

5.1.4. Integrálási módszerek

5.1.4.1. Integrálás helyettesítéssel

Tétel: Ha F a f függvény primitív függvénye és g olyan függvény, amely valamilyen $[a;b]$ intervallumon differenciálható, és itt az $F \circ g: x \mapsto F(g(x))$ összetett függvény létezik, akkor

$$\int f(g(x))g'(x)dx = F(g(x)) + C$$

A tétel az összetett függvényre vonatkozó deriválási szabályból következik. Ugyanis

$$[F(g(x))] = f(g(x))g'(x)$$

vagyis

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int [F(g(x))] dx = F(g(x)) + C$$

Például
$$\int (\cos 2x)2dx = \sin 2x + C$$

Ha tehát olyan szorzatot kell integrálnunk, amelyiknek egyik tényezője egy összetett függvény, másik tényezője pedig e közvetett függvény belső függvényének deriváltja, akkor a belső függvényt új változóval helyettesíthetjük, majd úgy integrálunk, mintha a belső függvényünk lett volna a "független" változó.

Sok esetben nem látható azonnal, hogy ilyen típusú feladattal van dolgunk, ezért célszerű a helyettesítést elvégezni a következő formális módon:

Ha $u=g(x)$, akkor

$$du=g'(x)dx, \text{ amelyből formálisan } dx = \frac{du}{g'(x)}$$

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(u)du = F(u) + C$$