

Tekintsük például a következő két függvényt

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \sin x$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto x^2$$

E két függvényből képzett $f \circ g$ összetett függvény

$$f \circ g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto (\sin x)^2$$

$$\text{melyre } D_{f \circ g} = \mathbb{R} \quad \text{és} \quad R_{f \circ g} = \{ y \in \mathbb{R} \mid 0 \leq y \leq 1 \}$$

Értelmezhető a $g \circ f$ összetett függvény is a következőképpen:

$$g \circ f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \sin x^2$$

$$\text{melyre } D_{g \circ f} = \mathbb{R} \quad \text{és} \quad R_{g \circ f} = \{ y \in \mathbb{R} \mid -1 \leq y \leq 1 \}$$

2.6. A függvények speciális tulajdonságai

2.6.1. Növekedés és fogyás

Definíció: Egy f függvényt valamely $I \subset D_f$ intervallumon **monoton növénynek** (ill. **szigorúan monoton növénynek**) nevezünk, ha bármely $x_1; x_2 \in D_f$ esetén, ha $x_1 < x_2$ akkor $f(x_1) \leq f(x_2)$, (ill. $f(x_1) < f(x_2)$).

Definíció: Egy f függvényt valamely $I \subset D_f$ intervallumon **monoton csökkenőnek** (ill. **szigorúan monoton csökkenőnek**) nevezünk, ha bármely $x_1; x_2 \in D_f$ esetén, ha $x_1 < x_2$ akkor, $f(x_1) \geq f(x_2)$, (ill. $f(x_1) > f(x_2)$).

Definíció: Egy f függvényt valamely $a \in D_f$ pontban **lokálisan növénynek** (ill. **lokálisan szigorúan növénynek**) nevezünk, ha a -nak létezik olyan $K_\delta(a)$ környezete, amelynek bármely $x \neq a$ elemére

$$x < a \quad \text{esetén} \quad f(x) \leq f(a) \quad (\text{ ill. } f(x) < f(a)),$$

$$x > a \quad \text{esetén} \quad f(x) \geq f(a) \quad (\text{ ill. } f(x) > f(a)) \quad \text{teljesül.}$$

Az előbbieken megadott definíció értelemszerű módosításával kapjuk a lokális fogyásra vonatkozó definíciót.

Megjegyezzük, hogy egy intervallumon monoton növény (fogyó) függvény az intervallum minden belső pontjában lokálisan nő (fogy).