

4. DIFFERENCIÁL SZÁMÍTÁS

4.1. A differenciahányados függvény

Definíció: Legyen az f függvény az " a " pont valamely környezetében értelmezve és legyen x ezen környezet olyan tetszőleges eleme, amelyre $x \neq a$.

Ekkor a

$$g: x \mapsto \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad x \in D_f \setminus \{a\}$$

függvényt az f függvény " a " ponthoz tartozó **differenciahányados** (vagy különbséghányados) **függvényének** nevezzük.

4.2. A differenciálhányados

Definíció: Ha az f függvény " a " ponthoz tartozó differenciahányados-függvényének létezik véges határértéke az " a " pontban, akkor azt mondjuk, hogy az f függvény **differenciálható** az " a " pontban, és ezt a határértéket a függvény " a " pontbeli **differenciálhányadosának**, vagy **deriváltjának** nevezzük és $f'(a)$ -val jelöljük.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a)$$

Szokásos még az $x - a = \Delta x$, ill. $x = a + \Delta x$ jelöléseket is alkalmazni.

Ekkor az $x \rightarrow a$ feltételnek a $\Delta x \rightarrow 0$ feltétel felel meg és

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x} = f'(a)$$

A differencia- ill. a differenciálhányados fogalmának geometriai értelmezés is adható.

Tekintsük az $x \mapsto f(x)$ függvény grafikonjának megfelelő $y=f(x)$ görbét. (4.1. ábra)

