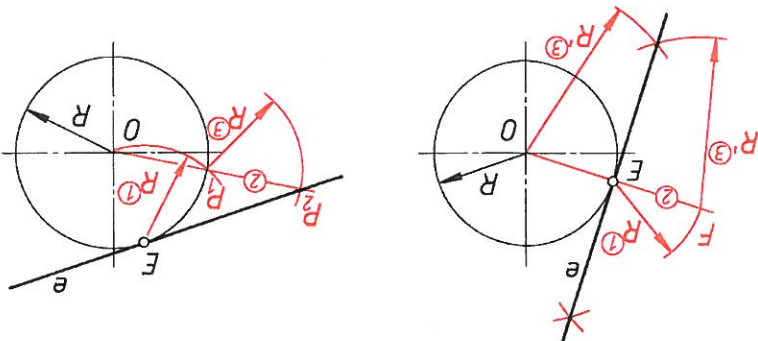
3.31. ábra. A kör kerületének közelítő szerkesztése

A szerkesztés lépéseit kövessük nyomon a 3.31. ábrán!

- Ábrázoljuk a kört tengelyével.
 - A jobb oldali tengelymetszetről a kör R sugarával messük a tengelyt ($3'$)!
 - Osszuk fel a kör kerületét tízenkét egyenlő részre! Ezt elvégezhetjük körzővel (a kör sugarával minden tengelymetszetről mindkét irányban metsszük a kör ívét, amint az ábrán látható), vagy mint megrajzolhatjuk a 30° – 60° derékszögű vonalzókkal.
 - A tengelyen jelölt ($3'$) pontból az ellenkező oldalon lévő (8) kerületi ponton keresztül rajzoljunk egyenest!
 - Ugyanazon tengely (9) körmetszetéből rajzoljunk merőlegest a tengelyre, amely metszi a $3'$ – 8 pontokon keresztül rajzolt egyenest ($8'$)!
 - A $8'$ szakasz a kör kerületének egy-tizenkettő részre.
- Az ábra alapján, a szimmetriákat figyelembe véve megállapíthatjuk, hogy a szerkesztés minden tengely irányában és mindkét oldalon elvégezhető.

3.7.3. A kört (köröket) érintő egyenesek

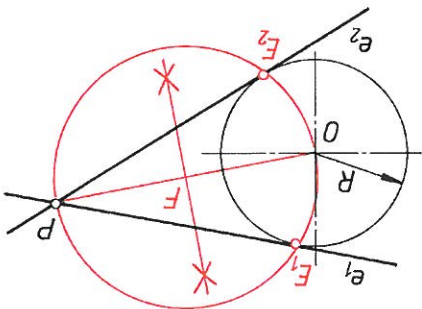
- Kört érintő egyenes szerkesztése a kör adott pontján át.** A szerkesztés során az érintő azon tulajdonságát használjuk fel, hogy az E érintési pontban rajzolt R sugár mindig merőleges az e érintőre (3.32. ábra).
- Az O középpontból E érintési ponton át rajzoljunk egyenest ①!
 - A kör R sugarával az E pontból messük az egyenest, így az F pontot kapjuk ②!
 - Rajzoljunk az O és F pontokból tetszőleges R' sugarú ($R' > R$) egyenest metsző íveket, így megkapjuk a P pontot ③!
 - A kapott P ponton és E érintési ponton át megrajzoljuk az érintőegyenest.



3.32. ábra. Kört érintő egyenes

Kört érintő egyenes szerkesztése a körön kívül lévő pontból (3.33. ábra). A szerkesztéshez Thalesz-kört alkalmazunk.

- Az O középpontot kössük össze a P ponttal, ezzel a Thalesz-kör átmérőjét rajzoltuk meg!
- Szakaszfelvezéssel (OP) kapjuk meg a Thalesz-kör F középpontját.
- Rajzoljuk meg a Thalesz-kört $R=FP=FO$ sugárral, amellyel a feladat két pontban, E_1 és E_2 pontokban metszünk – ezek a keresett érintési pontok, tehát két megoldás van.
- P pontból E_1 érintési ponton át rajzolva kapjuk e_1 érintőegyenesét és az E_2 érintési ponton át az e_2 érintőegyenesét.

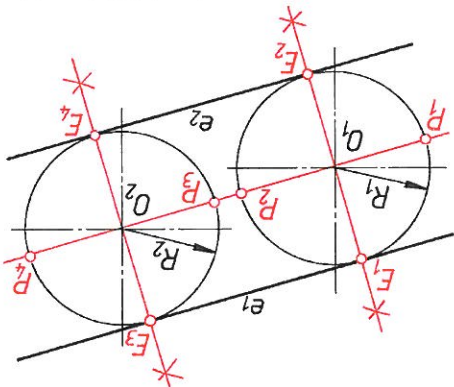


3.33. ábra. Kört érintő egyenes

A tanultakat gyakoroljuk a 19. munkalapon!

Két kört kívülről érintő egyenes szerkesztése

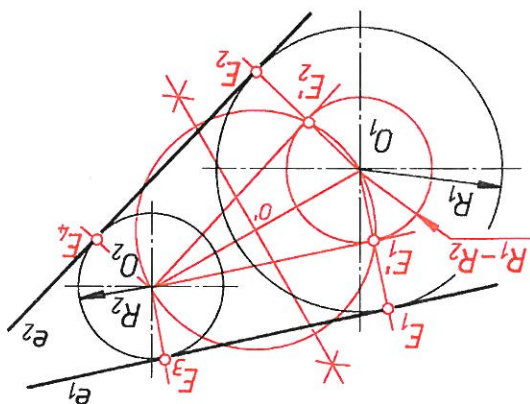
I. Egyszerűbb a szerkesztési eljárás, ha a két kör azonos átmérőjű (3.34. ábra).



3.34. ábra. Két azonos átmérőjű kör érintői

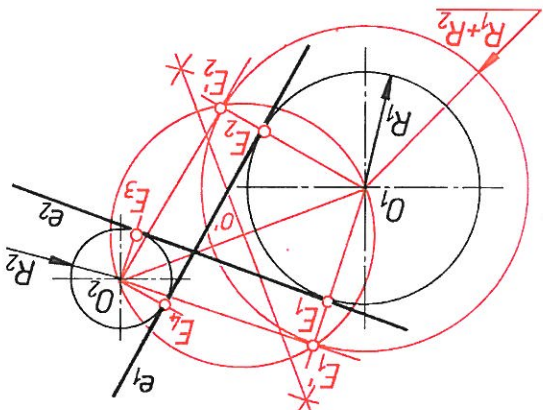
- A körök O_1 és O_2 középpontján át rajzoljunk egyenest, amely a körök kerületén kijelöli P_1, P_2, P_3 és P_4 pontokat!

- A kapott pontokat felhasználva (az O_1 és O_2 középpontokon áthaladó) szakaszfelező merőleges-
sel jelöljük ki a körök kerületén az érintési pontokat $-E_1; E_2; E_3; E_4!$
 - Az érintési pontokon át kapjuk az e_1 és e_2 érintőegyeneseket.
2. Két különböző átmérőjű kör kívülről érintő egyenes szerkesztése. Kövessük a szerkesztés lépéseit a 3.35. ábrán!



3.35. ábra. Két kört kívülről érintő egyenes szerkesztése

- A kisebbik kör R_2 sugarát zsugorítsuk az O_2 középpontba!
- Ugyanazzal az R_2 sugarú csökkentsük a nagyobbik kör R_1 sugarát, azaz O_1 középpontból $R_1 - R_2$ sugarúval rajzoljunk kört!
- Az $R_1 - R_2$ sugarú körhöz az O_2 középpontból Thalesz-körrel szerkesztünk érintőket (E_1' és E_2' érintési pontokon át)!
- A kapott eredményt vezessük vissza az eredeti körökre $-O_1$ középpontból E_1' érintési ponton át az R_1 sugarú kör kerületén kapjuk E_1 és O_1 -ből E_2' -n át E_2 érintési pontokat!
- Mivel az érintőkhöz tartozó sugarak az érintőkre merőlegesek, O_1E_1 sugarúval párhuzamosan, párhuzamos csúsztatással a kisebbik kör kerületén O_2 -ből jelöljük ki E_3 , ill. O_1E_2 sugarúval párhuzamosan O_2 -ből E_4 érintési pontokat!
- Az érintési pontokat ($E_1 - E_3, E_2 - E_4$) összekötve kapjuk e_1 és e_2 érintőegyeneseket.



3.36. ábra. Két kört belülről érintő egyenes szerkesztése

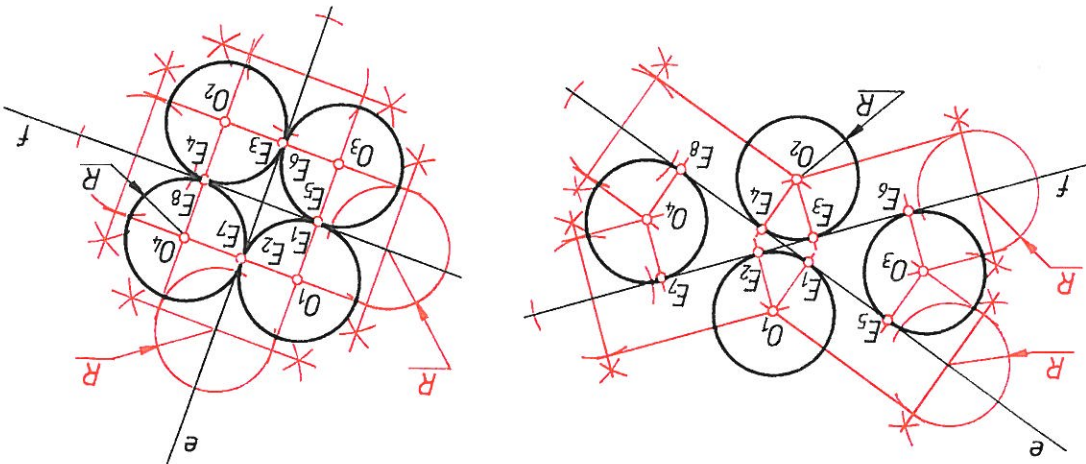
- Két kört belülről érintő egyenes szerkesztése (3.36. ábra). Hasonlóan járunk el, de a nagyobbik kört a kisebbik kör sugarával bővíteni kell. A szerkesztés lépései a következők.
- Zsugorítsuk a kisebbik kör R_2 sugarát O_2 középpontba!
 - Ugyanazzal az R_2 sugarúval növeljük a nagyobbik kör R_1 sugarát, azaz O_1 középpontból $R_1 + R_2$ sugarúval rajzoljunk kört!

- Thalész-körrel szerkesztjük meg annak érintési pontjait (E_1 ; E_2)!
 - A kapott pontokat összekötve O_1 középponttal, kapjuk az E_1 és E_2 érintési pontokat.
 - Az O_1E_1 , majd O_3E_2 sugárral párhuzamosan, de azokkal ellentétes irányban jelöljük ki a kisebbik körön lévő érintési pontokat (E_3 ; E_4)!
 - Az érintési pontok összekötésének eredménye e_1 és e_2 érintőegyenesek.
- Összegezve az érintő egyenesek szerkesztéséről tanultakat megállapíthatjuk, hogy a feladat az *érintési pontok meghatározása*.
- Gyakorlásra használjuk a 20. munkalapot!

3.7.4. Érintőkörök

Érintőkörök szerkesztésekor nem elegendő csupán az *érintési pontok* meghatározása, szerkesztéssel kell megkeresni az *érintőkörök középpontjait* is.

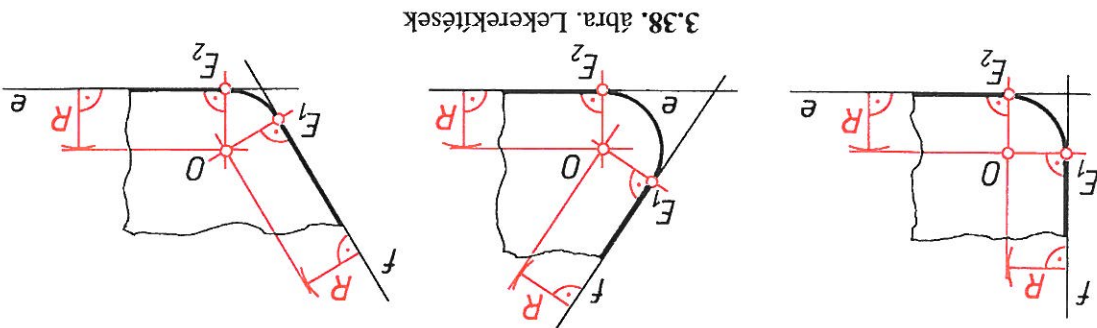
Az egyenest érintő kör középpontja az egyenessel párhuzamos egyenesen van. Helyzetéből következik, hogy két megoldása van. Kört érintő kör középpontja az adott körrel azonos közép pontú körívben van ($R+R'$, ill. $R-R'$). Ismeretük birtokában tekintjük át a legegyszerűbb, lehetséges megoldásokat!



3.37. ábra. Érintőkör szerkesztése két egyeneshez

Érintőkör szerkesztése két egyeneshez (3.37. ábra) (az előzőekben tisztázott elmélet alapján).

- Az adott egyenesekkel az érintőkör R sugarának távolságában szerkesztünk párhuzamosokat!
- A párhuzamosok metszéspontja meghatározza az *érintőkör középpontjait*.
- A középpontból szerkesztünk *merőlegeseket* az adott egyenesekre (az érintési pontba rajzolt sugarat merőleges az egyenesre)!
- A merőlegesek és az egyenesek metszéspontja meghatározza az *érintési pontokat*.



3.38. ábra. Lekerekítések

A 3.38. ábra a gyakorlati megoldásokra mutat be három egyszerű példát. Rajztechnikailag a kivitelezés sorrendje a következő:

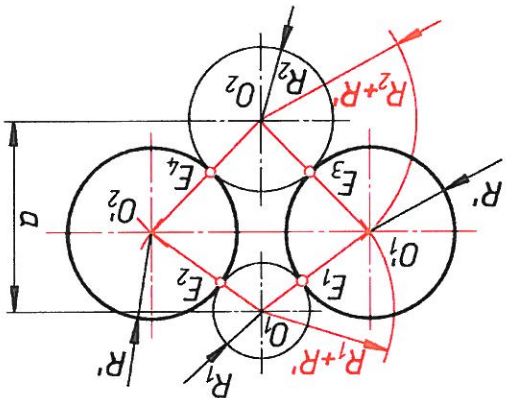
- szerkesztés;
- az érintési pontok között a körvek rajza;
- az érintési pontoktól az egyenes vonalak rajza.

Két egyeneshez szerkesztett érintő körök lekerekítésnek nevezzük.

Gyakorláshoz alkalmazzuk a 21. munkalapot!

Két kört kívülről érintő körök szerkesztése (3.39. ábra). Adott az R_1 és R_2 sugárú kör, valamint középpontjuk távolsága ($a = O_1O_2$). Keressük az R' sugárú külső érintőkörök középpontjait és az érintési pontokat.

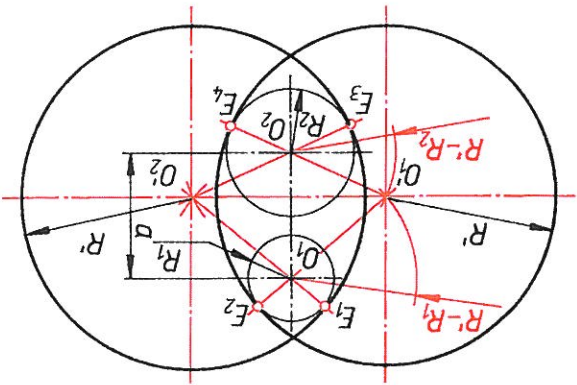
- Az érintőkörök O_1 és O_2 középpontjai az adott körök O_1 és O_2 középpontjaitól $R_1 + R'$, ill. $R_2 + R'$ távolságban vannak, azaz a körvek metszeteinek eredménye O_1 és O_2 .
- Az érintési pontok ($E_1; E_2; E_3; E_4$) az $O_1O_1'; O_1O_2'; O_2O_1'$ és O_2O_2' szakaszokon találhatók.



3.39. ábra. Két kört kívülről érintő körök szerkesztése

Két kört belülről érintő körök szerkesztése (3.40. ábra). Adott az R_1 és R_2 sugárú kör, valamint középpontjuk távolsága ($a = O_1O_2$). Keressük az R' sugárú külső érintőkörök középpontjait és az érintési pontokat.

- Az érintőkörök középpontjai O_1 -től $R_1 - R'$, O_2 -től $R_2 - R'$ távolságban vannak; a körvek metszetei határozzák meg O_1' -t és O_2' -t.
- Az érintési pontok ($E_1; E_2; E_3; E_4$) az $O_1O_1'; O_1O_2'; O_2O_1'$ és O_2O_2' szakaszok meghosszabbításán (az érintőkör kerületén) találhatók.

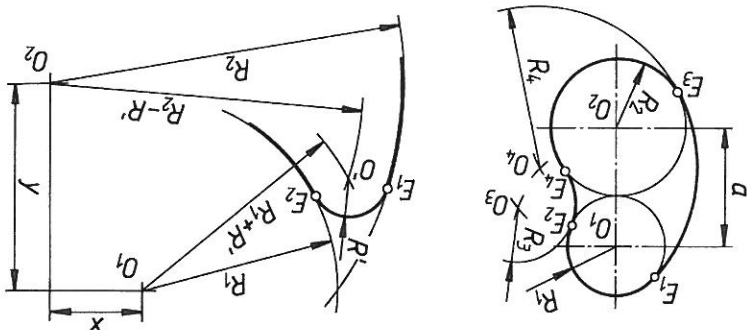


3.40. ábra. Két kört belülről érintő körök szerkesztése

Gyakorlásokra használjuk a 22. munkalapot!

A 3.41. ábrán egyszerű példákat figyelhetünk meg az érintőkörök gyakorlati alkalmazására.

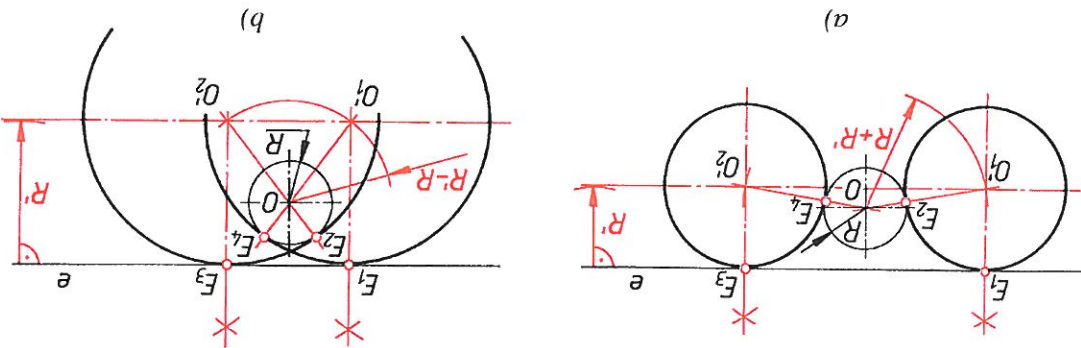
Két metsződő körhöz szerkesztett érintőkört lekerékítésnek nevezzük. (Vessük össze a 3.38. ábrával!)



3.41. ábra. Körtvek lekerékítései

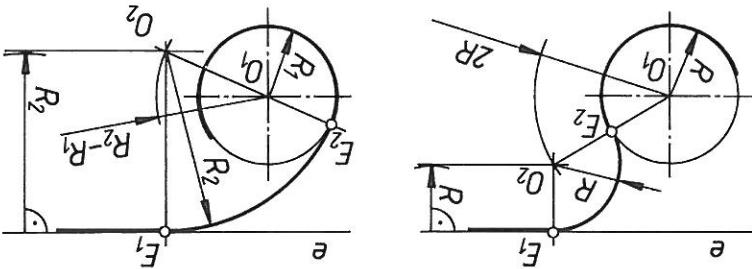
Erintőkör szerkesztése egyeneshez és körhöz (3.42. ábra). A korábban rögzített elvek figyelembevételével az érintőkör szerkesztésekor a következőket kell végiggondolni:

- az érintőkörök O_1 és O_2 középpontjai az e egyenesről R' sugárnyi távolságban párhuzamosan, az adott kör O középpontjától $R+R'$, ill. $R'-R$ távolságban vannak, azaz a párhuzamos és az ív metszete határozza meg az O_1 és O_2 középpontot (szerkesztésnél kivonás esetén mindig a nagyobbik körből vonjuk ki a kisebbik kör sugarát);
- az érintési pontok az e egyenesre O_1 és O_2 középpontokból rajzolt merőlegessékekkel, ill. az OO_1 és OO_2 szakaszok metszetével határozhatók meg.



3.42. ábra. Érintőkörök egyeneshez és körhöz
a) kívülről; b) belülről

A gyakorlati alkalmazásukra találunk példákat a 3.43. ábrán.



3.43. ábra. Kör és egyenes közös érintőköréi

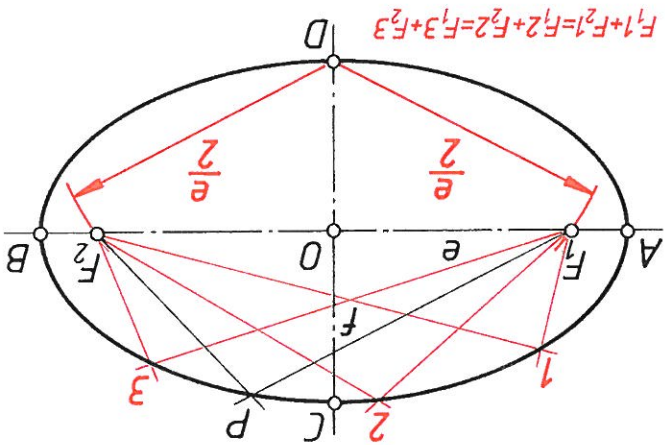
Gyakorlásokra használjuk a 23. munkalapot!

3.7.5. Ellipszis

Az ellipszis azon pontok összessége a síkban, amelyeknek két ponttól (a fókuszpontoktól) mért távolságának összege állandó.

Jellemzői (3.44. ábra):

- a nagytengely (e) és kistengely (f), amelyek egymásra merőlegesek és felezik egymást, egyben az ellipszis szimmetriatengelyei, metszeteik az origó (O);
- az ellipszis és a nagytengely metszetei A és B , az ellipszis és a kistengely metszetei pedig C és D ($AB=e$; $CD=f$);
- a fókuszpontok (F_1 ; F_2), amelyek a nagytengelyen (e) találhatók, szimmetrikusak a kistengelyre, valamint az ellipszis P területi pontjától mért távolságuknak összege megegyezik a nagytengely hosszúságával ($F_1P + F_2P = AB = e$).



3.44. ábra. Az ellipszis

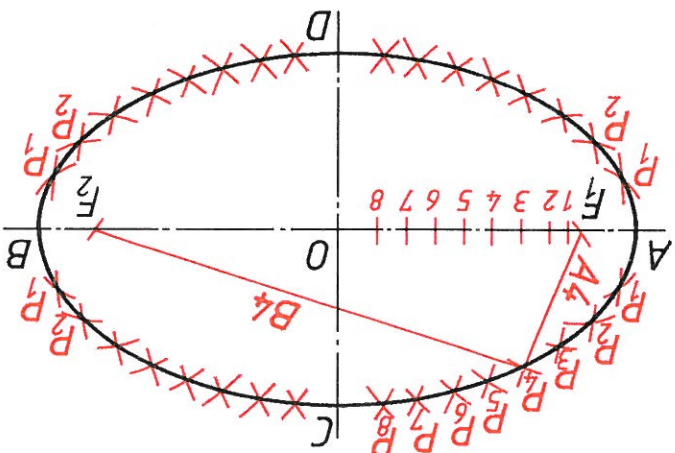
Szerkesztésükhöz két adat szükséges: a nagy- és kistengely hosszúsága, ill. a nagytengely hosszúsága és a fókuszpontok távolsága. Mint látni fogjuk, bármely két adat ismeretében a harmadik adat meghatározható.

Szerkesztésük módszere: az adatok ismeretében minél több területi pont (P_1 ; P_2 ... P_n) szerkesztése és a kapott pontokon át az ellipszis rajza. Az ellipszis vonalának ábrázolása erősen függ a szakma követelményeitől. Egyes szakmáknál görbevonalzó vagy ellipszissablon segítségével rajzoljuk meg a görbét, más szakmáknál megelegetszünk a szabadkézzel rajzolt görbével.

Ellipszis szerkesztése segédmértékekkel (3.45. ábra). A szerkesztéshez a nagytengely hosszúságának és a fókuszpontok távolságának ismerete szükséges. Ha az ellipszis tengelyei adottak, előbb a fókuszpontok helyét szerkesztjük meg, amely a 3.44. ábrán látható tulajdonságok alapján történik. Kísérjük figyelemmel a szerkesztés lépéseit a 3.45. ábrával összehasonlítva!

- Ábrázoljuk a nagy- és kistengelyt O pontjával, majd jelöljük azok végpontjait: A , B , C , D pontokat!
- $R = OA = OB = e/2$ körönytúlással C vagy D pontból messük a nagytengelyt mindkét oldalán – ennek eredménye a fókuszpontok helye, F_1 ; F_2 !
- A nagytengelyen F_1 ponttól O pont irányában, tetszőleges számú és méretű *segédpontokat* jelölünk (a szerkesztés során megbizonyosodhatunk arról, hogy F_1 közelében kisebb méreteket cél-szerű választani), az ábrán így kaptuk l ; 2 ;... 8 pontokat.
- Körönytúlásba véve $R = lA$ távolságot, F_1 majd F_2 pontokból, mindkét irányban íveket rajzolunk (összesen négy ívet).

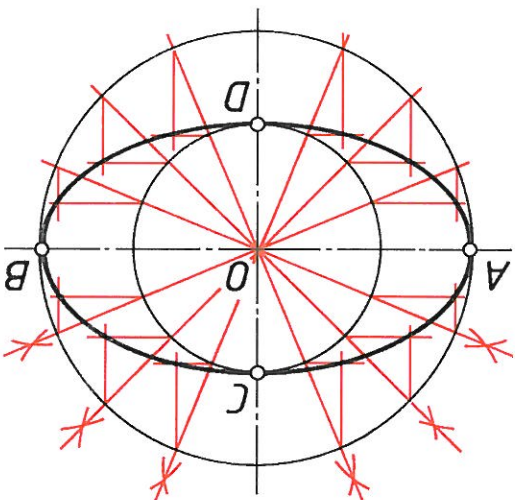
- Körzőnyílásba vége $R=IB$ távolságot, a fókuszpontokból (F_1 majd F_2) metsszük az előbbi négy ívet, mellyel megkapjuk a P_1 pontokat (összesen 4 db-ot).
- Az előző két részmutatót ismétljük a további segédpontok felhasználásával ($2A$ -val 4 ív – $2B$ -vel 4 metszés; $3A$ -val 4 ív – $3B$ -vel 4 metszés és így végig), amelyek eredménye $P_2; P_3; \dots; P_8$, az ellipszis kerületi pontsora.
- A kapott kerületi pontokon át megrajzoljuk (segédesszközzel vagy szabadkézzel) az ellipszist. Minden esetben, amikor több ponton át szabadkézzel kell vonalat rajzolni, ajánlatos a görbe teljes pályáját figyelni. Ne csak a soron következő pontra koncentráljunk, mert így nem görbét, hanem szögletes szakaszsort kapunk!



3.45. ábra. Ellipszis szerkesztése segédmértékkel

A tanultakat alkalmazzuk a 24. munkalapon!

Ellipszis szerkesztése segédkörökkel (3.46. ábra). A szerkesztéshez a nagy- és kistengely hosszúságának ismerete szükséges. (Ha a nagytengelyt és fókusz távolságot ismerjük, előbb a C és D pontok helyét keressük meg, azaz $R=OA$ körzőnyílással valamelyik fókuszpontból metsszük a nagytengelyre állított szakaszfelező merőlegest.)



3.46. ábra. Ellipszis szerkesztése segédkörökkel

A szerkesztés menetét a 3.46. ábrán követhetjük.

- Rajzoljunk O középpontú $R_1=OA=OB$ és $R_2=OC=OD$ sugarú köröket, így a nagy- és kistengely méretével azonos átmérőjű köröket kapunk!
- Többszörös szögfelezéssel, vagy derékszögű vonalzó (30°, 60°) alkalmazásával osszuk a kört minél több részre – az egyenesek messék mindkét kört!

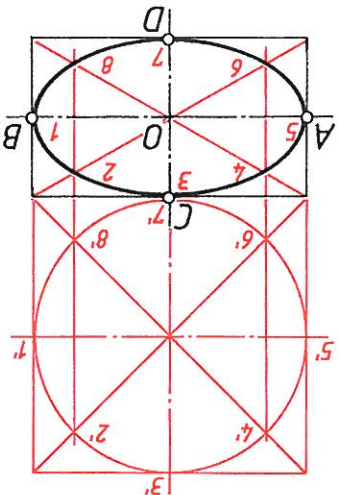
- A körmetszeteken keresztül mindkét tengelyre rajzoljunk merőlegességeket, amelyek metszetei az ellipszis kerületi pontjai! (Belátható, hogy az ellipszis kerületi pontjai O középponttól A és B pontokban van legtávolabb, ill. C és D pontokban a legközelebb; így a keresett kerületi pontok a két kör közé esnek, azaz a merőlegességeket közöttük rajzoljuk meg.)
- A kapott kerületi pontokat összekötve kapjuk meg az ellipszist.

A tanultakat gyakoroljuk a **25. munkalapon!**

Ellipszis rajzolása téglalapba (3.47. ábra). A kör tengely- és állómetszeteit alapul véve, nyolc kerületi pont alapján rajzolhatunk ellipszist.

A szerkesztés lépései a következők.

- Abrajzoljuk a téglalapot szimmetriatengelyeivel, amelyek az ellipszis tengelyeivel, így a metszéspontok a már ismert O , A , B , C , D pontok!
- Abrajzoljuk a téglalap átlóit!
- A téglalap hosszabbik oldalára állítsunk négyzetet szimmetriatengelyeivel és átlóival!
- Abrajzoljunk a négyzetet belülről érintő kört, majd tengely- és állómetszeteit jelöljük $1'$ - $8'$ pontokkal!
- A négyzetet és téglalapot összevetve, megkeressve a hasonlóságokat, látható, hogy 1 ; 3 ; 5 ; 7 pontok azonosak B , C , A és D pontokkal.
- Megkapjuk az ellipszis további négy pontját, ha a vesszős pontokat a négyzet és téglalap egy-egybe eső oldalával párhuzamosan átvetítjük a téglalap átlóira, így kapjuk 2 ; 4 ; 6 és 8 pontokat.
- A kerületi pontok figyelembevételével rajzoljuk meg az ellipszist!



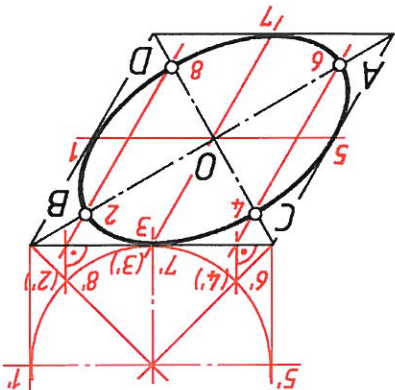
3.47. ábra. Ellipszis rajzolása téglalapba

A tanultakat gyakoroljuk a **26. munkalapon!**

Ellipszis rajzolása rombuszba (3.48. ábra). Kiindulásként a következőt gondoljuk végig! A négyzet és kör szimmetriájából következően, a segédnégyzet a benne lévő körrel felére redukálható.

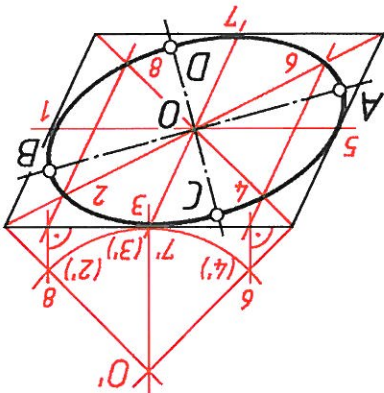
Ezek alapján a rombuszba rajzolható ellipszis kerületi pontjainak szerkesztése a következő.

- Abrajzoljuk az ellipszist befoglaló rombuszt oldalfelező pontjainak összekötésével (1 ; 3 ; 5 ; 7 ;) és átlóival, amelyek az ellipszis tengelyei!
- Rajzoljuk a rombusz oldalára a négyzet felét, abrajzoljuk a szimmetriatengelyeket, félátlókat és a belülről érintő félkört, valamint a vesszős segédpontokat $1'$ - $8'$ -ig!
- Az állómetszeteket – ($4'$), $6'$, ($2'$), $8'$ – merőlegesen vetítjük a rombusz oldalára!
- A rombusz oldalán kapott két pontot a rombusz ferde oldalával párhuzamosan vetítjük annak átlóira, amelyek metszetei a még hiányzó 2 ; 4 ; 6 ; 8 pontok!
- A kerületi pontokon át rajzoljuk meg az ellipszist!



3.48. ábra. Ellipszis rajzolása rombuszba

Ellipszis rajzolása romboidba (3.49. ábra). Rajzolása előtt figyeljük meg a következőkben alkalmazott fél négyzet és fél kör vonalai közül nem használjuk mindegyiket, azaz tovább egyszerűsíthető a szerkesztés.



3.49. ábra. Ellipszis rajzolása romboidba

Figyelembe véve mindezeket, a kerületi pontokat a következőképpen szerkesztjük:

- Ábrázoljuk a romboidot az oldalfelező pontok összekötésével és átlóival, jelöljük az ismert pontokat $(1; 3; 5; 7)$!

- Állítsunk a romboid hosszabbik oldalára oldalfelező merőlegest és messük 45° -os szögben hajló egyenesekkel a romboid csúcsaiból a kör középpontját, az O' -t kapjuk!

- A kapott középpontból az oldalfelező merőlegesen mérhető R sugárral messük a félátlókat, így a $2'; 4'; 6'; 8'$ pontokat kapjuk!

- Ezután, a már ismert módon a segédpontokat *vetítsük merőlegesen* a romboid oldalára, onnan pedig a romboid ferde oldalával *párhuzamosan* annak átlóira, amelynek eredménye $2; 4; 6$ és 8 pontok!

- A kerületi pontokon át rajzoljuk meg az ellipszist!

Hasonlítsuk össze a paralelogrammákba rajzolt ellipsziseket!

A következőket tapasztaljuk:

- csak téglalapban és rombuszban ábrázolhatók az ellipszis tengelyei (a 3.49. ábrán csupán szemléltetésként láthatók az A, B, C, D pontokkal együtt, ezzel a módszerrel nem szerkeszthetők);
- a rombuszba és romboidba rajzolt ellipszis mérete megváltozik, a nagytengeleyn mért mérete nagyobb, mint a körátmérő.

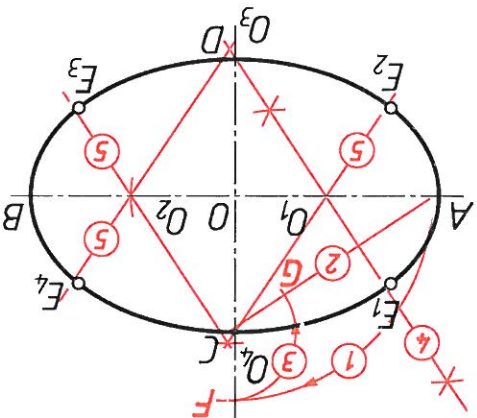
Mivel a valóságban a torzult alakzatok mérete csak csökkenhet (sohasem nő), alkalmazásuk korlátait tartasuk szem előtt!

Gyakoroljuk a tanultakat a 27. munkalapon!

3.7.6. Kosárgörbe

Az ellipszisről tanultakat és azok ábrázolási módszereit áttekintve tudnunk kell, hogy a legtöbb esetben elegendő a görbe közelítő kialakítása. Ennek megfelelően mind a gyakorlatban, mind a szerkesztési eljárásokban *helyettesítő görbét* alkalmazunk. Az ellipszisnek megfelelő helyettesítő görbe a *kosárgörbe*. Fő jellemzője, hogy körívekkel megszerkeszthető a korábban tanult, két kört belülről érintő körök alkalmazásával. Szerkesztéséhez ismerni kell a nagy- és kistengely méretét (AB, CD). A 3.50. ábrán nyomon követhetjük a szerkesztést.

- Ábrázoljuk a kosárgörbe tengelyeit (a kistengelyt a szerkesztés miatt hosszabbra) és jelöljük pontjait: O, A, B, C, D -t!
- $R=OA$ körzőnyílással O pontból messzük a kistengely vonalát, és megkapjuk az F pontot ①;
- Kössük össze az A és C pontokat ② és C pontból $R=CF$ sugárral metsszük az AC szakaszt ③, így kijelöljük G pontot!
- Az AG szakaszra szerkesztett szakaszfelező merőleges ④ metszi a nagytengetelt O_1 és a kistengely vonalát O_3 pontokban.
- Tükrözzük a szakaszfelező merőleges a tengelyekre ⑤!
- $R=O_1A$ körzőnyílással O_1 -ből, majd O_2 -ből a szakaszfelező merőlegesek között rajzoljunk íveket ($E_1; E_2$ és $E_3; E_4$)!
- $R=O_3C$ körzőnyílással O_3 -ból, majd O_4 -ból rajzoljuk meg a görbét teljessé tévő íveket ($E_1; E_4$ és $E_2; E_3$)!



3.50. ábra. A kosárgörbe

Gyakorlásra alkalmazzuk a 28. munkalapot!

3.8. Műszaki görbék. Grafikus ábrázolások

A műszaki életben gyakran alkalmazunk olyan szabályos görbéket, amelyek megfogalmazhatóak jellemzőik alapján, de *nyitottak*, így *nem képeznek síkidomot*. Ezen szabályos görbék közül a továbbiakban ismertetjük a legjellemzőbb görbéivel, amelyeket *műszaki görbék* elnevezéssel foglalkozunk össze.

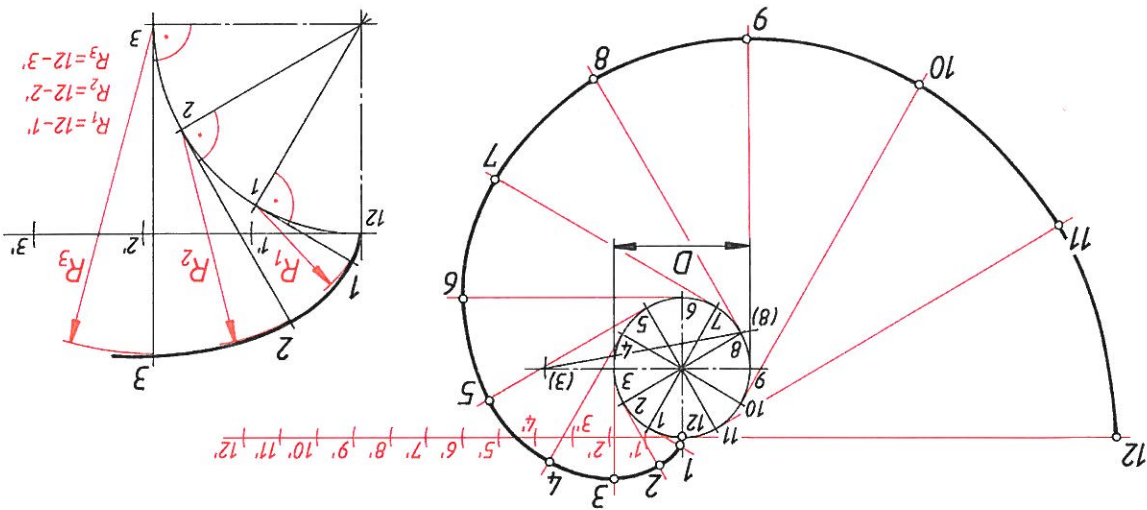
Ezek a következők:

- evolvens (a fogaskerék fogprofiljának görbéje);
- ciklois (a lánckerek fogprofiljának görbéje);
- parabola;
- hiperbola;

3.8.1. Evolvens

Az evolvens azon pontok mértani helye a síkban, amelyeket egy körön legördülő félegyenes végpontja ír le.

A definíció alapján megállapíthatjuk, hogy a körön legördülő félegyenes egy adott érintési pontban olyan hosszúságú szakasz lesz, amelyen a hozzá tartozó ívhosszúság (a kör kerülete a félegyenesre másodlik). Továbbá, a gördőfélegyenes érintője a körnek, azaz egy adott érintési pontba rajzolt sugár merőleges az egyenesre.



3.51. ábra. Az evolvens

Ezeket a megállapításokat vesszük figyelembe az evolvens szerkesztésekor (3.51. ábra).

- Adott a D átmérőjű kör mint alapkör (amelyen a görbét leíró félegyenes legördül).
- Osszuk fel a kör kerületét tizenkét részre ($1-12$)! Rajzoljuk meg a kerületi pontokhoz tartozó érintőket (az érintési ponttól a kiinduló pont irányába)! Ezzel az adott körön legördülő félegyenes helyzeiteit ábrázoljuk.
- A kör felső, 12 tengelymetszeten áthaladó érintőt rajzoljuk meg a másik irányban is! Erre körzővel, a 12 ponttól mérjük fel a kör kerületét: a (8)9 távolságot tizenkétyszer! Így kapjuk az $1'-12'$ pontokat mint segédmérőket.
- Az egyes érintési pontokból a hozzájuk tartozó érintőkre mérjük fel a számozásuknak megfelelő segédmérőket $1'$ -től $12'$ -ig (kimagyított részlet)!

- A kapott pontok az evolvens pontjai, amelyeken át megrajzoljuk a görbét.

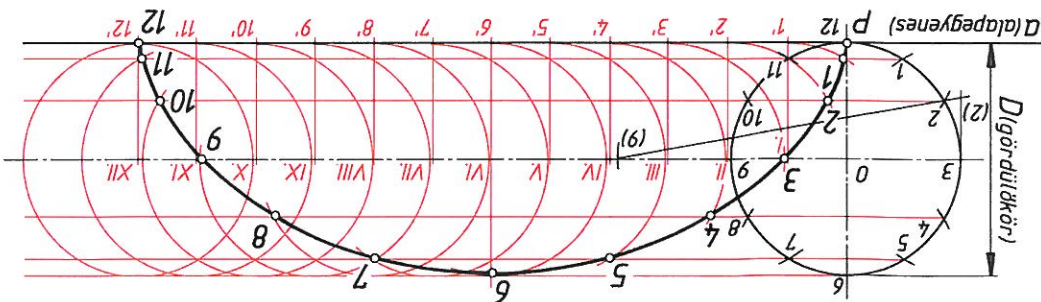
A 3.51. ábrán látható evolvens *jobb sodrású* (jobbos) evolvens. *Bal sodrású* (balos) evolvenst eredményez az a szerkesztés, amelynél az alapkör kerületi pontjait az óra járásával ellentétes irányban járjuk körbe. Az evolvens szerkesztéséhez egy adatra, a D alapkörátmérőre van szükség. Annak méretétől függ a kapott evolvens mérete is.

Gyakorlásra alkalmazzuk a 29. munkalapot!

3.8.2. Cikloisok

A ciklois azon pontok mértani helye a síkban, amelyeket egy adott vonalon legördülő kör adott pontja ír le.

A cikloisokat jellemzőik alapján csoportosítjuk. Így más cikloist kapunk az adott vonal alakjától függően (a kör egyenesen vagy köríven gördül le). Továbbá változik a ciklois a pont helyzetétől függően is (a kör kerületén, azon belül vagy kívül van az adott pont). Ezek alapján vegyük sorra a cikloisokat! Egyyszerű ciklois (3.52. ábra). Pontjait egy egyenesen legördülő kör adott kerületi P pontja írja le. Jellemzői az a alapegyenes, amelyen a kör legördül és a gördülő kör D_g átmérője.



3.52. ábra. A ciklois (egyszerű csúcsos ciklois)

Csúcsas nélküli legördülés esetén a gördülő kör az alapegyenesen a kör kerületét képezi le. Ezt a tulajdonságát használjuk fel a ciklois szerkesztéséhez. A szerkesztés lépéseit a 3.52. ábra alapján kövessük nyomom!

- Ábrázoljuk az a alapegyenest és a D_g gördülő kört tengelyeivel!
- Osszuk fel a kör kerületét tízenkét részre (1–12 pontok)!
- Az a alapegyenesre mérjük fel a kör kerületét (1'–12' pontok)!
- A gördülő kör vízszintes tengelyét hosszabbítsuk meg az a alapvonalal párhuzamosan, majd arra merőlegesen vetítsük az 1'–12' pontokat! Ezzel kapjuk I–XII pontokat, amelyek a kör középpontjának a helyzetei gördülés közben.
- A gördülő kör 1–12 kerületi pontjait vetítsük az alapvonalal párhuzamosan a szerkesztési területre! A gördülő kör sugarával, az I–XII pontokból, merről a hozzájuk tartozó kivetített vonalakat, amelyeket kiemelt számokkal jelöltünk I-től 12-ig!
- A kapott pontok a P pont helyzetei a kör legördülése közben. Azokon keresztül rajzoljuk meg a görbét!

Egy újabb periódus szerkesztésével a 12 pontban csúcs képződik. E jellemzőjének alapján az ábrázolt ciklois pontos megnevezése: *egyszerű csúcsos ciklois*. A pontos megnevezésre ritkán van szükség. Al-
táiban ciklois alatt az egyszerű csúcsos cikloist értjük.

Gyakorlásra alkalmazzuk a 30. munkalapot!

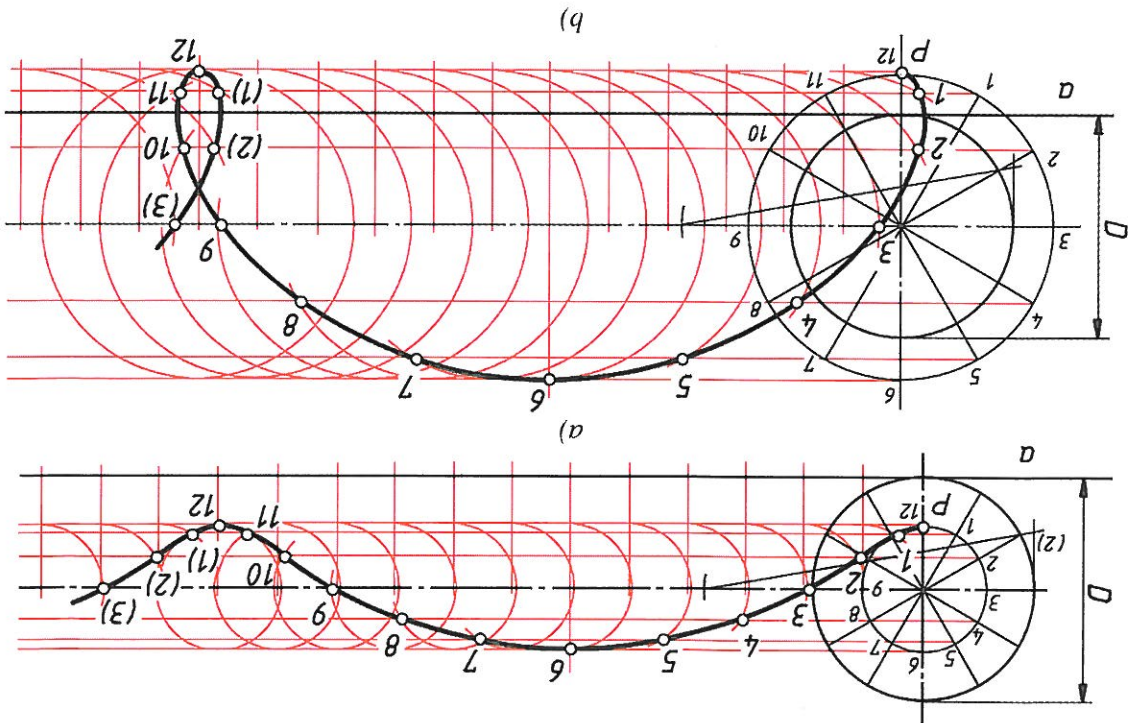
Az egyszerű ciklois változatai (3.53. ábra). Ha megváltoztatjuk a cikloist leíró pont helyzetét, változik a görbe. Egyyszerű nyújtott ciklois: az egyenesen legördülő kör kerületén belül lévő P pont írja le (3.53.a) ábra).

Elnevezését a görbe alakjáról kapta. Két periódus határára íves görbület képződik (az ábrán zárójellel számozással megrajzol-
tuk a következő periódus elejét is). Szerkesztésekor a következőkre ügyeljünk!

- Az a alapegyenesre a gördülő kör kerületét mérjük! Ezzel határozhatók meg a gördülő kör helyzetei (a zsúfoltság elke-
ritése miatt az ábrán számozással nem jelöltük).
 - A P pont a gördülő körrel azonos középpontú körpályán mozog (annak sugara egyenlő a P pont középponttól mért tá-
volsággal).
- Így a ciklois pontjait a belső kör kerületi pontjai kivetített vonalának és a gördülő kör középpontjaitól a belső kör sugarával
rajzolt ívek metszéspontjai határozzák meg.

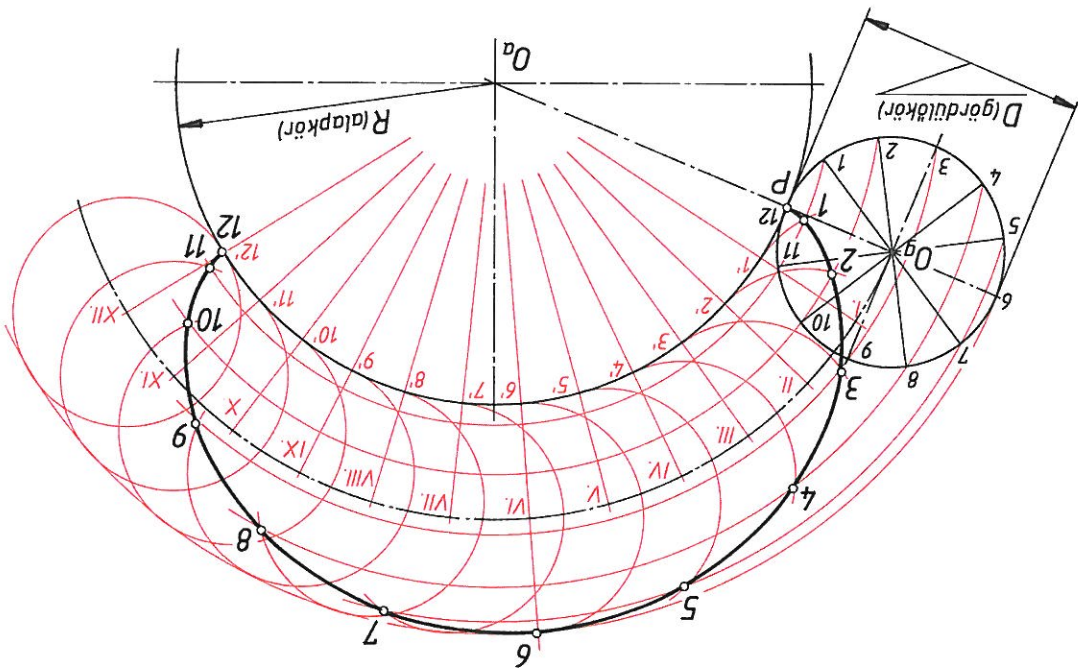
Egyszerű hurkolt ciklois: az egyenesen legördülő kör kerületén kívül lévő P pont írja le (3.53.b) ábra).

Elnevezését a két periódus határára képződő hurkolt kapta. Szerkesztése hasonló a nyújtott cikloishoz, azzal a különbséggel,
hogy a P pont egy külső kör határára esik. Így a gördülő körrel jellemzhető középpontjaitól és a külső kör kerületi pont-
jait vesszük figyelembe.



3.53. ábra. Az egyszerű ciklois változatai

Epiciklois. Pontjait egy körön kívül legördülő kör adott kerületű P pontja írja le. Jellemzői az R sugarú (vagy D_a átmérőjű) alapkör, amelyen a kör legördül és a D_g átmérőjű gördülőkör.



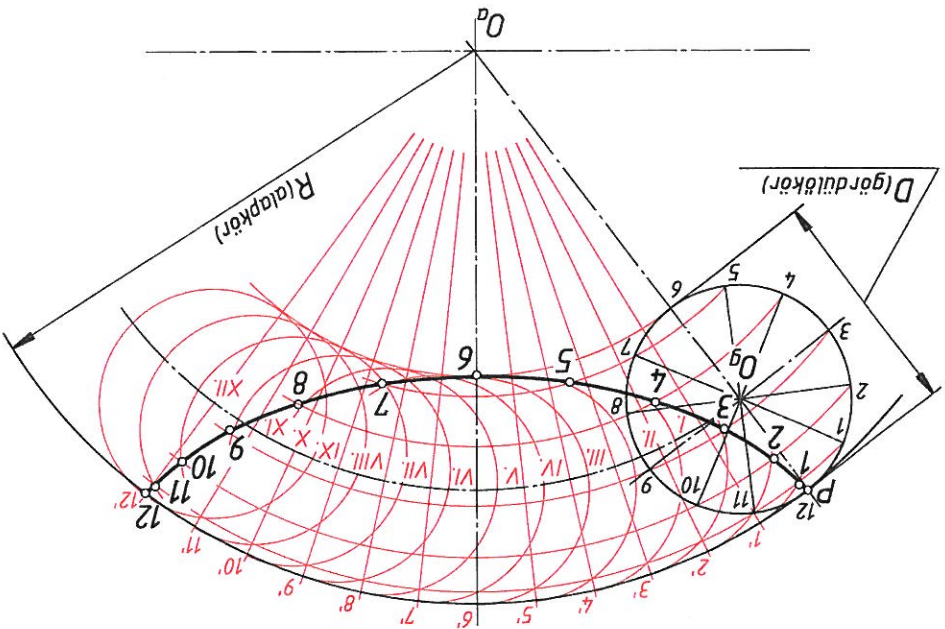
3.54. ábra. Az epiciklois

Csúszás nélküli legördülés esetén a gördülőkör kerülete az alapkör kerületére másolódik. Szerkesztéséhez ezt a tulajdonságát használjuk fel (3.54. ábra).

- Ábrázoljuk az R_a sugartü alapkört és a D_g átmérőjű gördülőkört tengelyeikkel! A gördülőkört ten-
geljét a körök O_a és O_g középpontjain keresztüli rajzolt egyenes határozza meg.
- Osszuk fel a gördülőkört kerületét tizenkét részre (I – 12 pontok), majd P pontból kiindulva az
alapkört ívére mérjük fel az egysegnyi ívekhez tartozó *hűrméreteket* (I' – $12'$).
- Kis átmérőkülönbségek esetén pontosabban eredményt kapunk a *húrhosszúságok* alkalmazásával. Nagyobb átmérőkülönbségek
esetén (kb. ötszörös különbség fölött), a kör *kerületével* dolgozzunk!
- A gördülőkört O_g középpontján át, az alapkört O_a középpontjából, rajzoljuk körvet $R_a + R_g$ sugár-
ral! Erre, az O_a középpontból rajzolt egyenesekkel vetítjük az I' – $12'$ kerületi pontokat! Így kap-
juk I – XII pontokat, amelyek a gördülőkört O_g középpontjának *helyezetei legördülési közben*.
- Az alapkört O_a középpontjából rajzoljuk a gördülőkört I – 12 kerületi pontjain át körveket! Eze-
ket a gördülőkört sugarával az I – XII pontokból sorra metszve kapjuk a kiemelt számozású I – 12
pontokat.
- A kapott pontokon át megrajzoljuk az epicikloist.

Az ábrázolt görbe pontos megnevezése: *csúcsos epiciklois*.

Hipociklois. Pontjait egy *körön belül legördülő kör* adott kerületi P pontja írja le.
Jellemzői az R_a sugartü alapkört és a D_g átmérőjű gördülőkört.



3.55. ábra. A hipociklois

Szerkesztésének elve azonos az epicikloiséval (3.55. ábra). A különbözőségeket a jellemzők helyzetéből
(egymáshoz való viszonyukból) adódnak. Az eddig tanultak alkalmazásával elemezzük ábrázolását a
3.56. ábrán!

A görbe pontos megnevezése: *csúcsos hipociklois*.

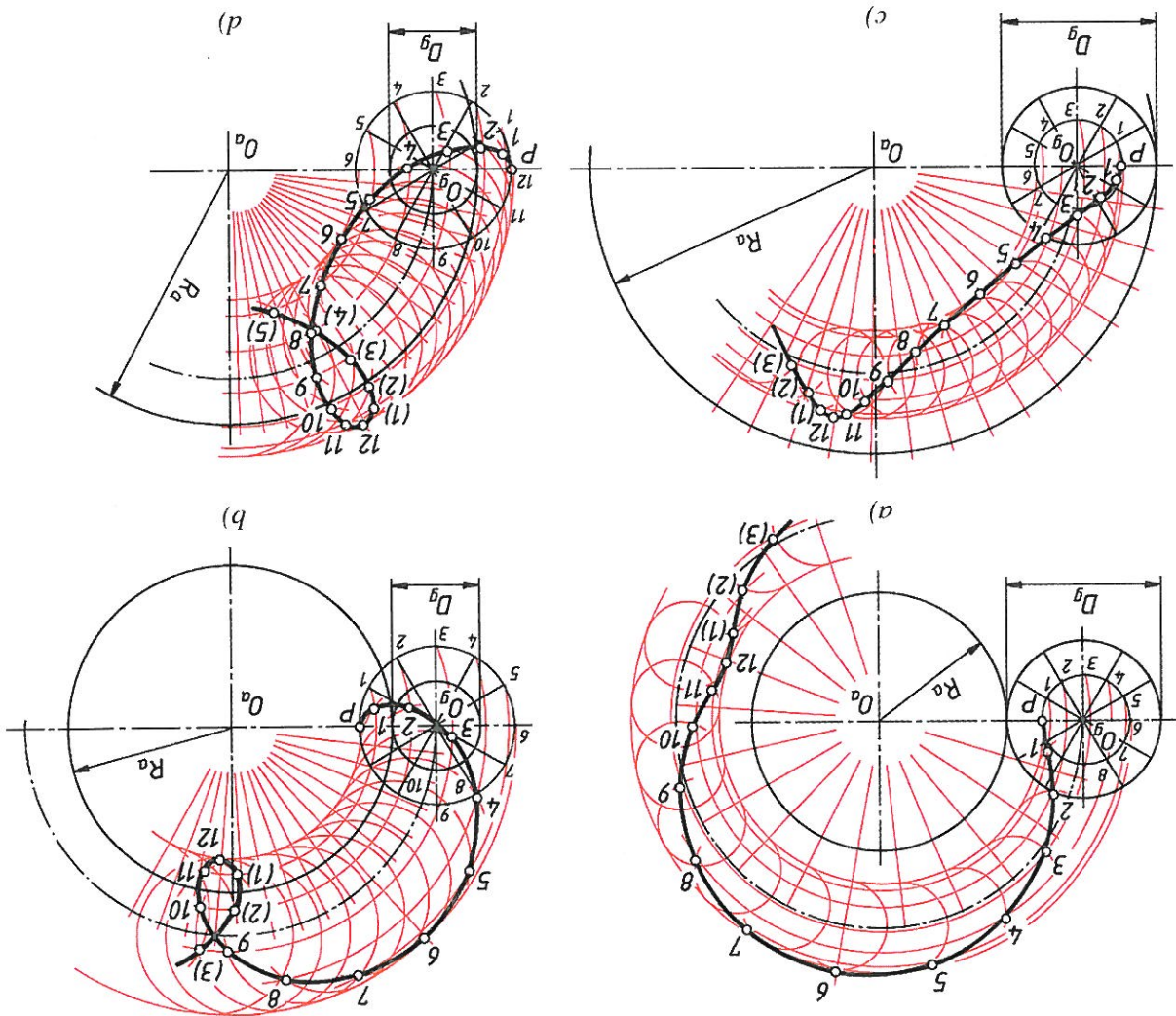
Az epi- és hipociklois változatai. Az egyszerű cikloishoz hasonlóan más görbét kapunk, ha az adott pont a gördülőkört kerü-
letén belül vagy kívül helyezkedik el. A 3.56. ábrán tekintjük át a lehetséges változatokat! Szerkesztésük nyomán követhető
az ábrán.

Nyújtott epiciklois: a körön kívül legördülő kör kerületén belül lévő P pont írja le (3.56.a) ábra).

Hurkolt epiciklois: a körön kívül legördülő kör kerületén kívül lévő P pont írja le (3.56.b) ábra).

Nyújtott hipociklois: a körön belül legördülő kör kerületén belül lévő P pont írja le (3.56.c) ábra).

Hurkolt hipociklois: a körön belül legördülő kör kerületén kívül lévő P pont írja le (3.56.d) ábra).



3.56. ábra. A cikloisok változatai

Összefoglalásként rendszerezünk a cikloisokat!

A gördülőkör helyzete szerint a következők lehetnek.

• Egyszerű ciklois – a kör egyenesen gördül le.

• Epiciklois – a kör körön kívül gördül le.

• Hipociklois – a kör körön belül gördül le.

A gördülőkör P pontjának helyzete szerint a következők lehetnek.

• Csúscos ciklois – a P pont a gördülőkör kerületén kívül van.

• Nyújtott ciklois – a P pont a gördülőkör kerületén belül van.

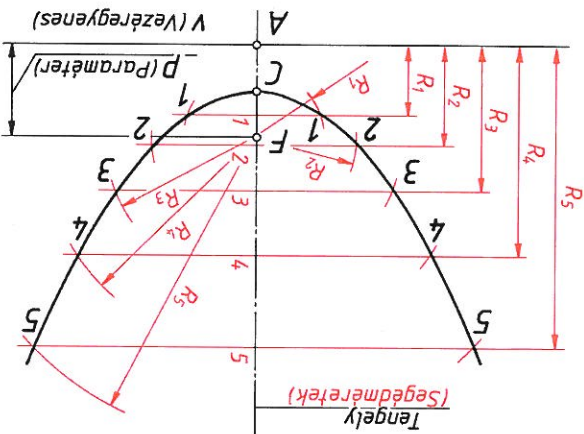
• Hurkolt ciklois – a P pont a gördülőkör kerületén kívül van.

3.8.3. Parabola

A parabola azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól (F fókuszpont) és egy adott egyenesről (vezéregyenes – direktrix) egyenlő távolságra vannak.

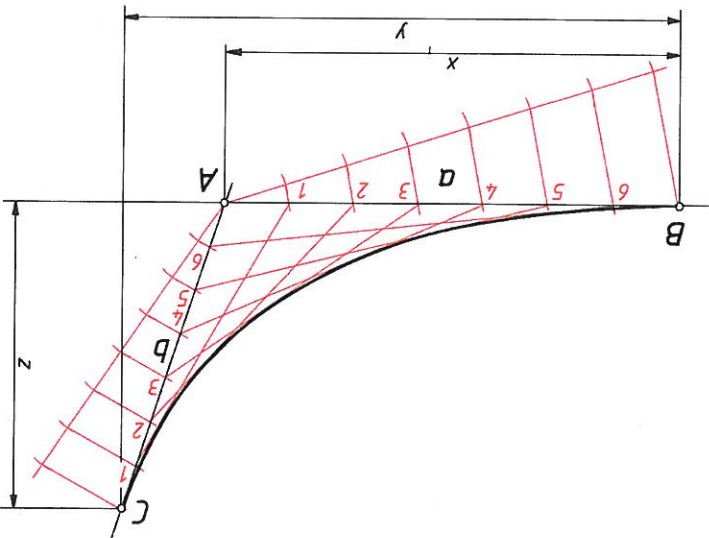
A parabola szimmetrikus, végtelen síkgörbe, amelynek szárai a végtelenben párhuzamosak. Definícióját követve a p paraméter (a fókuszpont vezéregyenestől mért távolsága) ismeretében tudjuk megszerkeszteni (3.57. ábra).

- Ábrázoljuk a v vezéregyenest és jelöljük rajta az A pontot, a görbe tengelyének talppontját!
- A p paramétertávolsággal az A talpponttól jelöljük ki az F fókuszpontot és a $p/2$ felezőpontot, a parabola C csúcspontját!
- Jelöljük ki növekvő segédmértéket a görbe tengelyén a C csúcspontból kiindulva (1–5)!
- A segédmértékeken keresztül rajzoljunk párhuzamosokat a v vezéregyenessel!
- Az $R_1 = A1$ távolsággal az F fókuszpontból messük az 1 segédmértéren keresztül rajzolt párhuzamos! Ezzel kapjuk a kiemelt 1 pontokat. Az $R_2 = A2$, $R_3 = A3$, ..., $R_5 = A5$ sugármértékekkel az F fókuszpontból a 2, 3, ..., 5 párhuzamosokon sorra jelöljük a kiemelt 2, 3, ..., 5 pontokat!
- A kapott pontok a parabola pontjai, amelyeken át a görbe megsrajzolható.



3.57. ábra. A parabola

A műszaki ábrázolásban gyakori feladat parabolikus görbe rajzolása, a görbe két érintőjének ismeretében (pl. burkolatok, ívelt bordák stb. ábrázolása). A feladatot további érintők keresésével oldjuk meg. Az érintők, az ún. **burkolóérintők**, amelyek mentén a görbe megsrajzolható.



3.58. ábra. Parabola ábrázolása burkolóérintőkkel

Az ábrázoláshoz ismerni kell az a és b érintők metszéspontját (A) és további egy-egy pontot az érintőkön (B , C). Mindez megadható hosszmerettel és az érintők hajlásszögével, ill. csak hosszmeretekkel (3.58. ábra).

- ### 3.8.4. Hiperbola

3.59. abra. A hipérbola

A hiperbola a következőképp szerkeszthető (3.59. ábra).

- Abbrázoljuk a valós tengelyt és jelöljük rajta az F_1 és F_2 fókuszpontokat! Mint szakaszfelező merőleges (F_1 és F_2 pontokból) rajzoljuk meg a képzetes tengelyt! Jelöljük a tengelyek metszéspontját (O)! Ha a c csúcstávolság adott, annak felet ($c/2$) mérjük fel a valós tengelyre az O ponttól mindkét irányban! Ezzel megkapjuk C_1 és C_2 csúcspontokat.
 - Rajzoljunk kört az F_1 és F_2 fókuszpontokon át az O tengelymetszetből! A C_1 és C_2 csúcspontokon át a képzetes tengellyel párhuzamosan rajzoljunk egyeneseket és jelöljük a kapott körmetszeteiket (D -től H -ig – F kivételével)! A $D-G$ és $E-H$ pontpárokon át rajzolt egyenesek a hiperbola aszimptotatengelyei.
 - Ha az aszimptotatengely valós tengellyel bezárt α szöge adott, annak ismeretében ábrázoljuk az aszimptotatengelyeket! Az előzőekben leírt módon rajzoljunk kört a fókuszpontokon át, majd jelöljük a kör és aszimptotatengelyek metszéspontjait (D -től H -ig)! A $D-H$ és $E-G$ szakaszok metszéspontjai a valós tengellyel a C_1 és C_2 csúcspontok.
 - A további hiperbolapontok szerkesztéséhez mérjük fel a valós tengelyen valamelyik fókuszponttól növekvő segédmértéket ($l-5$)!
 - Az $R_l = C_1 l$ távolsággal mindkét fókuszpontból rajzoljunk kört, a valós tengely mindkét oldalán! A körveket $R_l' = C_2 l$ távolsággal messzük el a fókuszpontokból! Ezzel kapjuk a hiperbola l pontjait. (A hiperbola szerkesztett pontjainál megtartjuk a segédmértékek azonosító jeleit, ezért kapunk négy hiperbolapont is azonos számmal.)
 - Az előző szerkesztési lépést ismételjük meg sorra a $C_1 l^2 - C_2 l^2, C_1 l^3 - C_2 l^3 \dots C_1 l^5 - C_2 l^5$ távolságokkal az F_1 és F_2 fókuszpontokból, amellyel kapjuk a hiperbola 2-5 pontjait!
 - A kapott pontokon át rajzoljuk meg a hiperbolát! (A görbe rajzánál segíti munkánkat az aszimptotatengelyek helyzete is.)
- Az ábrázolt hiperbola szimmetrikus a képzetes tengelyre is, de ez nem törvénytisztító. Később, a tértérítan keretén belül, a kúpmetaszetekeknél találkozunk majd olyan hiperbolákkal is, amelyek csak a valós tengelyre szimmetrikusak.

3.8.5. Jelleggörbék

A műszaki életben egy-egy jellemző állapot, folyamat szemléletesen mutatható be jelleggörbék alkalmazásával. Tulajdonképpen függvényábrázolás, ahol a mérhető pontokat folytonos vonallal kötik össze. Tanulmányaink során majdnem minden szakmai tanítárgyunk alkalmazza (anyagismeretben állapot-ábrák, szaktitoldiagramok; elektrotechnikában átmágnesezési görbe; műszerek és mérésnél mérési jegyzőkönyv stb.). Ertelmezését, olvasásának szabályait és folyamatait ott és akkor célszerű feldolgozni, amikor megismerkedünk vele.

Ábrázolásukhoz a következőket kell tudni.

- A pontos ábrához a jelleggörbe minél több pontját kell ismerni – azokat különösen ott célszerű süriteni, ahol kis ívű a görbület.
- A koordináta-tengelyek beosztását pontosan kell rajzolni és a mérőleget, párhuzamos vetítéseket is az elérhető legnagyobb pontossággal kell végezni.
- Ez előbbi problémát segít megoldani a milliméterpapírral alkalmazása, amely pauszpapíron (tehát tusmunkához) is beszerezhető.
- Egyes diagramok, jelleggörbék értékeit logaritmikusan célszerű meghatározni – ehhez használható logaritmusbecsztási papír is kapható.
- Pontos, esztétikus munka csak görbevonalzókkal végezhető. Alkalmazakor arra ügyeljünk, hogy a rajzeszköz min. három ponthoz simuljon és csökkentsük a lehető legalacsonyabbra a vonalदारabok számát; tengelymetszeteiket, irányváltásokat (inflexió pontokat) használjunk a vonalदारabok végpontjainak!

A 2. és 3. fejezetben tanultak alkalmazásait mutatjuk be és gyakoroljuk. Tekintünk át a lépéseket, amelyeket követünk!

Elhelyezés a rajzlapon

- A lemezártya befoglaló méreteinek meghatározása: legnagyobb hosszúság és legnagyobb szélesség (esetenként számitani kell);
- a méretarány meghatározása;
- a rajzlap típusának meghatározása a kiterjedések ismeretében;
- előzetes mérlegelés a méretek elhelyezésére: amelyik oldalon tagoltabb a lemezártya, valószínűleg több méretet kell megadni.

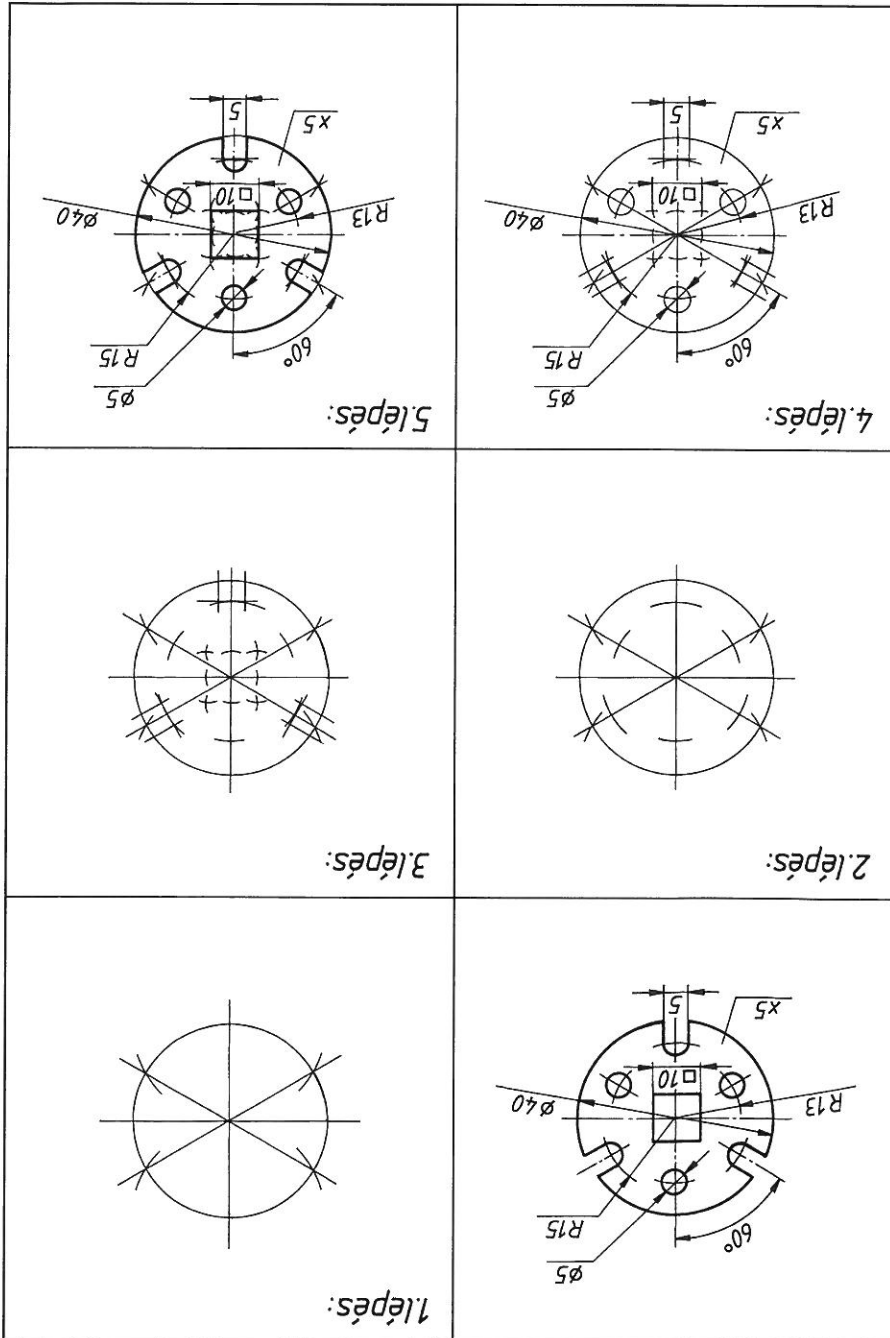
Szerkesztés (ábrázolás)

- A lemezártya alakjának részletes elemzése;
- a méretlanc elemzése;
- a kiinduló egyenes vagy pont (pontok) meghatározása (*báziskeresés*);
- a szükséges szerkesztési eljárások, azok sorrendjének, ill. egymáshoz kapcsolódásának meghatározása;
- a szerkesztés végrehajtása (folyamatos ellenőrzés, szükség esetén korrekció);
- a szerkesztési lépések végrehajtásának összevetése a feladattal;
- főleges vonalak kitorlása;
- mérthálózati felépítése (ellenőrzésük, hogy egyértelmű-e a méretegadás: nincs hiányzó méret, nincs többszörös méret);
- vékony vonalak (tengelyvonalak) rajza – figyelembe kell venni a vonalmetsződések, nem metszhető részleteket;
- a látható élek (folytonos, vastag vonalak) rajza – először a körveket, köröket rajzoljuk (értékes pontokat figyelembe véve), majd az egyeneseket;
- részletes ellenőrzés, hiányok pótlása.

Gyakorlati alkalmazás. A 3.60. ábrán látható lemezártya ábrázolása a feladat. Mivel a minta méreteivel együtt adott, belátható, hogy a feladat nem más, mint a síkmértési szerkesztések gyakorlati alkalmazása. Eitől függetlenül, nem kerülhet meg a rajzlapon való elhelyezés művelete a következőképp.

- A legnagyobb kiterjedés: $\varnothing 40$;
- mivel kör alakú a tárgy, bármely rajzlaptípus megfelelő;
- a mérthálózati felépítések követjük a mintát;
- a méretarány: **2:1** (a rajzlapon eittől nagyobb rajz is elfér, de a következő szabványos nagyítási arány 5:1; amely már túl nagy).
- A minta alapján meghatározzuk a legjellemzőbb – a szerkesztés kiindulásaként alkalmazandó – alakot és méreteit. Ezután a szerkesztés elkezdhető.

- A tárgy részletei szabályos rendben helyezkednek el: három kerületi, nyitott furat és a három belső furat – osztásuk tehát $3 \times 120^\circ$, egymáshoz viszonyítva 60° -os elfordulással;
- mivel azonos ponttól mért távolságuk adott (a befoglaló alakzat középpontja) és a négyzetes üreg is ott található, a szerkesztés kiindulása a lemezártya középpontja – a szerkesztési bázis.



3.60. ábra. Lemeztárgy ábrázolása

- 1. lépés: az $\varnothing 40$ mm-es kör rajza $R=40$ mm sugárral, kerületének osztása (szabályos hatszög);
- 2. lépés: az $R15$ mm-es középponttávolságú részletek helyének jelölése $R=30$ mm-rel, majd az $R13$ mm-es jelölése $R=26$ mm-rel;
- 3. lépés: a nyitott, kerületi furatok érintési pontjainak és érintőinek jelölése; a négyzetes üreg szerkesztése $R=10$ mm-es körzőnyílással;
- 4. lépés: a mérőhálózati felépítése, méretvonal-határolók és méretszámok elhelyezése, valamint a vékony vonalfajták rajza;
- 5. lépés: a folytonos, vastag vonalak rajza (előbb a körívek, majd az egyenes szakaszok);
- 6. lépés: ellenőrzés, felíratmező kitöltése.

További gyakorlatokra nyújt lehetőséget a feladatgyűjtemény.

1. Mi a különbség a szerkesztés és a rajzolás között?
2. Mi a pont, hogyan határozható meg és hogyan jelöljük?
3. Mi az egyenes, hogyan határozható meg és hogyan jelöljük?
4. Milyen műveleteket ismerünk a szögekkel kapcsolatban?
5. Milyen lehetőségeink vannak merőlegesek szerkesztésére?
6. Milyen lehetőségeink vannak párhuzamosok szerkesztésére?
7. Milyen szerkesztéseket ismerünk a szakaszokkal kapcsolatban?
8. Hogyan csoportosíthatók a síkidomok?
9. Melyek a szabályos sokszögek jellemzői?
10. Mi a kör fogalma és melyek a jellemzői?
11. Jellemezzük a kör egyenest!
12. Jellemezzük a kör területét!
13. Melyek a jellemzői a Thalész-körnek?
14. Mit kell meghatározni érintő egyenesek szerkesztésénél?
15. Mit kell meghatározni érintő körök szerkesztésénél?
16. Mi az ellipszis fogalma és melyek a jellemzői?
17. Mi az evolvens fogalma és melyek a jellemzői?
18. Mi a ciklois fogalma és melyek a jellemzői?
19. Mi a parabola fogalma és melyek a jellemzői?
20. Mi a hiperbola fogalma és melyek a jellemzői?
21. Hol alkalmazzuk a jellegzőörbéket?

4. MŰSZAKI VÁZLAT

A műszaki tevékenység folyamatában nem csak szerkesztett műszaki rajzok készülnek. A tervező el-alkatrész újragyártásához, épület villamoshalózatának felújításához a helyszínen készül a rajz. Ezek a szabadkézzel készült rajzok a **műszaki vázlatok**. Ebben a fejezetben a műszaki vázlat jellemzőivel, készítésének eszközeivel és módjával ismerkedünk meg.

4.1. A műszaki vázlat jellemzői

A műszaki vázlat szabadkézzel készült műszaki rajz.

A megfogalmazásból következtethetünk arra, hogy a műszaki vázlat sokban hasonlít a szerkesztett rajzhoz, de sokban különbözik is attól. Ugyanakkor különbözik az általános iskolában, rajzórán megszokott ábrázolási módtól is.

A műszaki vázlatok csoportosítása

A vázlat megnevezés utal arra, hogy minden esetben követi egy kidolgozott, szerkesztett rajz elkészítését. Szokásos megkülönböztetése annak alapján történik, hogy gondolatok rögzítésére, vagy konkrét alakzat, munkadarab vázolására készült-e.

Szabadkézi rajz. Célja az előzetes elképzelések rögzítése, vagy egy folyamat megtervezése. Ezt a vázolási módot alkalmazzák pl. a tervezőmérnök. Iskolai tanulmányainkban szabadkézi rajzzal tervezhetjük meg rajzfeladatainkat (elhelyezés a rajzlapon, mérthálózat elhelyezése stb.).

Felvételi vázlat. Célja egy már meglévő alkatrész, vagy valamilyen elrendezés jellemzőinek rajzi rögzítése. Elsősorban műhelykörülmenyek között készül. Iskolai tanulmányainkban *térsszemléletünk és arányérzékünk fejlesztésére* is alkalmas. Ezért gyakorként modelleket és maketteket is vázolunk.

Elvárások a műszaki vázlatnál szemben

A műszaki rajzról eddig tanult legfontosabb jellemzőket megköveteljük a szabadkézzel készült rajzoktól is.

- A vázlatnak világosnak, érthetőnek kell lennie!
- A rajzi jeleket, jelöléseket, jelképeket kötelező alkalmazni!
- Az ábrázolt alakzat arányaiban feleljen meg a mintának!

4.1.1. A vázlatkészítés eszközei

A szabadkézzel készült rajz eszközei különböznek a szerkesztett rajz eszközeitől.

Ceruza. A vázolásához közepes vagy puha ceruza használata a célszerű. Kézhasználatunktól függően *HB-2B* keménységű grafitbélést alkalmazunk!

Törölgumi. Tűves vagy fölőseges vonalak törlesztése mindig olyan puha törölgumit használjunk, amelynek kellő éle van! Így érhető el, hogy csak a kívánt vonalakat töröljük.

Papír. A vázlat készíthet rajzlapon, de legtöbb esetben megfelelő a vékonyabb A/4 méretű papír is. Csak üres felületű papírt használjunk!

Rajztábla. Feladata a rajzlap (vagy papír) tartása, könnyű kezelhetősége. Erre alkalmas az általános iskola rajzórán használt patentos, farostlemez rajztábla. Ha vázlattömbben dolgozunk, nélkülözhető.

Mérőeszközök. Felvételi vázlat készítésekor, a méretek megadásához szükség van a mérésre. Ehhez tolmérőt, mérőszalagot, szögmérőt stb. használunk.

4.1.2. A műszaki vázlat sajátosságai

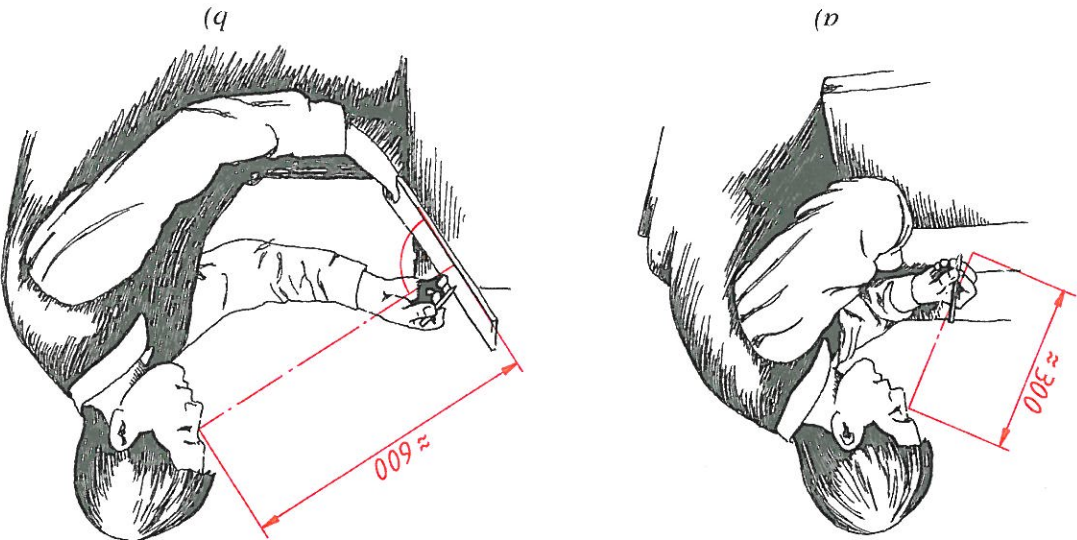
A műszaki vázlat a műszaki rajz sajátos ága. Sajátosságait hasonlításuk össze a szerkesztett műszaki rajzok jellemzőivel!

Arányok – alakhűség. Egy alakzat szerkesztett ábrázolásában az alakhűség követelményének betartása a hosszúsági és szögméretek betartását jelenti. Szabadkézzel készült rajz esetén, a rajzlapon nem mérünk. Az alakhűségnek való megfelelés az arányok minél pontosabb betartását jelenti. Az arányokat aránypárban vagy tört alakban tudjuk megadni.

- **Befoglaló forma:** az az egyszerű síkidom, amely körülhatárolja az ábrázolni kívánt alakzatot (szerkesztett rajznál a befoglaló méret a megfelelője). Vázolásnál befoglaló formának négyzetet vagy téglalapot választunk! (A téglalap oldalarányait: a szélesség aránya a hosszúsághoz, pl. 1:3.)
- **Belső arányok:** megmutatják egy adott kiterjedés irányában, egy adott részlet helyét. Pl. egy alakzat tengelyén található részlet jellemző pontja milyen arányban osztja az alakzat hosszúságát (pl. 2:3, 1:4, 3:5, stb.).

Egy alacson belüli található részletek, saját befoglaló formája van. Így annak vázolásakor az egészről tanultakat alkalmazzuk.

Ajánlott testhelyzet (4.1. ábra). Műszaki vázlat készítésekor más testhelyzetet veszünk fel a vázolás-hoz, ill. a kidolgozáshoz.



4.1. ábra. A testhelyzetek
a) kidolgozáshoz; b) vázolás-hoz

Kidolgozás-kor hasonló testhelyzetben dolgozunk, mint amit megszoktunk írás, olvasás és a szerkesztett rajzok készítése közben. Emeljük ki azokat a jellemzőket, amelyek megkülönböztetik a vázolás-hoz ajánlott testhelyzettől (4.1.a) ábra)!

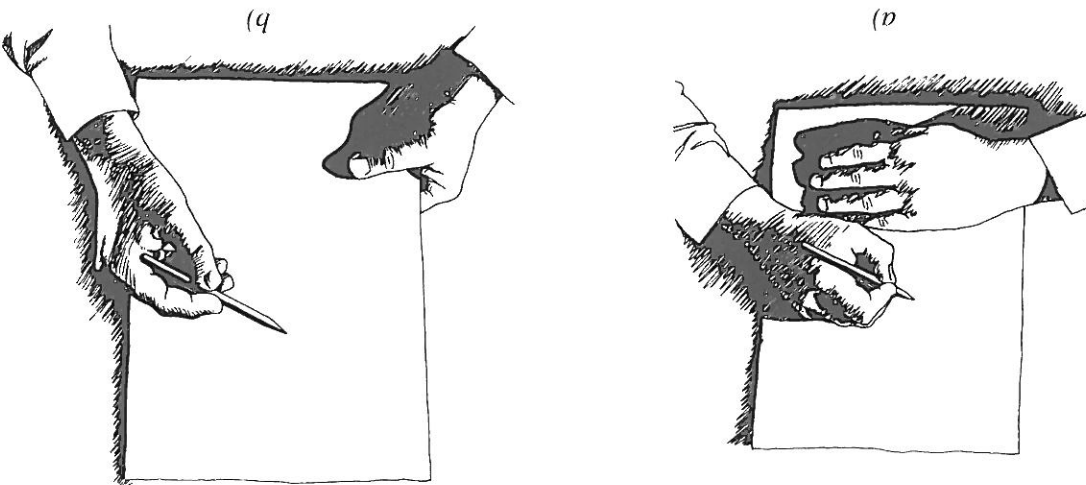
- Az olvasótávolság 250...300 mm (a szem és a nyomhagyo eszköz hegye közötti távolság).
- Kis szemmozgatással csak kisebb felület tekinthető át. Ezért alkalmas a részletekre való összpontosításra.

Vázoláshoz más testhelyzet az ajánlott (4.1.b) ábra).

- A vázolásakor a szem és a rajzlap távolsága 500...600 mm. Ennek elérésére kényelmes, függőleges törzstartás ajánlott.
- A látóengely megközelítőleg merőleges a rajzlapra. Ezért vázolás közben ennek megfelelően kell tartani a rajzablát, rajztömböt.
- Az előző két jellemző következtében kis szemmozgatással is jól áttekinthető a rajzlap és elhanyagolható a torzulás (amely ferde helyzetű rajzlapnál előfordulhat).

Mindeneket összegezve, a vázoláshoz úgy helyezkedjünk el, hogy a széken hátraddólv, a rajzablát (rajztömböt) az asztal széléhez támasztva fogjuk meg! A biztosabb és kényelmesebb tartás érdekében a rajzablát keresztbetett lábbal, combunkkal alátámasztjuk. Műhelykörülmenyek között, álló munkára is kényeszerülhetünk. Ebben az esetben a rajzablát (rajztömb) tartásánál ügyeljünk a megfelelő távolságra és a merőleges helyzetre (a látóengely és a rajzablát szöge)!

Ajánlott ceruzatartás (4.2. ábra). Vázoláshoz a ceruzát is más módon fogjuk meg, mint szerkesztett rajznál vagy írásnál.



4.2. ábra. A ceruzatartás
a) kidolgozás közben; b) vázolás közben

Kidolgozás közben (hasonlóan az íráshoz és a szerkesztett rajz készítéséhez) határozottan fogjuk meg a ceruzát (4.2.a) ábra). Az eredmény markáns vonal, amely alkalmas a pontos, jelentéstartalommal rendelkező vonalak rajzolására.

Vázolás közben lazán és magasan fogjuk meg a ceruzát és laza csuklóval, könnyűvel dolgozunk. A tényleg nem támaszkodhat meg (4.2.b) ábra)! Az eredmény könnyed, halvány vonal, amely alkalmas helyzetek, irányok és arányok rögzítésére, azaz a vázolás feladataira.

Rajzlapkezelés. A műszaki vázlat készítése közben – elsősorban vázolásakor – a rajzlap elforgatható. Könnyebb egyes részarányok megfigyelése és az egyes vonalak rajza is, ha megfelelő irányba állítjuk a rajzlapot.

4.2. A vázolás alapfeladatai

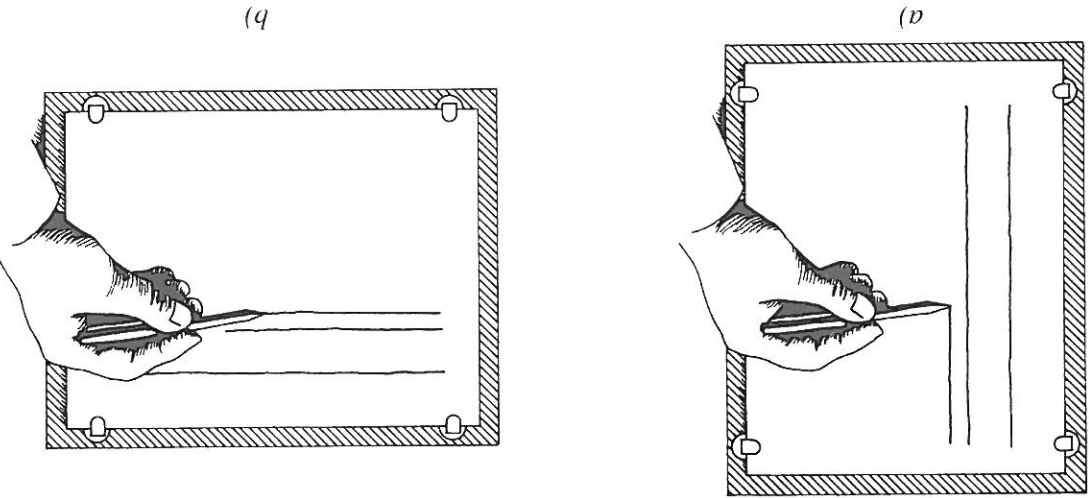
Vázolás közben megfigyelőképeségünkre (szemmértékünkre), arányérzékünkre és kézügyességünkre szorítkoznak. Tiszta, esztétikus megjelenést várunk el a műszaki vázlatról is. A következő jellemzőket igyekezzünk minél pontosabban betartani!

- *Minden vonalat csak egyszer rajzoljunk meg!* A vonal vázolása előtt célszerű végigtekinteni a munkánk pályáját és tudnunk kell, hogy a vonal metitől meddig tart.
- Pontos és esztétikus munkát úgy tudunk végezni, ha a *vázolás sebességét* megfelelően választjuk meg. A lassú vonalvezetés pontosabb, de az eredménye hullámos vonal lesz. A gyors vonalvezetés szabályosabb vonalat eredményez, de a pontosság rovására. Az egyéni adottságokhoz mért rajzolási sebességet gyakorlással ismerjük meg.
- *Téves vonal helyesbítésénél* a következőképpen járjunk el! Először rajzoljuk meg a javított vonalat és csak utána töröljük azt, ami téves!

4.2.1. Egyenes vonalak vázolása

Ha konkrét feladatot kell megoldani, akkor úgy tervezzük meg a vázolás lépéseit, hogy kiindulásként csak a rajzlap szélével párhuzamos vonalat rajzoljunk! Ez egybecseng a befoglaló forma (négyzet vagy téglalap) vázolásáról leírtakkal. Ennek megfelelően a vázolt egyenes lehet függőlegesen vagy vízszintesen rajzolt vonal. Rajzolás közben folyamatosan hasonlítsuk össze a rajzlap széle (kerete) és a vonal közötti távolságot! *Vázolás közben ne a ceruza hegyét figyeljük, hanem tekintsük át a területet!* Koncentráljunk a ceruzanyom pályájára! A követelmény a pontos iránytartás. Ehhez folyamatos korrekció szükséges. Vázoláskor a bizonytalan (kissé hullámos) vonalkép nem hiba. Ez viszont nem lehet indoka a hanyag, elkapkodott munkának.

A leírtak alapján elemezzük a 4.3. ábrán a függőleges és vízszintes vonalak vázolási módját!



4.3. ábra Egyenes vonalak vázolása

a) függőleges irányban; b) vízszintes irányban

Az egyéni adottságtól függ, hogy ki milyen irányú egyenest tud eredményesebben megrajzolni. Kellő gyakorlás után, a függőlegesen és vízszintesen rajzolt vonalak összehasonlításával önmagunk is megállapíthatjuk, hogy milyen irányú vonalat tudunk pontosabban megrajzolni. Mivel a rajzlap vázolás közben elfordítható, adottságunk ismeretében a továbbiakban a *pontosabb vonalat eredményező irányt alkalmazzuk!*

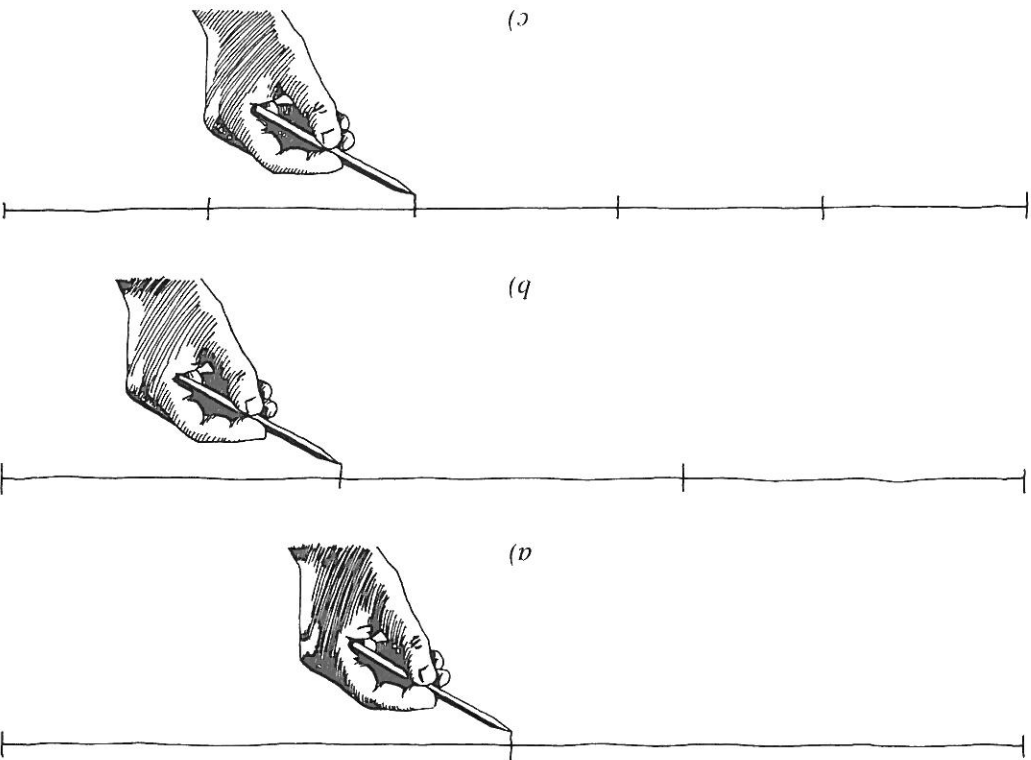
4.2.2. Szakasz osztása

A műszaki vázlat készítésekor a belső arányokat (a részletek helyét) aránypárban (tört alakban) tudjuk meghatározni. Ennek a gyakorlati megvalósítása a *szakasz felezése* (szakasz $1:1$ arányú osztása), *harmadolása* (szakasz $1:2$ arányú osztása) és *ötödölése* (szakasz $1:4$ vagy $2:3$ arányú osztása) l. a szakasz arányos osztásáról tanultakat, **3.5. alfejezet, 3.11.(c)** ábra. A további, kisebb törtreszekre osztás esetén

Ezt érdemes egy gyakorlati példán áttekinteni:

- Adott egy 40 mm hosszúságú munkadarab, amelynek egyik végpontjától 26 mm -re egy belső részlet (pl. furat közép-pontja) található.
- A méreteket átalakítjuk az arányosításhoz alkalmasabb *egységnyi hosszúságokra*, ami ebben az esetben 20 egység és 13 egység (2 mm a legnagyobb közös osztó).
- A 13 . egység a munkadarab végétől a 10 . és 15 . egység között van.
- Első lépésben a befoglaló formán belül, a tengely hosszúságát negyedeljük (felezzük és a második felet ismét felezzük).
- Második lépésben a harmadik negyedet ötödöljük ($3:2$ arányban osztjuk – figyeljünk a sorrendre).
- A második lépés eredménye a 13 . egység.

A több lépcsős szakaszosztás lépéseinek megtervezését végezzük számegyenesen, amíg a kellő gyakorlatot meg nem szereztük! A továbbiakban ismerjük meg a szabadkézi szakaszosztás módszerét (**4.4. ábra**)! A felosztásra váró szakasz (bármilyen irányban vázoljuk) osztáshoz mindig vízszintes helyzetbe fordítsuk!



4.4. ábra. Szakasz osztása

Szakasz felezése (4.4.a) ábra). A művelet közben ügyeljünk a ceruzatartásra! Figyeljünk arra, hogy a felezésre váró szakasz teljes hosszában látható legyen! A ceruza hegyét közelítsük a szakaszhoz, hasonlítsuk össze a két oldalon adódó szakaszt és amikor azok az azonosaknak ítéljük, jelöljük ki a szakaszfelező pontot!

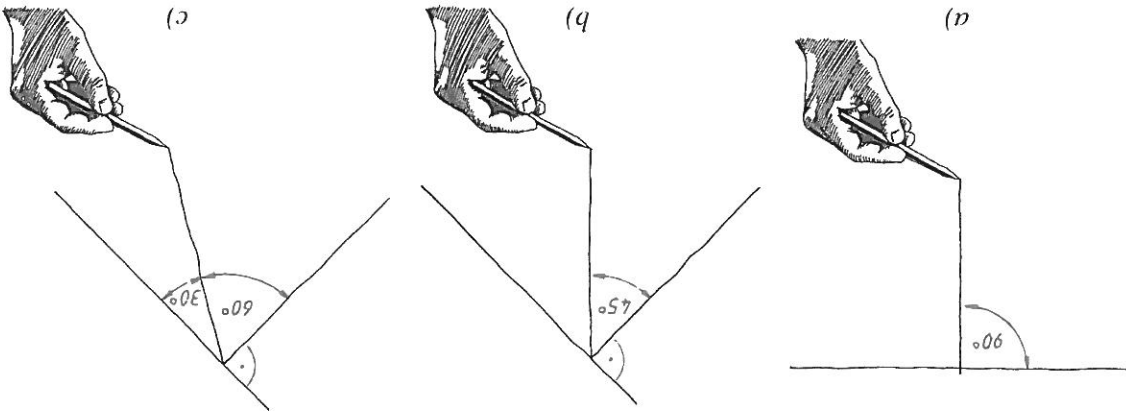
Szakasz harmadolása (4.4.b) ábra). Figyelembe véve az osztás irányát ($1:2$ vagy $2:1$ arányú osztás a feladat), arra összpontosítsunk, hogy a ceruza hegyének egyik oldalán adódó szakasz kétszerese legyen a másik oldali szakasznak!

Szakasz ötödölése (4.4.c) ábra. Nagy figyelmet és jó szemmértéket igénylő szakaszosztás. Bármilyen arány jelölése a feladat (1:4, 4:1, 2:3, 3:2), annak megoldását 3:2 (2:3) arányú osztással kezdjük! A ceruza hegyének oldalain addó szakaszokat úgy hasonlítottuk össze, hogy a rövidebbik szakasz fele ráférjen háromszor a másikra! Ha a szakasz teljes felosztása a feladat, az a rövidebbik szakasz felezésével és a hosszabbik harmadolásával teljesíthető. A teljes felosztás alkalmas az önellenőrzésre is. Ha egyenlő hosszúságúak a szakaszrészecskék, a feladatot jól oldottuk meg.

Gyakoroljuk a műveleteket különböző hosszúságú szakaszok osztásával mindaddig, amíg a feladattal kapcsolatos biztonságérzetünk ki nem alakul! Célszerű többször ismételn!

4.2.3. Szögek vázolása

Műszaki vázlat készítésekor gyakran visszatérő feladat egy adott szöget bezáró egyenes rajza. A nevezetes szögek vázolásán keresztül (4.5. ábra) ismerkedjünk meg ezzel a feladattal! Szögek vázolásakor minden esetben *szögosztást* végzünk. Az adott szöget osztó szögszár a szögszárak által lehatárolt területet is osztja. Szögek vázolásakor tehát mindig *területet hasonlítottunk össze*.



4.5. ábra. Nevezetes szögek vázolása

Derekszög vázolása (4.5.a) ábra. Derekszöveget félgyenes végpontjába még megközelítő pontossággal is nehéz rajzolni. A könnyebb megoldáshoz a félgyenest végpontján túl is hosszabbítsuk meg. A kapott eredmény egy egyenesszög (180°), amelynek felezésével jutunk a derekszöghöz. A vázolásához úgy fordítsuk el a rajzlapot, hogy az egyenes fent és vízszintesen helyezkedjen el! Ügyelve a ceruzatartásra, függetlenül rajzoljuk meg a szögfelező vonalát! Vázolás közben a rajzolt vonal két oldalán lévő területet folyamatosan hasonlítottuk össze és ha szükséges, korrigáljuk a vonalvezetést!

45° vázolása (4.5.b) ábra. A vázolás kiinduló szöge 90°, azaz a derekszög felezésével kapjuk meg a 45°-ot. A szög vázolásához úgy fordítsuk el a rajzlapot, hogy a szög csúcsa felül legyen, a szögszárak pedig azonos dőlésűek legyenek! A szögfelező vázolásánál a két oldalán lévő területet hasonlítottuk össze! Törekedjünk az azonos terület elérésére!

30°-60° vázolása (4.5.c) ábra. A vázolás kiinduló szöge 90°. Ha szükséges, először azt vázoljuk! A rajzlapot hasonlóan állítsuk be, mint a 45° vázolásánál! A szögosztás ebben az esetben *terület-harmadolás*. A feladattól függ, hogy hol található a 30°, ill. a 60°, azaz a harmadolás 1:2 vagy 2:1 arányú legyen. A szögszár rajzolása közben a területet úgy hasonlítottuk össze, hogy az egyik oldal kétszerese legyen a másik oldalnak!

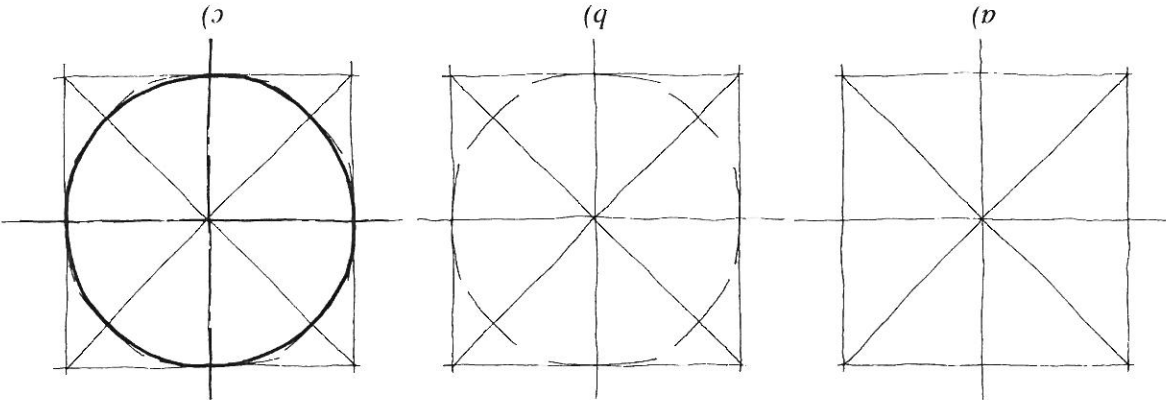
A nevezetes szögektől eltérő méretű szögek vázolása. A műszaki vázlatban megelégszünk a szögek megközelítő pontosságával. Ezért megengedett a kerekítés. A kerekített szöget *további szögosztással* kapjuk.

Amint gyakorlás közben tapasztalhatjuk, a szögek vázolása nagy területi igényű. A szögek vázolását mindig a *felöltes vonalak törlésével* fejezzük be.

Gyakoroljuk a műveleteket a kellő biztonsággal eléréséig! A gyakorlatot teljes A/4 méretben kezdjük! A nagyméretű ábra könnyebben hozzáférhető a feladathoz.

4.2.4. Kör Vázolása

A görbe vonali síkidomok, műszaki görbék rajzolása a vázlatkészítés közben sem kerülhető meg. Vázolásuk általános szabálya, hogy jellemzőiket alkalmazva, szerkesztésük menetét követve, *szabadkézi vonalakkal rögzítjük jellegzetes pontjait* és azokon át rajzoljuk meg a görbét. A görbék közül a kör a legáltalánosabb alkalmasított síkidom (lekerekítések, fúratok stb. ábrázolása), ezért annak vázolásával részletesen foglalkozunk (4.6. ábra).



4.6. ábra. A kör válaszának lépései

- A kör befoglaló formája a négyzet **(4.6.a)** ábra), ezért vázolásakor először a tengelyeket, majd azt követően, az arányok figyelembevételével, a befoglaló négyzetet készítnék el. Nagyobb átmérőjű kör (kb. 30 mm fölött) esetén célszerű az átlókat is megrajzolni.
 - A vázolni kívánt kör sugarának mértékét jelöljük az átlókon **(4.6.b)** ábra), majd azokon, és a tengelymetszeteiken keresztül, rajzoljunk lapos íveket! Ezek, mint érintő ívek segítik a kör ívének alakján rajzát.
 - Utójjára a vonalvastagságok figyelembevételével rajzoljuk meg a kör tengelyeit vékony pont-vonallal, majd a kört vastag folytonos vonallal **(4.6.c)** ábra)!
- Gyakoroljunk** a kör vázolását a kellő biztonságérzet kialakulásáig!

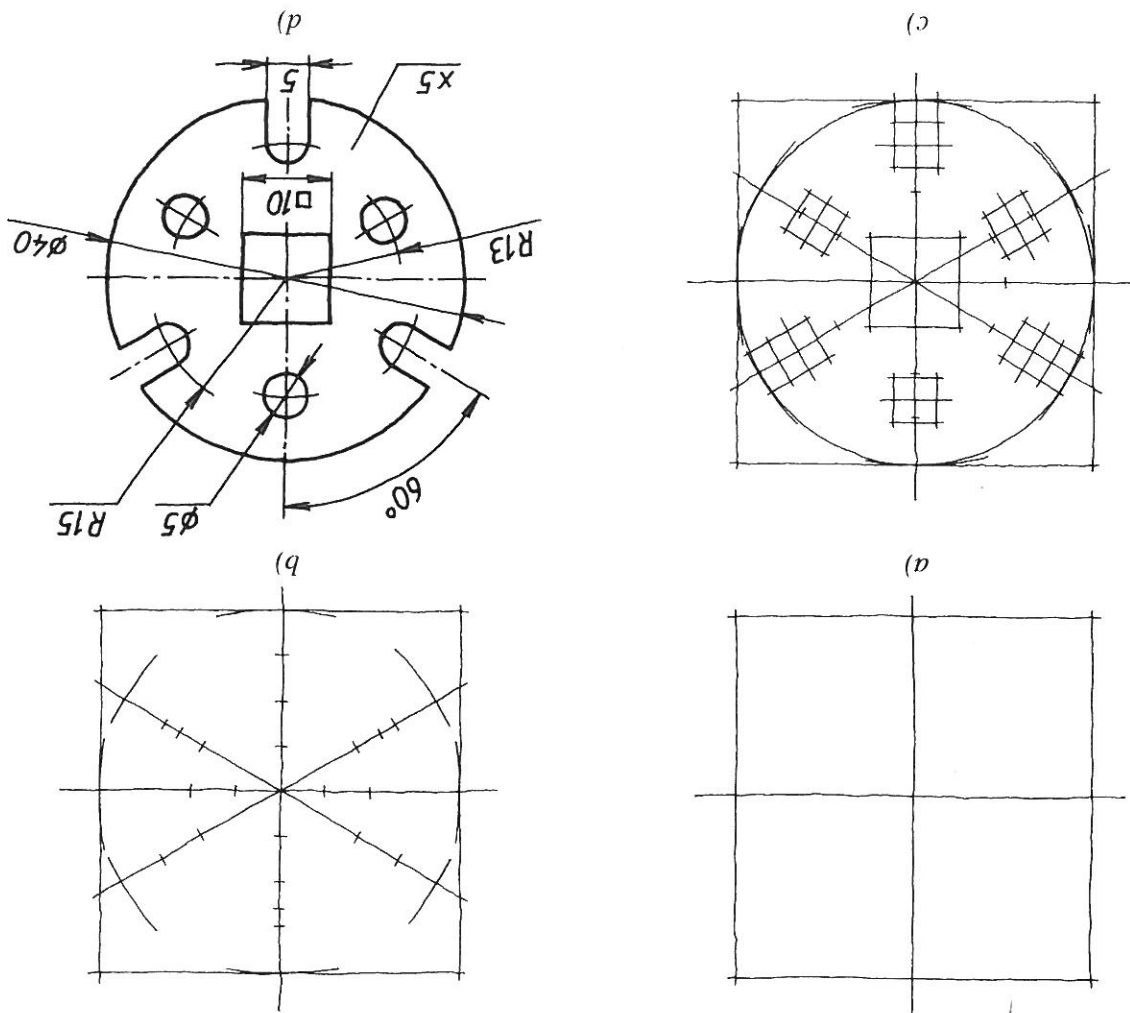
4.3. Lemeztárgy műszaki vázlatra egy vetületben

A műszaki vázlat készítésének szabályait, folyamatait és módszereit tekintjük át egy rajzfeladat keretében! A szerkesztett műszaki rajzzal való összehasonlíthatóság érdekében a 3.9. alfejezet feladatait (3.60. ábra) oldjuk meg műszaki vázlat készítésével! A vázlatkészítés lépései a 4.7. ábrán láthatók.

Elemzés. A feladat egy lemezterágy ábrázolása egy vetüleiben. A méreteket, mint egysegni távolságot, átalakítás nélkül alkalmazhatjuk az arányok megállapításánál. Azaz a 40 mm -es átmérő megfelelő 40 *egységnek*. A jellemező pontokat a tengelymetszettel jelöljük ki, így a továbbiakban a legnagyobb hosszúság 20 *egység*. A belső arányok megállapításánál ezt vesszük figyelembe

A vázolás lépései. Vázolás közben tartsuk be a test- és kéztartásról tanultakat!

A befoglaltó forma *rajza* (4.7.a) ábra). Hatarozzuk meg a befoglaltó forma arányát a rajzlapon (mérleget-
ve a mérlethalózat helyiségénél)! Vázzuk a tengelyeket és a befoglaltó négyzetet!



4.7. ábra. Lemeztárgy műszaki vázlata

A részletek irányának és helyének meghatározása (4.7.b) ábra).

- Szögharmadolással vázoljuk a részletek tengelyeit!
- Vázoljuk a befogaló formát, a kört! Ezzel meghatározzuk a 120°-os tengelyek végpontjait is.
- Szakaszosztással (megyeleléssel) jelöljük ki a tengelyeken a négyzetes üreg kontúrvonalainak helyét (5-5 egység)!
- Tengelyeiken, a kerületi nyitott furatok középpontjait szintén megyeeléssel határozzuk meg (a középponttól 15 egység)!
- A belső furatok középpontjait két lépccs szakaszosztással jelöljük ki! Negyelelés után a lemez-tárgy középpontjától számítva a harmadik negyelet (10 és 15 egység között) 3.2 arányban osztjuk, amelynek eredménye a 13. egység.

Az alakzatot meghatározó vonalak rajza (4.7.c) ábra). A részletek vázolását már az írásra megfelelő testhelyeztetben végezhetjük, de továbbra is halvány és folytonos vonallal rajzoljunk! A lépések sorrendje tetszőleges.

- A négyzetes üreg vonalait a jelöléseken keresztül, a tengelyekkel párhuzamosan rajzoljuk meg!
- A kerületi, nyitott furatok befogaló formáinak rajza: a jelölt furatközéppontok és a befogaló kör közötti távolságokat tovább felezzük (17,5 egység), a kapott távolságok alapján a tengely mindkét oldalán négyzetet vázolunk (2,5-2,5 egység), majd ezeket az arányokat felhasználva, a lemez-tárgy középpontjának irányában kijelöljük a furatot befogaló négyzet még hiányzó oldalait.

- A belső furatok befoglaló formáinak rajza: további szakaszosztással tervezzük és rajzoljuk meg a négyzeteket!
- Ellenőrzés, javítás. Tekintsük át és ellenőrizzük az eddig végzett munkát! Hasonlítsuk össze az azonos méretű részleteket! Végezzük el a szükséges javításokat! Töröljük a fölösleges vonalakat, esetlegesen szennyeződéseket!

A műszaki vázlat befjezése (4.7.d) ábra). Az eddig tanult szabványos ábrázolási módok és jelölések be-tartásával rajzoljuk át a vázolás eredményét, fejezzük be a lemezírágy rajzát!

- A vékony vonalak rajza: rajzoljuk meg a tengelyvonalakat és a mérőhálózati vonalait!
- A vastag vonalak rajza: rajzoljuk meg az összes látható élt, először az íveket, majd azokhoz csatlakozva az egyeneseket! *A ceruzát csak indokolt esetben emeljük fel!*
- Méretek megadása: rajzoljuk meg a méretnyíllakat és adjuk meg a méretszámokat!

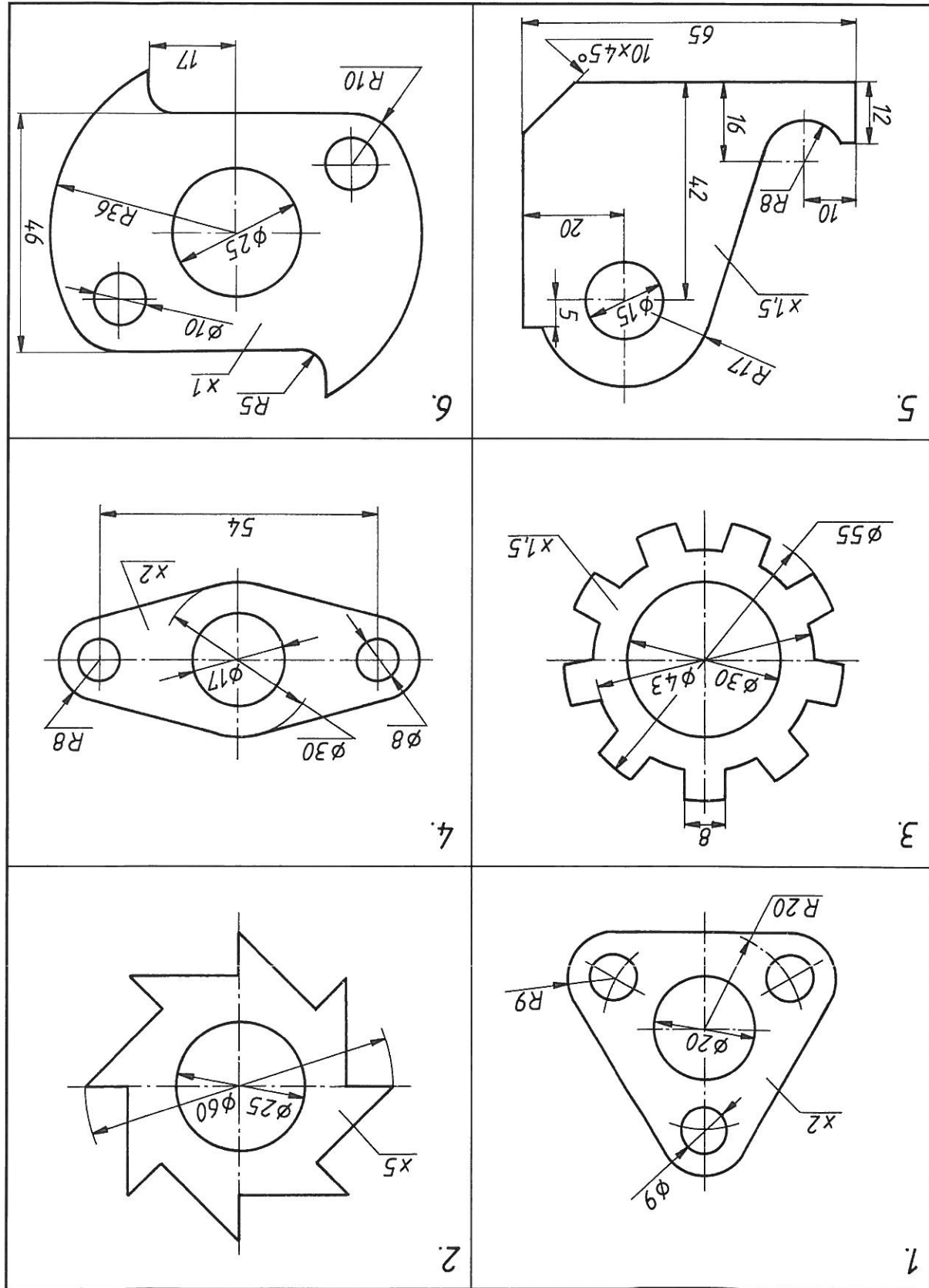
Gyakoroljuk a vázlatkészítést! Mivel minden műszaki gyakorlati feladat más-más vázolási folyamatot és műveletet igényel, különösen az előkészítő munkára, az előzetes elemzésre fordítsunk gondot! A gyakorlatra lehetőséget nyújt a feladatgyűjtemény.

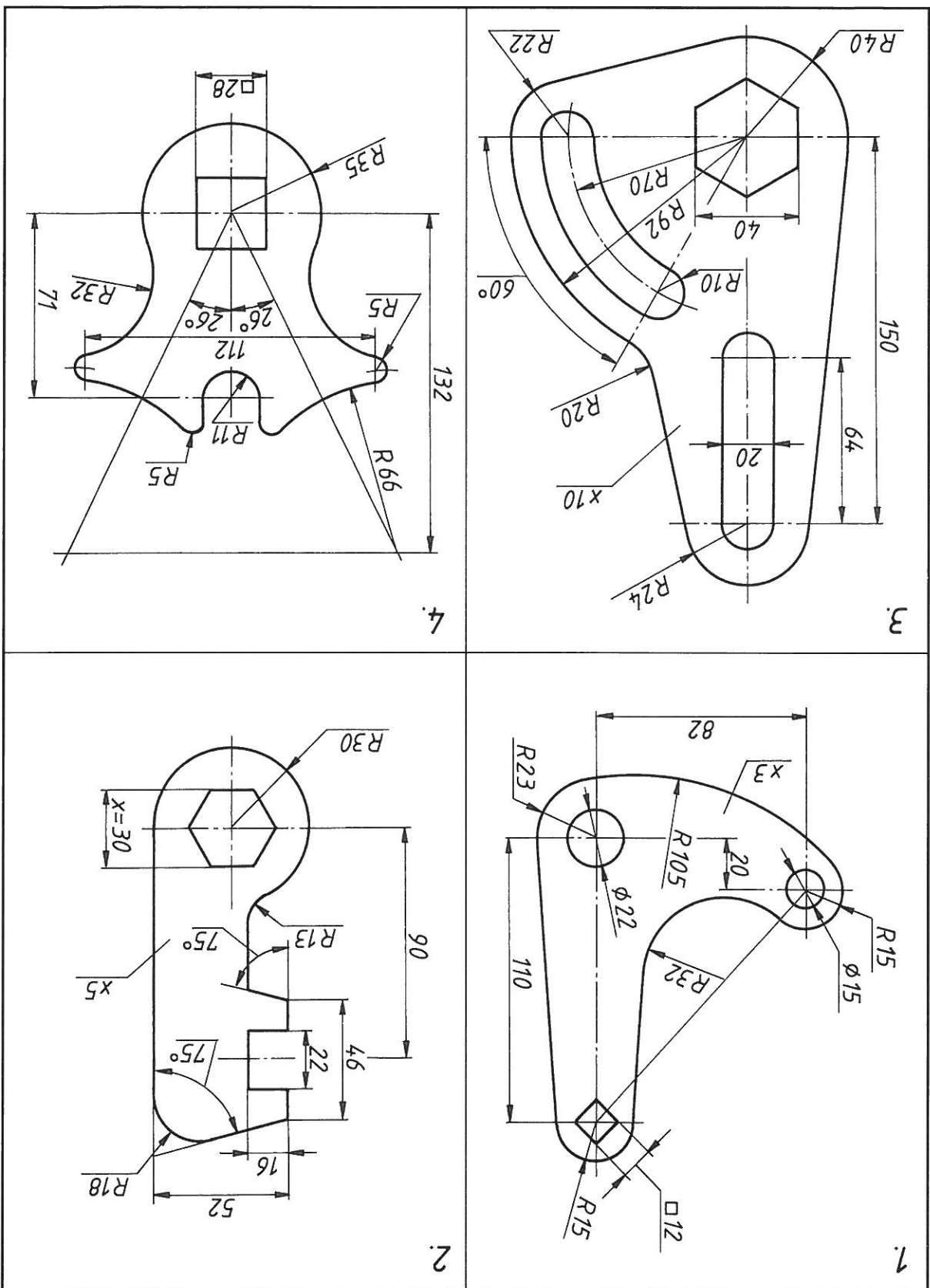
Ellenőrző kérdések

1. Mi a műszaki vázlat?
2. Hogyan csoportosíthatjuk a műszaki vázlatot?
3. Milyen követelményeket támasztunk a műszaki vázlatl szemben?
4. Melyek a vázlatkészítés eszközei?
5. Mit jelent a befoglaló forma és a belső arány?
6. Hogyan vázoljuk a hosszúsági méreteket?
7. Melyek a vázolás lépései?
8. Jellemezzük a vázolás közbeni testhelyzetet!
9. Hogyan tartjuk a ceruzát vázolás közben?
10. Hogyan vázolunk egyenes vonalakat?
11. Hogyan végezhető el a szakaszosztás vázolásakor?
12. Hogyan vázolunk szögeket?
13. Hogyan vázolunk kört?
14. Hogyan vázolunk műszaki görbákat?

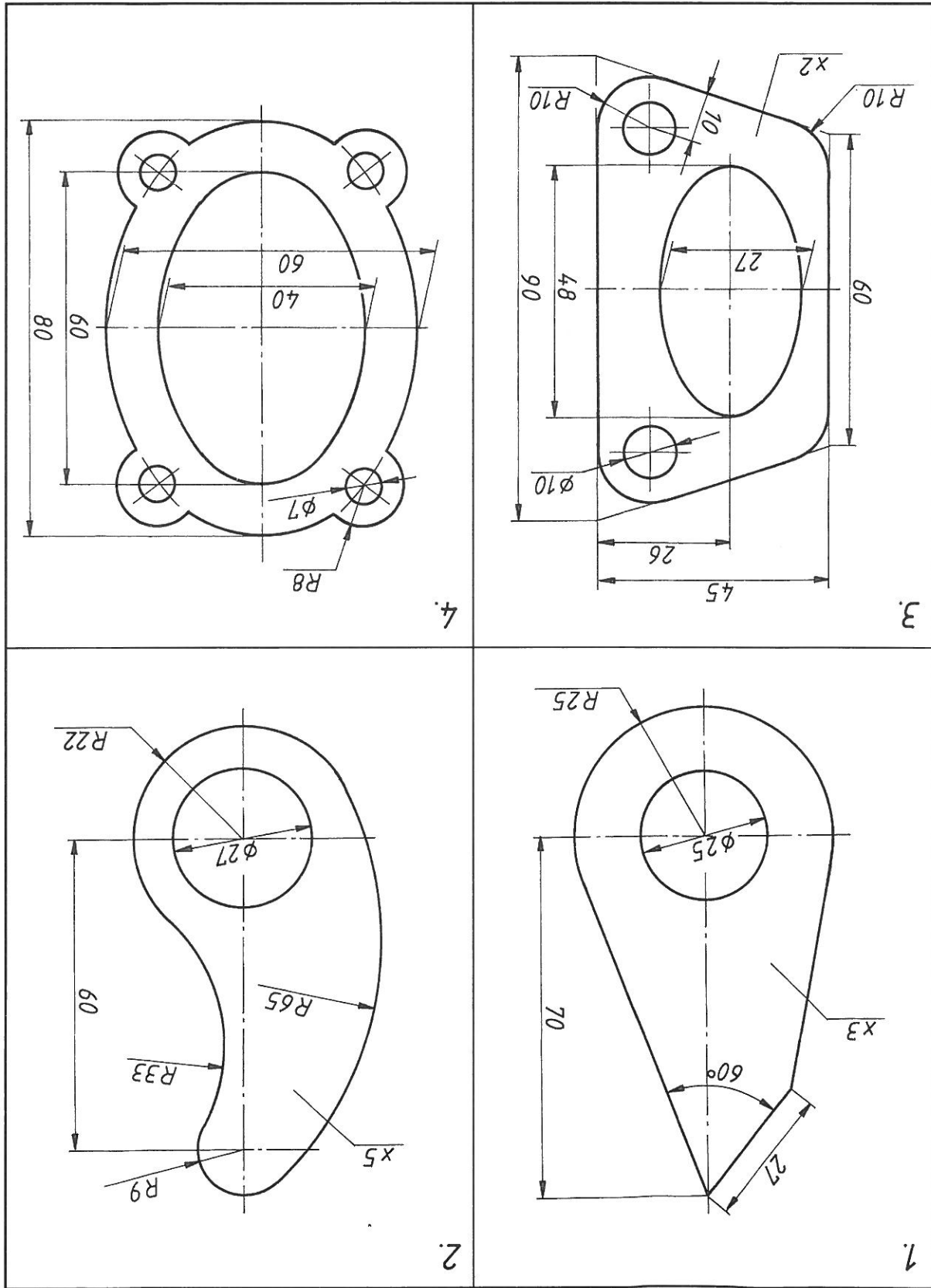
FELADATGYŰJTEMÉNY

1. feladat. Készítsük el a lemeztárgyak műhelyrajzát A4 rajzlapon 2:1 méretarányban! A szerkesztés vonalait ne töröljük!





2. feladat. Készítsük el a lemeztárgyak műhelyrajzait A4 rajzlapon 1:1 méretarányban! A szerkesztés vonalait ne töröljük!



3. feladat. Készítsük el a lemeztárgyak műhelyrajzát A5 rajzméretben, a szükséges méretarányban! A szerkesztés vonalait ne töröljük! (A 4. pont feladatában az $\phi 7$ mm furatok tengelyvonalai a kosárgörbe fókuszpontjain halad keresztül.)

1. Dr. Ágg Géza: Műszaki alapismeretek. LSI Oktatóközpont, Budapest, 1993.
2. Ocskó Gyula: Rajz 2. Vetületi ábrázolás. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.
3. Ocskó Gyula–Seres Ferenc: Gépipari szakrajz. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1994.
4. Dr. Oldal György: Gépipari műszaki rajz. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1984.
5. Ruzsenszky János: Fémipari szakrajz és rajzolvassási példatár. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.
6. Tóth József: Rajz 1. Síkmétan (7. kiadás). Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1994.

