

Zárt görbe által határolt terület kiszámítása is a fenti módon történhet, ha a görbe felbontható két olyan részre, amelyek külön-külön tekinthetők valamely f és g függvények grafikonjának

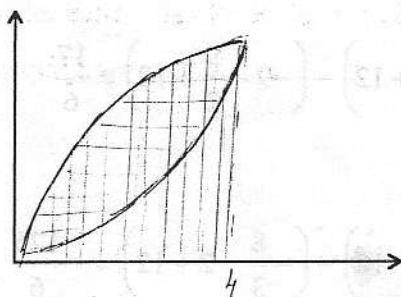
Példa:

A "Szigetcsépi 55" mandula fajta levelének határoló vonalai egy mérésorozat eredménye szerint közelítőleg az $f: x \mapsto 2\sqrt{x}$ és a $g: x \mapsto \frac{x^2}{4}$ függvény görbéi.

(5.3. ábra). Határozzuk meg a levél területét!

A görbék metszéspontjainak kiszámítása: $2\sqrt{x} = \frac{x^2}{4}$, ha $x_1 = 0$, $x_2 = 4$

Ezek lesznek az integrációs határok.



5.4. ábra

$$T_1 = \int_0^4 2\sqrt{x} dx = \left[2 \frac{2\sqrt{x^3}}{3} \right]_0^4 = \frac{32}{3}$$

$$T_2 = \int_0^4 \frac{x^2}{4} dx = \left[\frac{x^3}{12} \right]_0^4 = \frac{64}{12} = \frac{16}{3}$$

$$T = T_1 - T_2 = \frac{32}{3} - \frac{16}{3} = \frac{16}{3} = 5,33$$

Ha koordináta-rendszerben a tengelyeket az egységeket cm-ben mértük fel a levél területe $5,33 \text{ cm}^2$ lesz.

5.3.2. Forgástest térfogata

Legyen az f függvény folytonos az $[a, b]$ intervallumon. Forgassuk meg a görbe ezen intervallumba eső szakaszát az x -tengely körül. Az így keletkező testet $r = f(\xi_i)$ átlagos alapsugarú, $h = \Delta x_i$ magasságú hengerekre oszthatjuk.

Ezen "elemi" térfogatrészek összegének határértéke a forgástest térfogatát adja meg.

$$(V = r^2 \pi h)$$

$$V = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum [f(\xi_i)]^2 \pi \Delta x_i$$