

határértékek $\pm \infty$ -ben:

$$\lim_{\pm\infty} (x^4 - 8x^2 + 7) = \lim_{\pm\infty} x^4 \left(1 - \frac{8}{x^2} + \frac{7}{x^4} \right) = +\infty$$

II. Monotonitás, szélsőérték helyek

$$f': \quad x \mapsto 4x^3 - 16x = 4x(x-2)(x+2)$$

$$f'(x) = 0, \quad \text{az} \quad x_1 = -2, \quad x_2 = 0, \quad x_3 = 2 \quad \text{helyeken}$$

Amennyiben a függvénynek létezik szélsőértéke csak a $-2, 0, 2$ helyeken lehetséges.

Ha f' ezeken a helyeken előjelet vált, akkor valóban szélsőérték helyek.

$$\begin{array}{llll} \text{Ha} & -\infty < x < -2 & f'(x) < 0 & \Rightarrow f \text{ szigorúan monoton csökkenő,} \\ & -2 < x < 0 & f'(x) > 0 & \Rightarrow f \text{ szigorúan monoton növekedő,} \\ & 0 < x < 2 & f'(x) < 0 & \Rightarrow f \text{ szigorúan monoton csökkenő,} \\ & 2 < x < +\infty & f'(x) > 0 & \Rightarrow f \text{ szigorúan monoton növekedő.} \end{array}$$

f' mindhárom helyen előjelet vált, tehát a $-2, 0$ és 2 helyeken a vizsgált függvénynek lokális szélsőértéke van.

A kapott eredményeket - a jobb áttekintés érdekében - célszerű táblázatba rendezni

x	$]-\infty, -2[$	-2	$] -2, 0[$	0	$]0, 2[$	2	$]2, +\infty[$
f'	-	0	+	0	-	0	+
f	csökken	min.	nő	max.	csökken	min.	nő

III. Konvexitás, konkávitás, inflexiós pontok

$$f'': \quad x \mapsto 12x^2 - 16 = 4(3x^2 - 4)$$

$$f''(x) = 0, \quad \text{ha} \quad x = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx \pm 1,15$$

Inflexiós pontok tehát csak ezeken a helyeken lehetnek. Most is célszerű az előzőhöz hasonló táblázatot készíteni.