

Trigonometria

- 1) Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!
 $\cos^2 x + 4 \cos x = 3 \sin^2 x$ (12 pont)
- 2) Oldja meg az alábbi egyenleteket!
 - a) $\log_3(\sqrt{x+1} + 1) = 2$, ahol x valós szám és $x > -1$ (6 pont)
 - b) $2 \cos^2 x = 4 - 5 \sin x$, ahol x tetszőleges forgásszöget jelöl (11 pont)
- 3) Oldja meg a következő egyenleteket:
 - a) $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$ (6 pont)
 - b) $\sin^2 x = 2 \sin x + 3$ (6 pont)
- 4) Mely valós számokra teljesül a $[0; 2\pi]$ intervallumon a $\sin x = \frac{1}{2}$ egyenlőség? (2 pont)
- 5) Adja meg az összes olyan forgásszöget fokokban mérve, amelyre a $k(x) = \frac{5}{\cos x}$ kifejezés nem értelmezhető! Indokolja a választát! (3 pont)
- 6) Határozza meg az alábbi egyenletek valós megoldásait!
 - a) $(\log_2 x - 3) \cdot (\log_2 x^2 + 6) = 0$ (7 pont)
 - b) $\sin^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{4}$ (10 pont)
- 7) Döntse el az alábbi két állítás mindegyikéről, hogy igaz vagy hamis! (2 pont)
 - a) Az $x \mapsto \sin x$ ($x \in \mathbb{R}$) függvény periódusa 2π .
 - b) Az $x \mapsto \sin(2x)$ ($x \in \mathbb{R}$) függvény periódusa 2π .
- 8) Oldja meg a valós számok halmazán a $\sin x = 0$ egyenletet, ha $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ (3 pont)
- 9) Döntse el az alábbi négy állításról, hogy melyik igaz, illetve hamis!

A: Van olyan derékszögű háromszög, amelyben az egyik hegyesszög szinusza $\frac{1}{2}$ (1 pont)

B: Ha egy háromszög egyik hegyesszögének szinusza $\frac{1}{2}$, akkor a háromszög derékszögű. (1 pont)

C: A derékszögű háromszögnek van olyan szöge, amelynek nincs tangense. (1 pont)

D: A derékszögű háromszögek bármelyik szögének értelmezzük a koszinuszát. (1 pont)
- 10) Melyik szám nagyobb?
 $A = \lg \frac{1}{10}$ vagy $B = \cos 8\pi$ (2 pont)
- 11) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket!
 - a) $5 - x = \sqrt{2x^2 - 71}$ (6 pont)
 - b) $\sin^2 x = 1 + 2 \cos x$ (6 pont)
- 12) Határozza meg a radiánban megadott $\alpha = \frac{\pi}{4}$ szög nagyságát fokban! (2 pont)

13)

a) Oldja meg a valós számok halmazán az $\frac{x+2}{3-x} \geq 0$ egyenlőtlenséget! (7 pont)

b) Adja meg az x négy tizedesjegyre kerekített értékét, ha $4 \cdot 3^x + 3^x = 20$. (4 pont)

c) Oldja meg a $2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0$ egyenletet a $[-\pi; \pi]$ alaphalmazon. (6 pont)

14) Adja meg azoknak a 0° és 360° közötti α szögeknek a nagyságát, amelyekre igaz az alábbi egyenlőség!

$$\cos \alpha = \frac{1}{2} \quad (2 \text{ pont})$$

15) Adja meg azoknak a 0° és 360° közötti α szögeknek a nagyságát, amelyekre igaz az alábbi egyenlőség! (2 pont)

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

16) Oldja meg a $[-\pi; \pi]$ zárt intervallumon a $\cos x = \frac{1}{2}$ egyenletet! (2 pont)

17) a) Egy háromszög oldalainak hossza 5 cm, 7 cm és 8 cm. Mekkora a háromszög 7 cm-es oldalával szemközti szöge? (4 pont)

b) Oldja meg a $[0; 2\pi]$ intervallumon a következő egyenletet!

$$\cos^2 x = \frac{1}{4} \quad (x \in \mathbb{R}). \quad (6 \text{ pont})$$

c) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)! (2 pont)

I) Az $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, f(x) = \sin x$ függvény páratlan függvény.

II) Az $g: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, g(x) = \cos 2x$ függvény értékkészlete a $[-2; 2]$ zárt intervallum.

III) A $h: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, h(x) = \cos x$ függvény szigorúan monoton növekszik a $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ intervallumon.

18) Adja meg a következő egyenlet $[0; 2\pi]$ intervallumba eső megoldásának pontos értékét! (2 pont)

$$\sin x = -1$$

19) Határozza meg a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto 1 + \cos x$ függvény értékkészletét! (2 pont)

20) Adja meg a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = 1 + \sin x$ függvény értékkészletét! (2 pont)

21) Oldja meg a $\sin x = 1$ egyenletet a valós számok halmazán! (2 pont)

22) Mely x -ekhez rendel a $[0; 2\pi]$ intervallumon értelmezett $x \mapsto \cos x$ függvény 0,5-öt? (2 pont)

23) Oldja meg az alábbi egyenletet a $[0; 2\pi]$ intervallumon! (2 pont)

$$\cos x = 0,5$$

24) Adja meg azt a tompaszöget, amelynek a szinusza 0,5. (2 pont)

- 25) Egy középület akadálymentesítésekor a bejáráshoz egyenletesen emelkedő rámpát építenek, hogy kerekesszékekkel és babakocsival is be lehessen jutni az épületbe. A rámpa hossza 3 méter, és a járda szintjétől 60 centiméter magasra visz.

Hány fokos a rámpa emelkedési szöge? Megoldását részletezze! (3 pont)

- 26) Az ABC háromszög AB oldala 2 egység, BC oldala 3 egység hosszú. Ez a két oldal 120° -os szöget zár be egymással. Számítsa ki a háromszög AC oldalának hosszát! (2 pont)

- 27) Az $ABCDEFGH$ kocka élhosszúsága 6 cm.

a) Számítsa ki az ábrán látható $ABCDE$ gúla felszínét! (6 pont)

b) Fejezze ki az $\overrightarrow{EC}$ vektort az $\overrightarrow{AB}$, az $\overrightarrow{AD}$ és az $\overrightarrow{AE}$ vektorok segítségével! (3 pont)

Egy 12 cm magas forgáskúp alapkörének sugara 6 cm.

c) Mekkora szöget zár be a kúp alkotója az alaplappal? (3 pont)

A fenti forgáskúpot két részre vágjuk az alaplap síkjával párhuzamos síkkal. Az alaplap és a párhuzamos sík távolsága 3 cm.

d) Számítsa ki a keletkező csonkakúp térfogatát! (5 pont)

