

**Példák:**

$$1. \int_0^1 \frac{1}{x^2} dx = \left[ -\frac{1}{x} \right]_0^1 = -\frac{1}{1} - \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( -\frac{1}{x} \right) = 1 + \infty = +\infty \quad (\text{divergens improprius integrál})$$

$$2. \int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx = \int_0^1 x^{-\frac{1}{3}} dx = \left[ \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} \right]_0^1 = \frac{3}{2} - \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} = \frac{3}{2} \quad (\text{konvergens improprius integrál})$$

$$3. \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = [\arcsin x]_{-1}^1 = \lim_{x \rightarrow 1^-} \arcsin x - \lim_{x \rightarrow -1^+} \arcsin x = \frac{\pi}{2} - \left( -\frac{\pi}{2} \right) = \pi$$

**5.3. Az integrálszámítás néhány alkalmazása****5.3.1. Területszámítás**

Legyen  $f$  az  $[a; b]$  intervallumon értelmezett nem-negatív folytonos függvény. A határozott integrál fogalmának bevezetésénél egy függvény görbéje alatti terület meghatározásának feladatából indultunk ki. Az akkori megfontolásaink alapján kézenfekvő az alábbi definíció:

**Definíció:** Az  $[a; b]$  intervallumon értelmezett nemnegatív folytonos  $f$  függvény görbe alatti területe, azaz az  $y = f(x)$  egyenletű görbe, az  $x = a$  és  $x = b$  egyenesek, valamint az  $x$ -tengely által határolt tartomány területe alatt az  $f$  függvény  $[a; b]$  intervallumon vett határozott integrálját értjük.

$$T = \int_a^b f$$

Ha  $f(x) < 0$  az  $[a; b]$  intervallumon akkor  $\int_a^b f < 0$ . Ebben az esetben az  $y = f(x)$  egyenletű

görbe, az  $x = a$  és  $x = b$  egyenesek, valamint az  $x$ -tengely által határolt tartomány területe az  $\int_a^b f$  integrál abszolút értéke.