

f: $x \mapsto e^x$ és $g': x \mapsto \cos x$, azaz
 $f': x \mapsto e^x$ és $g: x \mapsto \sin x$,
 (Most lényeges, hogy f -nek ismét az $x \mapsto e^x$ függvényt válasszuk. Ellenkező esetben a "kiintegrált" rész nélkül visszajutnánk az eredeti integrálfeladathoz.)

$$\int e^x \cos x dx = e^x \sin x - \int e^x \sin x dx$$

Látszólag így sem oldottuk meg a feladatot, hiszen újra az eredeti integrálhoz jutottunk.

Irjuk fel a két parciális integrálás eredményét egy egyenlőségbe!

$$\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x + e^x \sin x - \int e^x \sin x dx,$$

amiből a keresett integrál kifejezhető:

$$2 \int e^x \sin x dx = -e^x \cos x + e^x \sin x = e^x (\sin x - \cos x)$$

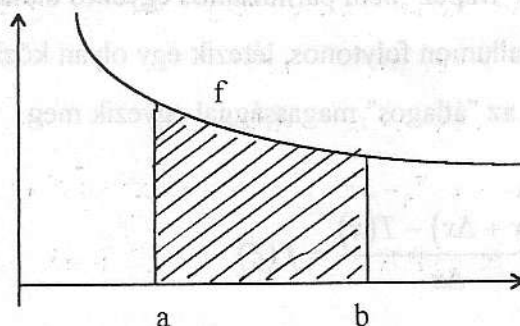
$$\int e^x \sin x dx = \frac{e^x}{2} (\sin x - \cos x) + C$$

A példa alapján megállapíthatjuk, hogy exponenciális függvénnyel szorzott $x \mapsto \sin x$ és $x \mapsto \cos x$ függvények integrálása tetszőleges megfeleltetés mellett is mindig elvégezhető a parciális integrálás módszerének kétszeri alkalmazásával. Arra természetesen ügyelnünk kell, hogy a második lépésben az elsővel azonos megfeleltetést alkalmazzunk f és g' -re.

5.2. A határozott integrál

5.2.1. A határozott integrál fogalma

Legyen az f függvény az $[a, b]$ intervallumon pozitív és folytonos. Határozzuk meg ebben az intervallumban a görbe alatti területet, vagyis annak a "görbevonalú trapéznek" a területét, amelyet az $f(a)$ és $f(b)$ ordináták, az intervallum-hossz és az f függvény görbéjének az $[a, b]$ intervallumba eső szakasza határolnak.



5.1. ábra