

3.4.2. Racionális törtfüggvények $\left(x \mapsto \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0}\right)$ határértéke

3.4.2.1. végtelenben

Mivel a számláló és a nevező is ∞ -hez tart átalakítást végzünk. A számlálóból és a nevezőből is kiemeljük a legmagasabb kitevőjű x hatványt és elvégezzük a lehetséges egyszerűsítést.

$$\text{Példák: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3 + x^2 + 4x}{7x^2 + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 \left(5 + \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2}\right)}{x^2 \left(7 + \frac{2}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(5 + \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2}\right)}{7 + \frac{2}{x^2}} = \frac{+\infty \cdot 5}{7} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3 + x^2 + 4x}{7x^3 + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 \left(5 + \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2}\right)}{x^3 \left(7 + \frac{2}{x^3}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 + \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2}}{7 + \frac{2}{x^3}} = \frac{5}{7}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3 + x^2 + 4x}{7x^4 + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 \left(5 + \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2}\right)}{x^4 \left(7 + \frac{2}{x^4}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 + \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2}}{x \left(7 + \frac{2}{x^4}\right)} = 0$$

3.4.2.2. a nevező zérushelyén

- ha ez az érték a számlálónak **nem** zérushelye, akkor vagy nincs határérték, vagy $\pm\infty$.
- ha ez az érték a számlálónak **is** zérushelye, akkor a közös gyöktényezővel

egyszerűsíteni lehet, s akkor már nem " $\frac{\infty}{\infty}$ " alakú.

$$\text{Példák: } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8} \quad \text{nincs határértéke, mert ha } x \text{ balról közelít 4-hez a függvény}$$

$+\infty$ -hez, ha x jobbról közelít 4-hez a függvény $-\infty$ -hez tart.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{x-4} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$