

A második lehetőség:

b. $f: x \mapsto x$ és $g': x \rightarrow \sin x$, ekkor

$f': x \rightarrow 1$ és $g: x \mapsto -\cos x$

Igy

$$\int x \sin x dx = -x \cos x + \int 1 \cdot \cos x dx = -x \cos x + \sin x + C$$

adódik.

Általában pozitív egész kitevőjű hatvánnyal szorzott

$x \mapsto \sin x$; $x \mapsto \cos x$; $x \mapsto a^x$; függvények integrálása esetén az $f: x \mapsto x^n$ megfeleltetés vezet eredményre, a parciális integrálás módszerének n-szeri alkalmazásával.

2. $\int \ln x dx = ?$

Az integrálandó függvényt olyan szorzatfüggvénynek tekinthetjük, amelynek egyik tényezője az $x \mapsto \ln x$ függvény, a másik tényezője pedig az $x \mapsto 1$ függvény.

Itt csak egyetlen lehetőség van f és g' megválasztására.

$f: x \mapsto \ln x$ és $g': x \mapsto 1$, azaz

$f': x \mapsto \frac{1}{x}$ és $g: x \mapsto x$.

Ezeket felhasználva:

$$\int \ln x dx = \int 1 \cdot \ln x dx = x \ln x - \int x \frac{1}{x} dx = x \ln x - \int 1 \cdot dx = x \ln x - x + C$$

Ezt a megoldást alkalmazhatjuk bármilyen alapú logaritmusfüggvények és az arcus függvények integrálása esetén.

3. $\int e^x \sin x dx = ?$

Ennél a példánál bármelyik megfeleltetés eredményre vezet. Legyen

$f: x \rightarrow e^x$ és $g': x \mapsto \sin x$, azaz

$f': x \mapsto e^x$ és $g: x \mapsto -\cos x$, ekkor

$$\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x - \int e^x (-\cos x) dx = -e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$$

A most kapott új integrálfeladatra alkalmazzuk ismét a parciális integrálás módszerét az alábbi választással: