

Newton-Leibniz formula: Ha az f függvény az $[a,b]$ intervallumon integrálható és F az $[a,b]$ intervallumon folytonos és minden $x \in]a,b[$ -re $F' = f$, akkor

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

5.2.2. Az improprius integrál

Az integrálhatóság kérdését eddig csak **véges intervallumon értelmezett folytonos** (ezekből következően korlátos) függvényekkel kapcsolatban vetettük fel. Célszerű az integrál fogalmát bizonyos **nem korlátos** függvényekre ill. **nem véges** intervallumon értelmezett függvényekre is kiterjeszteni.

Definíció: Az olyan határozott integrálokat, amelyeknek integrációs **intervalluma végtelen**, vagy a **függvény** az intervallum egyik vagy másik végén (esetleg mindkét végpotjában) **végtelenné** válik, **improprius** (nem valódi) integráloknak nevezzük.

5.2.2.1. Integrálás végtelen intervallumon

Definíció: Legyen az f függvény értelmezési tartománya az $[a; +\infty[$ intervallum és legyen integrálható minden $[a;\beta]$ intervallumon bármely $a < \beta$, $\beta \in \mathbb{R}$ -re.

Ekkor, ha a $\lim_{\beta \rightarrow \infty} \int_a^{\beta} f$ határérték létezik és véges, akkor azt mondjuk, hogy

az $\int_a^{\infty} f$ u.n. **improprius integrál konvergens**. Ha ez a határérték nem

létezik, vagy végtelen akkor az improprius integrált **divergensnek** mondjuk.

Fentiekhez hasonlóan értelmezhető az f függvény $]-\infty, b]$ intervallumra vonatkozó improprius integrálja.

(Leegyszerűsítve: az improprius integrál kiszámításánál az $F(b)$ ($F(a)$) helyettesítési érték helyett $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x)$ ($\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x)$) határértéket vesszük, ha az integráció felső (alsó) határa ∞)