

2.6.2. Szélsőérték

Definíció: Egy f függvénynek " a " helyen **lokális maximuma** van, ha található " a "-nak olyan $K_\delta(a)$ környezete, amelyre $f(x) \leq f(a)$ bármely $x \in K_\delta(a)$ és $x \in D_f$ esetén. Szigorúan lokális maximumról beszélünk, ha csak $f(x) < f(a)$ megengedett. A **lokális minimum** definíciója teljesen hasonló, csak $f(x) \geq f(a)$, (ill. $f(x) > f(a)$) bármely $x \in K_\delta(a)$ és $x \in D_f$ esetén.

Definíció: Az f függvénynek az " a " helyen **abszolút (globális) maximuma** (minimuma) van, ha tetszőleges $x \in D_f$ mellett $f(x) \leq f(a)$ ($f(x) \geq f(a)$).

2.6.3. Korlátosság

Definíció: Az f függvény **felülről korlátos**, ha létezik olyan $K \in \mathbb{R}$ szám, amelyre tetszőleges $x \in D_f$ esetén $f(x) \leq K$. Az f függvény **alulról korlátos**, ha létezik olyan $k \in \mathbb{R}$ szám, amelyre tetszőleges $x \in D_f$ esetén $f(x) \geq k$.

Definíció: Az f függvény **korlátos**, ha van alsó és felső korlátja is.

2.6.4. Konvexitás, konkávitás

Definíció: Az I intervallumon korlátos f függvényt az $I \subset D_f$ intervallumon **konvexnek** nevezzük, ha bármely $x_1, x_2 \in I$ esetén,

$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \leq \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2},$$

vagyis a két tetszőleges függvény pontot összekötő húr felezőpontja az (x_1, x_2) felezőpontjához tartozó függvénygörbe pont felett helyezkedik el. Az f függvény **szigorúan konvex**, ha csak a $<$ reláció a megengedett. A függvény képeről ilyenkor azt is szokás mondani, hogy az I intervallumon alulról nézve domború.

Ha
$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \geq \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$$

a függvényt **konkáv**nak nevezzük.

Például az $x \mapsto x^2$ függvény az egész $D_f = \mathbb{R}$ halmazon szigorúan konvex, az $x \mapsto \lg x$ függvény egész $D_f = \mathbb{R}$ tartományon szigorúan konkáv.