

4.10.4. Teljes függvényvizsgálat

Az előzőekben megismert tételek jó segítséget adnak ahhoz, hogy megállapítsuk egy differenciálható függvény mely intervallumban nő ill. csökken, hol vannak a szélsőérték helyei, hol konvex ill. konkáv, van-e inflexiós pontja. A korábbi függvénytani ismereteinkkel együtt most már lehetőségünk van egy teljes függvényvizsgálat elvégzésére. Igaz, hogy általános módszer nincs, de az alábbi vizsgálati szempontok jó segítséget adhatnak a függvényvizsgálatokhoz.

A függvényvizsgálat menete:

I. A függvényből közvetlenül megállapítható tulajdonságok:

- zérushelyek
- párosság, páratlanság
- periodicitás
- folytonosság, határértékek

II. Az első derivált alapján

- monotonitás (növekedés, csökkenés)
- szélsőérték helyek

III. A második derivált segítségével

- konvexitás, konkávitás
- inflexiós pontok

IV. A függvény grafikonjának ábrázolása, értékkészlet.

Példa: Végezzük el az alábbi függvény teljes vizsgálatát:

$$f: x \mapsto x^4 - 8x^2 + 7$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

I. zérus helyek:

$$x^4 - 8x^2 + 7 = 0, \text{ ha } x = \pm 1 \text{ és } x = \pm\sqrt{7}$$

paritás:

$$f(-x) = (-x)^4 - 8(-x)^2 + 7 = x^4 - 8x^2 + 7 = f(x)$$

a függvény páros, az y-tengelyre szimmetrikus

periodicitás: nem periódikus, mert nincs olyan d , amelyre $f(x+d)=f(x)$

folytonosság: a függvény folytonos minden $x \in \mathbb{R}$ helyen