

MŰSZAKI ÁBRÁZOLÁS I.

TÁMOGATÁS:

Készült a TÁMOP-4.1.2/A/2-10/1-2010-0018 számú, „Egységesített Jármű- és mobilgépek képzés- és tananyagfejlesztés” című projekt keretében.



A projekt címe: „Egységesített Jármű- és mobilgépek képzés- és tananyagfejlesztés”

A megvalósítás érdekében létrehozott konzorcium résztvevői:



[KECSKEMÉTI FŐISKOLA](#)

[BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM](#)

[AIPA ALFÖLDI IPARFEJLESZTÉSI NONPROFIT KÖZHASZNÚ KFT.](#)

Fővállalkozó: [TELVICE KFT.](#)





Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Közlekedésmérnöki Kar

Szerkesztette:

LOVAS LÁSZLÓ

Írta:

**BARTHA MIKLÓS
BÁNDY ALAJOS
CSEKE JÓZSEF
KLEMENTIS CSILLA
NYITRAI JÁNOS
NYOLCAS MIHÁLY
TÖRÖK ISTVÁN**

Lektorálta:

ELEŐD ANDRÁS

Rajzoló:

LÁSZLÓ GABRIELLA

MŰSZAKI ÁBRÁZOLÁS I.

Egyetemi tananyag



2011

COPYRIGHT: © 2011-2016, Bartha Miklós, Bándy Alajos, Cseke József, Klementis Csilla, László Gabriella, Dr. Lovas László, Dr. Nyitrai János, Dr. Nyolcas Mihály, Dr. Török István, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Közlekedésmérnöki Kar

LEKTORÁLTA: Dr. Eleőd András, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Közlekedésmérnöki és Járműmérnöki Kar

Creative Commons NonCommercial-NoDerivs 3.0 (CC BY-NC-ND 3.0)

A szerző nevének feltüntetése mellett nem kereskedelmi céllal szabadon másolható, terjeszthető, megjelentethető és előadható, de nem módosítható.

ISBN 978-963-279-637-6

KÉSZÜLT: a [Typotex Kiadó](#) gondozásában

FELELŐS VEZETŐ: Votisky Zsuzsa

KULCSSZAVAK:

műszaki rajz, géprajz, modellezés, ábrázolási alapismeretek, ábrázoló geometria alapjai

ÖSSZEFOGLALÁS:

A mérnöki munka során nélkülözhetetlen térlátás, térszemlélet kialakítása, fejlesztése. A térbeli ábrázolás és a grafikus kommunikáció technikáinak megismerése. A hagyományos ábrázoló geometria és géprajz mellett a számítógéppel segített modellezés (CAD) tanítása, felkészítés a CAD rendszerek alkalmazására.

A mérnöki munka rajztechnikai ismereteinek – szabadkézi rajzolás, axonometrikus ábrázolás, szerkesztési ismeretek, vetületi ábrázolás, műszaki rajz- és dokumentációkészítés – szabályainak megtanítása és gyakorlása. A tárgy feladata az eltérő középiskolai rajzi és geometria ismeretek közös, egyetemi szintre hozása is.

Tételek, térmértani alaptételek. Ábrázolási módszerek: perspektíva, axonometria, vetületek, Monge féle ábrázolás. Tételek ábrázolása, transzformáció, metszési feladatok, méretes feladatok. Síklapú testek ábrázolása, síkmetszése, áthatása. Síkgörbék, térgörbék, görbe felületek, vonalfelületek, forgástestek. Görbe felületű testek ábrázolása, síkmetszése, áthatása. Mértani helyek három dimenzióban, alkalmazása térmértani szerkesztésekben. Térben építkező feladatok gyakorlása: tételek felépítése és ábrázolása adott térgeometriai feltételekkel.

Térszemlélet fejlesztése számítógépes modellezés segítségével, a számítógépes térgeometria alapjai. CAD alkalmazás: matematikai alapok, a 3D modell sajátosságai, modellezési technikák, szoftver-hardver alapismeretek, néhány alkalmazás bemutatása.

Alkatrészek és szerelt egységek rajzainak készítése. Rajzolási alapismeretek, szabványos jelölések, vetületek, metszetek, méretmegadás, mérethálózat, szöveges utasítások. Jelképes ábrázolások: csavarmenetek, rugók, fogazatok, bordázat, ismétlődő részletek, hegesztési varratok ábrázolása.

Tartalomjegyzék

Bevezetés.....	9
1. Ábrázolás-technikai alapismeretek.....	10
1.1. <i>Műszaki rajzok készítése</i>	<i>10</i>
1.1.1. A rajzkészítés szükségessége	10
1.1.2. A kézi rajzkészítés eszközei.....	10
1.1.3. A számítógépes rajzkészítés eszközei	11
1.2. <i>A műszaki rajzok formai követelményei</i>	<i>11</i>
1.2.1. Rajzlapok	11
1.2.2. Vonalak	13
1.2.3. A műszaki rajzok feliratai, rajzszámozási rendszer	15
1.2.4. Méretarány és megadása	17
1.3. <i>Ábrázolási módok</i>	<i>18</i>
1.3.1. Az ábrázolás folyamata.....	18
1.3.2. Az ábrázolás módszerei	18
1.3.3. Térhatású ábrák készítése	19
1.4. <i>Szabadkézi rajzolás alapjai</i>	<i>23</i>
1.4.1. A szabadkézi rajz szerepe	23
1.4.2. A rajzolás technikája.....	23
1.4.3. Elemi rajzműveletek	24
1.5. <i>Szakasz osztása</i>	<i>25</i>
1.5.1. Vázlatkészítés axonometriában.....	28
1.5.2. Műszaki rajz készítése szabadkézzel	29
1.6. <i>Szabványok</i>	<i>31</i>
1.6.1. A szabvány fogalma.....	31
1.6.2. Nemzeti szabványosítás	31
1.6.3. Nemzetközi szabványosítás	32
1.6.4. A szabványok alkalmazása	33
2. Ábrázoló geometria	34
2.1. <i>Tételek</i>	<i>34</i>
2.2. <i>Térmetriai alaptételek.....</i>	<i>35</i>
2.3. <i>Tételek ábrázolása.....</i>	<i>37</i>
2.3.1. A Monge-féle két képsíkos ábrázolás	37
2.3.2. A pont ábrázolása.....	37
2.3.3. Egyenes szakasz ábrázolása	40
2.3.4. Sík ábrázolása	44
2.3.5. A transzformáció elve	48
2.3.6. Pont transzformációja	49
2.3.7. Egyenes transzformációja	49
2.3.8. Sík és síkidom transzformációja	51
2.3.9. Test transzformációja.....	53
2.4. <i>Metszési, illeszkedési és méret feladatok megoldási eszközei</i>	<i>55</i>
2.4.1. Metszési, illeszkedési és méret feladatok megoldása transzformációval	55
2.4.2. Két sík metszésvonalának meghatározása	59
2.4.3. Sík és egyenes metszéspontja, síkok metszésvonala.....	64
2.5. <i>Síklapú testek</i>	<i>67</i>

2.5.1.	Síklapú testek metszése egyenessel	68
2.5.2.	Síklapú testek síkmetszése	69
2.5.3.	Síklapú testek áthatása	71
2.5.4.	Síklapú testek felületeinek kiterítése	73
2.6.	<i>Görbe felületű testek</i>	73
2.6.1.	Görbe felületű testek ábrázolása, tulajdonságai	73
2.6.2.	Forgástestek síkmetszése, dőfése egyenessel	77
2.6.3.	Forgásfelületek áthatása	80
2.7.	<i>Kúpszeletek</i>	82
2.7.1.	A Dandelin szerkesztés	82
2.7.2.	Kúpszeletek síkmetszeteinek ellenkörös szerkesztése	85
2.8.	<i>Ruletták</i>	87
2.8.1.	Cikloisok	87
2.8.2.	Körevolvens	88
2.8.3.	Gömbi evolvens	89
3.	Számítógépes modellezés	91
3.1.	<i>Bevezetés</i>	91
3.2.	<i>Koordináta transzformáció</i>	91
3.3.	<i>A görbemodellezés követelményei</i>	91
3.4.	<i>Görbemodellezési módszerek</i>	92
3.4.1.	Görbe megadás:	92
3.4.2.	A görbék tulajdonságai	92
3.4.3.	A számítógépes tervezőrendszerek által használt görbetípusok	93
3.5.	<i>Felületmodellezési módszerek</i>	100
3.5.1.	Interpoláló felületek	100
3.5.2.	Mozgó görbe által súrolt interpoláló felületek	103
3.5.3.	Approximáló felületek	104
3.5.4.	Approximáló felületek alapelemei	104
3.6.	<i>A geometriai modell felépítése és fajtái</i>	107
3.6.1.	Drótváz modell	107
3.6.2.	Felületmodell	107
3.6.3.	Testmodell	107
4.	Gépszerkezetek rajzai	108
4.1.	<i>Géprajzok fajtái</i>	108
4.2.	<i>Géprajzok megjelenési formái</i>	108
4.3.	<i>A valósághű ábrázolás</i>	109
4.3.1.	A géprajzi vetületek fajtái	109
4.3.2.	A vetületek elhelyezésének rendje	109
4.3.3.	Nézeti rajzok	111
4.3.4.	A metszetek származtatása és jelölése	115
4.3.5.	A metszetek fajtái	118
4.3.6.	Mikor nem rajzolunk metszeteket?	124
4.3.7.	További szempontok a vetületek rajzolásához	125
4.4.	<i>Méretmegadás</i>	129
4.4.1.	A méretmegadás általános formái és előírásai	129
4.4.2.	Jelképpel kiegészített méretek	133
4.4.3.	Különleges méretmegadások, egyszerűsítések	135
4.4.4.	Furatok egyszerűsített méretmegadása	138
4.4.5.	Lejtés és kúposág fogalma és rajzi jelölése	140

4.4.6.	A mérethálózat	141
4.4.7.	Szöveges utasítások a rajzokon	147
5.	Rajzi egyszerűsítések és jelképek	148
5.1.	A jelképek és egyszerűsítések alkalmazásának célja	148
5.2.	A csavarmentek ábrázolása és jelölése	148
5.2.1.	A csavarmentet keletkezése	148
5.2.2.	A csavarmentek részletes ábrázolása	150
5.2.3.	A csavarmentet jelképes ábrázolása	150
5.2.4.	Balmenetű kötőelemek megjelölése	153
5.2.5.	Csavarmentek jelképes jelölésrendszere (méretmegadása)	154
5.2.6.	Menetes furatok egyszerűsített méretmegadása	156
5.3.	Fogaskerek egyszerűsített rajzai	157
5.3.1.	Fogaskerek felépítése	157
5.3.2.	Hengeres és kúpos fogaskerek ábrázolása	158
5.3.3.	Csiga, csigakerék ábrázolása	159
5.3.4.	Lánckerék-, kilincskerék rajza	160
5.3.5.	Kapcsolódó fogaskerek ábrázolása	161
5.4.	A bordástengely, bordásfurat és a bordás tengelykötés egyszerűsített rajza	164
5.5.	Rugók egyszerűsített ábrázolása	167
5.5.1.	Hengeres és kúpos nyomó csavarrugók	167
5.5.2.	Húzó csavarrugók	167
5.5.3.	Lemezrugók	168
5.6.	Hegesztett kötések rajzai és jelképes jelölése	170
5.6.1.	A hegesztett kötés ábrázolása	170
5.6.2.	Varratfajták és jelölésük	170
	Irodalomjegyzék	178

Bevezetés

Jelen Műszaki ábrázolás I. c. jegyzet a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Közlekedésmérnöki Kar alapképzésén tanuló járműmérnök hallgatók számára készült, eredetileg elektronikus jegyzet formában, és az azonos nevű tantárgy keretében az előadáson elhangzottak kiegészítéséül és önálló tanulásra szolgál.

Témakörei összefoglalják az ábrázoló geometriai alapismereteket, a szabadkézi rajzolás és a géprajz első féléves tananyagát. A geometria művelésének számítógépes alapfogalmait is megtalálhatja az Olvasó, melyben a papír, ceruza, körző, radír helyett egy másik médium, a számítógép eszköztárának használatára térünk át.

A műszaki ábrázolás egy szabvány, egy nemzetközileg egységesen alkalmazott grafikus nyelv az alkatrészek és a belőlük összeépített szerkezetek leírására.

Klasszikus esetben a gyártó szakember értelmezi, rekonstruálja – szakismerete alapján – a rajzlapon kihúzott vagy kinyomtatott műszaki rajzot, és e szerint gyártja le a munkadarabot, majd összeszereli és minden egyebet is elvégez a rajzok instrukciói alapján. Kezdetben kézzel készültek a műszaki rajzok és a hozzájuk tartozó darabjegyzékek. A rajztárolás fénymásolható pauszpapírokon történt.

A számítógépes rajzkészítés indoka nem a nagyobb gyorsaság és pontosság volt alapvetően, hanem a számítógépes tovább-feldolgozhatóság és az egyszerű modellalkotás igénye. A számítógépi dokumentációnak számítógéppel tovább feldolgozható formában kell elkészülnie: a darabjegyzék készítésnek automatikusnak kell lennie, a rajzokat számítógépi adathordozón kell archiválni. A műszaki tervező alrendszernek a teljes integrált vállalatirányítási rendszer szerves részévé kellett válnia.

A műszaki ábrázolás mérnöki alapismeret. Helyes alkalmazását elsajátítani a mérnökhallgató számára elengedhetetlen követelmény.

1. Ábrázolás-technikai alapismeretek

A konstruktőr fejében megfogalmazódott gondolat, vagy egy elkészült termék esetében a termék dokumentálása nem képzelhető el mérethelyes ábrák alkalmazása nélkül. Ezeknek az ábráknak az elkészítési szabályai és technikái teszik ki a műszaki ábrázolás témakörét. Végeredményét egy nyomtatott, papír alapú ábrahalmaz jelenti, amit a szaknyelv műszaki rajznak, szűkebb szakterületén géprajznak nevez.

Az ábrázolás technikájától függetlenül, a műszaki rajz tartalmazhat rajzolt síkbeli és térbeli képeket, de ugyanúgy tartalmazhat térbeli (ún. 3D) modellek alapján a számítógépes modellező program által generált ábrákat is. A mai ábrázolástechnikai eszközrendszer birtokában a szó szerint értelmezett rajzkészítés alatt inkább (szabadkézi) vázlatkészítést értünk. A műszaki dokumentáció készítés végeredményét jelentő „műszaki rajz” alapvetően a különböző számítógépes tervező rendszerek alkalmazásával kapott ábrák összességéből áll.

1.1. Műszaki rajzok készítése

1.1.1. A rajzkészítés szükségessége

A műszaki rajz egy műszaki tárgy rajzban való megjelenítésének eszköze. Azt mondhatjuk a műszaki rajzról, hogy ez a műszakiak közös nyelve, mivel egy munkadarab megtervezése kapcsán megszülető gondolatokat egyezményes, érthető formában rögzíti.

Egy térbeli alakzat meghatározott szabályok szerinti térbeli vagy síkbeli megjelenítése a leképzés. A térbeli (3D) leképzés lehet egy modell, esetleg egy makett. A síkbeli (2D) leképzés pedig maga az ábrázolás, mely történhet papíron, szabadkézi rajzként vagy szerkesztett rajzként, és készülhet számítógép segítségével.

A gépiparban használatos műszaki rajz a géprajz.

Egy műszaki tárgy vagy alkatrész műszaki rajza tartalmazza a tárgy ábráját és ezen kívül a tárgy gyártásához szükséges műszaki információkat. A géprajz feladata tehát, hogy megtanítsa különböző előírásokat, szabályokat, egyezményes jeleket, melyek lehetővé teszik az ábrázolási egyszerűsítéseket és az utasítások tömör megfogalmazását.

1.1.2. A kézi rajzkészítés eszközei

▪ A rajzlap

A kézzel készített vázlatokat lehet fehér rajzlapra, vagy írólapra, vagy akár világos színű csomagolópapírra is készíteni. Szerkesztett ceruzarajzokhoz legalkalmasabb az érdes felületű műszaki rajzlap.

▪ Kézi rajzeszközök: a ceruza, a körző és a vonalzó.

A körző fontos rajzeszköz kézi rajzoknál. Használhatjuk a mérőkörzőt is, mely a méretek pontos átvitelére szolgál.

Használhatunk puha, illetve kemény ceruzát, akár Rotring-ceruzát is. A puha ceruzákat B-vel (black) jelöljük. Van B, 2B, 3B, stb. puhaságú ceruza. A kemény ceruzákat H-val (hard) jelöljük. Van H, 2H, 3H, stb keménységű ceruza. Az átmenetet az F (fine) és a HB ceruzák adják. Általában 2H ceruzát használunk a műszaki rajzok szerkesztésénél, és HB ceruzát a kihúzásnál.

A műszaki rajzok szerkesztésénél, ha rajztáblán vagy rajzasztalon dolgozunk alapvetően egyenes és kétféle háromszögű vonalzót: 45° -ost és 30° -ost használunk. Egymással párhuzamos egyenesek szerkesztését könnyen elvégezhetjük, ha két derékszögű vonalzót használva, egymás mellé illesztjük őket és egyiket eltoljuk a másikhoz képest.

Íves vonalak megrajzolásához úgynevezett sablonokat használunk, mint például a görbevonalzók, a körsablon, a betűsablon, a csavarsablon, stb. Lekerekítések rajzolásához pedig rádiusz-sablont használhatunk.

1.1.3. A számítógépes rajzkészítés eszközei

A számítógép természetesen nem rajzol magától. A rajzoláshoz, illetve modellezéshez megfelelő programot (tervezőrendszert) kell választani, amely végrehajtja az általunk kiválasztott parancsokat. Ha egy rajzelemet (pontot, egyenest, görbét) akarunk rajzolni, akkor kiválasztjuk a létrehozásához szükséges parancsot (ikont), és megadjuk az alakjára és elhelyezésére jellemző paramétereket. Például ha vonalat akarunk rajzolni, akkor kiválasztjuk a „Vonal rajzolása” parancsot és megadjuk pl. a vonal kiinduló- és végpontját. A számítógépes rajzolást nagymértékben segíti és gyorsítja az ún. kényszerek alkalmazása. Kényszer alatt egy adott rajzelem olyan kiegészítő tulajdonságát értjük, amelyet a modellépítés, ill. rajzolás története során végig megőriz (pl. merőlegesség, párhuzamosság, koncentrikusság, felezőpont, stb.).

Ha a rajzot számítógép segítségével készítjük, de nyomtatott formában van rá szükségünk, nyomtató illetve plotter segítségével papírra kinyomtatható.

Ha egy régebbi, kézzel készített rajzot szeretnénk számítógépen megjeleníthetővé tenni, tárolni és szükség esetén elektronikusan továbbítható formátummá alakítani, a szkenneléssel ez könnyen megoldható. Ha éppen nem áll rendelkezésünkre egy szkennert, akkor akár egy fényképezőgéppel is lefényképezhetjük a rajzot, és a számítógép ezt a formátumot is elfogadja. A szkennelt és fényképezett rajzokat, valamint a kézi vázlatokat – a megfelelő méretarány beállítása után – kiindulásként felhasználhatjuk a szerkesztő, ill. modellező munkánk során az aktuális „rajzpapír” alatt elhelyezkedő önálló réteg formájában.

1.2. A műszaki rajzok formai követelményei

1.2.1. Rajzlapok

▪ Rajzlapméretek

A műszaki rajzok készítéséhez használt rajzlapok méretére, a különböző méretű rajzlapok jelölésére szabványelőírások vannak. A rajzlapok végleges formáját az MSZ EN ISO 5457:2000 írja elő. Az első sorozat, az úgynevezett alapméretek az MSZ EN ISO 216:2008 szerint az 1.1 táblázatban vannak feltüntetve.

A rajzlap szabványos mérete a kézméret. A kézméretek bizonyos törvényszerűség szerint alakulnak, két feltétel teljesülésével:

a kiinduló rajzlapméret 1 m^2 legyen,

a rajzlap alakja olyan téglalap legyen, hogy a hosszabb oldal felezésével kapott kisebb lap oldalainak aránya az eredeti rajzlap megfelelő oldalainak arányával megegyezzen.

Az 1.1. ábra jelöléseivel tehát felírhatjuk

$$a \cdot b = 1\text{m}^2$$

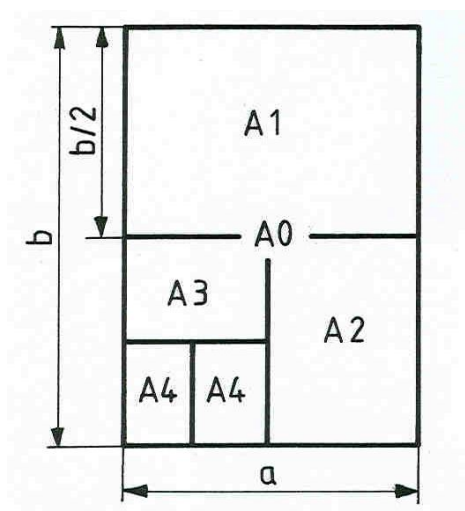
$$a : b = \frac{b}{2} : a$$

Alakjel	Kéisméret [mm]	Nyersméret [mm]
A0	841 × 1189	857 × 1205
A1	594 × 841	610 × 857
A2	420 × 594	436 × 610
A3	297 × 420	313 × 436
A4	210 × 297	226 × 313

1.1. táblázat: Alapméretek

A két egyenletből adódóan a kiinduló rajzlapméret (A0) oldalhosszai:

$$a=0.841\text{m}; \quad b=1.189\text{m}$$



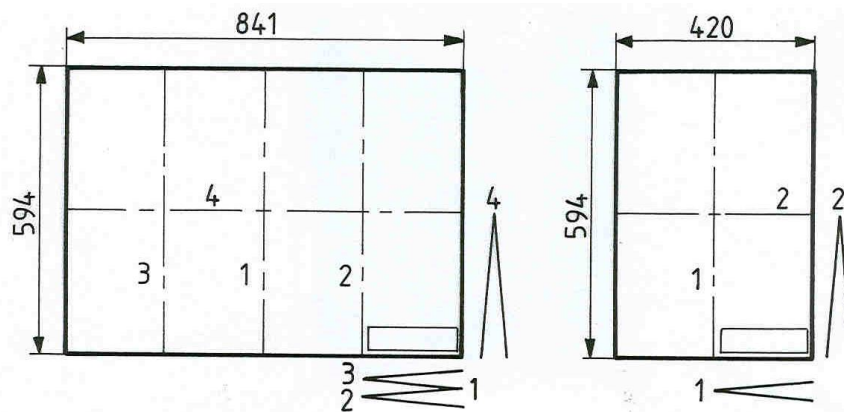
1.1. ábra: A rajzlapok kialakítása

A fősorozat mellett választhatók megnyújtott méretek is: pl. az A2.1 jel azt jelenti, hogy ennek a rajzlapnak a rövidebb oldala megegyezik az A2 lap rövidebb oldalával, a hosszabbik oldala pedig az A1 lap hosszabb oldalával, vagyis 420x841 mm-es.

Az A0-nál nagyobb, nyújtott méreteket az MSZ EN ISO 216:2002-ben találjuk.

■ A rajzlapok hajtogatása

A hajtogatás mérete A4 alapformátumnak megfelelő. A rajzlapokat mindig úgy hajtogatjuk össze, harmonika-szerűen, hogy a legfelső oldal alsó részére kerüljön a szövegmező. Először mindig a feliratmező rövidebb oldalával párhuzamos vonalak mentén hajtogatjuk össze a rajzlapot, ezt követően pedig a feliratmező hosszabb oldalával párhuzamosan. Ezt a módszert a következő ábra szemlélteti:



1.2. ábra: A rajzlapok hajtogatása

A hajtogatás módja természetesen lehet gépi vagy automatikus.

1.2.2. Vonalak

A nyomtatott műszaki rajzokon az ábrázoláshoz különféle vastagságú és fajtájú, fekete színű vonalat alkalmazunk.

A választható vonalvastagságok mértani sorozatot alkotnak, és a névleges értékük: 0.18; 0.25; 0.35; 0.5; 0.7; 1.0; 1.4 és 2.0 mm.

A vonal neve	Vonalcsoportok								
	1	2		3		4		5	
	b	a	b	a	b	a	b	a	b
Vékony	0.18	0.18	0.25	0.25	0.35	0.35	0.50	0.50	0.70
Vastag (s)	0.35	0.5		0.7		1.0		1.4	

1.2. táblázat: Vonalcsoportok

Egy rajzon belül csak kétféle vonalvastagság használatos, ezeknek az elnevezése: **vékony**, ill. **vastag** vonal. Az egymáshoz rendelt két vonalvastagság **vonalcsoportot** alkot, amelyeknek

összetartozó értékeit az 1.2. táblázat tartalmazza. Kézzel készített rajzokhoz az “a” változatot ajánljuk, ahol a vonalvastagságok aránya 1:3.

Általában mondhatjuk, hogy a vastag vonalat a tárgyak kontúrjainak, éleinek ábrázolására használjuk, míg a vékony vonalak a segédvonalak (méretvonal, méretsegédvonal, metszetek vonalzata, szimmetriavonal stb.).

A vonalcsoporthoz megválasztása a rajz nagyságától és bonyolultságától függ. A vastagon bekeretezett 2, 3 és 4 jelű vonalcsoporthoz használata indokolt elsősorban. Egy tárgy összes – azonos méretarányú – nézetét és metszetét azonos vonalcsoporthoz kell rajzolni.

A vonalak információtartalmát a vastagságukon kívül különböző vonalfajták alkalmazásával növelhetjük.

Folytonos	vékony	Méretvonal; méretsegédvonal; tagolóvonal; szelvény és metszet vonalzata; csavarment jelölése; fogaskerék lábköre; befordított szelvény kontúrja; kiemelt részlet határolóvonala; mutatóvonal; (különböző érdességű vagy pontosságú felületek határa) sík felületet jelző átló.
	vastag	Látható él és kontúr nézetben és metszetben; látható áthatási él; rajzlap készmérete és keretvonal; metszősík nyomvonalának végei és törései.
Törésvonal (szabadkézi vagy egyenes)	vékony	Ábrázolt tárgy rész határa; nézet és metszet határvonal.
Szaggatott vonal	vékony (vagy vastag)	Nem látható (eltakart) él és kontúr. Egy rajzon belül csak egyik típus használható.
Pontvonal	vékony	Tengely- és középvonal; osztókör és osztóegyenest; metszősík nyomvonal.
	vastag	Hőkezelt és kikészített felület.
Kétpont-vonal	vékony	Mozgó részek szélső helyzete; csatlakozó alkatrészek kontúrjai; kiindulás előtti körvonal; metszősík előtti részek körvonala.

1.3. táblázat: Vonalfajták

A géprajzon alkalmazott vonalfajták:

- a) folytonos vonal (vékony és vastag),
- b) folytonos szabaddézi törésvonal (vékony),
- c) folytonos egyenes törésvonal (vékony),
- d) pontvonal (vékony és vastag),
- e) kétpont-vonal (vékony),
- f) szaggatott vonal (vékony, esetleg vastag).

A különböző vonalfajták alkalmazására a későbbiekben fog sor kerülni. A teljesség kedvéért ennek ellenére itt foglaljuk össze géprajzi alkalmazásuk szabályait (1.3. táblázat).

1.2.3. A műszaki rajzok feliratai, rajpszámozási rendszer

A műszaki rajzok feliratait, azok típusait, alakját, vonalvastagságát és méretét az alábbi szabványok írják elő:

MSZ EN ISO 3098 – 0:2000 Általános előírások

MSZ EN ISO 3098 – 2:2002 Latin betűk, számok és írásjelek

MSZ EN ISO 3098 – 3:2001 Görög ábécé

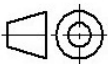
MSZ EN ISO 3098 – 4:2001 A latin ábécé megkülönböztető és egyedi jelei

MSZ EN ISO 3098 – 5:2000 A CAD-feliratokhoz alkalmazható számok, jelek és latin betűk

MSZ EN ISO 3098 – 6:2001 Cirill ábécé

■ Feliratmező és darabjegyzék

A **feliratmező** legfeljebb 170 mm hosszú lehet, és mindig a rajzlap jobb alsó sarkában, a kereten belül, vízszintesen kell elhelyezkedjen. A feliratmezőn belül is a jobb alsó sarok tartalmazza a legfontosabb adatokat, az azonosító számot (rajpszám) és az azonosító mezőt (pl. cím, tulajdonos).

Tétel- szám	Darab- szám	Megnevezés	Méret	Anyag	Hivatkozás	Megjegyz.
Ellenőrizte:	Tárgy:			Tömeg (kg):	BME Járműelemek és Hajtások Tanszék	
Dátum:				Lapszám:		
Név:	Neptun kód:			Méretarány:	Rajpszám:	

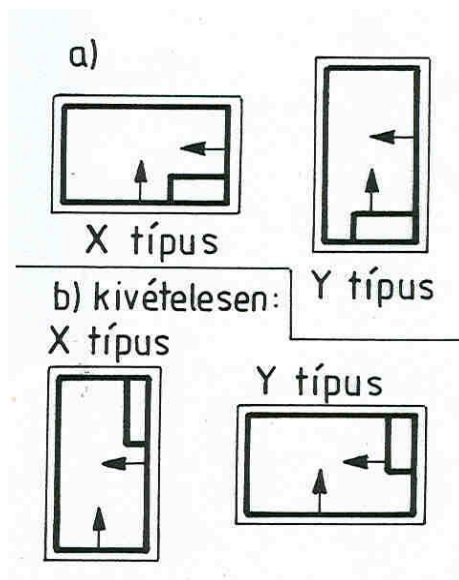
1.3. ábra: Példa feliratmezőre

A feliratmező tartalmaz még egy kiegészítő mezőt, melyben a következőket tüntetjük fel:

jelek (vetítési mód, a rajz fő méretaránya, millimétertől eltérő hossz méretek),
műszaki információk (felületkikészítés módja, alak- és helyzettűrések jelölési módja, kapcsolódó szabványok),

adminisztrációs információk (a rajzlap mérete, a rajz kiadásának első időpontja, felelős személyek neve, aláírása, rajzmódosítások leírása).

Attól függően, hogy a feliratmezőt a rajzlap hosszabb vagy rövidebb oldalán (a jobb alsó sarokban) helyezik el, lehet a rajz fekvő vagy álló, vagyis X típusú, illetve Y típusú.



1.4. ábra: Fekvő és álló rajzlap. A nyilak a rajz olvasásának irányát jelzik

A gazdaságosabb helykihasználás miatt lehetséges az 1.4. ábra szerinti b) változatot is használni. A feliratmező mindenképpen az egyik olvasási főirányból legyen olvasható. (A rajzlap “alja” tehát nem feltétlenül esik egybe a feliratmező helyével.) Olvasási főirányok: egy műszaki rajz mindig alulról és jobbról kell olvasható legyen.

Az A4 rajzlapon a rövidebb oldalra kell elhelyezni a feliratmezőt.

A **darabjegyzék** kialakítása, tartalma és elhelyezésének módja az MSZ ISO 7573:1992 szerint történik. Ha a rajzon darabjegyzék is van, az a feliratmezőhöz csatlakozik, de elhelyezhető külön lapon is, az MSZ EN ISO 5457:2000 szerint.

A darabjegyzék a tételszámok alapján megadja a szükséges információt az adott alkatrész gyártásához vagy beszerzéséhez.

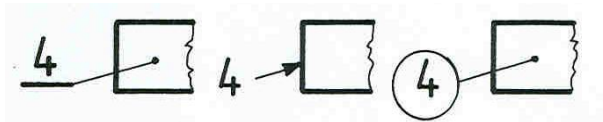
A tételszámok beírását a darabjegyzékbe mindig alulról kezdjük, hogy bármikor lehetséges legyen egy újabb tételszám utólagos beírása.

▪ Tételszámok

A tételszámok alkalmazása az MSZ ISO 6433:1992 szerint történhet.

Összeállítási rajzokon, melyek több alkatrészből álló szerelt egységek rajzai, az alkatrészeket a tételszámok segítségével számozzuk.

A tételszámot a munkadarab körvonalán kívül kell elhelyezni mutatóvonal segítségével. Elhelyezésüknél a következő három lehetőség közül választhatunk, de egy rajzon belül mindig csak egyik változatot alkalmazhatjuk.

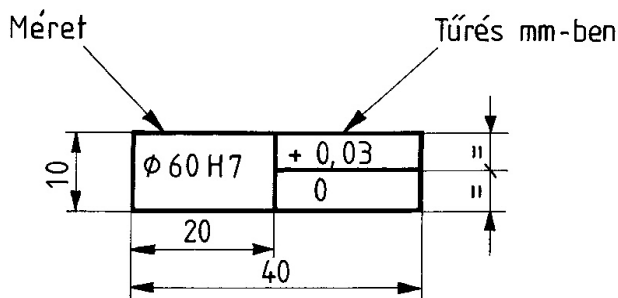


1.5. ábra: A tételszámok elhelyezése

■ Tűréstáblázat

A tárgyak méreteinek megengedett eltérései a tűrések.

Több tűrés esetén a határeltérések megadásához szolgál a tűréstáblázat, melyet célszerű a feliratmező mellett vagy felett elhelyezni. Méretei a következő ábráról leolvashatóak.



1.6. ábra: Tűréstáblázat

■ Utasítások

A rajzlapra szöveges utasításokat is írhatunk, pl. a felületi kezelésekre (pl. recézés, felületmángorlás), a hőkezelési- és egyéb gyártási és technológiai igényekre stb., az alkalmazandó szabvány megjelölésével.

1.2.4. Méretarány és megadása

Méretarányt csak az MSZ ISO 5455:1992 szerint lehet választani.

A rajzokon az ábrázolt alkatrészt (szerkezetet) nem mindig tudjuk valódi nagyságban ábrázolni. A nagyméretű alkatrészt részben gyakorlati, részben gazdasági szempontok (papírnagyság) figyelembevételével a valóságnál kisebbre kell rajzolni. Ritkábban ugyan, de az is előfordulhat, hogy egy alkatrészt csak úgy tudunk minden részletében megfelelően ábrázolni, ha nagyobbra rajzoljuk a tényleges méreténél.

Méretarány: a rajzon mérhető teljes (törés nélküli) hossz méret és a valóságos tárgy ugyanazon hossz méretének aránya.

Amikor a körülmények megengedik, az alkatrészt (szerkezetet) valódi nagyságban (1:1) kell ábrázolni. Ha ez nem valósítható meg, akkor azt a méretarányt kell választani, amelyenél a méretek megadásához szükséges részletek még jól megmutathatók és az ábrán az összes szükséges méret jól áttekinthetően beírható.

Az alkalmazható méretarányok:

Valódi nagyság: 1:1

Kicsinyítés: 1:2, 1:5, 1:10, 1:20, 1:50, 1:100, 1:200, 1:500, 1:1000, 1:2000, 1:5000, 1:10000

Nagyítás: 2:1, 5:1, 10:1, 20:1, 50:1

Egy rajzon belül többféle méretarányt is lehet alkalmazni (pl. egy részletet kinagyítunk). Ilyen esetben a kinagyított részlet rajza fölött, kerek zárójelben meg kell adni az alkalmazott méretarányt. A feliratmezőben csak a fő ábrára vonatkozó méretarányt kell megadni!

1.3. Ábrázolási módok

1.3.1. Az ábrázolás folyamata

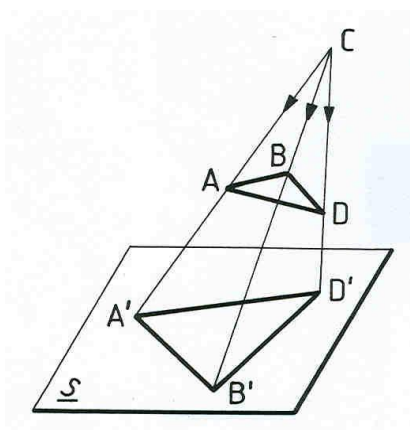
A műszaki gyakorlatban előforduló ábrázolási feladatok alapvető problémája az, hogy térbeli, tehát háromdimenziós alakzatokat kell a papír síkján, vagyis két dimenzióban szemléltetni.

A műszaki ábrázolás feladata az, hogy a rajz alapján a tárgy minden részletében pontosan és egyértelműen meghatározott, vagyis a szemlélő számára elképzelhető legyen. A folyamat tehát így írható le: a térbeli alakzat elképzelése és annak a papír síkján való ábrázolása, majd a rajz alapján az alakzat képzeletbeli visszaállítása a térbe. Nyilvánvaló, hogy miután az elképzelés és a visszaállítás rendszerint nem azonos személy tevékenysége, a feladat csak akkor oldható meg, ha az ábrázolás módszerei és szabályai egyértelműen tisztázottak.

Mindkét lépcsőben - az ábrázolási szabályok ismeretén túlmenően - szükség van a még csak rajzon létező tárgy elképzelésére, a térszemléletre. A térszemlélet alapja a gyakorlati tapasztalat, hiszen a tárgyakat térben látjuk.

1.3.2. Az ábrázolás módszerei

A térbeli alakzat ábrázolása a papír síkján **vetítéssel** történhet. A vetítés lehet többféle:



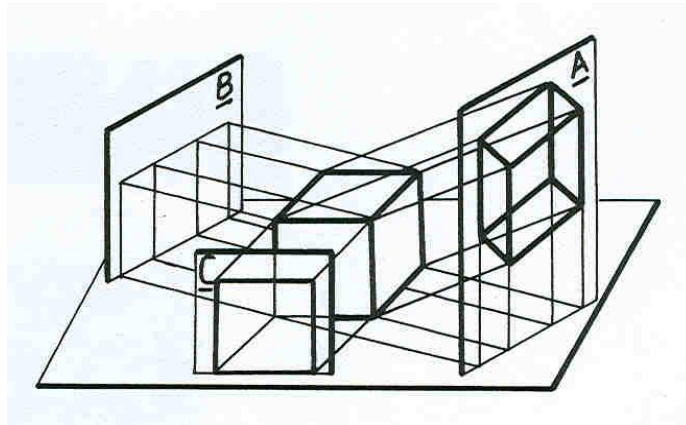
1.7. ábra: Centrális vetítés

A tárgy képét egy vetítési centrumból (C pont) kiinduló sugarakkal a tárgy mögé helyezett felfogó síkra (képsíkra) vetítjük. Ezt nevezik centrális (középponti) vetítésnek. Ilyenkor a kapott kép az

eredeti tárgynál nagyobb lesz, és a sík elhelyezésétől függően torzul. Egyszerűség kedvéért egy síkidom képen mutatjuk be ezt a vetítést (1.7. ábra). Ez a vetítési mód nem alkalmas a tárgy valóságos nagyságának érzékeltetésére; a felfogó sík helyzetétől függően változik a kép nagysága és alakja. A C pontot a végtelenbe képzelve már nem függ a kapott kép nagysága a képsík távolságától, viszont a kép alakja függ a vetítés irányától.

A vetítés történhet egymással párhuzamos vetítősugarakkal is, ezt axonometrikus ábrázolásnak nevezzük. A vetítő sugarak lehetnek merőlegesek a képsíkra (orthogonális vetítés), ilyenkor a tárgy helyzete a képsíkhöz képest általános. A vetítés történhet a képsíkhöz képest ferde vetítősugarakkal is (klinogonális vetítés), ilyenkor a tárgynak a képsíkhöz viszonyított helyzete különleges. Az 1.8. ábra egy kocka különböző irányú párhuzamos vetítéssel nyert képeit mutatja be. Amint látjuk, az A képsíkhöz képest ferde irányú vetítősugarakkal nyert képen a kocka térhatású ábráját állítottuk elő. A kocka három lapját látjuk a képen. Az így nyert képet axonometrikus képnek nevezzük, ami főleg szemléltetésre alkalmas.

A műszaki gyakorlat a képsíkra merőleges vetítősugarakat használ. Az 1.8. ábra B és C síkjára vetített kép készült így, tehát egymással párhuzamos, a képsíkra merőleges vetítősugarakkal. Az így nyert vetület önmagában ugyan kevésbé képies, viszont a képsík és a tárgy megfelelő elhelyezésével biztosítható a mérethelyes vetület előállítás. Ennek a vetítésmódnak a hátránya, hogy egy vetület alapján legtöbbször a tárgy nem képzelhető el, ezért van szükség a két, illetve több képsíkos ábrázolásra.



1.8. ábra: Axonometrikus vetítés

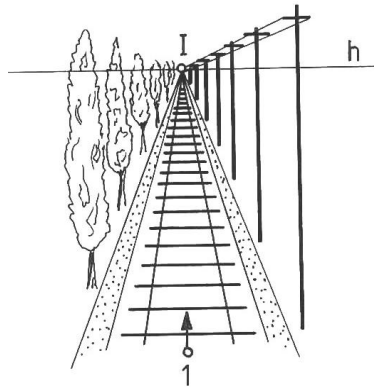
A háromdimenziós tárgy sík lapon történő ábrázolása első lépcsőjének a térhatású ábra készítését tekinthetjük. A következőkben ismerkedjünk meg a térhatású ábrák rajzolási szabályainak alapjaival.

1.3.3. Térhatású ábrák készítése

▪ Perspektíva

Ha a térben elhelyezkedő tárgy formáját a valóságnak megfelelően akarjuk ábrázolni, akkor a perspektíva törvényszerűségei szerint kell a rajzot készítenünk. A perspektívus ábrázolás szabályait - mivel a gépészeti gyakorlatban alig találkozunk ezzel az ábrázolási móddal - csak olyan mértékig tárgyaljuk, hogy lássuk azokat a nehézségeket, amelyek az ilyen ábrák készítése során felmerülnek. Ezeket fogjuk ugyanis az axonometrikus ábrák készítésekor megfelelő egyszerűsítéssel megkerülni.

Képzeld el, hogy a vasúti pályán a két sín között állunk (1. - speciális - helyzet), és a sín pár tengelyében előre nézünk (1.9. ábra). Lerajzolva a látottakat, a sínek képei (amelyek az egyik vízszintes irányt képviselik), a látóhatár felé haladva közelednek egymáshoz, és ott egy pontban találkoznak. Ugyanebbe a pontba fut be a sínek irányával párhuzamos többi egyenes perspektívikus képe is (pl. a töltés széle, a talpfák végeit összekötő képzeletbeli egyenes stb.). A találkozási pontot iránypontnak (I) nevezzük. Az irányponton keresztülmenő, a térben (és a rajzon) vízszintes egyenes neve horizontvonal (h).



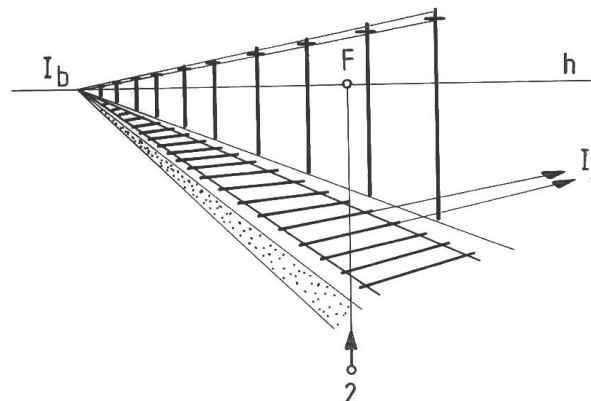
1.9. ábra: A perspektívikus ábrázolás törvényszerűségei 1

A talpfák képviselik a másik vízszintes irányt. A talpfák a rajzolt helyzetben a horizontvonallal párhuzamosak, perspektívikus képük a horizontvonallal párhuzamos vízszintes egyenes.

A harmadik főirányt a villanyoszlopok képviselik, ezek a valóságban függőleges helyzetűek. A villanyoszlopok perspektívikus képei ugyancsak függőlegesek.

Foglaljuk pontokba az ábrából levonható legfőbb törvényszerűségeket:

1. A h-ra merőleges vízszintes egyenesek távlati képei a h-n levő pontban találkoznak.
2. A h-val párhuzamos egyenesek távlati képei h-val párhuzamosak maradnak.
3. A függőleges egyeneseknek a távlati képei is függőlegesek.
4. Az azonos méretek távlati képei a szemlélőtől távolodva csökkennek.



1.10. ábra: A perspektívikus ábrázolás törvényszerűségei 2

Módosul a kép akkor, ha a szemlélő a 2. - általános - helyzetből a nyíllal jelzett irányba néz (1.10. ábra).

Ebben a helyzetben a sínek és a talpfák iránya általános helyzetet foglal el. Mindkét irányban haladó párhuzamosok képei összetartók és a horizontvonalon találkoznak egy-egy iránypontban. Az iránypontokat attól függően, hogy a szemsugár és a horizontvonal metszéspontjától az ún. F főponttól jobbra vagy balra esnek, I_j , illetve I_b betűkkel jelöltük.

Az előbbi felsorolásban tehát az 1. és 2. pont módosul:

1-2. a valóságban párhuzamos vízszintes egyenesek képei a horizontvonalon találkoznak a főponttól jobbra, illetve balra levő I_j , illetve I_b iránypontban;

3-4. pont változatlanul érvényben marad.

A horizontvonal (tehát szemmagasságunk) alatt elhelyezkedő, felületeket felülről, **rálátásban** (madártávlat) látjuk. A horizontvonal alatt elhelyezkedő vízszintes egyenesek képei alulról közelítik az iránypontokat.

A horizontvonal felett elhelyezkedő felületeket **alálátásban** (békaperspektíva) látjuk, a vízszintes egyenesek képei felülről közelítik meg az iránypontokat.

Amit az ábrákból nem látunk: a horizontvonal magasságában levő és arra merőleges egyenesek, valamint a h magasságban levő felületek képei a h-ba eső vízszintes egyenesek.

▪ Axonometria

Az axonometrikus ábrázoláskor a térhatású kép könnyebb elkészíthetősége miatt a perspektivikus rajzhoz képest egyszerűsítéseket vezetünk be. Ennek ára, hogy az így elkészített ábra a valóságot szükségszerűen torzíttja, ez azonban semmiképpen nem zavaró, hiszen ezeknek az ábráknak a készítésekor a főcél csak a térhatás elérése.

Az axonometrikus ábrázolás során bevezetett egyszerűsítések:

- a) a párhuzamos egyenesek képeit párhuzamosaknak rajzoljuk (iránypont a végtelenben);
- b) a főirányok képeit meghatározó szögeket valamilyen szempont szerint megválasztjuk, más szóval a három főirány képét - a tengelykeresztet - rögzítjük;
- c) a rögzített tengelyek irányában könnyen megrajzolható rövidülést választunk.

A három említett szempont alapján sokféle axonometrikus ábrázolási formát állapíthatnánk meg. A vonatkozó szabvány a műszaki rajzokhoz az alábbi három fajta axonometrikus ábrázolást írja elő:

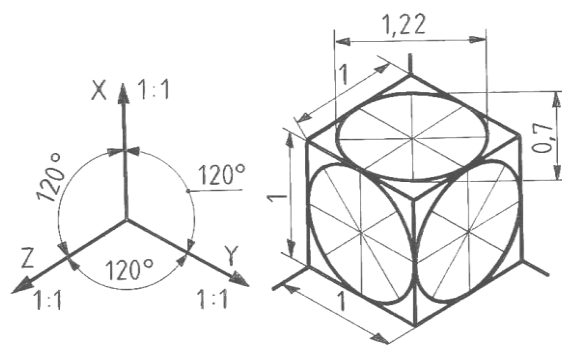
▪ Egyméretű (izometrikus) axonometria

Az egyméretű axonometria jellemzői:

- a) egymással 120° -os szöget bezáró három tengely;
- b) mindhárom tengely irányában azonos méret.

Egyméretű axonometriában rajzoltuk meg az alábbi ábrán látható kockát (1.11. ábra). A kocka képe mellett a jellemző tengelykeresztet látjuk. A kocka lapjaira körök képeit is megrajzoltuk.

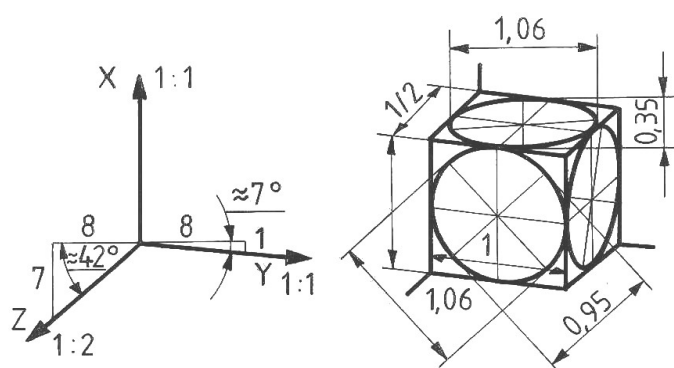
Bizonyítható, hogy az egységnyi élhosszúságú kocka lapjaira rajzolt ellipszis nagytengelye 1.22, kistengelye 0.7.



1.11. ábra: Egyméretű axonometria tulajdonságai

■ Kétméretű axonometria

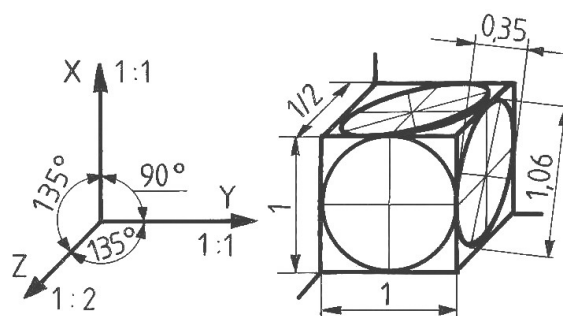
Az elnevezés arra utal, hogy a rövidülés nem mindegyik tengely irányában azonos. A tengelykereszt, a kocka és a lapokra rajzolt körök ellipszis képe az alábbi ábrán látható (1.12. ábra).



1.12. ábra: Kétméretű axonometria tulajdonságai

■ Frontális axonometria

A valóságot legjobban torzító axonometrikus ábrázolási mód, de a legkönnyebben szerkeszthető. A tengelykereszt jellemzőit, a kocka képét és a kocka lapjaira rajzolt körök képeit az alábbi ábrán láthatjuk (1.13. ábra).



1.13. ábra: Frontális axonometria tulajdonságai

A felsorolt axonometriák közül azt a legcélszerűbb választani, amely az ábrázolt tárgy alakjának legjobban megfelel.

1.4. Szabadkézi rajzolás alapjai

1.4.1. A szabadkézi rajz szerepe

A mindennapi életben számtalan körülmény jelentkezik és kényszerít a szabadkézi rajzkészítésre. A szabadkézzel végzett rajzkészítés mellett szól elsősorban a gyorsaság, a nagy információtartalom, egyéb kommunikációs csatornák hiánya (nyelvismeret, beszédképesség, stb.) A szabadkézi rajznak céljától függően többféle formája lehet:

Vázlat (skicc): kevés vonalból álló magyarázata egy elképzelésnek, elvnek vagy utasításnak. Gyorsan elkészíthető, nagy információtartalmú.

Konstrukció vázlat: leginkább műszaki vonatkozású szabadkézi rajz, jellemzően térbeli ábrázolással, valamely leírás kiegészítéseként, vagy javaslatként egy új ötlethez, kivitelhez.

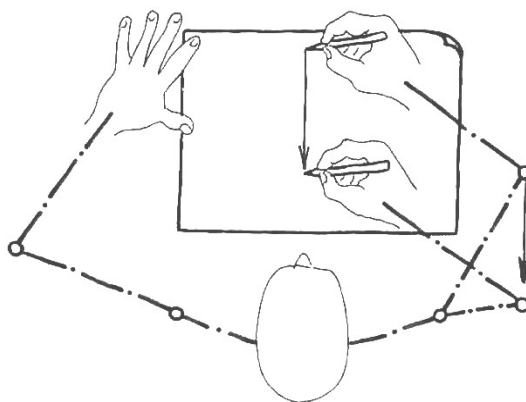
Műszaki rajz készítés: szabadkézzel készített tervdokumentáció készítés szerkesztett összeállítási rajz alapján. Tipikus alkalmazási területe a fejlesztés, egyedi gyártás. Az ötlet megszületése és a termék létrejötte közötti tervezési fázis időtartama lényegesen csökkenthető.

Illusztráció: egy objektum, késztermék térbeli rajza esetleg robbantott kivitelben, célja elsősorban a szemléltetés, magyarázat.

1.4.2. A rajzolás technikája

Az elkészült szabadkézi rajznak egyértelműnek, könnyen felismerhetőnek, olvashatónak kell lennie. Meg kell felelnie egyfelől bizonyos rajzkészítési szabályoknak, másfelől esztétikailag is elfogadhatónak kell lennie. Szükséges tehát bizonyos ábrázolási szabályok ismerete és megfelelő manuális készség és begyakorlottság az elfogadható végeredményhez. A rajzok vonalakkal épülnek fel, nagyon fontos tehát a helyes vonalhúzási technika ismerete.

Helyes vonalhúzási technika függ a rajzolandó objektum méretétől. Kisméretű vonalak, körök esetén (max. 10-30 mm) lehetséges csak csuklómozgással rajzolni, ebben az esetben a csukló a tenyér élén támaszkodik. Nagyobb méretek esetén a váll és a könyök együtt mozog, a csukló a tenyér élén csúszik a rajzlapon, így biztosítva a rajzolt vonal szabályosságát.



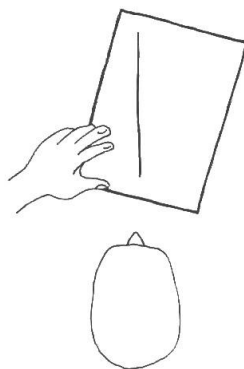
1.14. ábra: Helyes vonalhúzási technika

1.4.3. Elemi rajzműveletek

A műszaki vonatkozású szabadkézi rajzokon általában egyenesekből, szabályos görbékkel álló objektumokat rajzolunk. A rajzkészítés során törekedni kell, hogy az ábrázolni kívánt objektumot úgy helyezzük el a rajzlapon, hogy annak egyenes vonallal rajzolt élei a rajzlap szélével lehetőleg párhuzamosak legyenek. Ezzel tudjuk biztosítani, hogy a rajzolás közbeni párhuzamosság- és merőlegességtartás könnyebben legyen teljesíthető.

▪ Egyenes vonal rajzolása

Szabályos egyenes vonalat szabadkézzel legkönnyebben úgy tudunk rajzolni, ha a vonal rajzolása közben van viszonyítási vonalunk, tehát párhuzamos vonalat húzunk egy már meglévő vonallal. Ez lehet a rajzlap széle de lehet egy előzőleg rajzolt vonal is. Legkönnyebb szabályos egyenes vonalat húzni abban az esetben, ha a ceruza a rajzoló irányában a test síkjára merőlegesen mozog, ezért a rajzlapot célszerű abba a helyzetbe forgatni, amelyben ez a mozgás elvégezhető (1.15. ábra). Amennyiben az ábrázolni kívánt objektum vonalai nem párhuzamosak és a rajzlap széle sem jelent segítséget, akkor a rajzlap megfelelő helyzetbe forgatásával a vonal a test irányába húzva könnyebben megrajzolható.



1.15. ábra: A vonalhúzás célszerű iránya

▪ Két pont összekötése egyenes vonallal

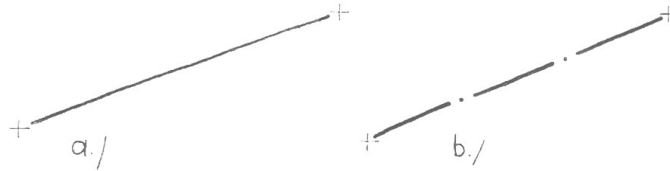
A feladat egyszerűnek tűnik, azonban a gyakorlatot elvégezve azt tapasztaljuk, hogy bizonyos távolság felett az A pontból indított egyenesként rajzolt vonal a B pontot elkerüli, elhalad mellette. Ez a távolság egyénenként változó, nyilván függ a rajzoló kézügyességétől, rutinjától. A feladat elvégzésére két módszer kínálkozik:

a./ Folyamatos vonalhúzás

A ceruzát az A pontból elindítva, szemünket folyamatosan a B ponton tartva igyekszünk a megfelelő irányt tartani és a vonalat megrajzolni.

b./ Tartópont módszer

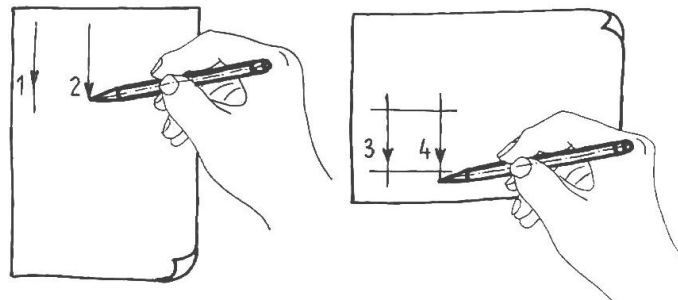
Az A és a B pont között tetszőleges számban a rajzolandó vonal irányát kijelölve előzetesen tartópontokat rajzolunk, majd ezeket a pontokat összekötve rajzoljuk meg az összekötő egyenes vonalat.



1.16. ábra: Két pont összekötése egyenes vonallal

■ Négyyszög rajzolása

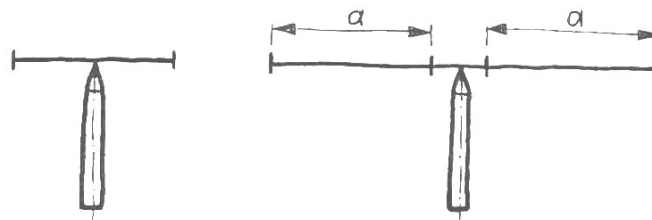
A feladat tulajdonképpen párhuzamos egyenesek rajzolását jelenti természetesen célszerű sorrendben. Látható, hogy kihasználjuk a papírlap egyenes oldalát és annak merőlegességét a rajzolás során.



1.17. ábra: Négyyszög rajzolása

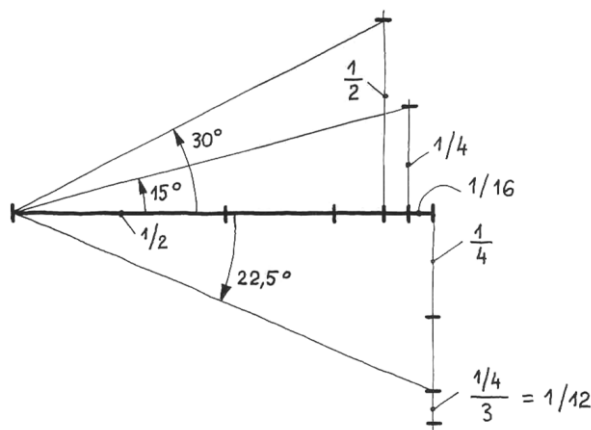
1.5. Szakasz osztása

A rajzkészítés fontos lépése adott arányok felvétele a készülő rajzon. Leggyakoribb feladat a szakasz felezése amely a szakasz méretétől függően más-más módon végezhető el sikeresen. Rövid szakaszok esetén a kezünkben lévő ceruzával képzeletben kijelöljük a szakasz felezőpontját úgy, hogy a ceruza középvonala a szakasz képzeletbeli felezőmerőlegesével essék egybe. Ebben az esetben a jó szemmérték fontos követelmény. Hosszabb szakaszok esetén a feladatot visszavezetjük a rövid szakaszok esetére. Ebben az esetben a szakasz két végpontja irányából visszamérjük a szakasz becsült félhosszát és a maradék részt felezzük



1.18. ábra: Szakasz felezése

Gyakran előfordul a rajzkészítés során, hogy a szakaszt harmadolni, ötödni, stb. kell, ezekben az esetekben szakasz arányos osztásáról van szó, amely a középiskolai geometria alapján az ismert segédegyenes módszerrel könnyedén megoldható.



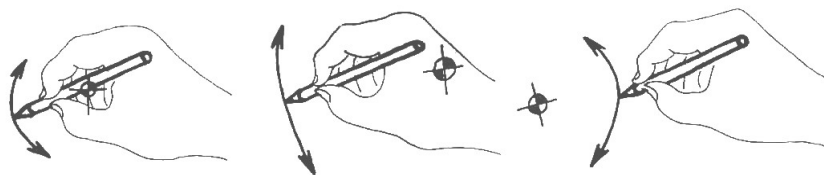
1.19. ábra: Szögek közelítő szerkesztése

■ Szögek rajzolása

A szabadkézi rajzkészítés során általában nem áll rendelkezésre szögmérő. A rajzokon található nevezetesebb szögek közelítő felvételére az alábbi ábra ad segítséget.

■ Körök rajzolása

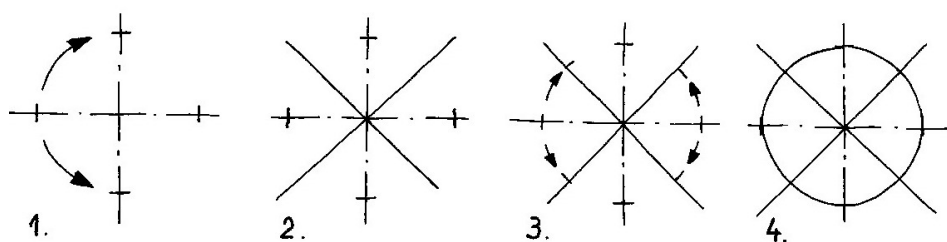
Nehezebb feladat a szabadkézi rajzkészítés során a körök rajzolása. Fontos a helyes kéztartás, a rajzolandó kör középpontja lehetőleg a csukló alatt legyen, a csukló célszerűen legyen megtámasztva. Kerüljük a kör középpontján kívüli rajzolást, igen kényelmetlen és nem eredményez elfogadható minőséget.



1.20. ábra: Körök rajzolási technikái

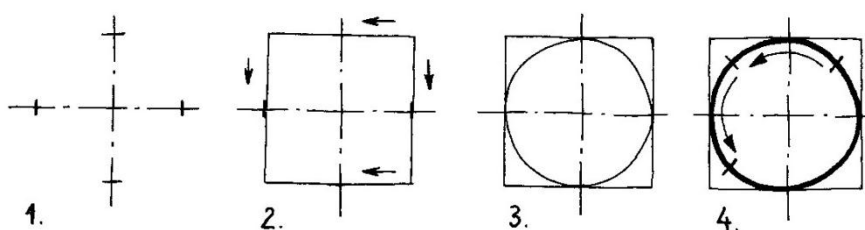
Köröket rajzolhatunk segédeszközökkel és anélkül. Segédeszközöket általában nagyobb átmérőjű köröknél (50 mm felett) használunk. Segédeszközként használható a ceruza, amely a papírlapra fektetve, a kör középpontja fölött kézben tartva a papírlap forgatásával tetszőleges méretű kör rajzolható. Másik segédeszköz lehet egy papírcsík, amelyen a rajzolni kívánt kör sugarát bejelölve, a kör középpontja körül tetszőleges számú tartópont kijelölésével és összekötésével a kör megrajzolható.

Segédeszköz nélkül a szemmértékre hagyatkozva rajzolhatunk kisebb átmérőjű köröket. A rajzolandó kör középpontján keresztül megrajzoljuk a kör szimmetria tengelyeit, majd azokon bejelöljük a kör sugarát. Ezeken a pontokon, mint tartópontokon keresztül a kör megrajzolható. A tartópontok számát növelhetjük a szimmetriatengelyek közé megrajzolt, szögfelezőkön felvett pontokkal.



1.21. ábra: Kör rajzolása 1.

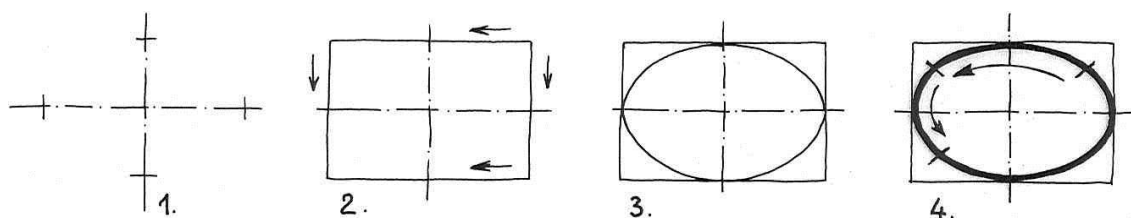
Másik módszer szerint megrajzoljuk a kör átmérőjével megegyező négyzetet és abba az érintési pontok figyelembevételével megrajzoljuk a kört.



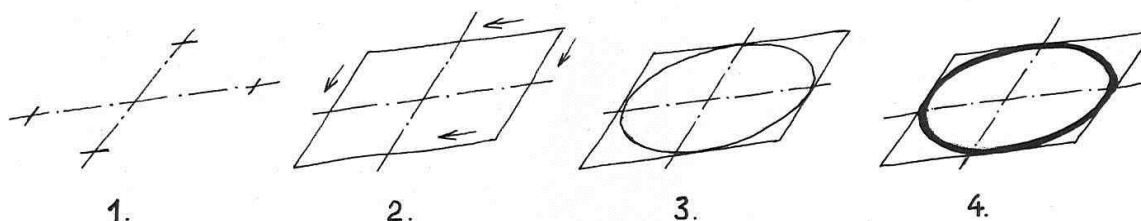
1.22. ábra: Kör rajzolása 2.

▪ Ellipszis rajzolás

A sokféle ellipszis rajzolási módszer közül szabadkézi rajzolásnál elsősorban a tartópontok felvételével segített ellipszis rajzolás tűnik egyszerűen kivitelezhetőnek. A rajzon található ellipszis minden esetben egy kör torzult képe, ezért az affinitás tengelyét felvéve a kör megrajzolása után tetszőleges számú tartópont szerkeszthető, amelyeken keresztül az ellipszis megrajzolható.



1.23. ábra: Ellipszis rajzolása 1.

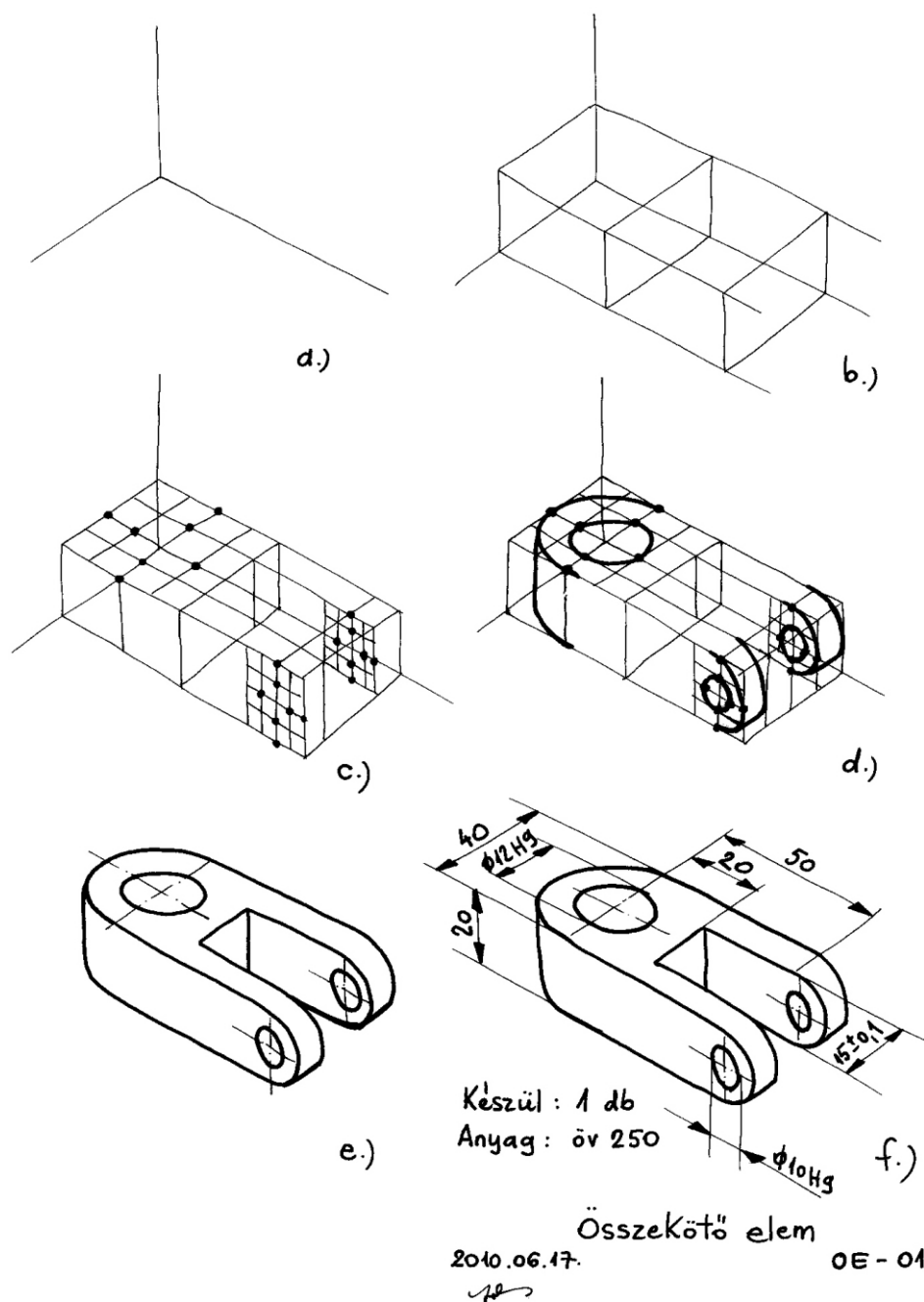


1.24. ábra: Ellipszis rajzolása 2.

1.5.1. Vázlatkészítés axonometriában

A tervezett alkatrész axonometrikus megjelenítése a nem hozzáértő szemlélő számára is értelmezhetővé teszi az elkészült rajzot. Egyszerűbb alkatrész esetén ezen a rajzon akár teljes mérethálózat is elhelyezhető, lehetőséget adva a prototípus legyártására is (1.25. ábra).

A napjainkban használt számítógépes tervező rendszerek szinte mindegyike képes a tervezett alkatrész tetszőleges térbeli helyzetű megjelenítésére, bizonyítva ezzel az ábrázolási mód hatékonyságát és közérthetőségét.



1.25. ábra: Axonometrikus vázlat készítésének lépései

Az axonometrikus szabadkézi rajz készítése során célszerű betartani bizonyos rajzkészítési sorrendet. Ezek az alábbiak.

- a) Axonometria típusának kiválasztása, tengelykereszt megrajzolása.
- b) Befoglaló téglatest, henger megrajzolása.
- c) Nevezetes pontok, arányok felvétele.
- d) Ellipszisek, görbe vonalak megrajzolása, kihúzása.
- e) Az alkatrész kihúzása, felesleges vonalak eltávolítása.
- f) Az alkatrész beméretezése, a rajz feliratozása.

1.5.2. Műszaki rajz készítése szabadkézzel

A szabadkézi műszaki rajz készítése adott sorrend szerint célszerű. Az alábbi rajzsorozat bemutatja a célszerű rajzadási sorrendet (1.26. ábra).

- a) Az alkatrész képzeletbeli elhelyezése a rajzlapon, ennek megfelelően a befoglaló négyzetek, téglalapok megrajzolása a nézetrend és a rendező irányok figyelembevételével.
- b) Az alkatrész körvonalának megrajzolása, ügyelve az arányokra.
- c) Kitérések megrajzolása, vonalkázás.

Befoglaló méretek, funkció szempontjából lényeges méretek beméretezése.

- d) A méretezés teljesé tétele, alak-, helyzettűrések megadása.
- e) Felületi érdességek megadása, tűréstáblázat elkészítése, a rajz feliratozása, rajzszám megadása, dátum, aláírás felvétele.

1.6. Szabványok

1.6.1. A szabvány fogalma

A termékek nagy mennyiségben történő előállítását nagyban megkönnyíti, ha az egyes termékekre, eljárásokra, azok eredményére egységes, mindenki által elfogadott előírásokat alkalmaznak. Ezeket az előírásokat egy közmegegyezéssel elfogadott műszaki dokumentum, a szabvány tartalmazza.

A szabvány definíciója a nemzeti szabványosításról szóló 1995. évi XXVIII. törvényben olvasható. Eszerint a szabvány: „elismerett szervezet által alkotott vagy jóváhagyott, közmegegyezéssel elfogadott olyan műszaki (technikai) dokumentum, amely tevékenységre, vagy azok eredményére vonatkozik, és olyan általános és ismételt alkalmazható szabályokat, útmutatókat vagy jellemzőket tartalmaz, amelyek alkalmazásával a rendezőhatás az adott feltételek között a legkedvezőbb.”

A szabványok alkalmazása az alábbi előnyökkel jár:

rendeltetésszerű használatra való alkalmasság: elsősorban termékszabványok, anyagösszetétel előírása, szakítószilárdság, folyáshatár, stb.

kompatibilitás: összetartozó elemek méreteinek összehangolása, pl.: csap-persely átmérők, tűrések,

csereszabatoság: az egyes gyártók termékei egymással helyettesíthetők, pl.: villanyégő foglalat kialakítása,

termékvédelem: tárolási, csomagolási, szállítási, kezelési, karbantartási előírások,

kölcsönös megértés: egységes kifejezések, jelek, műszaki rajzi szabványok,

azonosíthatóság: szabványosított tevékenységek és eredményei egymással összemérhetők,

vizsgálatok: csak az azonos módon elvégzett vizsgálatok eredményei hasonlíthatók össze,

választékrendezés: gazdaságos méretek kialakítása: tengelycsomók méretek, csavarméretek,

biztonság: a termék nem veszélyeztetheti a fogyasztó biztonságát, egészségét, vagyonát, pl.: érintésvédelem,

környezetvédelem: a termékek és működésük a környezetet nem veszélyeztethetik,

A szabványokat, eredetüket illetve hatókörüket tekintve az alábbi csoportokba sorolhatjuk:

vállalati szabványok,

iparági szabványok,

nemzeti szabványok,

regionális szabványok,

nemzetközi szabványok.

1.6.2. Nemzeti szabványosítás

A szabványosítás feladatait az 1995-ben alapított Magyar Szabványügyi Testület (MSZT) látja el. Az MSZT végzi a szabványok kidolgozását, illetve kidolgoztatását, jóváhagyását és közzétételét, valamint azok módosítását és visszavonását. Gondoskodik továbbá a nemzetközi és európai szabványok nemzeti szabványként való közzétételéről és mint tag, kapcsolatot tart azok szervezeteivel.

A szabványok jogdíjas terméknek minősülnek, a jogdíjat a szabványok felhasználói fizetik az MSZT-nek. A Testület lehetőséget biztosít a szabványok cím, szám és szakterületek szerinti ingyenes keresésére, valamint kisebb térítési díj ellenében a tartalom megtekintésére és másolására.

A magyar szabványok hivatalos jelölése a következő:

MSZ 4900-1:1987

ahol: MSZ:	nemzeti jel
4900:	megkülönböztető sorszám
4900-1:	egy szabványon belüli szabvány
1987:	kibocsátás éve

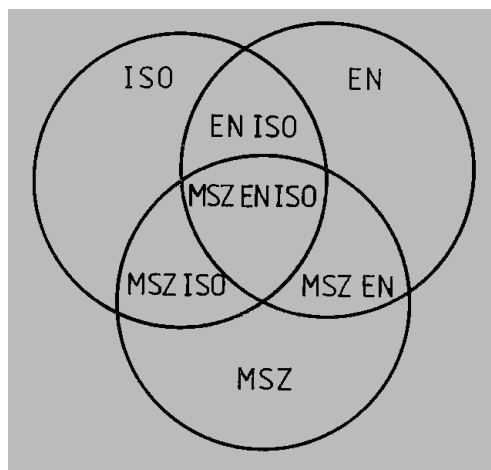
1.6.3. Nemzetközi szabványosítás

A mai értelemben vett szabványosítást lényegében az ipari forradalom kényszerítette ki, amikor az ipari termelés volumene, a munkamegosztás elterjedése, a nemzetközi kereskedelem szükségessé tette az egyes termékek, eljárások egységesítését, nemcsak országhatáron belül, hanem nemzetközi szinten is.

Az első nemzetközi szabványosítással foglalkozó szervezet 1906-ban alakult meg, Nemzetközi Elektrotechnikai Bizottság (International Electrotechnical Commission) IEC néven. Az első általános nemzetközi szabványosítási szervezet az 1926-ban alakult ISA, amely ma ISO (International Organization for Standardization) néven működik. Az IEC csatlakozott az ISO-hoz, de megtartotta önállóságát az elektrotechnika területén.

Az ISO-nak a legtöbb nemzeti szabványosítási szervezet tagja, munkáját az egyes nemzeti szervezetek delegáltjai által alkotott bizottságokban végzi. Az egyes ajánlások nemzetközi szabványként való elfogadásához a tagok 75 %-nak egyetértése szükséges.

Az egyes szabványfajták kapcsolódását mutatja az 1.27. ábra.



1.27. ábra: A szabványok kapcsolódása

Az egyes jelölések:

MSZ:	nemzeti szabvány,
ISO:	nemzetközi szabvány,
EN:	európai szabvány,
MSZ EN:	európai uniós szabvány honosítása,

MSZ ISO: nemzetközi szabvány honosítása,
MSZ IEC: nemzetközi szabvány honosítása (elektrotechnika),
MSZ EN ISO: az Európai Unió által is elfogadott nemzetközi szabvány.

1.6.4. A szabványok alkalmazása

A szabványok alkalmazása alapvetően önkéntes, azaz csak ajánlott. Ezért minden szabvány első oldalán az alábbi figyelmeztetés olvasható:

„E nemzeti szabványt a Magyar Szabványügyi Testület a nemzeti szabványosításról szóló 1995. évi XXVIII. törvény alapján teszi közzé. A szabvány alkalmazása a törvény alapján önkéntes, kivéve, ha jogszabály kötelezően alkalmazandónak nyilvánítja.”

A szabványok nem kötelező jellege abból a szándékból fakad, hogy a tudomány és a technika fejlődését ne akadályozzák a technika előírásai. Ha egy gyártó a műszaki fejlesztése eredményeként jobb megoldásokat, eljárásokat képes alkalmazni, ebben ne akadályozza merev jogi szabályozás. A szabványok önkéntes alkalmazása azonban egyáltalán nem jelenti azt, hogy a szabványokban rögzítettektől negatív irányban el lehet térni. A szabványok ugyanis a tudomány és a technika olyan elismert eredményeit testesítik meg, amelyeket a gazdaság átlagos szereplőitől is el lehet várni. A műszaki fejlesztés pedig nem eredményezhet visszalépést, tehát a szabványban rögzített előírások betartása elvárható.

A szabványok bizonyos esetekben kötelezően betartandók, ezek az alábbiak:

Szerződések esetén: ha a szerződő felek kikötik a szabvány kötelező alkalmazását.

Bírósági perek esetén: ha a vitatott kérdéssel kapcsolatban létezik szabvány, akkor a bíróság az abban foglaltakat tekinti mérvadónak, még ha annak alkalmazása önkéntes is.

Jogszabállyal kötelezővé tett szabványok esetén.

2. Ábrázoló geometria

2.1. Térelemek

A geometriában 3 alapvető térelemet különböztetünk meg, ezek: a pont, az egyenes és a sík.

A **pont** kiterjedés nélküli térelem.

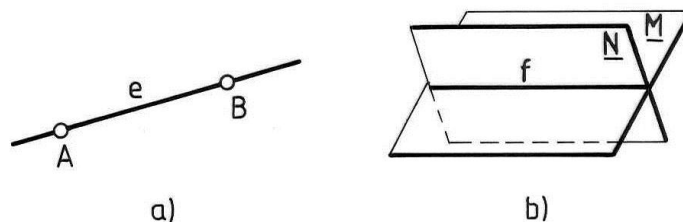
Az **egyenes** egyméretű, végtelen hosszú térelem. Az egyenesnek egy végtelen távoli pontja van. Ezen áthalad az adott egyenessel párhuzamos minden más egyenes is. Az egyenes az irányával (irányvektorával) jellemezhető. Egy pont az egyenest két félegyenesre osztja. A két végpontjával lehatárolt egyenes „darabot” egyenes szakasznak nevezzük.

A **sík** kétméretű, végtelen kiterjedésű térelem. Egy végtelen távoli egyenese van, ezen áthalad a síkkal párhuzamos összes többi sík. A síkot az **állásával** (normálisával) jellemezzük. Egy egyenes a síkot két félsíkra bontja.

A térelemek kölcsönös helyzete háromféle lehet:

illeszkedő,
metsző,
kitérő.

A térelemek segítségével újabb térelemek képezhetők összekötéssel, vagy metszéssel.



2.1. ábra: Egyenes meghatározása

A fenti ábrák térelemek meghatározását szemléltetik. Az ábrák alapján néhány geometriai alaptétel azonnal belátható. Az ábrák jelöléseit használva kimondható, hogy:

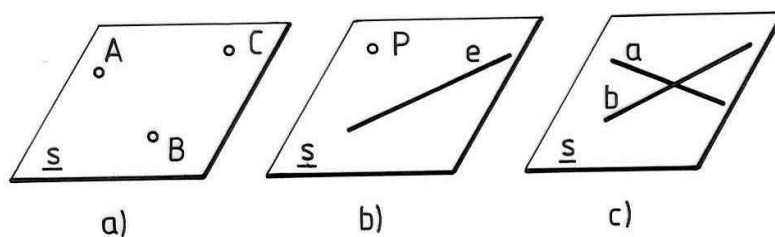
Két pont meghatároz egy egyenest $|AB| = e$ (2.1. ábra a) kép).

Két egymást metsző sík meghatároz egy egyenest $|MN| = f$ (2.1. ábra b) kép).

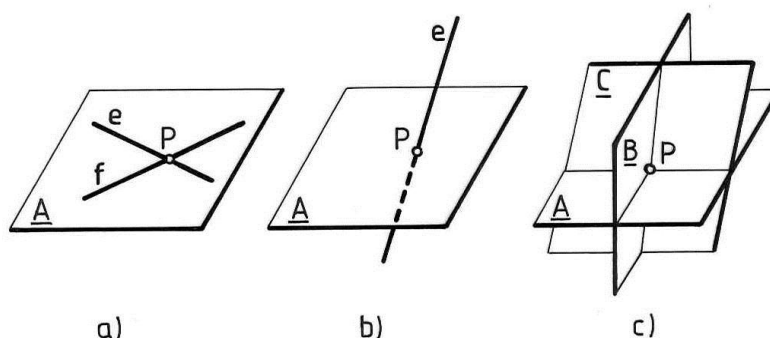
Három - nem egy egyenesbe eső - pont meghatároz egy síkot $[A B C] = \underline{\underline{S}}$ (2.2. ábra a) kép).

Egy egyenes és az egyenesre nem illeszkedő pont meghatároz egy síkot $(e P) = \underline{\underline{S}}$ (2.2. ábra b) kép).

Két egymást metsző egyenes meghatároz egy síkot $(a b) = \underline{\underline{S}}$ (2.2. ábra c) kép).



2.2. ábra: Sík meghatározása



2.3. ábra: Pont meghatározása

Két, egy síkra illeszkedő egyenes meghatároz egy pontot ($e \cap f = P$) (2.3. ábra a) kép).

Egy sík és egy, a síkra nem illeszkedő, a síkkal nem párhuzamos egyenes meghatároz egy pontot ($A \cap e = P$) (2.3. ábra b) kép).

Három, nem egy egyenesen átmenő sík meghatároz egy pontot ($A \cap B \cap C = P$) (2.3. ábra c) kép).

2.2. Térmértani alaptételek

A matematika nyelvén megfogalmazott legfontosabb térmértani alaptételeket az alábbiak szerint foglalhatjuk össze.

▪ Összekötési alaptételek:

Két ponton keresztül egyetlen egyenes húzható, a két pont összekötő egyenese: $|AB| = e$

Három ponton keresztül, ha nincsenek egy egyenesen, egyetlen sík fektethető, a három pont síkja: $[ABC] = S$

Következmények:

Ha egy egyenesnek két pontja illeszkedik egy síkra, akkor az egyenes valamennyi pontja illeszkedik a síkra.

Egy pontra és egy egyenesre, ha azok nem illeszkednek, egyetlen sík fektethető, a pont és az egyenes összekötő síkja: $[Ae] = S$.

Két egyenesre, ha van közös pontjuk, egyetlenegy sík fektethető, a két egyenes közös síkja: $[ab] = S$

▪ **Metszési alaptételek:**

Két sík egy egyenesben, a két sík metszésvonalában metszi egymást: $|AB| = m$

Három síknak, ha nincs közös egyenesük, egyetlenegy közös pontja van, a három sík metszéspontja: $(ABC) = M$

Következmények:

Egy síknak és egy egyenesnek, ha nem illeszkednek, egyetlen közös pontjuk van, amelyet az egyenes és a sík dőléspontjának nevezünk: $(aS) = D$

Egy síkban fekvő két egyenesnek egyetlen közös pontja van, az egyenesek metszéspontja: $(ab) = M$

▪ **Mérési tételek, definíciók:**

Távolságmérés: Ha egy egyenes szakasz hosszát egységnyinek tekintjük, ezzel minden egyenes szakaszhoz egy pozitív mértékszámot rendelhetünk, amit a szakasz hosszának nevezünk. Két térelem távolsága egyenlő az azokat összekötő legrövidebb (egyenes) szakasz hosszával. A legrövidebb szakasz merőleges mind az egyenesre, mind a síkra.

Szögmérés: Két, kezdőpontjánál illeszkedő félegyenes a közös síkjukat két részre osztja. Ha az egyenes szöget 180° -nak (π radián) tekintjük, minden szögtartományhoz egy mérőszámot rendelhetünk, amit a két szög szár által bezárt szögnek nevezünk.

Két metsző egyenes a közös síkjukat négy részre osztja, melyek közül kettő-kettő egyenlő. Ezek közül a hegyesszög a két egyenes hajlásszöge. Ha mind a négy szög egyenlő, akkor a két egyenes merőleges egymásra. A párhuzamos egyenesek hajlásszöge 0° (0 radián).

Definíció (1): Kitérő egyenesek szögén értjük a tér tetszőleges P pontján átmenő, a két adott egyenessel párhuzamos egyenesek szögét.

Definíció (2): Egyenes és sík hajlásszöge az a legkisebb szög, amelyet az egyenes a dőléspontján áthaladó síkbeli sugársor elemeivel bezárhat.

Tétel (1): Ha az egyenes a síkkal alkotott dőléspontján áthaladó síkbeli sugársor két különböző elemére merőleges, akkor a sugársor minden elemére merőleges. (Tehát a sík minden egyenesére is merőleges.) Ekkor azt mondjuk, hogy az egyenes merőleges a síkra. A síkra merőleges egyenes a sík normálisa.

Következmények: A sík normálisai párhuzamosak egymással. Egy egyenesre merőleges síkok párhuzamosak egymással.

Definíció (3): Két sík hajlásszöge egyenlő a metszésvonalra merőleges egyeneseik hajlásszögével.

Megjegyzés (1): Egyenes és sík hajlásszögének pótszöge ($90^\circ - \alpha$) megmérhető az egyenes és a sík normálisa között. Az egyenes tetszőleges pontján áthaladó normális és az egyenes által kifeszített sík és az eredeti sík metszésvonala olyan egyenes, amellyel az egyenes α szöget zár be.

Megjegyzés (2): Két sík hajlásszöge megmérhető a síkok normálisai között is.

Tétel (2): Két síkot akkor mondunk egymásra merőlegesnek, ha kölcsönösen tartalmazznak a másik síkra merőleges egyeneseket.

Tétel (3): Két egyenes merőleges egymásra, ha bármelyikre illeszthető a másikra merőleges sík. Megfordítva: Nem merőleges egyenesek egyikére sem illeszthető a másikra merőleges sík.

2.3. Térelemek ábrázolása

2.3.1. A Monge-féle két képsíkos ábrázolás

Az előző fejezetben már megtanultuk, hogy a térbeli alakzatok síkban való ábrázolásához vetületi ábrázolást kell alkalmaznunk. A vetületek torzulásmentességét, mérethelyességét, képiességét alapvetően meghatározza a választott vetítési módszer. A vetítési módszerek közötti választást a feladat célja határozza meg.

A mérnöki gyakorlatban a vetületek alak- és mérethelyessége feltétlen követelmény, emiatt a vetítés módja csak a párhuzamos vetítősugarakkal a merőlegesen elhelyezkedő képsíkra való vetítés alkalmazható.

Ahhoz, hogy az alakzat térbeli helyzete is határozott legyen, nem elegendő egy képsíkot alkalmazni. Legalább két, egymással ismert méretű szöget bezáró képsíkra kell vetítenünk, hogy a megalkotott képek (vetületek) értelmezhetők, segítségükkel a térbeli alakzatok rekonstruálhatók legyenek. Ha az alkalmazott képsíkok egymásra merőleges elhelyezkedésűek, sokkal könnyebb a térbeli alakzat elképzelése, vetületeiből való rekonstruálása. Ezt ismerte föl munkássága során Gaspard Monge (1746-1818), aki megalkotta a „Monge-féle” két képsíkos ábrázolást, ami napjainkig megállja a helyét a műszaki ábrázolási technikák területén.

2.3.2. A pont ábrázolása

Rögzítsük a P pont xyz koordináta rendszerét az alábbi megállapodás szerint:

Legyen a koordinátarendszer xy síkja a Monge-féle képsík rendszer első (K1) képsíkja. (Az első képsík vízszintes, a felülnézeti kép síkja, amelyre függőlegesen, lefelé vetítünk.)

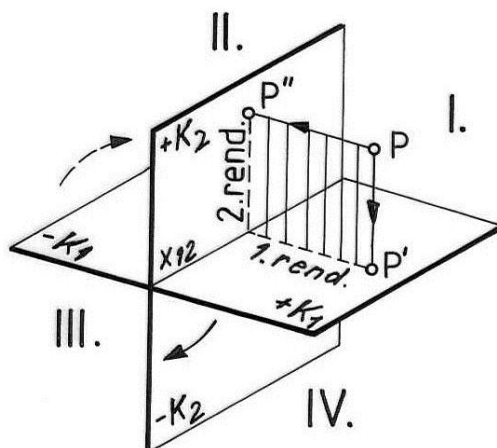
Legyen a koordinátarendszer xz síkja a Monge-féle képsík rendszer második (K2) képsíkja. (A második képsík függőleges, az előlnézeti kép síkja.)

Legyen a koordinátarendszer yz síkja a Monge-féle képsík rendszer harmadik (K3) képsíkja. (A harmadik képsík K1- és K2-re merőleges, az oldalnézeti kép síkja.)

Látszólag ellentmondás, hogy a „két képsíkos” rendszerben harmadik képsíkot is definiálunk, de a későbbiek során megértjük, mivel egyidejűleg mindig csak két, egymásra merőleges síkban szerkesztünk.

A szerkesztés alapelvét a 2.4. ábra mutatja. A P pont képét két egymásra merőleges állású síkra, a **képsíkokra** vetítjük, így két képet kapunk. Ezután a képsíkokat bizonyos rend szerint egyesítjük, azaz egy síkba forgatjuk - ez lesz a rajz síkja. A rajzon tehát csak a képek jelennek meg, a pont valódi helyzetét ezek alapján kell elképzelnünk. A fogalmak és elnevezések magyarázatát az ábrán láthatjuk.

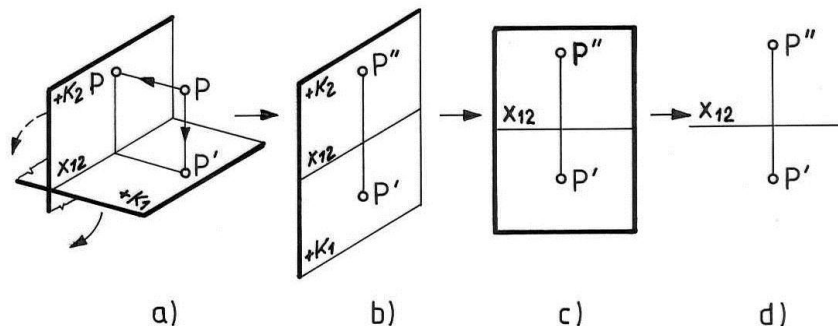
A képsíkok az x_{12} -vel jelölt tengelyben metszik egymást. A P pontnak a képsíkon levő képeit (vetületeit) P'-vel, illetve P''-vel jelöljük. A két egymásra merőleges képsík a teret négy térszögre osztja, ezeket I. II. III., illetve IV. térszögnek nevezzük. Az x_{12} tengely a síkot is két-két részre osztja, ezeknek az ábra szerinti előjeleket tulajdonítjuk.



2.4. ábra: Monge-féle szerkesztés

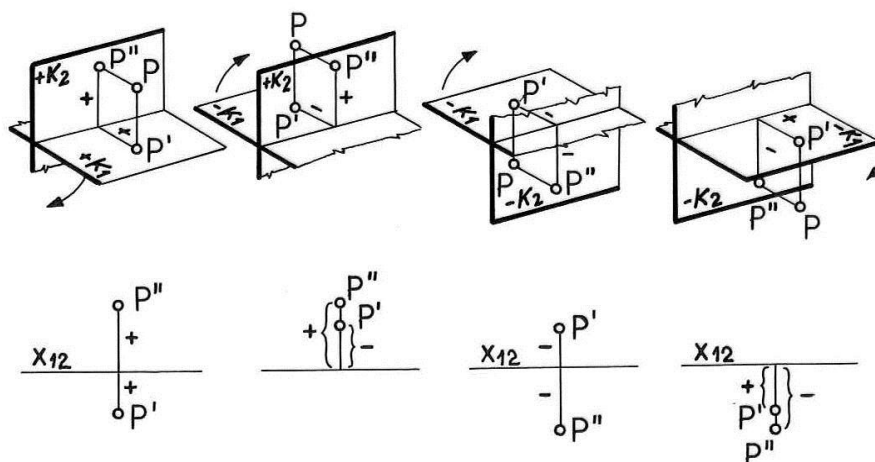
A képek (képpontok) x_{12} tengelytől mért távolságát **rendezőknek** nevezzük, és ezek a paralelogramma szabály szerint megegyeznek a P pont képsíktól való távolságaival. Az 1. rendező tehát a rajzon a P' és x_{12} távolsága - a valóságban viszont a P és a K_2 képsík távolsága. Ez az ábrából egyértelműen látható. (A rendezőket itt szaggatott vonallal jelöltük.)

A K_1 és K_2 képsíkokból az ábrázolás síkját úgy állítjuk elő, hogy a képsíkokat az x_{12} tengely körül, a nyíl irányában, a K_2 -t a K_1 -be, illetve a K_1 -t a K_2 -be forgatjuk. A két képsík egyesítése tehát úgy történik, hogy a + és - képsík felek fedik egymást. A P pont vetületeinek ábrázolásakor a képsíkok rajzából csak az x_{12} tengely marad (2.5. ábra). Az így kapott vetületeket **rendezett** vetületeknek nevezzük. A P pont két képének rendezője egy egyenesbe esik, amely a tengelyre merőleges.



2.5. ábra: Rendezett vetületek származtatása

A P pont térbeli helyzetének visszaállítása az előbbi, képzeletbeli folyamat fordítottja. Cél, hogy amikor a 2.5. ábra d) képet nézzük, jelenjen meg előttünk a 2.5. ábra a) kép.

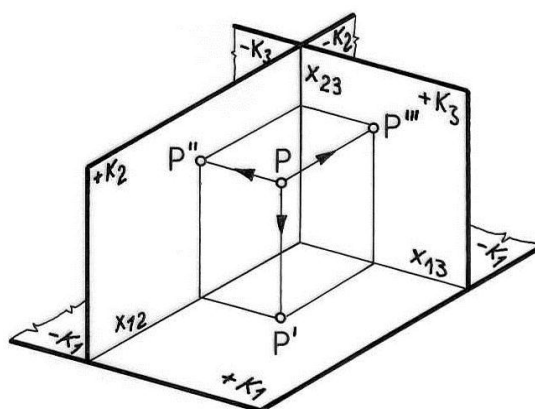


2.6. ábra: A különböző térsíkok előjelei

Miután a fél képsíkoknak előjelet tulajdonítottunk, a rendezőket is értelmezhetjük előjellel, amely a képsíkokhoz (a vetületi rajzon az x_{12} tengelyhez) viszonyított elhelyezkedést határozza meg. A különböző térsíkokban elhelyezkedő pontok rendezőinek előjeleit a 2.6. ábra egyértelműen mutatja.

A műszaki rajzokon törekedjünk arra, hogy az ábrázolni kívánt alakzatokat mindig az 1. térsíkjába tegyük, ezáltal nem kell az előjeles rendezőkkel, az ebből adódó fordított irányú felméréssel foglalkozni.

Belátható, hogy a pont térbeli helyzetének egyértelmű meghatározásához nem elegendő a pont két vetülete, szükséges bevezetni a harmadik képsík (K_3) fogalmát. Korábbi megállapodásunk értelmében a K_1K_2 képsíkrendszert kiegészítő harmadik (K_3) képsík mindkét előző képsíkra merőleges sík (2.7. ábra).



2.7. ábra: Pont vetületei

A P pont harmadik képét ezen a síkon szintén merőleges vetítéssel nyerjük, ez a P''' . A P pontot a K_1K_3 képsík rendszerben P' és P''' , a K_2K_3 képsík rendszerben P'' és P''' ugyanúgy meghatározza, mint P' és P'' a K_1K_2 képsík rendszerben. Amikor a három képsíkot a rajz síkján akarjuk ábrázolni,

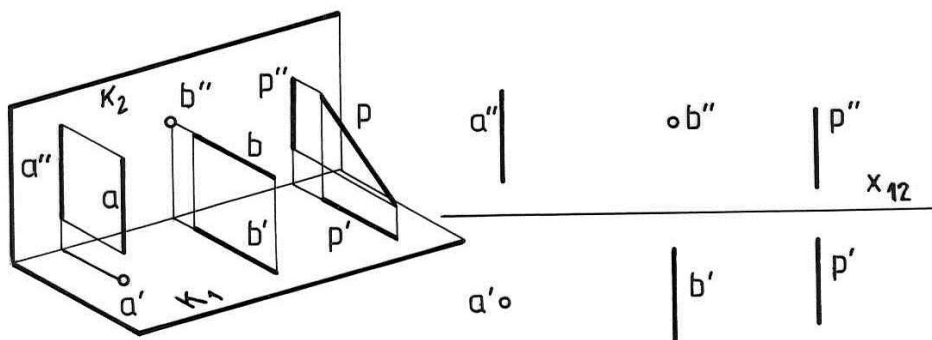
kétféleképpen járhatunk el: a K_3 képsíkot egyesíthetjük a K_2 -vel, majd együtt a K_1 -gyel, vagy pedig először a K_1 -gyel, majd együtt a K_2 -vel.

A P'' kép így két különböző helyre kerülhet - természetesen a visszaállításkor mindkét esetben ugyanazt az eredményt kapjuk. A pont három vetületben való ábrázolása tehát két-két rendezett vetület együttes alkalmazását jelenti.

2.3.3. Egyenes szakasz ábrázolása

Az egyenes, mint térelem két pontjával egyértelműen meghatározható. Vetületeinek elkészítéséhez elegendő az egyenesre illeszkedő két pont képeit megszerkeszteni, és ezek egyenessel való összekötése adja az egyenes vetületeit.

A 2.8. ábra és 2.9. ábra a képsíkhöz képest különleges helyzetű (merőleges, párhuzamos) egyenes szakaszok képeit mutatja. Annak fenntartásával, hogy a képsíkok végtelen kiterjedésűek, a magyarázó ábrákon csak egy részüket, általában csak az I. térnegyedtet tüntettük fel.



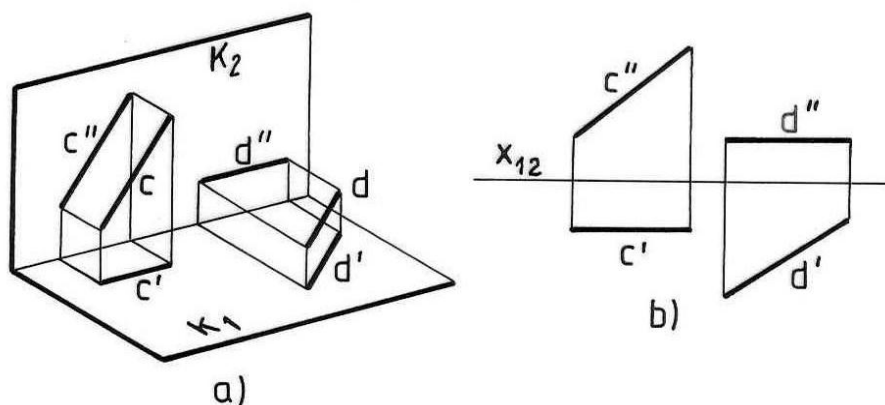
2.8. ábra: Szakasz vetületei

A 2.8. ábra a egyenese első vetítősugar, az első képsíkra merőleges, a második képsíkkal párhuzamos, tehát első képe egy pont, második képe az x_{12} tengelyre merőleges egyenes, amely torzulás mentesen, valódi méretben mutatja az egyenest.

A b egyenes második vetítősugar: második képe pont, első (és harmadik) képe valódi méretű egyenes.

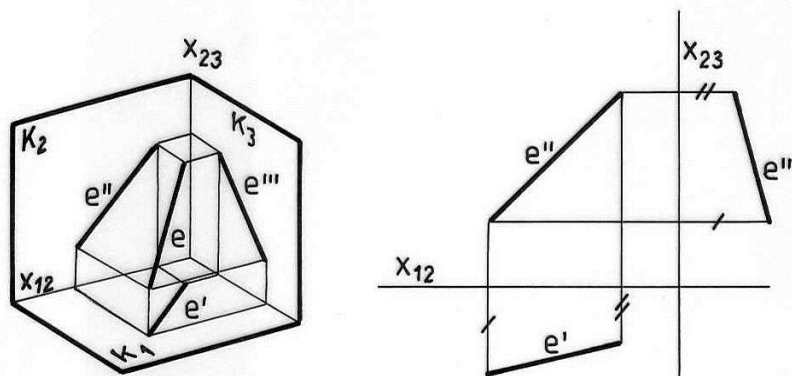
A p egyenes ún. profilegyenes, a harmadik képsíkkal párhuzamos síkban helyezkedik el. Ebből adódik, hogy első és második képe egy egyenesbe esik, a harmadik képe viszont valódi méretű egyenes. Pontjainak első és második képsíktól való távolsága a harmadik vetületben lemérhető.

Azt az egyenest, amelyik valamely képsíkkal párhuzamos, **főegyenesnek**, vagy fővonalnak nevezzük. Ilyen egyenesek a 2.9. ábra c és d egyenesei. A c egyenes második, a d egyenes első főegyenes. A főegyeneseket a szerkesztéseink során gyakran alkalmazzuk. Vegyük észre, hogy azon a képsíkon, amellyel a szakasz párhuzamos, valódi nagyságban látható (c'' és d'), másik rendezett vetülete viszont a tengellyel párhuzamos egyenes, nem valódi nagyságú kép (c' , d'').



2.9. ábra: Szakaszc vetületei

Az előbbi ábrákon az egyenes szakaszokat két képben ábrázoltuk. A harmadik képek megszerkesztése nem jelent nehézséget az eddig tanultak alapján (2.10. ábra).



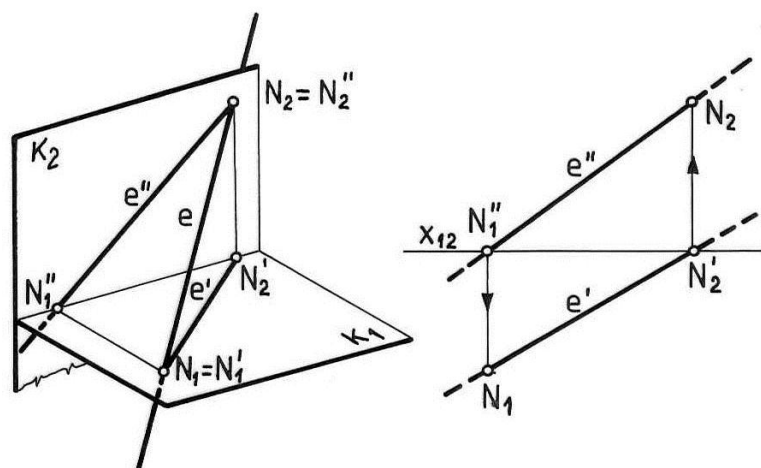
2.10. ábra: Általános helyzetű szakasz vetületei

A 2.10. ábra kis kiegészítésével eljuthatunk az általános helyzetű, végtelen kiterjedésű egyenes ábrázolásához. Hosszabbítsuk meg az egyenest, illetve képeit mindkét irányban (2.11. ábra). Megjegyezzük, hogy az egyenesnek jobbra az I. térszékbe eső részét ábrázoljuk. Az egyenes ez esetben metszi a K_1 és K_2 képsíkokat. Azokat a pontokat, ahol az egyenes átmegy a képsíkon, **nyomponthok** nevezzük. Az egyenes és K_1 metszéspontját első nyomponthoz (N_1), az egyenes és K_2 metszéspontját pedig második nyomponthoz (N_2).

A magyarázó rajzon jól látható, hogy az N_1 nyompont, mivel a K_1 képsíkon van, azonos az első képével N'_1 -vel, a második képe pedig az x_{12} tengelyen van. Értelemszerűen hasonló a helyzet az N'_2 , illetve N''_2 -vel kapcsolatban. Ebből következik, hogy az egyenes első nyompontját úgy kapjuk meg, hogy az e'' és az x_{12} tengely metszéspontját levetítjük az egyenes első képére e' -re, a második nyompontot pedig az e' és x_{12} metszéspontjának felvetítésével nyerjük.

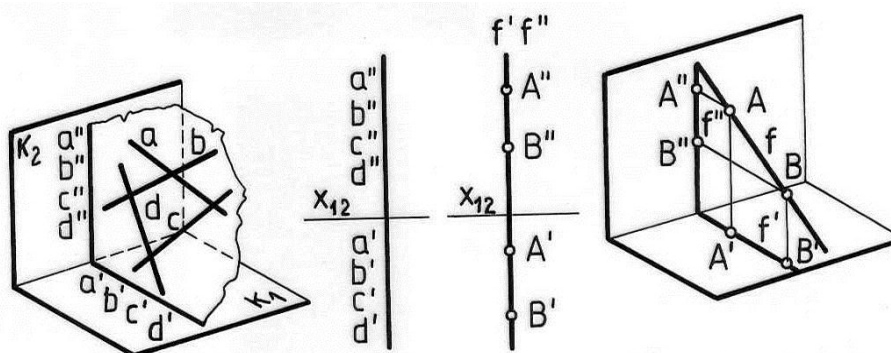
Az egyenes első képe e' tehát átmegy az $N_1 (=N'_1)$ és az N'_2 pontokon, a második képe pedig $N_2 (=N''_2)$ és az N''_1 pontokon.

Ha a képsíkokat átlátszatlanak tekintjük, az egyenes képeiből csak azt látjuk, amely K_1 felett, illetve K_2 előtt van. Az eltakart részeket szaggatott vonallal ábrázoljuk.

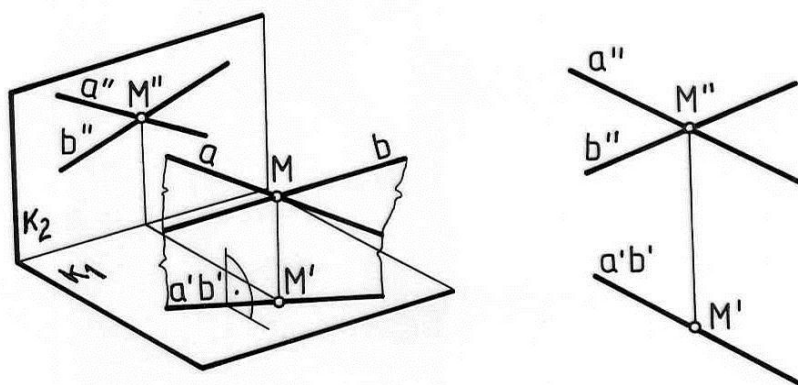


2.11. ábra: Általános helyzetű szakasz nyompontjai

Van az egyenesnek olyan helyzete, amikor nem elég két képe az egyenes térbeli helyzetének meghatározásához (a két képből nem tudnánk megrajzolni a harmadik képet). Ez akkor áll elő, amikor az egyenes olyan síkban van, amely mindkét képsíkra merőleges (profilsík). Az ebben a síkban levő összes egyenes képei takarják egymást az 1. és 2. képeiken (2.12. ábra). Az egyenes helyzetének meghatározásához ilyenkor szükség van két pontjának megadására.



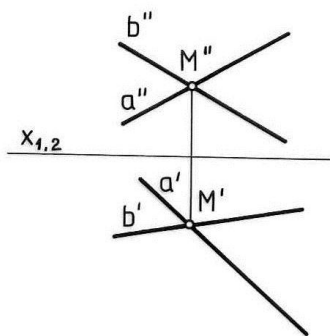
2.12. ábra: Speciális helyzetű egyenesek képe



2.13. ábra: Metsző egyenesek ábrázolása

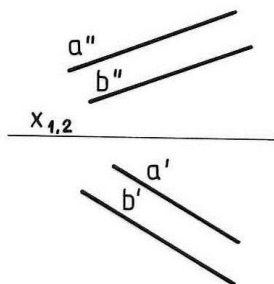
Ha az egyenesek egyik képe azonos, a másik nem, az egyenesek valamelyik képsíkra merőleges síkban, un. **vetítősíkban** helyezkednek el (2.13. ábra). Az ábrán a' és b' fedésben látható, ezért **fedőegyeneseznek** nevezzük őket. A két egyenes M metszéspontjának M'' képe a K_2 képsíkon állapítható meg, ahonnan levetíthető a' , illetve b' képére (M').

Ha két egyenesnek van metszéspontja, a képek metszéspontjai egy rendezőre essenek (2.14. ábra).



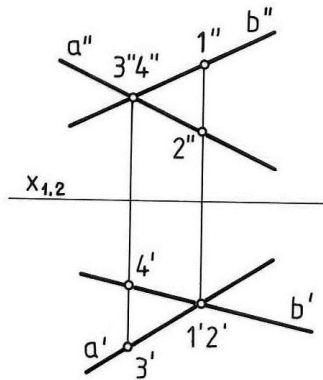
2.14. ábra: Metsző egyenesek vetülete

A párhuzamos egyenesek a végtelenben metszik egymást, vagyis a metszéspont képe is a végtelenben van, tehát a képek párhuzamosak (2.15. ábra).



2.15. ábra: Párhuzamos egyenesek vetülete

Egyenesek kitérő helyzetét jelenti, ha képek nem egy rendezőben metszik egymást (2.16. ábra). Mindkét képen van ugyan látszólagos metszéspont, ez azonban csak annyit jelent, hogy van az egyeneseknek egy-egy olyan pontja, amelyek egymás felett (K_1 -re merőleges egyenesen), illetve egymás előtt (K_2 -re merőleges egyenesen) vannak, vagyis fedőpontok. Ha megrajzoljuk a' és b' közös pontjának a rendezőjét, akkor láthatjuk, hogy az a egyenesen levő 2-es pont alacsonyabban, a b egyenesen levő 1-es pont magasabban helyezkedik el a K_1 sík felett. Az a'' , illetve b'' képek metszéspontjából húzott rendezőből viszont az állapítható meg, hogy az a egyenesen lévő 3-as pont a b egyenesen lévő 4-es pont előtt van. Ezt a gondolatmenetet a későbbiekben alkalmazni fogjuk annak eldöntésére, hogy két egyenes közül melyik takarja a másikat.



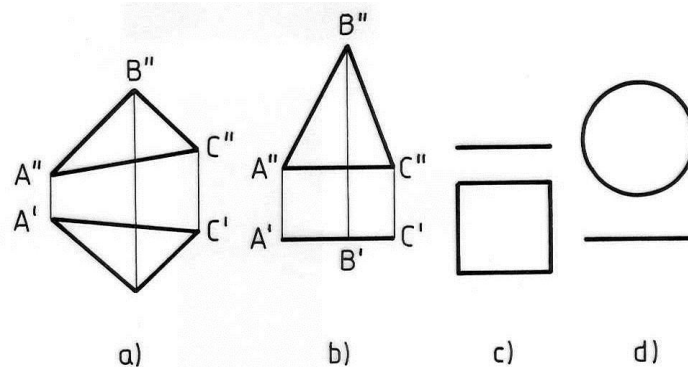
2.16. ábra: Kitérő egyenesek vetülete

2.3.4. Sík ábrázolása

A síkot térelemeik képeivel ábrázoljuk. A síkot meghatározó térelemek lehetnek:

- három, nem egy egyenesbe eső pont.
- egy egyenes és egy rajta kívül fekvő pont.
- két egymást metsző egyenes.
- (egy pont és a sík normálvektora.)

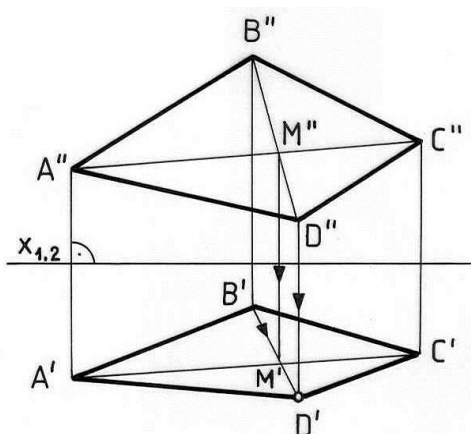
Az utolsó pontbeli meghatározásban szereplő normálvektor ugyan nem a sík téreleme, de matematikai tanulmányaink alapján beláthatjuk, hogy a sík állását egyértelműen meghatározza.



2.17. ábra: Síkidomok vetülete

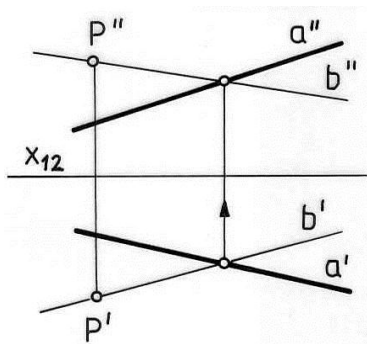
A sík egyenesekkel körülhatárolt részét **síkidomnak** nevezzük. A síkidomok ábrázolása szemléletes, viszonylag egyszerű feladat. A csúcspontok képeinek megszerkesztésével és megfelelő sorrendben történő összekötésével kapjuk a síkidom képeit. A 2.17. ábra (a) része egy általános helyzetű (egyik képsíkkal sem párhuzamos, egyikre sem merőleges síkú) háromszöget mutat. Az általános helyzetű síkidom képei torzultak, oldaléleik és szögeik sem valódi méretűek.

Képsíkkal párhuzamos síkban fekszenek a 2.17. ábra (b, c, d) területén bemutatott síkidomok. Az ábrán látható háromszög (b) és kör (d) síkjai a K1 képsíkkal párhuzamosak, felülnézeti (első) képeik az x_{12} tengellyel párhuzamos egyenesek, második képeik valódi nagyságúak. Az ábrázolt négyzet (c) síkja az első képsíkkal párhuzamos, első képe valódi nagyságú, második képe egyenes. A (b, c, d) síkidomok síkjai egyidejűleg vetítősíkok is, hiszen valamelyik képsíkra merőlegesek.



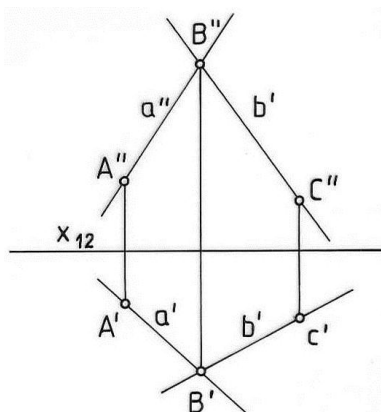
2.18. ábra: Általános helyzetű négyszög síkidom vetülete

Általános helyzetű, négy, vagy többszűcsű síkidom ábrázolásakor a csúcspontokat csak az egyik vetületen vehetjük fel tetszőlegesen, a másik vetületen már bizonyos „kitűzési” szabályokat kell alkalmazni. Egy négyszög (2.18. ábra) csúcsainak második képét, valamint az A, B, C csúcsok első képét szabadon megrajzolhatjuk a közös rendezőn, de a D pont első képét már csak a D pont „síkbeli fekvésének” ellenőrzésével tűzhetjük ki. A kitűzési feltétel lehet az ábra szerkesztésekor alkalmazott M pont, az átlók metszéspontjának felvétele. A második képen megrajzolt átlók metszéspontja (M) biztosan síkbeli pont, ezt felhasználhatjuk az ábrázolás befejezésére: Az AC átló első képe megrajzolható, rajta az M pont rendezője kitűzi M' pontot. B' és M' összekötése, meghosszabbítása után a D''-ből húzott rendező kimetszi D'-et.



2.19. ábra: Sík megadása ponttal és egyenessel

A 2.19. ábra egy általános helyzetű sík képeit mutatja. A síkot az a egyenes és a P pont határozza meg. A síkba további térelemek helyezhetünk (pl. b egyenes), a sík térelemeinek képeit szerkesztésre felhasználhatjuk: kimondható, hogy a sík ábrázolása egyértelmű. A P ponton áthaladó b egyenes akkor lehet a sík egyenese, ha első és második képeinek megrajzolásakor az a egyenessel alkotott metszéspontjának két képe közös rendezőre esik. Az ábrán megrajzolt b egyenes az a-t metszi, ezáltal a síkot az a, b metsző egyenes párja is egyértelműen meghatározza.



2.20. ábra: Sík megadása három ponttal

A 2.20. ábra az általános helyzetű síkot három pontjával (A, B, C) határozza meg. Az ábrán látható, hogy a pontok összekötésével kapott AB, illetve BC szakaszok a B pontban metszik egymást, tehát a sík három ponttal való ábrázolása visszavezethető az előző esetre: a két-két pontra illeszkedő, egymást metsző, a és b egyenesek a síkot egyértelműen meghatározzák.

A sík és a képsíkok metszésvonalait **nyomvonalaknak** nevezzük. A síkot két képsíkos ábrázolás esetén, e két különleges helyzetű egyenesével is ábrázolhatjuk. A nyomvonalakkal való sík ábrázolás nem egyéb, mint egymást metsző egyenesekkel való ábrázolás. Könnyen belátható, hogy az egymásra merőleges első és második képsík, valamint az általános helyzetű sík metszésvonala két egyenes: egyik az első képsíkban fekszik (első nyomvonal), másik a K2-ben fekszik (második nyomvonal). Az egyenesek speciális elhelyezkedéséből adódik, hogy minden nyomvonal egyik képe valódi nagyságú, hiszen a képsíkban fekszik, másik képe az őt tartalmazó képsík másik képével, vagyis az x_{12} tengellyel esik egybe.

A szakirodalomban szokásos, hogy a nyomvonalak megjelölésekor nem a nyomvonalak képeit betűzik meg, hanem csak index mutatja, hogy melyik képsíkkal való metszéssel keletkezett (s_1 , s_2 stb.), ugyanakkor a nyomvonalak tengelybe eső képeit nem rajzolják föl.

A 2.21. ábra öt különböző állású sík nyomvonalakkal való megadását ábrázolja. Az ábra felső, magyarázó része axonometrikus képen mutatja be a síkok állását, valamint a keletkező nyomvonalakat. Az ábrán jól láthatók a képsíkokon létrejött metszésvonalak (nyomvonalak) és azok metszéspontjai (talppontok).

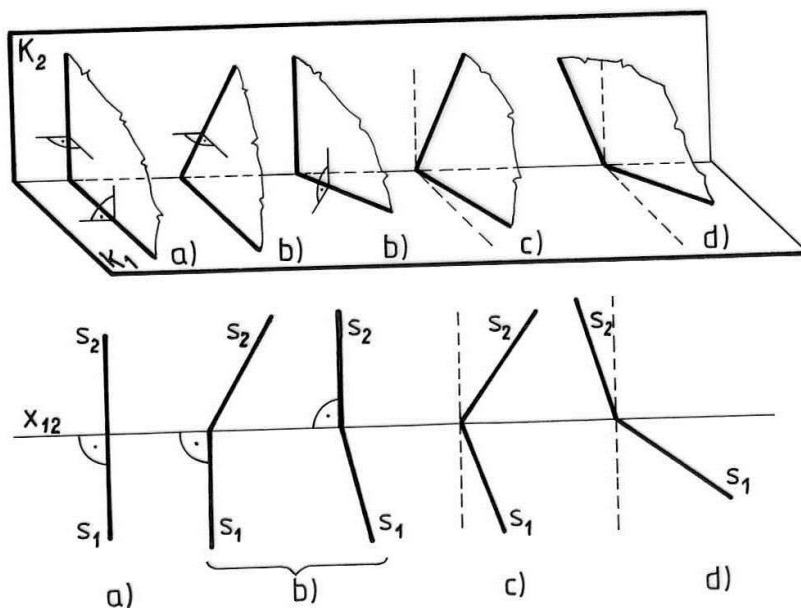
Az (a) sík mindkét képsíkra merőleges sík (profilsík). Nyomvonalai az x_{12} tengelyre merőleges egyenesek, amik egyúttal a sík képeit is alkotják. A profilsík térelemeinek minden képe a megfelelő nyomvonal képeivel esik egybe.

A (b) ábrarész bal oldali síkja második vetítősík. A második vetítősík a második képsíkra merőleges, s_2 nyomvonala egyben a vetítősík, valamint az összes térelemének a második képét is alkotja. Első nyomvonala merőleges az x_{12} tengelyre.

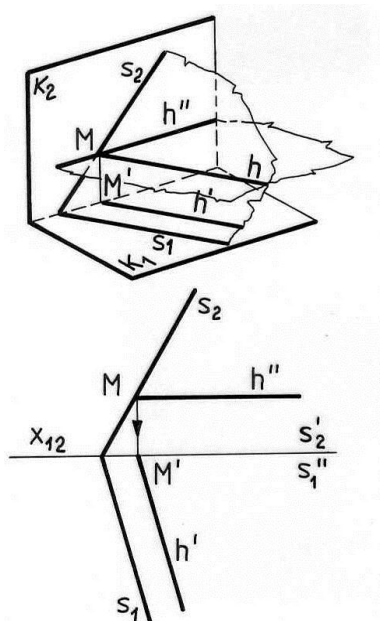
A (b) ábrarész jobb oldali síkja első vetítősík. Az első vetítősík az első képsíkra merőleges, s_1 nyomvonala egyben a vetítősík, valamint az összes térelemének az első képét is alkotja. Második nyomvonala merőleges az x_{12} tengelyre.

A (c) általános helyzetű sík ún. „dőlt” sík. Szokásos elnevezése onnan ered, hogy szinte rátámaszkodik, rádől az első és a második képsíkra. Jellemzője, hogy felülről és előlről (az 1. és a 2. képen) ugyanazt az oldalát látjuk.

A (d) ábrarész egy általános helyzetű, ún. feszített síkot ábrázol. Jellemzője, hogy felülről és előlről (az 1. és a 2. képen) **eltérő** oldalát látjuk. A feszített sík nyomvonalai könnyen felismerhetők, ha a nyomvonalak metszéspontjában merőlegest állítunk az x_{12} tengelyre. A feszített sík nyomvonalainak első térfelnyedbe eső szakaszai a berajzolt merőleges két oldalán helyezkednek el.



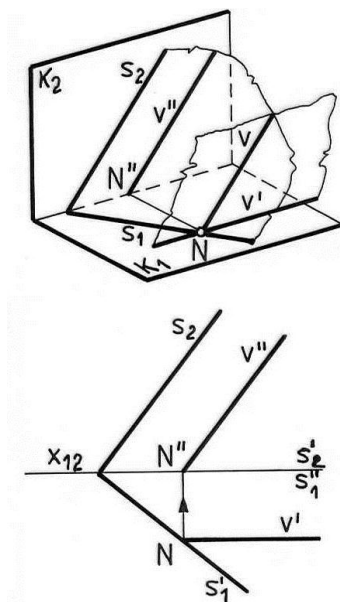
2.21. ábra: Sík megadása nyomvonalakkal



2.22. ábra: Nyomvonalakkal adott síkok metszésének szerkesztése 1

Amennyiben a síkot valamelyik képsíkkal párhuzamos síkkal metsszük, a metszésvonal is párhuzamos lesz a képsíkkal. Az ilyen vonalat az általános helyzetű sík fővonalának (főegyeneseinek) nevezzük. A szokásos elnevezés szerint a K_1 -gyel párhuzamos az első fővonal, a K_2 -vel párhuzamos a második fővonal.

A 2.22. ábra h egyenese első fővonal. Az ábrán látható, hogy a h egyenes az s_2 nyomvonalat az M pontban metszi, első képe valódi nagyságú, második képe vízszintes. A h egyenes első képe párhuzamos az s_1 -el, hiszen a valóságban (térben) is párhuzamos egyenesek.



2.23. ábra: Nyomvonalakkal adott síkok metszésének szerkesztése 2

A 2.23. ábra v egyenese második fővonal. Az ábrán látható, hogy a v egyenes az s_1 nyomvonalat az N pontban metszi, második képe valódi nagyságú, első képe vízszintes. A v egyenes második képe párhuzamos az s_2 -vel, hiszen a valóságban (térben) is párhuzamos egyenesek.

2.3.5. A transzformáció elve

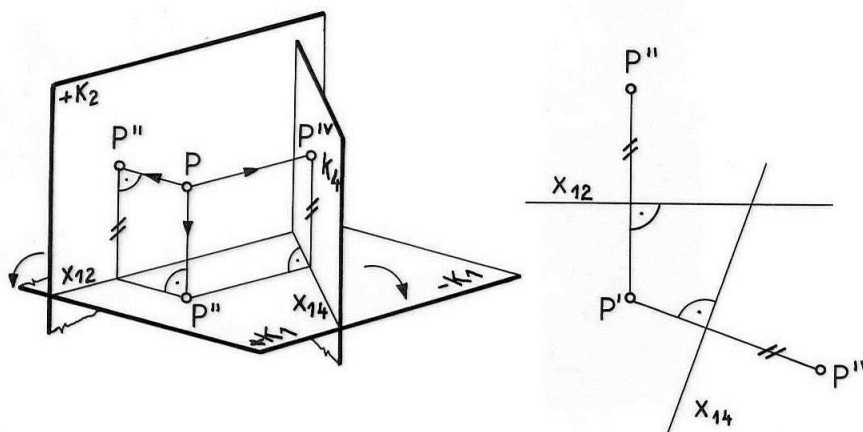
A **transzformáció** olyan művelet, amelynek segítségével egy, már rendezett vetületeivel ábrázolt térelemről, vagy alakzatról, valamilyen meghatározott céllal, új képet szerkesztünk egy másik képsík rendszerben. Tulajdonképpen transzformációt végeztünk akkor is, amikor a K_1 -re és K_2 -re merőleges K_3 képsíkot bevezettük, és a K_1K_2 képsík rendszerhez a K_3 képsíkot is hozzacsatoltuk, létrehozva így a K_1K_3 , vagy a K_2K_3 képsík rendszert.

A transzformáció végrehajtásához szükséges és elégséges feltétel, hogy az új képsík az egyik meglévő képsíkra merőleges legyen. Minden esetben az egymásra merőleges képsík pár alkotja az új képsík rendszert. A továbbiakban a felvett új képsíkokat K_4 -gyel, K_5 -tel stb. jelöljük, akkor is, ha nem használjuk a K_3 képsíkot, jelezve azt, hogy a $K_1K_2K_3$ háromsíkú képsík rendszer egy speciális eset, amikor a képsíkok kölcsönösen merőlegesek egymásra. A transzformációs műveletek magyarázatát és megértését a képsíkok forgatási tengelyeinek megrajzolása elősegíti, ezért ezeken az ábrákon feltüntetjük azokat.

A képsíkok egymásba forgatásának tengelyeit továbbra is x_{ij} -vel jelöljük, utalva ezzel arra, hogy a bevezetett új képsík rendszert alkotó i -edik és j -edik képsíkok merőlegesek egymásra.

2.3.6. Pont transzformációja

A P pont transzformációját úgy lehet értelmezni, hogy a K_1K_2 képsík rendszerről áttérünk a K_1K_4 képsík rendszerre (2.24. ábra). Adott esetben a pont helyzetét külön-külön meghatározza akár a K_1K_2 akár a K_1K_4 képsík rendszer. A transzformáció, az új kép, az új merőleges, rendezett vetület megszerkesztéséhez az új képsíkot (K_4) a meglévő K_1 -re merőlegesen vesszük fel, majd a térbeli P pontot a ponton áthaladó, az új képsíkra merőleges vetítő sugár segítségével a képsíkra vetítjük.



2.24. ábra: Pont transzformációja

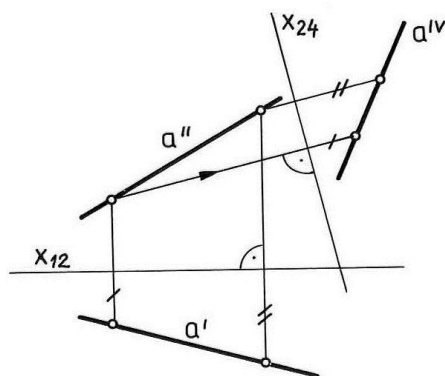
A képsíkok egyesítése az eddigieknek megfelelően történik. Az ábrából nyilvánvaló, hogy a P^{IV} az x_{14} -re merőleges rendezőn van, az x_{14} -tól ugyanolyan távolságban, mint a P'' az x_{12} tengelytől. Szemlélet alapján levonhatjuk az általános következtetést: a P pont első képéből (P') a negyedik képét (P^{IV}) úgy kapjuk meg, hogy az új képsík tengelyre (x_{14}) merőlegesen berajzolt rendező egyenesre az x_{14} tengelytől felmérjük a P'' rendező hosszát.

Másképpen fogalmazva: az új kép rendezője megegyezik az elmaradó kép rendezőjével. Ebben a megfogalmazásban az elnevezések azt jelzik, hogy a K_1K_2 képsík rendszerről áttérünk a K_1K_4 képsík rendszerre, vagyis a P'' képet elhagyjuk.

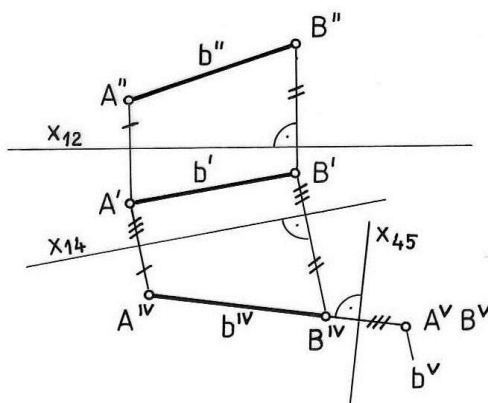
2.3.7. Egyenes transzformációja

Az egyenes új képének megszerkesztése két pontjának transzformációjával valósítható meg. A két pont transzformációja, általános esetben, a pont transzformációjánál leírtak szerint hajtható végre.

Ezek alapján az ábrán látható egyenes transzformációját (2.25. ábra) az egyenes második képéből kiindulva végeztük el. A második képsíkra merőlegesen felvett új képsík (K_4) helyzetét az x_{24} tengely segítségével jelöltük ki. Az a egyenes új képének szerkesztését az egyenesen felvett két tetszőleges pontjának rendezett vetületeiből kiindulva szerkesztettük meg a pont transzformációjánál megismert módszerrel. Az a egyenes negyedik képe a felevett pontok negyedik képeinek összekötésével adódik.



2.25. ábra: Egyenes transzformációja



2.26. ábra: Egyenes valódi nagyságának szerkesztése transzformációval

A fenti ábrán látható b egyenes transzformációját (2.26. ábra) már nem tetszőlegesen felvett állású képsíkkal végeztük el, hanem célul tűztük ki, hogy a végeredményként kapott negyedik kép az AB egyenes valódi nagyságát adja meg. Egy egyenes szakasz torzításmentes, valódi nagyságú képét olyan képsíkra való vetítéssel kapjuk meg, amely képsík az egyenessel párhuzamos állású. A rendelkezésre álló rendezett vetületek segítségével meg kell keresni az egyenessel párhuzamos új képsíkot. A szerkesztés indítható az első, vagy a második képsíkból. Az ábrán látható szerkesztést a b egyenes első képéből kiindulva hajtottuk végre az alábbiak szerint:

az új képsíkot az első képsíkra merőlegesen vettük fel, kihasználva azt a tételt, hogy a b egyenessel párhuzamos új képsík forgatási tengelye párhuzamos a b egyenes első képével. A b' és az x_{14} tengely távolsága szabadon választható. A szerkesztés helyigénye szempontjából célszerű az x_{14} -et a b' -hez minél közelebb felvenni, akár egybe is eshet a két vonal.

a b egyenes kiválasztott A és B pontjainak transzformációját a fentiek szerint végrehajtva b^{IV} az AB szakasz valódi nagyságú képe lesz.

A b egyenes negyedik képének szerkesztése során létrejött a K_1K_4 képsík rendszer. Vegyük észre, hogy a K_1K_4 képsík rendszerben a b egyenes negyedik főegyenes, ugyanis a negyedik képsíkot úgy vettük fel, hogy a b egyenessel párhuzamos legyen. Ezt a tulajdonságot felhasználhatjuk egy következő, célszerű transzformációs művelethez. A negyedik képsíkra merőlegesen fel tudunk venni egy olyan állású új (K_5) képsíkot, amely egyidejűleg a b egyenesre is merőleges, hiszen a b

egyenes negyedik főegyenes, a negyedik képsíkkal párhuzamos, tehát létezik olyan képsík állás, amelyben a b egyenes pontnak látszik.

Célunk tehát a b egyenes pontnak látszó, ötödik képének megszerkesztése. A feladat végrehajtásához, a K_4K_5 képsík rendszerre való áttéréskor az x_{45} tengelyt úgy kell megválasztani, hogy az a b egyenes negyedik képére merőleges legyen. Azonnal belátható, hogy ilyen képsík állás esetén a b egyenes összes pontjának rendezője egy egyenesbe esik, az elmaradó rendezők hossza pedig minden esetben azonos lesz, tehát a végeredményként kapott ötödik kép nem lehet más, mint egy pont.

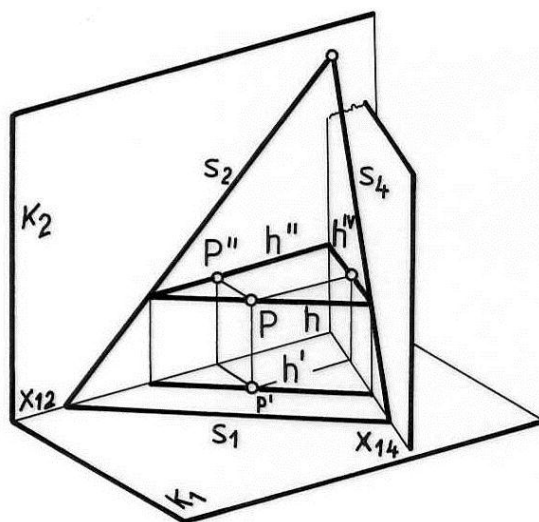
Általános helyzetű egyenes szakasz „ponttá” transzformálása tehát két lépésben hajtható végre:

az első lépésben a K_1K_4 , vagy a K_2K_4 képsík rendszerben létrehozuk az egyenes valódi nagyságú képét, vagyis az egyenest főegyenessé transzformáljuk.

a második lépésben a főegyenesre merőleges képsík (K_5) felvételével szerkeszthetjük meg az egyenes pontnak látszó képét.

A fenti műveletet későbbi szerkesztéseink során gyakran alkalmazzuk.

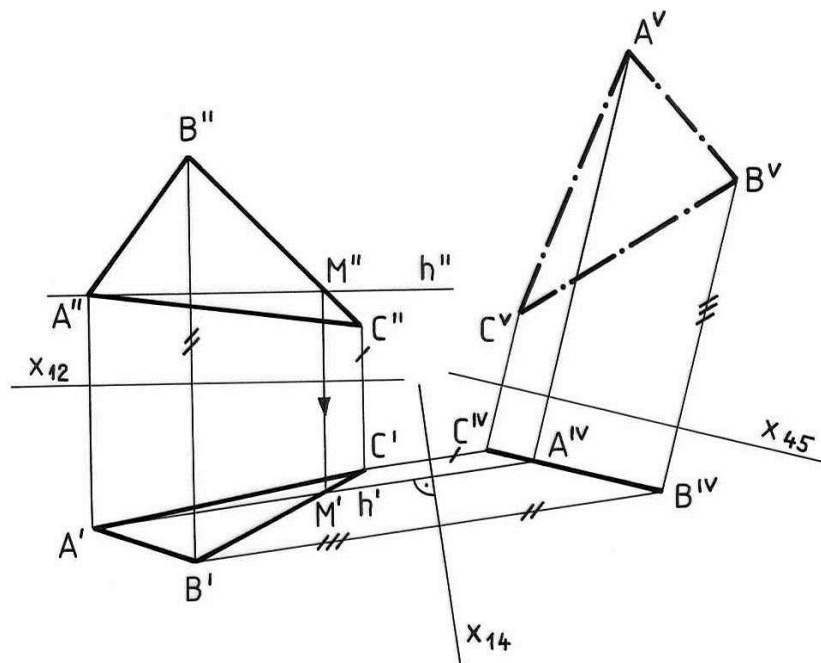
2.3.8. Sík és síkidom transzformációja



2.27. ábra: Sík és síkidom vetülete

A sík és síkidom transzformációja a síkban elhelyezkedő, a síkot meghatározó térelemek új képének megszerkesztését jelenti. Visszavezethető tehát a pont és az egyenes transzformációs feladatainak megoldására.

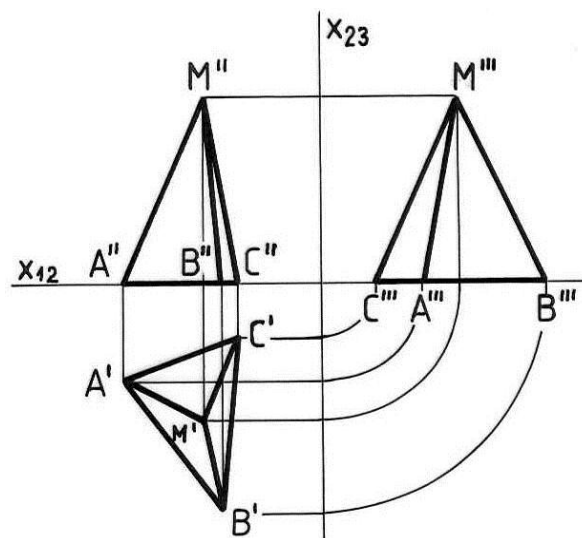
A 2.27. ábra az s_1, s_2 nyomvonalával megadott, a K_1K_2 képsík rendszerben általános helyzetű sík (dőlt sík) axonometrikus képét mutatja. A sík egyik egyenese a vízszintes helyzetű h egyenes, amely áthalad a szintén síkbeli P ponton. A negyedik képsík első vetítősík, tehát az első képsíkra merőleges. Feladat: Szerkesszük meg a nyomvonalával adott sík és a benne fekvő térelemek (h és P) negyedik képét, valamint a sík negyedik nyomvonalát (s_4). A szerkesztéshez használjuk fel a megadott térelemek rendezett vetületeit.



2.29. ábra: Síkidom valódi nagyságának szerkesztése

A második lépésben olyan K_5 képsíkot veszünk fel, amely a háromszög síkjával párhuzamos, így a háromszöget arra vetítve, annak valódi nagyságát láthatjuk. A K_1K_4 képsík rendszerből a csúcspontok első rendezőinek segítségével meg tudjuk szerkeszteni a pontvonallal kihúzott $A^VB^VC^V$ háromszöget, és ezzel megoldottuk a kitűzött feladatot.

2.3.9. Test transzformációja

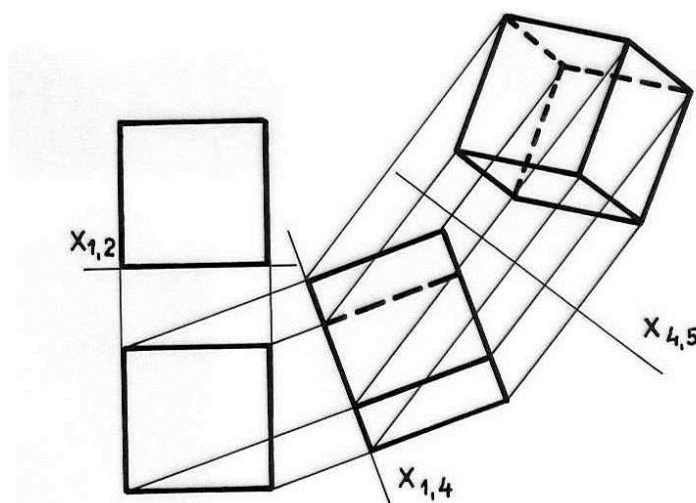


2.30. ábra: 1. képsíkon álló gúla rendezett vetületei

A 2.30. ábra egy első képsíkon álló gúla rendezett vetületeit ábrázolja. A síklapú testek transzformáció szabályai itt is változatlanok: a testet meghatározó térelemeket, a síklapú test csúcspontjait, illetve oldaléleit kell transzformálni. Az első képsíkon álló gúla első és második

képéből, mint két rendezett vetületből, megszerkeszthető a gúla tetszőleges irányú további vetülete, a képszerkesztési szabályok betartásával, így annak harmadik képe is.

A gúla harmadik képének szerkesztését a második vetületből indítottuk. Az x_{23} tengely egyértelműen meghatározza a csúcspontok második és harmadik képeit összekötő rendezők, a vetítés irányát. A gúla csúcspontok második képsíktól való távolságai az első képről lemérhetők (első rendezők), majd ugyanezen távolságok a megfelelő pontok rendezőre az x_{23} tengelytől felmérhetők (harmadik rendezők). A vetítési irány figyelembe vételével, szemlélet alapján eldönthető, hogy a gúla minden éle látható mindhárom képen. A testek látható éleit és kontúryait vastag, folytonos vonallal, a nem látható, de létező éleket, kontúrokat vékony, szaggatott vonallal rajzoljuk.



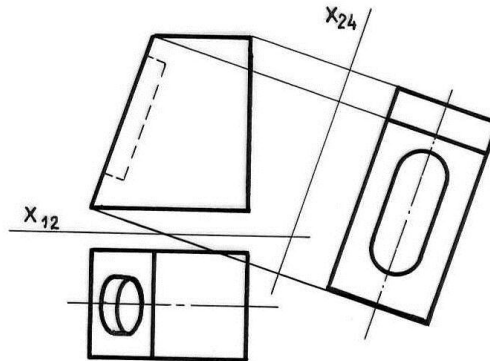
2.31. ábra: 1. képsíkon álló kocka vetületei

A 2.31. ábra egy kocka négy vetületét mutatja. A kocka az első képsíkon áll, két oldallapja párhuzamos a második képsíkkal. Térbeli helyzetéből adódóan az első és második vetülete egy-egy négyzet. A kocka első képéből kiindulva negyedik képet szerkesztettünk. A felvett negyedik képsík első vetítősík, helyzetét és állását az első vetületen megrajzolt x_{14} tengely határozza meg. Látható, hogy a kocka oldálnézeti, negyedik képén a kocka két oldallapja még megtartja képsíkra merőleges helyzetét, egyenesnek látszik, de négy oldallapja „elfordul”. A második transzformáció a kocka első és negyedik képéből, mint rendezett vetületekből, kiindulva a kocka „képies” vetületét hozza létre. A felvett ötödik képsík a korábbi negyedik képsíkra merőleges, tehát negyedik vetítősík. Az ötödik kép vetítési irányát az x_{45} tengely határozza meg.

A kocka transzformációja mindkét esetben csúcspontjai új képének megszerkesztésével kezdődik. Az elkészült új képpontok megfelelő sorrendű összekötése adja a kocka új képeit. A kocka élek megrajzolásánál a láthatóságra ügyelni kell. A negyedik képen a kocka képe egy „hátsó”, takart élet tartalmaz, amit szaggatott vonallal rajzoltunk. A vetítési irány figyelembe vételével, a kocka rekonstruálásával, térbe való képzeletbeli visszaállításával, könnyen belátható, hogy az ötödik kép már három takart élet tartalmaz, melyeket szaggatott vonallal rajzoltunk.

A 2.32. ábra bemutatja, hogy a transzformáció alkalmazása olyankor is célszerű, amikor az ábrázolni kívánt alkatrésznek nemcsak egymásra merőleges felületei vannak. Ilyen esetben célszerű egy olyan vetítési irány megválasztása, amely a test (gépalkatrész) ferde felületéről torzításmentes

képet ad. Az ábrán látható, a test második képéből szerkesztett új (negyedik) vetület képsíkja második vetítősík, amely párhuzamos a test ferde felületével.

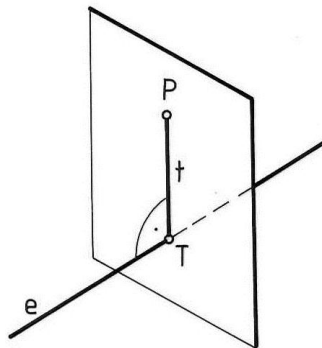


2.32. ábra: Vetület készítése torzításmentes képhez

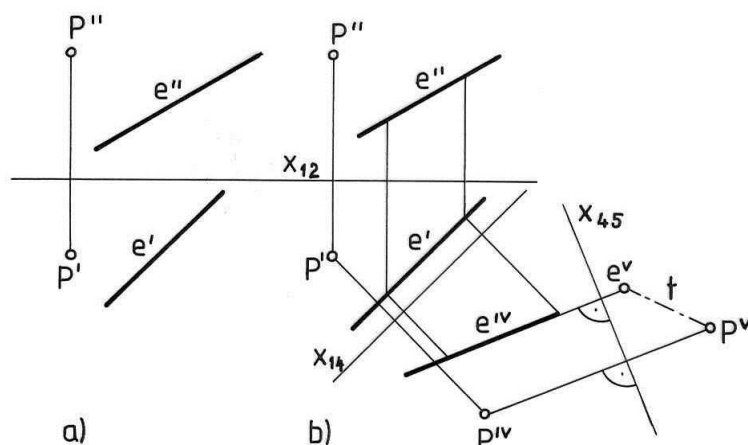
2.4. Metszési, illeszkedési és méret feladatok megoldási eszközei

2.4.1. Metszési, illeszkedési és méret feladatok megoldása transzformációval

Az eddigiekből már láthattuk, hogy a transzformáció felhasználható valódi méretek meghatározására. Alkalmasan megválasztott képsíkokra való, gyakran többszöri vetítéssel megoldható a feladatok egész sora. Itt csak néhány alapesetet említünk meg, a gondolatmenet elsajátításával azonban bonyolultabb feladatokat is meg tudunk oldani.



2.33. ábra: Pont és egyenes távolságának definíciója



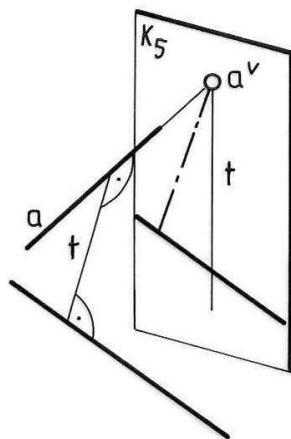
2.34. ábra: Pont és egyenes távolságának szerkesztése

A 2.33. ábra pont és egyenes távolságának értelmezését ábrázolja. Pont és egyenes távolsága alatt a pontból az egyenesre bocsátott merőleges, egyenes szakasz hosszát értjük. Könnyen belátható, hogy a keresett t távolság, mint az egyenesre merőleges szakasz, valódi nagyságban látszik minden olyan képsíkon, amelyek az egyenesre merőleges állásúak. A pont és egyenes rendezett vetületeiből kiindulva, tehát olyan transzformációs műveleteket kell végrehajtani, amely után az egyenest pontban látjuk, a rá merőleges egyeneseket pedig valódi nagyságban.

A szerkesztés menete a következő (2.34. ábra):

A két rendezett vetületével adott térelemeket az e egyenessel párhuzamos, első képsíkra merőleges, negyedik képsíkra vetítjük. A negyedik képen az e egyenes valódi nagyságú, mert a K_1K_4 képsík rendszerben az e egyenes negyedik főegyenes. A negyedik vetületből kiindulva lehetőség adódik olyan képsík felvételére, amely az e főegyenesre merőleges.

A második lépésben az e egyenest „ponttá” transzformáljuk. Az e egyenes negyedik képére (e^{IV}) merőlegesen felvesszük az x_{45} tengelyt. Ezzel meghatározzuk az e egyenesre merőleges, ötödik képsík állását és helyzetét. A szerkesztés végrehajtása után az e egyenest az ötödik képsíkon pontnak fogjuk látni (e^V). P^V és e^V távolsága azonos a P pont és az e egyenes távolságával.

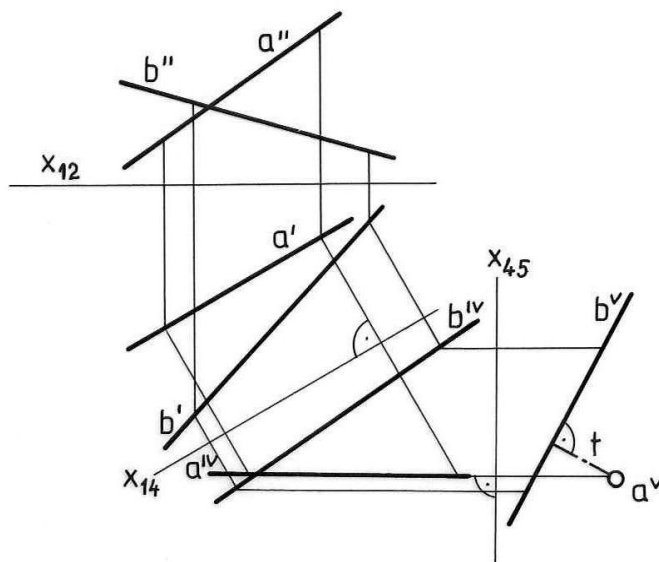


2.35. ábra: Kitérő egyenesek távolságának definíciója

A 2.35. ábra két kitérő egyenes távolságának definícióját mutatja. Két kitérő egyenes távolságán azt az egyenes szakaszt értjük, amelynek egyik végpontja az egyik egyenesen, másik végpontja a másik egyenesen van, és iránya mindkét kitérő egyenesre merőleges. Ez a szakasz a kitérő egyenesek normál transzverzálisa.

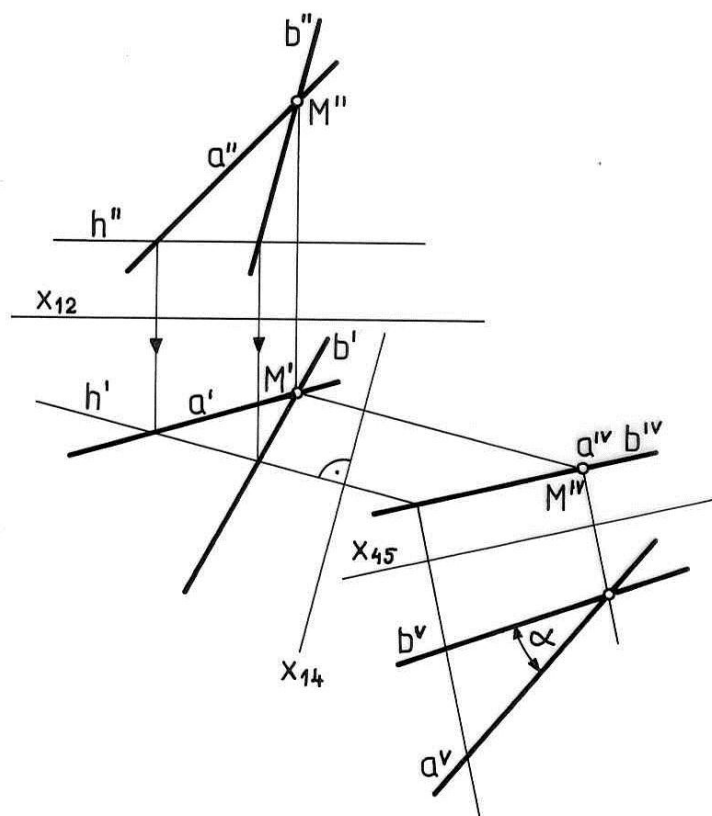
A szerkesztési feladat megoldása (2.36. ábra) itt is transzformációval végezhető el, úgy, hogy valamelyik egyenest a transzformáció eredményeképpen pontnak lássuk. Ezen a képsíkon a pontnak látszó egyenesre merőleges egyenesek, így a t távolság is, valódi nagyságban látszik.

Az ábrán az a és b egyenes távolságát úgy szerkesztettük meg, hogy az a -val párhuzamos K_4 képsíkon megszerkesztettük az egyenesek negyedik képét, majd az a^{IV} -re merőleges x_{45} tengely segítségével kijelölt K_5 képsíkon az egyenesek ötödik képét. Az ötödik képen az a egyenest pontban látjuk, tehát a b^V és a^V merőleges távolsága lesz a keresett t érték.



2.36. ábra: Kitérő egyenesek távolságának szerkesztése

A szögfeladatok közül a legtöbb feladat az egymást metsző egyenesek hajlásszögének meghatározására vezethető vissza. Magától értetődően itt is az a célunk, hogy az egyeneseket különleges helyzetbe hozzuk, azaz olyan síkra vetítsük, amely párhuzamos a két egyenes által meghatározott síkkal. Ebben a helyzetben, mivel a megrajzolt szög szárai valódi méretben látszanak, az általuk bezárt szög is valódi nagyságú. Egy ilyen feladat megoldását mutatja a 2.37. ábra.

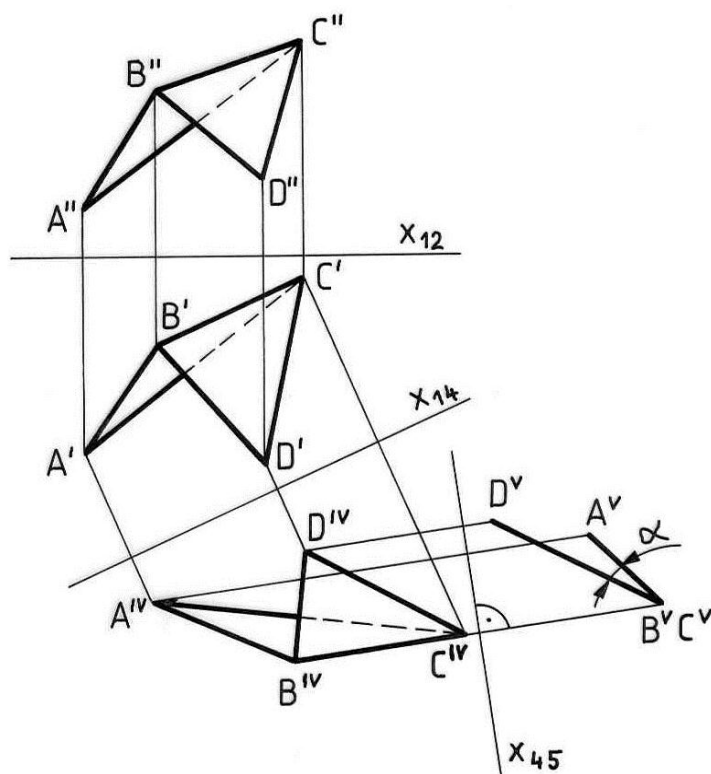


2.37. ábra: Metsző egyenesek szögének szerkesztése

Adott rendezett vetületeivel az a és b egymást metsző egyenes. (A két egyenes M metszéspontjának képei közös rendezőre esnek.)

Vegyünk fel egy olyan első fővonalat (h' , h''), amely benne van a két egyenes által meghatározott síkban. (A h'' képet megrajzoljuk, a h' -t megszerkesztjük.) A h' -re merőleges x_{14} tengellyel kijelölt K_4 képsíkon az a és b által meghatározott síkot egy egyenesben látjuk, ebbe az egyenesbe esik az $a^{IV}b^{IV}$ kép is, az egyenesek képei fedik egymást. Az a - b síkkal párhuzamos K_5 képsíkra vetítéssel valódi nagyságú képet szerkesztünk a síkról. A kapott a^v és b^v egyenesek által bezárt szög megegyezik az egyenesek hajlásszögével. (A sík valódi nagyságú képén (ötödik kép) a sík minden mérete valódi nagyságú.)

Hasonló jellegű feladatot jelent a síkok hajlásszögének meghatározása. A 2.38. ábra két egymáshoz csatlakozó háromszög (ABC és BCD) első és második képét ábrázolja. A feladat akkor megoldott, ha sikerül olyan képet előállítani, ahol a két háromszöget egy-egy egyenesben, a háromszögek (síkok) metszésvonalát pontban látjuk. Könnyen belátható, hogy ehhez a közös BC élt kell pontban látnunk. A transzformáció célja tehát az, hogy a BC él pontnak látszó képét állítsuk elő.



2.38. ábra: Síkok hajlásszögének szerkesztése

Első lépésben a BC éllel párhuzamos K_4 képsíkra transzformálunk. Ezzel előállítottuk a BC él valódi nagyságú képét, a BC él az új képsík rendszerben főegyenes.

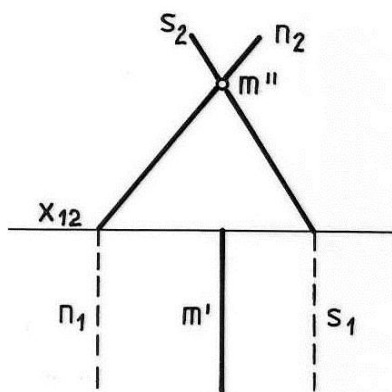
Második lépésben a BC főegyenesre merőlegesen felvett képsíkon a BC él pontban látszó képét szerkesztjük meg. Ebben a képben a háromszögek síkjai egyenesben látszanak, vagyis a köztük bezárt hajlásszög valódi nagyságát láthatjuk.

A fenti feladat visszavezethető két egymást metsző egyenes hajlásszögének megszerkesztésére. Az ábra jelöléseit használva láthatjuk, hogy az ABC és BCD háromszögek hajlásszöge két olyan egymást metsző egyenes hajlásszögével egyezik meg, amelyek a BC egyenesen metszik egymást, merőlegesek a BC-re, és közülük az egyik az ABC, a másik a BCD háromszög síkjában fekszik. A választott két egyenes lehet, pl. a két háromszög BC-re merőleges magasságvonala.

Ugyancsak két egymást metsző egyenes hajlásszögének megszerkesztésére vezethető vissza egyenes és sík hajlásszögének megszerkesztése. A középiskolában tanultak alapján könnyen belátható, hogy egy egyenes és egy sík hajlásszöge nem más, mint az egyenes és a síkra eső merőleges vetülete által bezárt szög. Az egyenes síkra eső merőleges vetületét a sík valódi nagyságát ábrázoló képén, az egyenessel fedésben láthatjuk. Tehát a sík valódi nagyságú képéből kiindulva megszerkeszthetjük a mindkét egyenessel párhuzamos képsíkra eső vetületet.

2.4.2. Két sík metszésvonalának meghatározása

Két sík metszésvonalán a két sík közös egyenesét értjük. Tekintettel arra, hogy két sík metszésvonala minden esetben egyenes, ábrázolásához két pontjának ismerete elegendő. A metszésvonal szerkesztése, tehát a két sík két közös pontjának meghatározására irányul.

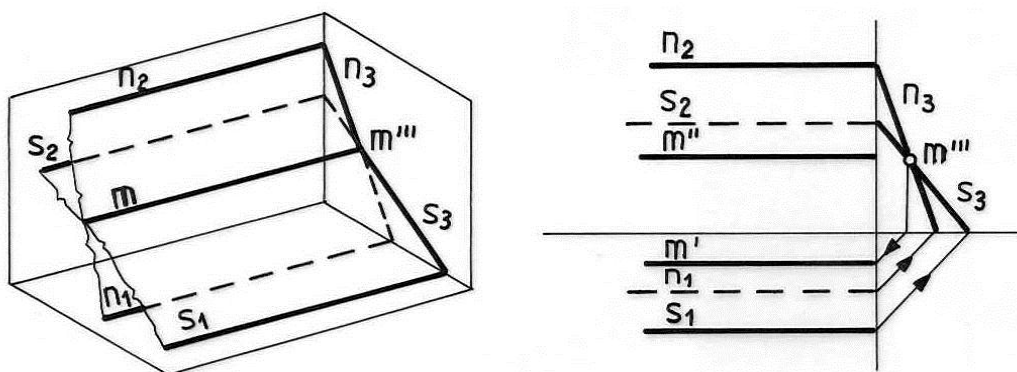


2.39. ábra: K_2 képsíkra merőleges síkok metszésvonalának vetületei

Mint már láttuk, a sík lehet végtelen kiterjedésű, vagy oldalakkal határolt (síkidom). A síkok lehetnek általános, illetve különleges helyzetűek. A síkot különleges helyzetűnek mondjuk, ha valamelyik képsíkra merőleges, illetve valamelyik képsíkkal párhuzamos.

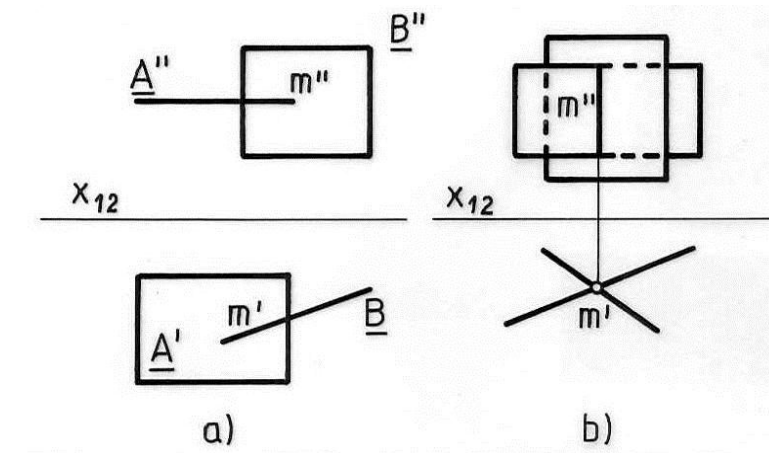
A különleges helyzetű síkok metszésvonalának megrajzolása gyakran szemlélet alapján elvégezhető, szerkesztésük az esetek többségében egyszerű. Azért foglalkozunk ezekkel kiemelten, mert ilyen feladatokkal találkozunk legtöbbször a géprajzokon.

Végezzük el néhány képsíkra merőleges helyzetű sík metszésvonalának megszerkesztését. A 2.39. ábra mindkét síkja merőleges K_2 -re. Mint tudjuk, ilyen esetben a sík nyomvonala K_2 -n egyben a sík képe is lesz, amely tartalmazza a sík minden egyenesét, tehát a metszésvonalat is. Könnyen belátható, hogy s_2 és n_2 metszéspontja a metszésvonal m'' képe. A K_1 -n a metszésvonal képét levetítéssel kapjuk meg. Az első nyomvonalakat azért rajzoltuk szaggatott vonallal, mivel mindkét sík végtelen kiterjedésű, tehát a metszésvonal feletti részeik eltakarják az első nyomvonalakat.

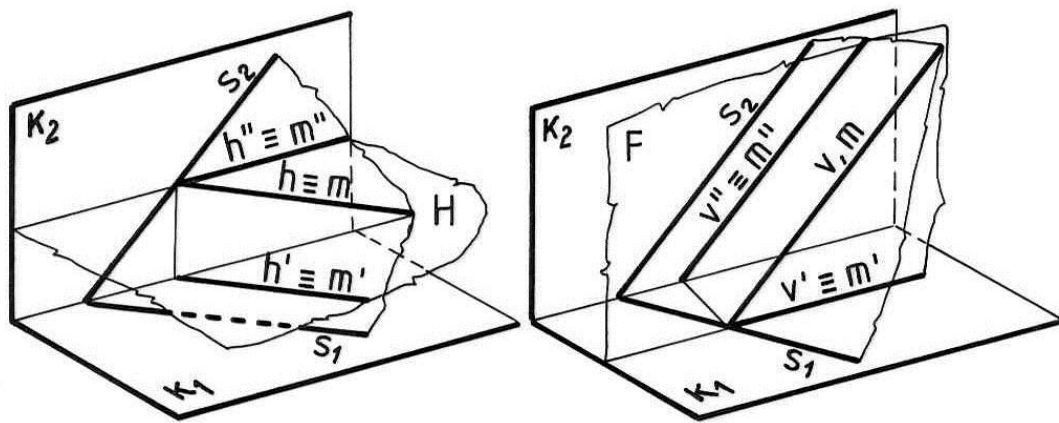


2.40. ábra: K_3 képsíkra merőleges síkok metszésvonalának vetületei

Hasonló jellegű feladatmegoldást mutat be a 2.40. ábra. Az első és második nyomvonalakkal adott síkok a K_3 -ra merőlegesek. A síkokat a K_2K_3 képsík rendszerbe transzformálva, az előző feladathoz hasonlóan, a síkok metszésvonalának harmadik képét (m''') az s_3 és n_3 nyomvonalak metszéspontja adja. Az m''' -t visszavetítve a K_2 képsíkra, illetve visszatranszformálva a K_1 képsíkra, a feladatot megoldottuk. A láthatóság megállapítása a harmadik képből történhet legkönnyebben.



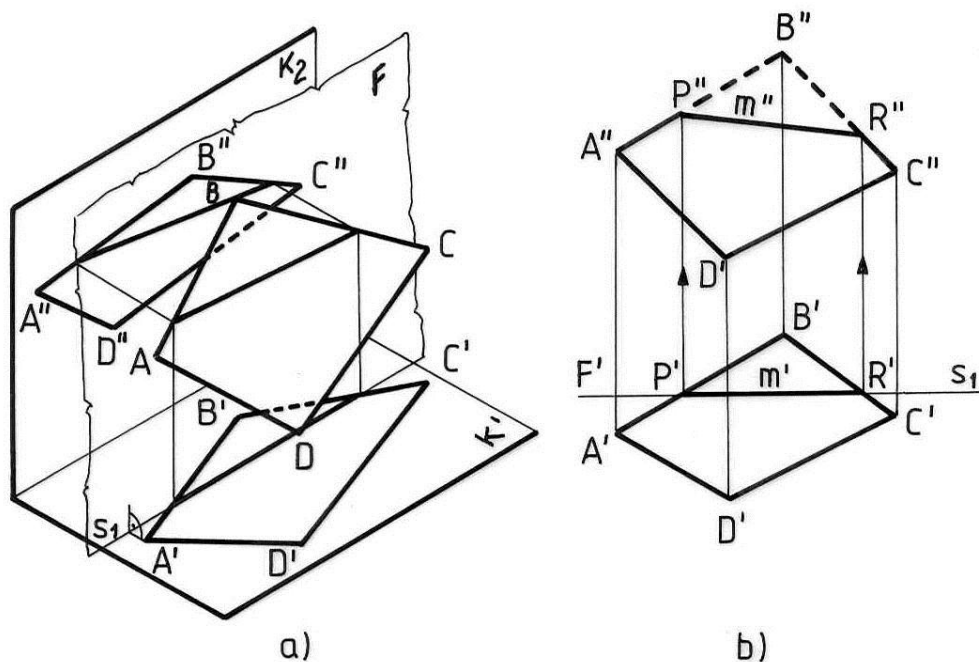
2.41. ábra: Síkidomok metszése



2.42. ábra: Nyomvonalaival adott síkok metszése

A 2.41. ábra két olyan metszési feladatot old meg, amelyek minden magyarázat nélkül érthetőek. Az ábrázolt síkidomok mindegyike különleges helyzetű, merőlegesek valamelyik képsíkra.

A 2.42. ábra nyomvonalaival adott általános helyzetű sík és képsíkkal párhuzamos sík metszésvonalának értelmezését mutatja. Az így keletkezett metszésvonal az általános helyzetű sík fővonala. A fővonal értelmezését már az előzőekben megtanultuk, így az alábbi összefüggések az ábra alapján beláthatók: $h' \equiv m'$, $h'' \equiv m''$, illetve $v' \equiv m'$, $v'' \equiv m''$.



2.43. ábra: Négyszög és nyomvonalaival adott sík metszése

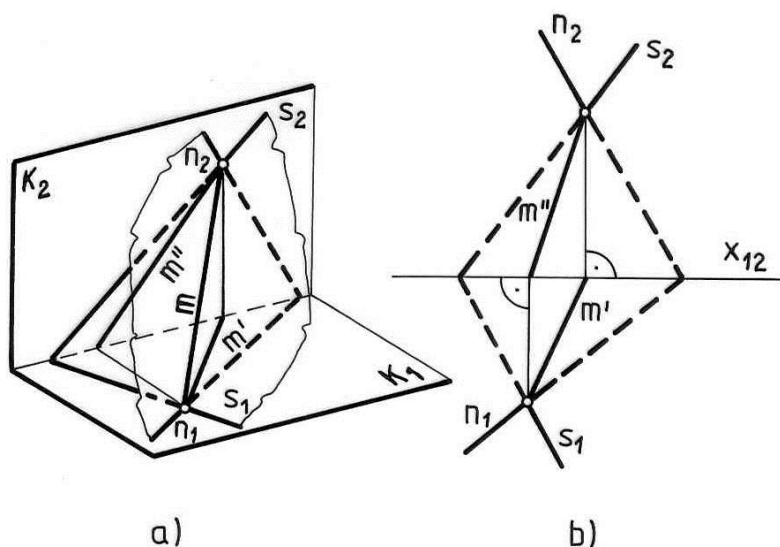
A 2.43. ábra az általános helyzetű síkban fekvő ABCD négyszög és a nyomvonalaival adott, második képsíkkal párhuzamos, első vetítősík metszésvonalának szerkesztését ábrázolja. A metszésvonal szerkesztésének lépései:

Mivel a metszősík vetítősík, így annak minden egyenese, tehát a PR metszésvonal $P'R'$ első képe is az s_1 nyomvonalra illeszkedik.

A metszésvonal a négyszög síkjában van, így a P pont illeszkedik az AB oldalra, az R pont pedig a BC oldalra, a P és R pont második képe tehát P'' -vel és R'' -vel egy rendezőn van, az oldalak $A''B''$, illetve $B''C''$ képén.

Az ábra a) része axonometrikus, magyarázó ábra, b) része a vetületi ábrázolás. Vegyük észre, hogy a $PR=m$ metszésvonal megszerkesztésével az ABCD sík második főegyeneseinek képeit kaptuk meg.

A feladatot így is megfogalmazhatjuk: a vetítősík és a négyszög metszésvonala - mivel a vetítősík a K_2 -vel párhuzamos - második fővonal, ennek első képe a nyomvonal első képére illeszkedik, második képét oldalak metszéspontjaira illeszkedő $P''R''$ szakasz képezi.



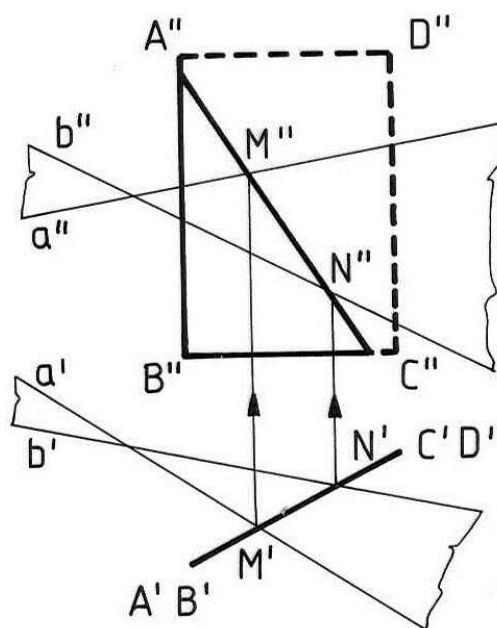
2.44. ábra: Általános helyzetű, nyomvonalakkal adott síkok metszése

A 2.44. ábra két általános helyzetű, nyomvonalakkal megadott sík metszésvonalának szerkesztését ábrázolja. A 2.44. ábra a) része axonometrikus képen mutatja be a képsíkokra „támaszkodó” $\underline{S}$ és $\underline{N}$ síkokat. Az ábra tartalmazza az $\underline{S}$ sík s_1s_2 és az $\underline{N}$ sík n_1n_2 nyomvonalát. Látható, hogy a nyomvonalakkal adott két sík meghatározása nem egyéb, mint a síkok metsző egyenes párjával való megadása.

Az a) ábrán jól látható, hogy az egyes képsíkokban fekvő nyomvonalak kitérő egyenesek nem lehetnek, metszéspontjuk létezik. Mivel ezeket a metszéspontokat a két sík egy-egy egyenese (nyomvonal) hozta létre, ezek a két sík közös pontjai, tehát a két általános helyzetű sík metszésvonalának egy-egy pontját alkotják. A pontok összekötése a síkok metszésvonalát határozza meg.

Vegyük észre, hogy a fent említett nyomvonal metszéspontok egyidejűleg a metszésvonal képsíkokkal alkotott dőléspontjai is, amit a korábban ismertetett definíció értelmében a metszésvonal nyompontjainak nevezünk. Úgy is fogalmazhatunk: két általános helyzetű sík esetében az egyes képsíkokon keletkező nyomvonalak metszéspontjai a síkok metszésvonalának nyompontjait alkotják.

A b) ábrarész a metszésvonal szerkesztését vetületi ábrázolásban mutatja. Az azonos képsíkokban fekvő (azonos indexű) nyomvonalak metszéspontja bejelölhető. Ezek a metszéspontok adják az m metszésvonal nyompontjainak egyik-egyik képét. A nyompontok másik képei a képsíkok élben látszó képeivel esnek össze, vagyis mindkét esetben az x_{12} tengelyen helyezkednek el.



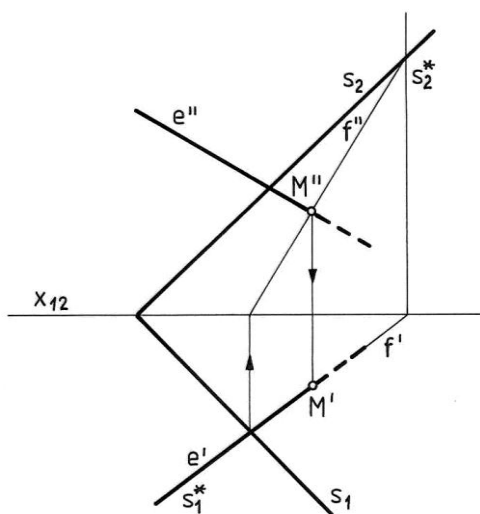
2.45. ábra: Síkidom és metsző vonalaival adott sík metszése

A 2.45. ábra az egymást metsző egyeneseivel megadott a-b sík és az első vetítősíkban elhelyezkedő ABCD téglalap metszéspontjának és áthatásának megszerkesztését mutatja be. Itt jegyezzük meg, hogy térbeli alakzatok áthatásának megszerkesztése a metszéspontok és metszéspontok megszerkesztésén túl, a vetületek láthatóság szerinti kihúzását is jelenti. Ismét hangsúlyozzuk, hogy az áthatások szerkesztése során a látható éleket vastag, folytonos vonallal, a nem látható, de létező éleket vékony, szaggatott vonallal húzzuk ki. Az egyéb (szerkesztési) vonalakat is meg kell hagyni, azokat vékony, folytonos vonallal rajzoljuk.

Mivel a négyszög első vetítősík az a és b egyenesek M és N dőléspontjainak első képei a felülnézeti (első) képen azonnal bejelölhetők. Az a-b sík és a síkidom metszéspontjának első képe természetesen egybeesik a síkidom első képével. A két dőléspont második képét a pontok rendezői metszik ki az a és a b egyenes második képén (M'' és N''). Miután a két egyenes által meghatározott sík végtelen kiterjedésű, a sík és a síkidom metszéspontja a síkidom oldalakig tart, a metszéspont egyenes szakaszt az M és N végpontok határolják.

2.4.3. Sík és egyenes metszéspontja, síkok metszéspontja

A dőléspont meghatározására a metszési feladatok megoldása során gyakran van szükség. A sík és egyenes dőléspontját általános esetben úgy határozhatjuk meg, hogy megszerkesztjük az egyenesre fektetett célszerű segédsík, lehetőség szerint vetítősík, valamint az adott sík metszéspontját, majd a metszéspont és a vele fedésben látszó egyenes metszéspontját. A dőléspont tehát két egyenes metszéspontjaként adódik ki. A segédsík nyomvonala egyidejűleg a sík összes pontjának képe, tehát a metszéspont képe illeszkedik az egyenes képére, a dőléspont, mint a közös síkban fekvő egyenesek metszéspontja létezik.



2.46. ábra: Egyenes és nyomvonalával adott sík dőléspontjának szerkesztése

A 2.46. ábra az s_1s_2 nyomvonalú, általános helyzetű sík és az e egyenes rendezett vetületeit tartalmazza. A sík és az egyenes dőléspontjának szerkesztése az alábbi lépésekben történik:

Adott s_1, s_2, e' és e'' .

Felveszünk a K_1 -re merőleges, és az e egyenesre illeszkedő első vetítősíkot, amelynek első nyomvonala s_1^x , egybeesik e' -vel.

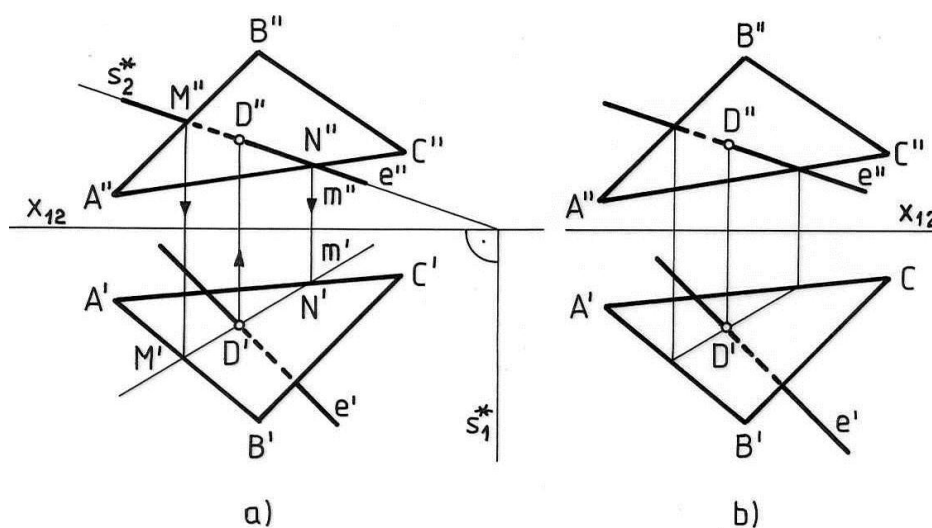
Mivel a segédsík első vetítősík, a metszésvonal első képe f' , szintén e' -re illeszkedik.

Az s_1 és s_1^x , valamint s_2 és s_2^x nyomvonalak metszéspontjai megadják az általános helyzetű sík és a felvett segédsík metszésvonalának nyompontjait, amelyek összekötése után a metszésvonal második képe f'' megszerkeszthető.

A közös vetítősíkokban elhelyezkedő e és f egyenesek metszéspontjának második képe M'' .

A metszéspont első képe, M' a metszésvonal f' , első képén van, helyzetét az M pont rendezője kimetszi.

A láthatóságot szemlélet alapján megállapítjuk.



2.47. ábra: Síkidom és egyenes dőléspontjának szerkesztése

A 2.47. ábra a) részén az ABC síkidom és az e egyenes dőfspontját szerkesztettük meg. A szerkesztést itt is segédsík, második vetítősík segítségével végeztük el. A vetítősíkot az e egyenes második képén keresztül, a második képsíkra merőlegesen vettük fel. Az ábrán a teljes szerkesztést feltüntettük, azzal a feltételezéssel, hogy miután a segédsík csak a szerkesztéshez kell - tehát a feladat szempontjából csak odaképzeltük, - ezért nem tekintjük átlátszatlanoknak.

A felvett második vetítősík összes pontjának második képe az s_2^x egyenesen helyezkedik el, tehát az M'' és N'' metszéspontok a háromszög oldalainak második képén kiadódnak. M és N összekötése a két sík metszévonalát határozza meg, ezért az M és N pontok rendezői a síkidom első képének megfelelő oldalain kimetszik az M' és N' képpontokat.

M' és N' összekötésével megkapjuk az m metszévonal m' első képét, amely az e egyenes e' első képén kimetszi a D dőfspont D' első képét. A dőfspont D'' második képe a D pont rendezőjének berajzolásával adódik.

A vetületek láthatóságának eldöntése szemlélet alapján is könnyen elvégezhető, de ellenőrzésképpen tekintsük az alábbi gondolatmenetet:

Kiválasztjuk a második kép M'' pontját. Ebben a pontban úgy tűnik, mintha az e egyenes és a háromszög AB oldala metszené egymást. Mivel az e egyenes nincs a háromszög síkjában, ez csak az e és az AB egyenesek látszólagos metszéspontja lehet.

Az M pont rendezője az e egyenesen kimetszi azt a pontot, amely az előbb, a második képen kiválasztott látszólagos metszéspontban fedésben látszik az M ponttal.

El kell döntenünk, hogy a látszólagos metszéspontban az M pont, vagy az e egyenes pontja van-e közelebb a szemlélőhöz. A szemünkhöz közelebb eső pont fogja takarni a másikat.

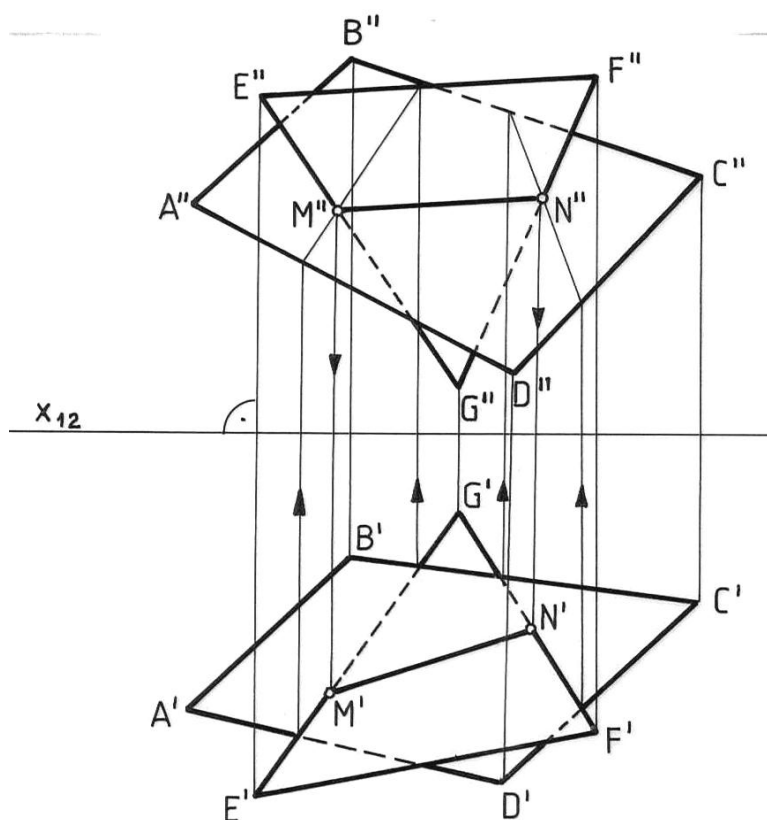
Az ábrán látható, hogy az M pont rendezője mentén a háromszög oldalának M pontja takarja az e egyenes pontját, ezért a második kép $M''D''$ szakaszát kell szaggatott vonallal rajzolni.

Az első kép láthatóságát hasonló gondolatmenet szerint kell eldönteni.

A 2.47. ábra b) részén csak a szerkesztéshez feltétlen szükséges vonalakat rajzoltuk meg. Az e egyenesre fektetett második vetítősík a második képen egyenesben látszik. Elmettszi a háromszög AB és AC oldalát, e metszéspontok összekötése adja a háromszög síkjában fekvő, a második képen az e egyenessel fedésben látszó egyenest. A metszéspontok rendezői az első kép megfelelő háromszög oldalain kimetszik a fedő egyenes pontjait. Az e egyenes és a fedő egyenes első képeinek metszéspontja a síkidom és az e egyenes dőfspontjának első képe. A dőfspont második képe a rendező segítségével megrajzolható.

A láthatóság eldöntésekor figyelembe vettük, hogy a háromszögnek az előlnézeten és felülnézeten két különböző oldalát látjuk. Ha a szemlélet nem lenne elég a láthatóság megrajzolásához, alkalmazhatjuk a korábbiakban ismertetett módszert: vizsgáljuk most az N'' pont környezetét. Annak a kérdésnek az eldöntésére, hogy az N pont rendezője mentén az AC oldal, vagy az e egyenes van a K_1 képsíktól távolabb, induljunk ki az M'' látszólagos metszéspontból. A rendezőn lefelé haladva előbb találkozunk az $A'C'$ oldallal, mint e' -vel, itt az e egyenes pontja van távolabb a képsíktól, tehát a második képen az e egyenes takar.

A 2.48. ábra két síkidom, az $ABCD$ négyszög és az EFG háromszög áthatásának szerkesztését mutatja meg. A síkidomok metszévonalát az áthatásban résztvevő oldalak dőfspontjainak megszerkesztésével határoztuk meg. A szerkesztés megkezdése előtt feltételeztük, hogy a háromszög EG és FG oldalai fogják átdőfni a négyzet síkját, ezért a K_1 -re merőleges vetítősíkokat, a segédsíkokat ezeken keresztül vettük fel.



2.48. ábra: Síkidomok áthatásának szerkesztése

Az $E'G'$ oldalnak a négyzet $A'D'$, illetve $B'C'$ oldal közé eső szakasza a segédsík és a négyzet síkja metszésvonalának első képe. A metszéspontokat $A''D''$ -re, illetve $B''C''$ -re felvetítve megkaptuk a metszésvonal második képét. Mivel a metszésvonal benne van a vetítősíkban ugyanúgy, mint az EG oldal, második képük metszéspontja egyszersmind az EG egyenes és a négyzet síkjának a dőléspontja, illetve annak második képe (M''). Az M'' -t úgy kapjuk meg, hogy M'' -t levetítjük az EG oldal első képére. Teljesen hasonló módon lehet megszerkeszteni az N dőléspont képeit is, és a két pont képeinek összekötésével megkapjuk a háromszög és a négyszög metszésvonalának képeit. A láthatóságot akár szemlélet alapján megállapíthatjuk, akár pedig a látszólagos metszéspontok módszerével. (Mindenképpen a szemlélet alapján próbálkozzunk, az utóbbi módszerrel legfeljebb ellenőrizzük az elképzelés helyességét. A térszemlélet-fejlesztés, mint egyik főcél, így hatékonyabb.)

Vegyük észre, hogy a két síkidom metszésvonala a két síkidom síkja metszésvonalának az M és N pontok által határolt szakasza. A láthatóság eldöntésénél ügyeljünk arra, hogy két sík metszésvonala nem lehet takarásban, minden irányból látszik, minden esetben vastag, folytonos vonallal kell megrajzolni.

2.5. Síklapú testek

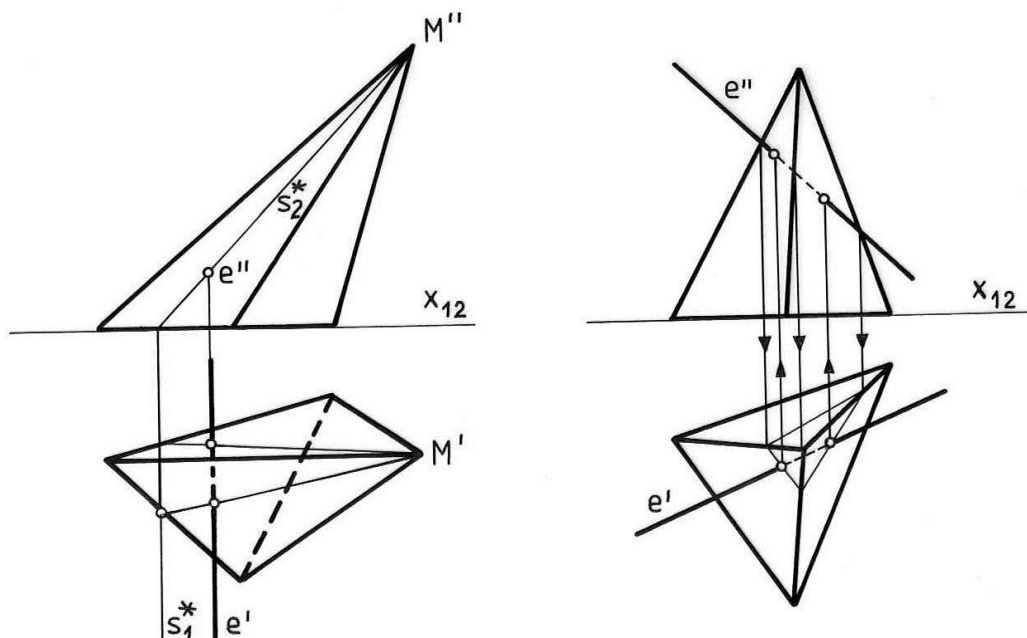
Az előzőekben tárgyalt térelemek, a pont, az egyenes, a sík, mint a háromdimenziós testek építőelemei léteznek. A síklapú testek a tér zárt tartományai, amelyeket síkfelületek határolnak. Élei a határoló síkok metszésvonalai, csúcsai az élek, illetve a határoló síkok által meghatározott metszéspontok.

A síklapú testek ábrázolását a testek transzformációja fejezetben már érintettük. Láthattuk, hogy a síklapú testek képeinek szerkesztése felületeinek, élének, csúcsainak transzformációját jelenti.

Az síklapú geometriai alaptestek, úgymint a kocka, az egyenes hasáb, a ferde hasáb, a gúla, valamint az ismertebb poliéderek tulajdonságait a középiskolai matematika részletesen tárgyalja. A síklapú testek képeinek szerkesztését a következő pontokban, a síklapú testek síkmetszése, áthatása felületeinek síkba terítése során fogjuk megismerni.

2.5.1. Síklapú testek metszése egyenessel

A 2.49. ábra gúla és egyenes áthatásának szerkesztését mutatja be. A gúlát, mint konvex testet az egyenes két pontban metszi. A metszéspontokat az egyenesen átfektetett segédsík alkalmazásával lehet megszerkesztetni. Megkönnyíti a szerkesztést, ha a segédsík átmegy a gúla csúcsán, illetve párhuzamos a hasáb oldaléléivel.



2.49. ábra: Gúla és egyenes áthatásának szerkesztése

Adott rendezett vetületeivel az első képsíkon álló, háromszögalapú ferde gúla és egy, K_2 -re merőleges egyenes (második vetítő egyenes). A gúla és az egyenes metszéspontjainak szerkesztését az ábra baloldali részén láthatjuk.

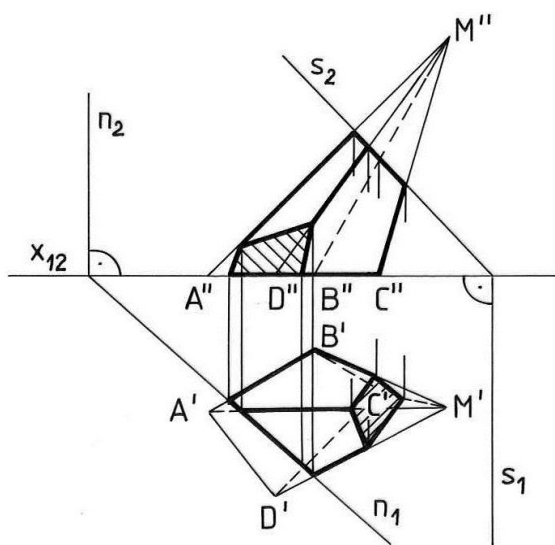
Az $s_1^* s_2^*$ nyomvonalú segédsíkot úgy választottuk meg, hogy a segédsík az e egyenesen és az M csúcsponton menjen keresztül. Mivel e merőleges a K_2 -re, a segédsík is merőleges lesz K_2 -re. A segédsík két alkotót metsz ki a gúla két oldalából. Mivel a kimetszett két alkotó a segédsíkra illeszkedik ugyanúgy, mint az e egyenes, az alkotók és az e egyenes metszéspontjai adják a gúla és az egyenes dőléspontjait.

Az ábra jobboldalán látható gúlát általános helyzetű egyenessel metsztünk. Az egyenes metszéspontjait a K_2 -re merőleges, e -re illeszkedő második vetítősíkkal szerkesztettük meg. A síkot nem is szükséges megrajzolni, elég odaképzelnünk. A második nyomvonal, miután a segédsík második vetítősík, egybeesik e'' -vel. A gúla vetítősíkkal való metszetének második képe élben látszik, a

metszet első képét a gúla élek második képén kapott metszéspontoknak a megfelelő élre történő levetítésével kapjuk. Az így kapott háromszög-metszet és az e egyenes benne van a segédsíkban, tehát a metszéspontok első képét a metszet síkidom oldalélein megkaptuk. A metszéspontok második képeit az e'' -re való vetítéssel nyerjük.

2.5.2. Síklapú testek síkmetszése

A síklapú testek határoló felületei síkidomok, amelyek metszési feladataival az előző fejezetben már foglalkoztunk.



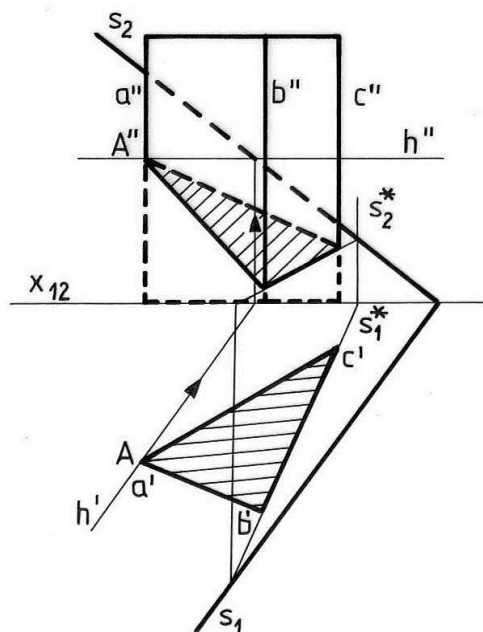
2.50. ábra: Gúla síkmetszésének szerkesztése

A 2.50. ábra egy gúla síkmetszését ábrázolja. Az ábra baloldali része az első képsíkon álló, ABCD négyszög alapú, M csúcspontú gúla két vetítősíkkal alkotott síkmetszetének szerkesztését mutatja be. Az n_1n_2 nyomvonalakkal meghatározott metszősík első vetítősík. Az első képen látható n_1 nyomvonal egyidejűleg a metszősík összes pontjának képét tartalmazza, így az a sík által létrehozott metszet síkidom első képe is.

A metszősík elmetshi a gúla AB és CD alapélét, valamint AM és DM oldalélét. A sík által kimetszett négy csúcspontú síkidom második képe a metszéspontok rendezőinek megrajzolásával, a képpontok felvetítésével adódik.

Az s_1s_2 nyomvonalú metszősík második vetítősík, amint az a nyomvonalak állásából látható. Az s_1s_2 nyomvonalú sík által kimetszett síkidom minden pontjának második képe az s_2 egyenesre esik. A metszősík elmetshi a gúla minden élét, az éleken keletkezett metszéspontok első képeit a rendezők metszik ki a gúla élek első képein.

A láthatóság szerinti kihúzásnál a gúla leeső részeit elhagytuk, ezáltal a metszeti síkidomok láthatóvá váltak. Szemlélet alapján megállapíthatók a gúla takart élei, amelyeket szaggatott vonallal rajzoltunk.



2.51. ábra: Hasáb síkmetszésének szerkesztése

A 2.51. ábra egy első képsíkon álló, háromszögalapú egyenes hasáb síkmetszését ábrázolja. Az ábrázolt egyenes hasáb oldalélei az alaplap síkjára merőlegesek, esetünkben függőlegesek, első vetítő egyenesek. Az oldalélek első képei pontok, a hasáb oldallapok első vetítő síkai, ezáltal a hasáb első képe egy háromszög síkidom, amely egyúttal a hasáb keresztmetszete. A metszetet létrehozó s_1s_2 nyomvonalakkal adott sík általános helyzetű, ún. **dőlt sík**.

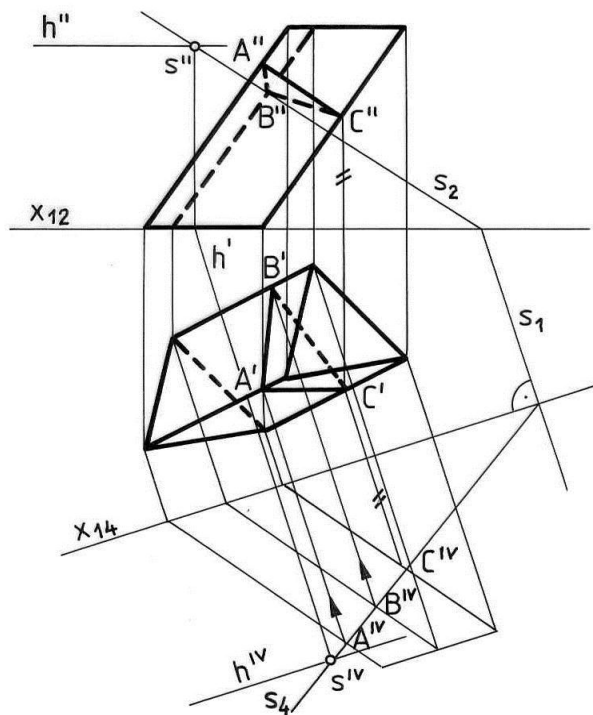
Az általános helyzetű sík elmetshi a hasáb oldaléleit egy-egy pontban, a hasáb oldallapjait egy-egy egyenes szakaszban. Ezek a pontok adják a metszet síkidom (háromszög) csúcspontjait. A síkmetszet első képpontjai egybeesnek a hasáb első képével, tehát az első kép szerkesztésével nincs több dolgunk, mint a hasáb oldallapok képének láthatóság szerinti kihúzása.

Az ábrán a síkmetszet megszerkesztését kétfajta módszerrel mutatjuk be: megszerkesztjük a hasáb bc síkját és a metszősík metszéspontját, majd megszerkesztjük a hasáb a élét és a metszősík dőléspontját. A metszéspont b és c hasáb éllel alkotott metszéspontjai, valamint az a él dőléspontja adja a metszet síkidom három csúcspontját.

A bc él közötti metszéspont első képe azonos $b'c'$ -vel. A bc éleket tartalmazó sík első vetítősík, a metszéspont második képe a korábban bemutatott módszerrel megszerkeszthető. Emlékeztetőül: az s_2 és s_2^x , illetve az s_1 és s_1^x metszéspontjai a két sík metszéspontjának nyompontjai, így megrajzolható a metszéspont második képe, ennek a b és c él közé eső szakasza a metszéspont.

Ugyanígy szerkeszthetnénk meg a másik két oldalon levő metszéspontokat is. A további szerkesztést azonban más módszerrel végezzük el. Az a élen levő A ponton keresztül első fővonalat rajzolunk (h'), ami a nyomvonalal párhuzamos. A h fővonal második képe (h'') viszont párhuzamos az x_{12} tengellyel, az x_{12} feletti magasság a nyomvonalas szerkesztés szabályaiból adódik.

Az a'' és h'' metszéspontja az A pont második képe (A''). A metszet-háromszög két további oldalát az A pont és a korábban kapott csúcspontok összekötésével kapjuk. (Ennél az ábránál a metszősíkot nem tekintettük átlátszónak, és a hasáb levágott részét nem távolítottuk el.)



2.52. ábra: Ferde hasáb és nyomvonalával adott sík metszése

A 2.52. ábra egy általános helyzetű ferde hasáb és egy általános helyzetű sík, ún. **feszített sík** metszetét mutatja meg.

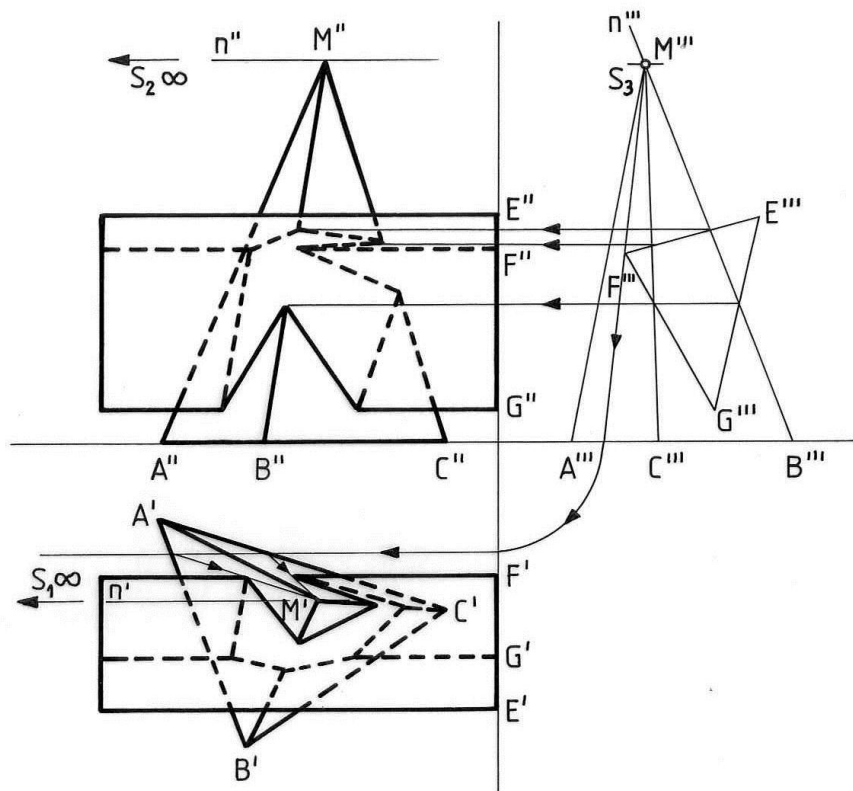
A feladat egy lehetséges megoldása lenne az egyes élek és a sík dőléspontjának megszerkesztése, az előbbi feladat megoldásához hasonlóan. Ígérkezik azonban egy egyszerűbb megoldás: a metszet megszerkesztését a hasáb és a sík célszerű transzformálásával végezzük el. A transzformáláshoz a K_4 képsíkot úgy választjuk meg, hogy az x_{14} tengely merőleges legyen s_1 -re, így ugyanis a K_1K_4 képsík rendszerben a metszősík vetítősík lesz, tehát a transzformálás után az s_1^{IV} nyomvonal a sík képe lesz. A hasábot csúcspontjaival transzformáltuk, a sík negyedik nyomvonalának egy pontját pedig a tetszőlegesen felvett S'' ponton keresztül húzott első fővonallal segítségével határoztuk meg (S^{IV}). A metszet $A^{IV}B^{IV}C^{IV}$ pontjai a transzformált képen kiadódtak, az első és második képeket a megfelelő élekre való visszavetítéssel határoztuk meg.

Pontosabb lesz a szerkesztés, ha az A'' , B'' és C'' pontok helyzetét visszatranszformálással, a rendező hosszak visszamérésével határozzuk meg. Az ábra láthatóság szerinti kihúzásakor a metszősíkot átlátszónak tekintettük, a hasáb levágott darabját nem távolítottuk el.

2.5.3. Síklapú testek áthatása

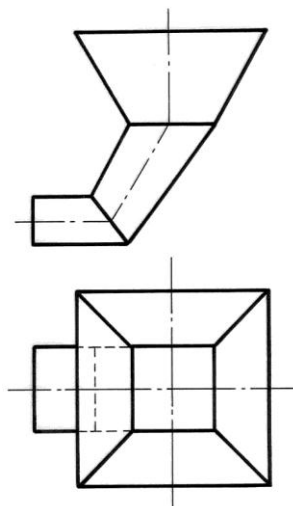
Síklapú testek áthatási vonala egy zárt, térbeli sokszög, amelynek oldalait a két test felületeinek metszéspontjai alkotják. Attól függően, hogy a két test csak részlegesen hatol egymásba, vagy az egyik teljesen átmegy a másikon, egy vagy két zárt térsokszög lesz az áthatási vonal.

Általános esetben az áthatás szerkesztés úgy történik, hogy meghatározzuk a síklapú testek élének és felületeinek dőléspontjait, és azokat megfelelő sorrendben összekötjük, majd az ábrát a láthatósági szabályok alkalmazásával, értelemszerűen megrajzoljuk. Az összekötés megkönnyítésére az egyes pontokat célszerű megbetűzni, esetleg a szomszédosság figyelembe vételével, sorrendben megszámozni.



2.53. ábra: Gúla és hasáb áthatásának szerkesztése

A 2.53. ábra gúla és hasáb áthatásának a szerkesztését mutatja be. A harmadik képen a vetítőhasáb élei pontban látszanak. Az F és G hasábélek, valamint a BM és a CM gúlaélek dőléspontjának megszerkesztése után az áthatási vonal kiadódik.

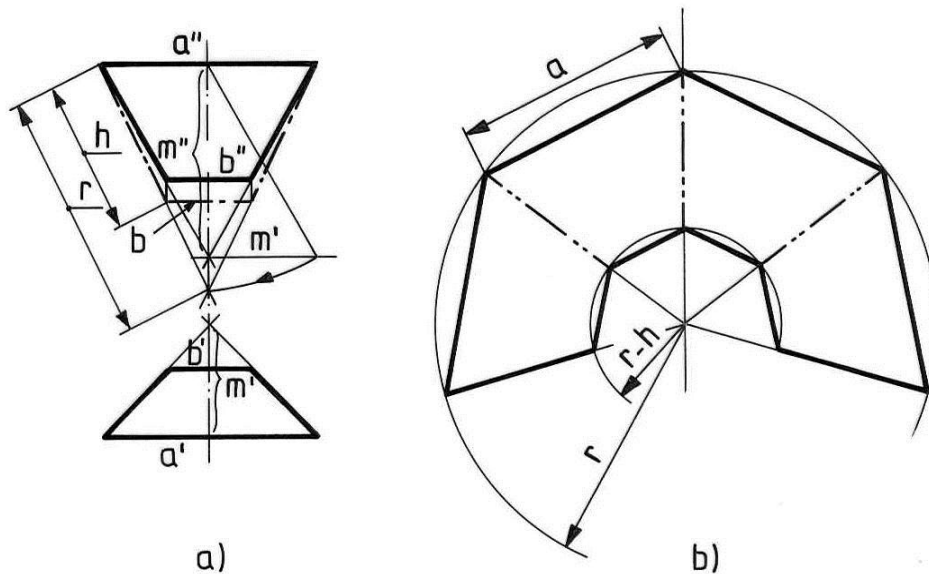


2.54. ábra: Kifolyótölcsér vetületei

2.5.4. Síklapú testek felületeinek kiterítése

Síklapú testek áthatásával főleg a lemezből hegesztett idomok ábrázolásakor találkozunk.

A 2.54. ábra egy kifolyótölcsér vetületeit, a 2.55. ábra a tölcsér felső rész kiterítését mutatja. Az alsó és középső rész hasonlóképpen szerkesztendő.



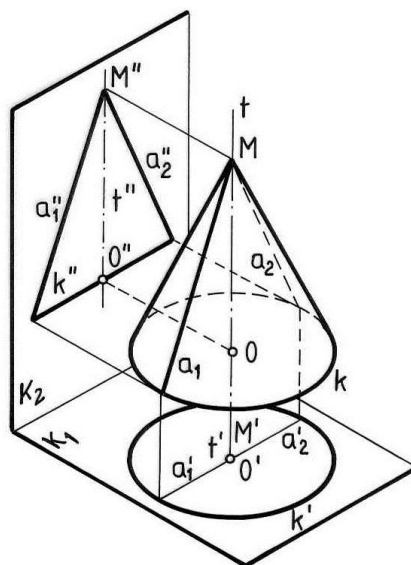
2.55. ábra: A tölcsér felső részének kiterítése

2.6. Görbe felületű testek

2.6.1. Görbe felületű testek ábrázolása, tulajdonságai

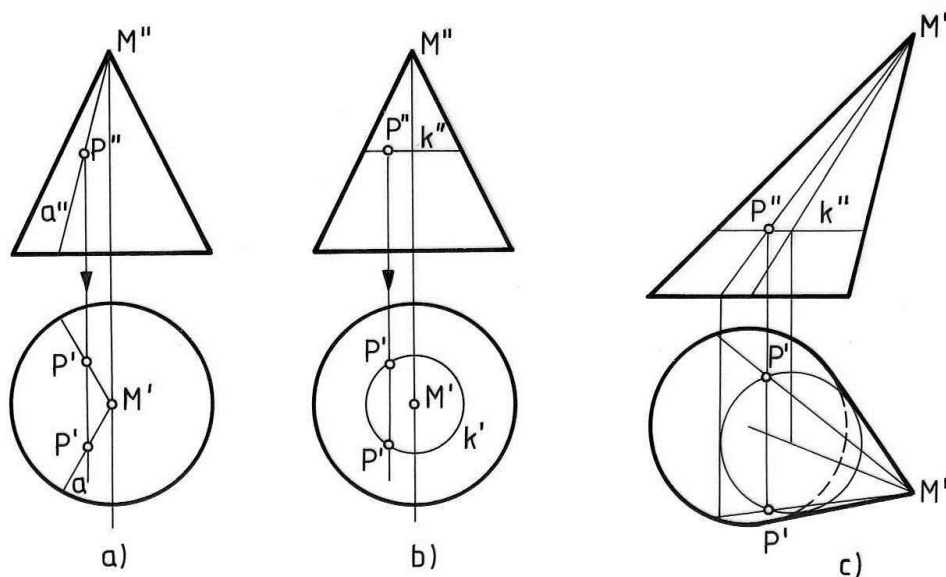
▪ Forgáskúp

Forgáskúp felületet egy, a forgástengelyt metsző - de arra nem merőleges - egyenes ír le, ha a forgástengely körül forgatjuk. A forgáskúp **leíró görbéje** egyenes.



2.56. ábra: Forgáskúp vetületei

A 2.56. ábra egy olyan forgáskúpot ábrázol, amelynek alapköre az első képsíkban fekszik és t tengelye az első képsíkra merőleges (egyenés kőrkúp). Az első kép a k kör k' képe, a második kép kontúrját pedig a második képsíkkal párhuzamosan kimetszett a_1 és a_2 alkotó, valamint a k kör második képe adja.



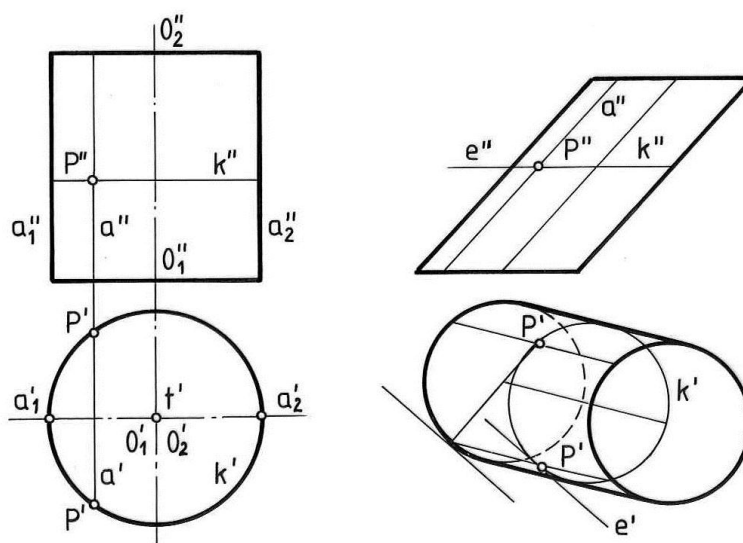
2.57. ábra: Kúpfelület pontok vetületeinek szerkesztése

A 2.57. ábra kúpfelületek vetületeit mutatja. A kúpfelületen lévő P pont egyik képe tetszőlegesen felvehető, a másik kép megszerkeszthető. Az a) ábrán a felvett P'' -n keresztül megrajzoltuk a ponton átmenő alkotó a'' képét, és azt levetítve az a' kép kimetszi P' -t. Miután az a'' két alkotó képe lehet, a P pont is két helyen helyezkedhet el. A b) ábrán a szerkesztést a P ponton keresztülmenő görbe (k kör) segítségével végeztük el.

A c) ábrán egy ferde körkúpot ábrázoltunk, amelynek vezérköre a K_1 képsíkon van. A kúp K_1 -gyel párhuzamos síkmetszetei körök, az alkotók hossza nem azonos. A kúp felületén felvett P pont képeit az egyenes körkúpnál bemutatott módszerekkel szerkeszthetjük meg.

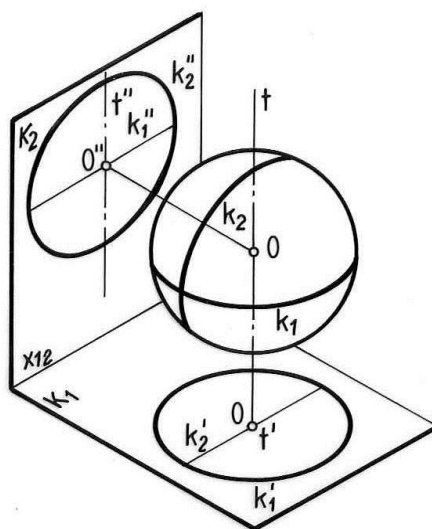
▪ Henger

A hengert a forgástengellyel párhuzamos egyenes írja le. A 2.58. ábra az első képsíkon álló henger vetületeit ábrázolja. A henger felületén levő P pont képeinek szerkesztése egyértelmű. A ferde körhenger alkotói a vezérkört érintő és a tengellyel párhuzamos egyenesek. A hengernek minden, a vezérkör síkjával párhuzamos metszete azonos nagyságú kör.



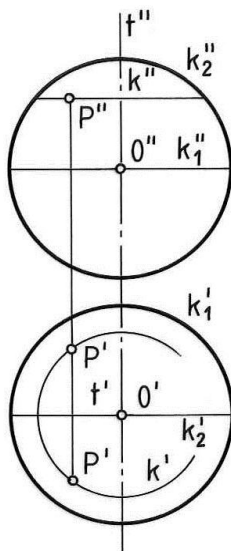
2.58. ábra: Forgáshenger pontok vetületeinek szerkesztése

▪ Gömb



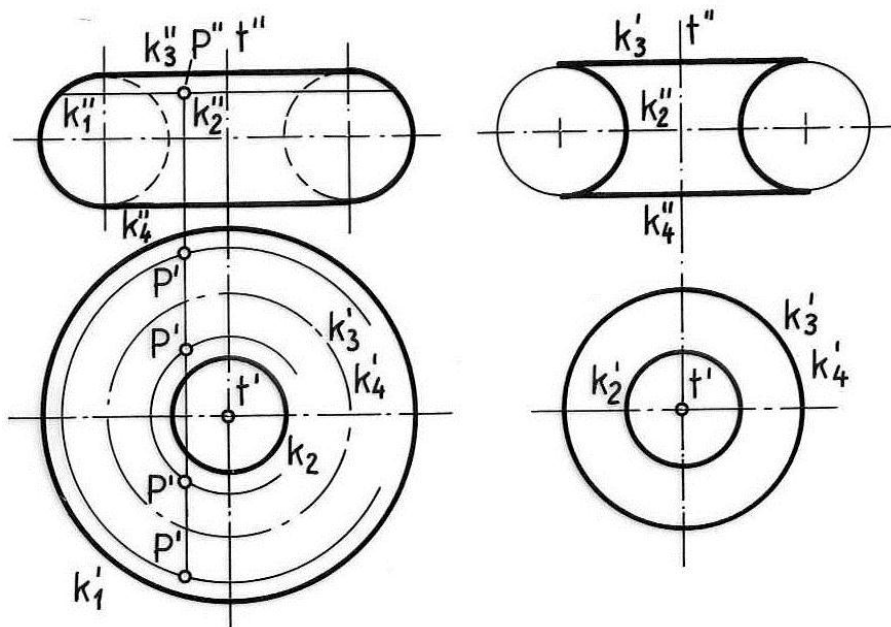
2.59. ábra: Gömb vetületei

A gömb úgy származtatható, hogy egy kört valamely átmérője - mint forgástengely - körül körbeforgatunk (2.59. ábra). A gömb körvonalai a képsíkkal párhuzamos gömbi főkörök képei ($k_1 k_2$). A gömb felületén levő pontot a pályagörbe segítségével tudjuk ábrázolni (2.60. ábra).



2.60. ábra: Gömbfelület pontok vetületének szerkesztése

▪ Körgyűrű

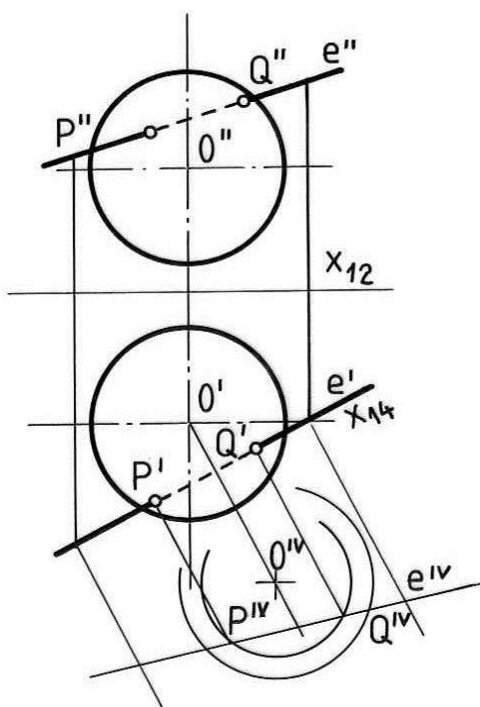


2.61. ábra: Körgyűrű felület pontok vetületei

A kör középpontját nem tartalmazó egyenes körüli forgatásával kapjuk a **körgyűrű felületet** (tórusz). A 2.61. ábra a körgyűrű felület vetületeit és a felületen levő pontok ábrázolását mutatja be. Az ábrán külön is bemutattuk a körgyűrű felület belső felületrészét, amellyel a gépalkatrészek ábrázolásakor gyakran találkozhatunk.

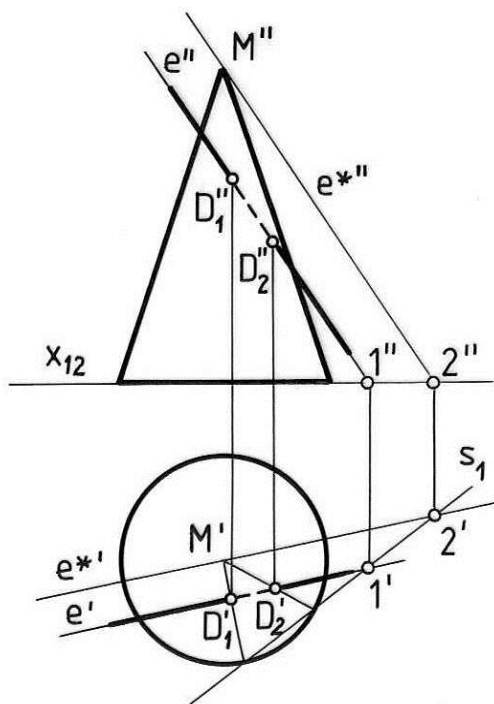
2.6.2. Forgástestek síkmetszése, dőfése egyenessel

A 2.62. ábra gömb és általános helyzetű egyenes áthatásának szerkesztését mutatja be. A szerkesztést transzformációval végeztük, a szerkesztés végrehajtása során kihasználtuk azt, hogy a gömb minden síkmetszete kör. A K_4 az egyenesen átmenő, első vetítősík, amely a gömbből egy kört metsz ki. Ez a kör a negyedik képen valódi nagyságban látszik. Két tetszőleges pontja segítségével megszerkesztettük az előbbi körrel egy síkban fekvő e egyenes negyedik képét. Az új képben a kör és az egyenes metszéspontjai a dőféspontok negyedik képeit adják. A P és Q dőféspontok első és második képét a rendezők kimetszik az e egyenes első, illetve második képén.



2.62. ábra: Gömb és egyenes áthatásának szerkesztése

Az ábra láthatóság szerinti kihúzását szemlélet alapján dönthetjük el. Az egyenes két dőféspont közötti szakasza a gömbön belül halad, nem látható. Az egyenes gömbön kívüli részei (a dőféspontok környezetei) mindkét képen láthatók, mivel a dőféspontok az első és a második képen is a szemlélő felé eső félgömbön helyezkednek el.

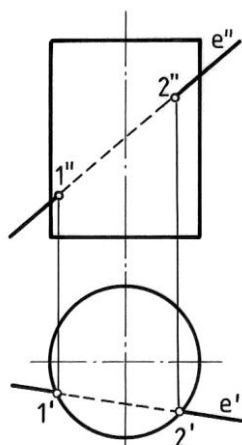


2.63. ábra: Kúp és egyenes áthatásának szerkesztése

A 2.63. ábra első képsíkon álló egyenes körkúp és általános helyzetű egyenes áthatásának szerkesztését mutatja. A kúp és egyenes dőfspontjainak szerkesztését olyan segédsíkkal végeztük el, amely illeszkedik az egyenesre, és átmegy a kúp csúcsán. Ez a sík a kúpfelületről egyenes alkotókat metsz ki, amelyek egyik végpontja a kúp alapkörén, az első képsíkban helyezkedik el. A felvett segédsík első nyomvonala a kimetszi kúpalkotók végpontjait a kúp alapkörén. Az egyenes és a kimetszett kúpalkotók metszéspontjai adják a keresett dőfspontokat.

A 2.64. ábra egy függőleges tengelyű egyenes körhenger és egy általános helyzetű egyenes áthatásának szerkesztését mutatja. A hengerpalást első képe kör, amelyen az egyenessel alkotott dőfspontok bejelölhetők. A dőfspontok második képét a pontok alkotói metszik ki az egyenes második képén.

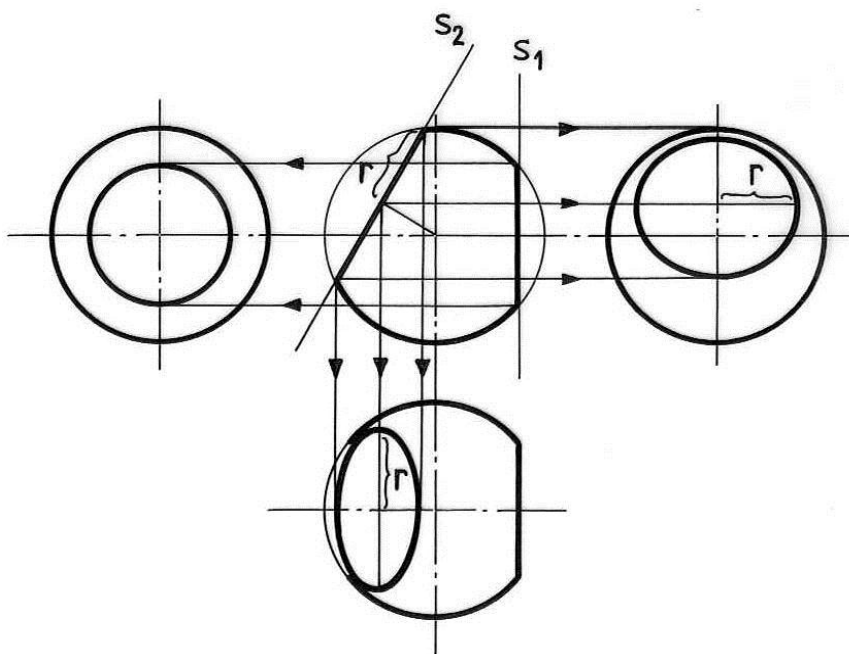
Amennyiben a henger általános helyzetű, a dőfspontok megszerkesztése bonyolultabb. Minden esetben célravezető a henger tengelyére merőleges képsíkra transzformálva a henger ábrán látható helyzetének előállítása, és a dőfspont fenti módszerrel való meghatározása.



2.64. ábra: Henger és egyenes áthatásának szerkesztése

A 2.65. ábra gömb és vetítősík áthatásának szerkesztését mutatja be. A gömb minden síkmetszete kör, csak az esetek nagy részében nem annak látszik. Az ábrán az s_1 második vetítősíkkal létrehozott metszet a bal oldalnézeten valódi nagyságban látszik, tehát a kör képe kör marad.

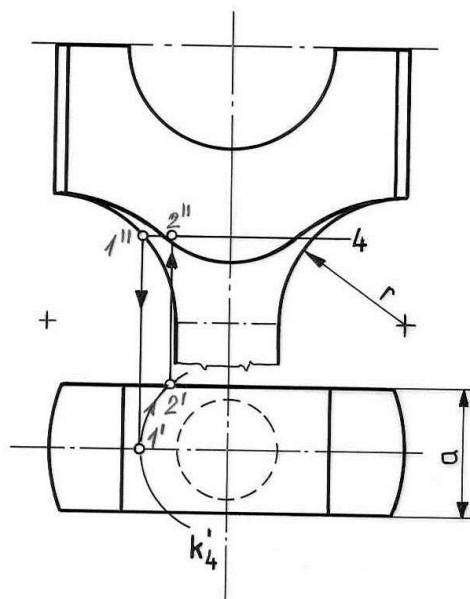
Az s_2 második vetítősík szintén kört metsz ki a gömbből, amely a második képen egyenesnek, az első és a harmadik képen ellipszisnek látszik. Az első és harmadik képeken látható ellipszisek nagytengelyei a kimetszett kör átmérőjével megegyező méretűek, míg a kistengelyek méretei az ábrán bemutatott vetítéssel határozhatók meg. Az tengelyméretek ismeretében az ellipszis bármely középiskolában tanult módszerrel megszerkeszthető.



2.65. ábra: Gömb és vetítősík áthatásának szerkesztése

Összetett leírógörbével készült forgástest síkmetszetének szerkesztésére mutat be példát a 2.66. ábra. A test felülről lefelé: henger - körgyűrű - henger elemekből áll, amelyet két oldalon síkra

munkálnak. A forgástest és a sík áthatási pontjainak szerkesztése a berajzolt vonalmenet segítségével elvégezhető.

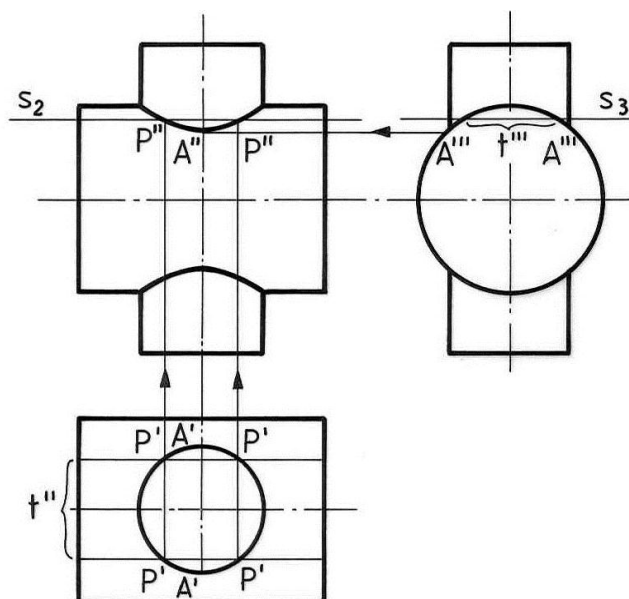


2.66. ábra: Összetett felület síkmetszetének felbontása

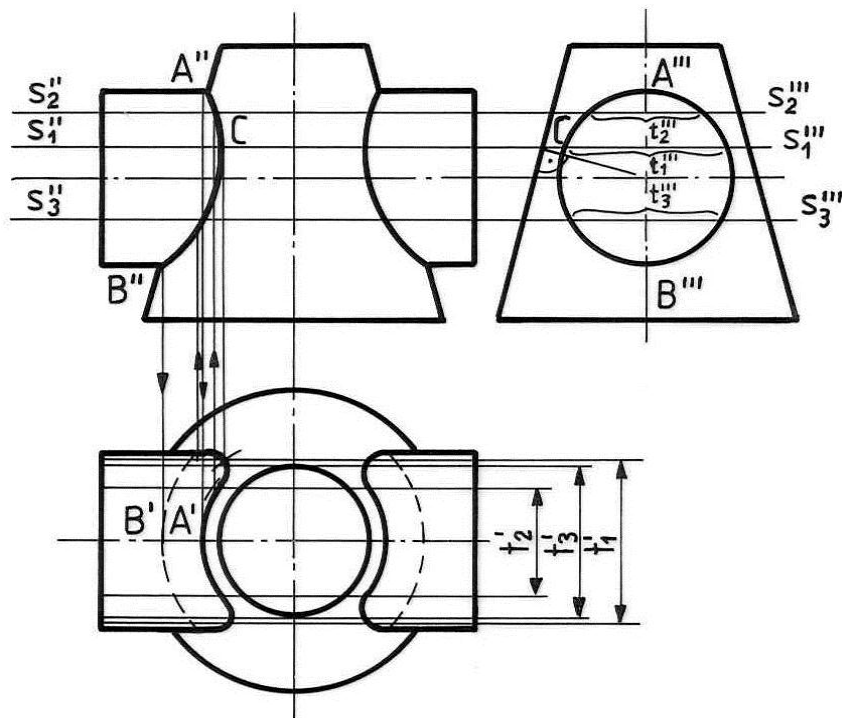
2.6.3. Forgásfelületek áthatása

A 2.67. ábra két henger áthatási görbéjének szerkesztését mutatja be. A hengerek tengelyei közös síkban vannak, az egyik henger tengelye a második képsíkra, a másiké a harmadik képsíkra merőleges.

A szerkesztés menete az ábra alapján érthető. Az áthatási görbét a két felület közös pontjai alkotják.

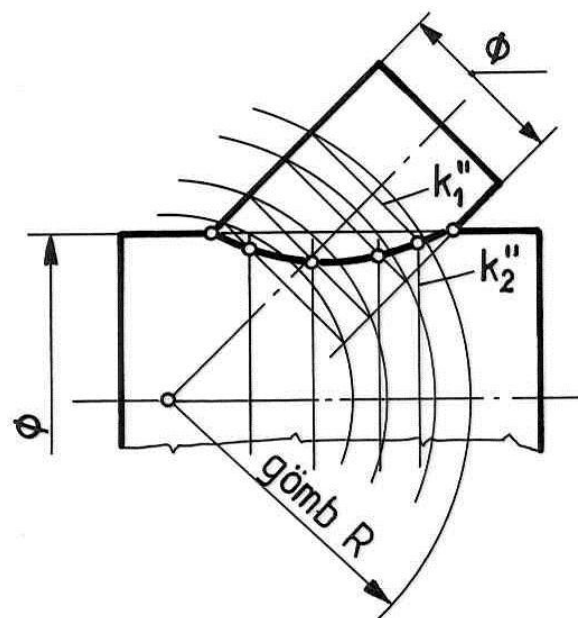


2.67. ábra: Egymásra merőleges hengerek áthatásának szerkesztése



2.68. ábra: Henger és kúp áthatásának szerkesztése

A fenti ábrán (2.68. ábra) mutatott kúp és henger áthatási vonalának szerkesztési elve megegyezik a két henger áthatásának szerkesztésével.



2.69. ábra: Egymással szöget bezáró tengelyű hengerek áthatásának szerkesztése

A 2.69. ábra az áthatási vonal szerkesztés segédgömbös módszerét mutatja be. A segédgömbös módszer akkor alkalmazható, ha a két forgásfelület tengelyei metszik egymást, és síkjuk párhuzamos valamelyik képsíkkal. Előnye, hogy egy vetületen végrehajtható eljárás. A tengelyek

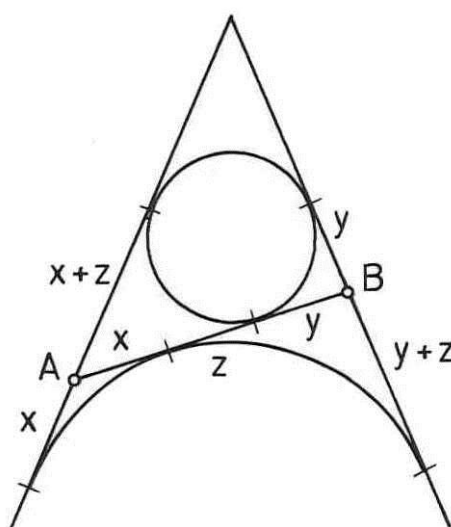
metszéspontja köré gömböt írunk, a gömb a hengerekből egy-egy kört metsz ki, melyek képei egyenesek (k_1' , k_2''). A közös gömbfelületen elhelyezkedő körök közös pontjai az áthatási vonalat adják.

2.7. Kúpszeletek

2.7.1. A Dandelin szerkesztés

Kúpok síkmetszetei, ha minden kúpalkotót elmetszenek, a kúpszeletek. A síkok állásától függően ellipszis, parabola vagy hiperbola metszetekhez jutunk. A bizonyításban használjuk a következő geometriai tételt és következményét.

1. Tétel: Külső pontból körhöz húzható érintők hossza egyenlő.



2.70. ábra: Geometriai tétel szemléltetése

Következménye: Két kör közös belső érintőjének a körök külső érintői közé eső szakaszának hossza egyenlő a külső érintési pontok érintőn mérhető távolságával (2.70. ábra). Bizonyítás:

Az A pontból a kiskörhöz húzott érintők egyenlő hosszúak: $x + z$

A B pontból a nagykörhöz húzott érintők egyenlő hosszúak: $y + z$

A külső érintők érintési pontok közötti szakaszai egyenlők: $2x + z = 2y + z$

Mindkét oldalból z -t elvéve: $2x = 2y$

Mindkét oldalt 2-vel osztva: $x = y$

A szögszárak közé eső közös belső érintő hossza $x + z + y$ egyenlő a külső érintési pontok távolságával, tehát a következményben megfogalmazott állítás beigazolódott.

Az alábbi ábrákon megmutatjuk, hogyan képződik ellipszis, parabola, illetve hiperbola alakú metszet.

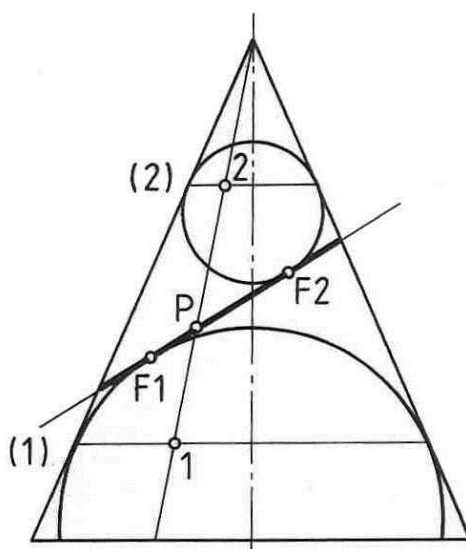
A Dandelin-módszer alkalmazása során meg kell szerkeszteni azokat a gömböket, amelyek egyszerre érintik mind a metsző síkot, mind az elmetszett kúp palástját (belülről).

Minden esetben a síkmetszet görbe fókuszpontja(i) a gömb-sík érintési pont(ok).

Mindhárom esetben olyan vetületet alkalmazunk, amelyben a kúp tengelye a képsíkkal párhuzamos (vagy benne van), a metsző síkot pedig élben látjuk. Az ábrák értelmezésekor az a nehézség, hogy térben kell mindazt elképzelnünk, aminek a vetületét látjuk csupán,

A bizonyításokhoz a következő tételt használjuk fel:

2. Tétel: Külső pontból gömbhöz húzható érintők hossza egyenlő.



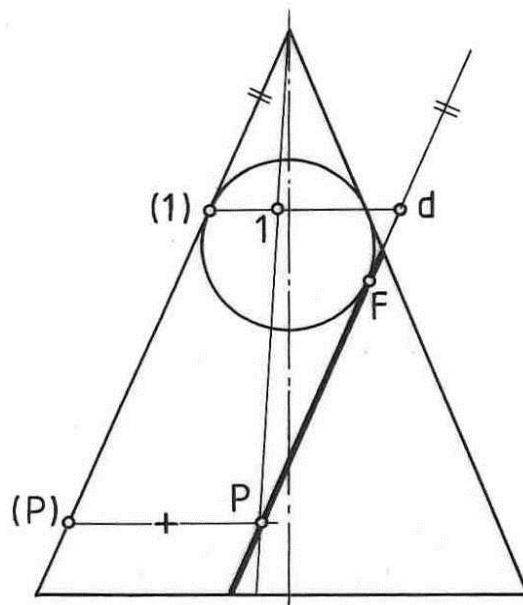
2.71. ábra: Ellipszis készítése Dandelin szerkesztéssel

Ellipszis metszet keletkezik (2.71. ábra), ha a metszősík a kúp összes alkotóját a kúp csúcsának egyik oldalán metszi el. A körkúp alapgörbéje zárt vonal (kör), melynek folytonosan elhelyezkedő pontjai és a kúp csúspontja alkotót határoznak meg, ezen alkotók pedig folytonos vonalfelületet: a kúp palástját, ezért a metszetgörbe is folytonos zárt görbe, melynek vetülete a síknak a kúp szélső alkotói közötti szakaszának felel meg. Legyen e szakasz **P** pontja a metszetgörbe pontja.

Mivel ez a pont az alsó gömbön kívül helyezkedik el, a **P1** kúpalkotóban haladó szakasz és a metszősíkban haladó **PF1** szakasz a 2. Tétel értelmében egyenlő hosszúságú. (Az **1** ponton áthaladó vízszintes szakasz az alsó gömb és a kúp érintőkörének képe.) Ugyanígy a felső gömbre vonatkozóan a **P2** és **PF2** szakaszok is egyenlők egymással. A **P1** és **P2** szakaszok ugyanazon az alkotón egymás folytatásai, összegük állandó és egyenlő az **12** alkotószakasszal, melynek nagysága az **(1)(2)** szélső alkotókon lemérhető. Az 1. Tétel értelmében ez a szakasz az ellipszis nagyfokozatának hosszát adja ki.

Képletekkel leírva: $PF_1 = P1, PF_2 = P2$

Összeadva a két egyenletet: $PF_1 + PF_2 = P1 + P2 = áll. = 2a$ Ez egy ellipszis!



2.72. ábra: Parabola készítése Dandelin szerkesztéssel

Parabola metszet keletkezik (2.72. ábra), ha a metszősík a kúp egy alkotójával párhuzamos (esetünkben ez a baloldali szélső alkotó). A metszet a másik kúpalkotótól induló félegyenes. Legyen e szakasz **P** pontja a metszetgörbe pontja.

Mivel ez a pont a kúpot és metsző síkot is érintő Dandelin-gömbön kívül helyezkedik el, a **P1** kúpalkotóban haladó szakasz és a metszősíkban haladó **PF₁** szakasz a 2. Tétel értelmében egyenlő hosszúságú. (Az **1** ponton áthaladó vízszintes szakasz a gömb és a kúp élben látszó érintőkörének képe.) A **P1** kúpalkotó a kúp tengelye körül a **(P)(1)** képsíkkal párhuzamos helyzetbe forgatva valódi nagyságban látszik. Ugyanez a távolság mérhető le a **(P)(1)** vektornak a **P** pontba eltolásával a **P** pont és a **d** egyenes között. (A **d** egyenes az élben látszó metszősíkban és az **1** pontot tartalmazó élben látszó gömb-kúp érintőkör síkjának metszésvonala, amely pontban látszik.)

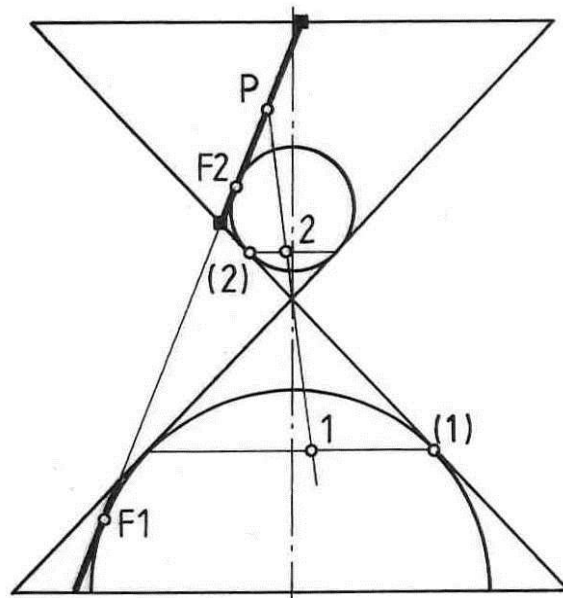
Képletekkel leírva: $PF_1 = P1 = (P)(1) = Pd$

Az egyenlőség lánc végei: $PF_1 = Pd$ Ez egy parabola!

Hiperbola metszet keletkezik (2.73. ábra), ha a metszősík a kúp csúcsát elkerülve a csúcs mindkét oldalán metsz alkotókat. A metszet görbe, amely élben látszik, két részre esik szét. Legyen ennek **P** pontja a metszetgörbén.

Szerkesszük meg a Dandelin-gömböket! Legyen **F₁** és **F₂** a gömbök és a metszősík érintési pontja. Rajzoljuk meg a gömbök és a kúpalkotók érintőkörét is. **P** pontból a metszősíkban az alsó gömbhöz húzzunk érintőt! **F₁**-be jutunk. **P** pontból a kúp csúcsán át, a kúpalkotó mentén az alsó gömbhöz húzható érintő szakasz végpontja **1**. A 2. Tétel értelmében $PF_1 = P1$. Ugyancsak **P**-ből a felső gömbhöz a metszősíkban és a kúpalkotó mentén meghúzható két gömbérintő szakasz is egyenlő hosszú: $PF_2 = P2$. Mivel a **P** pont az **12** alkotó szakasz egyenes folytatásán van, az $|12| = |(1)(2)| = |PF_1 - PF_2| = áll. = 2a$. Hiperbola!

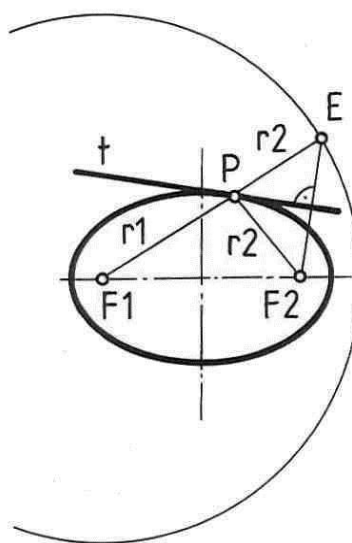
Megjegyzés: $2a$ a hiperbola valós tengelye, a hiperbola csúcsok távolsága.



2.73. ábra: Hiperbola készítése Dandelin módszerrel

2.7.2. Kúpszeletek síkmetszeteinek ellenkörös szerkesztése

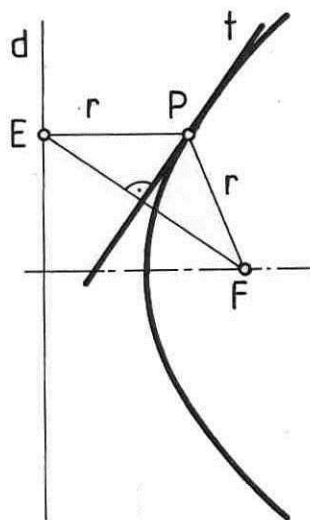
Ellipszis esetén (2.74. ábra): Tudjuk, hogy a görbe minden P pontjára igaz, hogy $r_1 + r_2 = 2a$, amely távolság egyenlő az ellipszis nagytengelyének hosszával, ami állandó. Ezért, ha bármely ellipszispontban az r_1 sugarat megtoldjuk r_2 -vel, egy $2a$ sugarú kör pontjait kapjuk, melyet az ellipszis ellenkörének nevezünk. Az ellenkörön levő tetszőleges pont neve E . Az EF_2P háromszög egyenlő szárú, ezért az EF_2 szakasz t szakaszfelező merőlegese e háromszög szimmetriavonala, amely a P pontot tartalmazza. A t egyenes egyúttal az ellipszis érintője is a P pontban.



2.74. ábra: Ellipszis ellenkörös szerkesztése

Bizonyítása: $\mathbf{r}_1$ vektor hosszának dr_1 elemi meghosszabbodása az $\mathbf{r}_2$ vektor hosszának ugyanakkora dr_2 elemi megrövidülésével jár a két sugár összegének állandósága miatt. Ezért $\mathbf{P}$ -ből $\mathbf{r}_1$ vektor irányában felvett elemi dr_1 és $-\mathbf{r}_2$ vektor irányában felvett, ugyanakkora hosszúságú elemi dr_2 vektor összege egy elemi rombusz átlója, amely a rombusz két szomszédos oldalának szögfelezője. Éppen a $\mathbf{t}$ érintő irányát adja meg.

Tehát, ellenkör segítségével úgy szerkesztünk ellipszis pontokat, hogy az $\mathbf{F}_1$ fókusz középponttal és $2a$ sugárral megrajzolt ellenkör tetszőleges $\mathbf{E}$ pontjából sugarat indítunk az $\mathbf{F}_1$ és $\mathbf{F}_2$ fókuszokba, majd az $\mathbf{EF}_2$ szakasz felező merőlegesével, amely a $\mathbf{t}$ érintő lesz, elmetsszük az $\mathbf{EF}_1$ sugarat, amely az ellipszis keresett $\mathbf{P}$ pontja.



2.75. ábra: Parabola ellenkörös szerkesztése

Parabola esetén (2.75. ábra): Tudjuk, hogy a görbe minden $\mathbf{P}$ pontjára igaz, hogy $PF = Pd$, az $\mathbf{F}$ fókuszról és egy d egyenesről (direktrix) egyenlő távol van. A parabola ellenkörének megfelel a d egyenes. (A másik fókuszpont a d -re merőleges végtelen távoli pontja.)

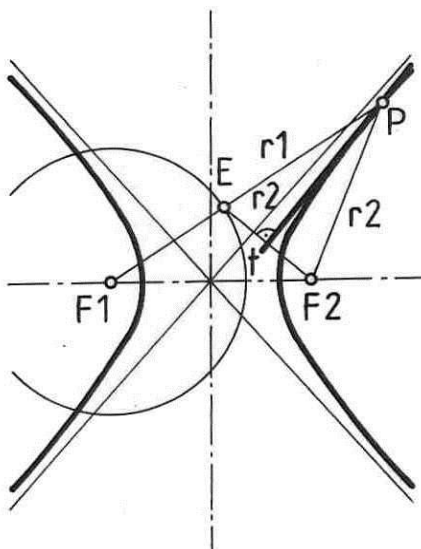
Úgy szerkesztünk $\mathbf{P}$ parabola pontot, hogy a d egyenes tetszőleges $\mathbf{E}$ pontjából merőlegest húzunk a d egyenesre, majd az $\mathbf{EF}$ szakasz $\mathbf{t}$ felező merőlegesével, amely érintő lesz, elmetsszük az egyenest, amely a parabola keresett $\mathbf{P}$ pontja.

Megjegyzés: A parabola pontoknak a parabola csúcsától mérhető tengelyirányú távolsága egyenlő a csúcsról az érintő és tengely metszéspontjáiig mérhető távolsággal.

Hiperbola esetén (2.76. ábra): Tudjuk, hogy a görbe minden $\mathbf{P}$ pontjára igaz, hogy $r_1 - r_2 = 2a$, amely távolság egyenlő az ellipszis valós tengelyének hosszával, ami állandó. Ezért, ha bármely hiperbola pontban az r_1 sugárból visszámérve r_2 -t, egy $2a$ sugarú kör pontjait kapjuk, melyet a hiperbola ellenkörének nevezünk. Az ellenkörtől levő pont neve $\mathbf{E}$. Az $\mathbf{EF}_2\mathbf{P}$ háromszög egyenlő szárú, ezért az $\mathbf{EF}_2$ szakasz $\mathbf{t}$ szakaszfelező merőlegese e háromszög szimmetriavonala, amely a $\mathbf{P}$ pontot tartalmazza. A $\mathbf{t}$ egyenes egyúttal a hiperbola érintője is a $\mathbf{P}$ pontban.

Bizonyítása: $\mathbf{r}_1$ vektor hosszának dr_1 elemi meghosszabbodása az $\mathbf{r}_2$ vektor hosszának ugyanakkora dr_2 elemi meghosszabbodásával jár a két sugár különbségének állandósága miatt. Ezért $\mathbf{P}$ -ből $\mathbf{r}_1$

vektor irányában felvett elemi dr_1 és r_2 vektor irányában felvett, ugyanakkora hosszúságú elemi dr_2 vektor összege egy elemi rombusz átlója, amely a rombusz két szomszédos oldalának szögfelezője és éppen a t érintő irányát adja meg.



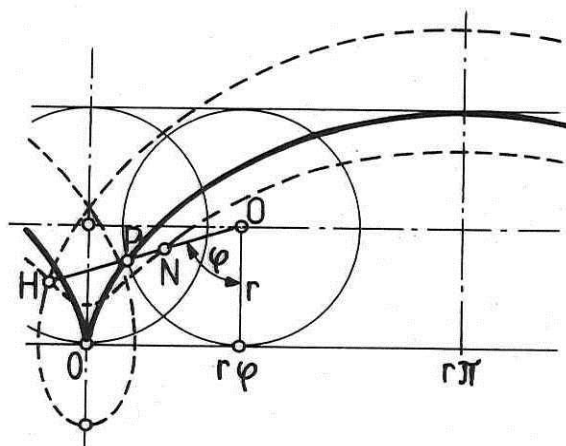
2.76. ábra: Hiperbola ellenkörös szerkesztése

Megjegyzés: Mindhárom kúpszelet görbének közös tulajdonsága, hogy ha nagytengelyük körül megforgatva a létrejövő forgástest belső felületét görbe tükörnek tekintjük, az egyik fókuszról induló fénysugarak egyenesei a tükröződés után a másik fókuszon haladnak át.

2.8. Ruletták

Egy rögzített vonalon csúszásmentesen legördülő másik vonalhoz kapcsolt sík pontjai által leírt görbék neve **ruletta**. Jelen jegyzetben a rulettákat generáló vonal kör vagy egyenes. Ezt a görbeosztályt a következő ábrák mutatják be. A görbéhez kapcsolt sík nyomvonalát az ONPH szakasz jelzi, ahol O a legördülő görbe forgáspontja. Az alap görbe változatot a P pont, a nyújtottat az N, a hurkoltat pedig a H pont pályája írja le.

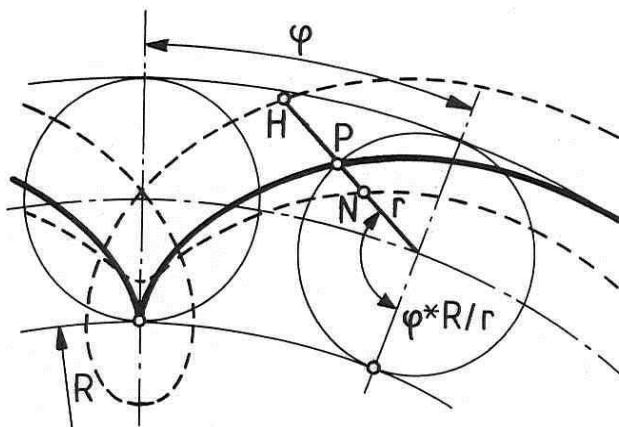
2.8.1. Cikloisok



2.77. ábra: Ciklois

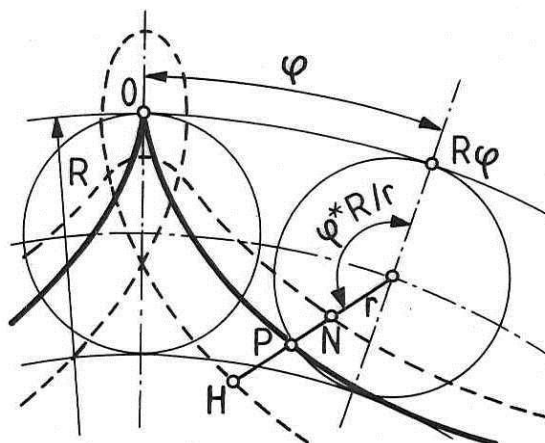
Egy rögzített alapgörbén legördülő r sugarú körhöz csatolt sík pontjai **ciklois** görbéket írnak le. A gördülőkör síkjának e kör középpontjától egyenlő távolságban lévő pontjai – forgatással – egymással fedésbe hozható görbéket futnak be, ezért elegendő egy kiválasztott sugáron (amelyik a középpontokat összekötő egyenesen fekszik kezdetben) végighaladva a középpontjától $a \geq 0$ távolsággal jellemzett pontokra koncentrálnunk. Az így előálló ciklois változatok: csúcsos ciklois: $a = r$, nyújtott ciklois: $a < r$, hurkolt ciklois: $a > r$.

Ciklois: az alapgörbéje egyenes. (2.77. ábra)



2.78. ábra: Epiciklois

Epiciklois: az alapgörbéje R sugarú kör. Az alapkör és a gördülő kör középpontja az érintkezési pont ellentétes oldalán van, azaz a gördülő kör az alapkörön kívül gördül le. (2.78. ábra)



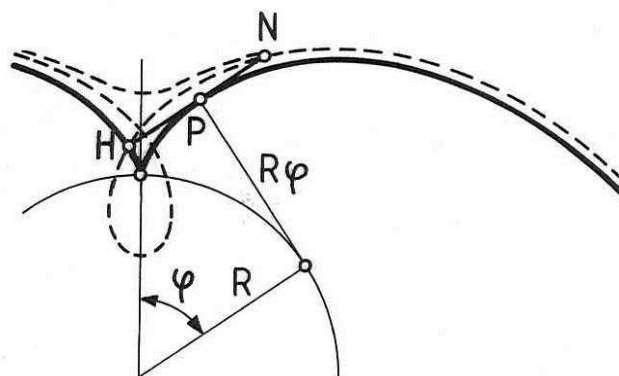
2.79. ábra: Hipociklois

Hipociklois: az alapgörbéje R sugarú kör. Az alapkör és a gördülő kör középpontja az érintkezési pont ugyanazon oldalán vannak, azaz a gördülő kör az alapkörön belül gördül le. (2.79. ábra)

2.8.2. Körevolvens

Egy rögzített R sugarú alapkörön legördülő (lefejtő) egyeneshez, azaz végtelen sugarú körhöz csatolt sík pontjai körevolvens görbéket írnak le. A csatolt sík egyenesétől egyenlő (előjeles)

távolságban lévő pontok – forgatással – egymással fedésbe hozható görbéket futnak be, ezért elegendő egy kiválasztott sugáron (amelyik az érintő kezdeti helyzetű egyenesre húzott merőleges egyenesen fekszik) végighaladva a lefejtő egyenestől a koordinátával jellemzett pontokra szorítkoznunk. Az így előálló változatok: csúcsos evolvens: $a = 0$, nyújtott evolvens: $a < 0$ (az alapkör oldali oldalán van a pont), hurkolt evolvens: $a > 0$ (az alapkörrel szemközti oldalán van a pont). (Megjegyzés: körevolvens fogprofilt alkalmaznak a hengeres fogaskerék hajtások többségében.) (2.80. ábra)

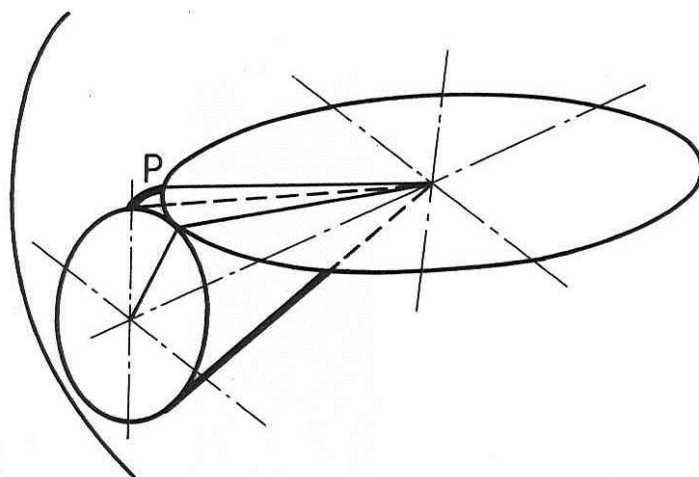


2.80. ábra: Körevolvens

2.8.3. Gömbi evolvens

A gömbi evolvens nem síkgörbe. A kúp fogaskerekek fogprofilja leggyakrabban ez a görbe, ez indokolja a geometria tananyagba emelését. A hengeres kerekeknél a körrel lefejtett egyenes (3 dimenzióban a körhengerről lefejtett sík) pontjai futnak be síkbeli körevolvens pályát. A kúp kerekeknél egy körkúpot az alkotója mentén érintő sík pontjairól beszélünk. Csúszásmentes gördülésben akkor lehet a forgó kúp és az érintősíkja, ha a sík önmagában elfordul a kúpnak a síkban található csúcspontja körül. Kiválasztva a közös alkotó tetszőleges pontját, a kúp saját tengelye körüli elfordulása esetén egy, a forgástengelyre merőleges síkban haladó kör, egyben a kúp csúcspontjában elhelyezkedő középpontú gömb gömbi köre. A sík forgástengelye a kúp csúcán áthaladó, a síkra merőleges egyenes. Az előbb kiválasztott pont a síkon egy másik kört is leír, amely az előbbi gömb egyik főköre. E két gömbi kör csúszásmentesen legördül egymáson. (2.81. ábra)

Most rögzítsük le a kúpot, mint alaptestet, és alkotói mentén gördítsünk le rajta egy síkot, akkor a legördülő sík minden pontja gömbi evolvenst fog leírni a térben, mert minden pontja ugyanakkora távolságban marad a kúp csúcától, a gömb középpontjától.



2.81. ábra: Gömbi evolvens

3. Számítógépes modellezés

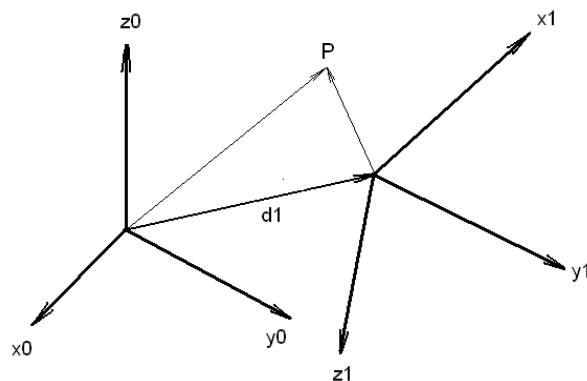
3.1. Bevezetés

A geometria művelésének eszköze a számítógép. Az ábrázolás a képernyőn történik. Erről nyomtatón, rajzgépen készíthetünk másolatot.

3.2. Koordináta transzformáció

Az S_0 koordináta-rendszerben egy P pontot az (x_0, y_0, z_0) koordináta-hármassal adjuk meg. A feladat ennek átszámítása egy másik S_1 rendszerbe, ahol a P koordinátái (x_1, y_1, z_1) .

A művelethez ismerni kell az S_1 rendszer (i_1, j_1, k_1) egységvektorainak koordinátáit az S_0 -ban, valamint az S_1 origójának S_0 -beli (d_{1x}, d_{1y}, d_{1z}) pozícióját, és át kell térnünk a pont homogén koordinátás alakjára: $(x_0, y_0, z_0, 1)$ és $(x_1, y_1, z_1, 1)$.



3.1. ábra: Koordináta transzformáció

P pont S_1 -ből S_0 -ba transzformációjának egyenlete:

$$P_0 = M_{01} \cdot P_1, \text{ ahol: } P_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad P_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad M_{01} = \begin{bmatrix} i_{1x} & j_{1x} & k_{1x} & d_{1x} \\ i_{1y} & j_{1y} & k_{1y} & d_{1y} \\ i_{1z} & j_{1z} & k_{1z} & d_{1z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ellenkező irányban: $P_1 = M_{10} \cdot P_0$, ahol: $M_{10} = M_{01}^{-1}$

A képkalkítás a számítógép képernyőjén: modellt az x, y koordinátaival ábrázoljuk, így azt a z tengelye felől látjuk. Ilyen vetületet a Monge-féle rendszerben két transzformációval nyerhetünk.

Megjegyzés: A modell térbeli mozgására is alkalmazható a transzformáció művelete.

3.3. A görbemodellezés követelményei

Az alakleírás követelményei:

A felhasználó és a számítógép együtt szabják meg a modellező görbék (általánosítva: felületek, test-primitívek) szükséges tulajdonságait:

Mindent le lehessen rajzolni a modellező görbével. (Flexibilitás)

Gyorsan számítható legyen. (differentiálhatóság és integrálhatóság is)

Kevés és invariáns (koordináta rendszertől független) adattal legyen megadható.

Ezek az adatok szemléletesen határozzák meg a görbét.

Merőleges vetületük is teljesítse a feltételeket.

A modellező görbe menjen át bizonyos pontokon.

3.4. Görbemodellezési módszerek

3.4.1. Görbe megadás:

Egy görbe megadható implicit függvény rendszerrel, explicit függvényekkel, vagy paraméteres függvénnyel.

Implicit megadási mód: pl.: Viviani görbe, amely egy R sugarú gömb és $R/2$ sugarú henger áthatása:

$$x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 - Rx = 0$$

Explicit függvény: $\vec{r}(x) = [x \quad y(x) \quad z(x)]$

Paraméteres függvény: $\vec{r}(t) = [x(t) \quad y(t) \quad z(t)]$

3.4.2. A görbék tulajdonságai

szabályos görbék: geometriai feltétel (mértani helyek), vagy függvények határozzák meg (pl. olyan kúpfelületen haladó görbe, amely az alkotókkal 45° -ot zár be.)

Adatpont sorozat és azt összekötő tört vonallánc (**string**) határozza meg. pl. az NC szerszámgépek pályái.

spline (kiejtése: szplájn): az adatpontokat tört vonallánc helyett harmadrendű polinom szakaszokkal, görbületben is folytonosan köti össze a szoftver. (A spline eredetileg a hajóépítők görbíthető vonalzója volt.) Spline esetén az adatpontokon kívül beszélnünk kell úgynevezett kontrolpontokról is, amelyek helyzete hatással van az adatpontokat összekötő görbe alakjára, helyzetére. A spline a kontrolpontokat csak megközelíti.

A görbék osztályozása illeszkedés szerint:

Interpolációs görbe: ekkor a görbe áthalad a megadott adatpontokon. Gondot okoz, hogy a megadott pontok közötti térben a görbe az alkalmazott közelítéstől függően erősen oszcillálhat!

Approximációs görbe: a görbe csak megközelíti az adatpontokat, azokon nem halad keresztül.

A görbeszakaszok csatlakozása lehet:

Nulladrendű folytonossággal: iránytöréssel.

Elsőrendű folytonossággal: érintőben folytonosan,

Másodrendű folytonossággal: érintőben és görbületben is folytonosan.

A görbe alakjának módosíthatósága az alábbi lehet:

Globálisan módosítható: bármilyen beavatkozás a görbe teljes alakját megváltoztatja,

Lokálisan módosítható: a görbe alakja egy kis részén is megváltoztatható.

3.4.3. A számítógépes tervezőrendszerek által használt görbetípusok

▪ A Lagrange polinom

A Lagrange interpolációt adatpontfelhő pontjain átmenő görbék készítésére használjuk.

Legyen adott $n + 1$ darab $\mathbf{p}_i$, $i = 0, 1, \dots, n$ pont, melyeken a hozzájuk rendelt paraméteres *Lagrange-görbe* a $[0..1]$ tartományban szigorúan monoton növekedő, tetszőleges u_i , $i = 0, 1, \dots, n$ belső paraméter értékeknél sorban áthalad.

A. Görbe kiszámítása a Lagrange-féle alappolinomok segítségével:

$$\mathbf{Q}(u) = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i \cdot L_i^n(u)$$

ahol:

$$L_i^n(u) = \frac{\prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n (u - u_j)}{\prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n (u_i - u_j)}$$

Vegyük észre, hogy az i . ponthoz tartozó n -ed rendű alappolinom az $u = u_i$ paraméternél 1 értékű, a többi megadott pontnál 0.

A görbe úgy áll össze, hogy minden egyes adatponthoz egy-egy függvényt rendelünk, amely annál és csak annál a pontnál nem nulla értékű. A pontonkénti görbék összefűzésével alakul ki a minden ponton áthaladó görbe.

B. Görbe kiszámítása a polinom együtthatók kiszámításával:

A keresett $\mathbf{Q}(u) = \sum_{j=0}^n \mathbf{a}_j u^j$ interpoláló polinom $\mathbf{a}_j$ együtthatóit az $n + 1$ helyen ismert $\mathbf{Q}(u_i) = \mathbf{p}_i$, $i = 0, 1, \dots, n$ behelyettesítéssel kapott lineáris egyenletrendszer megoldásával határozhatjuk meg:

Az egyenletrendszer mátrixos alakban $\mathbf{V}\mathbf{a} = \mathbf{p}$ alakú, ahol:

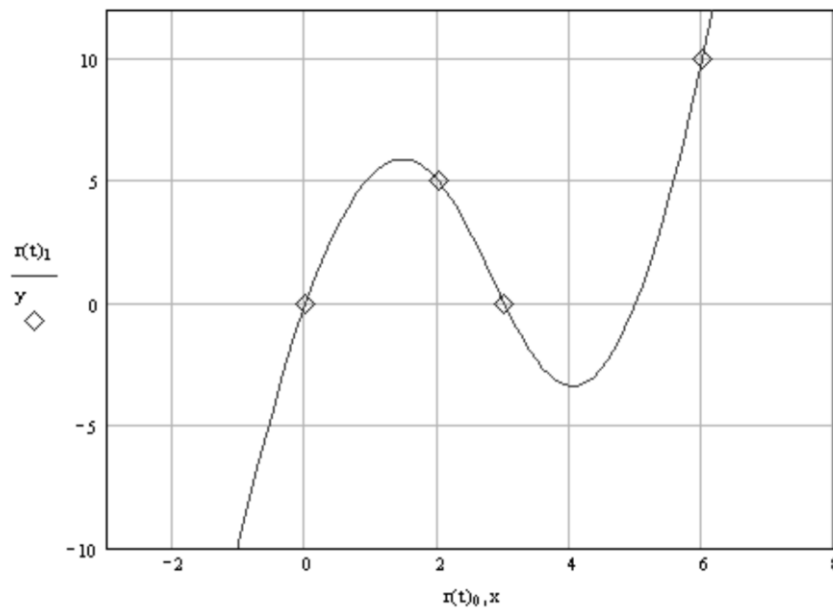
$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & u_0^1 & u_0^2 & u_0^3 \\ 1 & u_1^1 & u_1^2 & u_1^3 \\ 1 & u_2^1 & u_2^2 & u_2^3 \\ 1 & u_3^1 & u_3^2 & u_3^3 \end{bmatrix}$$

a Vandermonde mátrix ($n = 4$ esetben),

$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_0 \\ \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \end{bmatrix}$ a polinom együtthatók vektora, $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \\ \mathbf{p}_3 \end{bmatrix}$ az ismert adatpontok vektora.

Az egyenletrendszer megoldása a polinom együtthatókra: $\mathbf{a} = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{p}$.

A Lagrange interpolációval és a polinom együtthatók kiszámításával kapható interpolációs polinom megegyezik egymással.



3.2. ábra: Lagrange polinom

A Lagrange-görbe (3.2. ábra) tulajdonságai:

minden adatpontra átmegy,
három, nem egy egyenesen fekvő pont esetén parabola,
egy egyenesre eső pontok esetén egyenes,
kettőnél több pont esetén az alakja függ a koordináta rendszer megválasztásától,
alakja szinte teljesen független az adatpontok elhelyezkedésétől, az u_i paraméterekkel lehet az alakját módosítani.

■ A Hermite ív

Ez egy harmadrendű görbe, melyet kezdő és végpontja $[p_0, p_1]$, valamint kezdő és végérintő vektora $[t_0, t_1]$ alapján határozzuk meg. A kezdő és végpont az adatpontok, ezeket a görbe interpolálja. A görbe u paraméterének értéke a görbe kezdetétől a végéig 0-tól 1-ig változik. A görbe két pontot köt össze és végérintő vektora ismert, így érintőlegesen csatlakoztatható a szélső pontot a további ponttal összekötő következő interpolációs görbével.

A görbe polinomja: $\mathbf{p}(u) = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 u + \mathbf{a}_2 u^2 + \mathbf{a}_3 u^3$.

Ennek deriváltja: $\mathbf{p}'(u) = \mathbf{a}_1 + 2\mathbf{a}_2 u + 3\mathbf{a}_3 u^2$.

Az ismert adatokat behelyettesítve a harmadfokú polinomba, illetve deriváltjába, a következő egyenletrendszert kapjuk:

$$\begin{aligned}\mathbf{p}_0 &= \mathbf{a}_0 \\ \mathbf{t}_0 &= \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{p}_1 &= \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3 \\ \mathbf{t}_1 &= \mathbf{a}_1 + 2\mathbf{a}_2 + 3\mathbf{a}_3\end{aligned}$$

Ezt a polinom együtthatókra megoldva:

$$\begin{aligned}\mathbf{a}_0 &= \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{a}_1 &= \mathbf{t}_0 \\ \mathbf{a}_2 &= -3\mathbf{p}_0 + 3\mathbf{p}_1 - 2\mathbf{t}_0 - \mathbf{t}_1 \\ \mathbf{a}_3 &= 2\mathbf{p}_0 - 2\mathbf{p}_1 + \mathbf{t}_0 + \mathbf{t}_1\end{aligned}$$

A polinomba visszahelyettesítve az együtthatóit és p_0, p_1, t_0, t_1 konstansokat kiemelve:

$$\mathbf{p}(u) = \mathbf{p}_0(2u^3 - 3u^2 + 1) + \mathbf{p}_1(-2u^3 + 3u^2) + \mathbf{t}_0(u^3 - 2u^2 + u) + \mathbf{t}_1(u^3 - u^2)$$

$$\mathbf{p}(u) = \sum_{i=0}^3 H_i^3(u) r_i$$

Mátrixos alakban: $\mathbf{p}(u) = \mathbf{H}^{3*}(u) \mathbf{r}$, $u \in [0, 1]$

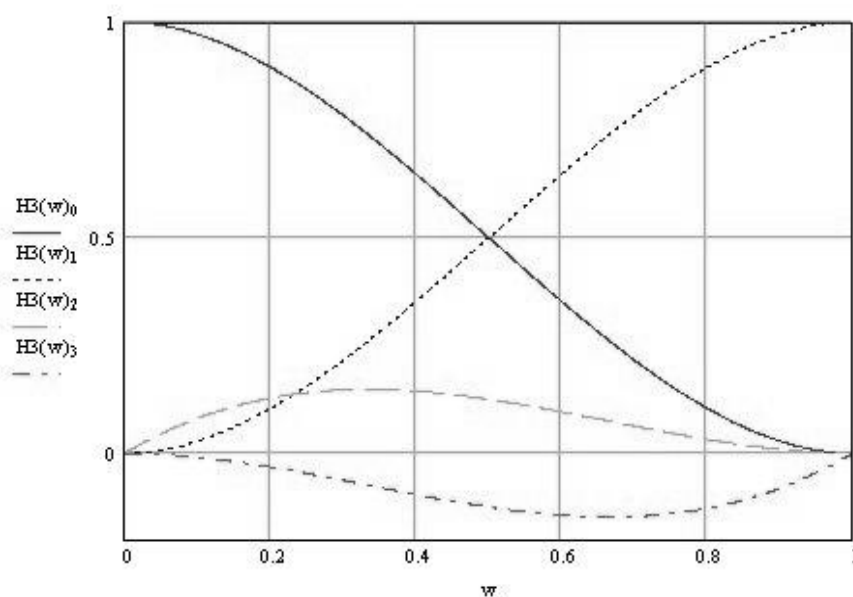
ahol a harmadfokú Hermite-polinomok sorvektora

$$\begin{aligned}H^{3*}(u) &= [H_0^3(u) \quad H_1^3(u) \quad H_2^3(u) \quad H_3^3(u)] = \\ &= [u^3 \quad u^2 \quad u^1 \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

az ismert adatpontok és érintők vektorai

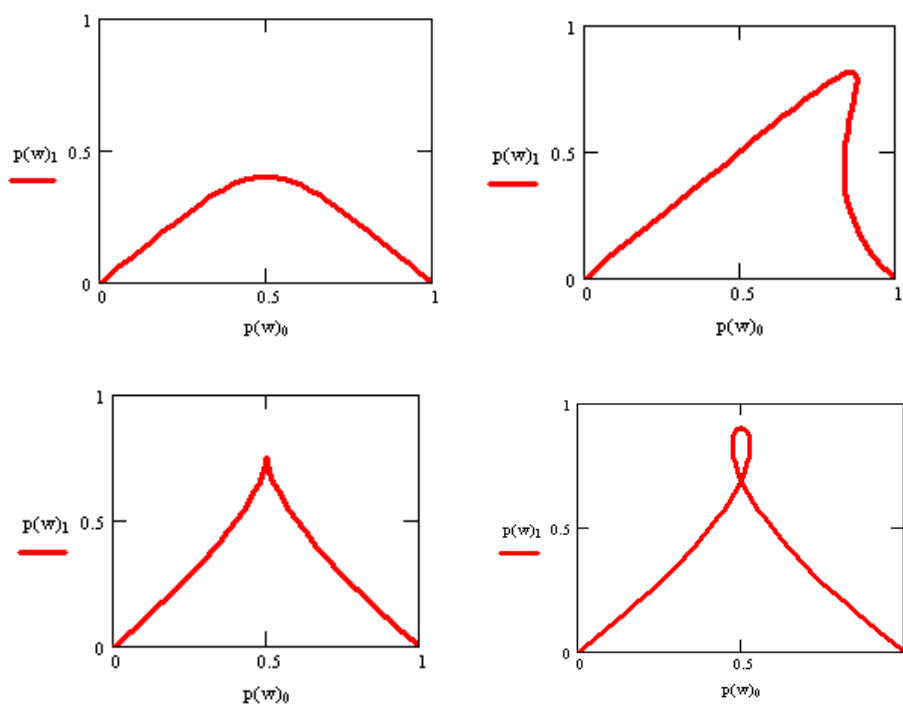
$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_0 \\ \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{r}_2 \\ \mathbf{r}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{t}_0 \\ \mathbf{t}_1 \end{bmatrix}$$

A következő diagram (3.3. ábra) a harmadrendű Hermite-polinomokat ábrázolja.



3.3. ábra: Hermite polinomok

A 3.4. ábra néhány példát mutat a végérintők nagyságának változtatásával kapott görbealakokra.



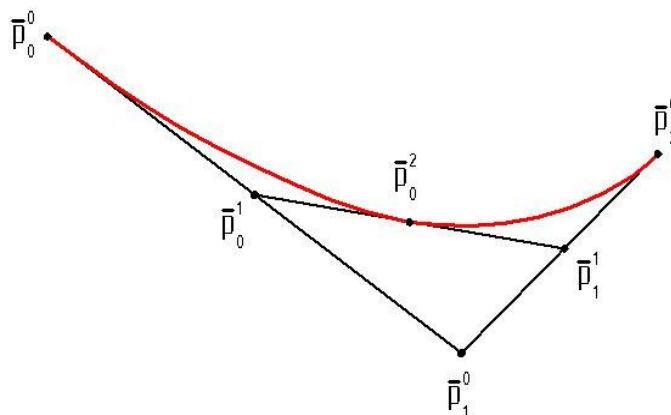
3.4. ábra: A Hermite polinom alakja különböző hosszúságú végérintők esetén

A Hermite ív tulajdonságai:

gyorsan, könnyen számítható,
kevés és invariáns (koordináta rendszertől független) adattal adható meg,

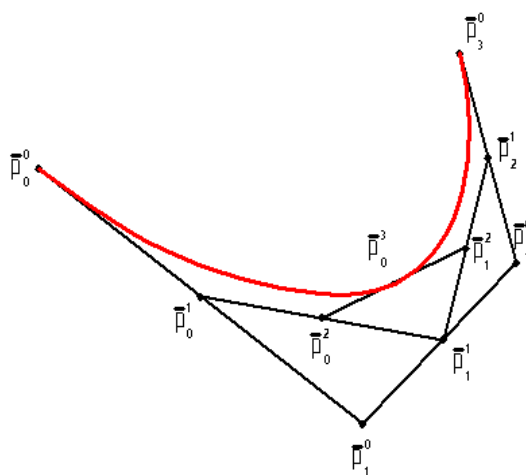
alakját módosítani a végérintők hosszával lehet, ez szemléletesen nem követhető módon határozza meg a görbét.

▪ **A de Casteljau szerkesztés**



3.5. ábra: A de Casteljau szerkesztés

Az eljárás során a $\mathbf{p}_0^0$, $\mathbf{p}_1^0$ és $\mathbf{p}_2^0$ kiindulási pontokat vonallánccal összekötjük. A kapott két szakaszt megfelezzük, majd a $\mathbf{p}_0^1$ és $\mathbf{p}_1^1$ felezőpontokat új szakasszal összekötjük. Az új szakasz felezőpontja lesz a görbe érintőpontja, a szakasz pedig az érintő az új pontban. Az előbbi szerkesztési lépések megismétlésével tetszőlegesen sűrű pontsorozat kapható. Az eljárás általánosítható magasabb fokú parabolákra is.



3.6. ábra: De Casteljau szerkesztés magasabb fokszámú parabolára

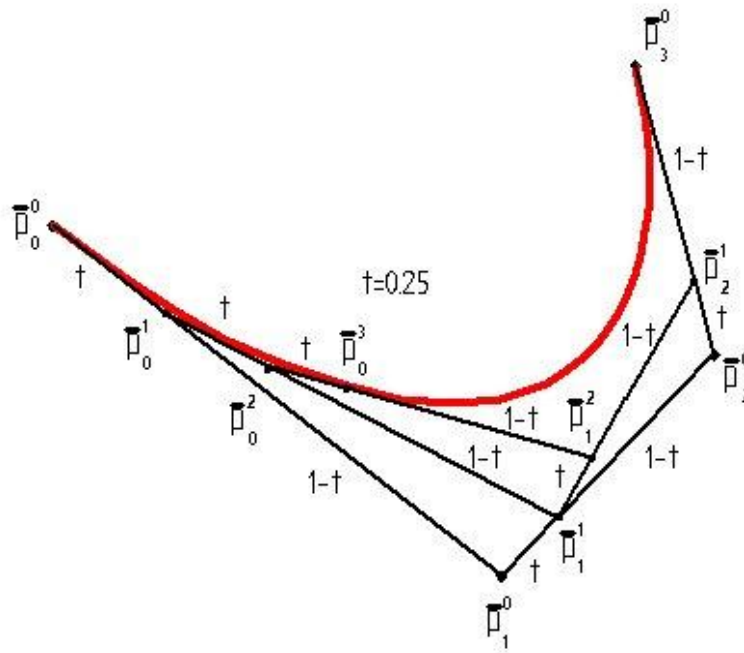
▪ **Bézier-görbék**

De Casteljau grafikus algoritmusát Pierre Bézier ültette át képletekbe. A folyamat matematikai leírása:

Adottak a $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ pontok. Minden $t \in [0, 1]$ számra legyen $\mathbf{p}_0^0(t) = \mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1^0(t) = \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n^0(t) = \mathbf{p}_n$, továbbá minden $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, $i \in \{1, 2, \dots, n-j\}$ és $t \in [0, 1]$ esetén legyen

$$\mathbf{p}_i^j(t) = (1-t) \cdot \mathbf{p}_i^{j-1}(t) + t \cdot \mathbf{p}_{i+1}^{j-1}(t)$$

A $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ kontroll-pontokhoz tartozó *Bézier-görbe*, melyet $\mathbf{Q}(t)$ -vel jelölünk az a görbe, melyet a $\mathbf{p}_0^n(t)$ pont leír, ahogy a t végigfut a $t \in [0, 1]$ intervallumon. Ebben a leírásban a t paraméter két $\mathbf{p}_i$ pont közötti szakasz felosztási arányát jelzi. A de Casteljau szerkesztés esetén $t = 1/2$ állandó érték volt. A kontrollpontok által meghatározott sokszöget *kontrollpoligonnak*, az n számot a görbe *rangjának* nevezzük.



3.7. ábra: Bézier-görbe származtatása

Az eljárás során a kontrollpoligon(ok) oldalainak $t/(1-t)$ arányú felosztásával eggyel csökkenő oldalszámú újabb kontrollpoligonokat kapunk. A felső indexek jelölik a poligon sorszámát, az alsók a pont sorszámát a poligonban. Végül az n -edik lépésben már csak egyetlen pontot kapunk, ami a *Bézier-görbe* t paraméterhez tartozó pontja. Mint látható, a Bézier-görbe lényegében a de Casteljau szerkesztés további általánosításával áll elő.

A szakaszosztások:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_0^1 &= t\mathbf{p}_1^0 + (1-t)\mathbf{p}_0^0 & \mathbf{p}_0^2 &= t\mathbf{p}_1^1 + (1-t)\mathbf{p}_0^1 & \mathbf{p}_0^3 &= t\mathbf{p}_1^2 + (1-t)\mathbf{p}_0^2 \\ \mathbf{p}_1^1 &= t\mathbf{p}_2^0 + (1-t)\mathbf{p}_1^0 & \mathbf{p}_1^2 &= t\mathbf{p}_2^1 + (1-t)\mathbf{p}_1^1 \\ \mathbf{p}_2^1 &= t\mathbf{p}_3^0 + (1-t)\mathbf{p}_2^0 \end{aligned}$$

Elvégezve a behelyettesítéseket (elhagyva a kontrollpontoknál a felső indexet), a következő képletet kapjuk a Bézier-görbére:

$$\mathbf{Q}(t) = (1-t)^3 \mathbf{p}_0 + 3t(1-t)^2 \mathbf{p}_1 + 3t^2(1-t) \mathbf{p}_2 + t^3 \mathbf{p}_3 = \sum_{i=0}^3 B_i(t) \mathbf{p}_i$$

ahol minden egyes kontrollpont szorzója egy harmadrendű ($n = 3$) Bernstein-polinom:

$$B_i^n(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}$$

■ A Bernstein-polinom

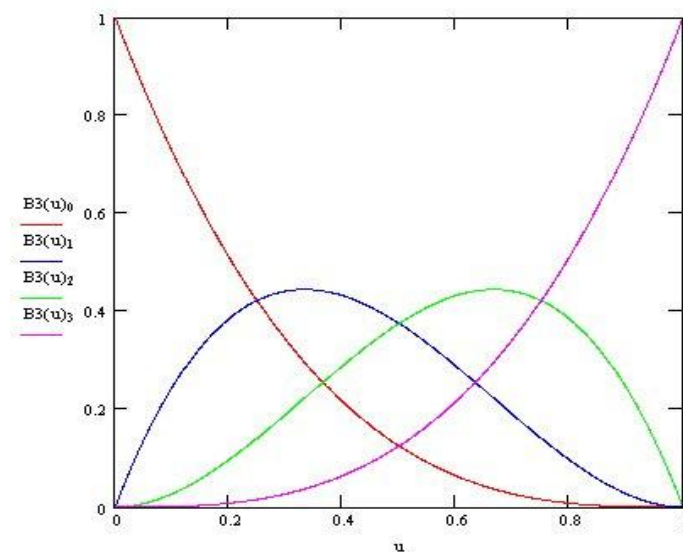
A Bernstein-polinom alakja az alábbi:

$$B_i^n(t) = (1-t)B_i^{n-1}(t) + tB_{i-1}^{n-1}(t), \quad \begin{matrix} B_0^0(t) \equiv 1 \\ B_i^n(t) \equiv 0 \end{matrix}, \quad \text{ha } i \neq n$$

$$\sum_{i=0}^n B_i^n(t) \equiv 1, \quad t \in R$$

$$B_i^n(t) \geq 0, \quad t \in [0,1]$$

Maximumhely: $t = \frac{i}{n}$ -nél.



3.8. ábra: Bernstein polinom

■ A Bézier-görbe mátrixos alakja

A megadott $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ pontokon $u_0, u_1, \dots, u_n$, paraméternél áthaladó Bézier-görbe $\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n$ tartópontja meghatározható a $\mathbf{p} = \overline{\mathbf{V}} \mathbf{b}$ lineáris egyenletrendszer megoldásával:

$$\mathbf{b} = \overline{\mathbf{V}}^{-1} \mathbf{p}$$

$$\text{ahol: } \mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{p}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{p}_n \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_0 \\ \mathbf{b}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_n \end{bmatrix} \text{ és } \overline{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} B_0^n(u_0) & B_1^n(u_0) & \cdots & B_n^n(u_0) \\ B_0^n(u_1) & & & B_n^n(u_1) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ B_0^n(u_n) & \cdots & \cdots & B_n^n(u_n) \end{bmatrix}$$

egy, a megadott u_i paramétereknél kiszámított, Bernstein polinom értékeket tartalmazó, általánosított Vandermonde-mátrix.

▪ Racionális Bézier (vagy B-spline) görbék

Ha a Bézier-görbe két (vagy több) szomszédos tartópontja egybeesik, ekkor látszólag „jobban vonzza” a *többszörös tartópont* a görbét. A tartópont(ok)hoz 1-től eltérő súlyt is rendelhetünk. Az ilyen általánosabb görbeosztályt *racionális Bézier (vagy B-spline) görbének* nevezik.

$$\mathbf{r}(t) = \frac{\sum_{i=0}^n w_i \mathbf{b}_i B_i^n(t)}{\sum_{j=0}^n w_j B_j^n(t)}, \quad t \in [0,1],$$

ahol w_i : súlytényező. (Bézier-görbe esetén $w_1 = w_2 = \dots = w_n$)

A racionális B-spline tulajdonságai:

A kontrollpontjainak konvex burkán belül halad.

Szimmetrikus: fordított pontsorrendet (és súlytényezőket) megadva ugyanazt a görbét kapjuk.

A végpontokon interpolál.

Az affin paraméter-transzformációval szemben invariáns. Ez azt jelenti, hogy a kontroll-poligon segítségével megkapható görbepontok bármilyen irányú merőleges vetülete azonos a kontroll-poligon ilyen vetülete alapján meghatározható vetületi görbeponttal. Bizonyítás: az egyenes szakaszt az osztópontja minden vetületében egyenlő arányban osztja, a szerkesztés pedig csak arányos osztást tartalmaz.

▪ NURBS görbék

A NURBS a Non Uniform Rational B-Spline rövidítése: nem-egyenközű racionális Bézier-görbe. Ez egy általánosabb, *racionális B-spline*-okból összefűzött görbeosztály.

Ez kínálja a legtöbb alakmódosítási lehetőséget a felhasználónak. A CAD-szoftverek *kernele* (grafikai operációs rendszere) ilyen görbékkel modellez mindent.

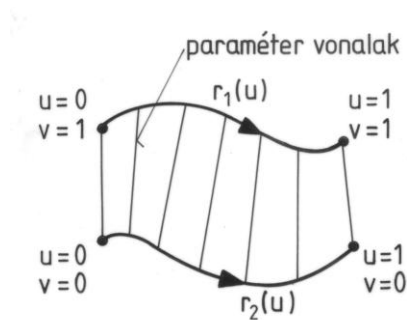
A legfontosabb új tulajdonsága a *B-spline*-hoz képest a lokális módosíthatóság.

3.5. Felületmodellezési módszerek

3.5.1. Interpoláló felületek

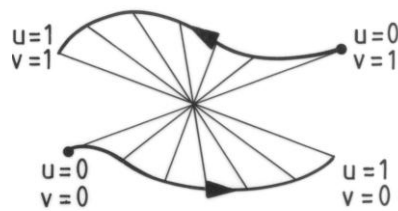
A **vonalfelület** két görbét lineárisan interpolál. A felületet meghatározó két görbe megfelelő paraméterű pontjait egyenesek kötik össze, így a felület bármely pontjára illeszthető egy olyan egyenes, amelyik a felület alkotója (3.9. ábra).

A felület paraméteres egyenlete: $S(u, v) = (1 - u)r_1(u) + vr_2(u)$, ahol $0 \leq v \leq 1$ és $0 \leq u \leq 1$.

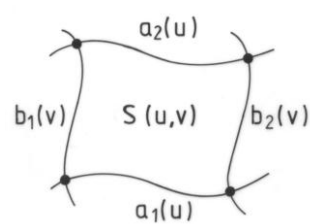


3.9. ábra: Jól definiált interpoláló felület

A lineárisan interpoláló vonalfelületek definiálásakor előforduló tipikus hiba, ha nem azonos paraméterű pontokat kötünk össze (azaz a kurzorral nem azonos irányítottságú görbefeleteket jelölünk ki) (3.10. ábra).



3.10. ábra: Rosszul definiált interpoláló felület



3.11. ábra: Coons-féle folt (felület)

A **Coons-féle folt** görbehálóra (két egymást metsző görbepárra) illeszkedő, interpoláló felületfolt (3.11. ábra). A Coons-féle folt matematikai származtatása az alábbi.

Adott az $a_1(u)$; $a_2(u)$; $b_1(v)$; $b_2(v)$ egymást metsző térbeli görbepár. Keressük azt az $S(u, v)$ felületet, amelyre teljesül, hogy:

$$\begin{aligned} S(u, 0) &= a_1(u); & S(u, 1) &= a_2(u) \\ S(0, v) &= b_1(v); & S(1, v) &= b_2(v) \end{aligned}$$

A megoldáshoz vonalfelületeket használunk:

$$S_a(u, v) = (1 - v)a_1(u) + va_2(u)$$

$$S_b(u, v) = (1 - u)b_1(v) + ub_2(v)$$

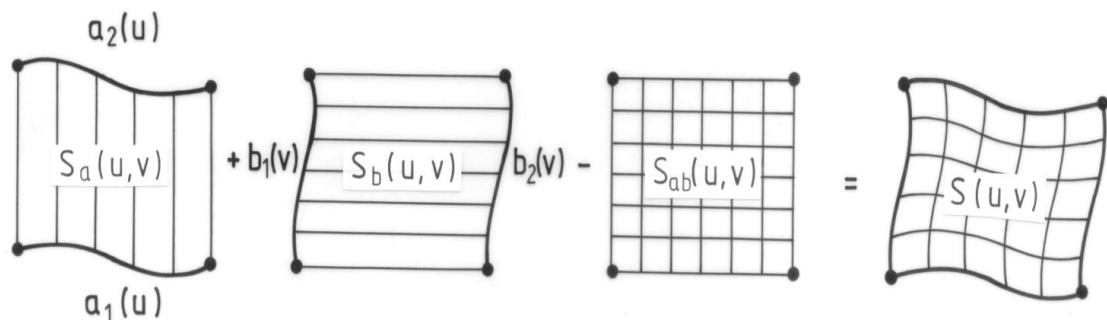
Ezek a felületek a szemben fekvő görbékét interpolálják, de nem haladnak át a másik két határoló görbén. Hogy ez a feltétel is teljesüljön, keressük a négy metszéspont bilineáris interpolációját, azaz az alábbi felületet:

$$S_{ab}(u, v) = \begin{bmatrix} 1 - u & u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S(0, 0) & S(0, 1) \\ S(1, 0) & S(1, 1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 - v \\ v \end{bmatrix}$$

Bizonyítható, hogy amennyiben a csúcspontok nem esnek egy síkba, az $S(u, v)$ felület (Coons-féle folt, ill. Gregory felület) egy nyeregfelület (hiperbolikus paraboloid):

$$S(u, v) = S_a(u, v) + S_b(u, v) - S_{ab}(u, v)$$

A 3.12. ábra képesen mutatja, ahogy a két lineárisan interpolált vonalfelület összegéből a csúcspontokat interpoláló bilineáris felületet levonva kialakul a Coons-féle folt.



3.12. ábra: Coons-féle folt származtatása

Részletezve:

$$S(u, v) = \begin{bmatrix} 1 - u & u \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S(0, v) \\ S(1, v) \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} S(u, 0) & S(u, 1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 - v \\ v \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 - u & u \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S(0, 0) & S(0, 1) \\ S(1, 0) & S(1, 1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 - v \\ v \end{bmatrix}$$

$$f_1(u) = 1 - u$$

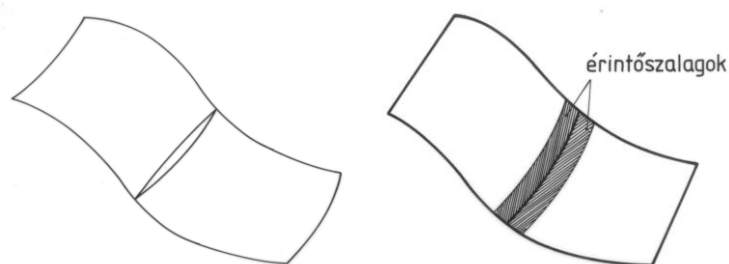
$$f_2(u) = u$$

ahol: $g_1(v) = 1 - v$ súlyfüggvények.

$$g_2(v) = v$$

A bilineárisan interpolált Coons-féle foltok kapcsolódásánál a határmenti keresztirányú deriváltak nem mindig folytonosak, ennek következtében az egymással kapcsolódó felületelemek a csatlakozó görbék mentén felszakadhatnak. A probléma kiküszöbölésére alkalmazzák a bikubikus súlyozást (3.13. ábra), azaz peremfeltételként megadják a határgörbék mentén a keresztirányú deriváltakat (az érintőszalagokat) is. Ebben az esetben a súlyfüggvények harmadfokú Hermite-polinomok lesznek.

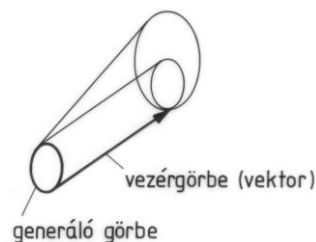
Az általánosított Coons-foltot, amellyel bonyolult felület is leírható anélkül, hogy elemi foltok hálóját kellene létrehozni, **Gordon-felületnek** nevezik. A Gordon-felület a vonalfelületek általánosítására a Lagrange-interpolációt használja.



3.13. ábra: Coons foltok csatlakoztatása bikubikus súlyozással

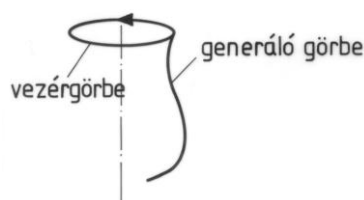
3.5.2. Mozgó görbe által súrolt interpoláló felületek

transzlációs felületek: vezérgörbe mentén elcsúsztatott generáló görbe által súrolt felületek (3.14. ábra)



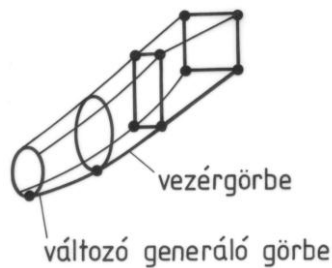
3.14. ábra: Transzlációs felület

forgásfelületek (3.15. ábra)



3.15. ábra: Forgásfelület

változó generáló görbe által súrolt felületek (3.16. ábra)



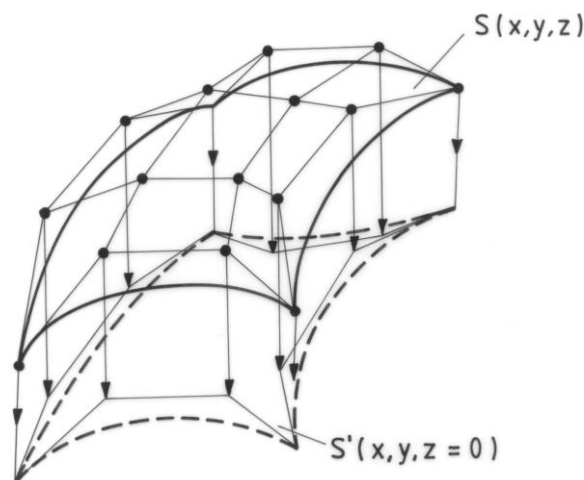
3.16. ábra: Változó generáló görbe által sírolt felület

3.5.3. Approximáló felületek

Approximáló felületek létrehozására is többféle módszer létezik. A görbéknel megismert de Casteljau szerkesztésre épülő Bézier-algoritmus felületek tervezésére általánosítható.

Elemi Bézier-felület esetén a határgörbék kontrolpontjai kontrolhálót alkotnak. A szemközti görbék kontrolpontjai számának meg kell egyeznie. A keletkezett felület megegyezik a határgörbék által meghatározott, bilineárisan interpolált Coons-folttal.

A Bézier-felület affin invariáns (egymással rokon leképezés, azaz síkra vetítve a határoló síkgörbék megszerkeszthetők a síkra vetített kontrolpontok alapján), a kontrolpontok konvex burkán belül marad és a határoló görbái polinomiálisak.



3.17. ábra: Elemi Bézier-felület

A **NURBS-felület** olyan Bézier-felület, amelynek határoló görbái B-szplájnok (lokálisan is változtathatók).

Az **összetett szplájnfelület** Bézier-felületekből összeállított differenciálható felület.

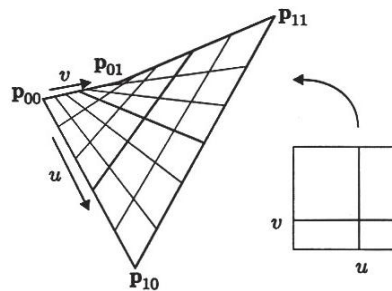
3.5.4. Approximáló felületek alapelemei

▪ Bézier négyszögfelület

A Bézier négyszögfelületet az öt meghatározó $m \times n$ tartópontú háló segítségével képezzük, ahol a négyszögfelület oldalait alkotó poligonokra szerkeszthető Bézier vonalakra illeszkedik a felület. A

hálópontokból adódó kis négyszögek által kimetszett felületek hiperbolikus paraboloidok. A négyszögfelületek belső pontjait kétszeres lineáris interpolációval lehet meghatározni.

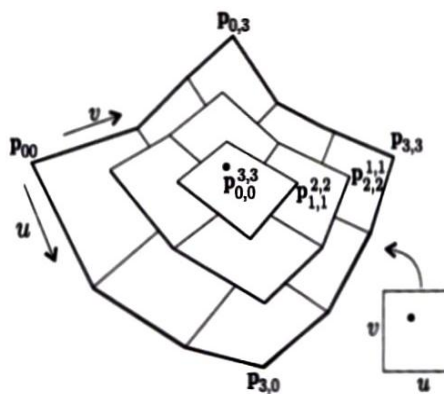
Ez azt jelenti, hogy a Bézier algoritmusban az eddigi egyetlen t paraméter helyett kettő, u és v paraméterrel dolgozunk egyszerre, az egydimenziós pontfelhő helyett most kétdimenziós pontmátrixon.



3.18. ábra: Hiperbolikus paraboloid

$$x(u, v) = \sum_{i=0}^1 p_{i,j} * B_i^1(u) * B_j^1(v) = [1 - u, u] * \begin{bmatrix} p_{0,0} & p_{0,1} \\ p_{1,0} & p_{1,1} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 - v \\ v \end{bmatrix}$$

A fenti algoritmust használjuk egy 3x3-as pontmátrixon az alábbi ábrán (3.19. ábra). Itt az elsőfokú algoritmus egydimenziós szakaszait kétdimenziós felületek helyettesítik. Ahogy a síkbeli szerkesztéskor újabb és újabb, egyre csökkenő számú szakaszt kaptunk, míg végül meglesz az elemi görbepont, úgy itt most újabb és újabb, egyre kevesebb elemi részből álló felületen keresztül jutunk el az elemi felületpontig. A legfelső kis négyszög u, v paraméterű belső pontja a keresett felületet érinti, miközben u és v befutja a teljes $[0,1]$ tartományát.



3.19. ábra: Bézier négyszögfelület egy pontját meghatározó algoritmus illusztrálása

$$p^{m,n}(u, v) = \sum_{i=0}^m p_{i,j} * B_i^m(u) * B_j^n(v)$$

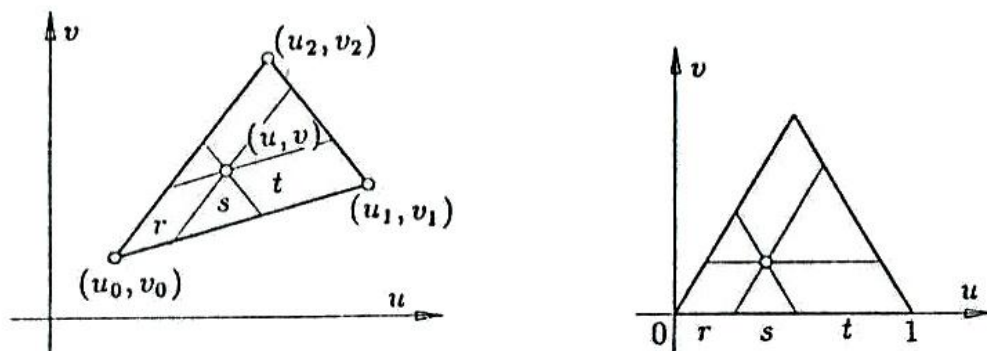
A Bézier felületek tulajdonságai öröklök a Bézier görbék tulajdonságait:

A Bézier felület affín invariáns, a kontrollpontok konvex burkán belül marad, és a határoló görbéi polinomiálisak.

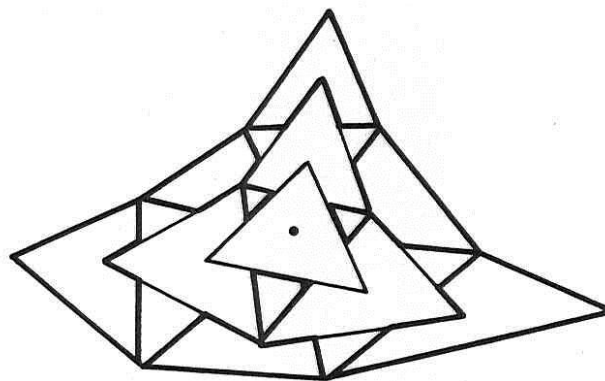
■ Bézier háromszögfelület

1959-ben de Casteljau is megpróbálta módszerét felületek létrehozásához általánosítani. Ő elemi négyszögek helyett elemi háromszög felületeket használt tetszőleges felület leírására.

A háromszög felületet az öt meghatározó $(n+1)(n+2)/2$ tartópontú háló segítségével képezzük, ahol a háromszögfelület oldalait alkotó poligonokra szerkeszthető Bézier vonalakra illeszkedik a felület. A háló pontjai által határolt kis háromszögek egy térbeli négyszöggel ellentétben mindig biztosan síklapok. A háromszögfelületek belső pontjait kétszeres lineáris interpolációval lehet meghatározni.



3.20. ábra: Bézier háromszögfelület



3.21. ábra: Bézier háromszögfelület egy pontját meghatározó algoritmus illusztrálása

A paraméterezés alapelve az alábbi. Egy háromszög felület tetszőleges pontja egy (r,s,t) , $r+s+t=1$ számhármassal reprezentálható. A számhármassal két tagjának ismeretében a harmadik kiszámítható. A számítási paraméterek legyenek u és v . A felület pontjának kiszámítása egy pontmátrix alapján, Bézier algoritmussal történik, amely mátrix azonban nem négyszög, hanem háromszög alakú. Az u,v paramétersíkot a 3.20. ábra jobboldali képén látható szabályos háromszöggel szoktuk értelmezési tartományként alkalmazni.

$$p(u, v) = p(r, s, t) = t * (u_0, v_0) + r * (u_1, v_1) + s * (u_2, v_2)$$

Mind a négyszögön, mind a háromszögön alapuló felületképző algoritmus a görbénél kialakult módon alkalmas deriválásra, B-spline felületek és NURBS felületek képzésére.

A Coons folthoz hasonlóan az egymás melletti felületek első és másodrendben is folytonosan csatlakoztathatók.

3.6. A geometriai modell felépítése és fajtái

Egy tervezőprogram automatikusan határozza meg a rajzelemek matematikai leírását, adatállományát, az információk kinyerését (deriváltak, végpontok, metszéspontok stb.), melyek a modell tovább építéséhez szükségesek. A geometriai modellezés szintjei az alábbiak.

3.6.1. Drótváz modell

A drótváz modell általában poliéder (sokszög) modell, amely az alkatrész pontjaiból és az azokat összekötő, az alkatrész élein futó vonalakból áll. A tervezés kezdeti fázisában lehet szerepe rúdszerkezetek (vázszerkezet, kinematikai modell), vonalas tervek (csövek, kábelek) ábrázolásában. A takart élek megszaggatása kézi művelet. Távolságok, egyenesek szöge megmérhető. Felszín, térfogat adatok kinyerése nem megoldható, NC programozásra, ütközés vizsgálatra (elfér-e valami a szerkezetben) nem alkalmas.

3.6.2. Felületmodell

Az alkatrész drótváz modelljére illeszkedő lapok matematikai leírása. A tervező rendszer a felületgeneráló eljárás kiválasztásával és a szükséges paraméterül szolgáló pontok, görbék, számértékek (távolság, szög) megadásával dolgozik. Lehetőség van az alkatrész teljes beburkolására, de ez nagyon munkaigényes, és nehézséget okoz az élek mentén a felület foltok pontos, érintőben és/vagy görbületben is folytonos csatlakoztatása. NC célú modellezés esetén elegendő lehet csak a megmunkálendő részre szorítkozni. Membránok, héjak, lemezszerkezetek esetén elegendő lehet a felületmodell. A felületmodell megjelenítésekor egyszerű takart vonalas, vagy árnyékolt ábrázolás választható. NC programozásra és felületi hálózásra alkalmas.

3.6.3. Testmodell

Az alkatrészmodell topológiai információit (pontok, élek, felületek kapcsolatait) tartalmazza az adatstruktúrában. Test primitívekből (hasáb, gömb, kúp) és/vagy határoló felületeivel definiált testekből logikai műveletekkel képezhetünk testeket. Lehetséges él letöréseket, él lekerekítéseket definiálni. NC programozásra és térbeli hálózásra, térfogat, tömeg és másodrendű nyomatékok kiszámítására alkalmas. Testmodellek összeépítésével szerkezetek hozhatók létre, ezek egymásban elmozdíthatók. Robbantott ábrák és összeállítási rajzok (metszetek) is készíthetők automatikusan.

Újabb generációs rendszerekben lehetőség van alkatrészcsaládok parametrikus tervezésére, sőt szabályvezérelt mesterséges intelligencia alkalmazására is. Új modellező módszer az alaksajátosság alapú tervezés. Ennek céltól függő, további változata a jelenségsajátosság, a folyamatsajátosság, és a működéssajátosság alapú tervezés, az intelligens CAD, valamint a tudás formalizálása. Itt csupán jelzés szinten fért a tananyagba e néhány kulcsszó, melyekről a szakirodalomból tájékozódhat a téma után érdeklődő olvasó.

4. Gépszerkezetek rajzai

4.1. Géprajzok fajtái

Ebben a fejezetben a fő feladatunk azoknak a géprajzi szabályoknak az ismertetése, amelyek – túlmenően az eddigi fejezetekben megismert általános ábrázolási ismereteken – a gyártás alapját képező **műhelyrajzok** elkészítéséhez, ill. megértéséhez szükségesek. A műhelyrajz a gyártmányt minden tekintetben egyértelműen meghatározó rajz, amely az alkatrészt elkészítése utáni, szerelésre kész állapotban ábrázolja.

A műhelyrajz lehet **egyetlen** alkatrész rajza, ezt nevezik **alkatrészsrajznak**. Az alkatrészsrajz a rajzdokumentáció elemi része, a gyártás tulajdonképpeni alapja. Jellemzője, hogy egyértelműen, szabatosan meghatározza

a kész alkatrész alakját,
térbeli kiterjedését (a méretek és az alak megengedett eltéréseivel együtt),
alapanyagára és mechanikai tulajdonságaira vonatkozó előírásokat,
felületének esetleges kikészítésére vagy bevonására vonatkozó előírásokat.

Az alkatrész **ábrája**, **mérethálózata** és **szöveges előírásai** együtt határozzák meg az alkatrészt. Ebből a hármas egységből a géprajz tananyagába szigorúan véve, teljes egészében, tartalmilag csak a rajz ábra része tartozik. A mérethálózat, valamint a szöveges előírások a géprajz ismeretanyagán túlmenően gyártástechnológiai, részben mechanikai, ill. anyagtechnológiai ismereteket is szükségessé tehetnek.

A műhelyrajz ábrázolhat több alkatrészből álló egységet is. Ezt a rajzfajtát **összeállítási rajznak** nevezzük, feladata az alkatrészek hovatartozásának, csatlakozásának és működésbeli szerepének a szemléltetése.

A rajzokhoz tartozhatnak különböző jegyzékek, utasítások is. Ezek együtt alkotják a rajzdokumentációt. Később még röviden visszatérünk a rajzdokumentáció egyes kérdéseire, miután azok megértéséhez a következő fejezetek ismerete szükséges.

4.2. Géprajzok megjelenési formái

A géprajzi ábrázolásban a rajz a közölni kívánt információt különböző formákban tartalmazhatja.

Valóság-hű ábrát kapunk akkor, ha a gépalkatrészt (a továbbiakban alkatrész elnevezésen a több elemből álló szerkezetet is értjük) az eddigi fejezetekben megismert vetítési szabályok szerint, a papír síkjára vetítjük.

Egyszerűsített ábrázolásakor, az egyes (rajztechnikailag bonyolult kialakítási) részletek pontos rajza helyett ezeket a részleteket jelképesen rajzoljuk meg. (Pl. csavarmenet, fogaskerék fogai, stb.) Az alkatrész megrajzolásához itt már nem elegendő az ábrázoló geometriai alapok ismerete, hanem a jelképek ismeretére is szükség van. Az alkatrész rajza tehát nem minden részletében valóság-hű, de egészében még a vetületek rajzolására vonatkozó szabályok szerint készül.

Jelképes ábrázoláson azt a rajzolási módot értjük, amikor egyes alkatrészcsoportokat vagy elemeket jelképpel helyettesítjük. A mi szóhasználatunkban a jelkép főleg az egyes részletekre vonatkozó egyszerűsítést fogja jelenteni.

4.3. A valóság hű ábrázolás

4.3.1. A géprajzi vetületek fajtái

A vetület fogalmát az eddigi fejezetekben megismertük. A géprajzban a vetületekkel kapcsolatos alábbi elnevezéseket használjuk:

Nézet: a tárgy kontúrvonalait, közbenső éleit és egyéb részleteket ábrázoló vetület.

Metszet: a tárgy képzeletbeli metszősíkkal való metszése, majd a metszősík és a szemünk közötti részek eltávolítása után készített vetület, amely a metszősíkba eső és a metszősík mögött lévő részeket ábrázolja.

Szelvény: a metszetnek a metszősíkban levő része.

A felsorolt vetületekfajták további csoportokra bonthatók, ezeket a későbbiekben soroljuk fel és tárgyaljuk részletesen.

4.3.2. A vetületek elhelyezésének rendje

A felsorolt vetületek egymáshoz viszonyított elhelyezésének a szabályait - a rajzok egyértelmű megértésének biztosítása miatt - a vetületek rajzolásakor figyelembe kell venni.

Az előírások elsősorban a tárgy (alkatrész) és a képsíkok egymáshoz viszonyított helyzetére vonatkoznak.

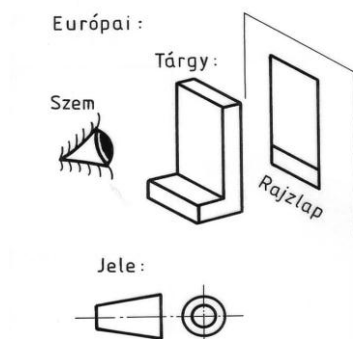
Első szempont: a tárgyat a képsíkrendszerben úgy kell elhelyezni, hogy a vetületeket lehetőleg valódi nagyságban lehessen látni, torzult méretet a rajzon nem lehet megadni. Ezért az elhelyezés minden esetben az ábrázoló geometriában megismert, képsíkkal párhuzamos helyzetnek megfelelő.

Második szempont: a képsíkokat mindig csak odaképzeld, de a géprajzban sohasem ábrázoljuk, képsíktengelyt nem rajzolunk.

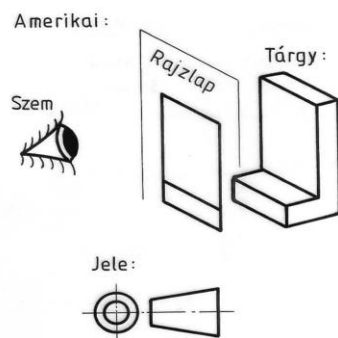
A tárgy és a képsík egymáshoz viszonyított helyzete kétféle lehet (MSZ EN ISO 5456:2000):

az **európai vetítési mód** használatakor a képsík a szemlélő szempontjából a tárgy mögött helyezkedik el („E” módszer),

az **amerikai vetítési mód** alkalmazásakor pedig a képsík a szemlélő és a tárgy között helyezkedik el („A” módszer).

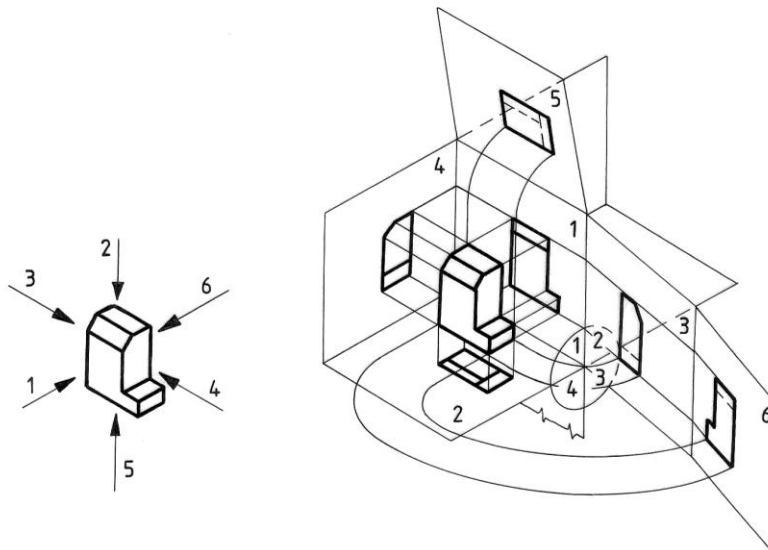


4.1. ábra: Európai vetítési rendszer



4.2. ábra: Amerikai vetítési rendszer

A kétféle módszer sémáját és a géprajzok feliratmezejében megadott jelölési módját a 4.1. ábra és a 4.2. ábra mutatja.



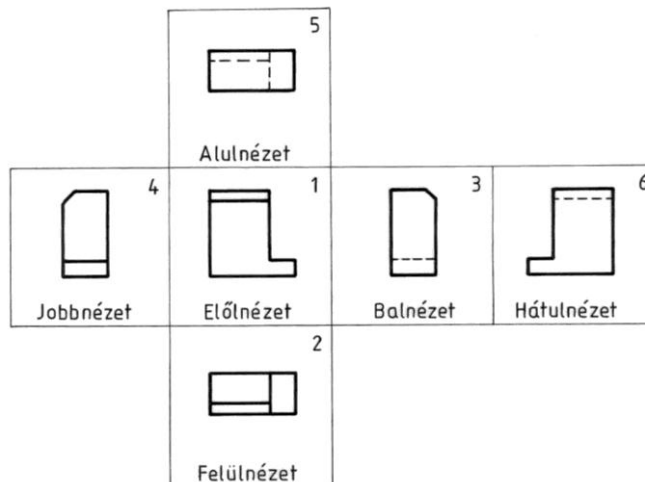
4.3. ábra: Az európai vetítési rendszer szemléltetése

Az európai vetítési mód magyarázatául szolgál a 4.3. ábra, ahol a tárgyat egy kocka belsejébe képzelve, a bejelölt vetítési irányoknak megfelelően belülről a kocka lapjaira vetítettünk, majd a kocka oldalait – a képsíkokat – az oldalak találkozási élei, mint tengelyek körül a rajz síkjába forgattuk.

Az így rajzolt vetületeket – amelyek tehát a “helyükön” vannak –, **rendezett vetületeknek** nevezzük.

A 4.4. ábra a könnyebb azonosíthatóság kedvéért megőrizte a kocka hálózátát, amelyet azonban a műszaki rajzokon nem rajzolunk meg. Az itt megrajzolt 6 vetület - amelyek szokásos elnevezését felírtuk az ábrán - nem mindig szükséges a tárgy alakjának (és méreteinek) az egyértelmű meghatározásához. Irányelvként leszögezhető: mindig csak annyi vetületet rajzolunk meg, amennyi feltétlenül szükséges. A feleslegesen megrajzolt vetületektől nem lesz jobb a rajz, sőt több hiba-lehetőséget rejt magában.

A vetületek elhelyezését szabályozó szabvány (MSZ ISO 128:1992) módot ad arra, hogy indokolt esetben eltérjünk e nézetrendtől. Azokat a szabályokat, amelyek a kivételes eseteket tartalmazzák, a későbbiekben tárgyaljuk.



4.4. ábra: Rendezett vetületek elhelyezése és megnevezése

4.3.3. Nézeti rajzok

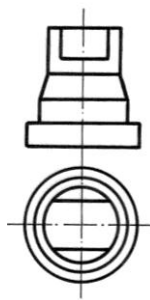
A bemutatott mértani test (4.4. ábra) ábrázolásakor is láttuk már, hogy az egyes vetületeket a főábra köré csoportosítottuk. Ott főábrának az előlnézetet választottuk, bár annál a mértani alakzatnál ennek különösebb jelentősége nem volt. A géprajz már bizonyos irányelveket is rögzít ezzel kapcsolatban: a **főábra** lehetőleg a használati helyzetben ábrázolt tárgy **előlnézete**, ill. **hosszmetszete** legyen. A főábra függőleges iránya egyezzen meg a tárgy függőleges irányával, így ugyanis az oldalnézeteken (és az esetleges hátnézetén) is függőlegesek lesznek a tárgy függőleges élének képei.

A 4.4. ábra vetületeiből mindig csak annyit kell és szabad megrajzolni, amennyiből az alkatrész alakja egyértelműen elképzelhető és a mérethálózat elkészíthető. Adott esetben a szükséges vetületek száma egy is lehet (pl. egyszerű tengelyek rajza), a méretmegadás során ugyanis alkalmazhatunk olyan jeleket, amelyek az alkatrész alakjára is utalnak. Az is nyilvánvaló azonban, hogy egyes bonyolultabb szerkezetek rajzán a hat vetület sem mindig elegendő.

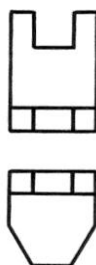
A vetületeken az elképzelés szempontjából lényeges eltakart éleket szükség esetén vékony szaggatott vonallal ábrázolhatjuk. A szaggatott vonal alkalmazását lehetőleg kerülni kell, de ha megrajzoljuk, akkor valamennyit fel kell tüntetni.

A szimmetrikus alkatrészek (ill. egyes szimmetrikus részletek) **szimmetriatengelyét** vékony pontvonallal rajzolt középvonallal (tengelyvonallal, szimmetriavonallal) ábrázoljuk. A középvonal használatát a következő ábrákon már megfigyelhetjük, alkalmazásuk szabályai a következők:

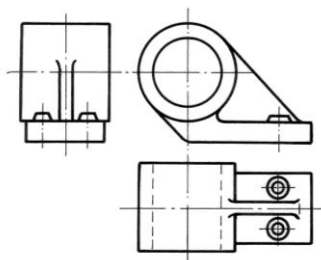
forgástestek középvonalát mindig meg kell rajzolni (4.5. ábra), az egyéb szimmetrikus tárgynál néha el is hagyjuk (4.6. ábra). A középvonalat akkor is megrajzoljuk, amikor az alkatrésznek csak egy részlete szimmetrikus. Az összetartozó vetületek között a szimmetriavonalat nem szokás megszakítani, ezzel is jelezve, hogy a különböző vetületek tulajdonképpen egy alkatrészt ábrázolnak (4.7. ábra). A tengelyvonalat a kontúron néhány mm-rel túl húzzuk,



4.5. ábra: Forgástestek középvonala

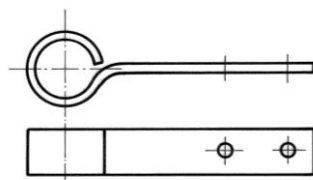


4.6. ábra: A középvonal egyéb szimmetrikus testeknél elhagyható



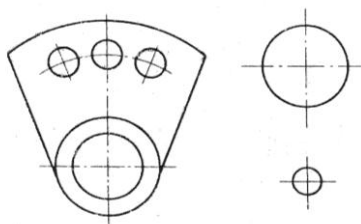
4.7. ábra: Szimmetriatengely ábrázolása 1

huzalból, csőből hajlított alkatrész középvonalát megrajzoljuk, de ha az ábra zsúfoltságát okozza, el is lehet hagyni,
 lemezből, laposacélból hajlított alkatrészek középvonalát csak akkor rajzoljuk meg, ha azt az egyes szimmetrikus részletek kívánják (4.8. ábra),



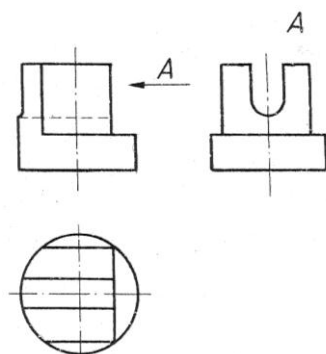
4.8. ábra: Szimmetriatengely ábrázolása 2

összetartozó vetületek között ne szakítsuk meg a szimmetriatengelyt ill. csak a szimmetrikus részleten rajzoljunk szimmetriavonalat,
a kört mindig két egymásra merőleges középvonallal rajzoljuk. Köríven elhelyezkedő furatok rajzolásakor az egyik középvonalat a körök középpontjait összekötő kör, az ún. lyukkör helyettesítheti (nem szükségképpen teljes kör), a másik középvonal ilyenkor sugárirányú. A rajzon 12 mm-nél kisebb átmérőjű, kisméretű körök rajzolásakor a pontvonalat két egymást metsző, vékony vonaldarabbal helyettesítjük (4.9. ábra).



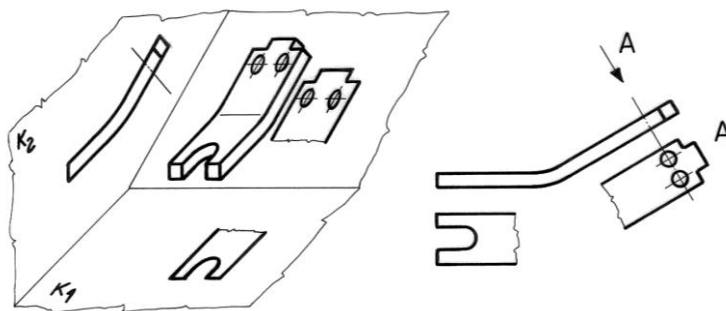
4.9. ábra: Szimmetriatengely berajzolása

Előfordulhat, hogy a vetületet valamilyen okból nem tudjuk rendezett vetületként a helyére rajzolni. Ebben az esetben – miután a szabályos elhelyezéstől eltértünk – a vetítési irányt vékony vonallal és nyíllal jelölni, és a vetületet betűvel azonosítani kell a 4.10. ábra szerint. A betűt mindig vízszintesen kell elhelyezni. A vetületet a rajzlapon – **önmagával párhuzamosan** – el is lehet csúsztatni, de **elforgatás nélkül**.



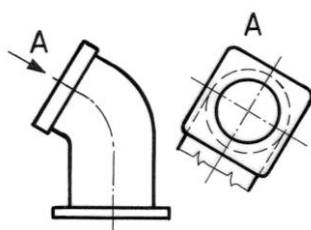
4.10. ábra: Nem rendezett vetület azonosítása

Amennyiben a tárgyfelület egy része nem párhuzamos a vetítési alapsíkokkal, akkor ez a rész olyan vetítési segédsíkon ábrázolható, amely az ábrázolni kívánt felületekkel párhuzamos. Itt tulajdonképpen az ábrázoló geometriából ismert transzformációt alkalmazzuk, amikor a K4 képsíkot a célszerű helyzetbe képzeljük (4.11. ábra). Ezt a segédnézetet a vetítési irányban kell elhelyezni és vetítő nyíllal, valamint azonosító betűvel kell jelölni. A torzuló részeket el szokás hagyni, szabadkézi vonallal határolva.



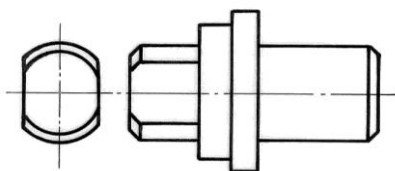
4.11. ábra: Ferde vetület származtatása és megrajzolása

A helykihasználás néha megkívánja, hogy a segédnézetet ne rendezett vetületként rajzoljuk. Ilyenkor a vetület azonosítását is el kell végezni (nagybetűvel) (4.12. ábra).



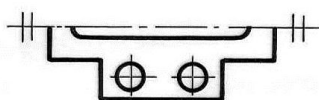
4.12. ábra: Nézet nem rendezett vetületként

Jelentős rajzi egyszerűsítést jelenthet, amikor az egyébként egyetlen ábrán bemutatható alkatrész egy részletének az ábrázolására teljes nézet helyett **résznézetet** alkalmazunk. A résznézetet tengelyvonallal kapcsoljuk az ábrához (4.13. ábra).



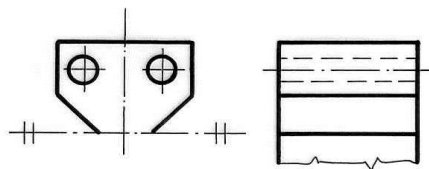
4.13. ábra: Részlet amerikai vetítés szerint (kivétel, lehetőleg ne alkamazzuk!)

Amint látható az alkatrészen egyetlen olyan részlet van, amelyet a főábra alapján nem látunk és méretét sem tudjuk megadni: a lelapolt vég szélessége. Az így rajzolt részlet könnyebb azonosíthatósága kedvéért a kérdéses rész mellé rajzoljuk, mindig amerikai vetítési módban. Ez az egyetlen kivétel, amikor eltekintünk az európai módszertől. Lehetőleg **kerüljük az alkalmazását**, hiszen egyéb géprajzi szabályok szerint is ábrázolhatjuk.



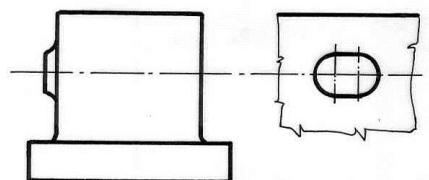
4.14. ábra: Félvetület jelölése

Rajzi egyszerűsítést jelent az a géprajzi szabály, amely megengedi, hogy a szimmetrikus tárgynak csak a felét (esetleg a negyedét) rajzoljuk meg. Ilyenkor a **félvetületet csak szimmetriatengely határolhatja**, és a szimmetriatengely kontúron túlnyúló két végére az ábrán látható (4.14. ábra) két-két párhuzamos és a tengelyre merőleges 3,5...5 mm hosszú, vékony vonalkát rajzolunk.



4.15. ábra: Félvetület határolása törésvonallal

Olyan alkatrész rajzán, ahol él képe esik a szimmetriatengelybe, a félvetületet a szimmetriatengelyen túl valamivel továbbrajzoljuk, és törésvonallal ábrázoljuk (4.15. ábra), mivel folytonos vastag vonal nem határolhatja a fél-(rész-) metszetet.

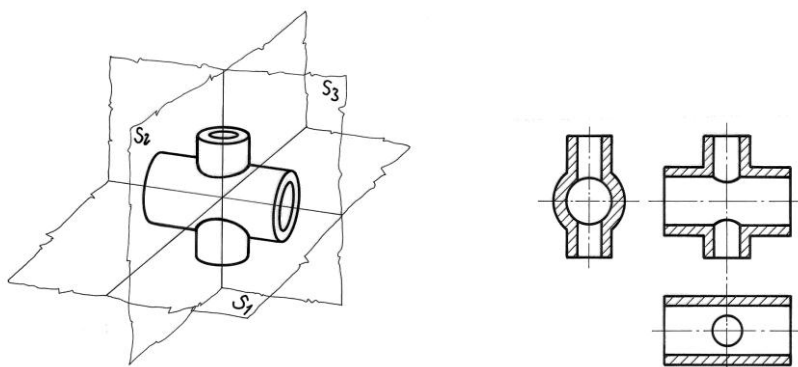


4.16. ábra: Részvetület ábrázolása

Ugyancsak törésvonallal lehet határolni az ún. **részvetületet**, amelyet akkor készítünk, ha az alkatrésznek csak egy részletét kell bemutatnunk (4.16. ábra). Célszerű inkább ezt alkalmazni a korábbi ábrán (4.13. ábra) bemutatott amerikai vetítés helyett.

4.3.4. A metszetek származtatása és jelölése

A géprajzi metszet fogalmával a 4.3.1. pontban ismerkedtünk meg. A géprajzi metszetek azzal a céllal készülnek, hogy (a rajzot áttekinthetetlenné tevő szaggatott vonalak helyett) segítségükkel a tárgyak belső kialakítását is ábrázolhassuk.



4.17. ábra: Metszetek keletkezése és géprajzi ábrázolása

A legegyszerűbb géprajzi metszetek származtatásának magyarázó rajza a 4.17. ábra baloldalán látható. A csőidomot a K1, K2, K3 képsíkokkal párhuzamos S1, S2, S3 síkokkal metszettük külön-külön. A metszősík előtt lévő részt képzeletben eltávolítottuk és a megmaradó részt a képsíkokra vetítettük.

Itt adott esetben három metszetet képeztünk és rajzoltunk meg (4.17. ábra jobboldali rész):

az S3 síkkal készített **hosszmetszetet**,
 az S2 síkkal készített **keresztmetszetet**,
 az S1 síkkal készített **színtmetszetet**.

Ezek az elnevezések csak utalnak a metszősík helyzetére, a rajzokon a metszeteket nem nevezzük meg.

Az ábrázolt tárgy minden irányban szimmetrikus volt, vagyis a metszősík nyomvonalai egyúttal a vetületek szimmetriatengelyei. A metszeteket a tanult módon, a merőleges vetítés szabályai szerint helyeztük el, így itt a metszetek rendezett vetületek. Jól figyeljük meg: mindegyik metszet az egész ábrát helyettesíti, tehát pl. a keresztmetszet nem úgy keletkezik, hogy az ábrázolt hosszmetszetet vágjuk ketté, hanem az **eredeti** tárgyat.

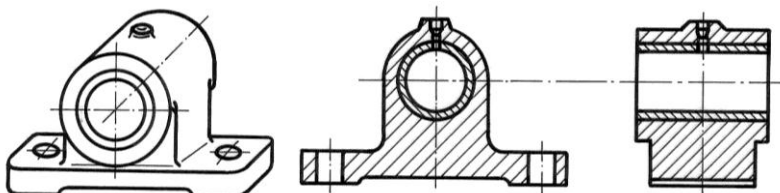
Mielőtt a metszetekkel kapcsolatos további tudnivalókat tárgyalnánk, nézzük meg milyen szempontok figyelembevételével kell a metszett felület megkülönböztetésére szolgáló vonalzatot megrajzolni.

A metszett felületeket (a metszet szelvényét):

a kontúrvonalhoz, vagy
 a közép-, ill. tengelyvonalhoz

45°-os szög alatt hajló, egymással párhuzamos vékony folytonos vonallal rajzolt **vonalzattal** jelöljük. A vonalzat sűrűsége a metszett felület nagyságához igazodóan kb. 1,5-10 mm, a minimális távolság a kontúrvonal vastagságának kétszerese legyen.

A 4.18. ábra baloldali részén egy bronzpersellyel ellátott siklócsapágy axonometrikus rajzát látjuk. A jobboldali ábrán megrajzoltuk a csapágy két metszetét (a két függőleges síkkal képzett metszetet).

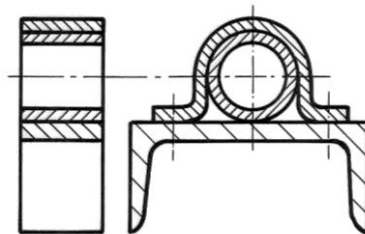


4.18. ábra: Siklócsapágy axonometrikus rajza és két metszete

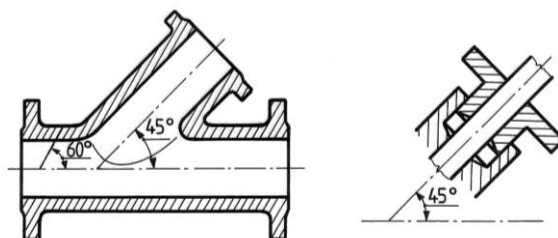
A 4.19. ábra egy U acélhoz bilinccsel hozzáerősített cső két metszetét ábrázolja. A két utóbbi ábra segítségével bemutatjuk a vonalzat készítésének fő szabályait:

az egymás mellett lévő metszett alkatrészek vonalzatának dőlésiránya ellenkező,

ugyanannak az alkatrésznek a vonalkázási iránya és sűrűsége minden azonos méretarányú vetületen azonos,
a vonalzat sűrűsége bizonyos fokig arányban áll a metszett felületek nagyságával,
amennyiben három alkatrész találkozik, akkor a megkülönböztetést a vonalzat sűrűségével kell érzékeltetni.



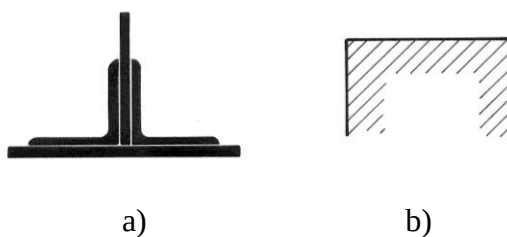
4.19. ábra: Megkülönböztetés a vonalzat dőlésirányával és sűrűségével



4.20. ábra: Vonalzat 45°-tól eltérő dőlésiránnyal (kivétel!)

A kontúrvonalak valamelyikével párhuzamos vonalzat alkalmazását mindenképpen kerülni kell; ilyenkor lehet a 30°-os vagy 60°-os dőlésszöggel készített vonalzat (4.20. ábra baloldali rész). Ez azonban csak ritkán indokolt kivétel.

A 4.20. ábra jobboldali részén látható szelepporsó beépítési helyzete 45°-os. Az orsón elhelyezkedő tömítőszelencét az ábrázolt módon vonalkázzuk úgy, hogy a vonalzat dőlésiránya a kontúrvonallal zárjon be 45°-os szöget.



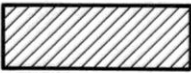
4.21. ábra: Metszet jelölése feketítéssel (a) és kontúrvonal melletti vonalkázással (b)

Azokat a metszett felületeket, amelyek a rajzon 2 mm-nél vékonyabbak, lehet **feketítéssel** jelölni. (Lemezek, nagy átmérőjű vékonyfalú csövek, idomacélok stb.) Az egymáshoz csatlakozó alkatrészek között min. 0,7 mm-es hézagot kell hagyni (4.21. ábra baloldali rész), hogy az egymással érintkező szelvények megkülönböztethetők legyenek.

Nagy kiterjedésű metszett felületek rajzán elég csak a **kontúrvonalak mellett** vonalkázni.

A különböző szerkezeti anyagok minőségét a géprajzokon rajzjelekkel nem különböztetik meg, csak az alkatrészjegyzékben tüntetik fel az anyag szabványos jelével.

A leggyakrabban előforduló különféle anyagok metszeti jelölését a 4.1. táblázat tartalmazza.

Jelölés	Megnevezés
	Fém és fémötvözet
	Műanyag, gumi és más nem fémes anyag
	Fa keresztmetszetben
	Fa hosszmetsetben
	Beton

4.1. táblázat: Különféle anyagok metszeti jelölése

4.3.5. A metszetek fajtái

A metszősík nyomvonalának, az alkatrész (szerkezet) alakjától függő célszerű megválasztásával különböző metszeteket alakíthatunk ki. Célunk itt is nyilvánvalóan az, hogy minél kevesebb rajzmunkával tudjuk az alkatrészt egyértelműen ábrázolni.

A metszetet készíthetjük egy metszősíkkal, ekkor beszélünk **egyszerű metszetről**. Ez terjedelme szerint lehet:

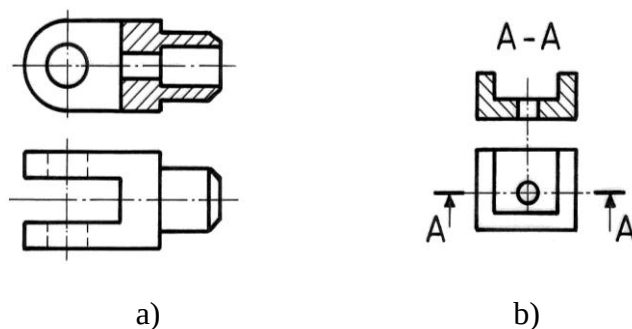
teljes metszet,
félmetszet,
részmetszet, kitörés.

Két vagy több metszősíkkal készült metszet az **összetett metszet**. Ez lehet:

lépcsős metszet, – a metszősíkok párhuzamosak,
befordított metszet, – két vagy (ritkán) három összefüggő síkkal való metszés.

Ábrázolási egyszerűsítést jelenthet és sok esetben célszerű csak a metszősíkba eső felület, a szelvény önálló ábraként történő megrajzolása, amely rendszerint csak egy-egy részlet kialakításának megmutatására, ill. egy-két méret megadására szolgál.

A felsorolt metszETFajTákat a következőkben részletesen ismertetjük, előbb azonban nézzük meg a metszet nyomvonalának jelölésére vonatkozó általános előírásokat.

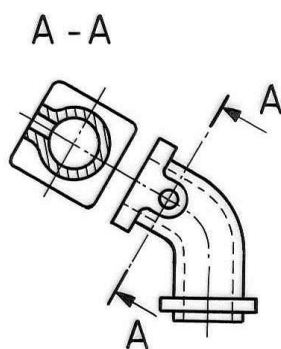


4.22. ábra: Metszősík nyomvonalának elhagyhatósága (a), ill. bejelölése (b)

Nem kell jelölést alkalmazni, ha az alkatrész szimmetrikus, a képzeletbeli metszés a szimmetriasík mentén történt és a metszet az európai vetítési módszer szerint rendezett vetület (4.22. ábra a) rész). Egyéb esetben a metszősík nyomvonala vékony pontvonal, a végein megvastagítva; a leforgatás irányát vékony nyíllal jelöljük, valamint nagybetűvel azonosítjuk is (4.22. ábra b) rész).

▪ Teljes metszet

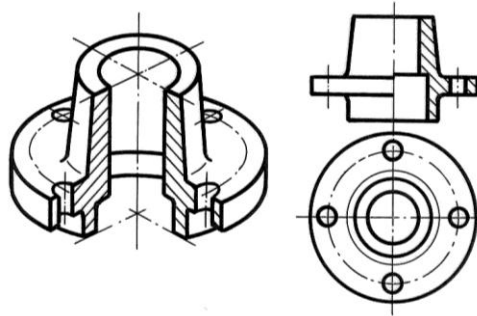
A metszősík nyomvonala egyenes, az alkatrészt teljes egészében elmetset. A 4.22. ábra a) részén egy alkatrész két teljes metszetét rajzoltuk meg. A baloldali vetület az alkatrész szimmetriasíkján keresztül készített metszet, tehát a jobb oldali ábrán felesleges feltüntetni a nyomvonalat és a metszetet nem kell azonosítani. A jobb oldalra rajzolt vetület nem szimmetriasíkkal képzett metszet, tehát – összhangban az előzőekben leírtakkal – a metszősík nyomvonalát, a leforgatás irányát jelöltük és a metszetet is azonosítottuk.



4.23. ábra: Metszősík nyomvonala és azonosítása ferde metszeten

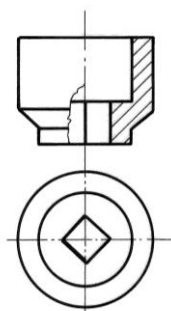
A teljes metszet készülhet olyan metszősíkkal, amely a képsíkokkal nem párhuzamos. Ebben az esetben a metszetet a vetítés irányában helyezük el (4.22. ábra b) rész és 4.23. ábra), de el is csúsztatható, elforgatni azonban nem szabad.

▪ **Félmetszet** (félnézettel együtt ábrázolva)

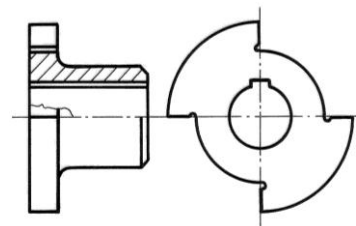


4.24. ábra: Félnézet - félmetszet származtatása és ábrázolása

A felesleges rajzmunkát elkerülhetjük, ha a – minden részletében – szimmetrikus alkatrésznek csak az egyik felét rajzoljuk metszetben. (Ez az eset nem azonos azzal a lehetőséggel, hogy a szimmetrikus teljes metszetnek elég lehet csak az egyik felét megrajzolni a 4.14. ábra analógiájára.) Ebben az esetben egy vetületen tudjuk szemléltetni az alkatrész külső és belső kialakítását (4.24. ábra). Ilyen esetben a félnézet a teljes nézetet, a félmetszet a teljes metszetet helyettesíti, vagyis az elhagyott rész kialakítása teljesen azonos az ábrázolttal. A **félnézet-félmetszet** keletkezését úgy kell elképzelni, mintha az alkatrésznek a képzeletbeli metszősíkkal nem a felét, hanem csak a negyedét távolítottuk volna el. A félmetszet rajzolásakor semmiféle jelölés nem szükséges.



a)



b)

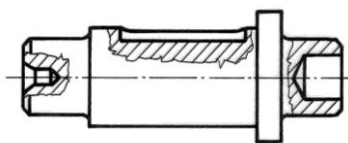
4.25. ábra: Eljárás metszősík nyomvonalára eső nézetvonal esetén

A metszetet és a nézetet **csak szimmetriavonal** választhatja el. A negyedrészt képzeletbeli eltávolítása után keletkező élet nem rajzoljuk be.

A határvonal még abban az esetben sem lehet nézetvonal, amikor az alkatrész alakja úgy kívánná (4.25. ábra). Ilyenkor vagy úgy kell a metszetet ábrázolni, hogy a nézetből egy részt még a metszethez rajzolunk (4.25. ábra b) rész), vagy a metszetből csatolunk egy részt a nézethez (4.25. ábra a) rész). Ilyenkor a szimmetriasíkba eső nézetvonal mellé törés-vonalat kell rajzolni, mintha kitörés lenne.

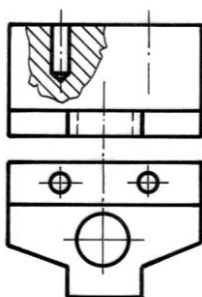
▪ **Részmetszet** (kitörés)

Rendszerint olyankor alkalmazzuk, amikor tömör tárgyban kiképzett hornyot, furatot akarunk bemutatni külön vetület rajzolása nélkül. A tárgyat csak a bemutatni kívánt részlet közvetlen környezetében metszi a képzeletbeli metszősík, a részmetszetet törésvonallal határoljuk (4.26. ábra).



4.26. ábra: Kitörés ábrázolása 1

A határvonal itt sem lehet nézetvonal. A kitöréssel készült részmetset nyomvonalát nem kell jelölni, ha az a forgástest szimmetriásíkja vagy pedig a másik vetületből egyértelműen adódik (4.27. ábra).



4.27. ábra: Kitörés ábrázolása 2

▪ Lépcsős metszet

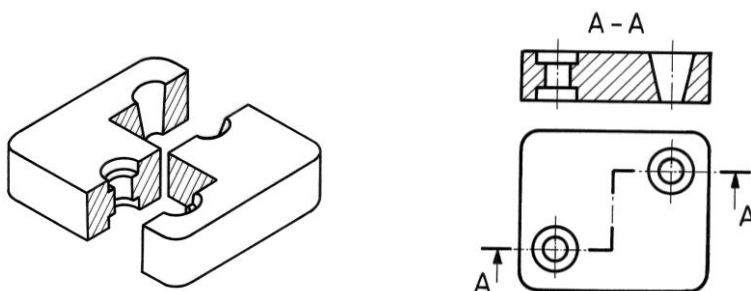
Az összetett metszetek közül elsőként a lépcsős metszetet említjük, amely két vagy több metszet egyesítéséből adódik. Jellemzője, hogy a metszősíkok egymással párhuzamosak.

A 4.28. ábra baloldali részén axonometrikusan ábrázolt egyszerű alkatrész felülnézetéből nem derül ki, hogy a két koncentrikus kör milyen kialakításnak felel meg.

Az eddig tanultak szerint megrajzolhatnánk a két furat tengelyén átmenő teljes metszetet, az ábrázolás géprajzilag helyes és egyértelmű lenne. Tekintettel azonban arra, hogy az A-A metszet bal oldali része és a B-B metszet jobb oldali része semmitmondó, azokat elhagyhatjuk és a megmaradt két metszetrészt egyesítjük (4.28. ábra jobboldali rész).

Így bár két (vagy több) metszősíkot egyesítünk, egyetlen metszetet kapunk. A metszősík nyomvonalának töréseit is megvastagítjuk.

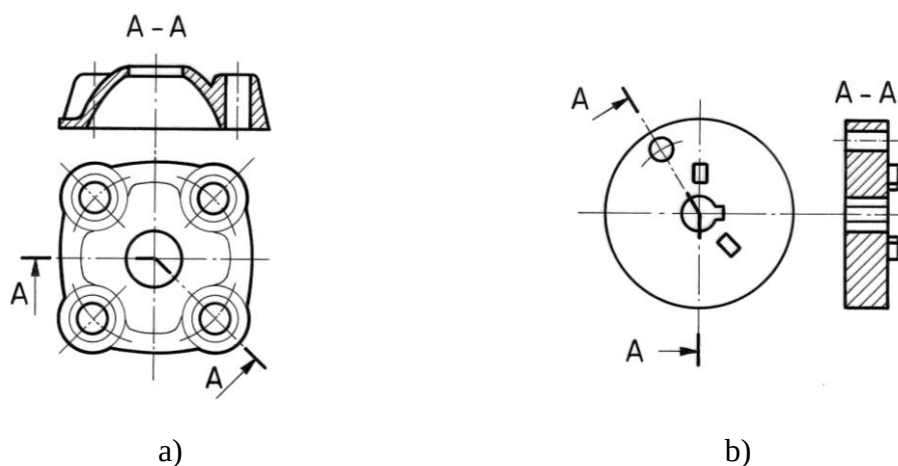
A nyomvonal többszöri töréssel is készülhet. Amennyiben a nyomvonalak végére azonos betűket írunk és az ábra bonyolultsága megkívánja, az azonosító betűk a törésponthoz is felírhatók.



4.28. ábra: Lépcsős metszet származtatása és vetületei

▪ Befordított metszet

Gyakran találkozunk olyan kialakítású alkatrészekkel, amelyeket két, egymással szöget bezáró metszősíkkal lehetne legcélszerűbben bemutatni. (Az egyik metszet ferde képsíkú vetület lenne.) Egyszerűbb lesz az ábrázolás, ha a ferde képsíkú metszetet is a másik metszet síkjába forgatjuk és a két metszetet együtt ábrázoljuk (4.29. ábra a) rész). A metszősík mögött látható elemeket a metszősíkra merőleges vetítéssel kell megrajzolni (4.29. ábra b) rész).



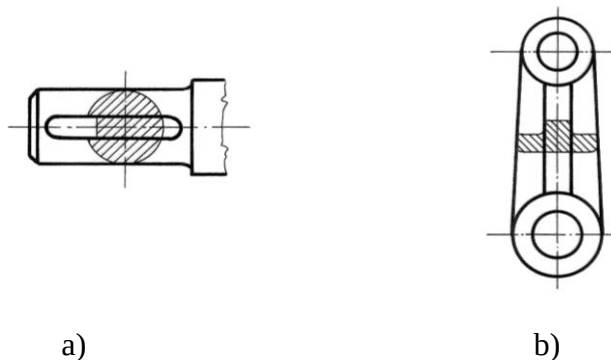
4.29. ábra: Befordított metszetek

Az ábra mindjárt a kivételt is bemutatja: a reteszhorony két összetartozó vonalát nem választja szét, hanem – a vetítési szabály merev alkalmazásától eltekintve – úgy rajzoljuk, mintha mindkét vonal a függőleges metszősíkjú metszetrészhez tartozna.

▪ Szelvény

A szelvény fogalmát már megismertük. Alkalmazása a géprajzban gyakori és nagyon hasznos; rendszerint olyankor alkalmazzuk, amikor egy-két méretet csak külön vetületen tudnánk megadni. Ilyenkor a metszősík mögötti részek rajza nemcsak felesleges rajzmunkát jelentene, hanem a rajz áttekinthetőségét is rontaná.

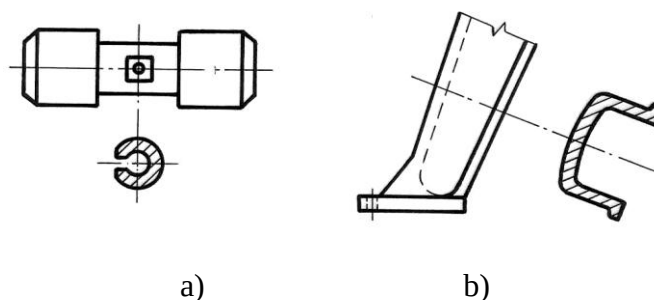
A szelvény rajzolható a vetület kontúrvonalán belül, a metszősík körül 90° -kal elforgatva a vetület síkjába, ez a szelvényfajta a **befordított szelvény**. Vékony folytonos vonallal kell megrajzolni és a metszett felületet vonalkázni. Sem a metszősíkot, sem a szelvényt nem kell jelölni (4.30. ábra). A nyomvonal jelölése – akkor is, ha a szelvény nem szimmetrikus – elhagyható.



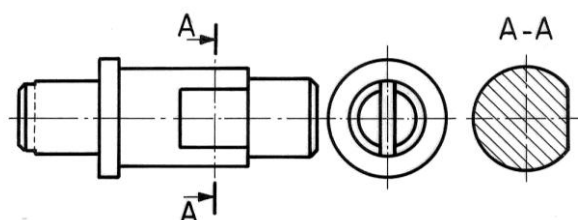
4.30. ábra: Befordított szelvény

A **vetületen kívül** rajzolt szelvény kontúrját vastag vonallal rajzoljuk, ábrázolható:

a metszősík nyomvonalával egybeeső tengelyen (4.31. ábra baloldali rész),
a metszősík az egyik fő képsíkhoz képest ferdén is elhelyezkedhet (4.31. ábra jobboldali rész). Ezekben az esetekben jelölés nem szükséges,
a metszősík nyomvonalának jelölésével a rajzlapon bárhol, ekkor a nyomvonalat és a leforgatás irányát is jelölni kell, a szelvényt pedig nagybetűvel azonosítani (4.32. ábra), de elfordítani nem szabad.

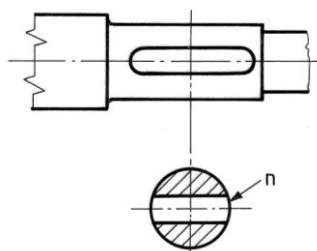


4.31. ábra: Vetület kontúrján kívül rajzolt (kifordított) szelvény



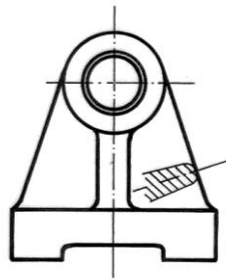
4.32. ábra: Metszet rajzolható bárhová azonosítással

A metszősík mögötti részeket csak abban a kivételes esetben rajzoljuk meg, amikor egy furat vagy bemélyedés részekre bontaná a szelvényt, ilyenkor az ábra folytonosságát biztosító nézetvonalat (n) is fel kell tüntetni (4.33. ábra).



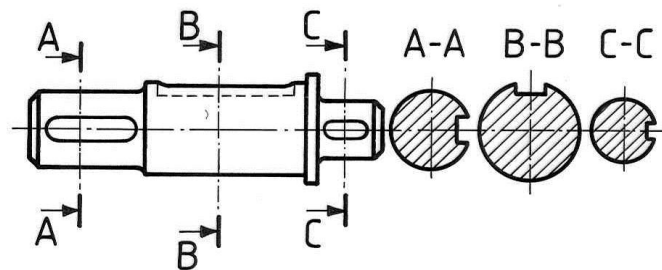
4.33. ábra: A szelvény nem eshet szét

Öntvények bordáinak a megrajzolása igen sokszor egyszerűen megoldható az ún. részszelvény segítségével (4.34. ábra).



4.34. ábra: Befordított részszelvény

A szelvények sorozatának rajzolásakor a metszősíkokat és a szelvényt egyaránt jelölni kell (4.35. ábra).

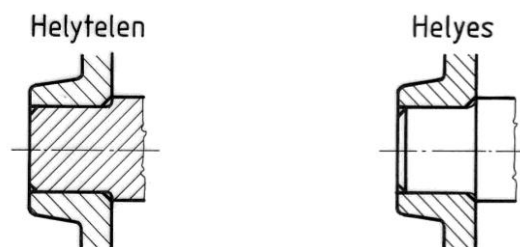


4.35. ábra: Szelvények sorozatának jelölése

4.3.6. Mikor nem rajzolunk metszeteket?

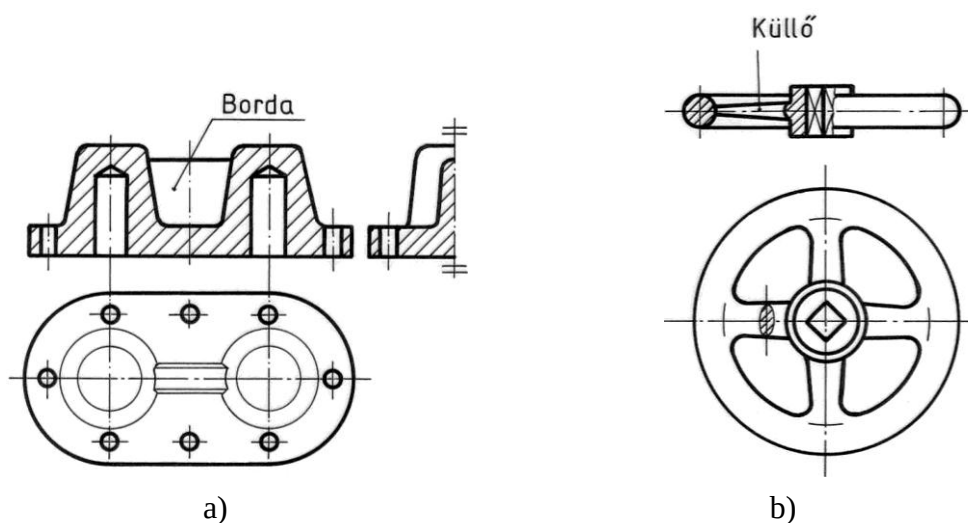
A címben feltett kérdésre röviden lehet válaszolni: amikor a metszet nem mutat többet, mint a nézet, esetleg félreértésre adhatna okot. Kissé részletesebben:

tömör alkatrészeket (tengely, csavar, szegecs, csapszeg, ék, retesz stb.) hossz tengelyükkel párhuzamos síkkal nem metszünk (4.36. ábra). Ilyenkor úgy képzeljük, hogy a metszősík megkerüli a tömör alkatrészt.



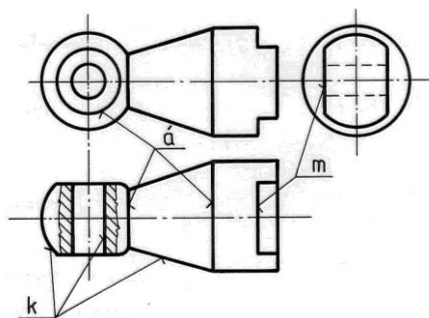
4.36. ábra: Tengelyt hosszirányban nem metszünk

bordákat, küllőket nézetben rajzolunk a hosszmetszet rajzán is (4.37. ábra). Keresztmetszetben a bordát és a küllőt is lehet metszeni.



4.37. ábra: Bordát (a) és küllőt (b) hosszirányban nem metszünk

Gyakran előfordul, hogy tömör alkatrészekben is van furat, horony stb., amelyet metszetben kell bemutatni. Ilyenkor alkalmazzuk célszerűen az előzőekben már megismert kitörést (4.27. ábra).

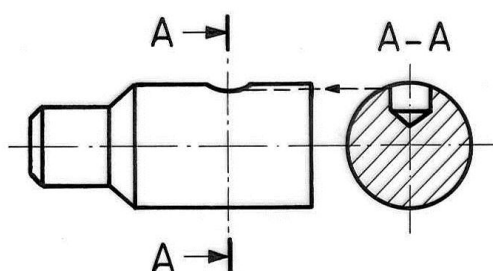


4.38. ábra: Kontúrvonal (k), áthatási él (á) és merőleges felületek (m) nézete

4.3.7. További szempontok a vetületek rajzolásához

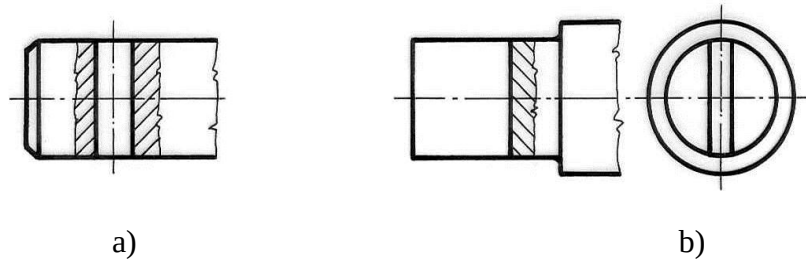
■ Áthatási vonal, tagolóvonal

A kontúrvonalakon (k) kívül a metsződő felületek által képzett – lekerekítés nélküli – áthatási éleket (á) és a képsíkra merőleges felületek vetületét (m) is vastag vonallal kell rajzolni (4.38. ábra).

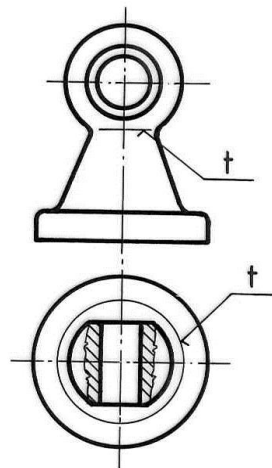


4.39. ábra: Áthatási görbe helyettesítése körívvel

Az egymást metsző felületek áthatási vonalát meg lehet szerkeszteni. Egyszerűbb esetekben ettől eltekinthetünk és az áthatási görbét egyszerűsítve lehet ábrázolni. A tengelyen kialakított furat áthatási vonalának az áthatás jellegzetes pontjainak kijelölése után körívvel történő helyettesítését a 4.39. ábra mutatja. Ha az áthatási vonalak a kontúrvonaltól való eltérése kisebb lenne a rajzon alkalmazott vastag vonal vastagságánál, akkor a megrajzolása mellőzhető (4.40. ábra).



4.40. ábra: Áthatási vonal mellőzése

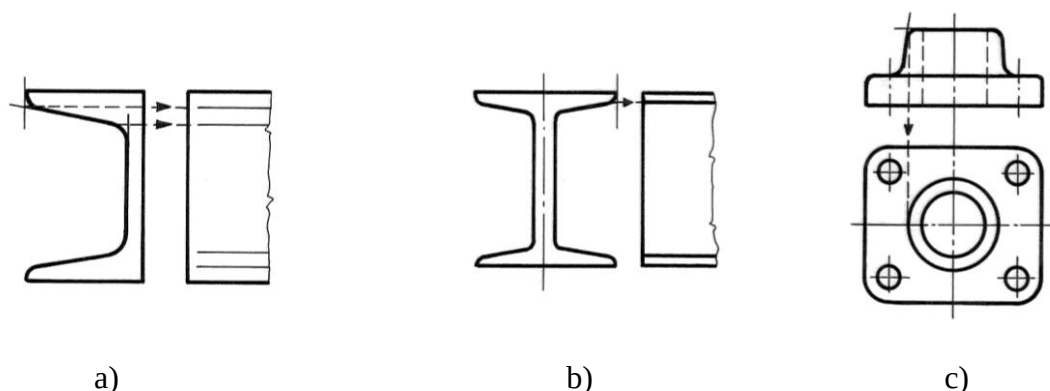


4.41. ábra: Tagolóvonal

A gépalkatrészeken – különös tekintettel az öntvényekre, kovácsolt alkatrészekre, valamint a hengerléssel előállított és lemezből hajlított alkatrészekre – a felületek általában lekerekítéssel találkoznak. A lekerekítés helyén a felületek nem metszik egymást, tehát az alkatrészen nem látunk áthatási vonalat. Az ábra képiesebbé tételére a lekerekített éleket **vékony vonallal** rajzolt **tagolóvonallal** (t) jelölhetjük (4.41. ábra). A tagolóvonal helyét a burkolófelületek képzelte találkozási éle határozza meg, és a tagolóvonalat nem kell a kontúrvonalig kihúzni.

Idomacélok lejtéssel készült szárait csak nagy ábrákon szokás két tagolóvonallal jelölni; a tagolóvonal helyét az előbbiek alapján lehet meghatározni (4.42. ábra a) rész). A gyakoribb azonban az ábrázolásnak az a módja, amikor egy vastag vonallal helyettesítjük a két tagolóvonalat (4.42. ábra b) rész).

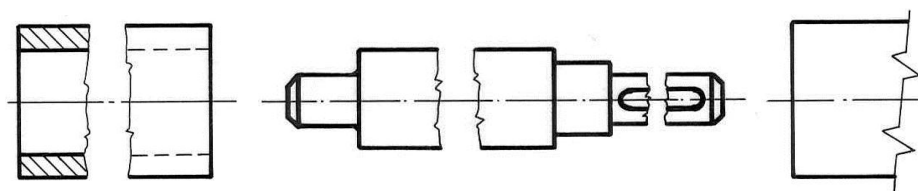
A kis lejtéssel, ill. kúposággal készülő kovácsolt vagy öntött alkatrészek ábráin is alkalmazható ez az egyszerűsítés (4.42. ábra c) rész). A vastag vonalat a kisebbik méretnek megfelelő helyre kell rajzolni.



4.42. ábra: Két tagolóvonal helyett egy vastag vonal

■ Törés alkalmazása

Az alkatrészek olyan részleteit, amelyek sem az elképzelés, sem a méretmegadás szempontjából nem lényegesek, elhagyhatjuk az alkatrész képzeletbeli eltörésével. (Erre már az eddigiekben is láttunk néhány példát.) A törés vékony szabadkézi vonallal vagy szerkesztett törésvonallal ábrázolható (4.43. ábra).

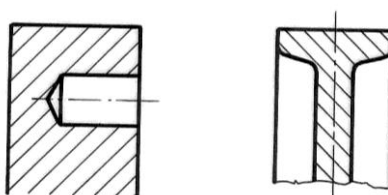


4.43. ábra: Rövidítés szabadkézi-, ill. szerkesztett törésvonallal

Az utóbbi esetben – a gépi rajzolás lehetőségeihez igazodva – a vonalat kissé túl húzzuk a kontúron. Ügyeljünk arra, hogy kúpos kialakítású vagy összehajló éllel készült alkatrész törésekor az alkotók, ill. él megőrzik eredeti hajlásszögüket (4.44. ábra).



4.44. ábra: Kúpos- (a) és lejtős alkatrészek (b) törése



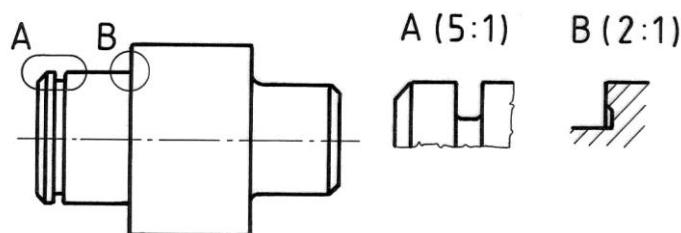
4.45. ábra: Metszet törése

A metszetben ábrázolt alkatrészt is lehet töréssel ábrázolni. Ilyenkor a törésvonal el is hagyható, kivéve azt az esetet, amikor a törésvonal nézetvonalat is megszakít (4.45. ábra).

■ Kiemelt részlet

Ezt az ábrázolási formát olyankor alkalmazzuk, amikor a vetület egy (vagy több) bonyolultabb kialakítású részletét a jobb ábrázolhatóság, de főleg a könnyebb beméretezés kedvéért, az alapvetülethez viszonyítva nagyított méretarányban rajzoljuk meg. A kiemelni kívánt részlet vékony vonallal rajzolt körrel vagy ellipszissel jelöljük és nagybetűvel azonosítjuk, a 4.46. ábra szerint. A kiemelt részleten az azonosító jel mellett zárójelben fel kell tüntetni a méretarányt is.

A kiemelt részletet úgy is rajzolhatjuk, hogy az többet mutat be, mint amit azon a vetületen látunk, amelyen a részletet bejelöltük. (Pl. a 4.46. ábra nézetben nem mutatja azt a beszúrást, amelyet a B jelű kiemelésen metszetben mutatunk be.)

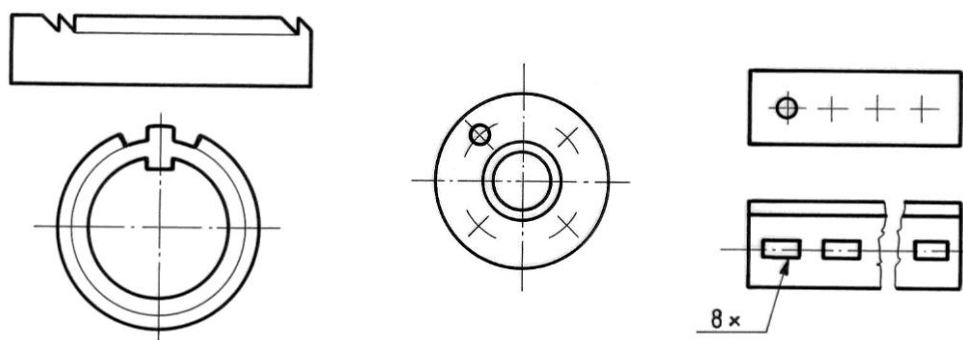


4.46. ábra: Kiemelt részlet ábrázolása

■ Ismétlődő elemek kirajzolása

Egy alkatrész egyenletesen ismétlődő azonos elemeit a tárgy elején és végén (ill. körbe érő elemek esetén egy helyen) kirajzoljuk, a többi folytonos vonallal a 4.47. ábra baloldali része szerint rajzoljuk.

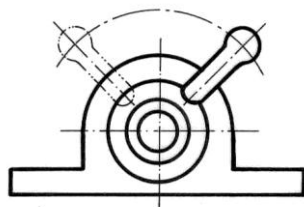
Bizonyos egyértelműen felismerhető rendszer szerint elhelyezkedő elemeket (pl. furat) elég egyszer megrajolni, a többi elemnek csak a helyét jelöljük. Töréssel ábrázolt alkatrészen az elemek számát meg kell adni (4.47. ábra jobboldali rész).



4.47. ábra: Ismétlődő elemek egyszerűsített ábrázolása

▪ Szélső határhelyzet

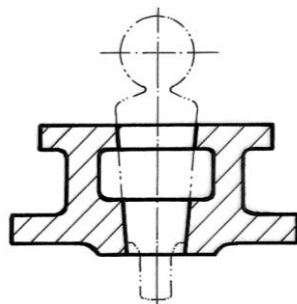
Szükség lehet mozgó alkatrészek szélső helyzetének ábrázolására is – ezt vékony **kétpontvonallal** rajzoljuk. Ilyenkor elég a mozgó alkatrész kontúrvonalának megrajzolása (4.48. ábra). A szélső állásban rajzolt alkatrész mögött lévő kontúrvonalak az ábrán látszanak.



4.48. ábra: Szélső helyzet rajzolása kétpontvonallal

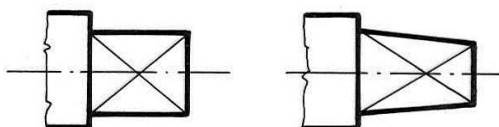
▪ Csatlakozó alkatrész

Egyes esetekben célszerű a tárgyhoz csatlakozó alkatrész megrajzolása magyarázatként. Az ábrázolás itt is vékony kétpontvonallal történik. A csatlakozó részt átlátszónak kell képzelni (4.49. ábra).



4.49. ábra: Csatlakozó alkatrész rajzolása kétpontvonallal

▪ Síkra figyelmeztető átlók



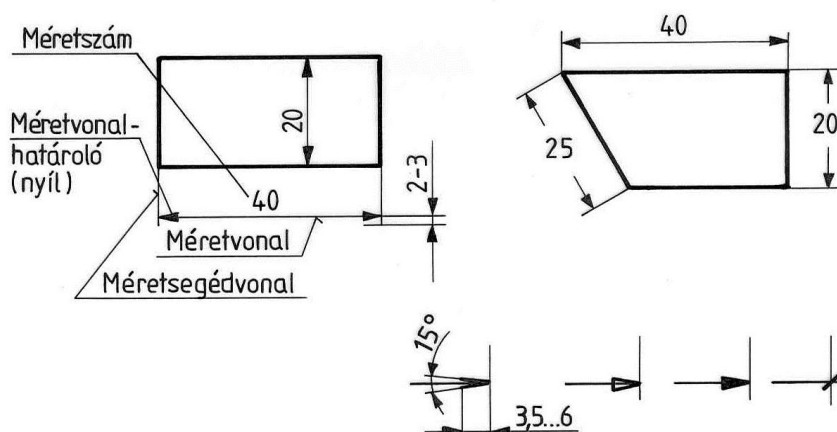
4.50. ábra: Síkfelület jelzése vékony átlókkal

Túlnyomórészt forgásfelülettel határolt és általában egyetlen nézetben megrajzolt alkatrészekben előforduló négyszögletes végződésekre fel lehet hívni a figyelmet a sík felület átlóinak vékony vonallal történő megrajzolásával (4.50. ábra).

4.4. Méretmegadás

4.4.1. A méretmegadás általános formái és előírásai

Az alkatrész egyértelmű meghatározásához nem elég az alak bemutatása, hanem méretét és az előállításához szükséges összes egyéb előírást is tartalmaznia kell a rajznak.



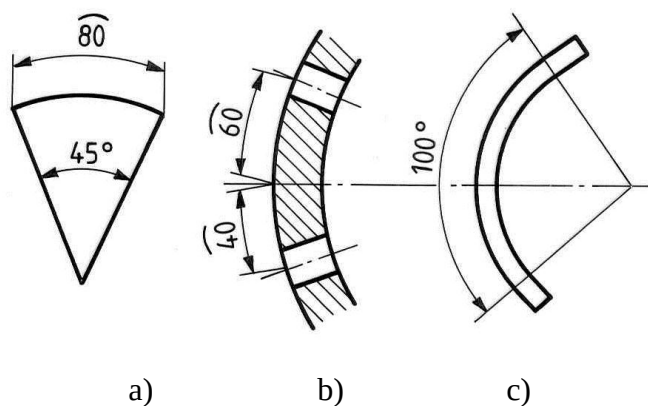
4.51. ábra: A méretmegadás elemei

A méretmegadás a méretszakasz **méretszámának** felírásából, továbbá a méretszám hovatarozásának **méretvonnal**, **méretsegédvonnal** és **méretvonal-határolóval** való jelöléséből áll. Az előző mondatban kiemelt fogalmak a méretmegadás elemei (4.51. ábra baloldali rész).

A méretet megadhatjuk az ábra kontúrjai között vagy méretsegédvonalak-, furatok esetében szimmetriavonalak között. A méretvonal-határoló lehet nyitott, zárt vagy feketített nyílhegy, kivételes esetekben – ha a nyíl nem fér el – a méretsegédvonnal 45° -os szöget bezáró vastag vonal. (4.51. ábra). Egy rajzon belül kizárólag csak azonos méretvonal-határolót szabad használni.

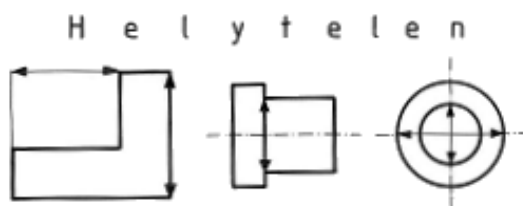
A méretszám (hosszméretek megadásakor) a kész méretet adja meg mm-ben. A méretszám minimum 3,5 mm-es és a méretvonal fölé írjuk 0,5-1 mm-es távolságban. Számítógéppel készített rajzoknál megengedett a méretszámok olyan felírása is, hogy minden méretszám alulról olvasható legyen, ebben az esetben a méretszám a megszakított méretvonal közé kerül (4.51. ábra jobboldali rész). Kézi rajzoláskor ez a módszer **nem indokolt**. A méretszám lehet egész szám vagy tizedes tört, kivéve a hüvelyk mértékrendszerben megadott méreteket (pl. $1/2''$). Amennyiben a rajzon a méretet kivételesen más hossz mértékegységben adjuk meg, akkor a mértékegységet is fel kell tüntetni (esetleg az egész rajzra vonatkozó szöveges előírás formájában). A szögek méretének megadásánál ugyancsak fel kell tüntetni a mértékegységet (fok) is.

A méretvonal és méretsegédvonal **vékony folytonos** vonallal rajzolt egyenes vagy körív. A méretvonalat kontúrvonalak vagy középvonalak, ill. az ezek meghosszabbításaként rajzolt méretsegédvonalak közé kell rajzolni. Az egyenes méretvonal párhuzamos a méret irányával. A körív hosszának méretvonala koncentrikus körív és az ív méretszáma felett az ív jelét is fel kell tüntetni (4.52. ábra a) és b) rész). A szögméret méretvonala a szög szárainak metszéspontjából, mint középpontból rajzolt körív (4.52. ábra a) és c) rész). Hegyesszög ívhosszának megadásakor a méretsegédvonalakat a szögfelezővel párhuzamosan, tompaszög ívhosszának megadásakor pedig sugárirányban kell rajzolni (4.52. ábra b) és c) rész).

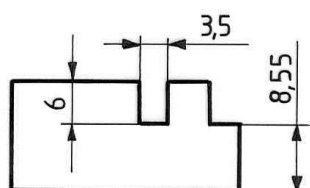


4.52. ábra: Ívhossz (a és b) és szögérték (c) beméretezése

Méretvonalaként nem használható fel kontúrvonal, nézetvonal, középvonal, méretsegédvonal. Néhány helytelen példát mutat a 4.53. ábra. A méretvonalak nem keresztezhetik egymást és ha elkerülhető, akkor a méretsegédvonalak se. Kivételt jelentenek a koncentrikus körök méretét meghatározó méretvonalak, amelyek a kör középpontjában metsződnek. A méretvonalak egymástól, ill. egyéb vonaltól mért távolsága kb. 8-10 mm, de minimálisan 7 mm legyen. Nem helyes a méretek túlságos szétszórása sem.



4.53. ábra: Méretvonalaként nem használható fel kontúrvonal, nézetvonal, szimmetriatengely és méretsegédvonal



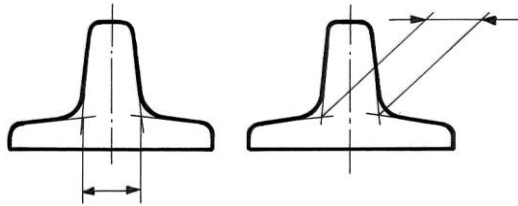
4.54. ábra: Méret megadás kontúrvonalon belül és kívülről a méretre mutató nyíl

Indokolatlan az a gyakorlatban sokszor előforduló törekvés, hogy a méretvonalakat mind a kontúrvonalon kívül, méretsegédvonalak között helyezik el. Sok esetben ez nehezíti a méret hovatartozásának megállapítását (4.54. ábra).

A **méretvonal-határoló nyíl** hossza kb. 6-8-szorosa a kontúrvonal vastagságának és szárai kb. 15°-os szöget zárnak be egymással. A méretsegédvonalat a méretvonal-határoló nyíl hegyén túl kell húzni 2-3 mm-rel (4.51. ábra).

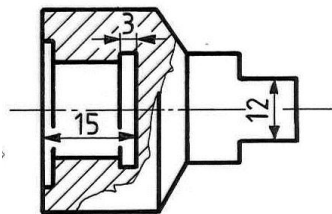
A méretvonal hosszabb is lehet a méretnél. Ez főleg kis méretek esetén fordul elő, amikor a méretvonal-határoló nyíl kívülről jelöli ki a méretet (4.54. ábra). A méretszámot ilyenkor – ha a hely elegendő – a méretszakasz fölé írjuk, egyébként pedig azon kívül, rendszerint jobb oldalra.

A lekerekítéssel csatlakozó kontúrvonalak által adódó méreteket a kontúrok meghosszabbításában rajzolt méretsegédvonalakkal határozzuk meg. Az ábra egyúttal azt is bemutatja, hogy a méretsegédvonalak **ferdén** is rajzolhatók, ha így az ábrázolás egyértelműbb lesz (4.55. ábra).



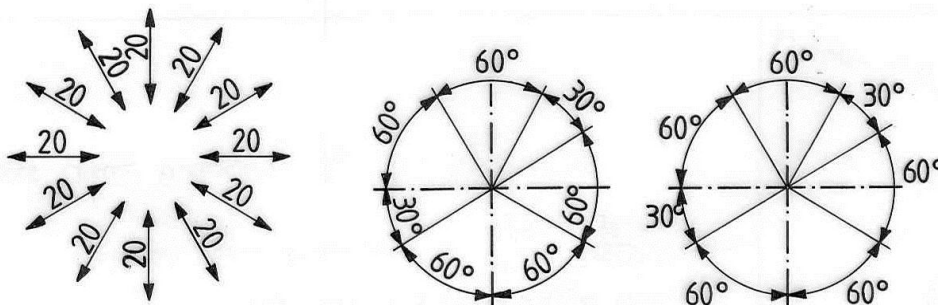
4.55. ábra Lekerekített méretek megadási módja és ferde (de párhuzamos) méretsegédvonalak

A méretszámot semmiféle vonallal, méretvonal-határoló nyíllal pedig vastag vonallal nem szabad metszeni; a méretszámokat és a hozzájuk tartozó jelképeket vonallal nem szabad elválasztani. Adott esetben a méretvonal-határoló nyílon átmenő kontúrvonalat, ill. a méretszámokat elválasztó középvonalat meg kell szakítani. A metszett felület vonalzatát csak a méretszámnál kell megszakítani, a méretvonal-határoló nyílnál nem feltétlenül szükséges (4.56. ábra).



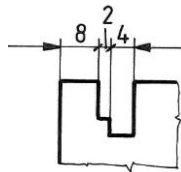
4.56. ábra: Méretszámot és nyílat nem szabad más vonallal áthúzni, nézet- és középvonalat meg kell szakítani

A méretszámokat a rajz természetes helyzetében általánosan **alulról** vagy **jobb oldalról** olvashatóan kell felírni. A szabvány ezt az alapelvet nagyon rugalmasan kezeli, amint ezt a 4.57. ábra baloldali részéből láthatjuk. A szögek méretszámait a 4.57. ábra jobboldali rész szerint lehet az olvasási irányhoz igazodóan írni. Ez főleg a számítógépes rajzolásnál alkalmazható.



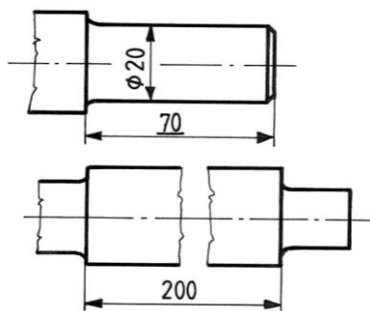
4.57. ábra: Hossz- és szögméretek felírása különféle irányokban

Több egymás mellett lévő kis méret megadásakor a nyilak nem férnek el. Ilyenkor alkalmazható a **ferde méretvonal-határoló** (4.51. ábra). Ha a méretszám nem fér el, mutatóvonallal kapcsolható a mérethez (4.58. ábra). A szélső méretvonal-határoló nyilakat ne helyettesítse ferde vonalka.



4.58. ábra: Ferde méretvonal-határoló használata

Utólagos méretváltoztatáskor előfordulhat, hogy egyes méretek méretszáma nem egyezik meg a méretszakasz tényleges hosszával. Ilyenkor a **méretszám aláhúzásával** lehet felhívni arra a figyelmet, hogy nem véletlen a méretszám és a méret ellentmondása. (Egyébként rajzról méretet lemérni tilos!) A méretszámot nem kell aláhúzni, ha az alkatrészt töréssel ábrázoltuk (4.59. ábra).



4.59. ábra: Méretszám aláhúzása a méret módosításakor

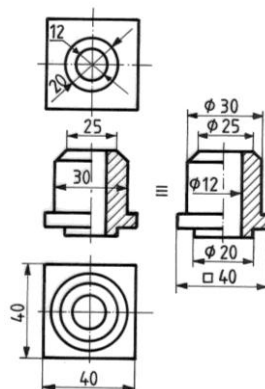
4.4.2. Jelképpel kiegészített méretek

A méretszámok elé egyes esetekben megfelelő **jelképet** rajzolva, egy vagy több vetület megrajzolása feleslegessé válik úgy, hogy az ábrázolás továbbra is egyértelmű marad. A géprajzokon a 4.2. táblázatban felsorolt jelképek fordulnak elő a leggyakrabban.

Megnevezés	Jelkép	Példa
körátmérő	Ø	Ø20
sugár	R	R5
gömbátmérő	Sø	Sø25
gömbsugár	SR	SR40
négyszetes alak	□	□ 16

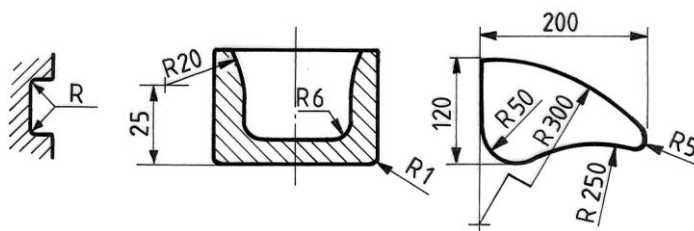
4.2. táblázat: Méretjelképek

A feltüntetett alkatrészt (4.60. ábra) a felsorolt jelképek alkalmazása nélkül három vetületével lehetne egyértelműen ábrázolni (feltéve, ha nem akarunk szaggatott vonalakat rajzolni). A jobboldali ábra teljes mértékben helyettesíti a baloldali ábra három vetületét.



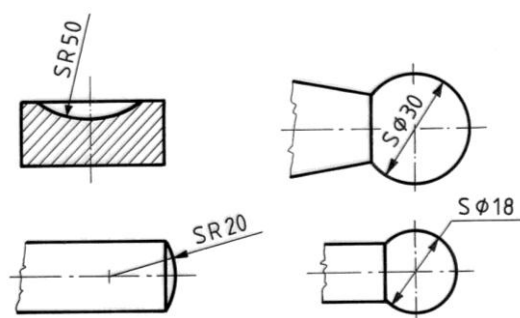
4.60. ábra: Jelképek használatával vetülete(ke)t takaríthatunk meg

A körív sugarának méretvonalát csak az ívnél látjuk el nyíllal. Ha a középpont helye metsződő középvonalakkal van megadva, a méretvonal onnan indul. Amikor a középpont helyzete külön megadás nélkül is meghatározott, akkor nem jelöljük be, a sugár méretvonalát pedig csak a méretszám megadásához szükséges hosszban rajzoljuk meg, sugárirányban. A méretvonal-határoló nyíl kívülről is érintheti az ívet. A 4.61. ábra mutatja a sugár megadásának különböző változatait.



4.61. ábra: Sugár méretmegadásának változatai

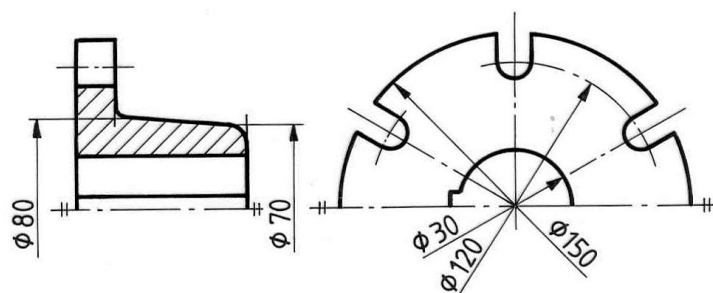
Nagysugarú körívek méretmegadását kétféle módon lehet elvégezni. Amennyiben a középpont helyzete egyértelmű (pl. az alkatrész szimmetriavonalán van), vagy pedig az egymást érintő körívek középpontjának helyzetét szerkesztéssel meg lehet határozni, a méretvonalat sugárirányban bárhová rajzolhatjuk. Abban az esetben, ha a középpont helyzetét meg kell mutatni és a középpontot a körívhez közelebb rajzoljuk, **kétszer derékszögben megtört** méretvonalat rajzolunk, a nyílheggyel ellátott mértvonalrész a körív érintőjére merőleges, a másik pedig ezzel a vonallal párhuzamos. (Adott esetben a középpont helyzetének bemutatására azért volt szükség, mert az ábrából nem nyilvánvaló, hogy az a baloldali függőlegesen van). A gömb átmérőjének, ill. sugarának megadására mutat néhány példát a 4.62. ábra.



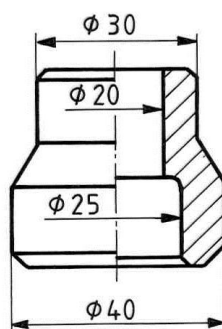
4.62. ábra: Gömbsugar és gömbátmérő megadása

4.4.3. Különleges méretmegadások, egyszerűsítések

Mint már eddig is láttuk, szimmetrikus test ábrázolásakor sokszor csak az alkatrész felét rajzoljuk meg. A méret megadásakor ilyenkor is a **teljes méretet** kell feltüntetni (4.63. ábra), tehát forgástesteken is az átmérőt és nem a rajzon látható sugarat. Arra, hogy a rajzon nem ábrázolt teljes méretet méretezzük be, az átmérő jelképén kívül még azzal is felhívjuk a figyelmet, hogy a méretvonalat a középponton, ill. a középvonalon túl is meghosszabbítjuk és esetleg a méretszámot is ide írjuk.

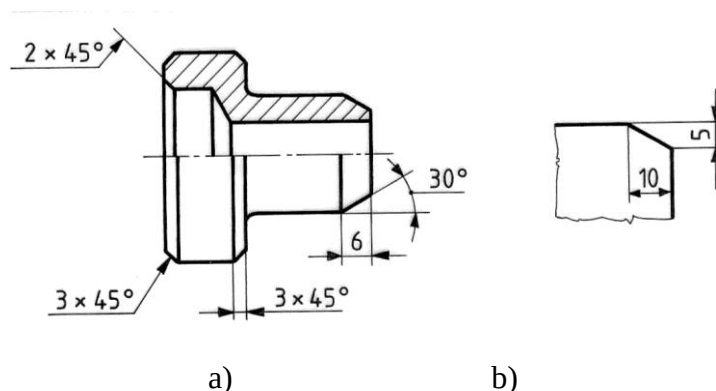


4.63. ábra: Félvetületek beméretezése



4.64. ábra: Átmérők megadása félnézet-félmetszeten

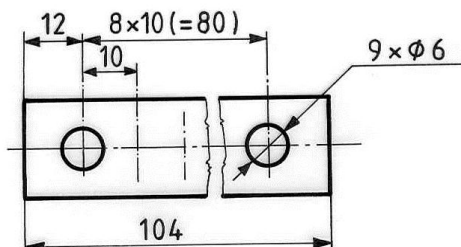
Forgástest félnézet-félmetszeten történő ábrázolásakor azokat az átmérőket megadó méretvonalakat, amelyeknek az ábrán csak az egyik határvonaluk látszik, szintén túlhúzzuk a középvonalon és csak az egyik oldalon látjuk el nyíllal (4.64. ábra). Azokat az átmérőket viszont, amelyeknek mindkét kontúrvonaluk látszik – az egyik a nézeten, a másik a metszeten – teljes méretvonalal kell beméretezni.



4.65. ábra: Élettörés megadási módjai

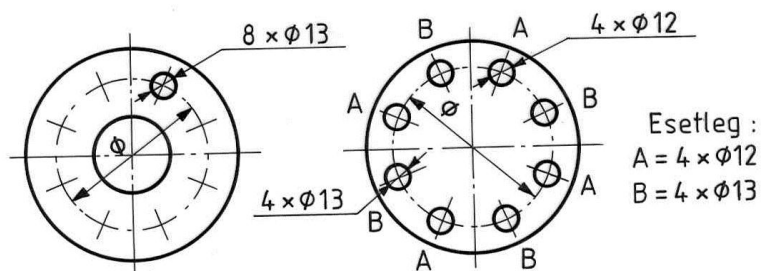
A gépalkatrészek kontúrjai ritkán találkoznak élben. Az éles sarkok balesetveszélyesek és feszültséggyűjtő helyek, tehát az **éltompítást** minden esetben olyankor is alkalmazzák, amikor erre szerkezeti (szerelési) okokból nem lenne szükség. Az éltompítást gömbölyítéssel vagy sarokletöréssel lehet kialakítani. Leggyakoribb a 45° -os sarokletörés, ennek méretmegadását egyszerűsítve a 4.65. ábra baloldali részén látható módon, háromféleképpen lehet elvégezni. (A méretszám a háromszög befogóját jelenti.) Az egyszerűsített méret megadható méretvonalon vagy a kontúrhoz, ill. segédvonalhoz rajzolt mutatóvonalon. Ha az éltompítás nem 45° -os, meg kell adni a szöget és az egyik befogó nagyságát, esetleg – főleg ha nem forgástestet ábrázolunk – a két befogó is megadható (4.65. ábra jobboldali rész).

Több, **ismétlődő méretet** összesítve is meg lehet adni az alábbi ábrán látható módon (4.66. ábra). Az összesített méret csak tájékoztató méret. Az ismétlődő méretekből egyet külön is megadunk.



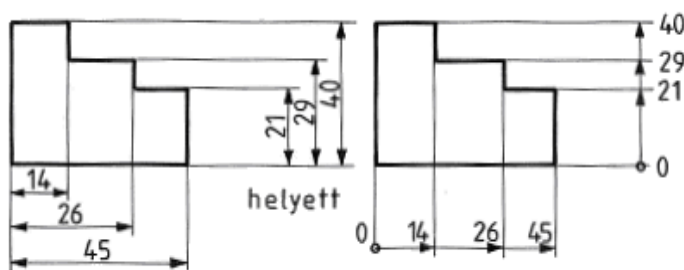
4.66. ábra: Ismétlődő méretek megadása

Méretmegadási egyszerűsítést jelent az is, hogy a 9 db azonos méretű furatot elég egy helyen beméretezni, a furatok számának feltüntetésével. Ehhez hasonló a lyukkör mentén egyenletesen elosztott furatok méretmegadása, amelyet a 4.67. ábra mutat be. Ha a furatok osztása azonos és ez a rajzból egyértelmű, a szöveget nem kell megadni. Amennyiben a furatok nem azonos méretűek, akkor betűvel lehet azonosítani.



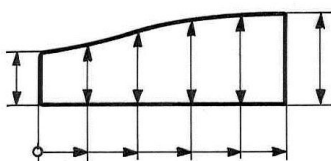
4.67. ábra: Azonos furatok méretmegadása

Több, **közös alapvonalra** támaszkodó méret megadása – általában lemezből készült alkatrészek rajzán – egyszerűsített módon is történhet. Mindegyik méretet – amelyeket nem a méretvonalra, hanem a méretsegédvonal mellé írunk – a 0-val jelölt kezdőponttól értjük (4.68. ábra).



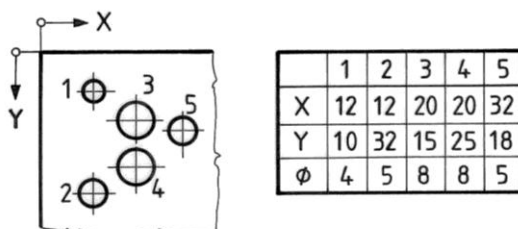
4.68. ábra: Közös alapvonalra támaszkodó mérethálózat

A szabálytalan kontúrvonalú alkatrészek méretei az egyes pontok koordináta-méreteinek megadásával határozhatók meg (4.69. ábra).

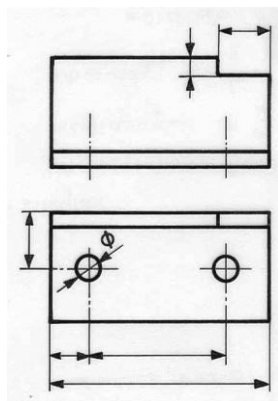


4.69. ábra: Szabálytalan alakú alkatrész beméretezése

Táblázatba foglalt koordinátákkal adhatók meg a furatok helyzetének és átmérőinek a méretei olyan esetben, amikor a mérethálózat nehezen áttekinthető. (4.70. ábra).



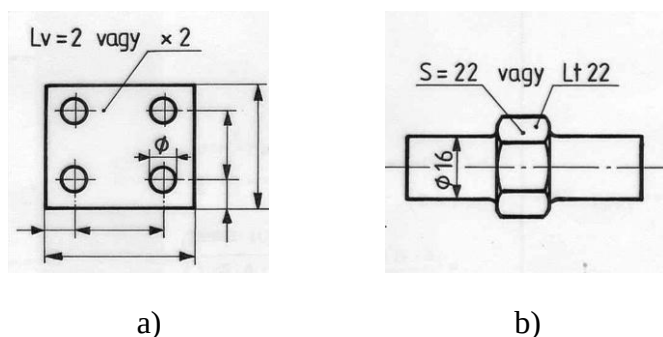
4.70. ábra: Különböző furatok koordinátáinak és méretének táblázatos megadása



4.71. ábra: Adottnak tekintett méreteket nem adunk meg

Szabványos – általában hengerelt félkész – termékek azon méreteit, amelyeket nem a rajz alapján kell elkészíteni, hanem adottnak tekinthetők, nem szabad beméretezni. (4.71. ábra). A terméket (pl.: melegen hengerelt egyenlőszárú L-acél) az alkatrészjegyzékben szabványos jelével határozzuk meg. A leggyakrabban előforduló félkész termékek méreteinek megadását a Műszaki ábrázolás II. jegyzetben részletezzük.

Megemlítünk még két egyszerűsítő méretmegadási módot, amelyeket **csak régi** rajzokon láthatunk. Lemezből készült alkatrészek vastagsági mérete, ill. a hatszög laptávolsága a 4.72. ábra mutatta módon volt megadható. Ez az egyszerű megadási mód új rajzokon nem alkalmazható, helyette befordított szelvényt vagy külön nézetet (általában résznézet is elegendő) kell rajzolni.



4.72. ábra: Csak régi rajzokon található méretmegadási módok (a és b)

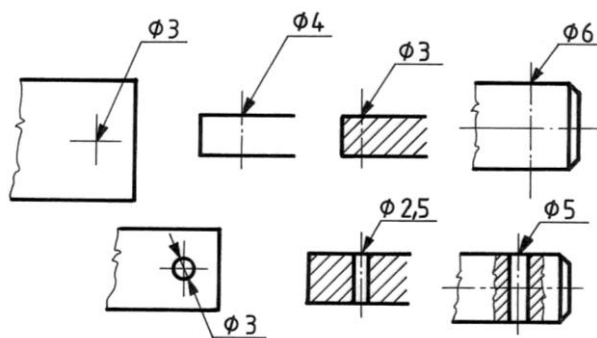
4.4.4. Furatok egyszerűsített méretmegadása

Zsúfolt vagy kis méretarányú rajzokon a (rajzban) kisméretű furatok rajzolása, ill. méretének megadása egyszerűsíthető.

A rajzi egyszerűsítés abban áll, hogy a furat megrajzolása helyett tengelyirányú vetületben a furat tengelyét meghatározó vonalkeresztet, tengellyel párhuzamos nézetben, ill. metszetben a furat tengelyét rajzoljuk csak meg.

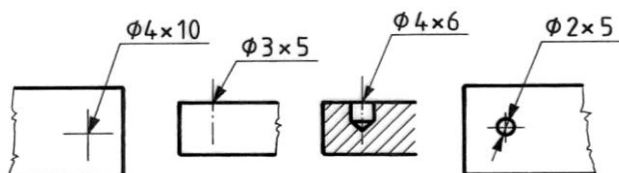
A méretmegadás egyszerűsítése azt jelenti, hogy a méretet a furat tengelyéhez kapcsolódó mutatóvonal vízszintes szakaszára írjuk. Ezt az egyszerűsítést önállóan is alkalmazhatjuk, tehát akkor is, amikor a furat képét megrajzoltuk.

Az átmenő furatokra vonatkozó rajzi és méretmegadási egyszerűsítéseket a 4.73. ábra mutatja.



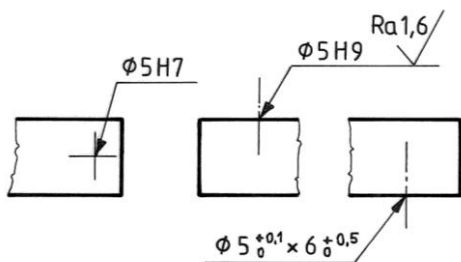
4.73. ábra: Átmenő furatok egyszerűsített méretmegadása

A **zsákfurat** rajzi egyszerűsítése azonos az előzővel. A méretmegadáskor az átmérő számértékéhez a furat mélységének számértékét szorzójellel (x) kapcsoljuk (4.74. ábra).



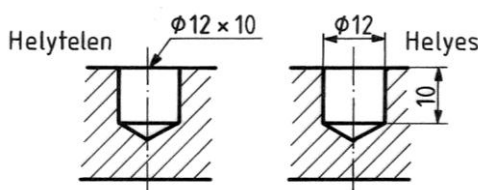
4.74. ábra: Zsákfuratok egyszerűsített méretmegadása

Mindkét esetben a furat tűrését, ill. a furat felületi érdességét is megadhatjuk a méretszám után (4.75. ábra). (Mindkét fogalmat és rajzi jelölését a Műszaki ábrázolás II. tárgy keretében fogjuk megismerni.)



4.75. ábra: Furatok egyszerűsített és kiegészített méretmegadása

Ez az egyszerűsítés **nem alkalmazható** a “kényelmesen” beméretezhető rajzokon, itt a méreteket a szokásos módon kell megadni (4.76. ábra).

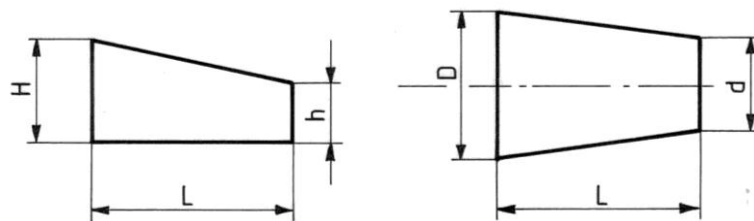


4.76. ábra: Helytelen egyszerűsítés és helyes méretmegadás

4.4.5. Lejtés és kúposság fogalma és rajzi jelölése

A **lejtés** egy sík felület ferdeségét jellemzi valamely alapsíkhoz viszonyítva. A **kúposság** két átmérő különbségének és az átmérő síkok távolságának viszonya.

Mindkét értéket viszonzyszámmal vagy százalékban lehet kifejezni. A fogalmak értelmezése és az értékek meghatározása a 4.77. ábra szerint:



4.77. ábra: Lejtés és kúposság értelmezése

Viszonzyszám:

$$\text{lejtés} = \frac{H - h}{L}$$

$$\text{kúposság} = \frac{D - d}{L}$$

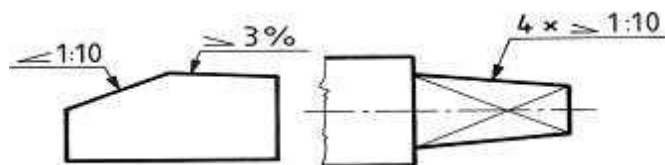
Százalékos kifejezés:

$$\text{lejtés} = \frac{H - h}{L} \cdot 100 \%$$

$$\text{kúposság} = \frac{D - d}{L} \cdot 100 \%$$

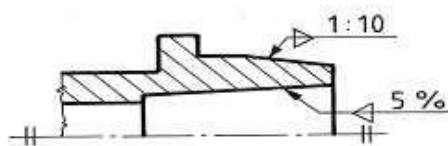
Lejtést max. 30° lejtésszögig-, kúposságot max. 45° kúpszögig szokás megadni, ezen felül szög- megadással, ill. hossz méretekkel.

A lejtés méretszámát a lejtő felületéhez nyíllal kapcsolt mutatóvonalnak az alapfelülettel párhuzamos szárára írjuk, a méretszám elé a lejtés irányát is jelölő jelképet rajzolunk, amelynek csúcsa a kisebbik méret irányába mutat. A jelkép alsó szára az alapsíkkal párhuzamos. A négy- oldalú gúla lapjainak lejtését elég egyszer megadni, a síklapra utaló átlókat azonban – ebben az esetben – meg kell rajzolni. (4.78. ábra).



4.78. ábra: Lejtés megadása

A kúposság méretszámát a kúpalkotóhoz nyíllal kapcsolt mutatóvonalnak a középvonallal párhuzamos szárára írjuk. A jelkép a mutatóvonalra rajzolt kis háromszög, amelynek csúcsa a kúp kisebbik átmérője felé mutat (4.79. ábra).



4.79. ábra: Kúposság megadása

4.4.6. A mérethálózat

A **mérethálózat** valamely alkatrész rajzon megadott méreteinek összessége. Ez azonban így csak formailag igaz, tartalmilag a mérethálózat megfelelő felépítése a méretek nagyságán kívül tükrözi az alkatrész egyes felületeinek a feladatát és fontosságát is, a működés szempontjából.

Az alkatrész működése (szerkezetben betöltött szerepe) szerint háromféle méret különböztethető meg:

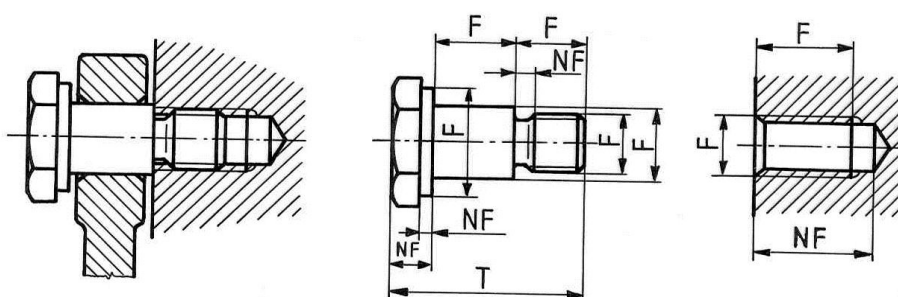
funkcionális méret: olyan méret, amely az alkatrész rendeltetésszerű működéséhez feltétlenül szükséges (4.80. ábra F jelű méretek),

nem funkcionális méret: olyan méret, amely a tárgy elkészítéséhez kell, de a tárgy működése vagy elhelyezkedése szempontjából nem lényeges (NF jelű méretek),

tájékoztató méret: a többi megadott kapcsolódó méretből származik, de nem használható fel gyártáshoz, ill. ellenőrzéshez (T jelű méret). Ezt a méretet zárójelben kell megadni és nem szabad túrésezni. Az adott ábrán a peremes csavar teljes hossza három kapcsolódó mérettel van meghatározva.

Az “F” és “NF” jelű méretek valóságos értékeit a rajzon jelöléssel nem különböztetjük meg.

A gyakorlatban célszerűbb az egymáshoz kapcsolódó méretek (láncméret) helyett – azok valamelyikét kihagyva – az itt tájékoztató méretként (T) kezelt méretet nem funkcionális (NF) méretként kezelni és valamelyik NF méretet elhagyni, miután az alkatrész főméreteit mindig meg kell adni. Erre a későbbiekben még kitérünk.



4.80. ábra: Méretfajták funkcionális szempontból

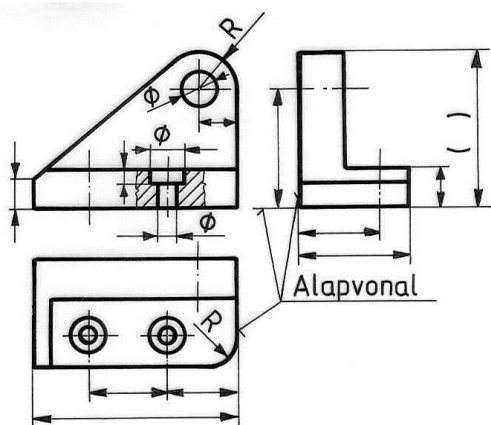
Az egyetlen és minden mérethálózatra vonatkozóan érvényes szabály:

Az alkatrész meghatározásához szükséges **minden méret a rajzon csak egyszer** szerepelhet, függetlenül attól, hogy hány vetületben rajzoltuk meg. Ezzel elkerülhetjük az esetleges ellentmondásokat, amelyek főleg az alkatrész egyes méreteinek utólagos megváltoztatásakor adódhatnak. (Ez alól az előírás alól kivételt csak a nagyméretű- vagy nagyon bonyolult alkatrészek több lapból álló műhelyrajzai

képeznek, amelyeken az azonosítás megkönnyítése céljából a jellegzetes méreteket tájékoztató méretként a főábrán kívül más lapokon rajzolt vetületen is megadhatjuk.)

A következő – kevésbé egyértelműen meghatározható – de nem kevésbé fontos előírás:

Mindhárom főirányban **méretezési alapvonal** (bázist) kell választani és a működés szempontjából lényeges méreteket ezektől az alapvonalaktól kell megadni úgy, hogy a méretek lehetőleg egy- vagy kéttagú méretláncot képezzenek (4.81. ábra). Rendszerint nincs szükség mindhárom alapvonalra, forgástestek rajzán többnyire elég egy is (a tengelyirányú méretekhez). Az alapvonalról megadott egyes méretek újabb alapvonalat jelenthetnek a további méretmegadáshoz.

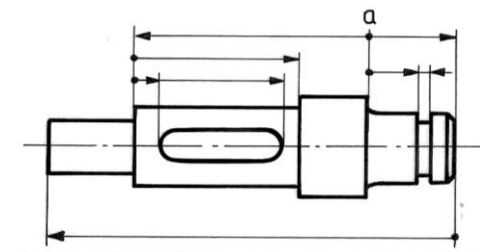


4.81. ábra: Méretezési alapvonalak

A szerkesztés, a gyártás és az ellenőrzés számára különböző alapsíkok lehetnek szükségesek. A rajz készítésekor a gyártástechnológia nem mindig ismert és nem is szabad azt megkötni. Éppen ezért a rajzon a beméretezéshez célszerű a szerkesztési alapvonalat használni, de helyes, ha ez egyúttal az ellenőrzési alapvonal is.

A méretezési alapvonal lehet:

a működés szempontjából fontos elem **határoló vonala**. Az alábbi ábrán a tengely egyik csapágányának (a-val jelölt) felfekvő felületét választottuk alapvonalnak (4.82. ábra). Ezen az egyetlen ábrán a felépítés gondolatmenetét is megpróbáljuk érzékeltetni úgy, hogy a méretek egyik végére teszünk csak nyílat, mintegy jelezve, hogy az alapvonalról hogyan épül fel a mérethálózat (konkrét alkatrészarajzon ez a mód nem alkalmazható!),

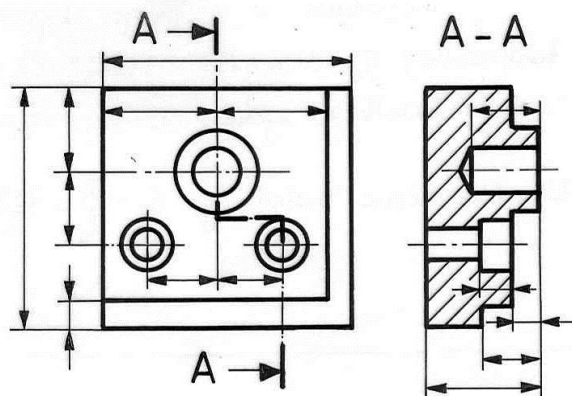


4.82. ábra: Példa méretezési alapvonal kiválasztására

a működés szempontjából fontos elem **szimmetriatengelye** (a furat tengelye, 4.83. ábra). A jobb áttekinthetőség miatt csak a lényeges méreteket tüntettük fel (pl. a furatátmérőnek a felépítés szempontjából nincs jelentősége),

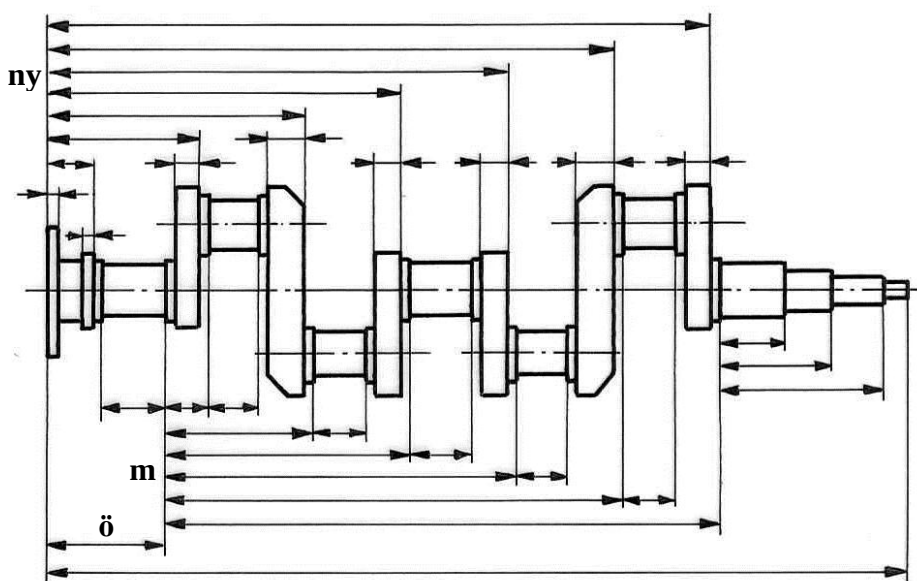
lépcsős, vállas alkatrészek főméretének valamelyik határoló-vonala,

a fentiektől adott távolságban lévő sík nyomvonala, ill. méretsegédvonala. Erre láttunk példát az előbbi ábrán megrajzolt tengelyen (4.82. ábra). Látható, hogy az a-val jelzett bázisfelülettől balra levő váll a reteszhorony méretmegadásához újabb bázisfelületet képez (nevezhetjük másodrendű bázisfelületnek). Ugyanezt még szembetűnőbben mutatja meg a 4.84. ábra.



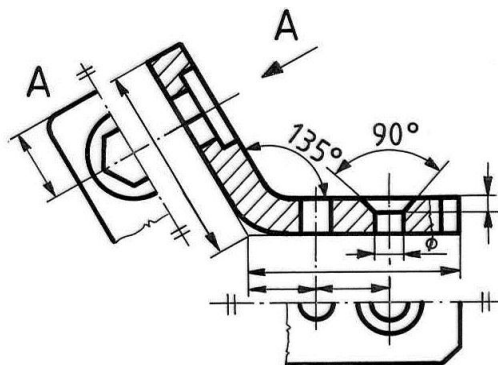
4.83. ábra: Furat tengelye, mint alapvonal

A megmunkált és a nyersen maradó felületek számára külön mérethálózatot kell felépíteni. A két mérethálózatot egyetlen mérettel kell összekötni. A megmunkált felületek alapsíkja csak megmunkált felület lehet. A mellékelt ábrán egy kovácsolással és forgácsolással készülő forgattyús tengely hosszmeretei vannak megadva (4.84. ábra). A nyersen maradó felületek alapsíkját ny-nyel, a megmunkált felületek alapsíkját m-mel, az összekötő méretet pedig ö-vel jelöltük.



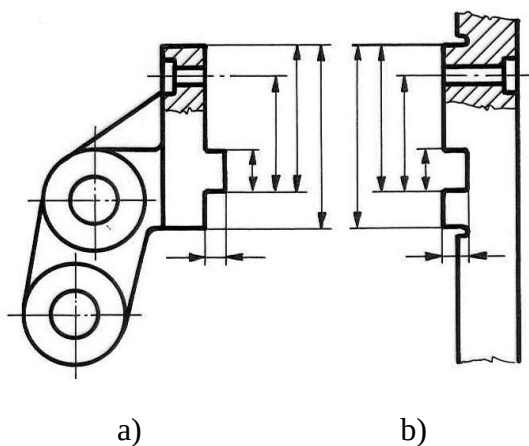
4.84. ábra: Forgattyús tengely mérethálózata (m – megmunkált-, ny – nyersen maradó-, ö – összekötő méretek)

Az alkatrész lehet olyan kialakítású, amikor az eddigi derékszögű koordináta-rendszer helyett célszerűbb a **poláris koordináta-rendszer** alkalmazása. Ilyenkor a főirányhoz képest ferdén álló részek tagozódását olyan bázisfelülettől kell megadni, amelyhez képest az egyes részletek párhuzamos, ill. merőleges méretekkkel meghatározhatók (4.85. ábra).

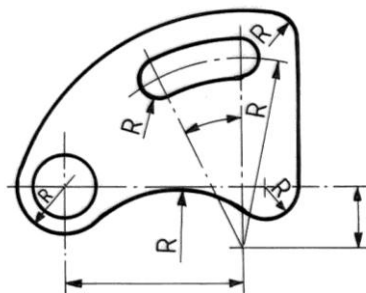


4.85. ábra: Ferde részletek méretmegadása

Az eddigiekből azt láthattuk, hogy a méretezési alapvonal megválasztása (többé-kevésbé) a tervezőre van bízva. Bizonyos megkötöttséget jelent az **egymáshoz kapcsolódó alkatrészek** egymáshoz kapcsolódó felületeinek mérethálózata. Ilyenkor ugyanis a méreteket azonos bázisvonalra támaszkodó-, azonos felépítésű mérethálózattal kell meghatározni (4.86. ábra).



4.86. ábra: Kapcsolódó alkatrészeket (a és b) azonos bázisfelülettől, azonos felépítésű mérethálózattal kell beméretezni

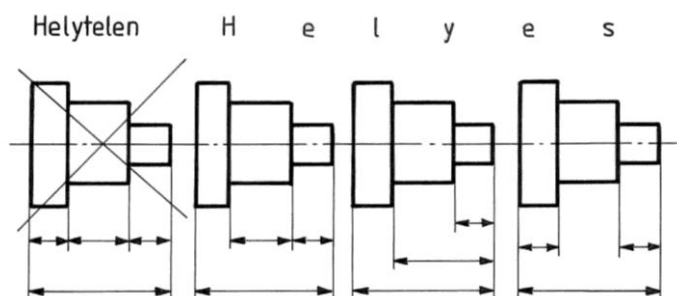


4.87. ábra: Előrajzolásához szükséges méreteket is meg kell adni

Előírásnak tekinthető az előrajzolással készült alkatrésze vonatkozóan az is, hogy az **előrajzolóhoz szükséges méreteket** akkor is meg kell adni, ha az a kész alkatrészen már nem ellenőrizhető (4.87. ábra).

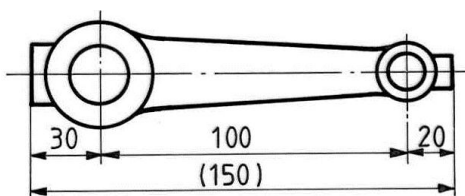
Nagyon lényeges előírás az, amely a **méretek túlhatározottságát** tiltja. A rajzon megadott méretek ugyanis sohasem készíthetők el pontosan, hanem az elkészült méret több-kevesebb mértékben eltér a megadott mérettől, amelyet tehát csak névlegesnek tekinthetünk. A méretek szóródásának két határát előre meg kell határozni; ez a tűrés. (Értelmezése és mértéke a Műszaki ábrázolás II. tárgyát képezi). A működés, szerelés szempontjából lényeges méreteket tűrésükkel (mérethatáraiakkal) együtt kell megadni, lesznek viszont olyan lényegtelenebb méretek, amelyek ezekből kiadódnak. Ezért fontos, hogy az egymás melletti méretek megadásakor ún. nyílt méretláncot alkalmazzunk. (nyílt méretláncon azt értjük, hogy a megadható méretek közül egynek a méretét nem adjuk meg, hanem “nyitva” hagyjuk.)

A következő ábrán bemutatott lépcsős csap (4.88. ábra) méretmegadása a baloldali változatban **zárt méretláncú**, ezért helytelen, kivéve, ha a teljes méretet zárójelben, tájékoztató méretként adjuk meg (l. 4.76. ábra). A többi változatban a méretlánc nyílt (egytágú vagy kéttagú). Bármelyik lehet helyes az alkatrésznek a szerkezetben betöltött szerepétől függően. Adott esetben méretezési alapvonalnak a csap jobboldali kontúrját választottuk.



4.88. ábra: Nyílt méretlánc többféle megoldásban

A 4.89. ábra bal oldali és jobb oldali síkjainak a tengelyektől mért távolsága működési szempontból lényeges méret, ugyancsak lényeges a tengelyek távolsága is. Vagyis mindhárom méret funkcionális méret. Miután azonban általános irányelv az is, hogy az alkatrész teljes méretét (főméret) mindig megadjuk, ezt tájékoztató méretként zárójelbe írjuk.

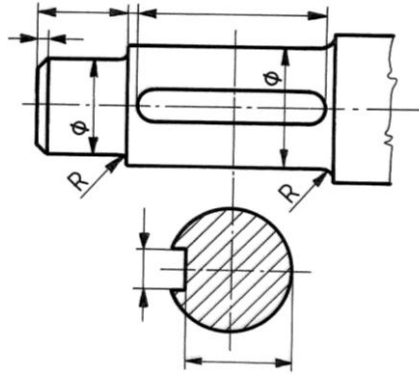


4.89. ábra: Teljes hossz – mint főméret – tájékoztató méretként megadva

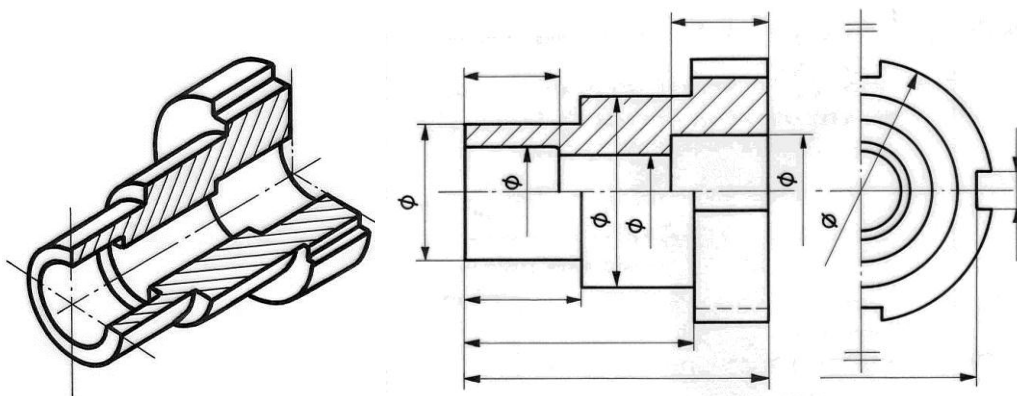
A következőkben olyan irányelveket közlünk, amelyeknek a figyelmen kívül hagyása miatt ugyan nem lenne az alkatrész elkészíthetetlen, de alkalmazásuk a méretek áttekintését megkönnyíti.

Az **összetartozó méreteket** lehetőleg ugyanazon a vetületen kell megadni. Ilyen összetartozó méret pl. a következő ábrán a reteszhorony szelvényrajzán (4.90. ábra) megadott két méret (a reteszhorony

szélessége és a horonyfenéktávolság), a harmadikat – a horony hosszmeretét – csak a másik vetületen lehet megadni. Ugyancsak összetartozónak tekintjük a zsákfurat átmérőjét és mélységmeretét, a lyukkörátmérőt és a rajta elhelyezkedő furatok méretét, stb.



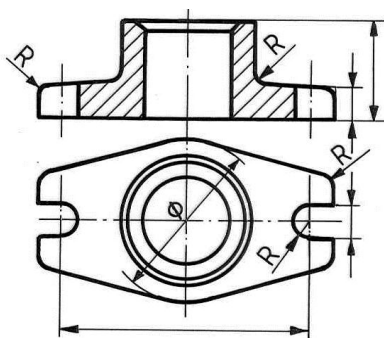
4.90. ábra: Összetartozó méreteket ugyanazon vetületen kell megadni



4.91. ábra: Külső- és belső felületek mérethálózatának szétválasztása és körátmérők célszerű beméretezése

Az alkatrész rajzán célszerű különválasztani a **külső kiképzésre** és a **belső kialakításra** vonatkozó méreteket. Így áttekinthetőbb lesz a mérethálózat és elkerülhető a méretvonalak kereszteződése (4.91. ábra). Az ábra egyúttal példa arra is, hogy a forgásfelületek átmérő-méreteit ott helyesebb megadni, ahol azok alkotója is látszik. A koncentrikus körök nem jellemzők méretmegadás szempontjából és áttekinthetetlenek. Az ábra baloldalán az alkatrész axonometrikus rajza-, a jobboldalon pedig két rendezett vetülete látható szétválasztott mérethálózattal.

A mérethálózat egyszerűsítését jelenti az a lehetőség, amely szerint **csak egy helyen** kell méreteket, ill. mérethálózattal ellátni a szimmetrikus alkatrészen tükröképként elhelyezkedő- vagy a munkadarabon ismételten előforduló és többször kirajzolt elemeket, ha ezek azonossága a rajz alapján egyértelműen felismerhető (4.92. ábra).



4.92. ábra: Szimmetrikus alkatrészek rajzán csak az egyik oldalon kell megadni a méreteket

4.4.7. Szöveges utasítások a rajzokon

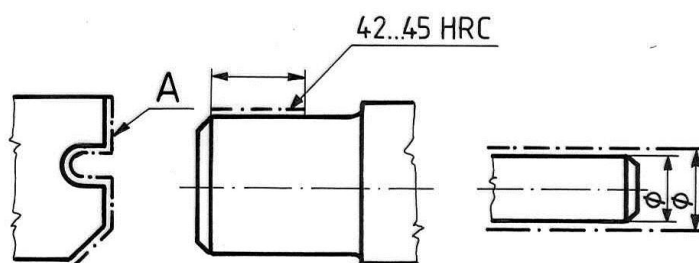
Annak ellenére, hogy a géprajzokon lehetőség szerint kerülni kell a **feliratokat**, mégis előfordul, hogy az ábrázolással meg nem adható követelményeket valamilyen szöveg felírásával határozzuk meg. A gyakorlatban főleg az alkatrész felületének az állapotára, hőkezelésére vonatkozhatnak ezek a feliratok.

A már többször hangoztatott alapelveknek megfelelően, amely szerint a műhelyrajz az alkatrészt teljesen kész állapotában mutatja be, a feliratok szövegezése sem utasítás jellegű, hanem az elkészült alkatrészt jellemzi. Pl. “Festve” (nem pedig „festeni”); “Edzve 42...45 HRC-re”; “Szereléskor fűrva” stb. A szöveg legyen rövid, a magától értetődő műveletekre ne térjen ki.

A szöveget a rajz nagyságától függően 3,5 vagy 5 mm-es (főleg az utóbbi) betűkkel írjuk fel, a rajz természetes helyzetéhez képest vízszintesen.

A **szöveg** vonatkozhat a teljes alkatrészt vagy annak egyes felületeire. Az utóbbi esetben a felületet meg kell jelölni vastag pontvonallal; a szöveges utasítást vagy mutatóvonalra írjuk, vagy pedig azonosító betűvel jelöljük és a szövegben utalunk erre. A 4.93. ábra ábrán néhány példát láthatunk a megadás módjára. Az ábrán azt is bemutatjuk, hogy adott esetben az alkatrészből meg lehet adni a bevonat készítése előtti- és utáni méretet is.

Az azonosító betűk magyarázatára szolgáló szöveg a szövegmező felett a rajz természetes helyzetének megfelelő (vízszintes) irányból legyen olvasható.



4.93. ábra: Felületkezelések jelölése és megadása a rajzon

5. Rajzi egyszerűsítések és jelképek

5.1. A jelképek és egyszerűsítések alkalmazásának célja

A 4. fejezetben megismerkedhettünk a valósághű ábrázolás szabályaival, amelynek lényegét abban foglalhatjuk össze, hogy a műhelyrajzok ábrarészét a merőleges vetítés szabályainak alkalmazásával láthatóság szerint rajzoljuk meg. Ettől az alapelvtől gyakorlatilag alig térünk el, csupán néhány **egyszerűsítést** vezettünk be (szelvény, tagolóvonal, stb.).

Vannak azonban az alkatrészeknek olyan ismétlődő elemei (csavarmenet, fogaskerék fogai, stb.), amelyek valósághűen csak nagyon nehezen rajzolhatók meg. Az alapvető géprajzi célkitűzéssel – amely az alkatrész legegyszerűbb, egyértelmű ábrázolását teszi feladatunkká – szembekerülnénk, ha ezeket a részleteket megrajzolnánk (gépi szerkesztésre ez értelemszerűen nem vonatkozik). Már régtől kezdve kialakult a géprajzi gyakorlatban olyan törekvés, hogy a rajzi egyszerűsítés érdekében – ezekben az esetekben – olyan **jelképeket** alkalmazzunk, amelyek az alkatrész tényleges alakjától elvonatkoztatva, alakra vonatkozó utalásokkal helyettesíti a valósághű ábra egyes részeit.

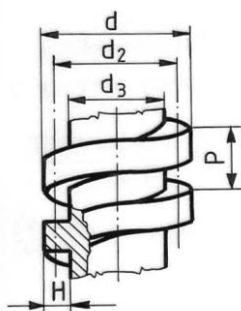
Egyes esetekben a méretmegadáskor is jelképeket alkalmaztunk. Ebben az értelemben lehet beszélni egyszerűsített- és **jelképes ábrázolásról** (pl. csavarmenet ábrázolása és méretmegadása).

A hegesztett varratok rajzolási szabályaival is ebben a fejezetben ismerkedhetünk meg, itt rajzi egyszerűsítésekkel és jelképekkel egyaránt találkozhatunk.

5.2. A csavarmenetek ábrázolása és jelölése

5.2.1. A csavarmenet keletkezése

A gépszerkezetek egyik leggyakrabban alkalmazott eleme a **csavarból** és **csavaranyából** (orsómenetből és anyamenetből) álló elempár. Elterjedtsége, valamint tényleges alakjának a bonyolultsága miatt szinte magától értetődő az egyszerűsített ábrázolás.



5.1. ábra: Csavarmenet származtatása

Csavarmenet keletkezik, ha egy síkidomot egy henger külső vagy belső felületén egyenletes sebességgel körbeviszünk, miközben egyenletes sebességgel elmozgatjuk a henger tengelyének irányában is. A síkidomot a henger külső felületén mozgatva orsómenetet, a belső felületén mozgatva anyamenetet kapunk. (A csavar származtatásának itt leírt módja a könnyebb elképzelést szolgálja, a valóságban az anyagot nem hozzáadjuk a hengerhez, hanem a külső-, ill. belső menet készítésekor a menetárkot alakítjuk ki.) Az 5.1. ábra egy négyzet körbeforgatásával nyert laposmenetű csavart ábrázol (ez a menetfajta nem szabványos). Az egyes bejelölt méretek elnevezése:

d = külső átmérő,
 d_2 = középméterő,
 d_3 = magátméterő,
 P = menetemelkedés,

α = menetemelkedési szög ($\alpha = \arctan(\frac{P}{d_2 \cdot \pi})$),

H = menetmélység.

Amennyiben a körülforgatott síkidomot egy körülforgatás alatt kétszeres P értékűre emeljük és az ellentétes oldalon egy másik menetet is indítunk, akkor **kétbekezdésű** csavarmenetet kapunk.

A csavar lehet jobb- vagy bal emelkedésű aszerint, hogy a menet az óramutató járásával egyező irányban vagy azzal ellentétesen csavarodik.

A leggyakrabban használt menetfajta az **élesmenet** (5.2. ábra a) rész), amelynél a körülvitt síkidom háromszög, mégpedig 55° -os vagy 60° -os csúcshöszöggel.

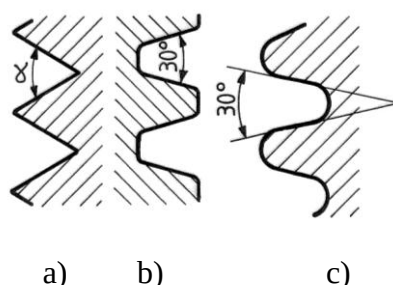
A 60° -os csúcshöszöggel a **métermenet** készül, amelynek méretei, mint az elnevezés is mutatja, metrikus mértékrendszerben vannak meghatározva.

Az 55° -os csúcshöszöggel készült csavarmenetet a **Withworth menet**, amely hüvelyk (=coll) mértékrendszerben készül, és az angolszász országokban általánosan elterjedt. Ma nálunk főleg csak a menetes csöveken, a hozzájuk csatlakozó csőidomokon és csőszerevényeken alkalmazzák egy speciális fajtáját, az ún. **csőmenetet**.

A géprajzi gyakorlatban használatos főbb menetfajták még: a **trapézmenet** (5.2. ábra b) rész) és a **zsinórmenet** (5.2. ábra c) rész).

A menetprofilok elméleti alakját az 5.2. ábra mutatja, a valódi kialakítás és a méretek valamennyi műszaki táblázatokat tartalmazó könyvben, ill. jegyzetben megtalálható

Az egyes menetprofilok felhasználási területe különböző. A leggyakrabban felhasznált menetprofil az élesmenet. Ezt használják az ún. kötőcsavarokhoz, amelyek több alkatrész összekötésére szolgálnak. A többi menet alkalmazási területeinek indoklására a csavarok szilárdsági viszonyainak ismertetésekor kerül sor a „Jármű- és hajtáselemek” c. tárgyban.

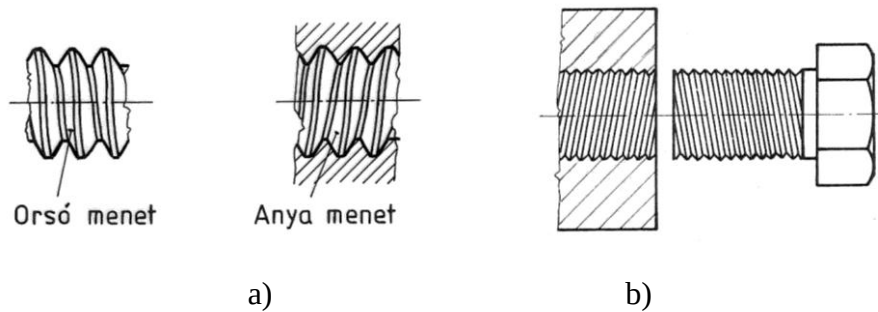


5.2. ábra: Különféle menetprofilok: a) élesmenet, b) trapézmenet, c) zsinórmenet

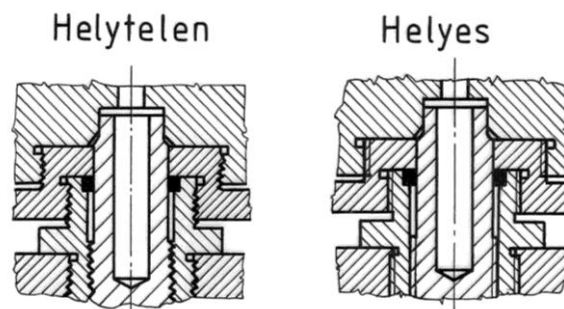
5.2.2. A csavarmenetek részletes ábrázolása

Elsősorban kiadványok, kézikönyvek, katalógusok ábráin a csavarmenetet szokás valóságghűen vagy némileg egyszerűsítve ábrázolni. (Még ilyenkor sem szükséges azonban a menetemelkedést, menetprofilt pontos méretarányban rajzolni.)

A csavarmenet (közel) valóságghű ábrázolását az 5.3. ábra baloldali részén mutatjuk be. A szinuszvonalak helyettesíthetők egyenesekkel is, amint az 5.3. ábra jobboldali részén látható.



5.3. ábra: Menet valóságghű ábrázolása (a) és a szinuszvonalak egyenessel helyettesítve (b)



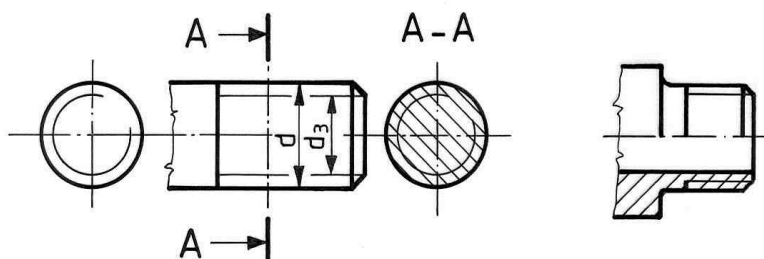
5.4. ábra: Összeszerelt menetes alkatrészek helytelen és helyes ábrázolása

Az összeszerelt menetes alkatrészek rajzára mutat példát az 5.4. ábra, baloldalán helytelenül fűrészfogszerűen-, jobboldalán jelképesen helyesen ábrázolva.

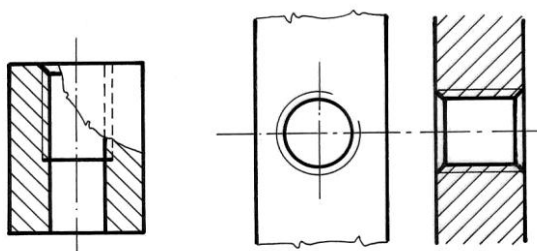
5.2.3. A csavarmenet jelképes ábrázolása

A csavarmenet a gépszerkezetekben olyan gyakori, hogy a jelképes ábrázolás bevezetése nagyon is indokolt.

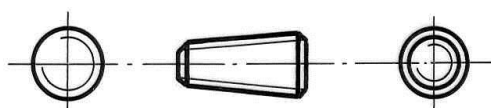
A menetes orsó külső és a menetes furat belső átmérőjét (menetcsúcs) **folytonos vastag vonallal** rajzoljuk. A menetes orsó belső- és a menetes furat külső átmérőjét (menetárok) **vékony folytonos vonallal** ábrázoljuk. A hasznos menet végét – akár orsómenetet, akár anyamenetet rajzolunk – folytonos vastag vonallal ábrázoljuk. Erre vonatkozó példákat az 5.5. ábra, 5.6. ábra, 5.7. ábra, és az 5.11. ábra mutat. A tengelyirányú nézetben, ill. a tengelyre merőleges metszetben a menet ábrázolására vékony folytonos vonallal húzott körívet használunk, amelyből kb. egy negyedrészt (általában a jobb felső negyedét) kihagyunk (5.5. ábra, 5.6. ábra és 5.8. ábra).



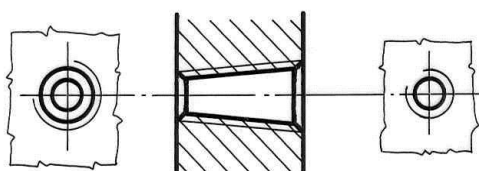
5.5. ábra: Külső menet ábrázolása nézetben és metszetben



5.6. ábra: Belső menet ábrázolása

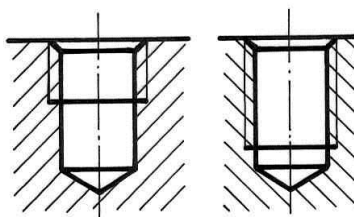


5.7. ábra: Kúpos orsómenet ábrázolása



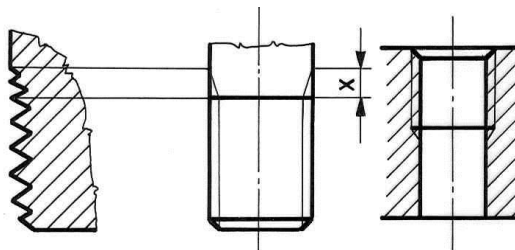
5.8. ábra: Kúpos anyamenet ábrázolása

A vastag és vékony vonal távolsága min. 0,7 mm. Amennyiben nem látható (eltakart) a menet, a külső- és belső ármérőjét egyaránt vékony szaggatott vonallal rajzolhatjuk. Kúpos orsó-, ill. anyamenet rajzát mutatja az 5.7. ábra és 5.8. ábra.



5.9. ábra: Menetes zsákfurat

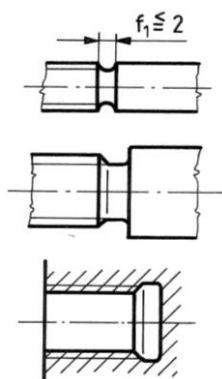
A zsákfuratba – technológiai okokból – nem lehet teljes mélységben menetet készíteni, így a menet vége nem eshet egybe a fúróval előfúrt sima furat fenékvonalával. Mivel csak az ún. **hasznos menethosszat** rajzoljuk meg, így a menet vége az utóbbi esetben is a furat fenekétől bizonyos távolságban van (5.9. ábra).



5.10. ábra: Menetkifutás

A menet készítésekor a menetet előállító szerszám nem tudja végig, teljes mélységben egyenletesen kimunkálni a menetet. A menet végén egy “x” hosszban az orsómenet menetárkának átmérője fokozatosan növekszik a külső átmérőig, ill. az anyamenet külső átmérője fokozatosan csökken a menetárok átmérőjének méretéig. A menet végének a jelölésekor ezt a nem teljes menetprofilú menetrészt a menethosszba nem számítjuk bele, tehát a korábbi ábrákon látható vastag vonal (5.5. ábra és 5.6. ábra) csak a menet hasznos – teljes menetmélységű – hosszát jelzi. A menetnek azt a részét, amely nem teljes menetmélységű, **menetkifutásnak** (5.10. ábra) nevezzük. Ezt általában nem szokás feltüntetni, kivéve azt az esetet, amikor a teljes menet méretét (beleértve a menetkifutást is) meg kell adni.

Amennyiben esztergályozással készített meneteknél a menetet végig teljes mélységgel akarják elkészíteni, akkor a munkadarabot úgy kell kialakítani, hogy a menetet készítő profilkésnek kifutási helye legyen; ezt egy beszúrás készítésével lehet elérni. A beszúrás elnevezése: **menethorony**. A menethorony alakját az 5.11. ábra mutatja, méreteit – a menetemelkedés függvényében – a vonatkozó szabványok pontosan meghatározzák.

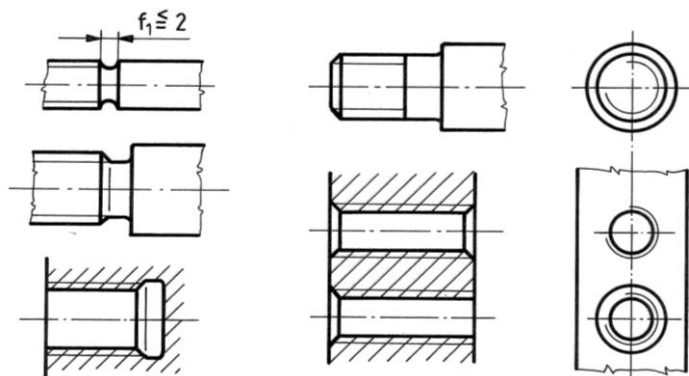


5.11. ábra: Menethorony

A menetes orsók és furatok rendszerint – a könnyebb összecsavarhatóság érdekében – **45°-os élettöréssel** készülnek. Általában a letörés az orsómeneten és az anyameneten egyaránt a menetárok méretéig tart. Tengelyirányú nézetben – ez esetben – a menetvonal és az élettörés vonala egybeesik. Ilyenkor az élettörés vonalát nem rajzoljuk meg, miután egy menetes alkatrész ábráján lényegesebb

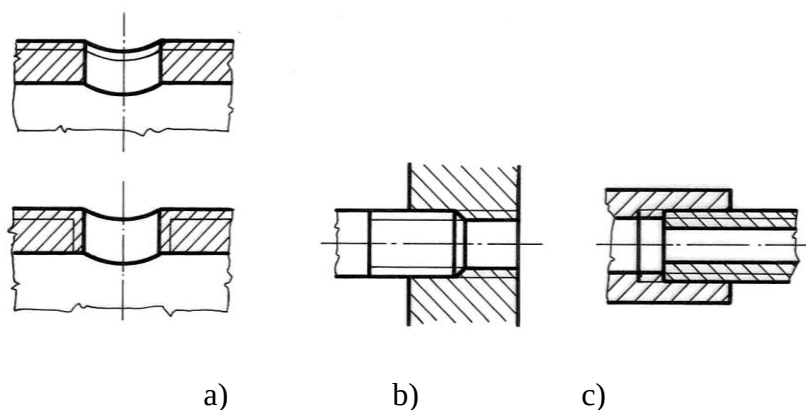
a menet bemutatása. Amennyiben a menet jele és az élettörés vonala nem esik egybe, mert ez utóbbi nagyobb, mint a menetmélység, akkor mindkettőt meg kell rajzolni (5.12. ábra).

A csavar menet jelképes ábrázolása a menet méreteinek kirajzolását szükségtelenné teszi, miután a vonatkozó szabványok az összes méretet megadják.



5.12. ábra: Menetjelképek élettörés esetén

A csavar menet jelképét áthatásban csak akkor kell megrajzolni, ha a rajz érthetősége azt megkívánja. Ilyenkor a menetvonalat az áthatással párhuzamosan rajzoljuk (5.13. ábra baloldali felső rész). Az orsómenet és a rá merőleges menetes furat ábrázolását az alsó ábra mutatja be.



a)

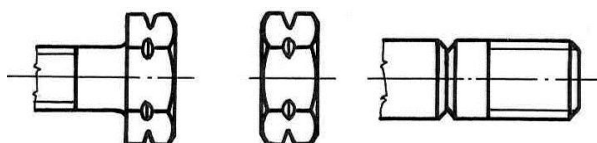
b)

c)

5.13. ábra: Menetjelkép áthatás esetén (a), ill. menetes csatlakozó alkatrészek összeszerelt állapotban (b és c)

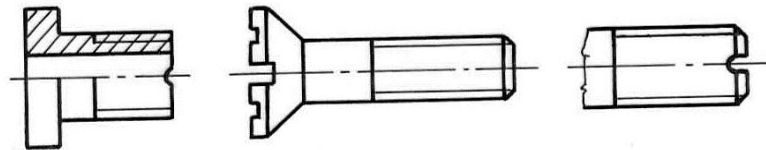
5.2.4. Balmenetű kötőelemek megjelölése

A csavarok legtöbb esetben jobbmelkedsű menettel készülnek. A ritkábban alkalmazott **balmenetű** csavarorsókat és csavaranyákat a rajzon és az alkatrészen egyaránt megkülönböztető jelöléssel kell ellátni.



5.14. ábra: Balmenetű csavar és -anya jelölése az alkatrészen

A balmenetű orsót, anyát, csavarfejet kis mélységű, körbefutó, V-alakú horonnyal kell jelölni (5.14. ábra). A horony az orsó vagy a fej homlokfelületén is elhelyezhető (5.15. ábra).



5.15. ábra: Balmenet másfajta jelölése ugyancsak az alkatrészen

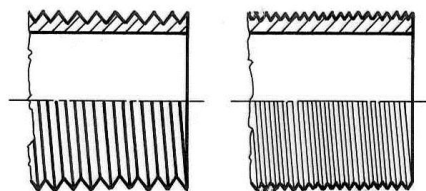
5.2.5. Csavarmenetek jelképes jelölésrendszere (méretmegadása)

A csavarmenetek ábrázolási szabályai minden menetfajtára azonosak. A meneteket egymástól jelképekkel kiegészített méretmegadással különböztetjük meg.

A jelölésnek utalni kell:

- a csavar **menetszelvényére**,
- a csavar **jellemző méretére** (méreteire),
- ha a csavar nem jobbemelkedésű, ill. nem egybekezdésű, akkor a **balmenetre**, ill. a **bekezdések számára** is,
- esetlegesen a menet **tűréseire**.

A csavarok menetprofiljáról az előzőekben volt szó. A csavarmenet jellemző mérete a csavarorsó külső átmérője (d) és – egyes esetekben – a menetemelkedés (P).



5.16. ábra: Normál- és finommenet képies rajza

Mielőtt a **menetjelölések** ismertetésére rátérnénk, meg kell ismerkednünk a leggyakoribb menetfajtával, az élesmenettel kapcsolatban előforduló két elnevezéssel: a **normálmenet**, ill. **finommenet** fogalmával. Minden névleges csavarátmérőhöz tartozik egy – a vonatkozó szabványban rögzített méretű – menetemelkedés, ez a normálmenet jellemzője. Sok esetben azonban a menetet úgy készítik, hogy ugyanarra az átmérőre a normálmenet menetemelkedésénél kisebb menetemelkedést alkalmaznak, így nyerik a finommenetet. A finommenet menetmélysége is kisebb természetesen, ez a tulajdonság előnyös vékonyfalú-, de nagy átmérőjű csövekre vágott meneteknél és olyan esetekben, amikor azonos külső átmérőjű csavaron nagyobb magátmérőt, ill. viszonylag rövid menetszakaszon több menetet akarunk megvalósítani. Az 5.16. ábra képiesen szemlélteti a normálmenet és a finommenet közti különbséget. A finommenet menetemelkedése többféle is lehet, a menetek méretválasztékát szabványok tartalmazzák és a választható menetemelkedést is, amelyet – mint a menetméret jellemzőjét – a jelölésben meg kell adni.

A leggyakrabban alkalmazott menetfajták menetszelvényére utaló jelöléseket az 5.1. táblázat tartalmazza.

A csavarorsó menetméretét a külső átmérőjének névleges értéke jelenti, a métermenetű csavarok megadásakor mm-ben, a Withworth-csavarokra pedig a collban mért méret jellemző. Az anyamenet rajzán ennek a méretnek értelemszerűen a menetárokknak megfelelő vékony vonalak közötti távolság felel meg.

Ezek szerint pl. egy 16 mm névleges menetátmérőjű normál métermenetű csavarment jelölése (méretmegadása): M16 (a szelvényre utaló betűjel közvetlenül a méretszám elé kerül).

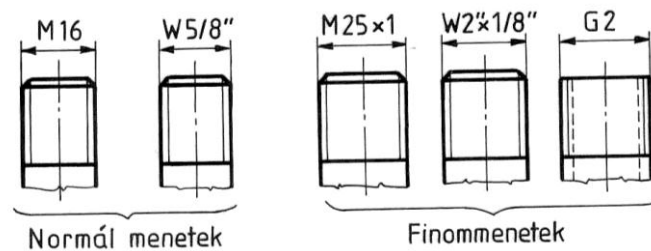
A finommenet menetemelkedésének számértékét szorzójellel (x) kapcsoljuk a menetméret számértékéhez. Pl. egy 30 mm névleges menetátmérőjű, 1,5 mm menetemelkedésű finom méterment jele: M30x1,5.

Megnevezés	Profil jellege	Mértérendszer	Jelölés
Méterment	60°-os csúcshögű háromshög	Metrikus	M
Kúpos méterment	60°-os csúcshögű háromshög	Metrikus	KM
Withworth ment	55°-os csúcshögű háromshög	Collos (hüvelyk)	W
Csőment	55°-os csúcshögű háromshög	Collos (hüvelyk)	G
Trapézment	Trapéz	Metrikus	Tr
Zsinórmént	Félkör	Metrikus	Rd

5.1. táblázat: Menetfajták

A normálmentű Withworth csavarokkal elvileg csak külföldről importált berendezéseken találkozhatunk, nálunk már nem gyártják. Jelölésük pl.: W3/4". A finommenet jelölése pl.: W2"x1/8". (2" külső átmérőjű, 1/8" menetemelkedésű Withworth finommenet.) Külön meg kell említenünk a csővezetékekhez használt Withworth finommenetnek, az ún. csőmentnek a jelölését. Itt a menetfajtára a G betű utal, de az utána megadott méret – az eddigiektől eltérően – nem a ment névleges mérete, hanem azon cső belső átmérőjének névleges méretét jelenti, amelyre a ment rávágható, hüvelykben megadva. A menetemelkedést – mivel csak egyféle lehet – nem jelöljük annak ellenére, hogy a csőment finommenet. A 2" névleges belső átmérőjű csőre vágott csőment jele tehát: G2.

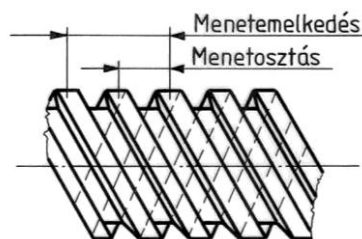
Az 5.17. ábra különböző élesmentek jelképes jelölését mutatja be.



5.17. ábra: Élesmenetek méretmegadása

A trapézmenet többféle menetemelkedéssel készülhet, így pl.: a Tr36x6 jelölés 36 mm névleges átmérőjű, 6 mm menetemelkedésű, trapézszelvényű menetet jelent.

A több-bekezdésű menetnél meg kell különböztetni a menetemelkedéstől a **menetosztást**. Egy kétbekezdésű trapézmenet vázlatát mutatja az 5.18. ábra. A több-bekezdésű menet jele a P betűjelből és a menetosztás mm-ben kifejezett mértékéből áll, a jelölést zárójelbe tesszük. Pl. 42 mm külső átmérőjű, 6 mm menetemelkedésű, 2 bekezdésű trapézmenet jele: Tr42x6(P2).



5.18. ábra: Kétbekezdésű trapézmenet

A csavarmenetek nagy többségükben jobb emelkedésűek, ezeket külön nem jelöljük. A balmenetet a rajzon a csavarmenet méretére vonatkozó méretszám(ok) után írt **LH** jelöli. Fontos: ha az alkatrészen jobb- és balmenet egyaránt előfordul, akkor a jobbmenetet is jelölni kell, **RH**-val.

A jelölések sorrendjére vonatkozó szabály az alábbi példából látható:

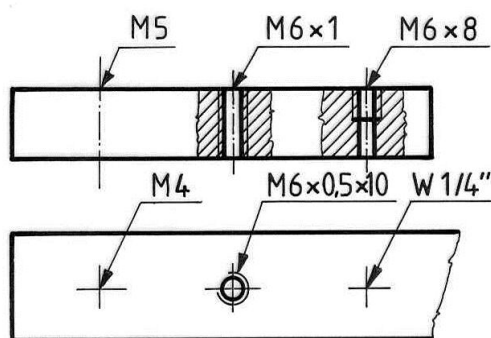
Pl. 200 mm külső átmérőjű, 6 mm menetemelkedésű, 3 bekezdésű finom balmenet jelölése: M200x6(P3)LH.

A menet jelöléséhez kiegészítő jelek is tartozhatnak, amelyek elsődlegesen a menetméretek tűréseire vonatkoznak. Ezekkel majd a Műszaki ábrázolás II. tantárgy keretében foglalkozunk.

5.2.6. Menetes furatok egyszerűsített méretmegadása

A kisméretű sima átmenő- és zsákfuratokhoz hasonlóan a rajzon kisméretű menetes furatok mérete is megadható egyszerűsítetten. A furatot meg is lehet rajzolni, de lehet csak a tengelyével jelölni. A finommenet jeléhez újabb szorzójellel kapcsolva a hasznos menethossz adható meg.

Menetes átmenő- és zsákfuratok egyszerűsített méretmegadásait mutatja az 5.19. ábra.

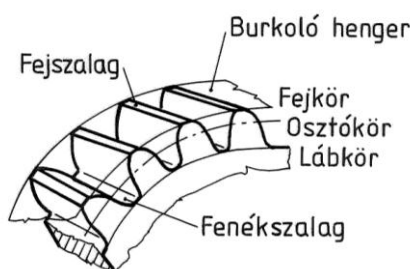


5.19. ábra: Menetes furatok egyszerűsített méretmegadása

5.3. Fogaskerek egyszerűsített rajzai

5.3.1. Fogaskerek felépítése

A fogaskerek és a hozzájuk hasonló gépelemek (csiga, csigakerék, lánckerék, kilinskerék) fogazatát egyszerűsítve ábrázoljuk.



5.20. ábra: Fogaskerek jellegzetes vonalainak elnevezése

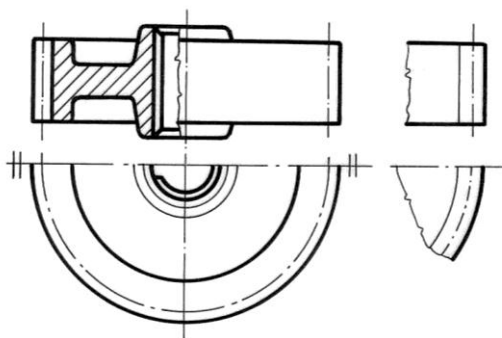
A rajzszabályok ismertetése során találkozhatunk néhány olyan fogalommal, amelyet meg kell magyaráznunk. Az 5.20. ábra egy külső fogazatú **fogaskerék** részletét ábrázolja, láthatjuk rajta az alábbi elnevezések jelentését:

Fejkör: a fejszalagot burkoló henger és a kerék tengelyére merőleges sík metszészvonala,

Osztókör: az osztóhenger és a kerék tengelyére merőleges sík metszészvonala. Az osztókörön mérik a fogak egymástól mért távolságát, az osztást. Ez csak elméleti kör, amelyen a kapcsolódó kerék legördül, de az alkatrészen nem látható,

Lábkör: a fenékszalagokat magába foglaló lábhenger és a kerék tengelyére merőleges sík metszészvonala.

A fogazatot nemcsak henger-, hanem kúpfelületen is ki lehet képezni, ekkor osztóhenger helyett **osztókúp**ról beszélünk. Ennek a tengelyre merőleges legnagyobb metszetét szokás osztókörnek nevezni (5.22. ábra).



5.21. ábra: Hengeres kerék főnézet-félmetszetben

A fogazatot egy henger belső felületén is lehet készíteni, így nyerjük a **belső fogazású** kereket.

A fogak lehetnek alkotóirányúak (egyenes fogazatú kerekek) vagy azzal szöget zárhatnak be (ferde fogazatú kerekek). A kerekek fogiránya ezen kívül ívelt is lehet.

5.3.2. Hengeres és kúpos fogaskerekek ábrázolása

Az 5.21. ábra egy hengeres, külső fogazatú kerék rajzát mutatja be két vetületben (az előnézetet főnézet-félmetszetben). Amint láthatjuk, az egyszerűsített rajzon a fogazatot nézetben és metszetben egyaránt a fejszalagjait tartalmazó hengerfelület határolja. A tengelyirányú vetületben a fog kontúrjai helyett köröket rajzolunk, a tengellyel párhuzamos nézetben a hengeralkotókat tüntetjük fel:

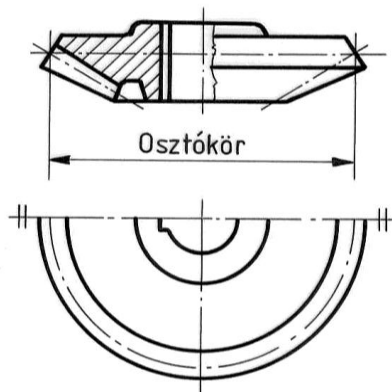
A fejkört, ill. a fejhenger alkotóját: **vastag folytonos vonallal**,

Az osztókört, ill. az osztóhenger alkotóját: **vékony pontvonallal**,

A lábkört tengelyirányú vetületben, ill. a tengellyel párhuzamos nézetben általában nem jelöljük, amennyiben igen, akkor **vékony folytonos vonallal** rajzoljuk.

Tengellyel párhuzamos metszeten a lábhenger alkotót vastag folytonos vonallal rajzoljuk meg, mindig úgy készítve a rajzot, mintha a metszősík a fogárkon menne keresztül, akkor is ha páratlan fogszámú kerékről rajzolunk teljes metszetet.

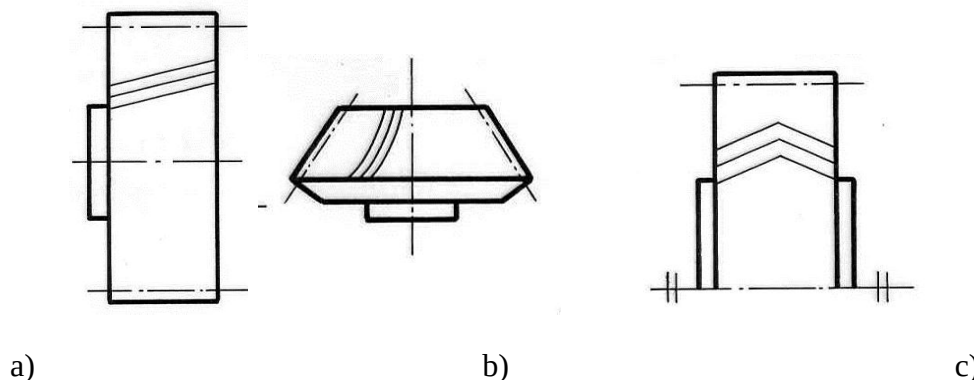
A fogaskerekek fogainak végeinél a könnyebb kapcsolódás érdekében mindig élettörést alkalmaznak. A jegyzet ábráin ezeket – a jobb áttekinthetőség miatt – elhagytuk.



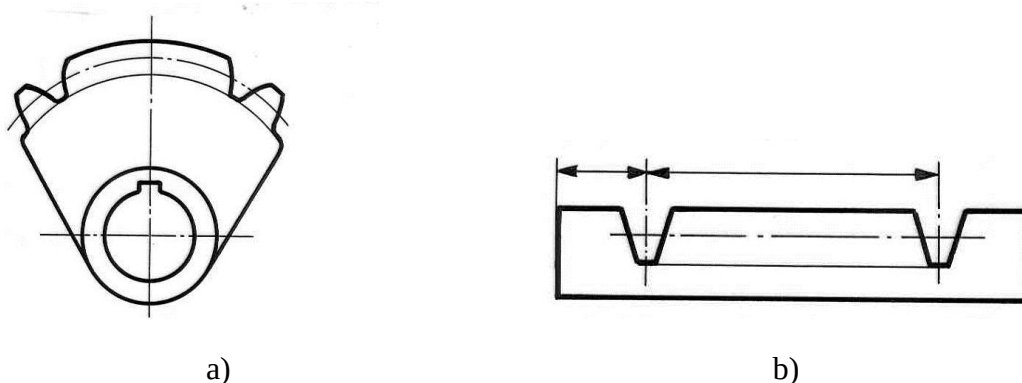
5.22. ábra: Kúpkerek főnézet-félmetszetben

A kúpkerek egyszerűsített rajzát az 5.22. ábra mutatja be. A tengelymetszetben, ill. nézetben itt kúpalkotókat ábrázolunk. A vonalvastagságok értelemszerűen egyeznek a hengeres kerek rajzain találhatókcal. A lábkört, pontosabban a lábkúp alkotót nézetben nem rajzoltuk meg.

A fogaskerék rajza független attól, hogy a fogak alkotóirányúak (egyenes fogazat) vagy pedig az alkotóval szöget zárnak be (ferde fogazat). A ferde fogazat **foghajlásirányát** nézetben lehet jelölni az 5.23. ábra szerinti három vékony vonallal, figyelembe véve a foghajlás irányát is. Az 5.23. ábra a) részén ferde fogazatú hengeres fogaskerék, b) részén ívelt fogazatú kúpkerek, c) részén nyílfogazatú hengeres fogaskerék látható



5.23. ábra: A fog hajlásirányának jelölése (a – ferde-, b – ívelt-, c – nyílfogazat)



5.24. ábra: Fogasív (a) és fogasléc (b) rajza

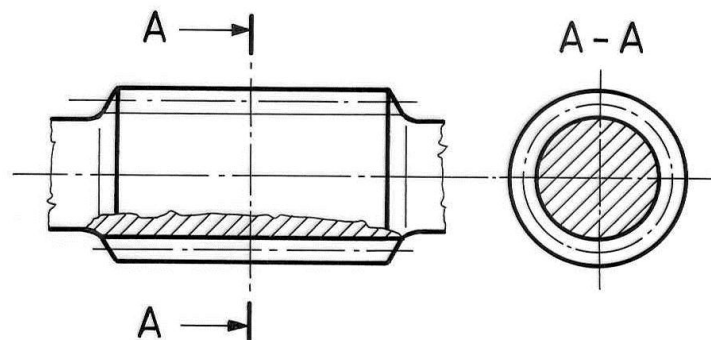
A fogaskerek fogalakját nem szokás megrajzolni, ugyanis a fogazat kialakításának technológiája azt egyértelműen meghatározza. A nem teljes körületen készülő fogazat esetében szükség lehet a szélső fogak helyzetének megadására. Ilyenkor az 5.24. ábra szerint rajzolhatjuk ki a fogazat határát jelentő fogárkot, ill. fogat. Az ábra egy **fogasív** és egy **fogasléc** (végtelen sugarúnak tekinthető fogaskerék) rajzát mutatja. Amint az ábrán látható, a fogkontúrt vastag vonallal kell rajzolni, ehhez kapcsolódik a fejszalag jelképes vonala; ilyenkor a lábkört, ill. lábvonalat is meg kell rajzolnunk, vékony vonallal. Az osztókört, ill. a fogasléc osztóvonalát csak a fogazat terjedelmének megfelelően kell megrajzolni.

5.3.3. Csiga, csigakerék ábrázolása

A fogaskerékhez hasonlóan kell megrajzolni a **csigahajtás** elemeit, a csigát és a csigakereket.

A **csiga** tulajdonképpen nem fogaskerék, hanem egy henger kerületén csavarvonal mentén végigvitt fogprofil. A hossz tengelyen keresztül készített metszete azonban (a legegyszerűbb esetben) egy

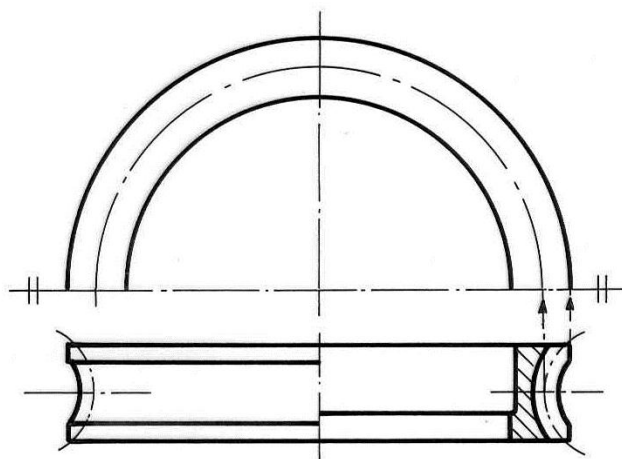
fogasléc metszetével egyezik meg. Ezért jelképes ábrázolása ennek megfelelően készülhet (5.25. ábra). A csigát hosszirányban nem szabad metszeni, esetleg kitörést lehet alkalmazni.



5.25. ábra: Csigá ábrázolása

A **csigakerék** ferdefogazatú fogaskerékhez hasonlít, azzal a különbséggel, hogy a fogak a csiga osztóhenger-átmérőjének megfelelő görbültségűek; a fogferdeség a csiga menetemelkedési szögének megfelelő. A csigakerék rendszerint jó siklási tulajdonságú bronzból készül, melyet öntöttvas vagy kovácsolt acél agyra szerelnek.

A következő ábrán csak a fogaskoszorút rajzoltuk meg (5.26. ábra). A lábvonalat, ill. a lábkört a nézeti rajzon nem szükséges megrajzolni. Az ábrán a jellegzetes vonalak egymáshoz tartozását szaggatott vetítővonallal jeleztük.

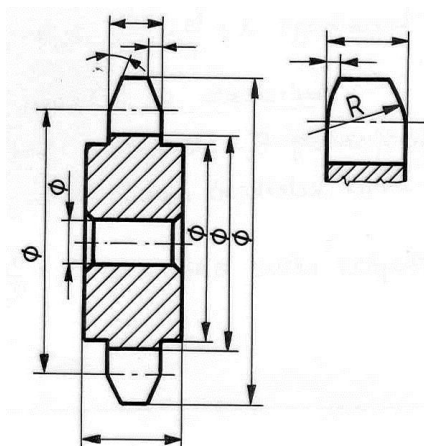


5.26. ábra: Csigakerék koszorújának rajza

5.3.4. Lánckerék-, kilinskerék rajza

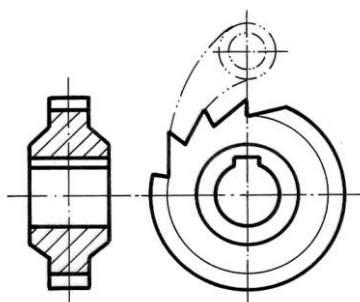
Ki kell még térnünk a fogaskerékhez hasonló elemek ábrázolására. A rajzegyszerűsítés elvei teljesen azonosak a fogaskerek ábráin alkalmazottakkal (5.27. ábra).

Amennyiben a lánckerék fogalakját is be akarjuk mutatni, akkor az 5.24. ábra szerint járhatunk el, ez esetben a lábkört is megrajzoljuk.



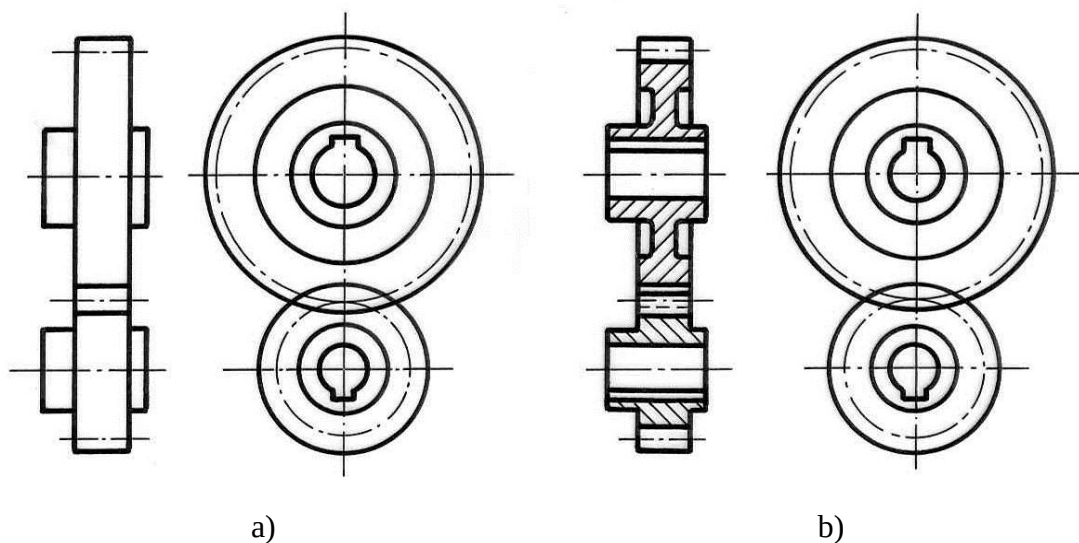
5.27. ábra: Lánckerék rajza

A kilíncskerék rajzát is a fogaskerékhez hasonlóan egyszerűsíthetjük, azzal a megjegyzéssel, hogy itt mindig kirajzolunk néhány fogat. Osztókört a kilíncskerék rajzán nem tudunk rajzolni (5.28. ábra).



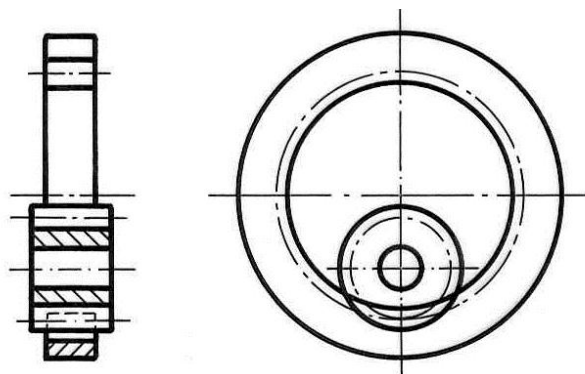
5.28. ábra: Kilíncskerék rajza

5.3.5. Kapcsolódó fogaskerek ábrázolása

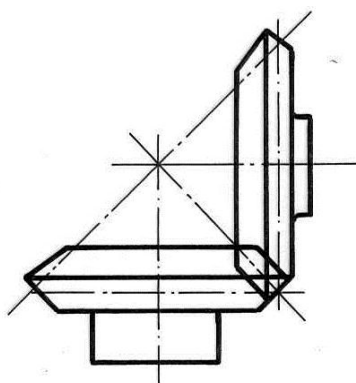


5.29. ábra: Kapcsolódó fogaskerek nézetben (a) és metszetben (b)

Külső- és belső fogazatú hengeres fogaskerékpár egyes kerekeinek nézetét úgy rajzoljuk meg, mintha a másik kerék nem lenne ott. (5.29. ábra baloldali rész). Metszetben valamelyik kerék foga takarja a másik kerék fogát, de a fogat mindkét keréken nézetben ábrázoljuk (5.29. ábra jobboldali rész).

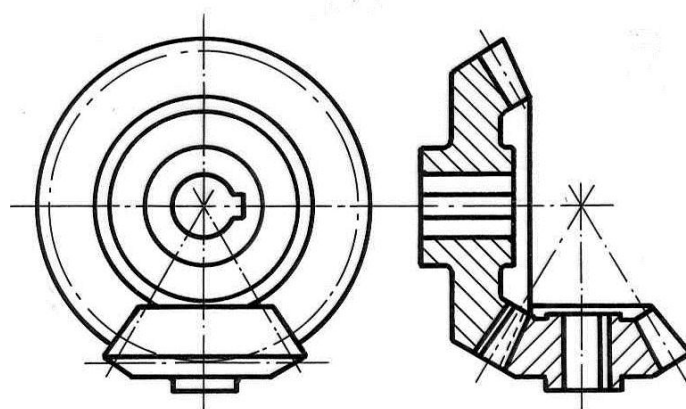


5.30. ábra: Belső fogazatú kerékpár nézeti ábrázolása



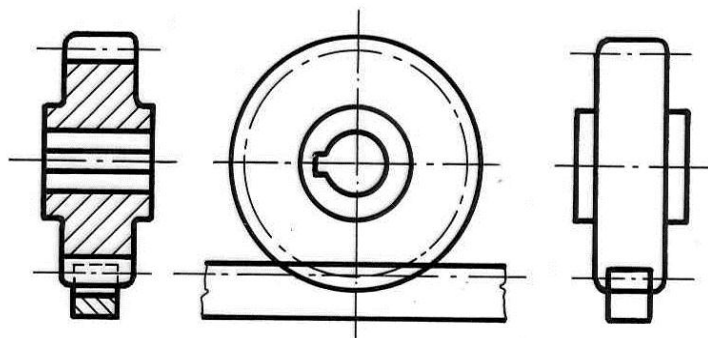
5.31. ábra: Kúpkerékpár nézeti ábrázolása

A kúpkerékek rajzán (5.31. ábra) ugyanezek az elvek érvényesek, kivéve azt az esetet, amikor nem mindkét kerék tengelye van a rajz síkjában, hanem az egyik kerék takarja a másikat (5.32. ábra).



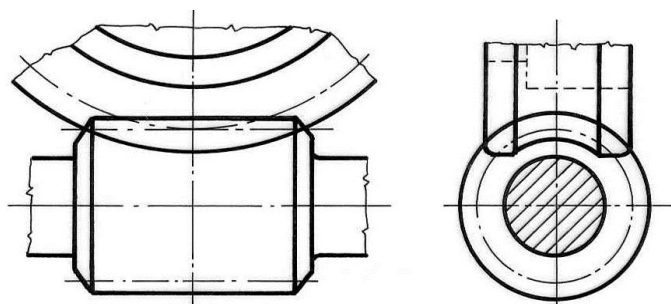
5.32. ábra: Kúpkerékpár metszetben

A fogasléccel kapcsolódó fogaskerek ábrázolása hasonló módon történik, azzal a megkötéssel, hogy metszetben a kerék fogát rajzoljuk a fogasléc foga elé (5.33. ábra).

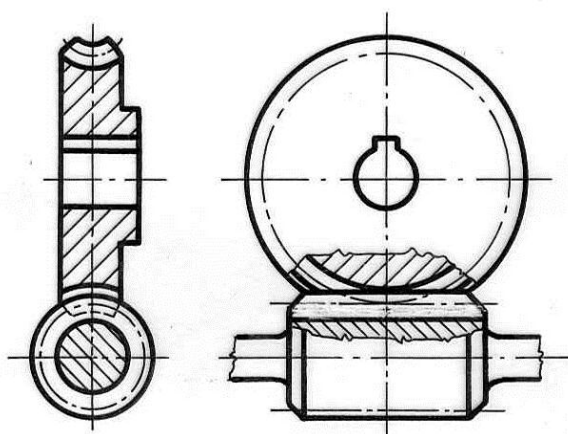


5.33. ábra: Fogaskerék és fogasléc kapcsolódása metszetben és nézetben

A **csigahajtás** nézeti rajzán az elemeket – hasonlóan a fogaskerekhez – egymástól függetlenül rajzoljuk (5.34. ábra), a metszeti rajzon mindig a csiga takarja a csigakereket (5.35. ábra).



5.34. ábra: Csigahajtás nézetben



5.35. ábra: Csigahajtás metszetben

Néhány szót még a **fogaskerek mőhelyrajzairól**. A mőhelyrajzon tulajdonképpen a fogazás előtti állapotában ábrázoljuk a keréktestet, de a fogakat jelképesen megrajzoljuk. A fogazat – rajzon meg nem adható - további adatait adattáblázatban foglaljuk össze, amely a fogazatra jellemző összes méretet és azok tűréseit – a vonatkozó szabványban meghatározott pontossággal –

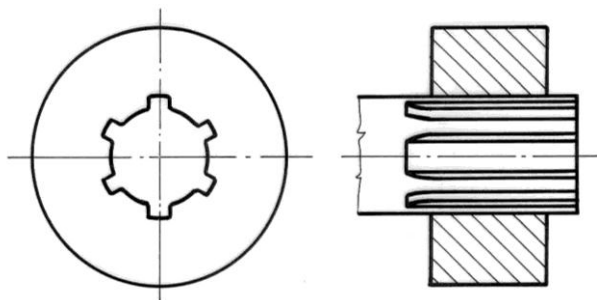
tartalmazza. (A fogaskerek beképezését műhelyrajzokon a Műszaki ábrázolás II. jegyzetben, az adattáblázatban majd a „Jármű- és hajtáselemek” c. tárgyban fogjuk megismerni.)

5.4. A bordástengely, bordásfurat és a bordás tengelykötés egyszerűsített rajza

A **bordás tengelykötés** nagy nyomatékok átvitelére szolgáló elempár. A tengelyen és az agy furatában alkotóirányban kiképzett bordák, ill. hornyok kapcsolódnak egymásba. (A kapcsolódást úgy képzelhetjük el, mintha egy azonos fogszámú külső- és belső fogazatú fogaskerékpár között létesítenénk kapcsolatot.)

A bordák lehetnek párhuzamos oldalfelületűek, háromszögprofilúak vagy evolvens görbével határoltak.

A csavarmenetekhez hasonlóan (főleg kisebb bordaszám esetén) elsősorban kiadványokban, szemléltető rajzokon itt is alkalmazható a némileg egyszerűsített valóságű rajz. Az 5.36. ábra egy hat bordával rendelkező kötés rajzát mutatja be.

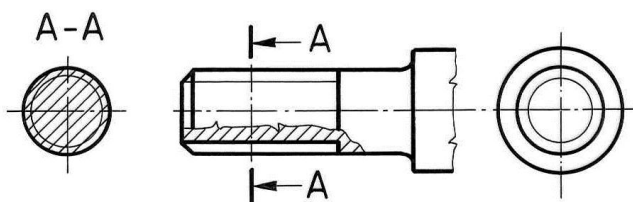


5.36. ábra: Bordás tengelykötés

Az egyszerűsített rajzon a bordákat a csavarmenetekhez hasonlóan ábrázoljuk. Amennyiben szükséges, a **borda alakjára utaló jellel** is kiegészíthetjük a rajzot. Az 5.37. ábra baloldali része a párhuzamos oldalú bordát jelöli, a trapéz profilú borda jele az 5.37. ábra középső része szerinti, míg az evolvens profilú borda jelét az 5.37. ábra jobboldali része mutatja.



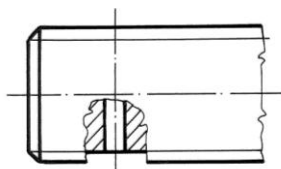
5.37. ábra: Borda alakjára utaló jelek



5.38. ábra: Külső bordázat nézetben és metszetben

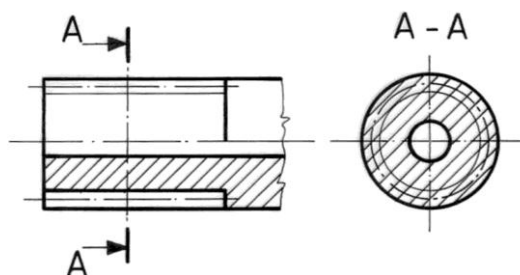
A külső bordázat ábrázolásakor a külső átmérőnek megfelelő alkotót vastag vonallal, a belső átmérőnek megfelelő alkotót vékony-, metszetben vastag vonallal rajzoljuk. A tengelyirányú nézetben, ill. tengelyre merőleges metszetben a külső kört vastag, a belsőt pedig vékony vonallal kell rajzolni (5.38. ábra).

Ha a bordákon kívül a tengelyen más elem is van (pl. furat), és annak elhelyezkedését a bordához képest meg kell határozni, akkor kitörést alkalmazunk. A kitörésen belül a tényleges anyaghatárt rajzoljuk meg vastag vonallal (5.39. ábra).



5.39. ábra: Kitörés bordás tengelyen

Amennyiben a bordázat fogazógépen készül és evolvens profilú (tulajdonképpen fogaskerék), akkor nézetben és metszetben egyaránt megrajzoljuk az osztókört, ill. osztóhenger alkotót vékony pontvonallal (5.40. ábra).

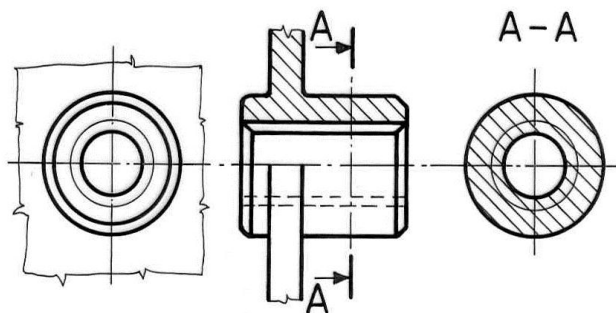


5.40. ábra: Evolvens profilú bordástengely félnézet-félmetszetben

Ha szükséges a szerszámkifutást is lehet ábrázolni, egyszerűsítve, esetleg a sugár megadásával (5.41. ábra).



5.41. ábra: Szerszámkifutás bordástengelyen



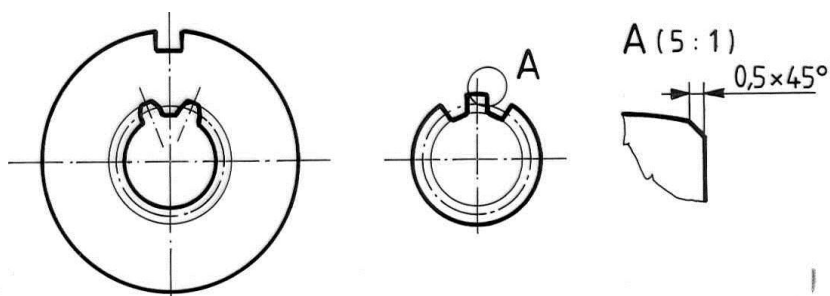
5.42. ábra: Belső bordázat egyszerűsített ábrázolása

A belső bordázat (hornyos furat) egyszerűsített ábrázolását az 5.42. ábra mutatja tengelyirányú nézetben, ill. tengellyel párhuzamos és tengelyre merőleges metszetben. Az ábrázolás annyiban tér el a bordástengely rajzától, hogy ilyenkor az ábrán a baloldali nézetben és a jobboldali metszetben a belső átmérőt ábrázoljuk vastag vonallal. Az eltakart bordát vékony szaggatott vonallal rajzoljuk.

Egy-két bordát két esetben ki kell rajzolni (5.43. ábra):

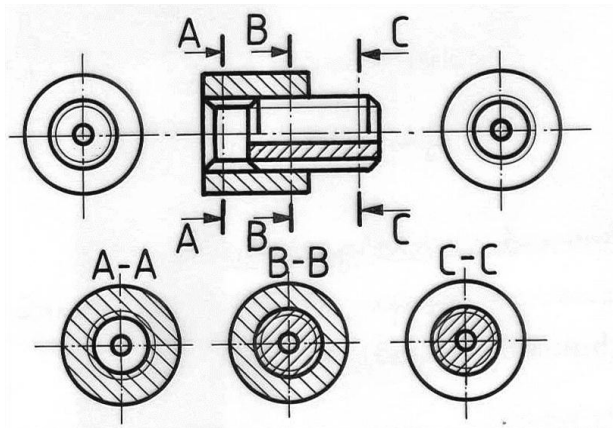
ha a borda valamelyik részét nagyítva akarjuk ábrázolni (jobboldali rész,

ha a borda helyzetét valamilyen más elemhez viszonyítva kell bemutatni (baloldali rész).



5.43. ábra: Mikor kell egy-két bordát kirajzolni?

A két összeszerelt elem rajzán – hasonlóan a csavarokhoz – a bordástengely takarja a hornyos furat vonalait (5.44. ábra).



5.44. ábra: Bordáskötés ábrázolása

5.5. Rugók egyszerűsített ábrázolása

A különböző rugótípusok némelyikét, főként a kör- vagy négyzet-keresztmetszetű huzalból készült hengeres vagy kúpos csavarrugókat a valóságos alakjuktól eltérően egyszerűsítve lehet ábrázolni.

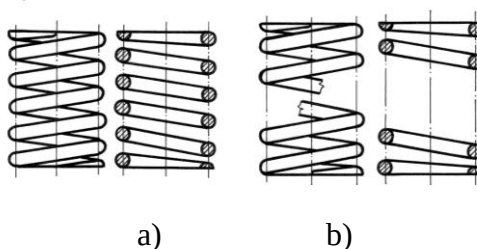
Az egyszerűsítés abban áll, hogy részben a valóságos vetületnek megfelelő szinuszos vonalakat egyenesekkel helyettesítjük, részben az ismétlődő részeket elhagyjuk.

5.5.1. Hengeres és kúpos nyomó csavarrugók

A leggyakrabban alkalmazott rugófajta, a **csavarrugó** rajzán a rugómenet kontúrvonalát – egyszerűsítve – egyenes vonallal kell rajzolni, a huzal középvonalát pedig nem ábrázoljuk.

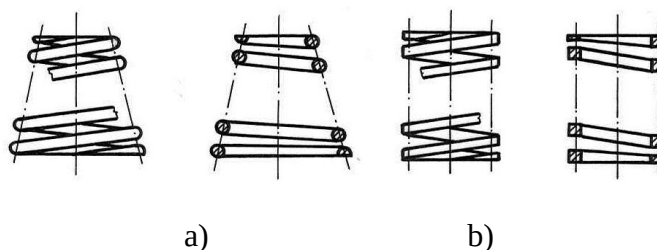
A rugót nézetben vagy metszetben rajzolhatjuk meg. Az 5.45. ábra baloldali részén egy hengeres nyomó csavarrugó nézetét és metszetét rajzoltuk meg. A rugót a csavarodásnak megfelelően kell ábrázolni. Az óramutató járásával ellenkezően csavarodó rugó rajzára fel kell írni az ábra mellé az „LH” jelet is.

Nagyobb menetszámú rugó összes menetét nem szükséges kirajzolni, hanem megengedett az 5.45. ábra jobboldali rész szerinti egyszerűsítés nézetben és metszetben egyaránt.



5.45. ábra: Egyszerűsítések rugók rajzaiban

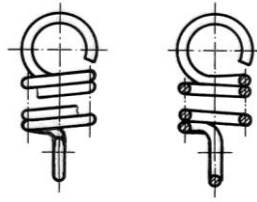
Ugyanígy rajzolható meg a **kúpos** körszelvényű vagy négyszögszelvényű **nyomórugó** is (5.46. ábra). A két megrajzolt vég összetartozását a rugó középvonalának és a rugószelvények középpontjait összekötő középvonalaknak a megrajzolása mutatja.



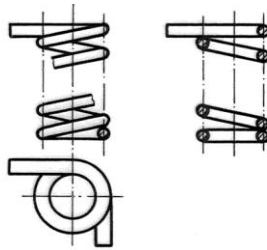
5.46. ábra: Kúpos (a) és négyszögszelvényű rugó (b)

5.5.2. Húzó csavarrugók

A **húzó csavarrugó** két végét a valóságos helyzetnek megfelelően kell megrajzolni (5.47. ábra). Ugyanez vonatkozik a **torziós rugókra** is (5.48. ábra).



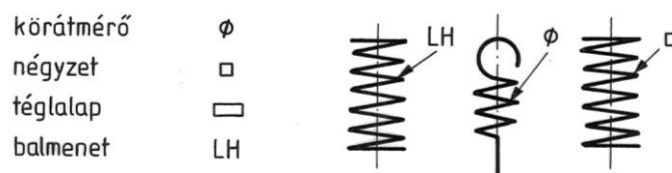
5.47. ábra: Húzórugó



5.48. ábra: Torziós rugó

Összeállítási- és szerelési rajzokon a kisméretű rugók vonalasan is ábrázolhatók. Hengeres nyomó- és húzó csavarrugó, valamint egy négyszögszelvényű nyomórugó egyszerűsített rajzát láthatjuk a következő ábrán (5.49. ábra). Mivel ezeken az ábrákon nem derül ki a rugó szelvényének az alakja és a csavarodás iránya, ezért azokat az ábra szerint jelölni kell.

A jelek :



5.49. ábra: Rugók vonalas ábrázolása jelképekkel kiegészítve

A keresztmetszetre utaló jelek az 5.49. ábra bal oldalán vannak felsorolva.

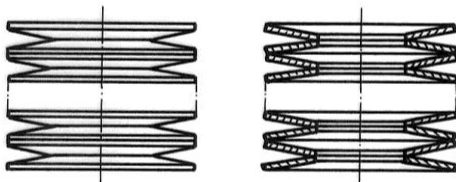
5.5.3. Lemezrugók



5.50. ábra: Lemezrugók egyszerűsített rajza

A rugók másik – különösen a közlekedési gyakorlatban – jelentős csoportját a **lemezrugók** képezik. A lemezrugók általában több lapból álló köteget képeznek. Ezeket a rugókat legtöbbször a géprajz eddig megismert szabályai szerint rajzoljuk, összeállítási rajzokon (ahol a rugó mérete kicsi) találkozhatunk az egyszerűsített, ill. jelképes ábrázolással (5.50. ábra).

A több elemből álló egyéb rugófajták elemeit sem kell mind megrajzolni. Az 5.51. ábra több elemből összerakott **tányérrugó** oszlopot mutat. A két rugóvég összetartozását itt is a kontúrt helyettesítő pontvonal mutatja.

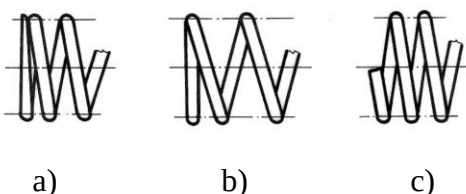


5.51. ábra: Tányérrugó nézetben és metszetben

A különböző típusú rugók műhelyrajzairól kell még néhány szót ejtenünk.

A műhelyrajzon a rugót az előzőek szerint egyszerűsítve kell megrajzolni, a főméretekkel és a méretek határeltéréseivel (tűréseivel); szükség esetén jelleggörbével (más néven **rugódiagrammal**) kiegészítve. A rugódiagram a rugóra ható erő vagy nyomaték és a rugó alakváltozásának összefüggését mutatja meg. A rajzon vagy a jelleggörbén nem szereplő-, de a gyártáshoz és az ellenőrzéshez szükséges adatokat adattáblázatban – esetleg a szöveges műszaki követelményekben – kell a rajzon előírni.

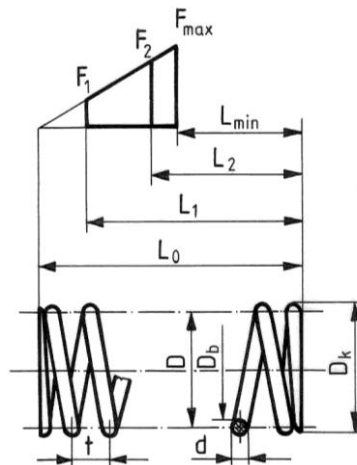
A hengeres nyomó csavarrugó felfekvő felületét rendszerint úgy képezik ki, hogy kb. 3/4 menetre terjedjen ki. Ehhez az utolsó menet emelkedését csökkenteni kell. Az így kialakított, ún. **zárt végződésű rugó** lehet köszörült vagy köszörületlen felfekvő felületű (5.52. ábra a) és b) rész). Egyes esetekben alkalmaznak olyan rugót, amelyet egy hosszú rugóból vágnak le a szükséges hosszúságúra. Ez a kivétel a **nyitott végződésű rugó** (5.52. ábra c) rész). Az ábrákon csak a rugók egyik végét rajzoltuk meg.



5.52. ábra: Zárt- (a és b) és nyitott végű rugók kialakítása (c)

Az 5.53. ábra egy zárt végű, köszörült felfekvő felületű, hengeres nyomó csavarrugó műhelyrajzát mutatja be. Amennyiben nem szükséges a rugódiagram megrajzolása, akkor a hosszméretek közül csak az L_0 -t kell megadni. A rugó külső átmérője helyett a belső átmérő is megadható, attól függően, hogy szerkezeti szempontból melyik a lényegesebb méret.

A húzórugó műhelyrajzán a végzódések pontos kialakítását meg kell rajzolni és be kell méretezni.



5.53. ábra: Nyomórugó műhelyrajza rugódiagrammal

5.6. Hegesztett kötések rajzai és jelképes jelölése

A hegesztési varratok sokfélesége nem teszi lehetővé minden lehetséges varratfajta, ill. varrat-kombináció jelölésének ismertetését, speciális esetekben a vonatkozó MSZ EN 22553:2000 szabványt kell használni.

5.6.1. A hegesztett kötés ábrázolása

A hegesztett kötés akkor egyértelműen meghatározott, ha előírjuk:

- a varrat alakját és méreteit (a hegesztett kötés élkiképzését),
- a hegesztés módját,
- a hegesztés utáni esetleges megmunkálást.

A felsorolt jellemzők a rajzon szerepelnek vagy minden varraton külön, esetleg kiemelten, előírás formájában (pl.: a hegesztés módja).

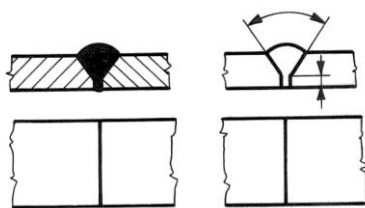
A kötés meghatározható:

- a kötés megrajzolásával és beméretezésével,
- egyszerűsítve a szabványokban rögzített rajzjelekkel (a kötésnek csak a helye van feltüntetve).

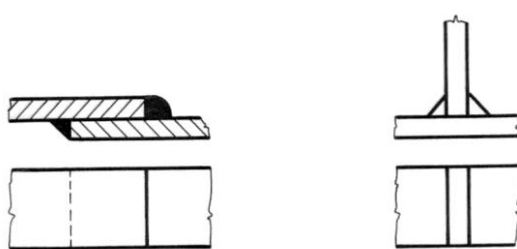
Az első esetben a hegesztés előtti **élkiképzést** részletesen beméretezett szelvényen vagy nézeten adjuk meg. A hegesztési varrat alakját a varrat vége felőli nézeten folytonos vonallal rajzoljuk, metszeten a varrat szelvényét befeketítjük, a varrat hosszirányú nézetét pedig vastag vonallal jelképesen ábrázoljuk úgy, hogy a varrat névleges helyzetének megfelelő helyen csak egy vonalat rajzolunk, tehát a lemez élkiképzését és a lemezek közötti hézagnak a kiserkeszthető vonalait elhagyjuk. (Rajzolás szempontjából varratalakon vagy varratszelvényen a lemezszélek vonalával, valamint a varrat szabad felületét jelképező összekötő vonalakkal határolt síkidomot értjük.)

5.6.2. Varratfajták és jelölésük

Az 5.54. ábra egy **tompavarrat** élkiképzését mutatja, a 5.55. ábra pedig egy **sarokvarrat** varratalakját bemutató rajz.

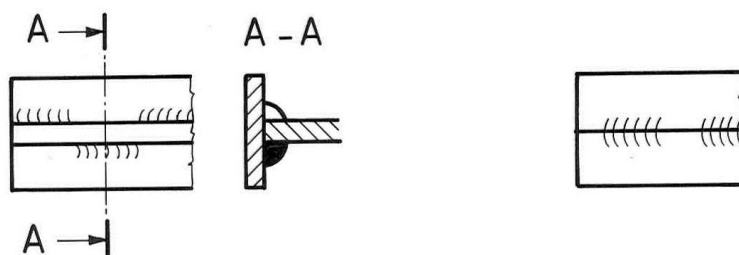


5.54. ábra: Tompavarrat megadása



5.55. ábra: Sarokvarratok megadása

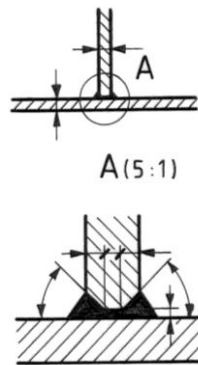
Szakaszos varrat ábrázolásakor a jelképes varratvonal kiegészíthető a varrat szemléletes nézetével. A varratot szabadkézzel rajzolt jellegzetes hegesztési vonalkázással jelölhetjük (5.56. ábra).



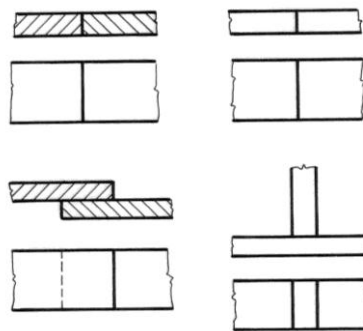
5.56. ábra: Szakaszos varrat

Ezek az ábrák a varrat kialakítására vonatkozó méreteket (amelyeket a későbbiekben értelmezzük), meg kell adni.

Kis méretarányú rajzok hegesztési varratait kinagyítjuk, hogy az élkiképzés jól beméretezhető legyen (5.57. ábra).



5.57. ábra: Varratalak kirajzolása és beméretezése



5.58. ábra: Varratok egyszerűsített ábrázolása

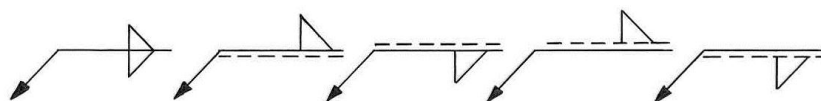
Kis méretarányú zsúfolt rajzokon az azonos típusú varratokhoz elég egy szelvényt kirajzolni és a rajzjelben csak a jelképet, valamint a varrathosszat megadni. Ha az összes varrat azonos, akkor a varratok jellemzői szöveges felírással is megadhatók.

A második esetben a hegesztés helyét csak jelölik (bármely nézetben vagy metszeten), a varratra vonatkozó összes adatot pedig rajzjelekkel, ill. előírásokkal, egyszerűsítve adják meg (lásd később). Az 5.54. ábra rajzát egyszerűsítve az 5.58. ábra mutatja.

A **rajzjel** a következő részekből áll:

- a mutatóvonal,
- a kötés alapjele, amelyhez kiegészítő jelek kapcsolódhatnak,
- a kötés jellemző adatai (méretek),
- az esetleges különleges előírások.

A **mutatóvonal** nyílban végződő folytonos, megtört vékony vonal, amely meghatározza a varrat helyét. A mutatóvonal vízszintes része felett vagy alatt egyoldali varratok esetében szaggatott vonalat (ún. **referenciavonalat**) is rajzolunk (5.59. ábra). Ezeknek a kombinációknak az alkalmazására később térünk vissza.



5.59. ábra: Mutatóvonal és referenciavonal kombinációi

	MEGNEVEZÉS	ÁBRÁZOLÁS	RAJZJEL
E G Y O L D A L I V A R R A T O K	Peremvarrat		
	Tompa I varrat		
	Tompa V varrat		
	Tompa 1/2 V varrat		
	Tompa Y varrat		
	Tompa 1/2 Y varrat		
	Tompa U varrat		
	Tompa 1/2 U(U) varrat		
	Gyök után hegesztett tompavarrat (csak kombinációban fordul elő)		
	Sarokvarrat		
K É T O L D A L I V A R R A T O K	Horonyvarrat		
	Pontvarrat		
	Vonalvarrat		
	Kettős sarokvarrat		
	X varrat (Kettős V varrat)		
	K varrat (Kettős 1/2 V varrat)		
	Kettős Y varrat		
	Kettős 1/2 Y varrat		
	Kettős U varrat		
	Kettős 1/2 U varrat		
	Gyök után hegesztett V varrat		

5.2. táblázat: A leggyakoribb varratalakok és jelölésük

Az alapjel a varrat alakjára utal. Önálló alapjele csak az egy oldalról készített varratoknak van, a két oldalról készített varratokat az alapjel tükrözésével jelölik. A varratalakok elnevezéseit és alapjeleit az 5.2. táblázatban foglaltuk össze. Láthatjuk, hogy a varratalakot azzal a betűvel nevezzük meg, amelyhez hasonlít (I, U, V, Y, stb.)

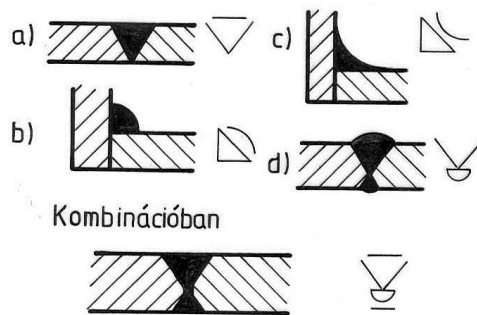
Az alapjelek kiegészítő jelekkel kombinálhatók (5.60. ábra):

síkvarrat (tompavarratoknál általában lemunkált felületű varrat);

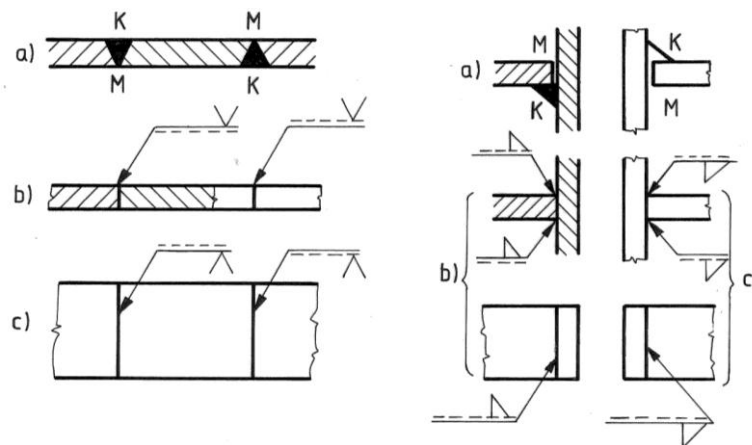
domború varrat;

homorú varrat;

gyökoldalon is hegesztett varrat.



5.60. ábra: Kiegészítő jelek hegesztési varratok egyszerűsített méretmegadásánál



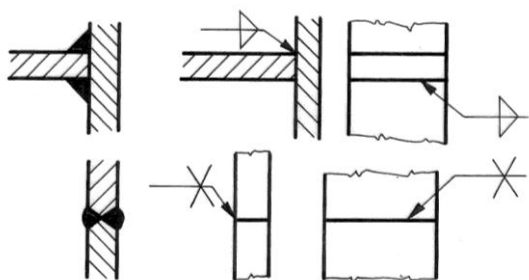
5.61. ábra: Mutatóvonal és az alapjel különböző egymáshoz viszonyított helyzete

Ezek után visszatérünk a mutatóvonal és az alapjel egymáshoz viszonyított helyzetével megadható információkra. A mutatóvonal folytonos és szaggatott vonalának egymáshoz viszonyított helyzetével jelöljük, hogy a mutatóvonal nyila a kötés felőli oldalra (K) vagy a másik oldalra (M) mutat. Az 5.61. ábra baloldali részén egy felülről és egy alulról hegesztett V-varratot, a jobboldali részén pedig két sarokvarratot látunk, ezekből tulajdonképpen leolvashatók a szabályok:

- a mutatóvonalat bármelyik vetületen (nézetben, metszeten egyaránt) elhelyezhetjük,
- a szaggatott vonal lehet alul vagy felül,
- ha a nyíl a kötés felőli oldalra mutat (bármelyik vetületben), az alapjel a folytonos vonalon van,
- ha a nyíl a másik oldalra mutat, az alapjelet a szaggatott vonalra rajzoljuk.

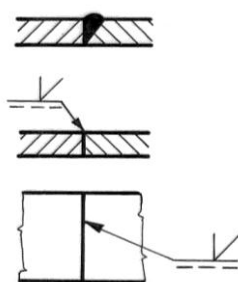
A felsorolt lehetőségeket nyilván rangsorolhatjuk, elsődlegesen a b) jelű variáció használata indokolt.

Az előzőekből értelemszerűen következik, hogy a **két oldalról hegesztett varrat** mutatóvonalára nem kell szaggatott vonal (5.62. ábra).



5.62. ábra: Kétoldali sarok- és tompavarrat

Az egy oldalról leélezett tompa varrat (V, Y stb.) rajzán a nyíl a leélezett lemezre mutat (5.63. ábra).



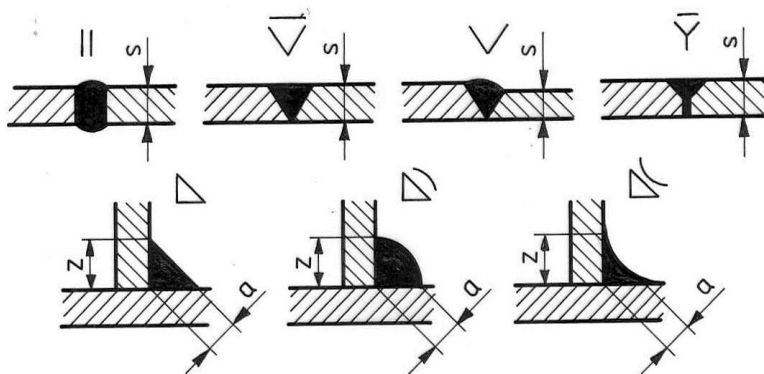
5.63. ábra: Leélezett tompavarrat

A varrat méreteinek megadása

- a keresztmetszetre utaló méretek (a korábbiakban jellemző méret elnevezéssel szerepeltek) a mutatóvonalon a jelkép baloldalára kerülnek (s, a, z, c, d),
- a hosszúságra utaló méreteket (l, e) a jelképtől jobbra kell írni (ha a varrat az alkatrész teljes hosszán folyamatos, akkor el is hagyható).

A méretek értelmezését a különböző varratfajták esetén az 5.64. ábra mutatja be.

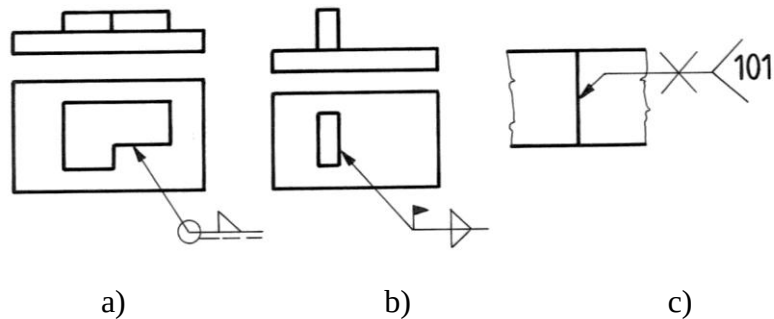
Figyelem! Miután a sarokvarratnak akár az (a), akár a (z) értékét megadhatjuk, a konkrét méret előtt jelezni kell, hogy a varrat melyik méretére vonatkozik. Más varratok esetén semmiféle betűt nem kell feltüntetni!



5.64. ábra: Különböző varratfajták méretének értelmezése

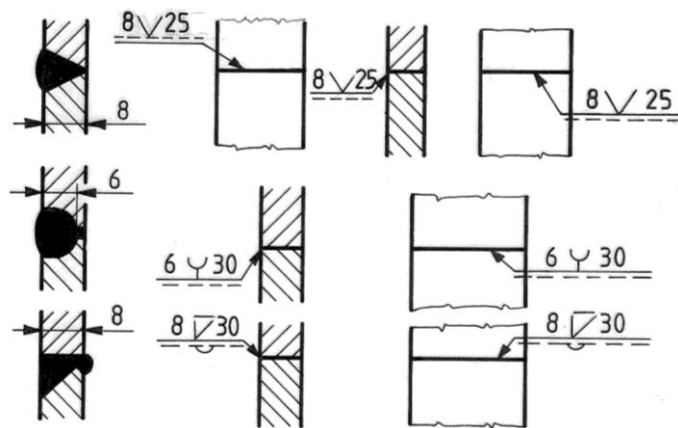
A rajzjelben még megadható néhány egyéb utasítás is (5.65. ábra):

a varrat a **nem kör alakú** alkatrész minden oldalán körbemegy (a körvarratnál ez magától értetődő, tehát nem kell jelölni); (5.65. ábra a) rész),
 a varratot a **helyszínen** (szerelés közben) kell készíteni; (5.65. ábra b) rész),
 a hegesztési eljárást a vonatkozó szabvány szerinti **kódszámmal** elő akarjuk írni (5.65. ábra c) rész).

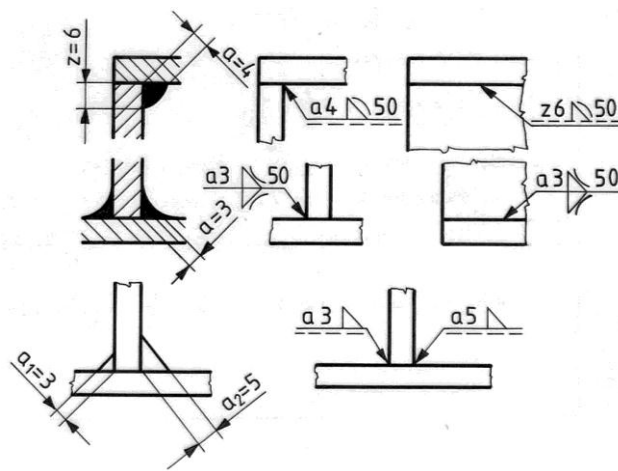


5.65. ábra: Különleges utasítások megadása a varratjelképen

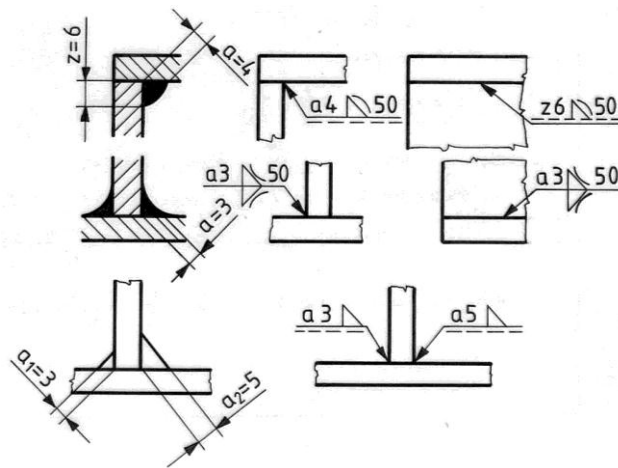
Az 5.66. ábra tompavarratokra, az 5.68. ábra pedig sarokvarratokra mutat be néhány példát.



5.66. ábra: Példák a különféle tompavarratok egyszerűsített megadására



5.67. ábra: Példák sarokvarratok egyszerűsített megadására tompavarratok egyszerűsített megadására



5.68. ábra: Példák sarokvarratok egyszerűsített megadására

Irodalomjegyzék

- Bachmann-Forberg: *Technisches Zeichen*. Teubner kiadó, Verlags-Nummer: 6700, Stuttgart, 1969, 240 old.
- Bándy Alajos: *Műszaki ábrázolás*. Műegyetemi könyvkiadó, 71010, 1990.
- Bándy Alajos: *Műszaki ábrázolás. Példatár és feladatgyűjtemény*. Műegyetemi könyvkiadó, 75000, 1992.
- Ferenczy Jenő: *Géprajz*. Táncsics Kiadó, Budapest, 1961, 175 oldal.
- Házkötő István: *Műszaki 2D-s ábrázolás*. Műegyetemi Kiadó, Budapest, 2006, 45079, 116 old.
- Juhász: *Számítógépi geometria és grafika*. Miskolci Egyetemi Kiadó
- Kólya Dániel: *Ábrázoló geometria*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1995.
- Kurusa – Szemők: *A számítógépes ábrázoló geometria alapjai*. Polygon kiadó, Szeged, 1999.
- Lőrincz – Petrich: *Ábrázoló geometria*. Nemzeti Tankönyvkiadó, 44360, 1998.
- Magyar-Majdán-Tábori: *Géprajzi alapismeretek*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979, ISBN: 963 10 2933 6, 245 old.
- Ordódy János: *Géprajzolás*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1964, 260 old.
- Petrich Géza: *Ábrázoló geometria*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1968.
- Reiman István: *Ábrázoló geometria*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1985.
- Reiman – Nagyné: *Geometriai feladatok*. Műegyetemi Kiadó, 041007, 1999.
- Renner Gábor: *CAD Technológiák*. BME Gépészmérnöki Kar, 2007.
- Strommer Gyula: *Ábrázoló geometria*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1971.
- Tóth László-Zahola Tamás: *Géprajz*. Főiskolai Kiadó, Dunaiújváros, 2005, 419 old.
- Vermes Imre: *Geometria útmutató és példatár*. Műegyetemi Kiadó, 410662, 1994.
- U. Viebahn. *Technisches Freihandzeichnen*. Springer, 2002.
- Dr. Vörös Imre: *Géprajz*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1974, ISBN: 963 17 0226 X, 506 old.