

3.3. Nevezetes eloszlások

3.3.1. Diszkrét eloszlások

3.3.1.1. Hipergeometrikus eloszlás

Legyen adva egy véges sok (N) elemet tartalmazó halmaz, amelynek bizonyos elemei (M) egy adott (számunkra érdekes) tulajdonsággal rendelkeznek. Válasszunk ki véletlenszerűen n számú elemet az N elemű halmazból. Tekintsük X valószínűségi változónak a mintába kerülő, adott tulajdonságú elemek számát (k).

A X valószínűségi változó lehetséges értékei a $k = 0, 1, 2, \dots, n$ számok.

Kérdésünk: mekkora annak a valószínűsége, hogy a kivett n elem között éppen k darab van a M elemű halmazból, azaz $P(X=k)=?$

A feladat megoldásához használhatjuk a "klasszikus" képletet.

Az "összes eset" az összes lehetséges mintavétel száma, azaz ahány féle képpen a N elemű halmazból n elem kiválasztható. Ez N elem k -ad osztályú kombinációinak száma: $\binom{N}{k}$

A "kedvező" elemi események azok, amelyekben az M elemű halmazból k darabot, a $N-M$ eleműből pedig $n-k$ darabot választunk ki. Ez $\binom{M}{k} \binom{N-M}{n-k}$ féle

képpen lehetséges. Ezek alapján
$$P(X = k) = \frac{\binom{M}{k} \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Definíció: Egy X valószínűségi változót *hipergeometrikus eloszlásúnak* nevezünk, ha lehetséges értékei a $k = 1, 2, \dots, n$ számok, és X a k értékeket

$$P(X = k) = \frac{\binom{M}{k} \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

valószínűséggel veszi fel, ahol $0 < n \leq \min(M, N-M)$ és $M < N$.