

Matematika

tankönyv

5

számegyenes

műveletek sorrendje

kerekítés

becslés

fok

alakzatok

tizedes tört

kerület

negatív

terület

liter

szög

sokszög

óra

kg

tört

helymeghatározás

koordináta

egyenes

felszín

m^2

térfogat

átlag

szakasz



Matematika 5. tankönyv

A tankönyv megfelel a Kormány 5/2020 (I. 31.) Korm. rendelete a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet módosításáról megnevezésű jogszabály alapján készült Kerettanterv az általános iskola 5-8. évfolyamára megnevezésű kerettanterv matematika tantárgy előírásainak.

A tankönyvvé nyilvánítási eljárásban közreműködő szakértő: Szentes Katalin

Tananyagfejlesztők: Csahóczi Erzsébet, Csatár Katalin, Kovács Csongorné, Széplaki Györgyné

Kerettantervi szakértők: Hegyi Györgyné, Kulman Katalin

Szaktanácsadó: Csapodi Csaba

Lektor: Hegyi Györgyné, Kulman Katalin

Szerkesztők: Csatár Katalin, Wintsche Gergely

Fedélterv: Slezák Ilona, Bánáti János

Látvány- és tipográfiai tervek: Fried Katalin

Illusztrációk: Létei Márton, Szalóki Dezső, Fried Katalin

Fotók: Shutterstock képügynökség: 12, 16, 21, 22, 23, 25, 29, 32, 33, 44, 64, 65, 71, 80, 83, 84, 86, 87, 95, 96, 97, 99, 101, 107, 108, 112, 121, 127, 130, 131, 146, 155, 158, 168, 177, 183, 199, 201, 202, 205, 206, 209, 213, 214, 219, 223, 232

Szerzői fotó: 7, 30, 40, 44, 45, 47, 49, 54, 66, 67, 78, 101, 117, 120, 190, 201

Wikipedia: 109

Shutterstock szerkesztői képek (/Shutterstock.com): 8. LI Cook, 48. PrakichTreetasayuth, 114. chanafoto, 203. S ch, 225. OSTILL is Franck Camhi

Fedélillusztráció: Bánáti János, Orosz Adél

A tankönyv szerkesztői ezúton is köszönetet mondanak azoknak az íróknak, költőknek, képzőművészeknek, akiknek alkotásai tankönyveinket gazdagítják.

© Oktatási Hivatal, 2020

ISBN 978-615-6178-00-8

Oktatási Hivatal • 1055 Budapest, Szalay utca 10–14.

Telefon: (+36-1) 374-2100 • E-mail: tankonyv@oh.gov.hu

A kiadásért felel: Brassói Sándor mb. elnök

Raktári szám: OH-MAT05TB

Tankönyvkiadási osztályvezető: Horváth Zoltán Ákos

Műszaki szerkesztő: Széll Ildikó

Nyomdai előkészítés: Fried Katalin

Terjedelem: 30,90 (A/5) ív, tömeg: 642 gramm

1. kiadás, 2021

A könyvben felhasználtuk Csahóczi Erzsébet, Csatár Katalin, Kovács Csongorné, Morvai Éva, Széplaki Györgyné, Szeredi Éva *Matematika 5. tankönyv* művét. Raktári szám: AP-050809.

Ez a tankönyv a Széchenyi 2020 Emberi Erőforrás Fejlesztési Operatív Program EFOP-3.2.2-VEKOP-15-2016-00001 számú, „A köznevelés tartalmi szabályozóinak megfelelő tankönyvek, taneszközök fejlesztése és digitális tartalomfejlesztés” című projektje keretében készült.

A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

Gyártás: Könyvtárellátó Nonprofit Kft.

Nyomta és kötötte:

Felelős vezető:

A nyomdai megrendelés törzsszáma:



SZÉCHENYI 2020



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Előszó

„Ne vágd el azt, amit kibogozhatsz!”

Joubert (19. századi filozófus)

Kedves Gyerekek!

Ezt a könyvet és a hozzá tartozó feladatgyűjteményt Nektek írtuk. Szeretnénk, ha gondolkodva használnátok, és magatok fedeznétek fel a matematika újabb és újabb rejtelseit a kitűzött feladatok megoldásán keresztül. Természetesen egy felfedezőnek is el kell sajátítania bizonyos ismereteket, ezeket így jelöltük: **TUDNI KELL!**

A tankönyvben a következő jelölésekkel fogtok még találkozni:



Most még nem tanulhatunk meg mindent, a jövőben szóba kerülő ismeretekre utal.



Amit korábban tanultatok, és már tudnotok kellene.



Így jelöltük azokat a feladatokat, amelyeket elkészíthettek, kivághattok, modellezhettek.



Internettel támogatott feladatok.

A matematika történetéről is olvashattok a könyvben.

Minden tananyagot egy-egy feladatsor követ. A feladatok sorszámát megkülönböztető jellel láttuk el:

1. Az új ismeretek elsajátítását, megértését igénylő alapfeladat, ezt meg kell tudnod oldani ahhoz, hogy továbbhaladhass!
2. Az új ismeret alkalmazását, tudásod rögzítését, elmélyítését segítő feladat.
3. Többféle ismeret és képesség alkalmazását igénylő feladat.



4. Fejtörők, versenyfeladatok azoknak, akik további érdekes feladatokat szeretnének megoldani.

Felhívjuk a figyelmeteket arra, hogy a „pótold” típusú feladatoknál mindig a füzetetekbe dolgozzatok! A feladatok szövegéből az is kiderül, hogy melyeket ajánljuk **páros** vagy **csoportmunkára**.

A tankönyvben szereplő megoldott bevezető **példák** segítséget nyújtanak a tananyag megértéséhez, és a tankönyvi feladatok megoldásához is ötleteket adnak.

Időnként találkoztok **projektfeladatokkal** is, amelyek megoldására több nap áll rendelkezésetekre. Ezeket vagy egyénileg, vagy kisebb csoportokban kell elkészíteni. A kész munkákat az osztály előtt fogjátok majd bemutatni.

Javasoljuk, hogy az interneten található matematikai oldalakat is keressétek fel szabadidőtökben, ahol gyakorló- és versenyfeladatokat találtok, matematikatörténeti érdekességek után kutakodhattok.

Eredményes tanulást kívánunk: *a szerzők és a kiadó*

Természetes számok

A számok alakja a tízes számrendszerben

A legegyszerűbb számírás: egyforma jeleket rajzolni.

A képen a rovások a juhász őrizetére bízott juhok számát mutatják. Minden egyes rovás egyet ér: $| = 1$

Az egyiptomi számírás a rovásokkal történő számírás továbbfejlesztett változata, amelyet évezredekkel ezelőtt fejlesztettek ki. Ebben már többféle jel is szerepel.

| egy $\cap$ tíz $\ominus$ száz ☪ ezer
(Nevük: vonás, járom, kötéltekercs, lótuszvirág.)

| – Ezt egy *pálcikának* képzelhetjük.

$\cap$ – Ez egy *köteget* jelent, amelyben tíz pálcikát kötöttek össze.

$\ominus$ – Ez egy *nagy köteg*, amelyben tíz köteget egyesítettek.

Például a 719-et így írták le: $\begin{array}{|c|} \hline |||| \\ \hline |||| \\ \hline \end{array} \cap \ominus \ominus \ominus \ominus \ominus$

Így mindegyik jelből legfeljebb tízet kellett rajzolni. Ennyi jelet jól át lehet tekinteni, ezért könnyű ránézésre eldönteni egy számról, hogy mekkora, vagy megállapítani, hogy két szám közül melyik a nagyobb.

Ez már egy **tízes számrendszer**, de nem helyi értékes. A szám értéke nem változik attól, hogy a jeleket felcserélgetjük.

$\cap \begin{array}{|c|} \hline |||| \\ \hline |||| \\ \hline \end{array} \ominus \ominus \ominus \ominus \ominus$ is 719-et jelent.

A számjegyek bevezetésével (indiai találmány) még egyszerűbbé válhatott a számírás.



A mi számírásunk tízes alapú, helyi értékes számrendszer. Ebben is **egyes, tízes, százaz...** csoportokat képezzünk, mindegyikből tíznél kevesebbet, akár az egyiptomiak. Mi azonban ezeknek a csoportoknak csak a **darabszámát** jegyezzük le, még hozzá szigorúan kötött sorrendben.

Az *egyeseket* az utolsó – hátulról az első helyre,
a *tízeseket*, amelyek tíz egyest érnek, eléjük – hátulról a második helyre,
a *százazokat*, amelyek tíz tízest érnek, eléjük – hátulról a harmadik helyre,
az *ezreseket*, amelyek tíz százast érnek, eléjük – hátulról a negyedik helyre...

...és így tovább.

Az eggyel előbb álló hely mindig tízszer annyit ér, mint az előző, vagyis minden helynek meghatározott értéke van. Ezt nevezzük **helyi értéknek**. A csoportok nevét vagy jelét ki sem kell írunk, elég azt beírunk a megfelelő helyekre, hogy az egyes csoportokból hány darab van. Ezt a darabszámot hívjuk **alaki értéknek**. Ilyenkor persze az üres csoportok helyére 0-t kell írunk. Így a tízes számrendszerben 10-féle számjegy segítségével írjuk le a számokat. Ezek:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Például az 583 számban

5-ös a százask helyén áll, a helyi értéke 100, az alaki értéke 5, a valódi értéke 500;
8-as a tízesek helyén áll, a helyi értéke 10, az alaki értéke 8, a valódi értéke 80;
3-as az egyesek helyén áll, a helyi értéke 1, az alaki értéke 3, a valódi értéke 3.

százezres SZ	tízezres T	ezres E	százask sz	tízes t	egyes e	
			5	8	3	$100 \cdot 5 + 10 \cdot 8 + 1 \cdot 3 = 583$
		4	0	3	2	$1000 \cdot 4 + 100 \cdot 0 + 10 \cdot 3 + 1 \cdot 2 = 4032$
			2	1	0	$100 \cdot 2 + 10 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 210$

A helyi értékek akármilyen nagyok lehetnek. Eddig a százezres helyi érték a legnagyobb, amely-lyel dolgoztatok. Érdekes néhány nagyobb helyi érték nevét is megjegyezni. Az egészen nagyoknak nincs is külön nevük.

10 000 000	1 000 000	100 000	10 000	1000	100	10	1
tízmillió	millió	százezer	tízezer	ezer	száz	tíz	egy
2	0	1	3	8	0	5	2

ezt így olvassuk ki: húszmillió-százharmincezer-ötvenkettő.

100 000 000 neve százmillió, 1 000 000 000-é milliárd. Ezeknek a helyi értékeknek a segítségével már nagyon nagy számok is kiolvashatók. A fény például 1 079 252 800 km utat tesz meg egy óra alatt.

Ezt a számot így olvassuk ki:



egymilliárd-hetvenkilencmillió-kétszázötvenkétezer-nyolcszáz

Példa

A helyi értékes számírás alaposabb megértéséhez ismerkedjünk meg a tökéletes pénztárgéppel!

A tökéletes pénztárgépnek ilyen fiókjai vannak:

... eM SZ T E sz t e



A gép ilyen pénzeket fogad el:



Mindegyiket a megfelelő fiókban tárolja. Ha valamelyik fiókban tíz azonos címletű pénz összegyűlik, a gép automatikusan azonnal beváltja – a tíz egyformát kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora értékűt –, majd kiírja a fiók tartalmát.

Mit ír ki a gép, ha a fiókba ennyit teszünk bele? 45 E, 13 sz, 92 t, 5 e

Megoldás

A gép ezt írja ki

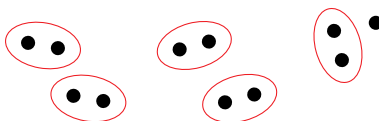
Az egyesek fiókjában nem történik beváltás.	5
A tízesek fiókjában 90 tízest bevált 9 századra, 2 pénz marad.	2
A százások fiókjában $13 + 9 = 22$ század van, ebből 20-at bevált 2 ezresre, 2 marad.	2
Az ezresek fiókjában $45 + 2 = 47$ ezres van, ebből 40-et bevált 4 tízezresre, 7 marad.	7
A tízezresek fiókjába 4 pénz került.	4

A beváltások után a gép ezt írja ki: 47 225

Nem tízes alapú számrendszerek

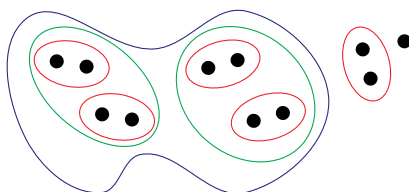
Végezhetjük a csoportosítást kettesével is. Ilyenkor két egyforma csoportból egy nagyobb csoportot kell készítenünk.

Csoportosítsuk a korongokat kettesével!



Egy korong kimaradt, ez már egyetlen más csoportba sem kerülhet.

Két kettes csoportból egy négyes csoportot alkotunk. Itt két négyes csoport keletkezett, ezekből egy újabb nagyobb csoportot készítünk. Ebben nyolc korong van.



Kettes csoportosításkor ilyen csoportok keletkezhetnek:

...hatvannégyes, harminckettes, tizenhatos, nyolcas, négyes, kettes, egyes.

Feljegyezzük, hogy a korongok csoportosítása során melyik csoportból hány darab keletkezett:

...hatvannégyes	harminckettes	tizenhatos	nyolcas	négyes	kettes	egyes
			1 db	0 db	1 db	1 db

Ezzel a kettes csoportosításhoz készítettünk helyiérték-táblázatot:

...128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 ← ezek a **kettes számrendszer helyi értékei**

1 | 0 | 1 | 1 ← ezek a számok adják meg, hogy melyik csoportból hány darab van

A korongok száma 11, ez egy tízes számrendszerben felírt szám. Kettes számrendszerben ugyanezt így írjuk: $1011_{(2)}$. Ebben a számrendszerben csak az 1 és a 0 számjegyeket használjuk, hiszen ha egy csoportból kettő van, azt azonnal beváltjuk egy nagyobbra, tehát a 2-t sose írjuk le.

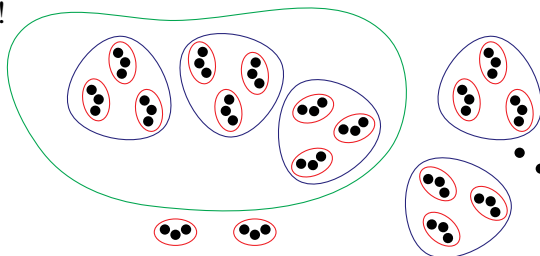
Egy kettes számrendszerben megadott számot átírhatunk tízes számrendszerbe, hiszen tudjuk, hogy a számjegyek milyen helyi értéken állnak. Elkészítjük a helyiérték-táblázatot:

32	16	8	4	2	1
1	1	0	1	0	1

Például: $110101_{(2)} = 32 \cdot 1 + 16 \cdot 1 + 8 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 1 = 53$



Csoportosítsunk hármassával!



Az 53 korongot hármassával csoportosítva 17 csoportot kapunk, hiszen $53 = 3 \cdot 17 + 2$. A kimaradt 2 korong már semelyik csoportba nem kerülhet be. Most az a szabály, hogy három azonos csoportból egy újabb csoportot kell készíteni, így a 17 hármass csoportból 5 újabb csoportot készítünk, ezekbe 9 korong kerül, 2 hármass csoport kimarad: $17 = 3 \cdot 5 + 2$. A következő lépésben egy új csoportunk lesz 27 koronggal és 2 hármass csoport kimarad: $5 = 3 \cdot 1 + 2$. Ezután már nincsen három azonos csoport, ezért nincs újabb, nagyobb csoportunk.

...	81	27	9	3	1
		1	2	2	2

← ezek a **hármass számrendszer helyi értékei**
 ← ezek a számok adják meg, hogy melyik csoportból hány darab van

$1222_{(3)}$ ez a szám az 53-nak a hármass számrendszerben felírt alakja.

Attól függően, hogy hányasával csoportosítunk, kaphatjuk meg a számok 4-es, 5-ös, 6-os, 8-as, 16-os vagy más számrendszerbeli alakját.

A számok helyesírása

Olykor előfordul, hogy a számokat betűkkel kell leírunk, például amikor pénzt adunk fel.

Ezért ismernünk kell a számok helyesírásának a szabályait.

A számokat kétezerig egybeírjuk. Ezeken kívül egybeírjuk a kerek ezreseket és a milliósokat is:

156	százötvenhat	53 000	ötvenháromezer
1802	ezernyolcszázkettő	275 000	kétszázhetvenötezer
2000	kétezer	9 000 000	kilencmillió

A kétezernél nagyobb számokat hármass csoportok szerint tagoljuk, és a csoportokat kötőjellel választjuk el:

3 045	háromezer-negyvenöt
123 916	százhuszónháromezer-kilencszáztizenhat
43 106 071	negyvenhárommillió-százhatvanhat

Az ókori rómaiak is tízes számrendszerben írták le a számokat. Mindössze 7 egyszerű számjelet használtak: I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1000. Ezekből állították elő a számokat. Az ezresek, százások, tízesek, egyesek sorrendjében haladtak, de nem egy jellel, hanem jelekből álló csoportokkal adták meg azok számát.



Az egyes helyi értékeken a következő jelek használhatók:

- az egyesek helyén: I, V, (X);
- a tízesek helyén: X, L, (C);
- a százások helyén: C, D, (M);
- az ezresek helyén: M.

A számok írásánál az egymás mellé írt egyenlő jegyeket össze kell adni (legfeljebb három lehet). Az egymás mellé írt különböző jegyeknél a kisebb számot a nagyobbhoz kell adni, ha tőle jobbra áll, és le kell vonni, ha tőle balra áll.

Például: IX = 9 és XI = 11. Az 1848-at így írhatták le: az ezresek helyén: M, a százások helyén: DCCC, a tízesek helyén: XL, az egyesek helyén: VIII.

Az 1848 tehát: MDCCCXLVIII.

Feladatok

1. Írd be helyiérték-táblázatba a következő számokat:

kétszázharmincöt, kétezer-háromszázötven, huszónháromezer-ötszáz, kétszázharmincötezer, kétmillió-háromszázötvenezer, huszónhárommillió-ötszáz ezer

- Melyik az egyes számokban a legnagyobb alaki értékű számjegy?
- Melyik az egyes számokban a legkisebb alaki értékű számjegy?
- Melyik az egyes számokban a legnagyobb helyi értékű számjegy?
- Mennyi a helyi értéke az egyes számokban a 3 alaki értékű számjegyeknek?

2. a) Melyik szám nagyobb?

32 571 vagy 3 tízezres + 1 ezres + 14 százaz + 25 tízes

b) Melyik szám kisebb?

426 850 vagy 4 százezres + 2 tízezres + 5 ezres + 16 százaz + 9 tízes + 3 egyes

3. REJTVÉNY

Minden kérdéshez három választ kínálunk. Közülük csak egy jó. Mit gondolsz, melyik a helyes? Olvasd ki a számokat! A helyes válaszokat megtalálod a fejezet végén.

Kérdés	A	B	C
1. Hány éve jelent meg az ember a Földön?	10 000	100 000	1 000 000
2. Hány kilométert tesz meg a fény 1 másodperc alatt?	300 000 km	2 500 km	33 km
3. Hány métert tesz meg a hang 1 másodperc alatt?	340 m	25 m	12 500 m
4. Mekkora a legmagasabb vízesés?	979 m	59 m	108 m
5. Hány betűből áll a <i>Tüskevár</i> című könyv?	100 000	3 000 000	500 000
6. Mekkora a legmagasabb hegycsúcs a Földön?	4 807 m	15 324 m	8 848 m
7. Hány kilométer a leghosszabb folyó a Földön?	6 670 km	18 200 km	4 325 km
8. Hány méter mély a legmélyebb tengerárok a Földön?	50 000 m	11 000 m	3000 m

4. Írd le a számokat számjegyekkel!

- nyolcszázkilencvenhat
- ezerháromszázöt
- kettőezer-tizenhét
- kilencvenezer-négyszázharmincegy
- kétszáznegyvenötezer-huszonkilenc
- hatvanhárommillió-négyszázöttezer

Melyik számban van a 2-es számjegy a legkisebb helyi értékű helyen?

Melyikben van a 2-es számjegy nagyobb helyi értékű helyen, mint az 5-ös számjegy?

5. Írd le betűkkel a megadott számokat!

2034

53 005

1 032 510

1980

6. a) 7-től 17-ig leírtam a számokat.

Hány számot írtam le és hány számjegyet írtam le?

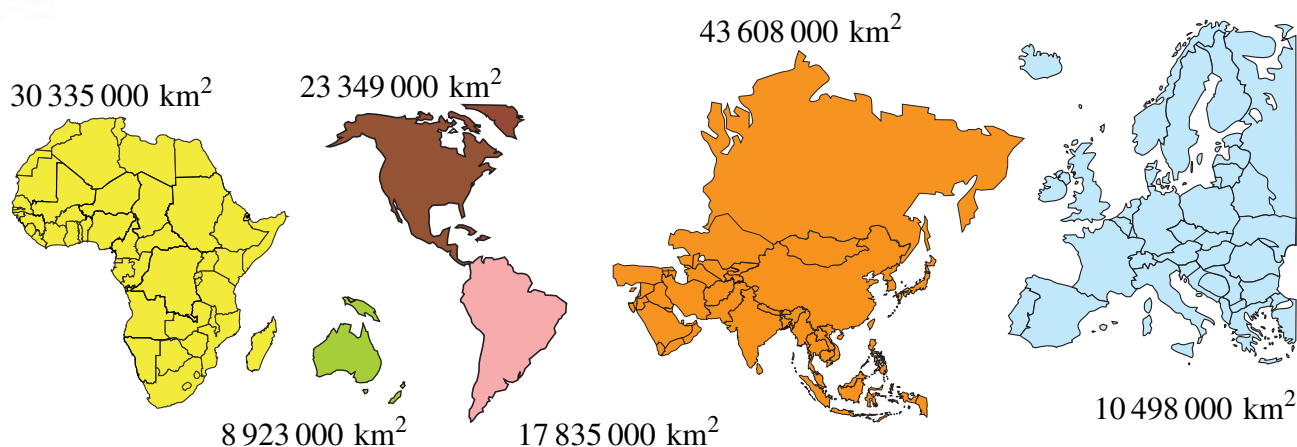
- b) 3-tól 35-ig leírtam a számokat.

Hány számot írtam le és hány számjegyet írtam le?

- c) 45-től 187-ig leírtam a számokat.

Hány számot írtam le és hány számjegyet írtam le?

7. Olvasd ki az egyes földrészeknél található terület-mérőszámokat! Nézz utána, melyik földrésznek mi a neve! Írd le a füzetedbe a földrészek nevét és mellé betűvel a területüket!



8. Párosítsd össze a történelmi eseményeket a római számokkal megadott évszámokkal!

MCDXCII MDXXVI MCMXLV MCMLXIX MCMLIII

- a) 1526: mohácsi csata
- b) 1953: a magyar fociválogatott 6 : 3 arányú győzelme a londoni Wembley-stadionban
- c) 1492: Amerika felfedezése
- d) 1969: először lépett ember a Holdra
- e) 1945: a II. világháború véget ért

9. Írd le római számokkal:

- a) melyik évben születél;
- b) hány éves vagy;
- c) a házsámot, ahol élsz;
- d) hány méter magas a legmagasabb hegycsúcs Magyarországon!

10. Hány tízforintosra tudnád felváltani?

- a) 2 százforintos
- b) 1 ötszázforintos
- c) 7 ezerforintos
- d) 3 ötezerforintos

11. Hány százforintosra váltható fel?

- a) 8 ezerforintos
- b) 12 ezerforintos
- c) 2 ötezerforintos
- d) 18 kétezerforintos

12. Peti vásárolni indul az apukájával. Apa pénztárcájában van 4 ezerforintos, 12 százaz, 8 tízforintos és 3 ötforintos. Mennyi pénz van nála?

13. Hány forintot gyűjtött Julcsi nyáron, ha a perselyébe tett 29 db tízest, 18 db százast és 2 db ezerforintost?

14. Mit ír ki a gép, ha a fiókokba ennyit teszünk bele?

- a) 3 E, 27 e, 14 sz, 2 t
- b) 34 sz, 53 e
- c) 200 e, 21 t

15. Mennyivel nőtt meg a szám? Hányszorosára nőtt meg a szám?

- a) Ha 4-ből 40 lett;
- b) 13-ból 130 lett;
- c) 8-ből 80 lett;
- 4-ből 400 lett;
- 13-ból 13 lett;
- 3-ból 300 lett;
- 40-ből 4000 lett;
- 130-ból 1300 lett;
- 5-ből 5000 lett.



16. a) A , ,  számkártyákból rakj ki olyan háromjegyű számokat, amelyekben a legnagyobb alaki értékű számjegy áll a legkisebb helyi értéken! Hány ilyen szám van?
- b) Az , , ,  számkártyákból rakj ki olyan négyjegyű számokat, amelyekben az 5 helyi értéke százaz! Hány ilyen szám van?

17. Számkártyákból kiraktuk az , , ,  számot, majd összekevertük a kártyákat, és a , , ,  számot raktuk ki.

Az  számkártya valódi értéke az első számban ezret jelent, a másodikban pedig tízet, és valódi értéke 990-nel csökkent.

Mennyivel változott a  számkártya valódi értéke?

Mennyivel változott a  számkártya valódi értéke?

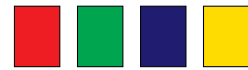
Mennyivel változott a  számkártya valódi értéke?

18. Egy kétjegyű szám jegyeit felcseréltük. Az első jegy valódi értéke 27-tel csökkent, a második jegy valódi értéke 63-mal nőtt.

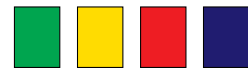
Mi volt az eredeti szám?

19. Színes hátú számkártyákból négyjegyű számokat raktunk ki.

Először ilyen sorrendben tettük le őket:



Majd összekevertük a kártyákat, és egy másik számot raktunk ki:



A csere után a piros kártya értéke 7920-szal csökkent, a kék kártyáé 9-cel csökkent, a zöldé 5400-zal nőtt, a sárgáé 396-tal nőtt.

Találd ki, milyen számokat raktunk ki!

Mennyit érnek ezek a számok? a)    

b)    

- ★ 20. Add meg a kettes számrendszer helyiérték-táblázatába beírt számokat tízes számrendszerben!

21. Írd át kettes számrendszerbe a tízes számrendszerben megadott számokat! 5, 7, 21, 25, 34

32	16	8	4	2	1
		1	1	0	0
	1	0	0	1	1
		1	0	0	0

22. Egymás mellé írtuk a számokat 1-től 20-ig. Ezt a 31 jegyű számot kaptuk:

1 234 567 891 011 121 314 151 617 181 920.

A számjegyek közül töröld ki 20 számjegyet úgy, hogy a megmaradt 11 jegyű szám

a) a lehető legnagyobb legyen;

b) a lehető legkisebb legyen!

23. Hányféleképpen lehet 85 Ft a pénztárgépben?

Például 15 egyes, 7 tízes stb. Keress minél több lehetőséget!

24. Melyik az a háromjegyű szám, amelyet számjegyei összegével akár növelünk, akár csökkentünk, csupa egyforma jeggyel írt számot kapunk?

A számok csoportosítása, halmazok

Különálló dolgok helyett sokszor foglalkozunk több dolgot tartalmazó csoportokkal. Íme néhány példa:



egy csokor virág



egy énekkar



egy csapat ló



néhány tárgy

Sok különféle név helyett a matematika ilyen esetekben egységesen a *halmaz* szót használja. A csokor, a kórus, a ménes és az utolsó képen ábrázolt három tárgy is tekinthető egy-egy halmaznak. Az első halmazt 7 szál virág, a másodikat 81 énekes alkotja, a harmadik halmaz 4 paripából áll, az utolsónak pedig 3 különböző eleme van.

Csoportosítsd az iskolatászádban lévő tárgyakat! Például így: füzetek, könyvek, ceruzák...

A **halmazokat** nagybetűvel jelöljük, a halmazokhoz tartozó **elemeket** pedig kapcsos zárójelbe tesszük.

Például:

A-val jelölhetjük a négytagú Kovács családot. $A = \{\text{Kovács apuka; Kovács anyuka; Jocó; Gabi}\}$

B-vel jelölhetjük az egyjegyű páros számokat. $B = \{0; 2; 4; 6; 8\}$

S-sel jelölhetjük a BENEDEK szó betűinek halmazát. $S = \{B; E; N; D; K\}$

Egy halmazt meg lehet adni akkor is, ha nem tudjuk az összes elemét felsorolni.

Eddigi tanulmányaitok során például két fontos számhalmazról tanultatok. Mindkettőnek végtelen sok eleme van, ezért csak az első néhány elemüket szoktuk megadni.

Pozitív egész számok: 1; 2; 3; 4; ...

Természetes számok: 0; 1; 2; 3; ...

Egy halmazt meg lehet adni úgy is, ha meg tudunk adni olyan tulajdonságot, amely csak a halmaz elemeire jellemző.

Például: a $H = \{3\text{-nál nagyobb természetes számok}\}$ olyan halmazt jelent, amelyikbe beletartozik minden 3-nál nagyobb egész szám, de egyetlen más szám sem tartozik bele.

Halmazok egymáshoz való viszonya

A példáinkban a következő halmazokat fogjuk használni:

$A = \{10\text{-nél kisebb természetes számok}\}$

$B = \{20\text{-nál nagyobb természetes számok}\}$

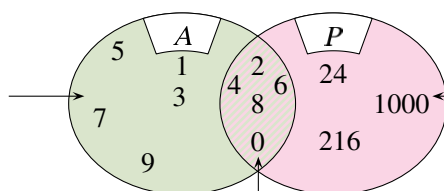
$P = \{\text{páros számok}\}$

$D = \{\text{háromjegyű számok}\}$

Két halmaz többféle kapcsolatban állhat egymással:

- Lehet, hogy van közös elemük, de nem mindegyik közös, ilyen például az A és a P halmaz:

Ezek az elemek az A halmazban benne vannak, de a P -ben nem.

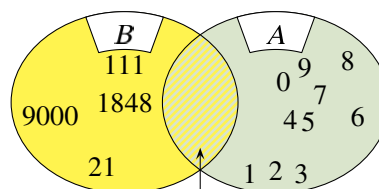
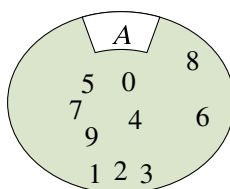
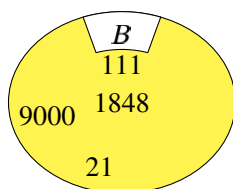


Ezek az elemek P -ben benne vannak, de A -ban nem.

Ezek az elemek

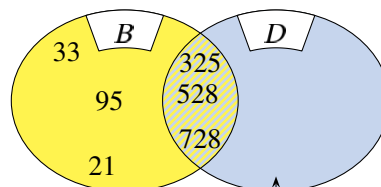
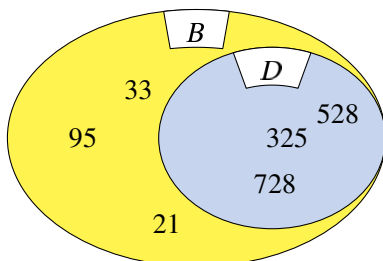
A -ban is, és P -ben is benne vannak, ezt az A és a P halmazok **közös részének** nevezzük.

- Lehet, hogy nincs egyetlen közös elemük sem, ilyen például az A és a B halmaz. Ezt kétféleképpen is ábrázolhatjuk:



A közös rész üres.

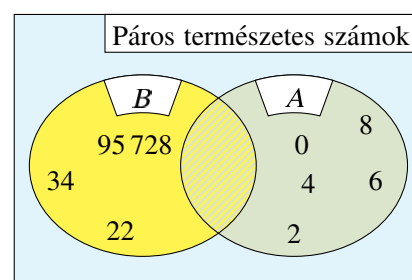
- Lehet, hogy az egyik teljes egészében benne van a másikban, ilyen például a B és D halmaz, a B tartalmazza a D minden elemét. Ezt is kétféleképpen lehet ábrázolni:



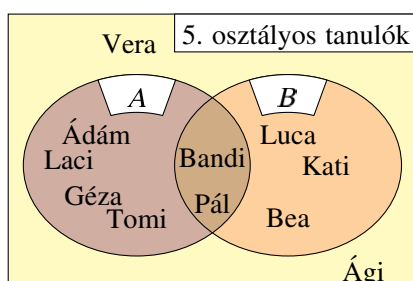
Ez a tartomány üres.

A D halmaz **részhalmaza** a B -nek, mert a D halmaz minden eleme a B halmaznak is eleme.

Sokszor fontos tudnunk azt is, hogy az elemeket milyen készletből válogatjuk. Ilyenkor fel kell tüntetnünk az **alaphalmazt** is.



Műveletek halmazokkal



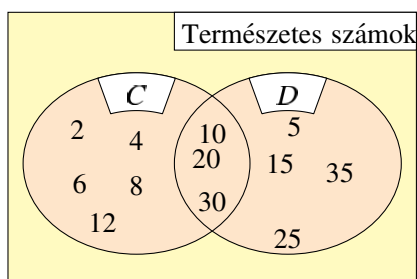
$A = \{\text{fiúk}\}$

$B = \{\text{sportolók}\}$

Példánkban a közös rész a sportoló fiúk halmaza. Például Pál a közös rész eleme, mivel fiú is, és sportoló is.

A **közös rész** (metszet) elemeire mindkét tulajdonság teljesül.

Két halmaz egyesítését a két halmaz **egyesítésének** (uniójának) nevezzük. A C és a D halmazok egyesítésében olyan elemek vannak, amelyek legalább az egyik halmaznak elemei.



$$C = \{\text{párosak}\}$$

$$D = \{5 \text{ többszörösei}\}$$

Példánkban az egyesítés azoknak a számoknak a halmaza, amelyekben vagy a 2, vagy az 5, vagy mindkettő megvan maradék nélkül. Például az egyesített halmaznak eleme a 4, mivel páros. Eleme a 35, mivel maradék nélkül osztható 5-tel, és eleme a 10 is, hiszen rá mindkét tulajdonság teljesül.

Három halmaz egymáshoz való viszonyát is ábrázolhatjuk halmazábrán. Ezt mutatja a következő példa.

Példa

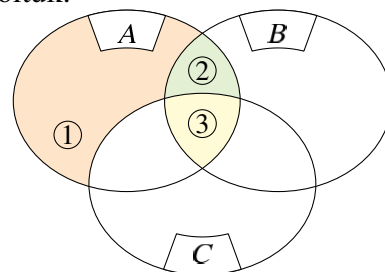
Egy 5. osztály tanulóit az A , B , C betűkkel jelzett csoportokba soroltuk.

$$A = \{\text{kosarazni járnak}\}$$

$$B = \{\text{zenét tanulnak}\}$$

$$C = \{\text{angol nyelvet tanulnak}\}$$

Jellemezzük a számmal megjelölt tartományokat!



Megoldás

- ① Az idesorolt gyerekek kosaraznak, de sem zenét, sem angolt nem tanulnak.
- ② Itt találhatóak azok, akik kosaraznak és zenét is tanulnak, de nem tanulnak angolul.
- ③ Az itt lévő gyerekek kosaraznak, zenét és angol nyelvet is tanulnak.

Feladatok



1.

Az osztályban minden gyerek kapott egy sorszámot 1-től 26-ig. A tanár ezután tulajdonságokat mondott, és arra kérte a gyerekeket, hogy álljanak fel, ha az ő sorszámukra illenek ezek.

$$A = \{20\text{-nál nagyobb}\}$$

$$B = \{\text{osztható } 5\text{-tel}\}$$

$$C = \{\text{a szám jegyeinek összege } 8\}$$

$$D = \{20\text{-nál kisebb}\}$$

$$E = \{10 \text{ többszöröse}\}$$

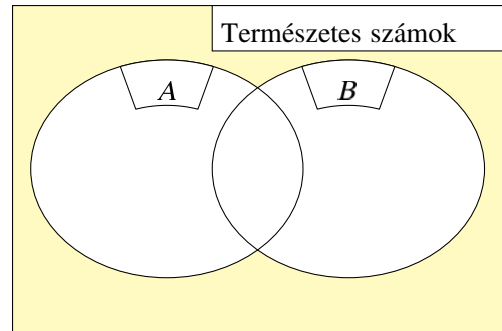
Kik álltak fel, amikor a következő tulajdonságok hangzottak el? Add meg a sorszámukat!

- a) Teljesül a számra az A és B tulajdonság is.
- b) Teljesül a számra a B és E tulajdonság is.
- c) Teljesül a számra a B és C tulajdonság is.
- d) Teljesül rá A vagy D vagy mindkettő.
- e) Teljesül rá B vagy E vagy mindkettő.
- f) Teljesül rá A és C .

2. Másold le a halmazábrát, és írd be a számokat 45-től 55-ig a megfelelő tartományokba!

Az ábra üres részeit satírozd be! Az $a)$, $b)$ és $c)$ feladatokhoz külön ábrát készíts!

- $a) A = \{50\text{-nél kisebb}\}$
 $B = \{50\text{-nél nagyobb}\}$
 $b) A = \{\text{jegyeinek összege nagyobb, mint } 7\}$
 $B = \{\text{páros}\}$
 $c) A = \{\text{kettővel több egyes van benne, mint tízes}\}$
 $B = \{\text{jegyeinek összege } 10\}$



3. Ábrázold halmazábrában a megadott halmazokat! Az ábra minden részéről mondd meg, milyen tulajdonságú elemek tartoznak bele!

- $a) A = \{\text{járművek}\}$
 $B = \{\text{autók}\}$
 $b) C = \{100\text{-nál kisebb természetes számok}\}$
 $D = \{\text{természetes számok, amelyekben a jegyek szorzata } 0\}$

4. $a)$ Írd le a füzetedbe az alábbi hiányos mondatokat! Írj szavakat a színes foltokba úgy, hogy igaz állítást kapj!

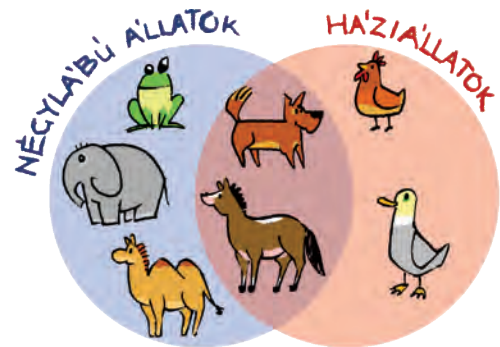
- $b)$ Töltsd ki a színes helyet úgy, hogy a mondat hamis állítás legyen!

1. Az ábrán van olyan háziállat, amelyik

2. Az ábrán minden vadállat

3. Az ábrán minden állat

4. Az ábrán amelyik állat, az



5. A halmazábra jelölései az alábbiakat jelentik:

$Sz = \{\text{szemüvegesek}\}$

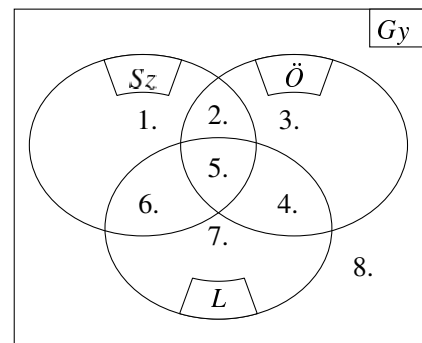
$Ö = \{\text{ötödikesek}\}$

$L = \{\text{lányok}\}$

$Gy = \{\text{gyerekek}\}$

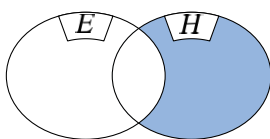
A halmazábra egyes részeit megszámoztuk. Melyik részbe vagy részekbe tartoznak azok a gyerekek, akikre a következő tulajdonságok teljesülnek?

- $a)$ Szemüveges, de nem ötödikes.
 $b)$ Ötödikes lány.
 $c)$ Nem szemüveges.
 $d)$ Óvodás lány.
 $e)$ Ötödikes, szemüveges lány.
 $f)$ Ötödikes és szemüveges.
 $g)$ Lány vagy szemüveges.
 $h)$ Nem ötödikes lány.
 $i)$ Nyolcadikos.
 $j)$ Szemüveges fiú.

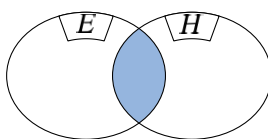


6. Jellemezd tulajdonsággal a beszínezett rész elemeit és sorolj fel közülük néhányat!

a)



b)

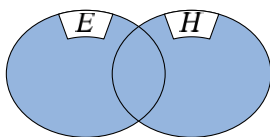


$E = \{\text{emlősök}\}$

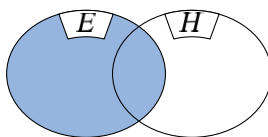
$H = \{\text{háziállatok}\}$

$A = \{\text{állatok}\}$

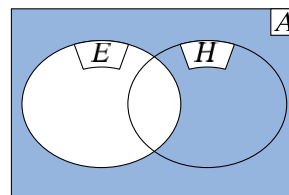
c)



d)



e)



7. Ezek a címkék a következő halmazábrákról estek le. Melyik hová való?

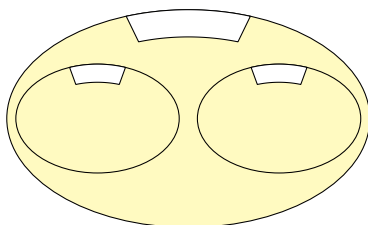
páros számok

nyugdíjasok

fák

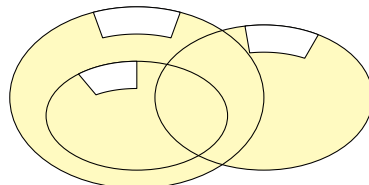
gyümölcsfák

növények



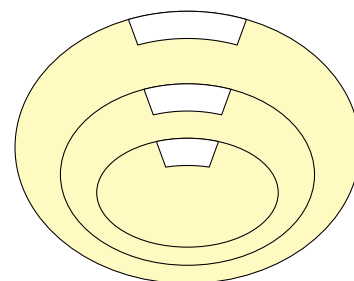
emberek

óvodások



nullára végződő számok

20-nál kisebb számok



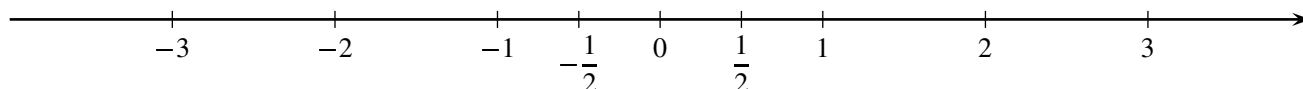
Számok ábrázolása számegyenesen

Kitekintés a természetes számok halmazából

Az országúton kilométerkövek jelzik, hogy hol járunk. Az országút kezdetét a 0 kilométerkő mutatja.

A számegyenes olyan, mint egy végtelen hosszú, egyenes országút. Minden pontja egy-egy számot jelent. A 0 pontból kétfelé lehet elindulni. Ha a számegyenessel szemben állunk, akkor a 0-tól jobbra állnak a pozitív, balra a negatív számok. Ha az egyenesen megjelöljük a 0 és az 1 helyét, ezzel az összes többi szám helyét is meghatározzuk.

A számegyenesen nyíllal jelöljük a számok növekedésének irányát.



Ha a 0 és az 1 helyett akármelyik másik két számot jelöljük ki, akkor is meghatározzuk az összes többi szám helyét.



1. példa

A következő városok az M7-es autópálya mentén helyezkednek el: Pákozd, Érd, Zamárdi, Székesfehérvár, Polgárdi.

Közüük melyik van az autópálya 45 km-t és 89 km-t jelző táblái között?

Székesfehérvár	Zamárdi	Érd	Pákozd	Polgárdi
58 km és 59 km között	112 km és 113 km között	17 km és 18 km között	50 km és 51 km között	79 km és 80 km között

Megoldás

Pákozd, Székesfehérvár és Polgárdi települések a feladatban adott szakaszon helyezkednek el. Ezeknek a 0 kilométerkőtől vett távolságára teljesül, hogy:

$$45 \text{ km} \leq \text{távolság} \leq 89 \text{ km}.$$

A $\leq$ és a $\geq$ jeleket így olvassuk ki: kisebb vagy egyenlő; nagyobb vagy egyenlő.

Számegyenesen így ábrázolhatjuk:



Ezen a szakaszon olyan számok vannak, amelyekre teljesül, hogy 45-nél nem kisebbek és 89-nél nem nagyobbak.



2. példa

Anyukája így szólt Mártihoz:

„Tudom, hogy új pulóvert szeretnél. Választhatsz, de legfeljebb 3000 Ft-ot tudok erre adni.”

Melyik pulcsik közül választhatott Márti a kirakat kínálatából?

Megoldás

A „legfeljebb 3000 Ft” más szavakkal azt jelenti, hogy nem több 3000 Ft-nál.

Márti tehát ebből a készletből a 2500 Ft-os, a 2800 Ft-os vagy a 3000 Ft-os pulcsik között válogathatott. A pulcsi ára ≤ 3000 Ft.



3. példa

A neves hegedűművész mesélte, hogy gyerekkorában mindennap legalább 3 órát kellett gyakorolnia. Az alábbi időtartamok közül melyik lehetett a gyakorlási idő, és melyik nem?

2 és fél óra, 4 óra, 3 óra 10 perc, 4 és fél óra, 2 óra, 3 óra.

Megoldás

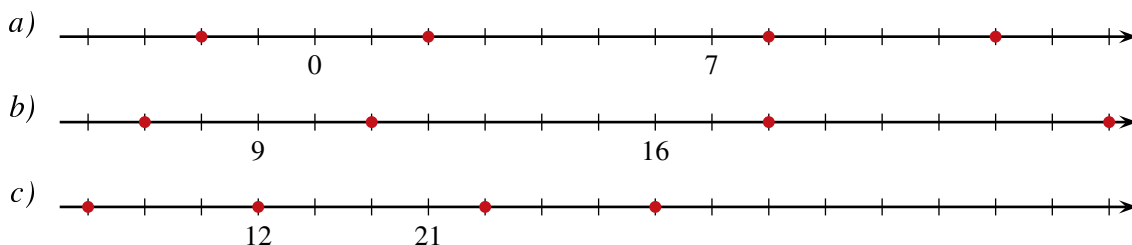
A „legalább 3 óra” más szavakkal ezt jelenti: nem kevesebb, mint 3 óra.

Így a gyakorlási idő lehetett 4 óra, 3 óra 10 perc, 4 és fél óra, 3 óra, de 2 és fél óra, 2 óra nem. A gyakorlás ideje ≥ 3 óra.

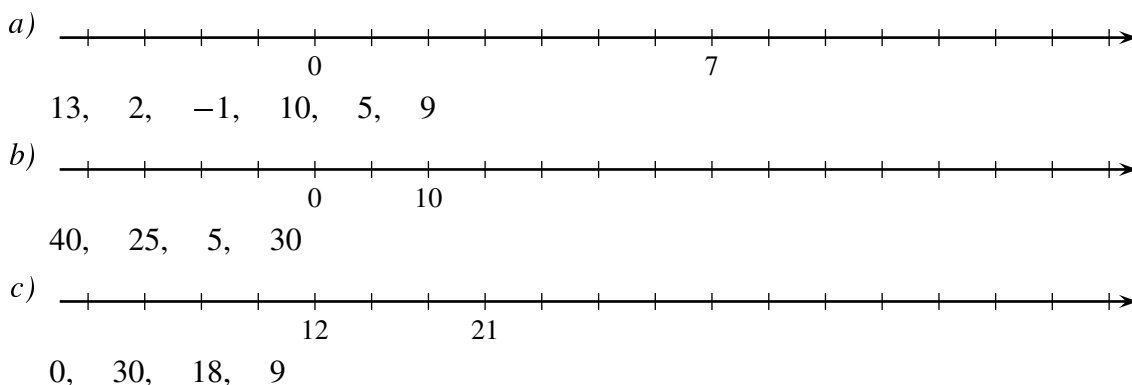


Feladatok

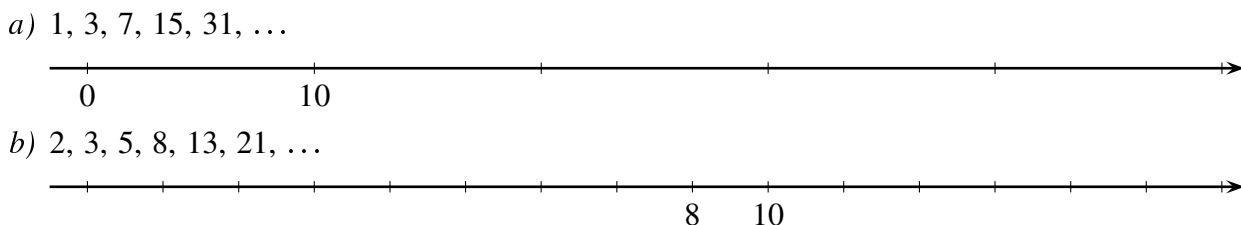
1. Olvasd le a számegyenesről, hogy milyen számokat jelöltünk meg piros ponttal!



2. Másold le a füzetedbe a számegyeneset! Jelöld be rajta a következő számokat!



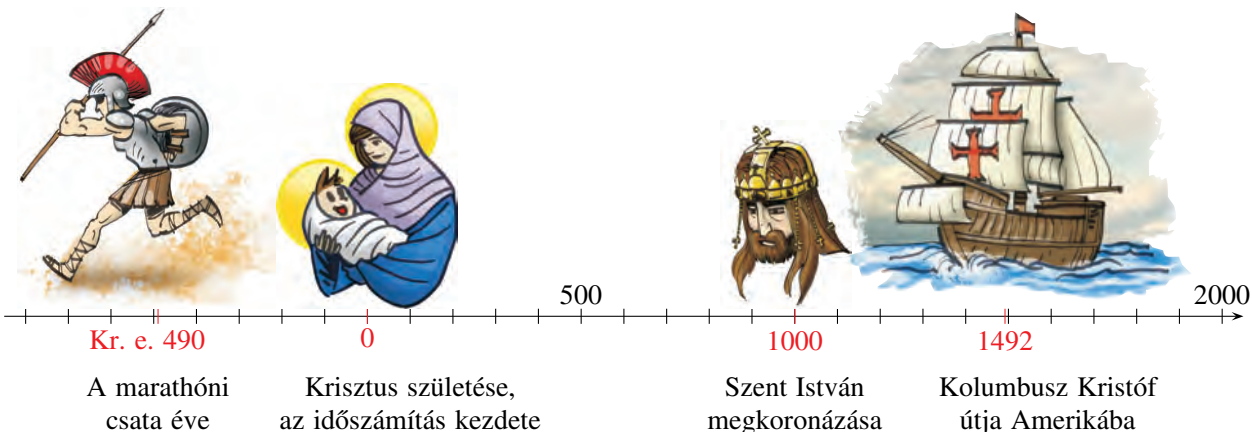
3. Keres szabályt, folytasd a sorozatot! Ábrázold számegyenesen a sorozat első 5 tagját!



4. Rajzolj számegyeneset, és ábrázold rajta az adott tulajdonságú természetes számokat!

- a) 10-nél nagyobb b) 5-nél nagyobb és 8-nál kisebb
 c) 15-nél nem nagyobb és 10-nél nagyobb d) legalább 4
 e) nagyobb vagy egyenlő 22-vel és kisebb mint 30 f) legalább 4 és legfeljebb 10

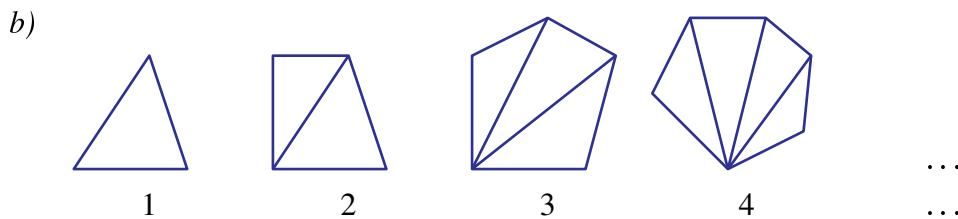
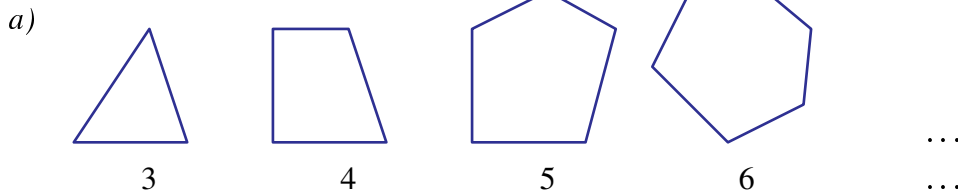
5.



Rajzold le a füzetedbe a történelmi időszakot, és jelöld be rajta a következő évszámokat!

- a) 1848: a márciusi forradalom b) 1945: a II. világháború vége
c) 1456: a nándorfehérvári győzelem d) 896: a honfoglalás
e) Kr. e. 776: az első olimpia f) Kr. e. 74: a Spartacus-féle felkelés kitörése

6. Az alábbi feladatokban két sorozatot találunk. Az egyiket ábrák, a másikat számok alkotják. Találd ki, mi a kapcsolat az ábrák és az alattuk álló számok között! Folytasd az ábrák és a számok sorozatát is!



7. A következő sorozat tagjait ábrák alkotják. Az ábrák sorozatához néhány számsorozatot is írtunk. Vajon hogyan kapcsolódnak az **a)**, **b)**, **c)**, **d)** számsorozatok az ábrák sorozatához?

					...
a)	1	2	3	4	...
b)	1	4	9	16	...
c)	4	9	16	25	...
d)	4	8	12	16	...

8. Találd ki a rajzos sorozathoz illő számsorozatokat!



9. Ábrázold számegyenesen azokat az egész számokat,

- a) amelyekhez 4-et hozzáadva 17-nél nagyobb és 23-nál kisebb számot kapunk;
b) amelyek kétszerese 42 és 56 közé esik!

10. Írj nyitott mondatot a feladathoz, és a megoldást ábrázold számegyenesen is!

- a) Melyek azok a számok, amelyekhez 51-et hozzáadva 283-nál kisebb számot kapunk?
b) Melyek azok a számok, amelyek háromszorosa több, mint 150?

Kerekítés, becslés

Néhány régi repülőgép legfontosabb adatait látod itt: gyártási éve, legnagyobb sebessége, törzsének hossza, tömege.

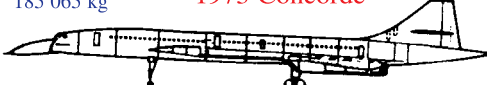
48 km/óra
6,43 m
274 kg

1903 Wright



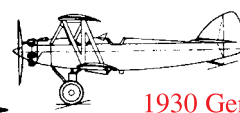
2200 km/óra
62,1 m
185 065 kg

1973 Concorde



160 km/óra
7,25 m
780 kg

1930 Gerle



3000 km/óra
22 m
37 000 kg

1980 MIG-31



1969 Boeing 747



958 km/óra
70,5 m
322 050 kg

A Wright tömege 274 kg. A Concorde tömege 185 065 kg. Ezeket az adatokat kilogramm pontossággal adták meg.

A MIG 37 000 kg. Ezt az adatot 1000 kg pontossággal adták meg.

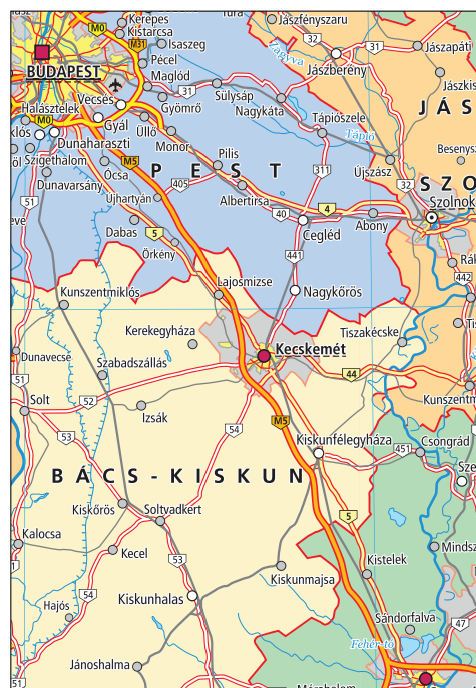
A Gerle 780 kg, a Boeing 322 050 kg. Tömegüket 10 kg-os pontossággal adták meg.

Sokszor azért adunk meg kerekített értéket, mert a pontos adatot nem lehet tudni.

Például két város távolságát nem lehet pontosan megadni. Budapest–Szeged távolsága az autóskönyv szerint 171 km. Mennyire pontos ez az adat, és van-e értelme pontos értékről beszélni?

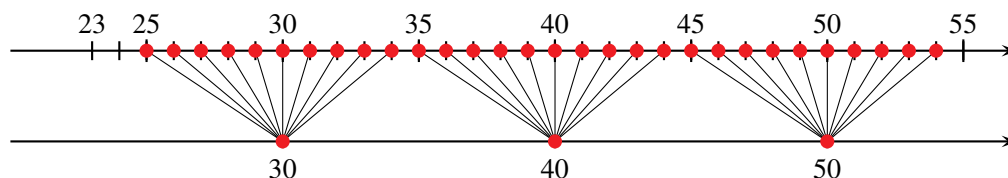
Hasonló a helyzet a népességről szóló adatokkal. Például 1998-ban Magyarország lakóinak száma 10 135 000 volt. Ebből férfi 4 842 000, nő pedig 5 293 000. Lehet-e pontos adatokat mondani egy ország lakosainak számáról?

Ha egy számot **kerekíteni** akarunk, tudnunk kell a kerekítés pontosságát. Ha tízesre kerekítünk, akkor megkeressük a szám tízes szomszédait, és ezek közül azt választjuk, amelyik közelebb van a számhoz.



A tízesre kerekített érték a számnak az a tízes szomszédja, amelyhez közelebb van.

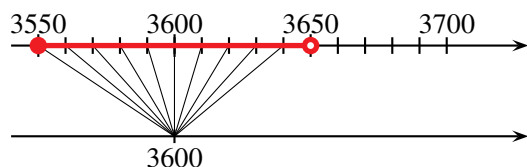
Ha a szám mindkét szomszédhoz ugyanolyan közel van, akkor felfelé kerekítünk.



A százásra kerekített érték a számnak az a százas szomszédja, amelyhez közelebb van.

Ha a szám mindkét szomszédhoz ugyanolyan közel van, akkor felfelé kerekítünk.

Hasonlóan járunk el, ha a kerekítés pontossága 1000; 10 000 stb.



Azok a számok, amelyeknek 3600 a százásokra kerekített értéke, a számegyenesen egy 100 hosszúságú szakaszon helyezkednek el, amelynek a végpontjai 3550 és 3650. A 3550 a kisebbik végpont, amely hozzátartozik a szakaszhoz. A 3650 már nem tartozik a szakaszhoz.

Példa

Magyarországon a legkisebb pénzérme az 5 Ft-os. Késpénzben fizetni csak 0-ra vagy 5-re végződő számú Ft-ot lehet. Ezért fontos, hogy tudjunk 5-ösökre is kerekíteni.

Ha a valódi ár 8-ra, 9-re, 0-ra, 1-re vagy 2-re végződik, akkor a legközelebbi tízes lesz a fizetett ár. Ha a valódi ár 3-ra, 4-re, 5-re, 6-ra vagy 7-re végződik, akkor a legközelebbi 5-re végződő szám lesz a fizetett ár.

Mennyit fizetünk, ha az ár: 23 Ft, 419 Ft, 58 Ft, 999 Ft, 84 Ft, 4110 Ft, 9990 Ft, 811 Ft, 102 Ft, 567 Ft, 495 Ft?



Megoldás

A fizetendő összegek sorra: 25 Ft, 420 Ft, 60 Ft, 1000 Ft, 85 Ft, 4110 Ft, 9990 Ft, 810 Ft, 100 Ft, 565 Ft, 495 Ft lesznek.

Feladatok

1. Döntsd el a következő értékekről, melyik kerekített érték, és melyik pontos!

- Jánosnak 3 testvére van.
- Panni 43 kg és 152 cm magas.
- 1 méter = 10 deciméter.
- A szobánk 5 m hosszú és 4 m széles.
- A családi nyaralás 50 000 Ft-ba került. A szállásért egy éjszakára fejenként 2000 Ft-ot fizettünk.
- Az osztály 24 tanulója az ötnapos táborozás alatt 50 kg kenyeret fogyasztott el, és 240 gombóc fagyit nyalt el. Természetesen mást is ettek.

2. Kerekítsd a 8, 153, 1500, 87, 85 007, 3555, 25 499 számokat

- tízesekre;
- százásokra;
- ezresekre;
- tízezresekre!

3. A boltban a kosarunkba tett árucikkek a képen látható árak voltak írva.

Mennyi az egyes árucikkek kerekített ára a Magyarországon érvényben lévő fizetési szabály szerint?

4. A zöldségesboltban 865 Ft-ot fizettünk, mennyi lehetett a valódi ár?

5. A pad hossza dm pontossággal mérve 13 dm.

Mekkora lehet a valódi hossza?



6. A világ legnagyobb temploma a római Szent Péter-bazilika. Hatalmas kupolája 123 méter magas. Milyen magas lehet pontosan, ha ez az adat 1 méteres pontossággal van kerekítve?
7. A Kheopsz-piramist 2 500 000 darab mészkőtömbből építették. Hány követ használhattak fel, ha ez az érték ezresekre kerekített?
8. A kerékpártúra első napján 60 km-t, a második napon 70 km-t, a harmadikon pedig 40 km-t tettünk meg. Az adatokat 10 km pontossággal adtuk meg. Legkevesebb hány km-t bicikliztünk? És legfeljebb hányat?
9. Nagymama a lekvárfőzéshez kg-ra kerekítve 6 kg cukrot használ fel. Mennyi cukrot jelenthet ez?
10. Melyik az a szám, amely ezresekre kerekítve 8000, és a számjegyek összege a lehető legnagyobb?
11. Megadtuk néhány szám százasa kerekített értékét. Meg tudod-e adni az ezresekre, a tízezezekre kerekített értékét? Ki tudod találni a tízezezekre kerekített értékét is?
8300, 17 800, 200, 0, 10 000, 1500, 18 500, 1600
12. Melyek azok a háromjegyű számok, amelyekben a jegyek összege 18, százásokra kerekített értékük 900, és jegyeik között van két egyenlő?



Szent Péter-bazilika

Összeadás és kivonás

Kerékpártúra terve:

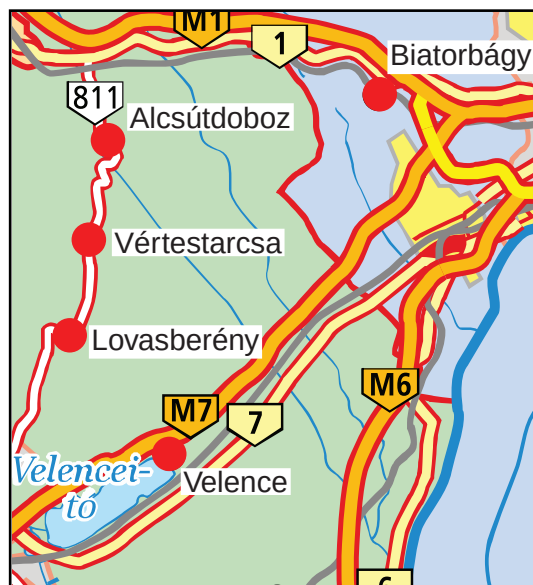
Biatorbágy–Alcsútdoboz:	22 km
Alcsútdoboz–Vértesacska:	9 km
Vértesacska–Lovasberény:	8 km
Lovasberény–Velence:	14 km

A túra teljes hossza $22 + 9 + 8 + 14 = 53$

Elnevezések: összeadandók összeg
vagy
az összeg tagjai

A túra összesen 53 km hosszú.

Az összeadásban szereplő számok megegyező nevet kaptak, hiszen a **sorrendjük felcserélhető**.



A Visegrádi-hegységben levő Nagy-Villám kilátóba 73 lépcső vezet fel. Még 22 lépcsőfok van előttünk. Hányat másztunk már meg?

$$73 - 22 = 51$$

Elnevezések: **kisebbitendő** **kivonandó** **különbség**



51 lépcsőfokot mentünk fel.

A kivonásban szereplő számok sorrendje **nem cserélhető fel**, ezért kaptak különböző nevet.

Egy kéttagú összeadás bármelyik tagját felírhatjuk az összeg és a másik tag különbségeként.

Például: $24 + 27 = 51$ $24 = 51 - 27$ $27 = 51 - 24$

Egy kivonás bármelyik szereplőjét kifejezhetjük a másik kettő összegeként vagy különbségeként.

Például: $483 - 100 = 383$ $483 = 383 + 100$ $100 = 483 - 383$

Az összeadást kivonással ellenőrizhetjük.

A kivonást kivonással vagy összeadással ellenőrizhetjük.

Feladatok

1. a) Számolj 29-től 13-asával addig, amíg túl nem léped a 100-at!
 b) Számolj 1980-tól 40-esével addig, amíg túl nem léped a 2200-at!
 c) Számolj el 50-től a 100 átlépéséig úgy, hogy 1 hozzáadásával kezdjed, majd minden lépésben 1-gyel többet adj hozzá! Hány lépés kellett a 100-ig?

2. Számold ki fejben! Ellenőrizd írásban!

- | | | |
|---------------|---------------|----------------|
| a) $87 + 39$ | b) $87 + 41$ | c) $87 + 410$ |
| d) $391 + 17$ | e) $391 + 10$ | f) $391 + 110$ |
| g) $83 + 255$ | h) $83 + 120$ | i) $83 + 187$ |

3. Állítsd az összegeket vagy különbségeket növekedő sorrendbe!

- | | | | | |
|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| a) $48 + 26$ | $50 + 27$ | $48 + 30$ | $47 + 26$ | $51 + 28$ |
| b) $53 - 17$ | $53 - 15$ | $60 - 17$ | $52 + 20$ | $50 + 22$ |

4. Add össze a számokat fejben!

- | | | |
|----------------|------------------|------------------|
| a) $198 + 202$ | b) $4300 + 3700$ | c) $270 + 5730$ |
| d) $423 + 577$ | e) $9800 + 200$ | f) $6350 + 1150$ |

5. Kedves tavaszi virágaink egyikének nevét rejti a feladat. Végezd el a műveleteket, majd írd az eredményeket csökkenő sorrendbe! A megfelelő betűkből az egyik virág nevét olvashatod ki. Melyik képen látod ezt? Ismered a nevét a többinek is?

$$\begin{array}{r} 10\ 504 \\ - 2\ 987 \\ \hline R \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 1819 \\ + 5678 \\ \hline F \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5307 \\ - 3978 \\ \hline Y \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6304 \\ 546 \\ + 497 \\ \hline Á \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8618 \\ + 909 \\ \hline S \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12\ 901 \\ - 5\ 078 \\ \hline Á \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2021 \\ 2059 \\ + 2117 \\ \hline N \end{array}$$



6. Végezd el a kivonásokat fejben!

a) $326 - 126$

b) $3405 - 1200$

c) $872 - 252$

d) $95\ 400 - 35\ 400$

e) $7800 - 4700$

f) $974 - 573$

7. a) Mennyivel magasabb a Föld legmagasabb csúcsa a legmagasabb európai hegycsúcsnál?
 b) A rajzon látható dél-amerikai csúcs és az észak-amerikai csúcs közül melyik magasabb és mennyivel?
 c) Mennyivel magasabb a japánok szent hegye az olasz tűzhányónál, amely Pompeji pusztulását okozta?
 d) Hasonlítsd össze a világ legmagasabb hegyét Magyarország legmagasabb csúcsával!
 e) Mennyivel magasabb Afrika legmagasabb hegye, mint a Matterhorn?

Csomolungma (Ázsia) 8848 m

Aconcagua [akonkagva] (Dél-Amerika) 6960 m

Mount McKinley [mont mekinli] (Észak-Amerika) 6194 m

Kilimandzsáró (Afrika) 5895 m

Mont Blanc [mon blan] (Európa) 4807 m

Matterhorn (Európa) 4478 m

Fudzsi (Japán) 3776 m

Vezúv (Olaszország) 1277 m

Kékes (Magyarország) 1014 m



8. Helyezd el a **8**, **5**, **2**, **3**, **6**, **1**, **0** számkártyákat úgy, hogy az összeg

$$\square\square\square + \square\square\square\square$$

a) a lehető legnagyobb legyen;

b) a lehető legkisebb legyen;

c) a lehető legközelebb legyen a 2328-hoz;

d) a lehető legkisebb négyjegyű szám legyen!

9. Helyezd el a 8, 5, 2, 3, 6, 1, 0 számkártyákat úgy, hogy a különbség

$$\square\square\square\square - \square\square\square$$

- a) a lehető legnagyobb legyen; b) a lehető legkisebb legyen;
c) a lehető legközelebb legyen a 753-hoz; d) a lehető legnagyobb háromjegyű szám legyen!

10. Egy kétjegyű és egy háromjegyű szám összege 111. Mely számok lehetnek az összeadandók?

11. a) Két szám összege 3456. A kisebb összeadandó 1672. Mekkora a nagyobb összeadandó?
b) A kivonandó 917, a kisebbbítendő 4025. Mennyi a különbség?
c) A kisebbbítendő 83 503, a különbség 7824. Mennyi a kivonandó?
d) A különbség 376, a kivonandó 2815. Mennyi a kisebbbítendő?

12. Milyen számokat írhatunk a négyzetek helyébe, hogy igaz legyen az egyenlőség?

$$\square + 625 = 1213$$

$$8403 - \square = 1029$$

$$4192 - \square = 1514$$

$$\square - 1514 = 3210$$

$$\square + 9237 = 10\,000$$

$$500 - \square = 299$$

$$628 + \square = 45\,603$$

$$\square - 121 = 987$$

$$\square - 413 = 5238$$

13. A Föld két leghosszabb folyója a Nílus (6670 km) és az Amazonas (6448 km). Hány kilométerrel hosszabb a Nílus az Amazonasnál?

14. A pisai ferde torony építését 1173-ban kezdték el. Hány éve volt ez?

Pisa (ejtsd: piza) városának jelképe a ferde torony. A világhírű műemlék 58 méter magas, nyolcemeletes, és a ferdesége nélkül is az itáliai román stílus gyöngyszeme. Elkészültek a torony teteje 1,4 méterrel tért el a függőlegestől, manapság a dőlés mértéke közel 4 méter.

A torony 800 év alatt 5 fokot és 22 percet mozdult el a függőlegestől. A dőlés megállítása érdekében 1990-ben a tornyot bezárták. Rekonstrukciója 11 éven át tartott. Legalább félezer terv született a torony megmentésére. Eleinte a dőlés oldaláról tervezték erősíteni az altalajt, később az ellenkező oldalról vették ki az iszapos talaj egy részét.

A föld elhordása következtében az épület csaknem 44 centimétert egyenesedett. A szakértők szerint legkevesebb további háromszáz éven át stabil lesz az állapota, nem fordul tovább.



15. Két szám összege 630. Az egyik 28-cal kevesebb a másiknál. Melyik ez a két szám?

16. Zolinak és Ildinek együtt 5600 Ft-ja van. Zolinak 640 Ft-tal több pénze van, mint a húgának. Mennyi pénzük van külön-külön?

17. Tamás és kisöccse, Péter közösen vettek virágot édesanyjuk születésnapjára. A csokorért 1200 forintot fizettek. Tamás 200 forinttal többet fizetett, mint az öccse. Mennyit fizetett Péter?

A: 450 Ft

B: 550 Ft

C: 500 Ft

D: 300 Ft

18. Hol fűrészeljük el a 150 cm hosszú lécet, ha azt akarjuk, hogy az egyik része 26 cm-rel hosszabb legyen a másikonál?
19. Két könyvet vettem. Az egyik 280 Ft-tal drágább volt a másikonál. Mennyibe került az olcsóbb könyv, ha összesen 1400 Ft-ot fizettem?
20. Melyik a legkisebb és melyik a legnagyobb olyan tízjegyű szám, amelyben a számjegyek összege 55? Mi a válaszod, ha kikötjük, hogy a számjegyek között nincsen 0?
21. Keresd meg az üres négyzetekbe való számjegyeket úgy, hogy az első négy szám összege egyenlő legyen az ötödik számmal!
- a) 3□9; 59□; □37; 648; 2028 b) 412; □328; 2□□1; □56□; 5348
22. Az 1, 2, 3 számjegyekből készítsd el az összes háromjegyű számot úgy, hogy mindegyik számjegyet csak egyszer használd! Mennyi ezek összege?

Összeg és különbség változásai



Ha egy összeg egyik tagját megnöveljük, a másikat pedig ugyanannyival csökkentjük, akkor az eredmény nem változik.



$$75 - 50 = 25$$

$$(75 - 8) - (50 - 8) = 25$$

$$(75 + 5) - (50 + 5) = 25$$

Ha egy kivonásban a kisebbítendőt és a kivonandót is ugyanannyival növeljük vagy csökkentjük, akkor az eredmény nem változik.

Több tag összeadása, kivonása

Nincs zárójel

Sokszor nem kettő, hanem többtagú összeadással, kivonással van dolgunk. A műveletet ilyenkor több lépésben végezzük el, hiszen egyszerre csak két számot tudunk összeadni vagy kivonni. Ha nincsenek zárójelek, akkor a műveleteket elvégezhetjük balról jobbra haladva. Ha csupa összeadással van dolgunk, akkor az egyes tagokat tetszés szerint állíthatjuk sorba, és tetszés szerint csoportosíthatjuk.

Például: $18 + 6 + 2 + 29 + 4 = (18 + 2) + (6 + 4) + 29$

Ha a műveletek között az összeadások mellett kivonás is szerepel, akkor is felcserélhetjük a műveletvégzés sorrendjét. Mindössze azt nem szabad elfelejtenünk, hogy mindegyik számhoz szorosan hozzátartozik az előtte álló műveleti jel, és a számokat csak az előttük álló műveleti jellel együtt szabad cserélgetnünk.

Például: $139 + 28 + 13 - 39 - 3 + 2 = 139 - 39 + 2 + 28 + 13 - 3$

A két oldal egyenlő, hiszen

- a 28-at, a 13-at és a 2-t mindkét oldalon hozzáadtuk,
- a 39-et és a 3-at mindkét oldalon kivontuk.

Az egyenlőségjel jobb oldalán lévő számítást sokkal kényelmesebben tudjuk elvégezni.

Van zárójel

Most olyan műveletsorokkal foglalkozunk, amelyekben zárójelek is szerepelnek az összeadások és a kivonások mellett.

Ha a műveletsor első két szereplője van zárójelben, akkor a zárójel felesleges, hiszen a műveletvégzést a zárójel nélkül is az első két számmal kezdenénk. Ebben az esetben a zárójel elhagyható.

Például:

$$(18 + 6) - 3 = 18 + 6 - 3 \quad (18 - 9) + 4 = 18 - 9 + 4$$

$$(32 - 8) - 4 = 32 - 8 - 4$$

Más a helyzet, ha a zárójel nem legelől áll.

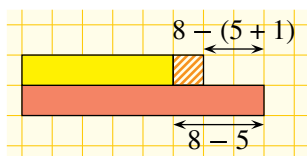
Egyszerű a helyzet, ha a zárójel előtt + jel van.

Például: A tojások számát kétféleképpen is megkaphatjuk.

$$10 + (10 - 3) = (10 + 10) - 3 = 10 + 10 - 3$$

Ha a zárójel előtt + jel áll, akkor a zárójel elhagyható.

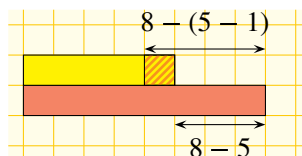
Más a helyzet akkor, ha a zárójel előtt - jel áll. Olvassunk a rajzokról!



$$8 - (5 + 1) = 8 - 5 - 1 = 2$$

1-gyel többet veszünk el,

1-gyel kevesebb marad.



$$8 - (5 - 1) = 8 - 5 + 1 = 4$$

1-gyel kevesebbet veszünk el,

1-gyel több marad.

Ha a zárójel előtt kivonásjel áll, akkor a zárójel elhagyásával nem ugyanazt az eredményt kapjuk. A zárójelben levő művelet ilyenkor megváltozik, összeadásból kivonás, kivonásból pedig összeadás lesz.

Feladatok

1. Számolj fejben! Változtasd ügyesen a tagok sorrendjét!

a) $113 + 28 - 13 - 8$

b) $229 - 40 + 11 + 73$

c) $375 + 423 + 25 - 23$

d) $220 + 176 + 80 - 75$

e) $523 + 89 - 43 + 11$

f) $1297 + 365 - 197 + 35$

2. Az összegek kiszámolása nélkül dönts el, melyik nagyobb és mennyivel!

a) $43 + 9$ vagy $43 + 20$

b) $57 + 128$ vagy $45 + 128$

c) $3872 + 456$ vagy $3872 + 449$

d) $976 + 1345$ vagy $981 + 1345$

e) $156 + 32$ vagy $173 + 35$

f) $502 + 86$ vagy $490 + 82$

3. Két kártyára olyan számokat írtunk, amelyek összege 100. Az egyik kártya hátulja piros, a másiké kék. A kártyákat számmal lefelé tettük le, így nem lehet tudni, melyiken milyen szám áll. Határozd meg az összeget, ha csak annyit tudunk, hogy $\blacksquare + \blacksquare = 100$!

a) $(\blacksquare + 15) + (\blacksquare + 3) = ?$

b) $(\blacksquare + 5) + (\blacksquare + 5) = ?$

c) $(\blacksquare - 6) + (\blacksquare - 6) = ?$

d) $(\blacksquare + 10) + (\blacksquare - 20) = ?$

e) $(\blacksquare + 12) + (\blacksquare - 12) = ?$

f) $(\blacksquare - 20) + (\blacksquare + 30) = ?$

4. Többet ésszel, mint erővel! A különbségek kiszámolása nélkül dönts el, melyik nagyobb és mennyivel!

a) $4560 - 276$ vagy $4570 - 279$

b) $3912 - 461$ vagy $3912 - 480$

c) $895 - 377$ vagy $898 - 380$

d) $1965 - 418$ vagy $1967 - 416$

5. Péter apja egy külföldi útján vásárolni indult. 80 eurót vitt magával. A pénztárnál ötvenessel fizetett, és 13 eurót kapott vissza. Melyik megoldási terv alapján számítanád ki, hogy mennyi pénze maradt ezután?

a) $80 - 50 - 13$

b) $80 - 50 + 13$

c) $80 - (50 - 13)$

d) $80 - (50 + 13)$

6. Írj olyan feladatot, amelynek ez lehetne a megoldási terve!

a) $150 - 43 - 10$

b) $150 - (43 - 10)$

7. Írj szöveges feladatot a műveletsorhoz, és válaszold is meg a feladatot!

a) $50 - 10 + 4$

b) $(50 - 10) + 4$

c) $50 - (10 + 4)$

d) $50 - 10 - 4$

8. Réka egy kosárba 23 db őszibarackot szedett. Elvitt belőle nyolcat a nagymamájának, ő pedig megevett kettőt. Hány barack maradt? Melyik műveletsor adja meg a megoldást?

a) $23 - 8 + 2$

b) $23 - (8 + 2)$

c) $23 + (8 - 2)$

d) $23 - 8 - 2$

e) $23 + 8 + 2$

f) $23 - (8 - 2)$

9. Melyik több és mennyivel?

a) $248 - (16 + 20)$ vagy $248 - 16 + 20$

b) $248 - (16 + 20)$ vagy $248 - 16 - 20$

c) $42 - (18 - 3)$ vagy $42 - 18 - 3$

d) $42 - (18 - 3)$ vagy $42 - 18 + 3$

10. Két kártyára olyan számokat írtunk, amelyek különbsége 20. Az egyik kártya hátulja piros, a másiké kék. A kártyákat számmal lefelé tettük le, így nem lehet tudni, melyiken milyen szám áll. Határozd meg a különbséget, ha csak annyit tudunk, hogy $\blacksquare - \blacksquare = 20!$

a) $(\blacksquare + 10) - \blacksquare = ?$

b) $(\blacksquare - 3) - \blacksquare = ?$

c) $\blacksquare - (\blacksquare - 5) = ?$

d) $\blacksquare - (\blacksquare + 4) = ?$

e) $(\blacksquare - 5) - (\blacksquare - 5) = ?$

f) $(\blacksquare + 3) - (\blacksquare + 3) = ?$

11. Döntsd el, hogy a következő állítások közül melyik igaz és melyik nem igaz! Válaszodat indokold is!

- a) Ha az összeg mindkét tagját ugyanannyival növeljük, akkor az összeg is nő.
- b) Ha a kisebbítendőt és a kivonandót ugyanannyival növeljük, akkor a különbség is nő.
- c) Ha egy összeg egyik tagját ugyanannyival növeljük, mint amennyivel a másikat csökkentjük, az összeg nem változik.
- d) Ha a kisebbítendőt ugyanannyival növeljük, mint amennyivel a kivonandót csökkentjük, a különbség nem változik.
- e) Egy összeg egyik tagjához hozzá lehet adni egy számot úgy, hogy az összeg ne változzon.
- f) Tudjuk a kisebbítendőt és a kivonandót úgy változtatni, hogy a különbség ne változzon.

12. 8 település egy egyenes országút mentén helyezkedik el a következő sorrendben: A, B, C, D, E, F, G és H.

Bizonyos települések közti távolságokat ismerünk, ezeket a táblázat tünteti fel. Az első oszlop 4. mezőjében álló 28 például azt jelenti, hogy az A és a D települések távolsága 28 km. Határozzuk meg a távolságokat a szomszédos települések között!

A							
	B						
		C					
28			D				
	27			E			
43		25			F		
			22			G	
		38		24			H

Szorzás

1. példa

Ha a zivatar messze van, előbb a villámot látjuk, és csak később halljuk a dörgést, mivel a hangnak a félynél több idő kell, hogy elérjen hozzánk. A villámlást szinte azonnal látjuk, a hang pedig 1 másodperc alatt 340 m-t tesz meg.

Milyen messze van a vihar, ha a villámlás és a dörgés között 6 másodperc telt el?

Megoldás

A hang az első másodpercben 340 m-t haladt, a másodikban ismét 340 m-t és így tovább, összesen $340 + 340 + 340 + 340 + 340 + 340 = 340 \cdot 6 = 2040$ m-t.

Tehát a vihar körülbelül 2 km-re van.



2. példa

Hány játékautó áll Áron parkolójában?

Megoldás

Ha soronként adjuk össze őket, akkor
 $8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 8 \cdot 13$
 az eredmény.

Ha oszloponként számoljuk meg, akkor
 $13 + 13 + 13 + 13 + 13 + 13 + 13 + 13 + 13 = 13 \cdot 8$
 az autók száma.

Természetesen mindkét módon ugyanarra az eredményre jutunk.

$$8 \cdot 13 = 13 \cdot 8 = 104$$



A szorzás ismételt összeadás, ha a szorzó pozitív egész szám.

$$8 \cdot 13 = 104$$

Elnevezések: **szorzandó** **szorzó** **szorzat**
 vagy
a szorzás tényezői

A szorzásban szereplő számokat azonosan is nevezhetjük, hiszen a sorrendjük felcserélhető.
 Nem túl nagy számot könnyen szorozhatunk fejben egyjegyű számmal.

Például: $32 \cdot 6 = 30 \cdot 6 + 2 \cdot 6 = 180 + 12 = 192$

Vannak más számok is, amelyekkel könnyű fejben szorozni, közülük a legfontosabbak a 10, a 100, az 1000 stb.

Szorzás 10-zel, 100-zal, 1000-rel...

Figyeljük meg egy példán, hogyan lehet egy többjegyű számot megszorozni 10-zel! Ha például 273-at szorozzuk meg 10-zel, akkor

- a 3 egyesből 30 egyes, vagyis 3 egyesből 3 tízes,
- a 7 tízesből 70 tízes, vagyis 7 tízesből 7 százaz,
- a 2 százazból 20 százaz, vagyis 2 százazból 2 ezres lesz.

10-zel való szorzáskor minden számjegy egy hellyel mozdul el balra a helyiérték-táblázatban, vagyis tízszer nagyobb helyi értékre kerül.

E	sz	t	e		E	sz	t	e
	2	7	3	$= 273 =$		2	7	3
	20	70	30	$= 273 \cdot 10 =$	2	7	3	

Tehát $273 \cdot 10 = 2730$.

Ha 100-zal szorzunk, akkor a szorzandó minden számjegye két hellyel mozdul el balra a helyiérték-táblázatban, vagyis százszor nagyobb helyi értékre kerül!

E	sz	t	e		T	E	sz	t	e
	2	7	3	$= 273 =$			2	7	3
	200	700	300	$= 273 \cdot 100 =$	2	7	3		

Tehát $273 \cdot 100 = 27\,300$.

Ha olyan számmal szorzunk, amely egy 1-essel kezdődik, és utána csupa 0 áll, akkor a szorzandó minden számjegye annyi helyel mozdul el balra a helyiérték-táblázatban, amennyi a szorzóban álló 0-k száma.

Feladatok

1. Helyettesítsd az összeadásokat szorzással, a szorzásokat pedig összeadással!

a) $12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12$

b) $8 + 8 + 8 + 8 + 8$

c) $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10$

d) $52 \cdot 4$

e) $7 \cdot 10$

f) $103 \cdot 3$

2. Szorozz fejben!

a) $10 \cdot 9$

$10 \cdot 81$

$1000 \cdot 16$

$1000 \cdot 5812$

b) $100 \cdot 20$

$1000 \cdot 498$

$249 \cdot 10$

$10 \cdot 200$

c) $10 \cdot 3560$

$7 \cdot 100$

$8077 \cdot 100$

$500 \cdot 300$

d) $1000 \cdot 3$

$351 \cdot 100$

$300 \cdot 1000$

$320 \cdot 2000$

3. Végezd el a kijelölt szorzásokat!

a) $28 \cdot 57$

b) $431 \cdot 12$

c) $51 \cdot 103$

d) $409 \cdot 118$

4. Ezeket a szorzásokat fejben sem nehéz kiszámítani. Keress ügyes módszert! Írásban ellenőrizd!

$27 \cdot 11$

$34 \cdot 99$

$23 \cdot 9900$

$998 \cdot 15$

$27 \cdot 101$

$34 \cdot 999$

$9090 \cdot 12$

$1002 \cdot 23$

5. a) Végezd el fejben a szorzásokat!

$40 \cdot 600$

$50 \cdot 80$

$700 \cdot 30$

$120 \cdot 40$

$210 \cdot 200$

b) Állítsd a következő szorzatokat növekedő sorrendbe! Használd fel ügyesen az a) feladatrészt eredményeit!

$690 \cdot 31$

$205 \cdot 197$

$599 \cdot 39$

$42 \cdot 77$

$123 \cdot 42$

6. Helyezd el a **3**, **5**, **8**, **1**, **6** számkártyákat úgy, hogy a szorzat

a) a lehető legnagyobb legyen;

b) a lehető legkisebb legyen;

c) a lehető legközelebb legyen a 6000-hez;

d) a lehető legkisebb ötjegyű szám legyen!

7. A számokat szorzat alakban írtuk fel. Gyűjts minél többféle szorzat alakot!

$660 = 66 \cdot 10 = 2 \cdot 33 \cdot 10 = 66 \cdot 5 \cdot 2 = ?$

$8000 = 20 \cdot 400 = 2 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 100 = 1000 \cdot 8 = ?$

$144 = ?$

$5600 = ?$

$10\,000 = ?$

$39 = ?$

$246 = ?$

$6 = ?$

8. A Kheopsz-piramist 2 500 000 db, egyenként 2500 kg tömegű faragott mészkőtömbből építették.

Hány kilogramm követ használtak fel összesen?

9. A Föld legnagyobb tengere a Dél-kínai-tenger, 4999-szerese a Balatonnak. A Balaton területe 595 km^2 . Mekkora a Dél-kínai-tenger területe?

10. Egy 6 emeletes épület 9 lépcsőházból áll. Minden lépcsőházban, minden emeleten 4 lakás található. Hány lakás van ebben a házban?



11. Az ábrán egy szorzótábla részletét látod.

Az 56-ot például úgy kaptuk, hogy az oszlop tetején és a sor szélén álló számokat, a 8-at és a 7-et szoroztuk össze.

Ezekben a szorzótáblákban néhány szám helyére betűket írtunk. Milyen számot jelenthetnek a betűk?

.	5	8
7	35	56
11	55	88

a)

.	a	83
6	84	c
b	28	d

b)

.	815	816
901	a	b
902	c	d

c)

.	a	b
c	42	63
d	e	27

Osztás

1. példa

a) Ültetéskor minden fészekbe 5 szem babot teszünk.

Hány gödröcskéhez elég 22 szem bab?

Megoldás

Az 1. fészekbe 5 szem kerül $22 - 5 = 17$,

a 2. fészekbe is $17 - 5 = 12$,

a 3. fészekbe is $12 - 5 = 7$,

a 4. fészekbe is $7 - 5 = 2$.

Az 5. gödörbe már nem jut elég, csak 2 szem maradt.

A 22-ből az 5-öt négyszer tudjuk elvenni, és marad 2. Az ismételt kivonást osztással írhatjuk fel.

$$\begin{array}{ccccccc} 22 & : & 5 & = & 4 & \text{marad} & 2 \\ \text{Elnevezések:} & \text{osztandó} & : & \text{osztó} & = & \text{hányados} & \text{maradék} \end{array}$$

A 22-be az 5 négyszer fér bele. Ezt **bennfoglaló osztásnak** nevezzük.

Ellenőrzés:

$$\begin{array}{l} 22 = 4 \cdot 5 + 2 \\ \text{osztandó} = \text{hányados} \cdot \text{osztó} + \text{maradék} \end{array}$$



b) Nagymama 18 db pogácsát egyenlően osztott szét három unokája között. Hány pogácsát kapott egy-egy gyerek?

Megoldás

18 db pogácsa harmadát kell meghatározni: $18 \text{ db} / 3 = 6 \text{ db}$.

Ezt a műveletet **részekre osztásnak** nevezzük.



2. példa

Hasonlítsuk össze a kétféle osztást!

Egy esküvői vacsora végén 20 liter húsleves és ugyanennyi pörkölt maradt meg.

a) A levest a szakácsok között osztották szét úgy, hogy mindegyik 4 litert kapott.

Hány szakács volt?

b) A pörköltet a 4 pincér között osztották szét úgy, hogy mindegyik ugyanannyit kapott.

Hány liter jutott egy pincérnek?



Megoldás

a) $20 \text{ liter} : 4 \text{ liter} = 5$

bennfoglaló osztás

Tehát 5 szakács volt.

b) $20 \text{ liter} / 4 = 5 \text{ liter}$

részekre osztás

Egy pincérnek 5 liter pörkölt jutott.

Azt tapasztaljuk, hogy mindkét osztás eredménye ugyanaz a szám.

Ha a természetes számok körében végzett bennfoglaló osztás maradéka nulla, akkor **a kétféle osztás eredménye megegyezik.**

Szorzás és osztás ellenőrzése

Egy kéttényezős szorzás bármelyik tényezőjét felírhatjuk hányadosként.

$$3 \cdot 18 = 54 \quad \text{vagy} \quad 3 = 54 : 18 \quad \text{vagy} \quad 18 = 54 : 3$$

A szorzást osztással ellenőrizhetjük.

Az osztást kétféleképpen is ellenőrizhetjük. Nézzük először azt az esetet, ha nincs maradék!

Például: $264 : 12 = 22$, ekkor $264 : 22 = 12$ vagy $22 \cdot 12 = 264$.

Az osztást osztással vagy szorzással ellenőrizhetjük.

$$\begin{array}{lcl} \text{osztandó} & : & \text{hányados} = \text{osztó} \\ \text{osztó} & \cdot & \text{hányados} = \text{osztandó} \end{array}$$

Ha az osztás során maradék is van, akkor az osztandót úgy kaphatjuk meg, hogy az osztó és a hányados szorzatához hozzáadjuk a maradékot.

$22 : 5 = 4$, marad 2, ekkor $22 : 4 = 5$, marad 2 vagy $22 = 5 \cdot 4 + 2$.

Osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel, ...

Vannak számok, amelyekkel könnyű osztani fejben. Felezni – azaz 2-vel osztani – például mindenki könnyen tud fejben is, ha nem túl nagy a szám. Különösen egyszerű a tízes számrendszerben az osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel...

Figyeljük meg egy példán, hogyan lehet egy többjegyű számot elosztani 10-zel!

3. példa

Mennyi $8520 : 10$?

Megoldás

Először felváltjuk a 8 ezrest 80 százásra,
az 5 százast 50 tízesre,
a 2 tízest 20 egyesre.

Azután ezeket elosztjuk 10-zel

8 ezres = 80 százast, tehát tizedrésze = 8 százast,
5 százast = 50 tízes, tehát tizedrésze = 5 tízes,
2 tízest = 20 egyes, tehát tizedrésze = 2 egyes.

Ha 10-zel osztunk, akkor minden számjegy egy hellyel mozdul el jobbra a helyiérték-táblázatban, vagyis tízszer kisebb helyi értékre kerül.

<i>E</i>	<i>sz</i>	<i>t</i>	<i>e</i>		<i>E</i>	<i>sz</i>	<i>t</i>	<i>e</i>
	80	50	20	= 8520 =	8	5	2	
	↓	↓	↓	= 8520 : 10 =	↓	↓	↓	
	8	5	2			8	5	2

Tehát $8520 : 10 = 852$

Ha 100-zal osztunk, akkor minden számjegy két hellyel mozdul el jobbra a helyiérték-táblázatban, vagyis százszor kisebb helyi értékre kerül.

<i>T</i>	<i>E</i>	<i>sz</i>	<i>t</i>	<i>e</i>		<i>T</i>	<i>E</i>	<i>sz</i>	<i>t</i>	<i>e</i>
		300	700	500	= 37 500 =	3	7	5		
		↓	↓	↓	= 37 500 : 100 =			↓	↓	↓
		3	7	5				3	7	5

Tehát $37\,500 : 100 = 375$

Ha olyan számmal osztunk, amely egy 1-essel kezdődik, és utána csupa 0 áll (10, 100, 1000, ...), akkor az osztandó minden számjegye annyi hellyel mozdul el jobbra a helyiérték-táblázatban, ahány nulla van az osztóban.

Írásbeli osztás

Írásban osztani egyjegyű osztóval már 4. évfolyamon megtanultatok. A következő példán megmutatjuk, hogyan lehet írásban osztani többjegyű osztóval.

1. példa

Mennyi $1942 : 34$?

Megoldás

$$\boxed{1} \boxed{9} \boxed{4} \boxed{2} : \boxed{3} \boxed{4} = \boxed{?}$$

Először becsüljük meg a hányadost! Az osztásban szereplő számok nagyságrendjének megfelelően kerekítsük az osztandót ezresekre, az osztót tízesekre. Az osztás eredménye körülbelül annyi, mint a $2000 : 30$ osztásé, tehát körülbelül 60. Becslés: $\boxed{2} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} : \boxed{3} \boxed{0} = \boxed{6} \boxed{0}$

$$\boxed{1} \boxed{9} \boxed{4'} \boxed{2} : \boxed{3} \boxed{4} =$$

	E	sz	t	e		t	e		t	e
	1	9	4'	2	:	3	4	=	5	—
–	1	7	0							
		2	4							

	E	sz	t	e		t	e		t	e
	1	9	4'	2'	:	3	4	=	5	—
–	1	7	0							
		2	4	2						

	E	sz	t	e		t	e		t	e
	1	9	4'	2'	:	3	4	=	5	7
–	1	7	0							
		2	4	2						
–		2	3	8						
				4						

Az osztás maradéka 4. Az osztás ellenőrzése: $57 \cdot 34 = 1938$, $1938 + 4 = 1942$.

Sem az 1-ben, sem a 19-ben nincs meg a 34 legalább egyszer, ezért a 194-et osztjuk 34-gyel. Ezt felső vesszővel jelöljük az osztandóban. Valójában nem 194-et, hanem 194 tízest, azaz 1940-et osztunk 34-gyel.

194-ben a 34 megvan 5-ször, de 6-szor már nincs meg,

mert $\boxed{3} \boxed{4} \cdot \boxed{5} = \boxed{1} \boxed{7} \boxed{0}$, viszont $\boxed{3} \boxed{4} \cdot \boxed{6} = \boxed{2} \boxed{0} \boxed{4}$.

A 170-et kivonjuk a 194-ből, a maradék 24. A hányados valójában nem 5, hanem 50, a maradék pedig nem 24, hanem 24 tízes.

A 24 tízes 240 egyest jelent. Hozzávesszük a 2 darab egyest, így 242-t osztunk el 34-gyel.

242-ben a 34 megvan 7-szer, de nincs meg 8-szor, mert

$\boxed{3} \boxed{4} \cdot \boxed{7} = \boxed{2} \boxed{3} \boxed{8}$, viszont $\boxed{3} \boxed{4} \cdot \boxed{8} = \boxed{2} \boxed{7} \boxed{2}$.

A 238-at kivonjuk a 242-ből.

2. példa

A fenti osztás lépéseinek összefoglalását mutatja a következő példa:

Végezzük el az $1827 : 68$ osztást!

	1	8	2'	7'	:	6	8	=	2	6
–	1	3	6							
		4	6	7						
–		4	0	8						
			5	9						

Ellenőrzés: $26 \cdot 68 = 1768$, $1768 + 59 = 1827$.

3. példa

Az osztás lépéseinek leírását rövidíthetjük úgy, hogy a soron következő hányados megállapítása után az írásbeli „visszaszorítás” lépéseit helyiértékenként kiszámolva a kivonást fejben végezzük el.

Így:

8	7'	2'	3'	:	5	8	=	1	5	0
2	9	2								
		2	3							

8723-ban az 58 megvan 150-szer, és marad 23.

Ellenőrzés:

5	8	.	1	5	0					
2	9	0	0							
8	7	0	0							

, azaz $58 \cdot 150 = 8700$, és $8700 + 23$ valóban 8723.

Szétosztható? Nem osztható szét?



30 lufit 4 gyerek között egyenlően szétosztani nem tudunk, csak úgy, hogy 2 megmarad.

30 almát szét tudunk 4 egyenlő részre osztani, de két almát félbe kell vágnunk.

Hány gyerek között lehet 30 lufit egyenlően, maradék nélkül szétosztani?

Ha a lufikat 1 gyerek kapja, akkor neki 30 lufija lesz. Eloszthatjuk a lufikat 2 gyerek között, akkor mindegyik 15 lufit kap és így tovább. 30 lufit egyenlően 3, 5, 6, 10, 15, 30 gyerek között is szétoszthatunk.

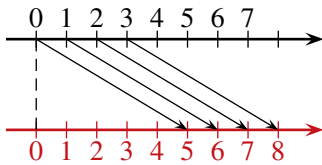
A 30 maradék nélkül osztható az 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 számokkal, azaz többszöröse a felsorolt számoknak, de a 4 nincs meg maradék nélkül 30-ban. Nincs olyan egész szám, amellyel a 4-et megszorozva 30-at kapunk. $30 = 4 \cdot 7 + 2$.

A 0 szerepe a műveletekben

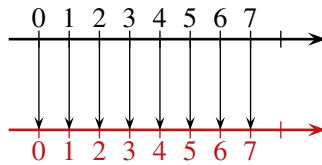
Összeadás, kivonás

Ha egy számhoz 0-t adunk hozzá vagy egy számból 0-t vonunk ki, az a szám értékén nem változtat. Figyeljük meg a számegyenespárokon ábrázolva az összeadásokat és a kivonásokat!

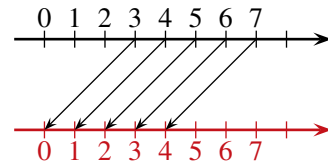
A számokhoz 5-öt adunk



A számokhoz 0-t adunk



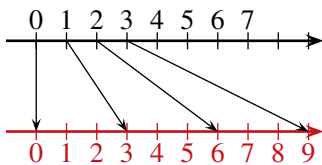
A számokból 3-at kivonunk



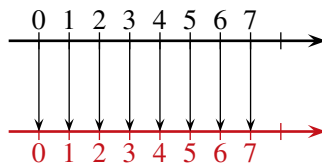
Ha egy számhoz 0-t adunk hozzá vagy egy számból 0-t veszünk el, az eredeti számot kapjuk.

Szorítás

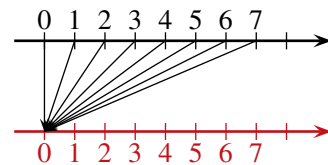
A számokat 3-mal szorozzuk



A számokat 1-gyel szorozzuk



A számokat 0-val szorozzuk



Ha bármilyen számot 0-val szorzunk, 0-t kapunk.

Ha egy többtényezős szorzatban akár csak egyetlen 0 is van, akkor az már az egész szorzatot 0-vá teszi.

$$123\,865 \cdot 2693 \cdot 0 \cdot 562 = 0$$

Ilyen „mindent elnyelő” különleges szám az összeadásban nincs.

Osztás

Az osztásban is különleges szerepe van a 0-nak.

1. példa

Füllentő Miska ezt mesélte Petinek:

- Ma születnapom van. Az összes csokimat, amit ajándékba kaptam, bevittem az iskolába és szétosztottam a gyerekek között úgy, hogy az iskola minden gyerekét megajándékoztam, és minden gyerek ugyanannyit kapott.
- Nem hiszem el! Tulajdonképpen mit kaptál a születnapodra?
- Egy doboz építőjátékot!

Lehet-e, hogy Füllentő nem füllentett, de akkor valójában hány csokit kaphattak tőle a gyerekek?



Megoldás

Füllentőnek könnyen igaza lehet, ha 0 csokit kapott. Ezt akárhány gyerek között egyenlően szét tudja osztani, úgy persze, hogy mindenki 0 csokit kap.

A nullát bármilyen pozitív egész számmal el lehet osztani. Eredményül mindig 0-t kapunk.

Például: $0 : 123 = 0$

De vajon lehet-e a 0-val osztani?

2. példa

Meg tudjuk-e mondani, hogy hányszor fér bele az 5-be a 0? Például, hogy 5 csokit hány gyerek között kell szétosztani egyenlően ahhoz, hogy minden gyerek 0-t kapjon?

Megoldás

Nincs ilyen szám, mert ha lenne, akkor azt 0-val megszorozva 0-t kapnánk, nem 5-öt. Akármilyen sok gyereknek adunk 0 csokit, az sohasem fog 5 csokit kitenni együtt.

A 0-val való osztásnak nincs értelme. A nulla osztandó lehet, de osztó nem.

Feladatok

1. Oszd el a 345-öt

- a) 2-vel, b) 3-mal, c) 4-gyel, d) 5-tel, e) 6-tal,
f) 10-zel, g) 1-gyel, h) 25-tel, i) 30-cal, j) 40-nel!

2. Melyik számnak többszöröse?

- a) 32 b) 18 c) 36 d) 50 e) 72 f) 101

3. Végezd el a következő osztásokat!

- a) $328 : 7$ b) $450 : 9$ c) $296 : 8$ d) $834 : 6$ e) $1310 : 3$ f) $514 : 4$

4. Számold ki!

- a) $3300 : 10$ b) $3300 : 100$ c) $5320 : 10$
d) $8000 : 100$ e) $900\,000 : 1000$ f) $57\,000 : 100$

5. Becsüld meg, hogy körülbelül mekkorák az egyes osztások eredményei! Válaszd ki, hogy milyen színű tartományba esik a hányados! Válaszodat írásbeli osztással ellenőrizd!

$2100 : 53$

$8888 : 31$

$6993 : 38$

$820 : 9$

30 és 50 között

90 és 110 között

180 és 200 között

250 és 300 között

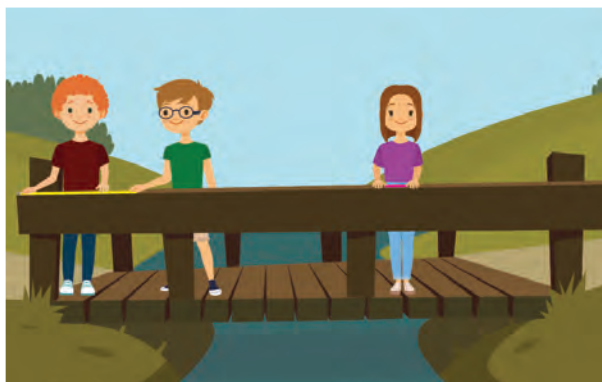
6. Becsüld meg a hányadost, majd végezd el az osztásokat!

- a) $413 : 12$ b) $5304 : 21$ c) $4720 : 19$
d) $353 : 37$ e) $285 : 31$ f) $5200 : 65$

7. Helyezd el az 1, 2, 3, 4, 5 kártyákat úgy, hogy a $\square\square\square : \square\square$ hányados

- a) a lehető legnagyobb legyen; b) a lehető legkisebb legyen;
c) a lehető legközelebb legyen a 30-hoz; d) a lehető legkisebb kétjegyű szám legyen!
e) Készíts olyan osztást, amelyben nincs maradék!

8. Melyik az a szám, amelyet 19-cel osztva a hányados 23, és a maradék 5?
9. Melyik számmal kell elosztani a 894-et, hogy a hányados 34, a maradék 10 legyen?
10. Tedd igazzá az egyenlőségeket!
- a) $1596 : 42 = \blacksquare$ b) $4088 : \blacksquare = 73$ c) $\blacksquare : 91 = 36$
d) $1769 : 29 = \blacksquare + 4$ e) $3074 : (6 + \blacksquare) = 58$ f) $(\blacksquare + 2) : 30 = 13$
11. Gondoltam egy számot, megszoroztam 12-vel, aztán hozzáadtam 54-et. Az eredményt elosztotam 6-tal, és 25-höz jutottam. Melyik számra gondoltam?
12. Egy iskolába 858 gyerek jár. 26 fős osztályokat szeretnének létrehozni. Hány osztály lesz?
13. Egy raktárba 917 ugyanolyan dobozba csomagolt árut hoztak. Minden polcra 12 dobozt raknak. Hány polc kell a dobozok elhelyezéséhez? Hány doboz kerül az utolsó polcra?
14. Áron, Márk és Juca megmérték a híd korlátjának hosszát. Áron és Márk 80 cm hosszú övvel mért. Ez 5-ször fért rá. Juca a hajából vette ki a szalagot, és azzal mért. 16-szor fért rá a korlátra. Hány centiméter Juca szalagja?
15. Kinek volt igaza? Ki tévedett?
- Palkó: Ha a szorzat egyik tényezője 0, akkor a szorzat értéke 0.
Péter: Szorzat értéke csak akkor lehet 0, ha legalább az egyik tényezője 0.
Balázs: Az osztandó sosem lehet 0.
Anna: Az osztó sosem lehet 0.
Misike: A hányados sosem lehet 0.
Dani: Ha az osztandó 0, akkor a hányados 0.
Kata: Ha az osztandó és az osztó megegyezik, akkor a hányados 1.
16. A család Ági születésnapját ünnepelte. A tortát 20 szeletre vágták fel. Anya és apa egy-egy szeletet evett. A testvérei és a meghívott gyerekek pedig mindannyian ugyanannyi szeletet kaptak. Hány gyerek lehetett a zsúron, ha senki nem evett többet, mint 3 szelet torta?



17. Találd ki az osztandót és az osztót, ha csak az 1, 2, 4, 8 számjegyeket használhatod, ha kell, többször is!

$$\square\square\square\square : \square\square = 354$$

18. Az ábrán egy szorzótábla részletét látod.

Milyen számokat lehet a betűk helyére írni? Keress többféle megoldást!

.	a	b
c	72	d
e	f	60

Szorzat és hányados változásai

1. példa

Kati 3 spirálfüzetért ment el a boltba. A füzetek ára összesen 660 Ft volt. Közben akciót hirdettek, és a pénzéért négyszer annyi, vagyis 12 füzetet tudott venni.

Mennyi volt a füzet eredeti ára?

Mennyi az új ára?

Hogyan változtak az árak ebben az akcióban?



Megoldás

$$\begin{array}{ccccccc} 220 & \cdot & 3 & = & (220 : 4) & \cdot & (3 \cdot 4) \\ \text{eredeti ár} & & \text{tervezett} & & \text{új ár} & & \text{új} \\ & & \text{darabszám} & & & & \text{darabszám} \end{array}$$

Minden árucikk ára negyedére csökkent.

Ha egy szorzat egyik tényezőjét egy (0-tól különböző) számmal megszorozzuk, a másik tényezőjét pedig ugyanazzal a számmal elosztjuk, a szorzat értéke nem változik.

2. példa

A zacskóban 16 szem cukor van. Anyuka két gyerek között osztja szét, így mindegyik gyerek 8 szemet kap. Ha négy gyereknek osztja anya cukrot, de két zacskóból, akkor is mindegyik gyerek 8 szemet kap.



$$16 : 2$$

=



$$(16 : 2) : (2 : 2)$$

3. példa

Az egyik osztályban 48 füzetet osztottak szét 24 gyerek között. A másik osztályba csak harmadannyi, vagyis 8 gyerek jár. Köztük harmadannyi füzetet, vagyis 16 darabot osztottak szét. Így természetesen mindkét csoportban ugyanannyi füzetet kaptak a gyerekek.

$$48 : 24 = (48 : 3) : (24 : 3) = 16 : 8 = 2$$

Ha az osztandót és az osztót is ugyanazzal a (0-tól különböző) számmal szorozzuk vagy osztjuk, a hányados nem változik.

Több tényező szorzása, osztása

Nincs zárójel

Sokszor nem kettő, hanem többtényezős szorzással van dolgunk. A műveletet ilyenkor több lépésben végezzük el, hiszen egyszerre csak két számot tudunk összeszorozni. Ilyenkor az egyes tényezőket tetszés szerint állíthatjuk sorba, és tetszés szerint csoportosíthatjuk.

Például: $25 \cdot 37 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 10 = 25 \cdot 4 \cdot 37 \cdot 3 \cdot 10 = (25 \cdot 4) \cdot (37 \cdot 3) \cdot 10 = 100 \cdot 111 \cdot 10 = 111\,000$

Ha a műveletek között a szorzások mellett osztás is szerepel, akkor is felcserélhetjük a műveletvégzés sorrendjét. Mindössze azt nem szabad elfelejtenünk, hogy mindegyik számhoz szorosan hozzátartozik az előtte álló műveleti jel, és a számokat csak az előttük álló műveleti jellel együtt szabad cserélgetnünk.

Például: $39 \cdot 25 \cdot 4 : 13 : 5 = 39 : 13 \cdot 25 : 5 \cdot 4$

Az egyenlőség bal és jobb oldalán álló műveletsor eredménye egyenlő, hiszen

- a 25-tel és a 4-gyel mindkét oldalon szoroztunk,
- a 13-mal és az 5-tel mindkét oldalon osztottunk.

Az egyenlőségjel jobb oldalán lévő számítást sokkal kényelmesebben tudjuk elvégezni.

Van zárójel

Most olyan műveletsorokkal foglalkozunk, amelyekben zárójelek is szerepelnek a szorzások és az osztások mellett.

Ha a műveletsor első két szereplője van zárójelben, akkor a zárójel felesleges, hiszen a műveletvégzést a zárójel nélkül is az első két számmal kezdenénk. Ebben az esetben a zárójel elhagyható.

Például: $(18 \cdot 6) : 3 = 18 \cdot 6 : 3$ $(18 : 9) \cdot 4 = 18 : 9 \cdot 4$ $(32 : 8) : 4 = 32 : 8 : 4$

Más a helyzet, ha a zárójel nem legelől áll.

Egyszerű a helyzet, ha a zárójel előtt szorzás van.

Például:

- ha kétszer akkora számmal szorzok, akkor az eredmény is kétszer akkora:
 $5 \cdot (4 \cdot 2) = (5 \cdot 4) \cdot 2 = 5 \cdot 4 \cdot 2,$
- ha harmadakkora számmal szorzok, akkor az eredmény is harmadakkora lesz:
 $12 \cdot (6 : 3) = (12 \cdot 6) : 3 = 12 \cdot 6 : 3.$

Ha a zárójel előtt szorzójele áll, akkor a zárójel elhagyható.

Más a helyzet, ha a zárójel előtt osztás van. Akkor a zárójel elhagyásával megváltozik az eredmény.

4. példa

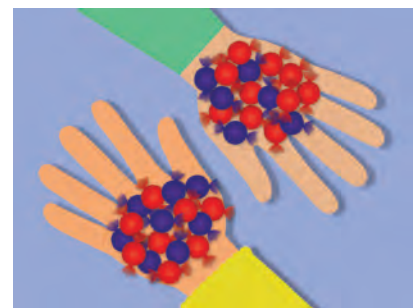
Mindenki 8 szem cukrot kap. Itt kétszer annyi részre osztják a cukrot, mindenki feleannyit kap.



$$32 : 4 = 8$$



$$32 : (4 \cdot 2) = 32 : 4 : 2 = 4$$



$$32 : (4 : 2) = 32 : 4 \cdot 2 = 16$$

Ha a zárójel előtt osztásjel áll, akkor a zárójel elhagyásával nem ugyanazt az eredményt kapjuk. A zárójelben levő művelet ilyenkor megváltozik, szorzásból osztás, osztásból pedig szorzás lesz.

Feladatok

1. Számolj fejben! Ezek a számítások könnyen elvégezhetők, ha ügyesen változtatod a műveletek sorrendjét, és megfelelően csoportosítod a számokat.

a) $13 \cdot 4 \cdot 25$	b) $25 \cdot 30 \cdot 15 \cdot 4$	c) $12 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 2 : 26$
d) $2 \cdot 19 \cdot 5$	e) $47 \cdot 12 \cdot 0 : 35 : 7$	f) $5 \cdot 195 \cdot 20$
g) $7 \cdot 15 \cdot 7 : 49 : 3$	h) $43 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 0 \cdot 21$	i) $43 \cdot 12 \cdot 5 : 43 \cdot 2$

2. Állítsd a számokat növekvő sorrendbe!
Próbáld megoldani a szorzatok kiszámítása nélkül!

a) $126 \cdot 3$	b) $1260 \cdot 30$	c) $126 \cdot 6$	d) $63 \cdot 6$
------------------	--------------------	------------------	-----------------

3. A szorzások elvégzése nélkül dönts el, melyik nagyobb és hányszor!

a) $72 \cdot 56$	vagy	$72 \cdot 112$	b) $63 \cdot 64$	vagy	$126 \cdot 32$
c) $72 \cdot 56$	vagy	$36 \cdot 28$	d) $9 \cdot 13$	vagy	$27 \cdot 26$

4. Az osztások elvégzése nélkül állapítsd meg, melyik nagyobb és hányszor! Írásban ellenőrizd!

a) $50 : 5$	vagy	$100 : 5$	b) $555 : 5$	vagy	$5550 : 50$
c) $169 : 13$	vagy	$1690 : 13$	d) $24 : 8$	vagy	$72 : 24$

5. A család nyaralni ment Budapestről a Tisza-tóhoz. Laci biciklivel ment, a többiek autóval. Az autó átlagosan háromszor olyan gyorsan haladt, mint a kerékpár, utasai 3 óra alatt értek a tóhoz. Laci hajnali 5 órakor indult. Körülbelül mikor érkezett meg?

6. Ági vállalta, hogy a farsangi osztálybulira gondoskodik a málnaszörpről. Úgy tervezte, hogy mindenkinek jusson legalább 6 dl szörp. Literes flakonokat vásárolt, amelyek címkéjén ez állt: 1 literből 8 liter.

Hány flakont vegyen Ági a 25 fős osztálynak?

7. 22 m vászon 17 600 Ft-ba került. Mennyibe kerül ugyanebből a vászonból

a) 66 m?	b) 11 m?	c) 33 m?
----------	----------	----------

Az a), b), c) feladatokhoz válaszd ki a megfelelő megoldástervet az ①–④ műveletsorok közül!

① $(17\ 600 : 22) \cdot 33$	② $(17\ 600 : 22) \cdot 11$	③ $17\ 600 : 2$	④ $17\ 600 \cdot 3$
-----------------------------	-----------------------------	-----------------	---------------------

8. Két kártyára olyan számokat írtunk, amelyek szorzata 72. Az egyik kártya hátulja piros, a másiké kék. A kártyákat számmal lefelé tettük le, így nem lehet tudni, melyiken milyen szám áll.

Határozd meg a műveletek eredményét, ha csak annyit tudunk, hogy $\blacksquare \cdot \blacksquare = 72$

a) $(\blacksquare \cdot 3) \cdot \blacksquare$	b) $\blacksquare \cdot (\blacksquare \cdot 2)$	c) $(\blacksquare : 3) \cdot \blacksquare$
d) $\blacksquare \cdot (\blacksquare : 2)$	e) $(\blacksquare \cdot 4) \cdot (\blacksquare : 4)$	f) $(\blacksquare \cdot 2) \cdot (\blacksquare \cdot 5)$

9. Helyezd el úgy a $\cdot$ és az $:$ műveleti jeleket, hogy a megadott eredményeket kapd!

$54 \square (6 \square 3) = 3$	$6 \square (54 \square 3) = 108$	$54 \square (6 \square 3) = 27$
$6 \square (54 \square 3) = 972$	$(54 \square 6) \square 3 = 3$	$(54 \square 3) \square 6 = 108$
$3 \square (54 \square 6) = 27$	$54 \square 6 \square 3 = 3$	

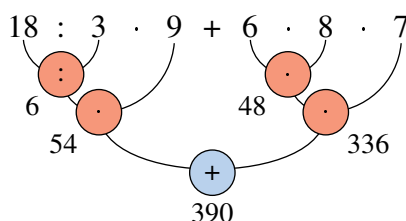
Műveletek sorrendje

Ha egy műveletsorban csak szorzás-osztás, illetve csak összeadás-kivonás szerepel, akkor a műveleteket balról jobbra haladva végezhetjük, vagy tetszés szerint felcserélhetjük, ha figyelembe vesszük, hogy a műveleti jel hozzátartozik a számhoz.

Más a helyzet, ha egy műveletsorban összeadáson vagy kivonáson kívül szorzás vagy osztás is szerepel. Ilyenkor nem szabad a műveleteket egyszerűen balról jobbra haladva végezni!

Ha nincs zárójel, akkor először az osztásokat-szorzásokat kell elvégezni, és ezek után jönnek az összeadások-kivonások.

Például:

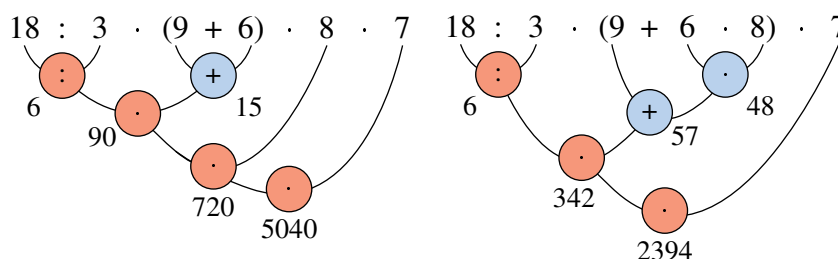


Úgy is képzelhetjük, mintha a szorzásokat és osztásokat tartalmazó csoportok zárójelben lennének.

Például: $3 \cdot 2 + 5 + 7 \cdot 8 \cdot 2 + 52 : 4 = (3 \cdot 2) + 5 + (7 \cdot 8 \cdot 2) + (52 : 4) = 6 + 5 + 112 + 13 = 136$

Ha az összeadást-kivonást az osztás vagy szorzás előtt akarjuk elvégezni, akkor zárójelre van szükségünk.

Például:



Ha zárójelek is vannak egy műveletsorban, akkor először a zárójelben lévő műveleteket kell elvégeznünk.

Összeg vagy különbség szorzása, osztása

Mit látunk az ábrán? Írjuk le a matematika nyelvén!

Egy gyerek $3 + 2 = 5$ gyümölcsöt kapott,
5 gyerek 5-ször annyit.

Az 5 gyerek $5 \cdot 2 = 10$ banánt és $5 \cdot 3 = 15$ almát kapott.

Összesen 25 gyümölcsöt kaptak a gyerekek.



Egy összeget egy számmal úgy is szorozhatunk, hogy először az összeg tagjait külön-külön megszorozzuk a számmal, majd a kapott szorzatokat összeadjuk.

Két tál diót három tálkára egyenlően szétosztottunk.

Az egy tálkában levő diók számát kétféleképpen is kiszámolhatjuk:



- vagy először háromfelé osztjuk külön-külön a tálak tartalmát, és ezt összeadjuk:

$$27 : 3 + 39 : 3,$$
- vagy először összeadjuk a tálak tartalmát, és az összeget osztjuk háromfelé:

$$(27 + 39) : 3.$$

Egy összeget egy számmal úgy is oszthatunk, hogy először az összeg tagjait külön-külön elosztjuk a számmal, majd a kapott hányadosokat összeadjuk.



Az adventi naptár 24 napos.

Négy adventi naptárban a négy testvér már hat-hat ablakot kinyitott.

A meglepetést rejtegető ablakok számát kétféleképpen is kiszámolhatjuk:

- vagy először kiszámoljuk a csukott ablakok számát egy naptáron, és ezt szorozzuk négygel:

$$(24 - 6) \cdot 4,$$
- vagy először kiszámoljuk az összes ablak számát, és ebből levonjuk az összes nyitott ablak számát:

$$24 \cdot 4 - 6 \cdot 4.$$

Egy különbséget egy számmal úgy is szorozhatunk, hogy először a kisebbítendőt is, és a kivonandót is külön-külön megszorozzuk a számmal, majd elvégezzük a kivonást.

Hasonló a helyzet, ha egy különbséget osztunk egy számmal.

Egy különbséget egy számmal úgy is oszthatunk, hogy először a kisebbítendőt is, és a kivonandót is külön-külön elosztjuk a számmal, majd elvégezzük a kivonást.

Például: $(63 - 27) : 9 = 36 : 9 = 4,$ $(63 - 27) : 9 = 63 : 9 - 27 : 9 = 7 - 3 = 4$

Feladatok

1. Számítsd ki!

- a) $3 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 6 \cdot 2 + 4 \cdot 3 - 40$
 c) $65 - 48 : 2 - 34 + 72 \cdot 2$
 e) $8 \cdot 7 : 2 + (28 - 5) \cdot (11 - 1)$

- b) $8 \cdot 7 : 2 + 28 - 5 \cdot 11 - 1$
 d) $(3 + 4) \cdot 7 - 5 + 2 \cdot 6$
 f) $(65 - 48) \cdot 2 - 34 + 72 \cdot 2$

2. Számítsd ki! Írd egymás mellé az egyenlőket!

a) $11 \cdot (12 + 8)$

$11 \cdot 12 + 8$

$11 \cdot 12 + 11 \cdot 8$

$12 + 11 \cdot 8$

b) $123 \cdot 5 - 12 \cdot 5$

$123 \cdot 5 - 12$

$123 - 12 \cdot 5$

$(123 - 12) \cdot 5$

c) $56 : 7 + 21 : 7$

$56 + 21 : 7$

$(56 + 21) : 7$

$56 : 7 + 21$

3. Melyik több és mennyivel? Például: $(21 + 5) \cdot 6$ vagy $21 + 5 \cdot 6$

Erre a kérdésre így válaszolhatsz: $(21 + 5) \cdot 6 \overset{21 \cdot 5}{>} 21 + 5 \cdot 6$

a) $(19 + 7) \cdot 3$

vagy $19 \cdot 3 + 7 \cdot 3$

b) $(15 + 11) \cdot 4$

vagy $15 \cdot 4 + 11$

c) $(17 + 15) \cdot 2$

vagy $17 + 15 \cdot 2$

d) $(19 + 6) \cdot 5$

vagy $19 \cdot 4 + 6 \cdot 6$

4. Az 5.a és az 5.b osztály kirándul. Az 5.a-ban 23 gyerek a szállásért összesen 57 500 Ft-ot fizet. Az 5.b-sek fejenként 40 forinttal olcsóbb szállást választanak, amiért összesen 68 880 Ft-ot fizetnek. Tegyé fel kérdéseket! Válaszd is meg!

5. A hétvégi bevásárláskor 5875 Ft-ot kellett fizetnünk. Volt 2 db 500 Ft-os és 4 db 200 Ft-os vásárlási utalványunk.

Mennyi készpénzt kellett a pénztárosnak adnunk?

6. Az osztályfőnök a kiváló tanulók év végi jutalmazására 25 000 Ft-ot költhetett. 12 tanulót akart könyvvel megjutalmazni.

Ezekből a könyvekből választott.

A kitűnő tanulók (három ilyen volt) Az *elvarázsolt királykisasszony* című könyvet kapták. Hogyan választhatott az osztályfőnök a többi könyvből?



7. 12 méter függönyanyagért 14 400 Ft-ot fizettünk. Sötétítőfüggönyt varrtunk belőle, de rosszul terveztünk, és egy ablakra nem maradt anyagunk. Még kellett vennünk 4 métert.

Mennyit fizettünk összesen? Válaszd ki a helyes műveletsort! Oldd is meg!

a) $14\,400 : 12 \cdot (12 + 4)$

b) $14\,400 : 12 \cdot 16$

c) $14\,400 + 14\,400 : 12$

d) $14\,400 + 14\,400 : 3$

e) $14\,400 : 12 \cdot 4$

f) $14\,400 : 16 \cdot 12$

8. Írj olyan szöveges feladatokat, amelyeknek ezek a műveletsorok lehetnek a megoldási tervei!

a) $(28 + 13) \cdot 4$

b) $28 + 13 \cdot 4$

9. Melyik az a szám, amelyik 50-nel kisebb, mint 280 fele?

A: 230

B: 95

C: 90

D: 200

10. Melyik az a legnagyobb háromjegyű szám, amelynek a fele páratlan szám?

A: 900

B: 997

C: 998

D: 996

11. Melyik az a legkisebb szám, amelyiknek a kétszereséhez 11-et hozzáadva 100-nál nagyobb páros számot kapunk?

A: 48

B: 37

C: 51

D: nincs ilyen szám

12. Igaz, vagy nem igaz? Zárójellel tedd igazzá!

a) $32 - 4 \cdot 2 - 56 = 0$

b) $625 - 600 : 5 - 5 = 0$

c) $8 + 12 : 4 - 5 \cdot 20 = 0$

d) $121 \cdot 3 - 3 - 360 = 0$

e) $640 - 8 \cdot 16 \cdot 5 + 54 : 27 - 2 = 0$

f) $13 \cdot 25 : 5 - 5 \cdot 20 = 0$



13. Írd le nyitott mondattal! Számítsd ki!

a) Egy szám háromszorosából elveszünk 24-et, így 60-at kapunk. Melyik ez a szám?

b) Melyik az a szám, amelyből 24-et elvéve a különbség 3-szorosa 60?

c) Egy szám fele 3-nál 12-vel nagyobb. Melyik ez a szám?

d) Gondoltam egy számot. megszoroztam 3-mal, elosztottam 10-zel, így 2-vel többet kaptam, mint 70. Mire gondoltam?

e) Egy számnak a hatszorosa 26-tal több a négyszeresénél. Melyik ez a szám?

14. A műveletsorokban valaki kiradírozta a zárójeleket, ezért majdnem mindegyiknek rossz az eredménye. Másold a füzetedbe ezeket, és írd vissza a zárójeleket – ahol szükséges – úgy, hogy igazak legyenek az egyenlőségek!

a) $5 + 6 \cdot 3 : 11 + 7 = 10$

b) $27 + 18 : 9 + 36 \cdot 2 = 77$

c) $27 + 18 : 9 + 36 \cdot 2 = 101$

d) $5 + 6 \cdot 3 : 11 + 7 = 6$

e) $27 + 18 : 9 + 36 \cdot 2 = 2$

f) $27 + 18 : 9 + 36 \cdot 2 = 130$

g) $27 + 18 : 9 + 36 \cdot 2 = 82$

h) $39 - 27 : 3 : 3 + 1 = 1$

i) $39 - 27 : 3 : 3 + 1 = 37$

A 9. oldalon található rejtvény megoldása: C, A, A, A, C, C, A, B.

Tudáspróba

1. Írd le számjegyekkel!

a) ötvenötezer-öt

b) ötezer-ötven

c) százegymillió-egyezer-ötven

d) ötszázötvenezer-ötszáz

2. Írd le betűkkel!

a) 820

b) 3505

3. Írd le egyetlen számmal!

a) 2 tízezres + 38 százaz + 5 egyes = ?

b) 3 ezres + 28 százaz + 12 tízes = ?

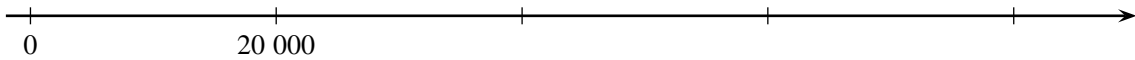
4. Milyen szám kerüljön a négyzetekbe, hogy az egyenlőség igaz legyen?

a) 40 százaz + tízes + 28 egyes = 4188

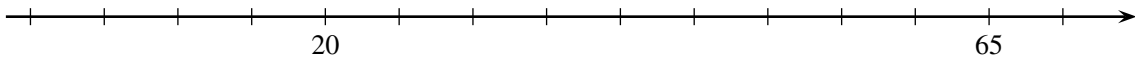
b) százaz + 81 tízes + 95 egyes = 6205

5. Másold a füzetedbe a számegyenest és jelöld be rajta az adott számokat!

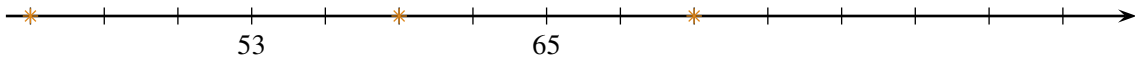
a) 15 000, 30 000, 60 000, 77 000



b) 0, 30, 7, 45



c) Sorold fel, melyik számokat jelöltük meg *-gal a számegyenesen!



6. Kerekítsd a megadott számok mindegyikét tízes, százaz, majd ezres pontossággal!

a) 589

b) 5346

c) 12 008 040

7. Milyen természetes számokat írunk a kék négyzetek helyére, hogy a jelölt összefüggések igazak legyenek?

a) $63 + \square = 800$

b) $\square - 60 > 100$

c) $\square \cdot 2 + 20 < 30$

8. Végezd el a műveleteket! Ellenőrizd!

$$\begin{array}{r} 5\,947 \\ +17\,096 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 86\,416 \\ -7\,987 \\ \hline \end{array}$$

$$205 \cdot 318$$

$$5438 : 7$$

$$1524 : 72$$

9. Számítsd ki!

a) $23 + 7 \cdot 4 - 10 : 2 = ?$

b) $2 \cdot (32 + 8 \cdot 4) : 2 = ?$

10. Az erdei iskolába vonattal utazott az iskola 804 tanulója. Minden vasúti kocsiba 67 gyerek szállt fel. Hány kocsiba fértek el az utazó gyerekek?

11. Bencének 23-mal több autós-kártyája van, mint Ákosnak. Kettőjüknek összesen 103 kártyájuk van.

Hány kártyája van Ákosnak?

12. Magdi néni az 5.b osztály 23 tanulójának összesen 5520 Ft-ért vett színházjegyet.

Ugyanerre az előadásra az 5.a osztályból 28-an jelentkeztek. Minden jegy ára azonos volt.

Mennyibe került az 5.a-sok színházlátogatása?



Régi autós-kártyák

Alakzatok



„Pont az, melynek már részét felfogni se tudnád, megnyújtod, s karcsú egyenes fut bármely irányba. Sík felület születik, ha meg is duplázza futását: szélteben terjed, nem nyílik meg soha mélye.”

Janus Pannonius (1434–1472):
A geometriai idomokról

Geometria



Eukleidész
(i. e. 300 körül)

A *geometria* szó eredeti jelentése: földmérés. A termőföld mérésével, a csillagászattal kapcsolatos ismeretek fejlesztése a folyók völgyében kialakult kultúrák szükséglete volt. Mezopotámiában i. e. 2000 és 300 között már ismerték a derékszögű síkidomok területének és az egyszerűbb testek térfogatának kiszámítási módját. Egyiptomban az első írásos emlék (i. e. 2000–1700) szintén arról tanúskodik, hogy a földművelés és az építkezés szolgálatában fejlődött ki a geometria.

A geometria nemcsak mérésekkel és számításokkal foglalkozott, hanem szerkesztésekkel is. Eukleidész görög matematikus *Sztoikheia* (Elemek) című műve évszázadokon át irányt szabott a geometria fejlődésének.

A középkor végére tökéletesedett a geometriai ismeretek alkalmazása a művészi ábrázolásban, síkbeli alkotások is jól érzékeltették a tárgyak térbeliségét.



Leonardo da Vinci: Az utolsó vacsora

Az újkor kezdetén a természettudományok fellendülése sürgette a matematikai eszköztár fejlesztését. A terület- és térfogatszámítás mellett a mozgások leírása új geometriai módszerek kialakulásához vezetett.



Eukleidésznek tulajdonítják ezt a mondást: „A geometriához nem vezet királyi út.” Járj utána, hogy a hagyomány szerint kinek és milyen kérdésére adta ezt a választ!

Környezetünk tárgyai, alakzatok csoportosítása

Játék

Figyelmesen nézd meg a rajzokat! Két perc után csukd be a könyved, és további két perc alatt jegyezd le azokat a tárgyakat, amelyekre emlékszel!



Hasonlítsd össze a **padtársaddal**, hogy a 24 tárgy közül ki hányat tudott felidézni! Melyek azok a tárgyak, amelyeket mindketten megjegyeztek, és melyek maradtak ki?

Testek építése

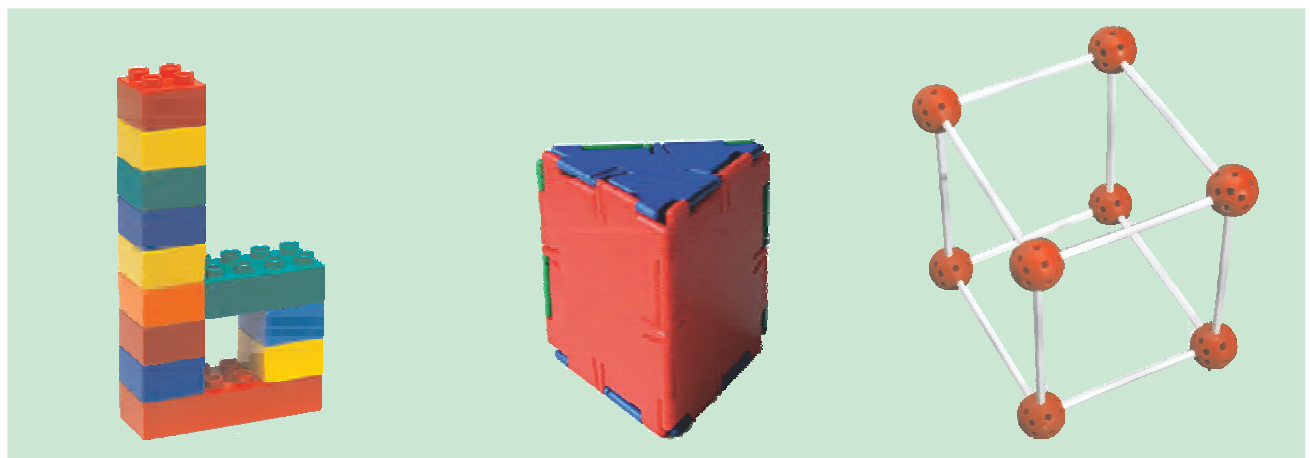


3 fős **csoportokban** dolgozva építsetek olyan testeket, amilyenek az ábrán láthatóak!

Az *a)* ábrán lévő test építőjátékból készült, de használhattok egységkockákat, esetleg kockacukrokat is.

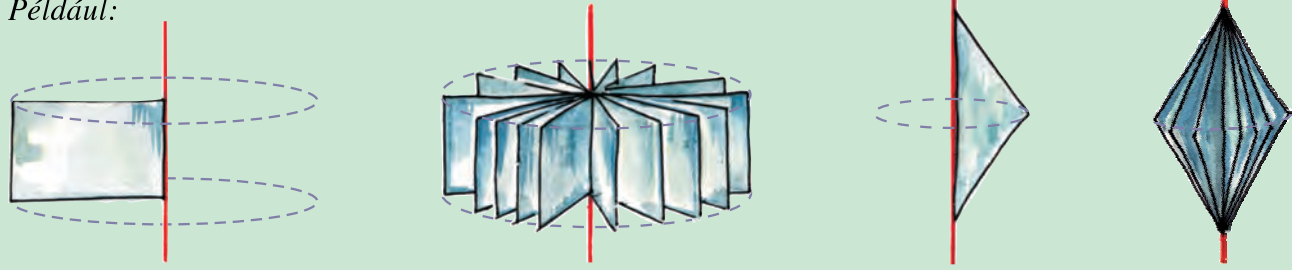
A *b)* ábrán lévő test is építőjátékból készült. A test síklapjait megfelelő méretben kartonpapírból is kivághatjátok, ezek a lapok a megfelelő élek mentén ragasztószalaggal összeilleszthetők.

A *c)* ábrán lévő élváz test egy harmadik építőjátékból készült, de az élekhez használhattok hurkapálcát, a csúcsokhoz pedig gyurmaragasztót.



Síklapok forgatásával is elképzelhetünk testeket.

Például:



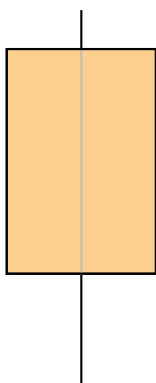
1. példa

4 fős **csoportokban** dolgozzatok!

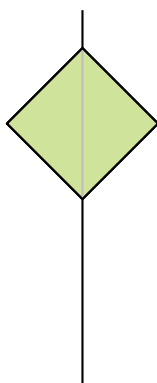
Figyeljétek meg a pálcikás modellek forgatásával szemléltethető testeket!

- Készítsétek el a modelleket! Vágjátok ki színes kartonlapból

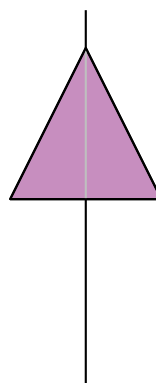
a) téglalapot,



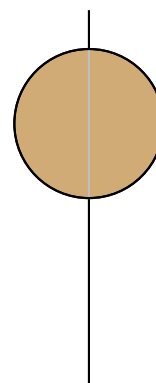
b) négyzetet,



c) tükrös háromszöget,



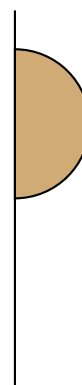
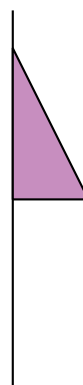
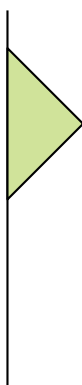
d) kört!



A kivágott lapokat ragasztószalaggal erősen ragasszátok fel egy-egy hurkapálcikára úgy, ahogy az ábrán látható. A hurkapálcika szabad részét két tenyeretek közé szorítva, a készített modellt gyorsan megforgatva egy-egy mértani test rajzolódik ki.

- Keressetek olyan másfajta síklapokat, amelyeknek a pálcika körüli forgatásával ugyanilyen testek rajzolódnak ki! Ezeket a modelleket úgy képzeljétek el, mintha olyan kis „zászlót” készítenétek, amelynek rúdja a pálcika, „lobogó” része pedig a síkidom. (Ilyen látható a 2. példa előtti ábrán.) Mind a négy fenti esethez rajzoljátok le a „zászlót”!

Megoldás

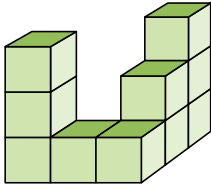




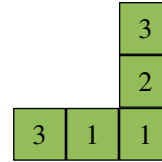
2. példa

Párban dolgozzatok! Egységkockákból készített alakzatoknak megadhatjuk az alaprajzát például így:

Térbeli alakzat

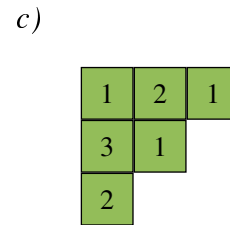
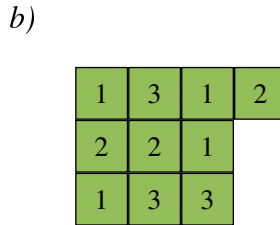
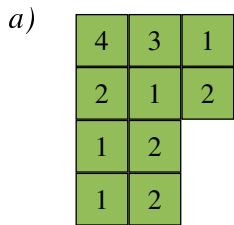


Térbeli alakzat alaprajza

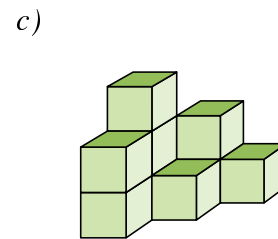
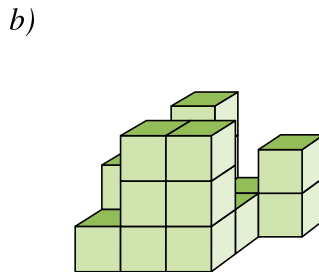
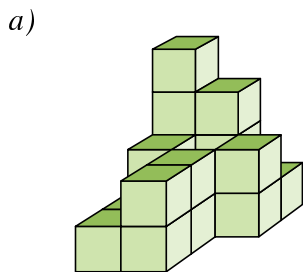


Az alaprajz alapján csak akkor építhető meg egyértelműen a térbeli alakzat, ha abban sehol nincs „lyuk”. Ez azt jelenti, hogy egy alaplapra épített alakzat bármely kiskockája alatt van kiskocka. A feladványokban mi csak ilyen alaprajzokat adunk meg.

Az alábbi alaprajzok segítségével építsétek meg egységkockákból az alakzatokat!



Megoldás



A geometriában a tárgyak tulajdonságai közül csak a méretüket és az alakjukat vizsgáljuk. Ekkor a tárgyakat **mértani testeknek** vagy geometriai testeknek nevezzük.

A rajzokon néhány tárgy és a tárgyaknak megfelelő mértani test látható:

Felületek, vonalak megfigyelése

Példa

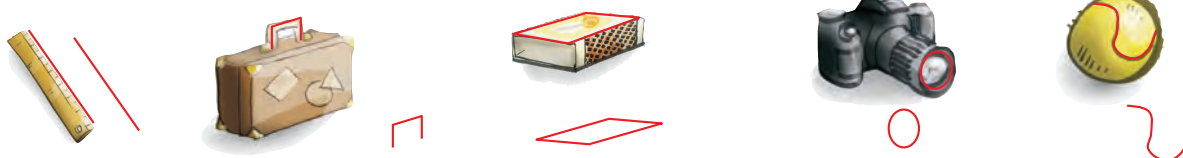
a) Figyeljük meg az ábrán látható testek külső felületét!



A bögre, a szalvéta, a sátor, a tojás és a könyv külső borítása mind olyan alakzat, amelynek a vastagsága nagyon kicsi a többi méretéhez képest. A testeket határoló alakzatokat felületeknek nevezzük. Ezeket a felületeket matematikában úgy képzeljük el, hogy nincs vastagságuk.

A fenti tárgyakat borító felületek között vannak síklapok és görbe felületek.

b) Figyeljük meg az ábrán látható testekre rajzolt vonalakat!



A vonalzó éle, a táska füle, a gyufásdoboz fedőlapjának pereme, a fényképezőgép objektív-lencséjének körvonala, a teniszlabdára rajzolt minta mind olyan alakzat, amelynek vastagsága és szélessége elhanyagolható. A testen lévő különböző felületeket vonalak választják el. A fenti tárgyakra rajzolt vonalak között vannak egyenes és görbe vonalak.



Konvex testnek nevezzük az olyan testet, amelyen a felület bármely pontja festékes lehet, ha végiggörgetjük egy festékes asztalon.

Például:



Nem konvex testek akárhogy érintkeznek egy festékes asztallal, nem lehetnek mindenütt festékesek.

Például:



Feladatok

1. Az ábrán látható alakzatok 6 db egységkockából készültek. Készítsd el az alaprajzukat!

2. Nevezz meg a tanteremben található alakzatok közül

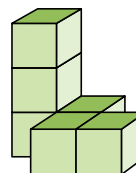
a) testeket;

b) vonalakat;

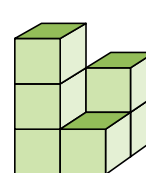
c) sík felületeket;

d) görbe felületeket!

a)



b)



3. Írj két-két példát a háztartásban használt eszközök, szerszámok közül
 a) testre; b) felületre; c) vonalra; d) sík felületre; e) egyenes vonalra!

4. Csoportosítsd a tárgyakat!

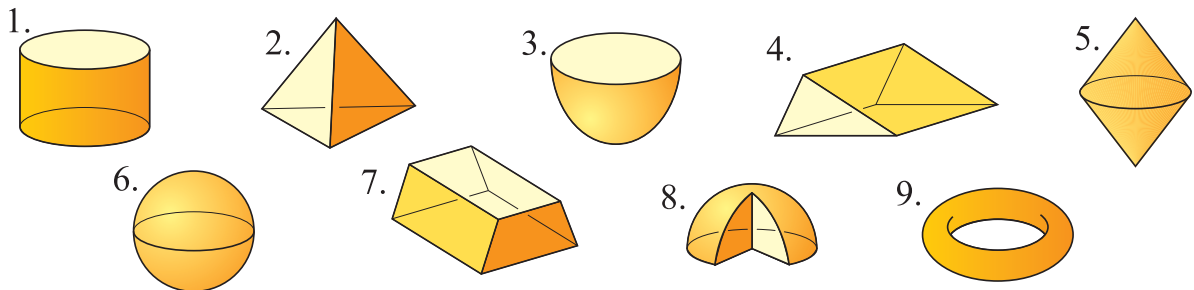
A: Csak síklapok határolják.

B: Csak görbe felületek határolják.

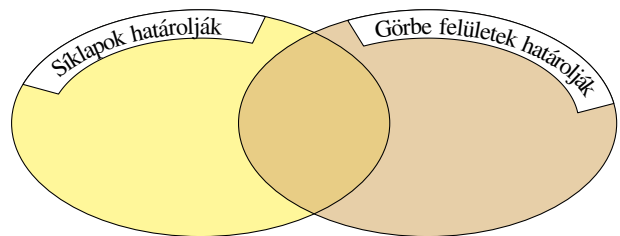
C: Síklapok és görbe felületek határolják.



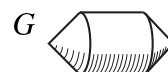
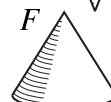
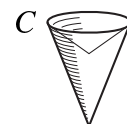
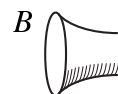
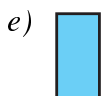
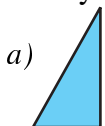
5. a) Írd be a három halmazba az odaillő testek sorszámát!



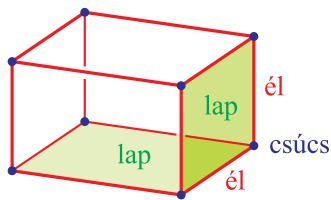
- b) Írd be a halmazábrába az odaillő testek sorszámát!



6. Készíts „zászlókat”, azaz ragaszd rá egy-egy hurkapálcára az a)–f) lapokat! Figyelj arra, hogy az ábrázolt testek közül jöjjön létre valamelyik a zászló megpörgetésekor!

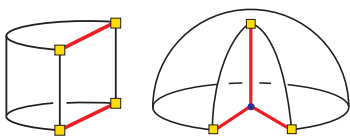
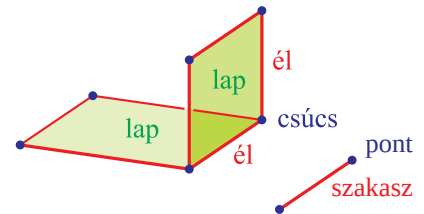


A tér alakzatai, a testek geometriai jellemzői

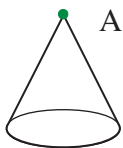


A testet határoló síklapok a test **lapjai**. A síklapok találkozásait **élinek**, az élek találkozásait **csúcsnak** nevezzük.

Minden él egy-egy **szakasz**, minden csúcs egy-egy **pont**.



Piros színnel jelöltük az éleket, kékkel a csúcsokat. A testek többi határvonalát – akár görbe, akár egyenes – nem nevezzük élnek, mert egy síklap és egy görbe felület határozza meg. A ■ jellel jelölt pontok nem csúcsok, mert azok nem két él találkozásaként jöttek létre.

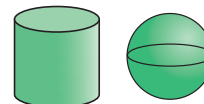


A kúpnek nincs éle, a zölddel jelölt pontot mégis a **kúp csúcsának** szokták nevezni.

Ezeknek a testeknek nincs éle:

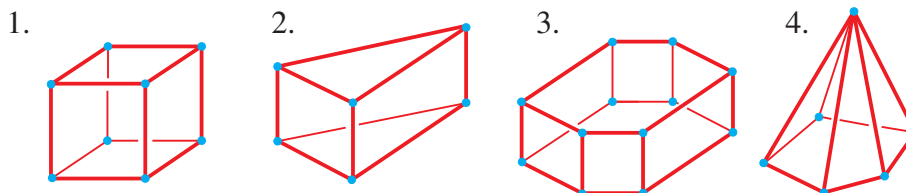


Ezeknek a testeknek nincs sem éle, sem csúcsa:



Példa

Határozzuk meg, hány éle, lapja és csúcsa van az alábbi testeknek! Keressünk összefüggéseket az egyes testek éleinek, lapjainak és csúcsainak száma között!



Megoldás

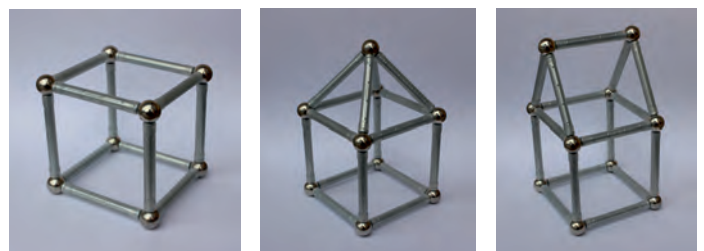
	1.	2.	3.	4.
él	12	9	18	10
lap	6	5	8	6
csúcs	8	6	12	6

Észrevehetjük, hogy mind a négy testnél ha az élek számához 2-t adunk, a lapok és a csúcsok számának összegét kapjuk. Például a kocka esetében: $12 + 2 = 6 + 8$.

Feladatok

1. Egy mágneses játék elemeiből építettük az ábrán látható élvázakat.

Hány élük, lapjuk és csúcsuk van a megfelelő testeknek?

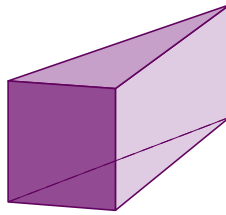


2. Hány éle, hány csúcsa, hány lapja van a testnek?

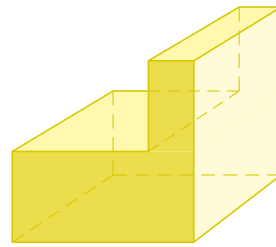
a)



b)



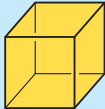
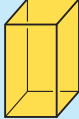
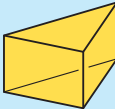
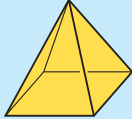
c)



3. Számláld meg a következő testek lapjait, csúcsait, éleit! Foglald táblázatba az adatokat a füzetedben!

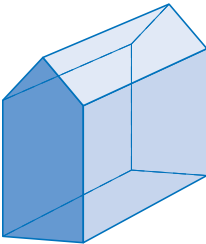


Keress összefüggést a lapok, a csúcsok és az élek száma között!

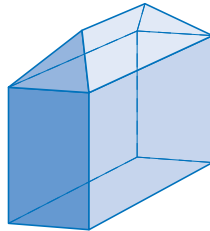
				
Lapok száma	6			
Csúcsok száma	8			
Élek száma	12			

4. Rajzold le mindhárom esetben, milyen síklapok határolják a testet! A rajzok mellé írd le, hogy az egyes síklapokból hány szerepel az egyes testeken!

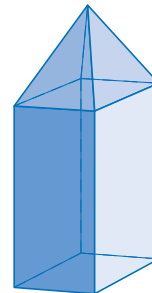
a)



b)

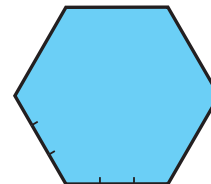
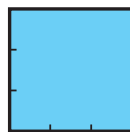


c)

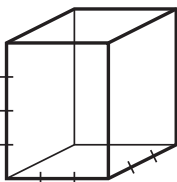


5. **Csoportmunka.** A feladat ábráin lévő alakzatokat másoljátok át színes papírra! Készítsetek annyi darabot mindegyikből, amennyi az alattuk sorakozó a), b), c), d) testekhez szükséges!

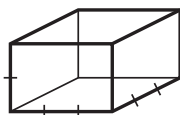
Az alakzatokat vágjátok ki, majd a megfelelő éleket ragasztószalaggal összeragasztva építsétek meg a testeket!



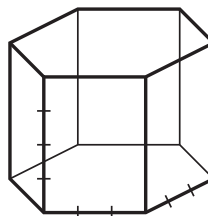
a)



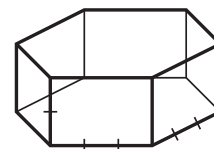
b)



c)

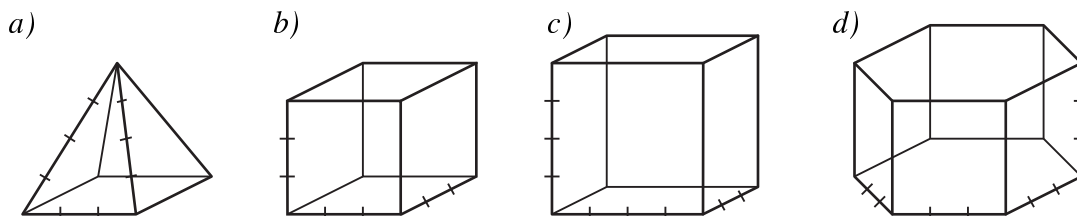
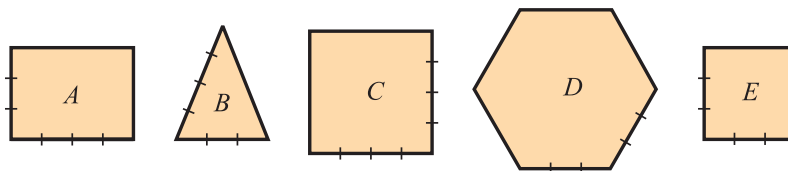


d)





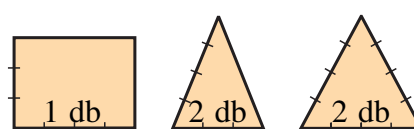
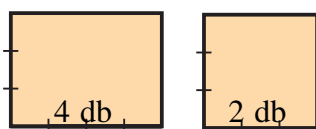
- 6. Csoportmunka.** A feladat ábráin lévő alakzatokat másoljátok át színes papírra! Készítsetek annyi darabot mindegyikből, amennyi az alattuk sorakozó a), b), c), d) testekhez szükséges! Az alakzatokat vágjátok ki, majd a megfelelő éleket ragasztószalaggal összeragasztva építsétek meg a testeket!



- 7.** Építs testeket síklapokból! Számold meg a testek lapjait!

a) Használd fel mind a hat lapot!

b) Használd fel mind az öt lapot!



- 8.** Milyen testre gondoltunk? Rajzold le a határoló lapjait! Keress többféle megoldást!

a) 6 lapja, 8 csúcsa, 12 éle van, és csak síklapok határolják.

b) 8 lapja van, és csak síklapok határolják.

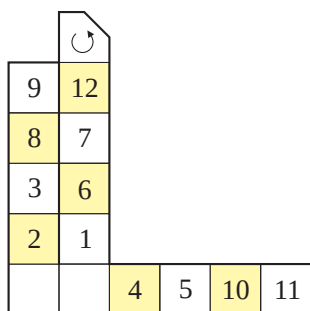


c) Keress az interneten ilyen testeket! Segít, ha a böngésződben a „polyhedron” (ejts: poli-hedron, magyarul poliéder) címszó alatt a „képek” lehetőséget megnyitod. (Tudtad, hogy a poliéder soklapú testet jelent?)



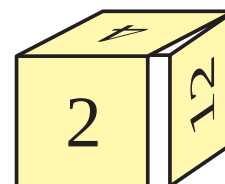
- 9.** Kockát a szomszédos lapok összeragasztása nélkül is készíthetünk. A test szétnyitható, síkba kiteríthető, majd újra összeállítható, így gyűrődés nélkül hordhatod a füzetedben.

Rajzold le milliméterpapírra az ábrát! A négyzetek oldala 2 cm vagy 3 cm lehet. Vágd ki a „szabásmintát”, majd a vastag vonal mentén vágd be a lapot! A vékony vonalak mentén hajtsd meg a papírt!



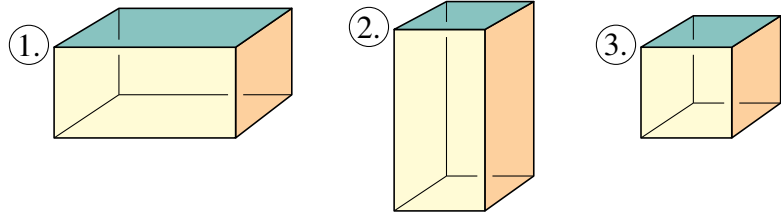
A kockát „fonással” állíthatjuk össze az alábbi sorrendben:

- a 2-es jelű négyzetet az 1-esre hajtjuk,
- a 4-est a 3-asra,
- a 6-ost az 5-ösre,
- a 8-ast a 7-esre,
- a 10-est a 9-esre,
- a 12-est a 11-esre,
- végül a fület a 2-es alá hajtjuk.



Téglatestek és testhálók

Az ábrán három különböző téglatest képe látható.



- ①. A téglatestet hat téglalap határolja.
- ②. A négyzetes oszlop olyan téglatest, amelynek két határoló lapja négyzet.
- ③. A kocka olyan téglatest, amelynek mind a hat lapja négyzet.

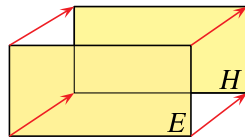
1. példa

Ábrázoljuk halmazábrán a különböző téglatestek egymáshoz való viszonyát!

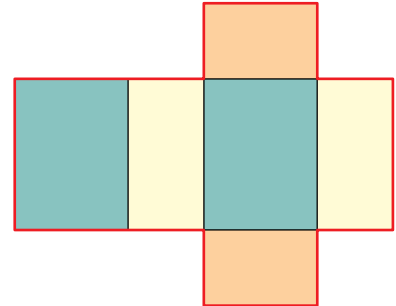
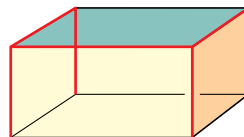
A téglatestet határoló hat téglalap közül a szemközti páronként **egybevágók**.

Ez azt jelenti, hogy ha egymásra helyeznénk a szemközti lapokat, azok kölcsönösen lefednék egymást.

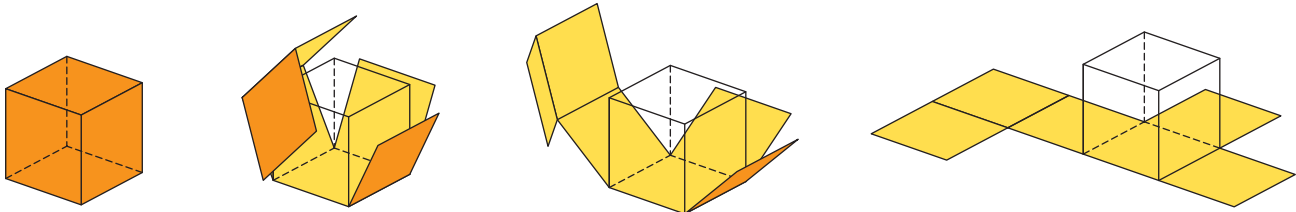
Például a képen az E és H jelű téglalapok egybevágók.



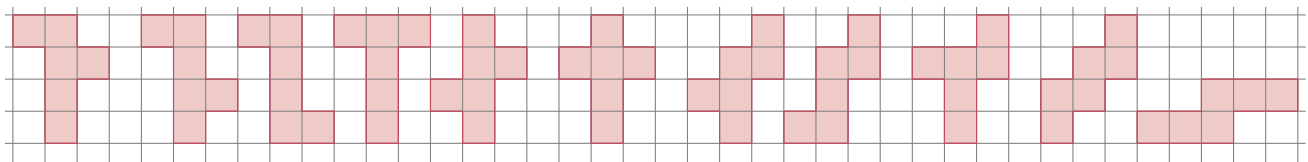
Ha a téglatestet a pirossal jelölt élei mentén ollóval szétvágjuk, és a kapott alakzatot síkba kiterítjük, akkor a téglatest egyik **hálóját** kapjuk meg.



Egy kockaháló előállítását mutatja be a következő ábrásor.



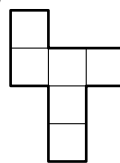
A téglatesteknek sokféle hálójuk van. A háló alakja attól függ, hogy mely élek mentén vágtuk szét a testet. Például a kockának 11 különböző hálója létezik.



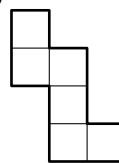
Játék

Átlátszó papírból vágjátok ki néhányat az ábrán látható két különböző kockahálóból! A hálón egy négyzetoldal legyen egyenlő a játéktáblán szereplő színes négyzetháló egy négyzetének oldalával. (A játéktáblát nagyobb méretben megtaláljátok a tankönyv hátoldalán.)

1. játékos hálója



2. játékos hálója

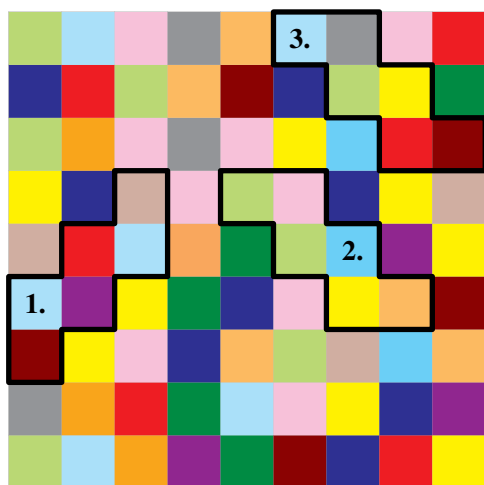


I. játék

Felváltva helyezték el a saját hálótokat a színes négyzethálós játéklapon úgy, hogy a lefedett hálóból készíthető kockának legyen legalább két olyan **szomszédos** lapja, amelyek azonos színűek!

II. játék

Felváltva helyezték el a saját hálótokat a színes négyzethálós játéklapon úgy, hogy a lefedett hálóból készíthető kockának legyen legalább két olyan **szemközti** lapja, amelyek azonos színűek!



Egy-egy háló elhelyezése után közösen állapítsátok meg, hogy helyes-e a lefedés!

Az átlátszó háló lapjait színezzé a hálót kockává összehajtva ellenőrizhettek.

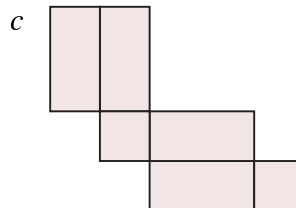
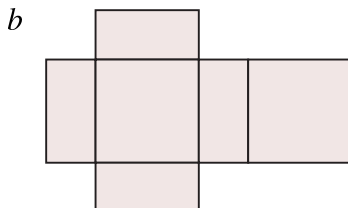
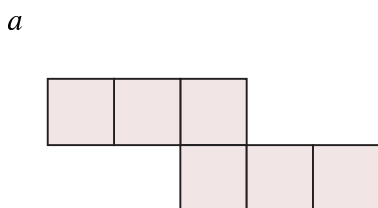
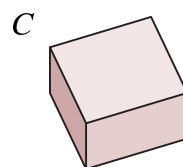
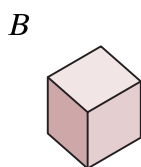
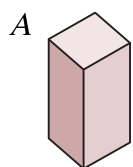
Az egyes játszmákban az nyer, akinek több lefedést sikerül találnia.

További játszmákat is játszhattok más-más kockahálóval.

Például ezen a játéktáblán egy másfajta kockahálóval olyan példákat mutatunk be, ahol az 1-es hálóból készíthető kockának két szemközti lapja ugyanolyan színű, a 2-esnek két szomszédos lapja ugyanolyan színű, a 3-asnak pedig minden lapja különböző színű.

2. példa

Párosítsuk a hálót a testekkel!



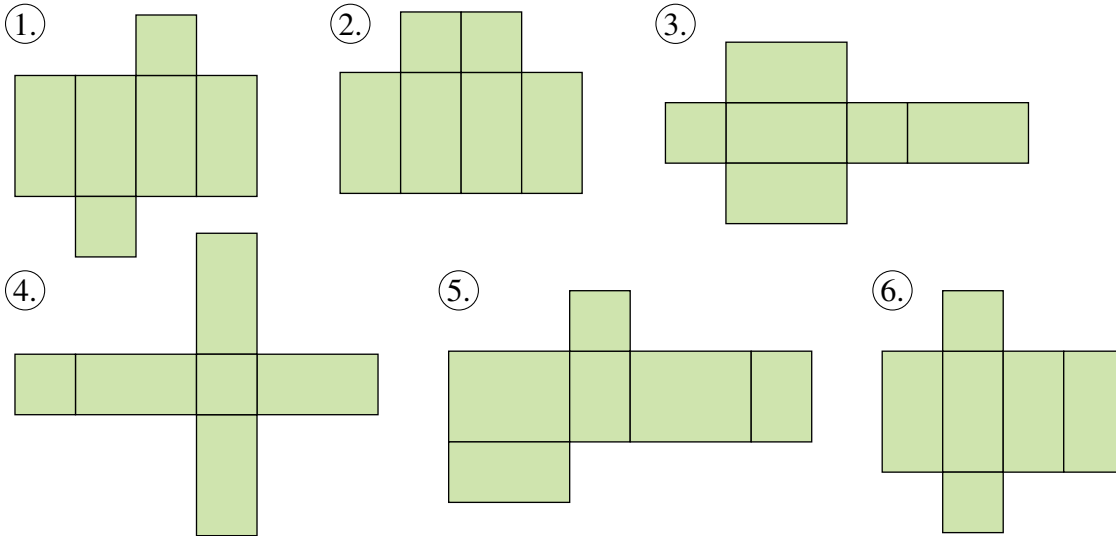
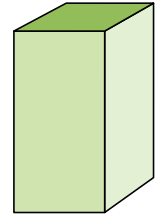
Megoldás

A hálója c, B hálója a, C hálója b.



3. példa

Csoportmunka. Vágjátok ki négyzethálós papírból az ábrán látható hat különböző síkbeli alakzatot! Próbáljátok a kivágott síkidomokból négyzetes oszlopot készíteni. Melyikből lehet, melyikből nem lehet?



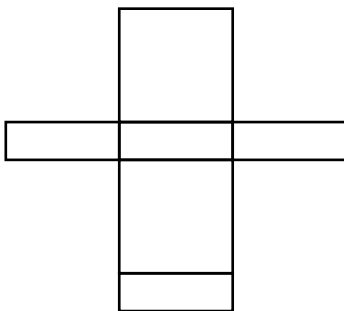
Megoldás

Az ①., ③., ④., ⑥. számú alakzat a megadott négyzetes oszlop egy-egy hálója.

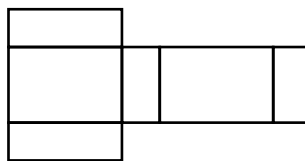
Feladatok

1. Másold le a téglatestek hálóit, és színezd azonos színnel a szemközi lapokat!

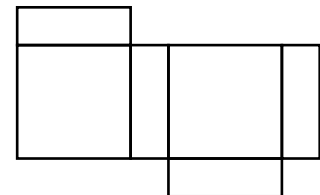
a)



b)

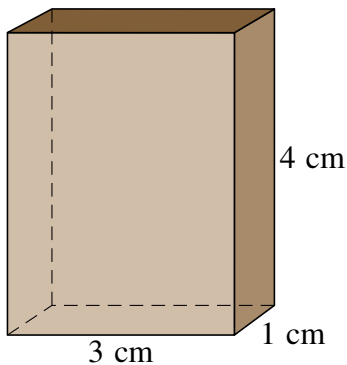


c)

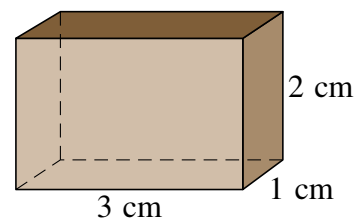


2. Rajzold le a téglatestek valamelyik hálóját!

a)



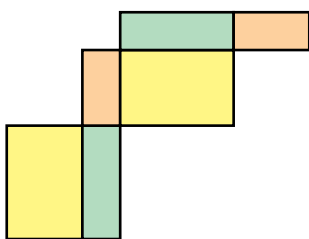
b)



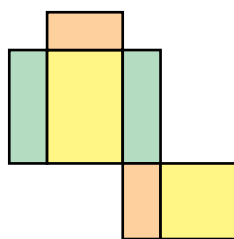


3. Rajzold le négyzethálós lapra az alábbi alakzatokat, vágd ki azokat, és próbálj belőlük téglatestet hajtogatni! Melyikből lehet, melyikből nem lehet?

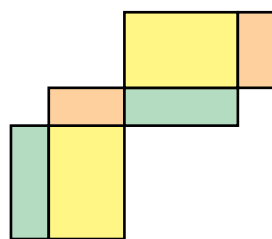
a)



b)

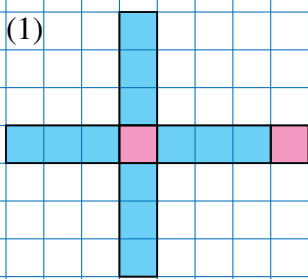


c)

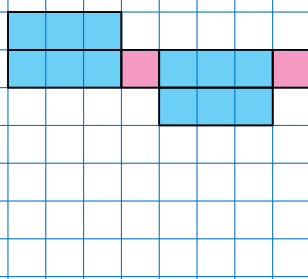


4.

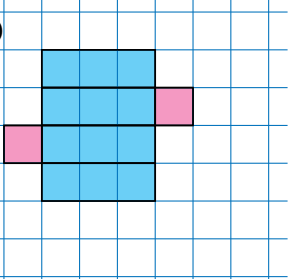
(1)



(2)



(3)



a) Milyen test hálói szerepelnek az ábrán?

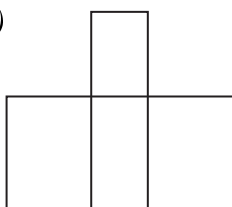
b) Rajzold fel ennek a testnek további két különböző hálóját!

c) Azonos színnel színezd ki a hálókon az egymáshoz csatlakozó éleket!

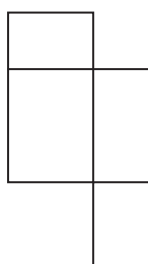
5.

Rajzold le a füzetedbe a téglatest hálóját a hiányzó lapokkal kiegészítve! A hálókon színezd azonos színűre az egymással szembe kerülő lapokat!

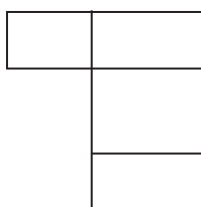
a)



b)



c)



6. Építs téglatestet 6 egyforma kockából, rajzold le a határoló lapjait! Hány különböző téglatest építhető?

Van-e a különböző téglatestek között olyan, amelyet

a) két különböző négyzet;

b) két különböző téglalap;

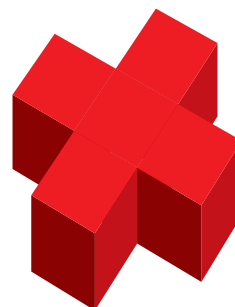
c) három különböző téglalap határol?



7. 12 db 1 cm élű kockából négyféle téglatest építhető. Rajzold le négyzethálós lapra a téglatestek egy-egy hálóját!

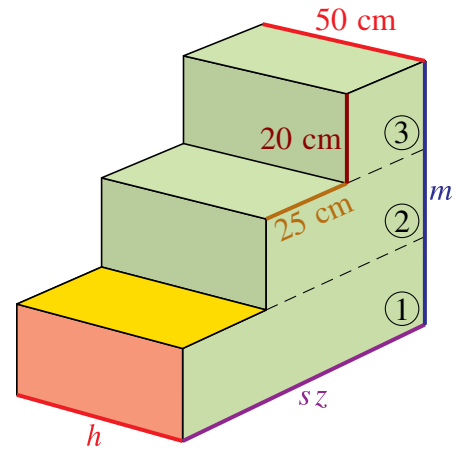
8.

Az ábrán látható „vörös kereszt” 5 darab 2 cm élű kockából épült. Rajzold le a test összes határoló lapját!

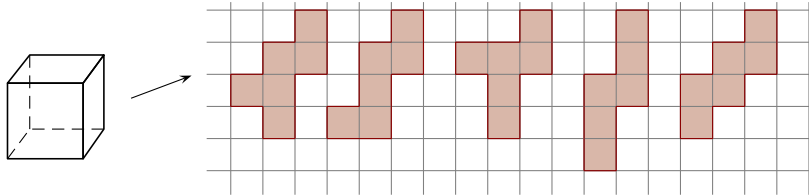


9. A lépcső három különböző téglatestből épült. Minden lépcsőfok ugyanolyan méretű.

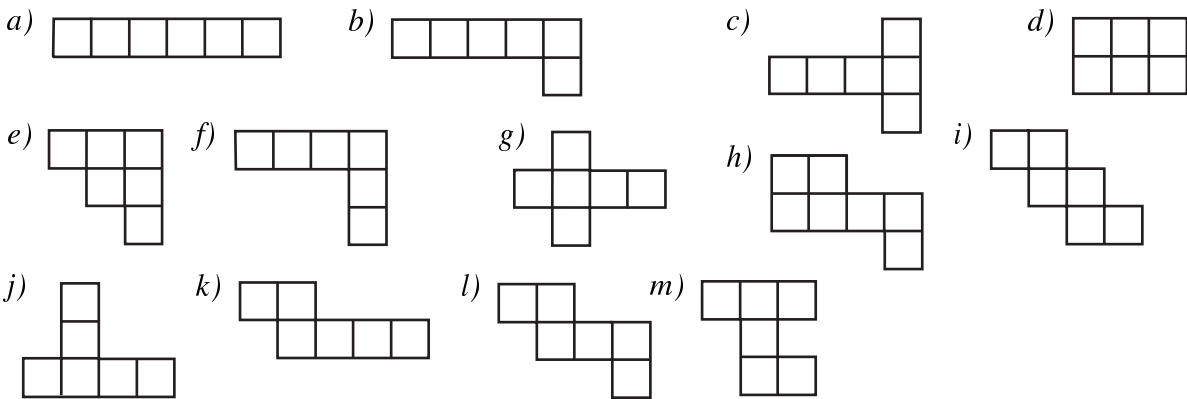
- Az adatok alapján határozd meg a lépcső h hosszát, m magasságát és sz szélességét!
- Rajzold le a lépcsőn színessel megjelölt síklapokat, és írd rájuk az oldalaik hosszúságát!
- Rajzold le külön-külön az ①-es, a ②-es, a ③-as téglatest jobb oldalról látható lapjait, és írd rájuk az oldalaik hosszúságát!



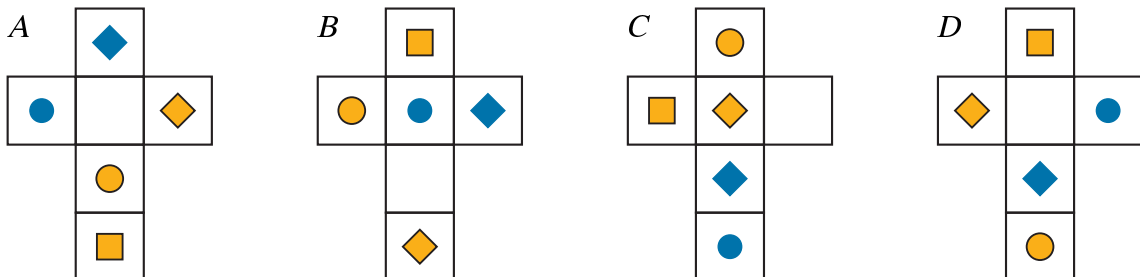
10. Hány él mentén vágtuk szét a kockát, ha ezeket a hálókaptuk?



11. Válaszd ki az ábrán látható sokszögek közül azokat, amelyek egy kocka hálói lehetnek! Ezeket rajzold le a füzetedbe, és a hálókön színezd azonos színűre az egymással szembe kerülő lapokat!



12. Melyik három hálóból tudnál ugyanolyan mintázatú kockát összeállítani?



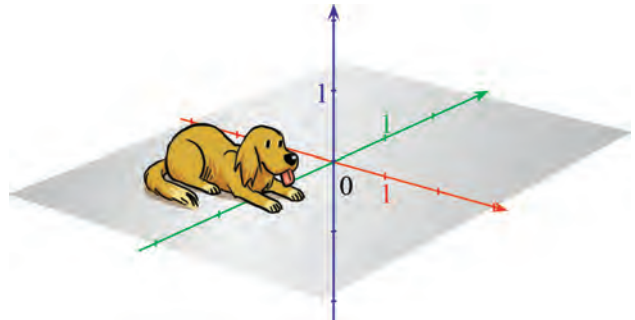
A tér elemeinek megfigyelése téglatesten



A tér elemei

A térben – ahol élünk – egy alakzat helyét három, páronként egymásra merőleges számegyenes segítségével adhatjuk meg.

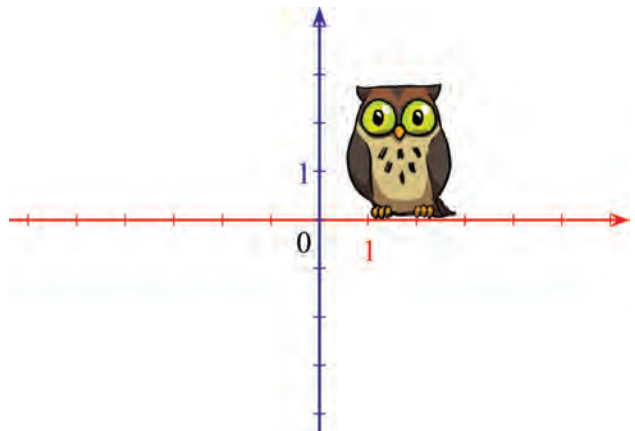
Ezt úgy mondjuk, hogy **a tér 3 dimenziós**. (A *dimenzió* latin eredetű szó, jelentése: kiterjedés.)



3 dimenziós tér

A síkba rajzolt alakzatok helyét két egymásra merőleges számegyenes segítségével adhatjuk meg.

Ezt úgy mondjuk, hogy **a sík 2 dimenziós**.

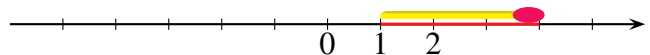


2 dimenziós sík

Az egyenesen lévő pontok, szakaszok, félegyenesek helyét egyetlen számegyenes segítségével adhatjuk meg.

Ezt úgy mondjuk, hogy **az egyenes 1 dimenziós**.

A pontnak semmilyen irányban nincs kiterjedése, vagyis **a pont 0 dimenziós**.

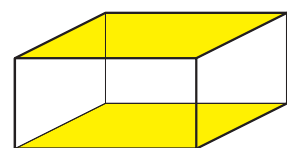
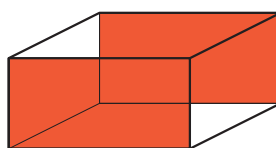
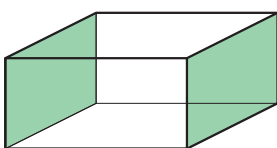
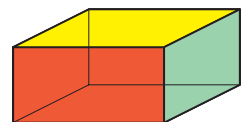


1 dimenziós egyenes



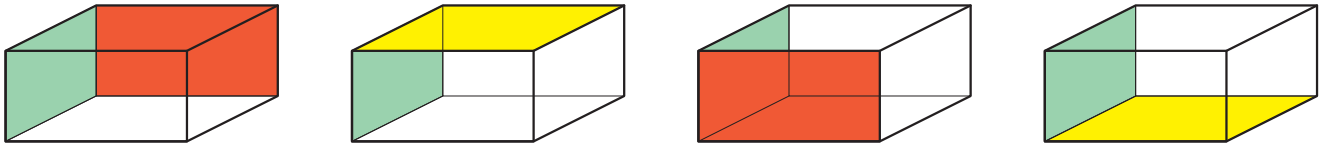
0 dimenziós pont

Egy téglatest lapjait piros, zöld és sárga színűre festettük úgy, hogy bármely csúciban három különböző színű lap találkozzon. A szemközti lapok ugyanolyan színűek lettek, ezek a lapok párhuzamosak egymással:



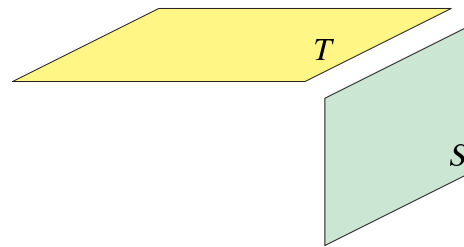
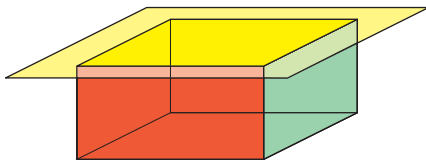
A téglatest szemközti lapjai párhuzamosak egymással.

A befestett téglatest szomszédos lapjai különböző színűek, ezek a lapok merőlegesek egymásra:

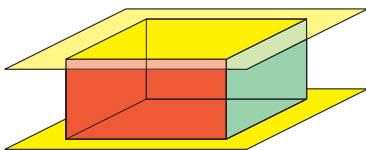


A téglatest szomszédos lapjai merőlegesek egymásra.

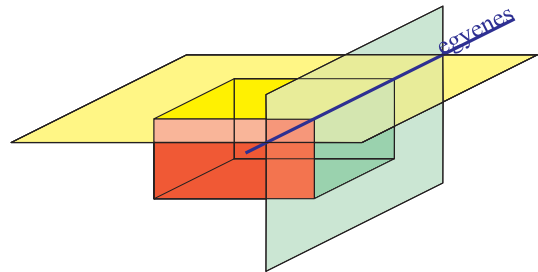
Az ábrán a téglatest fedőlapját minden irányban bármennyig növelve elképzelhetünk egy **síkot**.



A téglatest párhuzamos lapjaira fektetett síkoknak nincs közös pontjuk. Ezek a síkok párhuzamosak.



A szomszédos lapokat tartalmazó síkok metszik egymást, közös pontjaik egyenes vonalat alkotnak.

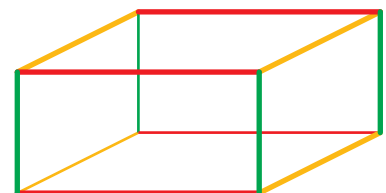


Két sík párhuzamos, ha a két síknak nincs közös pontja.

Két sík metszi egymást, ha a két síknak van közös pontja.

Párhuzamos, merőleges és kitérő élek

Egy téglatest éleit piros, zöld és sárga színnel jelöltük úgy, hogy bármely csúcsban három különböző színű él találkozzon.



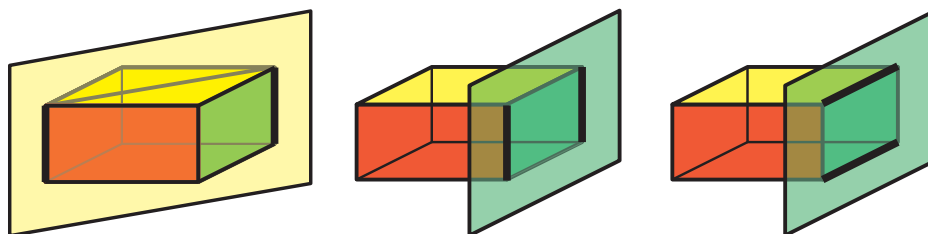
A téglatesten az azonos színű **élek párhuzamosak**.

A téglatesten 4 egymással párhuzamos piros él, 4 sárga él és 4 zöld él van.

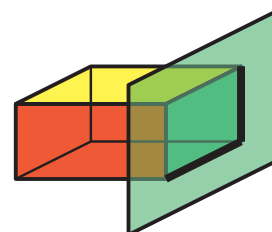
A téglatest egy csúcsánál lévő különböző színű **élek merőlegesek** egymásra.

Például: a zöld él a sárgára, a zöld él a pirosra és a piros él a sárgára. Minden csúcsnál három merőleges élpár van. Ezért a téglatesten $8 \cdot 3 = 24$ merőleges élpár van.

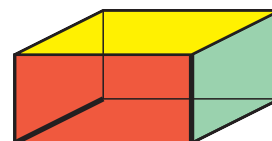
Az alábbi ábrákon vastagon jelölt fekete élek párhuzamosak, ezekre egy-egy síkot fektethetünk.



A mellékelt ábrán bejelölt fekete élek merőlegesek. Ezekre is fektethetünk síkot.



A párhuzamos és a merőleges élpárokon kívül a téglatesten találunk olyan élpárokat is, amelyek nincsenek egy síkban. Ilyenek például az ábrán berajzolt vastag fekete élek. Az ilyen élpárokat kitérő éleknek nevezzük.

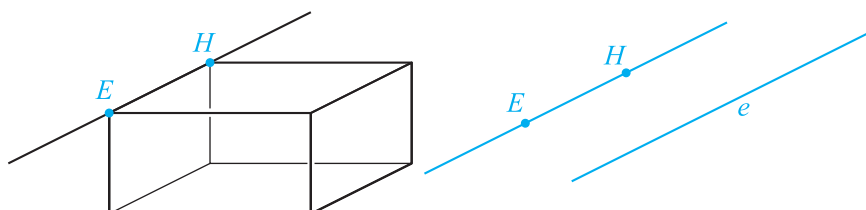


Játék

Padtársaddal felváltva színezzétek pirosra, illetve kékre ugyanazon téglatest 3-3 élét! Az nyer, akinek sikerül a téglatest valamely lapjának mind a négy élét saját színével kiszíneznie. (A játék során mindkettőtökre legfeljebb kétszer kerülhet sor, hiszen 12 él van.) Megakadályozhatja-e a kezdő játékos, hogy játszótársa nyerjen?

Párhuzamos, metsző és kitérő egyenesek

A téglatest bármelyik élére, azaz minden szakaszra illeszthetünk egyenest. Az egyenest a mellé írt kisbetűvel jelöljük. Az egyenesen megadhatunk két vagy több, nagybetűvel jelölt pontot.



Két egyenes **párhuzamos**, ha a két egyenes egy síkban van, és a két egyenesnek nincs közös pontja.

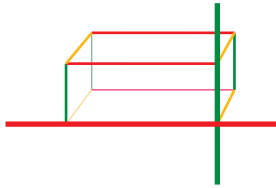
Ha a téglatest azonos színű éleire, azaz a párhuzamos éleire fektetünk egyenest, akkor azok párhuzamos egyenesek lesznek.

Erre mutatunk egy példát az alábbi ábrán.

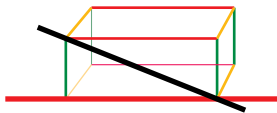


A képen is bejelöltünk egy párhuzamos egyenespárt.

Ha a téglatest két különböző színű élére, azaz szomszédos **merőleges** élére fektetünk egyeneseket, akkor azok merőleges egyenesek lesznek. A merőleges egyeneseknek egy közös pontjuk van. Az ábrán egy példát mutatunk.

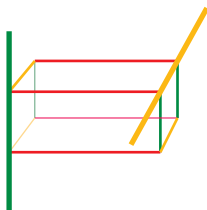


Az ábrán olyan **metsző** egyeneseket mutatunk, amelyek nem merőlegesek. A metsző egyeneseknek is egy közös pontjuk van.



Ha a téglatest két különböző színű, nem szomszédos élére fektetünk egyeneseket, akkor azok **kitérő** egyenesek lesznek. Ezek az egyenesek nincsenek egy síkban. A kitérő egyeneseknek nincs közös pontjuk.

Az ábrán egy példát mutatunk.



A képen is bejelöltünk egy merőleges egyenespárt.



A képen is bejelöltünk egy olyan egyenespárt, amely metsző, de nem merőleges.



A képen is bejelöltünk egy kitérő egyenespárt.



Példa

A) Írólapokat hajtogassatok úgy, hogy a hajtásél

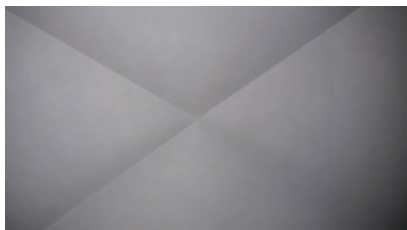
a) metsző, b) merőleges, c) párhuzamos, d) kitérő egyenespárokat szemléltessen!

B) Hajtogatással állítsatok elő a) merőleges, b) párhuzamos egyenespárokat az írólap valamelyik részén úgy, hogy a hajtogatásnál nem használjátok az írólap széleit és csúcsait!

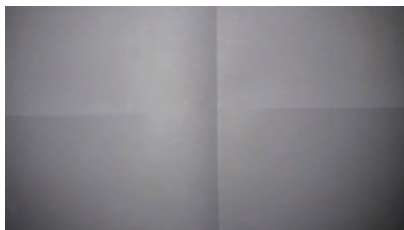
Megoldás

A)

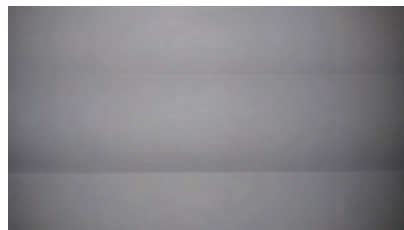
a)



b)



c)



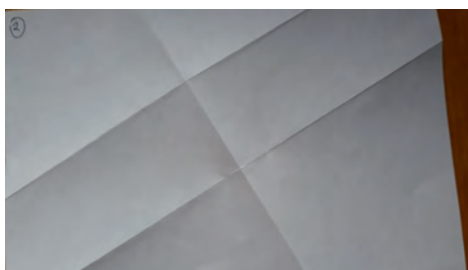
d) Ilyet nem lehet egy írólapon elkészíteni.

B)

a)



b)



Foglaljuk össze a tapasztalatainkat!

Egy síkban lévő egyenesek lehetnek párhuzamosak vagy metszők.

A párhuzamos egyeneseknek nincs közös pontjuk.

A metsző egyeneseknek egy közös pontjuk van.

A metsző egyenesek speciális esetben lehetnek merőlegesek.

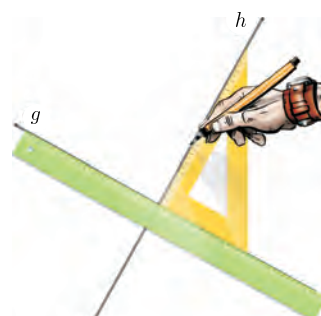
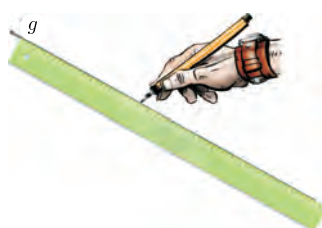
A kitérő egyenesek nem szemléltethetők egyetlen írólapon, mert nincsenek egy síkban.

Párhuzamos, merőleges egyenesek és szakaszok rajzolása

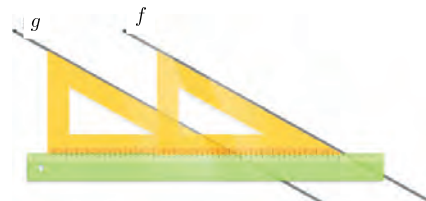
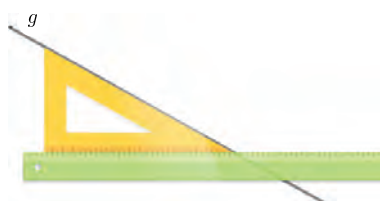
1. példa

a) Rajzolás egyenes és derékszögű vonalzóval sima lapon.

A g és h egyenes merőleges egymásra, ha a derékszögű vonalzóval az ábrán látható módon rajzoljuk meg a h egyenest.

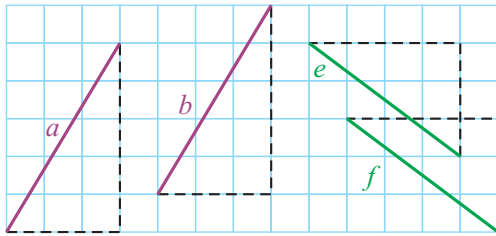


Két vonalzóval párhuzamos egyeneseket rajzolhatunk az ábra szerint.



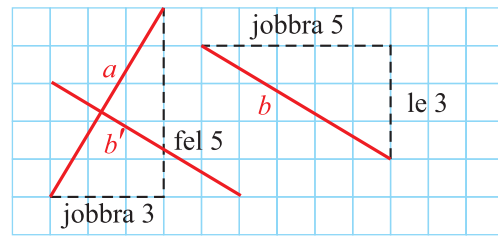
b) Rajzolás egyenes vonalzóval négyzetrácson.

Négyzethálós lapon megfigyelhetjük, hogy a párhuzamos szakaszok ugyanúgy emelkednek vagy süllyednek.



A lila szakaszok esetén 3 egységgel jobbra és 5 egységgel felfelé léptünk, a zöld szakaszoknál 4 jobbra, 3 lefelé lépéssel párhuzamos szakaszokat kaptunk.

Merőleges szakaszok esetén is megfigyelhetjük és leszámolhatjuk a rácson megtett lépéseket. A lépéseket az ábra mutatja.



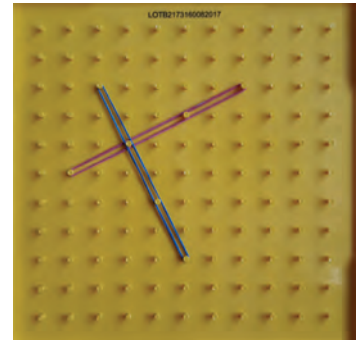
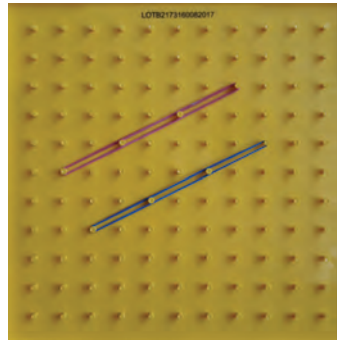
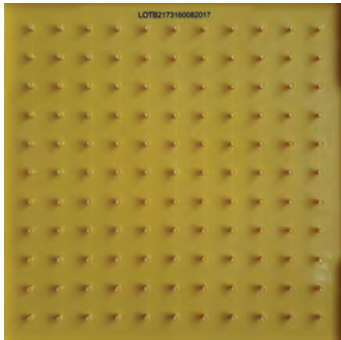
A b' szakasz merőleges az a szakaszra.



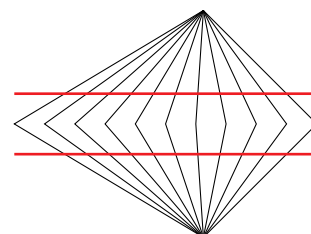
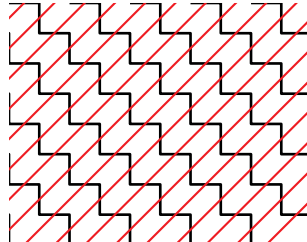
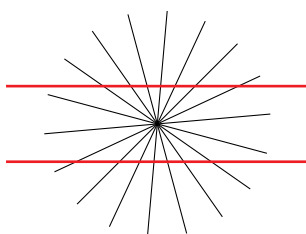
2. példa

Csoportmunka.

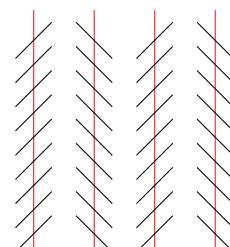
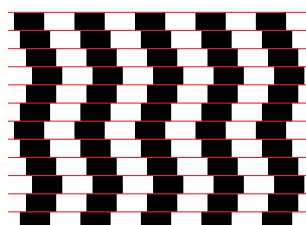
Szöges táblán gumigyűrűket kifeszítve állítsatok elő a) párhuzamos, b) merőleges szakaszpárokat! Mindkét esetben figyeljétek meg, hogyan lépkedtek a rácson! (A szöges táblát helyettesítheti olyan négyzethálós lap, amelyen a rácspontok távolsága 1 cm. A gumigyűrűk helyett pedig rajzolhattok színes ceruzával a rácstra.)



Figyeld meg a pirossal rajzolt vonalakat! Milyen tulajdonságúak?

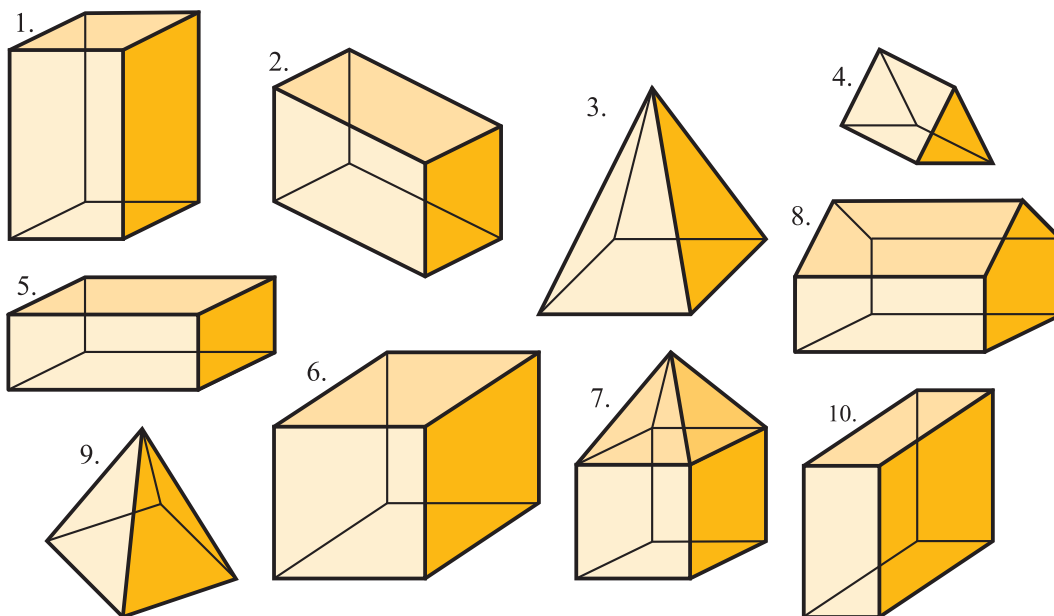


Ha görbének vagy összetartónak látjuk a párhuzamos egyenes vonalakat, akkor ezt optikai csalódásnak nevezzük.



Feladatok

1. Az ábrán látható testek közül sorszámukkal sorold fel a téglatesteket!



2. a) Hol látsz párhuzamos vonalakat a környezetemben? Sorolj fel példákat!

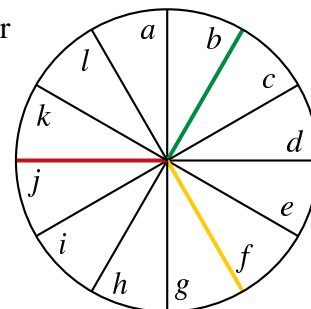
b) Milyen helyzetű vonalakat látsz a kottán?



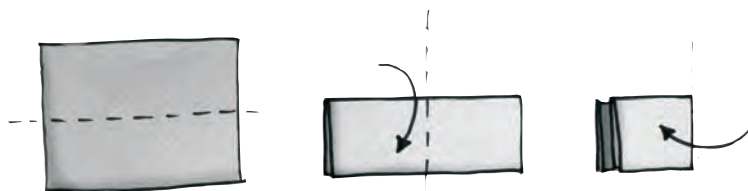
c) Rajzold le, hogy milyen fajta útkereszteződéseket ismersz! Mikor célszerű az alkalmazásuk?

3. A kerék küllőit megbetűztük. Keresd meg, hogy melyik küllő lesz merőleges

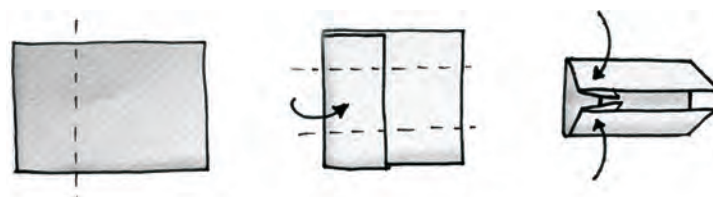
a) a pirosra; b) a zöldre; c) a sárgára!



4. Hajts ketté egy lapot! Ezután a keletkezett hajtásél két részét hajtsd egymásra! Nyisd szét a lapot! Rajzold le, milyen a két hajtásvonal helyzete!



5. A lapot kettéhajtjuk, majd újabb két alkalommal hajtjuk meg úgy, hogy a hajtásél két része fedésbe kerül. Milyen a hajtásélek kölcsönös helyzete?

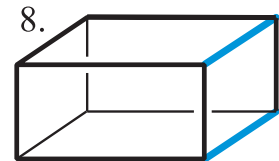
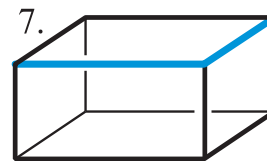
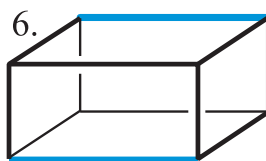
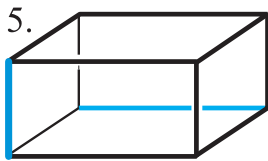
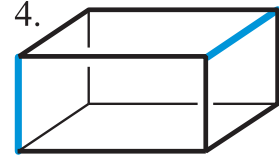
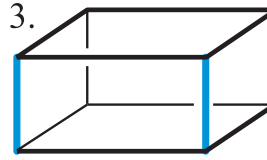
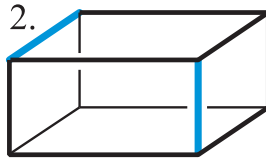
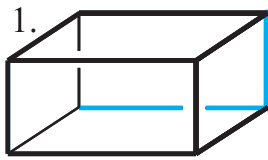


6. a) Csoportosítsd a téglatesteket a következő szempontok szerint!

A: a kékkel jelölt két él merőleges

B: a kékkel jelölt két él párhuzamos

C: a kékkel jelölt két él kitérő

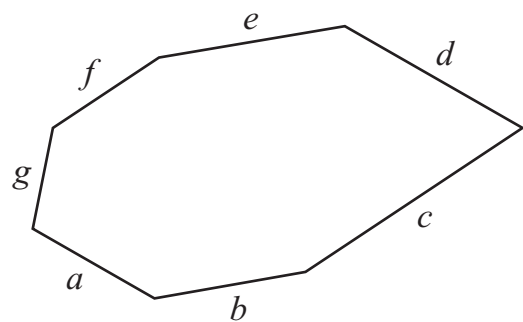
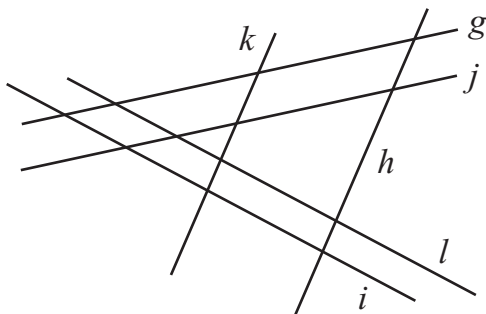


b) Válaszd ki egy téglatest egyik élét! Hány olyan éle van a téglatestnek, amely párhuzamos a megjelölt éllel?

c) Válaszd ki egy téglatest egyik élét! A téglatestnek hány éle kitérő ehhez képest?

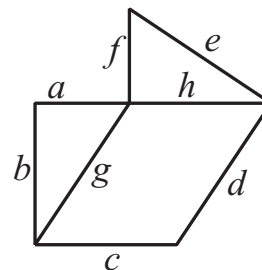
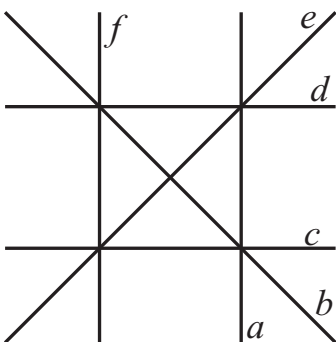
d) Válaszd ki egy téglatest egyik élét! Hány él metszi a kiválasztott élt?

7. a) Mely egyenesek párhuzamosak egymással? b) Mely szakaszok párhuzamosak?



8. a) Mely egyenesek merőlegesek egymásra?

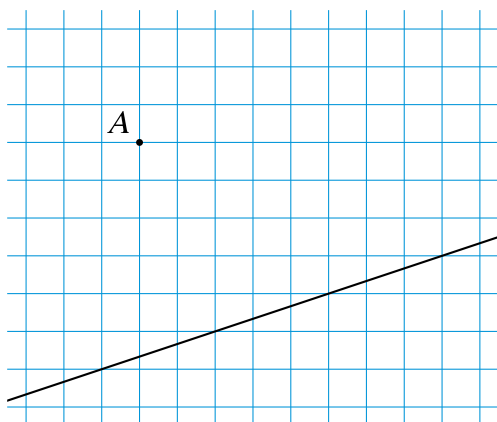
b) Mely szakaszok merőlegesek egymásra?



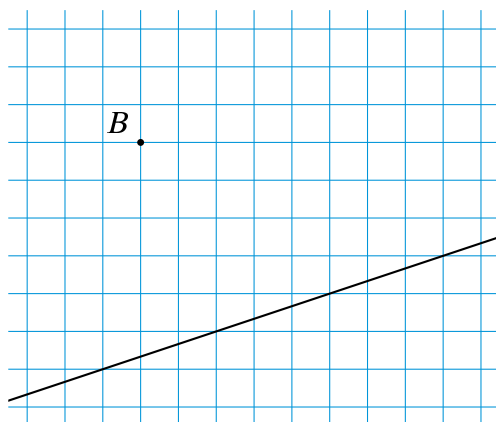


9. Másold át a füzetedbe az ábrát, és a négyzetrácson lépkedve rajzolj olyan egyenest, amely

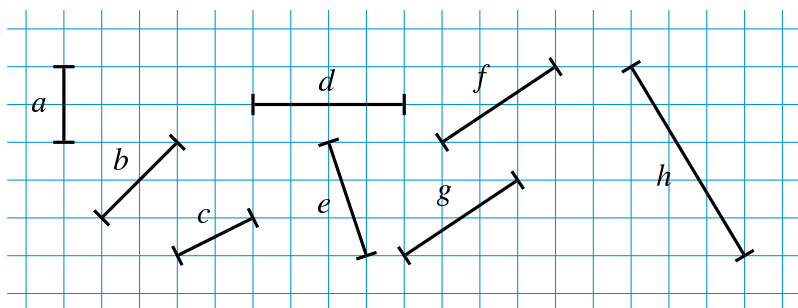
a) az A ponton áthalad, és párhuzamos az egyenessel,



b) a B ponton áthalad, és merőleges az egyenesre!



10. Rajzold le négyzethálós lapra a megadott szakaszokat!



a) Rajzolj a megadott szakasszal párhuzamos szakaszokat!

b) Rajzolj a megadott szakaszra merőleges szakaszokat!



11. Háztak előtt fut egy egyenes földút. Erre merőlegesen, egyenes vonalban halad a gidresgödrös aszfaltút. A földúttól távolabb az aszfaltutat merőlegesen keresztezi egy betonút. A betonútra merőlegesen köves út épült.

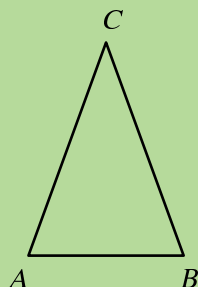
a) Készíts vázlatrajzot a szöveg alapján!

b) Hazajutsz-e a betonúton járva?

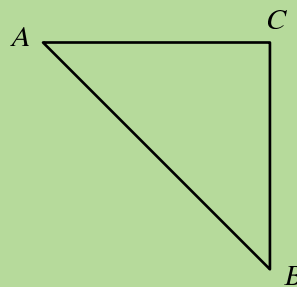
c) A köves út hazavisz-e?

12. Rajzolj az A , B és C pontokon át a szemközti oldallal párhuzamos egyeneseket! (A füzetedben dolgozz!)

a)



b)



A szög fogalma

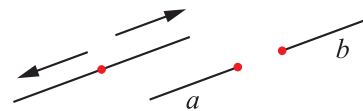
A képen a teodolit mérőműszert látjuk. A terepen kijelölt tárgyak helyét, magasságát, szélességét, egymáshoz viszonyított helyzetét mérhetjük vele.



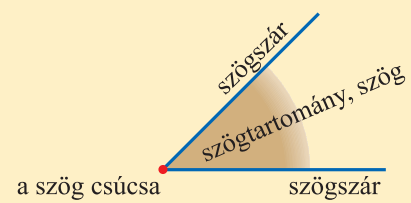
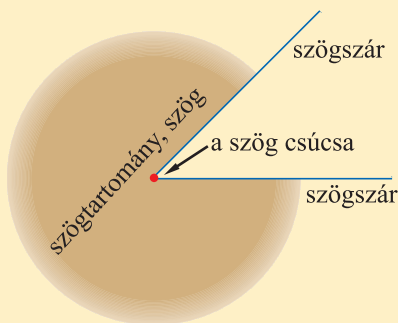
A síkot egy egyenesre két **félsíkra** bontja.



Az egyenest egy pontja két **félegyenesre** bontja.



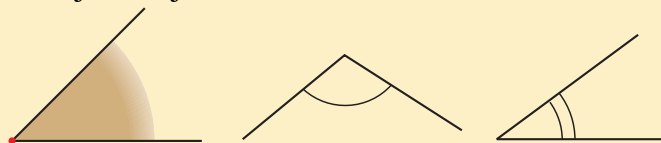
Egy pontból kiinduló két félegyenes a síkot két részre osztja, egy-egy ilyen részt **szögtartománynak** vagy **szögnek** nevezünk.



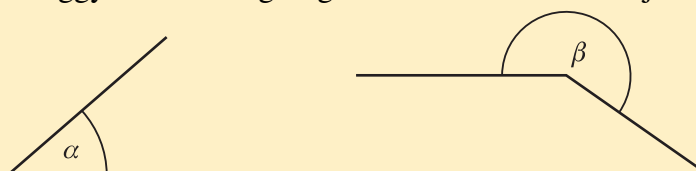
A félegyenesek a szög szárai, a kezdőpontjuk a szög csúcsa.

Ha az adott szög szárai nem esnek egybe, akkor a keletkezett két szög közül a kisebbikre gondolunk.

A szöget többféleképpen is jelölhetjük. *Például:*



A szögek elnevezésére leggyakrabban a görög ábécé kisbetűit használjuk. *Például:*



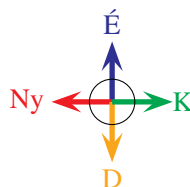
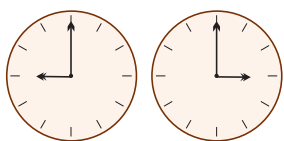
A leggyakrabban használt görög kisbetűk és kiejtésük:

α alfa	β béta	γ gamma	δ delta	ε epszilon	η éta	ι ióta
κ kappa	λ lambda	μ mü	ρ ró	σ szigma	φ fi	ω ómega

Ha szakaszok, egyenesek, síkok vagy egy szög szárai merőlegesek egymásra, azt úgy is mondhatjuk, hogy **derékszöget alkotnak** vagy **derékszöget zárnak be** egymással.

Például derékszöget zár be:

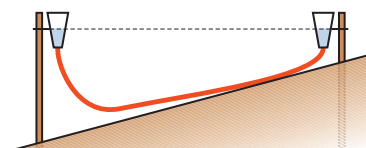
- az óra két mutatója 3 órakor és 9 órakor;
- a fő égtájak két szomszédos iránya;
- a függőleges és a vízszintes irány.



A függőleges irány a Föld középpontja felé mutat.

Függőleges irányt jelöl ki a kötélben lógó nehezék, a függőőn.

Vízszintes irány kijelölésére használják a vízmértéket vagy vízzel töltött hajlékony csövet.



A szögek fajtái

nullszög



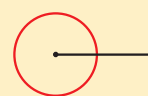
derékszög



egyenesszög



teljesszög

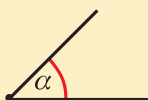


A tanult különleges szögekre igazak a következő átváltások:

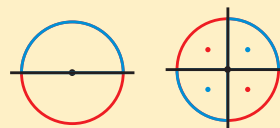
1 egyenesszög = 2 derékszög



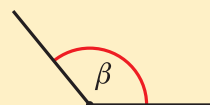
Ha az α szögre igaz, hogy nullszög $<$ α szög $<$ derékszög, akkor az α szög **hegyesszög**:



1 teljesszög = 2 egyenesszög = 4 derékszög

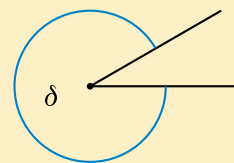
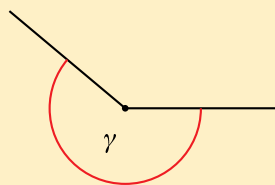


Ha a β szögre igaz, hogy derékszög $<$ β szög $<$ egyenesszög, akkor a β szög **tompaszög**:



A nullszög, a hegyesszög, a derékszög, a tompaszög, az egyenesszög konvex szögek.

Ha egy szögre igaz, hogy egyenesszögnél nagyobb, de teljesszögnél kisebb, akkor a szög **homorú szög**, más néven konkáv szög. Például az ábrán a γ és a δ szög konkáv szögek.



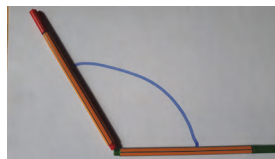


1. példa

Csoportmunka. Két egyforma ceruzát vagy tollat egyik végüknél csatlakoztatva állítsatok be

- hegyesszöget,
- tompaszöget,
- homorú szöget!

Az elkészített szögek alá tett írólapon jelöljétek meg a megfelelő szögtartományt!



2. példa

Budapestről közelítőleg északnyugati irányban indulunk útnak Érsekújvárra. Húzzuk meg azt az egyenest, amely Budapestet Érsekújvárral összeköti! Állapítsuk meg, hogy ennek az útiránynak, amelyet az ábrán egyenes szakasszal jelöltünk,

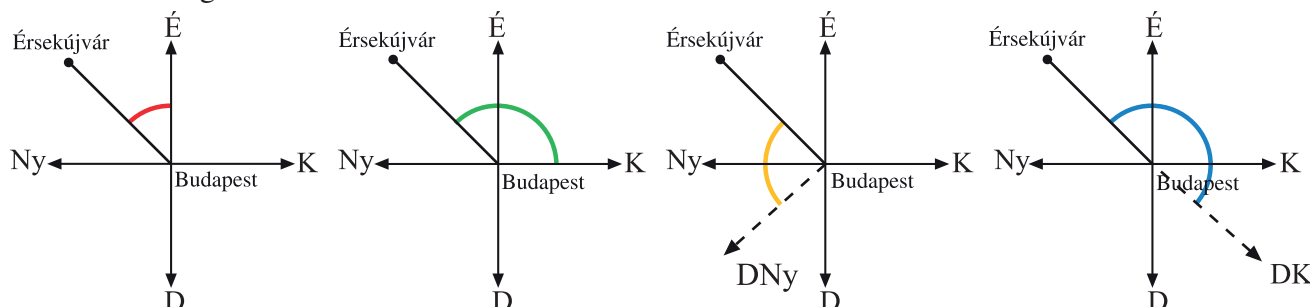
- az **északi**,
- a **keleti**,
- a **délnyugati**,
- a **délkeleti**

írányval bezárt szöge körülbelül mekkora része a derékszögnek!



Megoldás

Az adott irány az égtájakkal minden esetben kétféle szöget zár be. Mi most csak az egyiket határozzuk meg.



A bezárt szög:

az **északi** iránnyal fél derékszög,

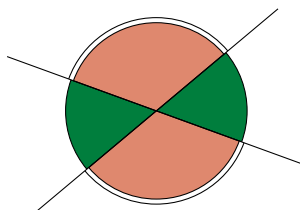
a **keleti** iránnyal másfél derékszög,

a **délnyugati** iránnyal egy derékszög,

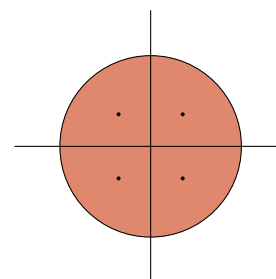
a **délkeleti** iránnyal két derékszög.

3. példa

Rajzoljunk fel két metsző egyenest! Vizsgáljuk meg, hogy milyen szögek keletkeztek! A metsző egyenesek a síkot mindkét esetben négy szögtartományra osztják fel.



két-két szög egyenlő,



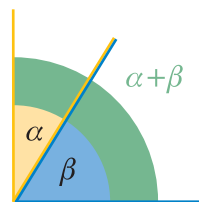
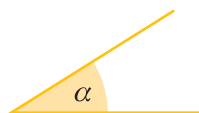
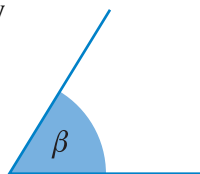
mind a négy szög egyenlő.

A keletkezett négy szög közül:

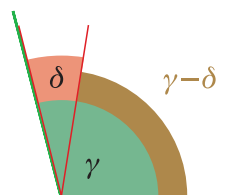
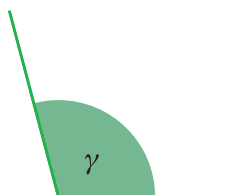
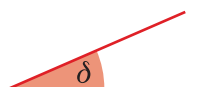
Megállapodunk abban, hogy két metsző egyenes hajlásszögén a keletkezett szögek közül a nem nagyobbat értjük. Ez hegyesszög vagy derékszög lehet.

A derékszög jele: $\angle$ vagy $\square$ vagy $\perp$

Két szög összegét így értelmezzük:



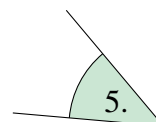
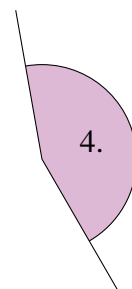
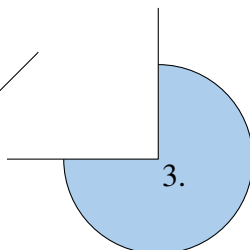
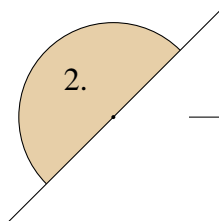
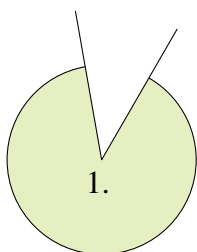
Két szög különbségét így értelmezzük:



Feladatok

- Keressetek a környezetetekben előforduló tárgyakon olyan éleket, amelyek
 - hegyesszöget,
 - derékszöget,
 - tompaszöget zárnak be!

- Válaszd ki a szögek közül
 - a hegyesszögeket;
 - a tompaszögeket;
 - a homorú szögeket!



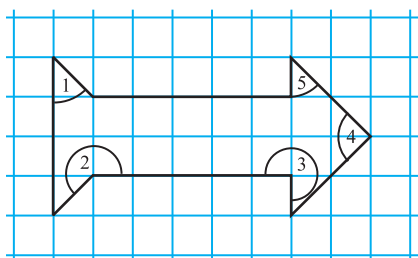
- Keress az ábécé egyjegyű nagybetűi között olyanokat, amelyekben hegyes-, derék-, tompa- vagy homorú szöget találsz!

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

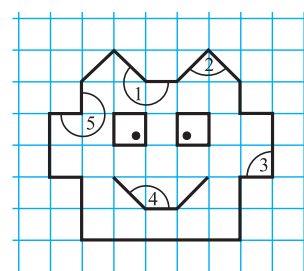
- Sorolj fel a környezetedből olyan térbeli alakzatokat (olyan tárgyakat), amelyeknek vannak homorú szöget bezáró élei!

- Határozd meg, hogy az ábrán megjelölt szögek nagysága mekkora része a derékszögnek!

a)



b)



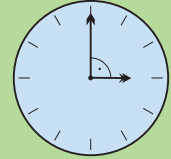
6. Hány derékszög alkot

- a) 3 egyenesszöget; b) 2 teljesszöget; c) fél egyenesszöget; d) fél teljesszöget?

7. a) Milyen fajta szög lehet egy tompaszög és egy hegyesszög különbsége?

- b) Milyen lesz az összegük?

8. Hányszor zár be derékszöget az óra nagymutatója a kismutatóval délután 1 órától este 11-ig?

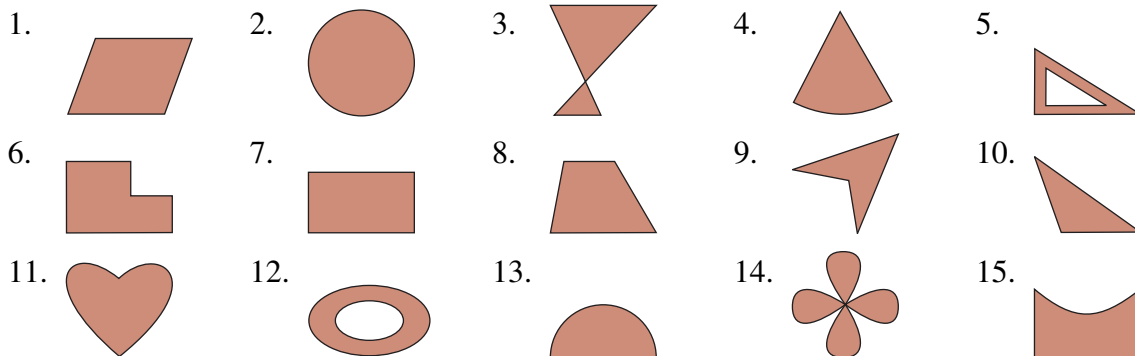


A sík alakzatai

1. példa

Sorszámakkal soroljuk fel, melyik ábra vágható ki kartonpapírból úgy, hogy

- A) nem kell a vágás vonalát megszakítani,
B) a vágás vonalát meg kell szakítani,
C) nem marad egyben a kivágott síkbeli alakzat,
D) egyben marad a kivágott síkbeli alakzat.

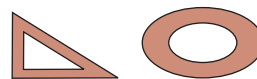


Megoldás

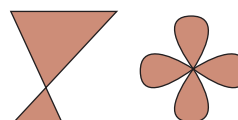
- A) 1., 2., 3., 4., 6., 7., 8., 9., 10., 11., 13., 14., 15. B) 5., 12.
C) 3., 14. D) 1., 2., 4., 5., 6., 7., 8., 9., 10., 11., 12., 13., 15.

A fenti síkbeli alakzatok között vannak olyanok,

- amelyeknek határvonala több darabból áll. Például:



- amelyek a kivágás után szétesnek. Például:



A fenti, szakaszokkal határolt síkbeli alakzatok között vannak olyanok,

- amelyeket sokszögeknek nevezünk.





Az első példában felsorolt síkbeli alakzatokat más szempont szerint is csoportosíthatjuk.

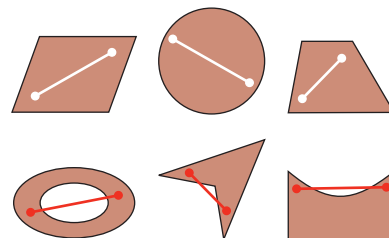
Képzeld el, hogy ezek az alakzatok szigetek, amelyekre házak épülnek! A szigetlakók egymáshoz a legrövidebb úton akarnak eljutni.

Ezek a szigetek bármely két pontot összekötő szakasz a szárazföldön halad.

Ezek **konvex** alakzatok.

Ezek a szigetek találunk olyan helyeket, amelyeknél az azokat összekötő legrövidebb út a tengeren át vezet.

Ezek nem konvex, más néven **konkáv** alakzatok.



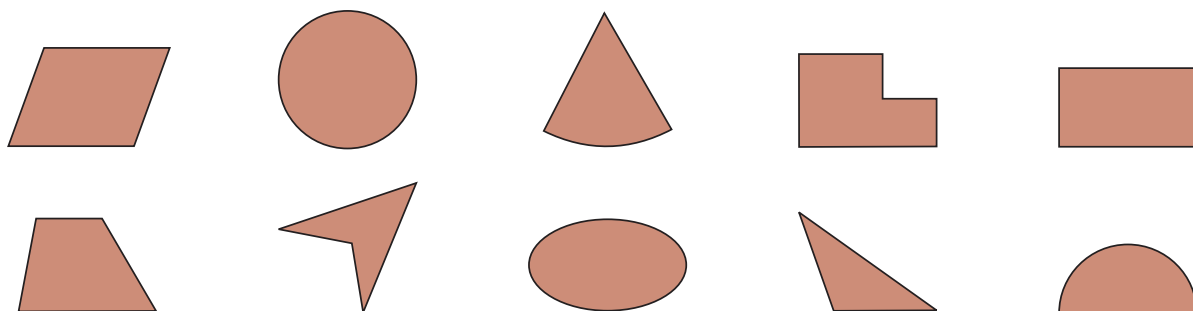
2. példa

Helyezzük el a megfelelő halmazokba az alábbi alakzatokat!

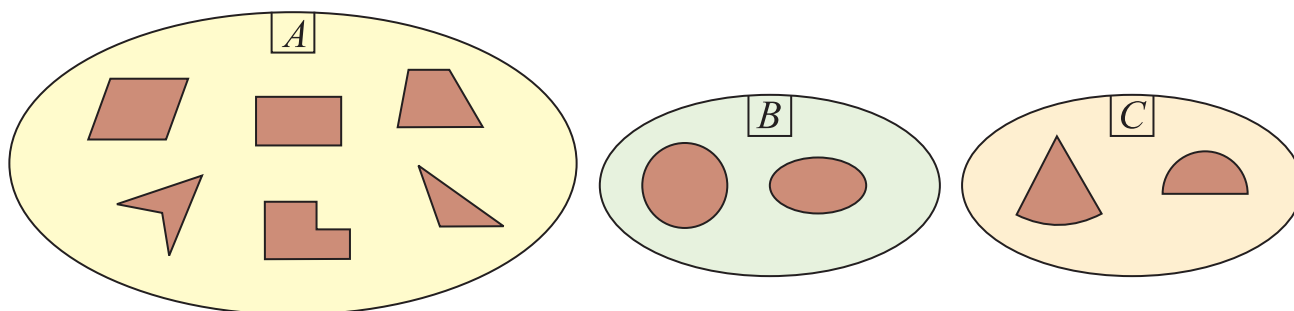
$A = \{\text{az alakzat határvonalai szakaszok}\}$

$B = \{\text{az alakzat határvonala görbe vonal}\}$

$C = \{\text{az alakzat határvonalai között van szakasz is, és görbe vonal is}\}$



Megoldás



Az A halmazban szereplő alakzatok sokszögek.

A B halmazba elhelyezett első alakzat neve **kör**, a második alakzat neve **ellipszis**.

A C halmazban **körcikk** vannak, a második egy speciális körcikk, a **félkör**.

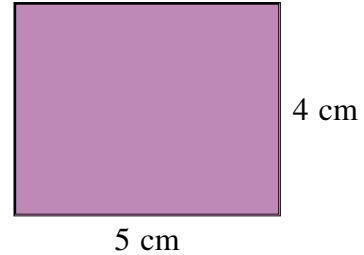
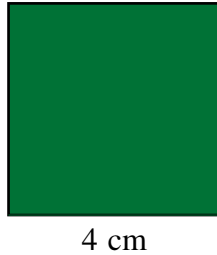
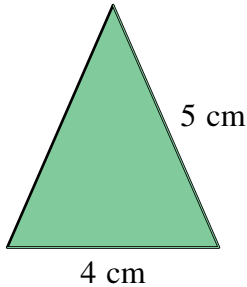
Sokszögek



Példa

Háromfős **csoportban** dolgozzatok!

Színes kartonból vágjatok ki 4 db egybevágó háromszöget, 5 db egybevágó négyzetet és 6 db egybevágó téglalapot, az ábrán megadott méretek szerint!



A kivágott alakzatokból egyenlő oldaluk egymáshoz illesztésével rakjatok ki különböző sokszögeket

a) háromszöglapokkal,

b) négyzetlapokkal,

c) téglalapokkal!

1. A sokszögek egyféle kivágott alakzatból készüljenek!

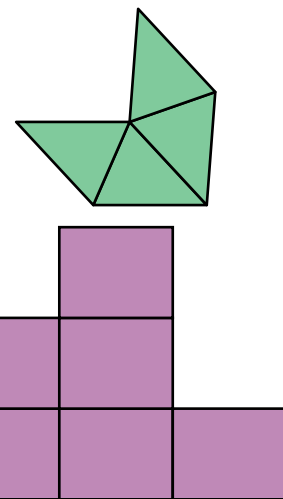
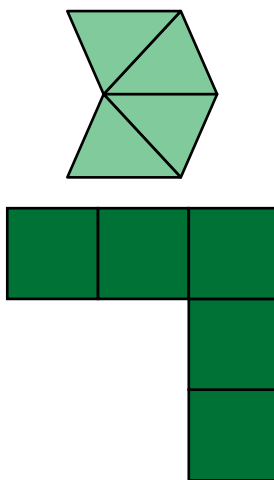
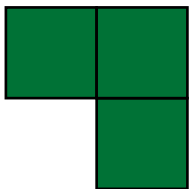
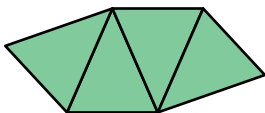
2. Használhatjátok az összes kivágott alakzatot!

Rajzoljátok le a füzetbe az előállított sokszögeket! Keressetek többféle megoldást!

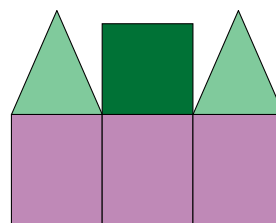
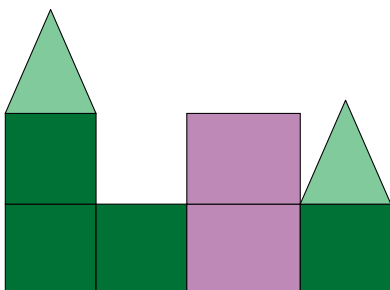
Megoldás

Az ábrán néhány megoldást mutatunk a sokféle lehetőség közül.

1. Egyféle alakzatból kirakott sokszögek



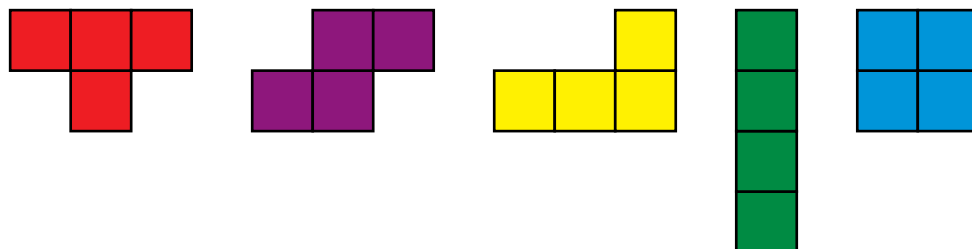
2. Többféle alakzatból kirakott sokszögek



Játék

Párban játsszatok!

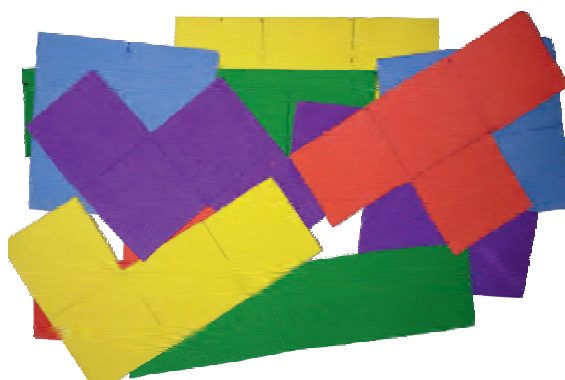
Négy egybevágó négyzetből egy-egy oldaluk egymáshoz illesztésével sokszögeket készítünk. Ezeket az alakzatokat tetrominónak nevezik. (A *tetrominó* latin eredetű szó, jelentése: 4 egyforma elemből készült tárgy.)



Négy egybevágó négyzetből öt különböző tetrominó készíthető.

Egy játékkészlet 10 db tetrominót tartalmaz, mindegyik elemből 2-2 darabot.

- A játékkészlet elemeit vágjátok ki színes kartonpapírból, fejenként 10-10 darabot!
- Rakjatek ki különböző téglalapokat mind a 10 elem felhasználásával!
- Rakjatek ki különböző téglalapokat 4-nél több tetrominó felhasználásával!
- Akárhány tetrominó felhasználásával rakjatek ki különböző figurákat!



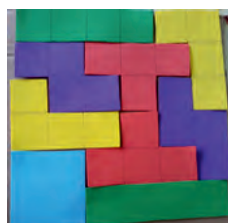
Minden esetben az a játékos nyer, aki többféle alakzatot tud létrehozni.

Megoldási lehetőségek

- Két különböző kirakott téglalap az összes elem felhasználásával:



- 10-nél kevesebb tetrominóból kirakott téglalapok:
- Kirakott figurák:



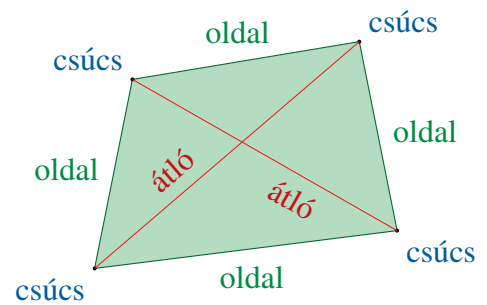
cica



kis ember

Négyszögek

A négyszög olyan sokszög, amelynek négy oldala és négy csúcsa van. A szomszédos csúcsokat összekötő szakaszok a négyszög **oldalai**, a nem szomszédos csúcsokat összekötő szakaszok pedig a négyszög **átlói**.

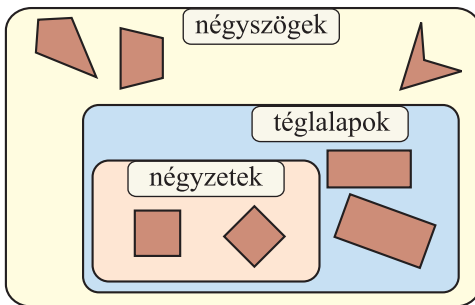


Példa

- Készítsük el a négyszögek egymáshoz való viszonyát mutató halmazábrát!
- Fogalmazzunk meg különböző igaz és hamis állításokat!

Megoldás

a) Halmazábra



b) Példák állításokra

- Minden négyzet négyszög. (IGAZ)
- Van olyan négyszög, amely nem téglalap. (IGAZ)
- Van olyan téglalap, amely nem négyszög. (HAMIS)
- Nem minden négyszög négyzet. (IGAZ)
- Az olyan négyszögek, amelyek nem négyzetek, azok téglalapok. (HAMIS)

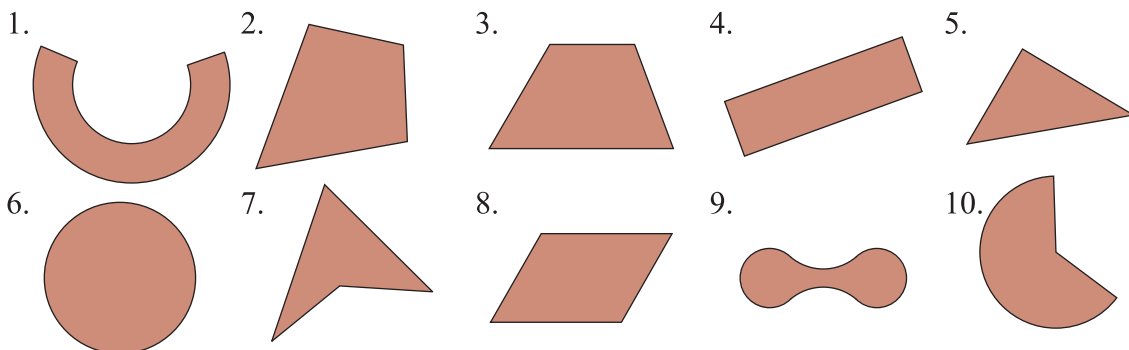
Feladatok

- Csoportosítsd az itt látható síkbeli alakzatokat a megadott szempontok szerint!

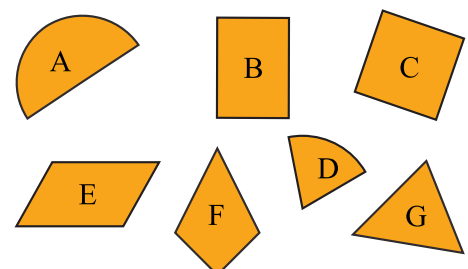
A: Csak szakaszok határolják.

B: Csak görbe vonalak határolják.

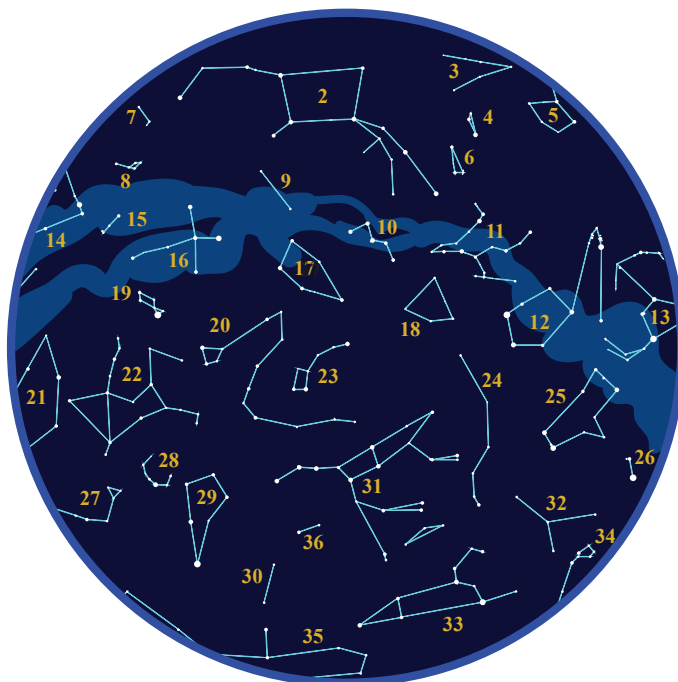
C: Szakaszok és görbe vonalak határolják.



- Válaszd ki a síkbeli alakzatok közül a sokszögeket!
 - Mely alakzatoknak nincs átlója?

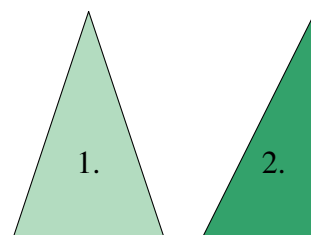


3. Keress Magyarország nyári égboltján olyan csillagképeket, amelyek sokszögek!

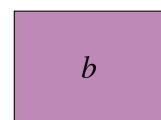
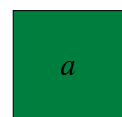


- @ Nézz utána az interneten, hogyan nevezik az egyes csillagokat, csillagképeket!

4. a) Az 1-es háromszögből négy darabot használj! Ezeket egyenlő oldaluk mentén egymáshoz illesztve, rajzolj a füzetedbe különböző sokszögeket! Keress több megoldást! Milyen fajta szögei vannak a kapott sokszögeknek?
- b) A 2-es háromszögből négy darabot használj! Ezeket egyenlő oldaluk mentén egymáshoz illesztve, rajzolj a füzetedbe különböző sokszögeket! Keress több megoldást! Milyen fajta szögei vannak a kapott sokszögeknek?



5. a) Ebből a négyzetből négy darabot használj! Ezeket egy-egy oldaluk mentén egymáshoz illesztve, rajzolj a füzetedbe különböző sokszögeket! Keress több megoldást! Hány oldala, hány csúcsa van a kapott sokszögeknek?
- b) Ebből a téglalaphoz öt darabot használj! Ezeket egyenlő oldaluk mentén egymáshoz illesztve, rajzolj a füzetedbe különböző sokszögeket! Keress több megoldást! Hány oldala, hány csúcsa van a kapott sokszögeknek?

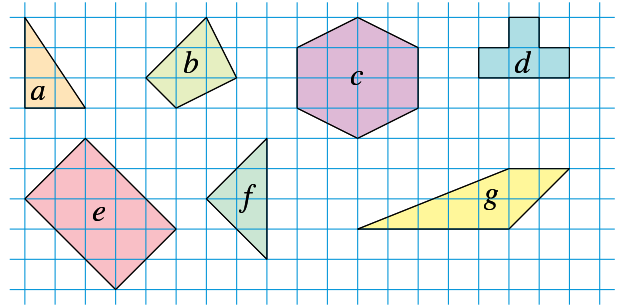


6. A következő állítások négyszögekre vonatkoznak. Másold le a táblázatot a füzetedbe, és írd be az állítások betűjelét a táblázat megfelelő ablakába!

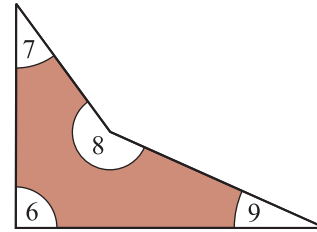
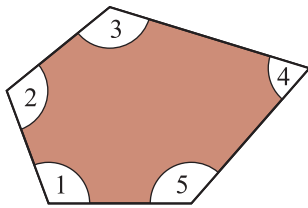
- A: Ha egy négyszög szomszédos oldalai egyenlők, akkor az négyzet.
 B: Ha egy négyszög szomszédos oldalai merőlegesek, akkor az téglalap.
 C: Ha egy négyszög átlói különböző hosszúságúak, akkor az lehet téglalap.
 D: Ha egy négyszög oldalai egyenlők és szemközti oldalai párhuzamosak, akkor az négyzet.

	Mindig igaz	Sohasem igaz	Lehet igaz, lehet hamis
Az állítások betűjele			

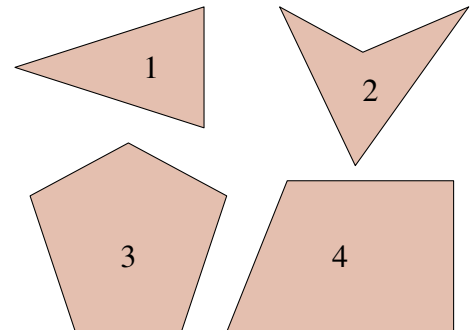
7. Az ábrán látható sokszögek közül írd le azoknak a betűjelét, amelyeknek
- A: van párhuzamos oldalpárja,
- B: van merőleges oldalpárja,
- C: pontosan egy párhuzamos oldalpárja van.



8. Milyen típusúak az ábrán látható sokszögek szögei? A szögekben lévő számokkal válaszolj!



9. Melyik állítás igaz az ábrán látható sokszögekre? Az ábrákban lévő számokkal válaszolj!
- A: Van hegyesszöge.
- B: Csak tompaszöge van.
- C: Nincs homorú szöge.
- D: Pontosan egy derékszöge van.
- E: Van derékszöge.
- F: Három különböző fajtájú szöge van.



10. Csoportban oldjátok meg a feladatot!

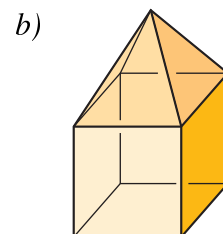
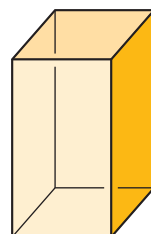
Készítsetek egyenlő hosszú pálcikákból (vagy gyufaszálakból, vagy szívószálakból) sokszögeket úgy, hogy azok egy-egy oldala egy-egy pálcika legyen, és teljesüljenek az alábbi feltételek is!

6 pálcikából olyat, hogy	5 pálcikából olyat, hogy	4 pálcikából olyat, hogy
a) ne legyen homorú szöge!	d) ne legyen homorú szöge!	g) ne legyen homorú szöge!
b) egyetlen homorú szöge legyen!	e) egyetlen homorú szöge legyen!	h) egyetlen homorú szöge legyen!
c) két homorú szöge legyen!	f) két homorú szöge legyen!	i) két homorú szöge legyen!

Minden esetben nevezd meg a sokszögek többi szögét is!

Tudáspróba

1. Határozd meg az *a)* és *b)* jelű test lapjainak, csúcsainak és éleinek számát!



2. Csoportosítsd a szakaszpárokat!

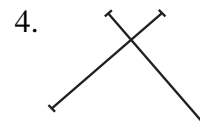
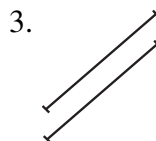
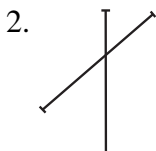
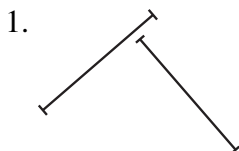
A: nincs közös pontjuk

B: egy közös pontjuk van

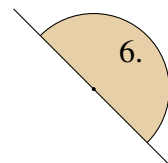
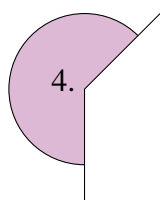
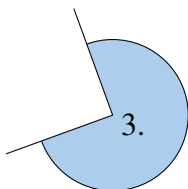
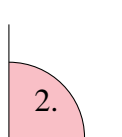
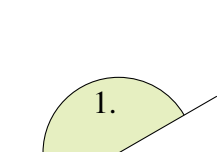
C: párhuzamosak

D: metszők

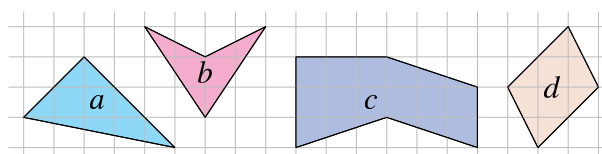
E: merőlegesek



3. Sorold fel, milyen fajtájú szögeket látsz az ábrán!



4. Az ábrán lévő sokszögekről állításokat fogalmaztunk meg. Döntsd el, igazak vagy hamisak! Minden válasznál írd példát!



A: Van olyan sokszög, amelyiknek nincs párhuzamos oldalpárja.

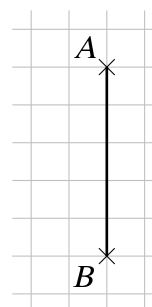
B: Két olyan sokszög van, amelynek van merőleges oldalpárja.

C: Van olyan sokszög, amelynek két párhuzamos oldalpárja van.

D: Nincs köztük négyszög.

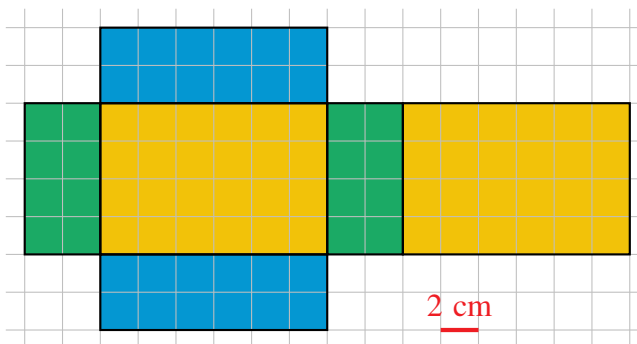
5. Rajzolj négyzethálós lapra olyan téglalapokat, amelyeknek két közös csúcsa az *A* és *B* pont!

A téglalapok *AB* oldallal szomszédos oldalai kétszer olyan hosszúak, mint az *AB* szakasz ábráról leolvasható hossza.



6. a) A négyzetrácson egy téglatest egyik hálóját rajzoltuk fel. Hány centiméter a téglatest egy csúcsába futó három élének hossza, ha a négyzetrács egy oldala 2 cm hosszú?

- b) Rajzolj fel négyzetrácsra még kétféle, ettől különböző téglatesthálót!



Egész számok

Miért van szükség az egész számokra?



LAKOSSÁGI FOLYÓSZÁMLA-KIVONAT

Nyitóegyenleg 2020. 01. 26-án:	103 000 Ft
Terhelés összesen:	–84 030 Ft
Jóváírás összesen:	163 220 Ft
Záróegyenleg 2020. 02. 26-án:	182 190 Ft

A mindennapi életünkben használjuk a pozitív és a negatív számokat is. A lehető legtermészetesebb számunkra, hogy este a tévé időjárás-jelentésekor azt halljuk:

- az éjszakai várható hőmérséklet $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$,
- nappalra a levegő hőmérséklete $+8\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ra emelkedik.

Nem is gondolnánk, hogy a negatív számok bevezetésére, és főleg azok használatára milyen későn került sor a matematikában. Európában a gazdasági életben a hiány jelölésére az itáliai matematikusok használták először a negatív számokat a 12. században. Ők sem tudták elfogadni igazán ezeket a számokat, és ezért különleges elnevezéseket adtak nekik: az olasz Girolamo Cardano (ejtsd: dzsirolámó kárdánó; 1501–1576) „fiktív” (latin szó: hamis, kitalált), a német Michael Stifel (ejtsd: miháel stífl; 1487–1567) „abszurd” (latin szó: képtelen, értelmetlen) számoknak nevezte őket. Stifel 0-nál kisebb számként jelölte a negatív számokat. Például a (-2) -t úgy írta, hogy $0 - 2$.

Negatív számok

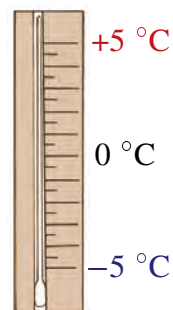
1. példa

A hőmérőn a víz fagyáspontját $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ -kal (olvasd: nulla celziusz fok), forráspontját pedig $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ -kal jelöljük. Anders Celsius (ejtsd: andersz celziusz; 1701–1744) készített ilyen beosztású hőmérőt, ezért ezt Celsius-skálájú hőmérőnek nevezzük. A $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ -nál alacsonyabb hőmérsékletet negatív mérőszámmal fejezzük ki.

A hőmérőn látható $+5\text{ }^{\circ}\text{C}$ és $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ **ellentétes mennyiségek**, vagy másképpen fogalmazva egymás „ellentettjei”.



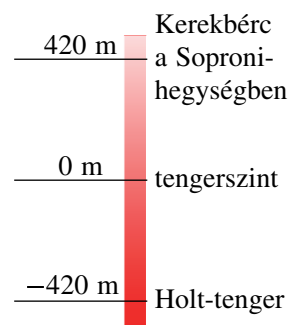
Nézz utána, hogy mióta használjuk a Celsius-skálájú hőmérőt!



2. példa

A tengerszint magasságát 0 m -nek tekintve az ennél magasabban lévő tereptárgyak mérőszáma pozitív, az ennél alacsonyabban lévőké pedig negatív.

A rajzon látható 420 m , azaz $+420\text{ m}$ és -420 m **ellentétes mennyiségek**.



3. példa

Anyagi helyzetünket jellemezhetjük a következőképpen:

„Van 50 euróm”. Ezt matematikai jelekkel így írhatjuk le: $+50$ euró.

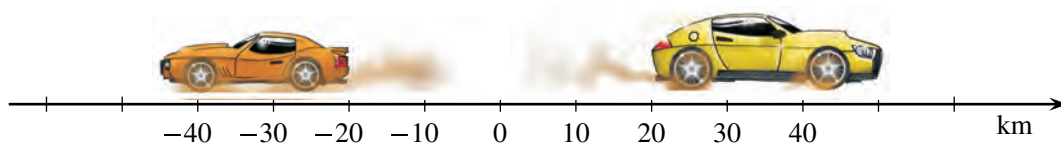
Tartozom a barátomnak 50 euróval, azaz 50 euró adósságom van, aminek matematikai leírása: -50 euró.

A $+50$ euró és a -50 euró **ellentétes mennyiségek**.



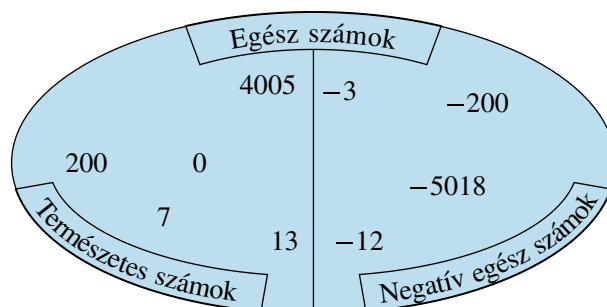
4. példa

Két autó egyszerre elindul a 0 kilométerköttől, és azonos sebességgel mennek ellenkező irányba. Mozgásukat tudjuk szemléltetni egy számegyenesen: fél óra alatt mindkét autó 20 km -t tett meg.

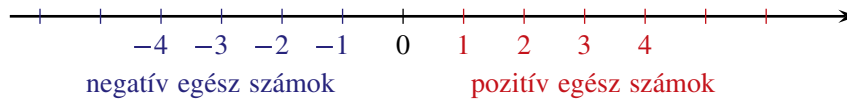


Az ellentétes irány jelölésére bevezetjük a $-$ jelet.

Azokat az egész számokat, amelyek kisebbek nullánál, **negatív egész számoknak** nevezzük.



Az egész számokat számegyenesen szemléltethetjük, ahol a 0 a viszonyítási pont, és a nyíl iránya a számok növekedésének irányát mutatja.



Tehát:

$\dots, -3, -2, -1$	negatív egész számok
$1, 2, 3, \dots$	pozitív egész számok
$0, 1, 2, 3, \dots$	természetes számok
$\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$	egész számok

A pozitív egész számokat kétféleképpen is írhatjuk: vagy eléjük tesszük a + jelet, vagy nem: $+5 = 5$.
A **- jel** (negatív előjel vagy mínuszjel) **az ellentétesre váltást** jelenti: -2 a $+2$ ellentettje, azaz egy negatív szám.

Mit jelent: $-(-2)$? Ez a (-2) negatív számnak az ellentettjét jelöli, amely $+2$.

Röviden: $-(-2) = +2$

Ha egy negatív szám ellentettjét keressük, akkor a negatív számot zárójelbe szoktuk tenni.

A pénzügytő persely még üres. Ezt úgy is mondhatjuk, hogy nincs sem pénzem, sem adósságom, azaz vagyoni helyzetem

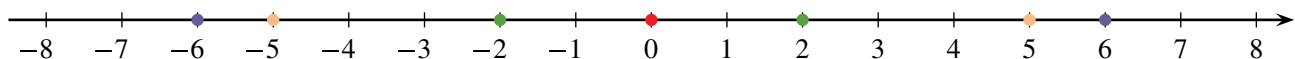
$$+0 \text{ Ft} = -0 \text{ Ft} = 0 \text{ Ft}.$$

A 0 az egyetlen olyan szám, amely egyenlő önmaga ellentettjével.



A számok abszolút értéke

A számegyenesen megjelöltünk néhány számot és azok ellentettjét is:



Ha a számegyeneset a 0 pontnál kettéhajtanánk, akkor az azonos színnel jelölt pontok (azaz a számokat és azok ellentettjeit ábrázoló pontok) éppen fednék egymást.

Egy számnak a 0 ponttól való távolságát a számegyenesen a szám **abszolút értékének** nevezzük.

Pozitív szám és a 0 abszolút értéke: maga az eredeti szám.

Negatív szám abszolút értéke: a szám ellentettje (ez egy pozitív szám).

Jelölése: $|\text{szám}|$

Például:	$+6$	abszolút értéke	6,	amelyet így jelölünk:	$ +6 = 6$
	-6	abszolút értéke	6,	amelyet így jelölünk:	$ -6 = 6$
	$+5$	abszolút értéke	5,	amelyet így jelölünk:	$ +5 = 5$
	-5	abszolút értéke	5,	amelyet így jelölünk:	$ -5 = 5$
	0	abszolút értéke	0,	amelyet így jelölünk:	$ 0 = 0$

Feladatok

1. Ábrázold számegyenesen a megadott számokat, és karikázd be közülük a legkisebbet kékkel, a legnagyobbat pedig pirossal!

a) (-5) , 4 , 0 , (-3) , 2 , 7 , 3

b) 10 , (-8) , 6 , 4 , (-6) , 2 , (-2)

c) (-25) , 15 , 0 , 30 , (-10) , (-15) , 20 , (-5)

2. A búvárkodás az 1930-as évektől kezdett elterjedni kedvtelési céllal Franciaország mediterrán partjainál. Készíts egy számegyenest, és jelöld rajta az egyes búvárok merülési mélységét a nevük kezdőbetűjével! Olvasd ki, hogy milyen szót kaptál!

Éva 7 m; Elemér 16 m; Laci 12 m; Zoli 5 m; Karcsi 8 m; Übü 4 m; Lilla 3 m; Sanyi 6 m és a kezdő Tibi a víz szintjén az úszást gyakorolja.



3. A felírt számok közül melyek

a) a negatív számok;

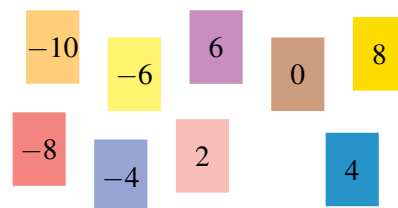
b) a természetes számok halmazába tartozók;

c) a saját ellentettjükkal együtt felsoroltak?

A felírt számok közül melyik

d) a legkisebb?

e) a legnagyobb?

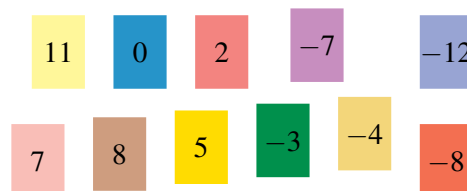


4. Válaszd ki a megadott számok közül azokat, amelyek

a) kisebbek (-3) -nál;

b) nagyobbak (-7) -nél;

c) nagyobbak (-7) -nél, de kisebbek (-3) -nál!



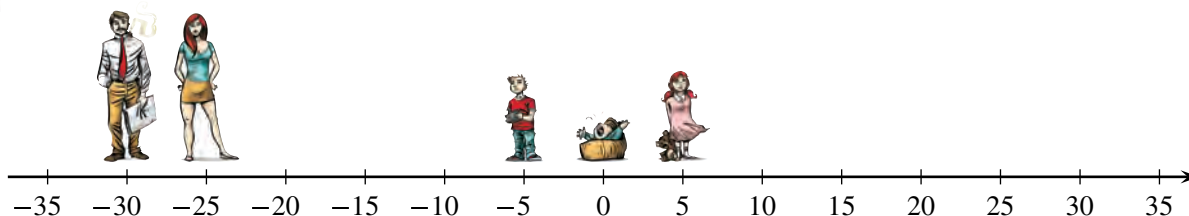
5. Ábrázold az előző feladat számait egy számegyenesen, és keress közöttük olyanokat, amelyek

a) egymástól 4 egységre;

b) a 0 -tól egyenlő távolságra;

c) a 2 -től egyenlő távolságra vannak a számegyenesen!

6. Zoli egy számegyenesen felrajzolta családtagjai születési adatait. Kiindulási pontnak azt vette, amikor ő született:



a) Hány évesek voltak Zoli szülei, amikor Zoli született?

b) Mennyivel fiatalabb Zoli édesanyja a férjénél?

- c) A kisfiú öccse vagy bátyja Zolinak? Mennyi köztük a korkülönbség?
 d) A kislány nővére vagy húga Zolinak? Mennyi köztük a korkülönbség?
 e) Ebben az évben Zoli 10 éves. Írd le, hogy most ki hány éves a családjában!

7. Készíts számegyenest, és rajzold rá, hogy hozzád képest ki mikor született a családban! Kiindulási pontnak vedd azt az időpontot, amikor te születted! A megrajzolt számegyenesedet add át a **padtársadnak**, aki mondjon el minél több információt ennek alapján a családról!

Játék: A játékot 2-4 fő játszhatja. Először készítesek számkártyákat (-8) -tól $(+8)$ -ig, és azokat lefordítva helyezték el a padotok közepén! Mindenki rajzoljon a füzetébe egymás mellé négy négyzetet! Az a cél, hogy a sorba felfordított számkártyákat a felfordítás után írjátok be a négyzetek valamelyikébe, hogy végül a beírt négy szám növekvő számsorrendben legyen. Sorban húztok, és a kihúzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe, majd ezt a számkártyát félre kell tenni. Ha a kihúzott számot nem tudod már elhelyezni, akkor várj a következő számra, hátha az már neked is jó lesz. Az a játékos győz, akinek először sikerült kitölteni a négyzeteit növekvő számsorrendben. Érdemes újra játszani a játékot, csak előtte gondosan keverjétek össze a számkártyákat! Jó szórakozást!

8. Rajzolj egy számegyenest, és jelöld be rajta azokat az egész számokat, amelyek

- a) (-5) -nél nagyobbak! b) (-5) -nél nagyobbak, de 2-nél kisebbek!
 c) 2-nél kisebbek! d) (-3) -nál nem kisebbek, de 3-nál kisebbek!

9. Rajzolj egy számegyenest, és jelöld be rajta a (-3) -at!

Melyek azok az egész számok, amelyek (-3) -tól

- a) 2 egységre vannak;
 b) nem több, mint 2 egységre vannak;
 c) nem kevesebb, mint 3, de 5-nél nem több egységre vannak?

10. Milyen egész számok írhatók a helyébe?

- a) $= (-2)$ b) $< (-2)$ c) $> (-3)$
 d) $\geq (-3)$ e) $(-8) < \text{input} < (-5)$ f) $(-8) \leq \text{input} < (-5)$
 g) $(-8) \leq \text{input} \leq (-5)$ h) $(-6) < \text{input} < (-4)$ i) $(-4) \leq \text{input} < 2$

11. A bolygók felszínének átlaghőmérséklete:

Merkúr	179 °C	Vénusz	470 °C
Föld	22 °C	Mars	(-63) °C
Jupiter	(-143) °C	Szaturnusz	(-145) °C
Uránusz	(-170) °C	Neptunusz	(-231) °C

A felszíni átlaghőmérséklet növekedésének sorrendjében írd le a bolygók nevét!

Szerinted melyik bolygón lehetne élni, és melyiken nem az átlaghőmérsékletek ismerete alapján?



12. Ábrázold számegyenesen pirossal a megadott számokat, és kékkel az ellentettjüket!

- a) 5 b) (-3) c) (-4) d) 0 e) 4 f) (-6)

13. Határozd meg azokat az egész számokat, amelyek

- a) ellentettje nagyobb 2-nél; b) ellentettje legfeljebb 4;
c) ellentettje 0 és 5 között van; d) ellentettje (-6) és (-3) között van!

14. Mivel egyenlő?

- a) $|+6|$ b) $|0|$ c) $|2003|$ d) $|-3|$ e) $|-50|$
f) $|-8|$ g) $|-3|$ h) $-|-3|$ i) $-|3|$ j) $-|50|$

15. Válogasd ki a számok közül a legkisebbet, a legnagyobbat, a legkisebb abszolút értékűt, illetve a legnagyobb abszolút értékűt!

- a) (-8) , 6, 4, (-4) , 0, 7, (-5) b) (-14) , 2, 14, 5, (-5) , 9, (-6)
c) (-120) , 20, 36, (-48) , 55, 128, (-72) d) (-12) , $|-12|$, $-(-3)$, -7 , $|14|$, 0, $-|5|$

16. Keresd meg a számegyenesen azokat az egész számokat, amelyek abszolút értéke

- a) 3; b) 3-nál kisebb; c) 3-nál nagyobb!

17. Melyik az az egész szám, amelynek abszolút értéke

- a) 2; b) 5; c) 0; d) -3 ; e) kisebb 2-nél; f) nagyobb 3-nál!

18. Melyek azok az egész számok, amelyek abszolút értéke

- a) kisebb 4-nél; b) nem nagyobb 4-nél; c) legfeljebb 2;
d) legalább 5; e) nagyobb 2-nél, de kisebb 5-nél?

19. Milyen egész számokat írhatunk a háromszögek helyére, hogy az egyes feladatokban igaz állításokat kapjunk?

- a) $|\triangle| = 2$ b) $|\triangle| < 2$ c) $|\triangle| = 3$ d) $|\triangle| = 0$
e) $|\triangle| = |-3|$ f) $|\triangle| = -|-4|$ g) $|\triangle| < 7$ h) $2 < |\triangle| < 5$

20. Milyen egész számokat írhatunk a négyzetek helyére, hogy az egyes feladatokban igaz állításokat kapjunk? Megoldásodat ábrázold számegyenesen!

- a) $|\square| = 1$ b) $|\square| = 5$ c) $|\square| = 3$
d) $|\square| = -2$ e) $1 \leq |\square| < 5$ f) $-2 < |\square| < 3$



21. Padtársaddal együtt készítsetek egy hőmérőt, és jelöljétek rajta a napok kezdőbetűivel a reggelenként mért hőmérsékletet! Melyik napon volt reggel a leghidegebb?

- a) Hétfőn reggel a hőmérő higanyszála 3 egységre állt a nulla alatt.
b) Kedden azon a számon állt a hőmérő higanyszála, melynek ha az ellentettjén állt volna, akkor is ugyanezt látjuk.
c) Szerdán $(-5)^\circ\text{C}$ -on állt a hőmérő higanyszála.
d) Csütörtökön reggel és délután az iskolából hazatértünkkor a higanyszál egyenlő távolságra volt a nullától, és napközben a hőmérséklet 8°C -ot emelkedett.
e) Pénteken az előző reggeli hőmérséklet fölött mértünk 2°C -kal.

22. Döntsd el, hogy a következő állítások közül melyik igaz, melyik hamis! Indokold meg a választ!

- a) Egy pozitív és egy negatív szám közül mindig a pozitív a nagyobb.
b) Van olyan szám, amelynek ellentettje és abszolút értéke megegyezik.

- c) Két pozitív szám közül a nagyobbak az abszolút értéke is nagyobb.
- d) Két negatív szám közül a nagyobbak az abszolút értéke is nagyobb.
- e) Egy pozitív és egy negatív szám közül mindig a nagyobb abszolút értékű a nagyobb.
- f) Pontosan egy olyan szám van, amely megegyezik önmaga ellentettjével.
- g) Pontosan egy olyan szám van, amely 2 egységre van a számegyenesen a saját abszolút értékétől.



23. Peti leírt egy papírra hat különböző egész számot. Mindegyik kisebb, mint +4, és mindegyiknek az ellentettje is ott van a papíron. Melyek ezek a számok?

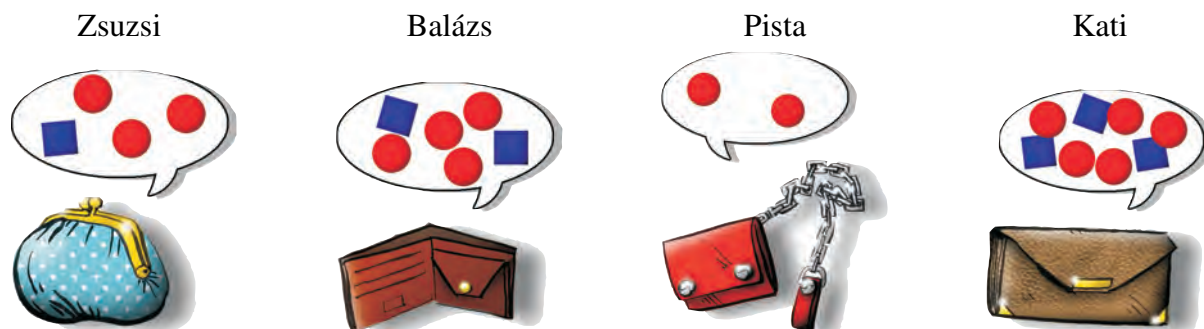
Egész számok összeadása és kivonása

Összeadás

A rajzokon a 1 készpénzt, a pedig 1 adósságot jelöl.

Az adósságcédulákat is betesszük a pénztárcába, hogy el ne feledkezzünk a törlesztésről.

Nézzük az alábbi tárcákat!



Tudjuk, hogy $1 \text{ készpénz} + 1 \text{ adósság} = 0$.

Ezért mind a négy gyerek pénztárcájában az adósságaik törlesztése után 2 készpénz van.

A matematika nyelvén: Zsuzsi: $(+3) + (-1) = +2$

Balázs: $(+4) + (-2) = +2$

Pista: $+2$

Kati: $(+5) + (-3) = +2$

Nézzünk még néhány összeadást a vagyoni helyzettel szemlélítve!

1. példa $(-3) + (+8)$

volt: (-3) vagyunk

hozzátettünk: $(+8)$ készpénzt

Mivel egy pár értéke 0, ezért a vagyunk: $+5$, azaz $(-3) + (+8) = +5$.

2. példa $(-7) + (+2)$

volt: (-7) vagyunk

hozzátettünk: $(+2)$ készpénzt

Most két 0 értékű párunk van, így megmaradt 5 adósságcédulánk, azaz $(-7) + (+2) = -5$.

3. példa $(-4) + (-3)$

volt: ■ ■ ■ ■ (-4) vagyunk

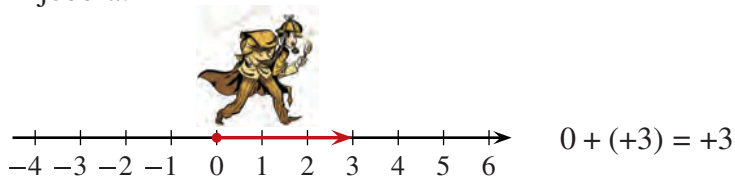
hozzátettünk: ■ ■ ■ 3 adósságcédulát

Összesen 7 adósságcédulánk van, azaz $(-4) + (-3) = -7$.

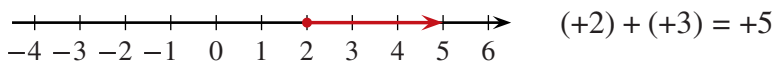
Az összeadást lehet számegyenesen is szemléltetni:

Pozitív szám hozzáadása a számegyenesen

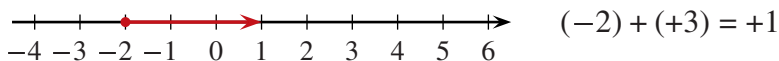
0-ból 3-at lépünk jobbra:



2-ből 3-at lépünk jobbra:



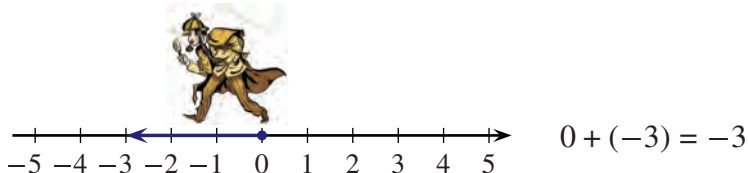
(-2) -ből 3-at lépünk jobbra:



A $(+3)$ hozzáadását a számegyenesen úgy ábrázolhatjuk, hogy az első tagból indítva egy jobbra mutató, 3 egység hosszúságú nyilat rajzolunk.

Negatív szám hozzáadása a számegyenesen

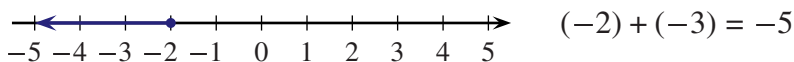
0-ból 3-at lépünk balra:



2-ből 3-at lépünk balra:



(-2) -ből 3-at lépünk balra:



A (-3) hozzáadását a számegyenesen úgy ábrázolhatjuk, hogy az első tagból indítva egy balra mutató, 3 egység hosszúságú nyilat rajzolunk.

4. példa

Ábrázoljuk számegyenesen a következő összeadásokat!

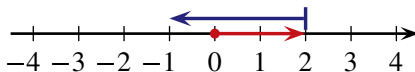
a) $(+2) + (-3)$

b) $(-2) + (-3)$

Megoldás

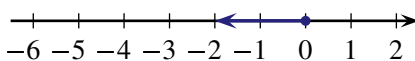
a) Elmegyünk a 0-ból a $(+2)$ -höz.

Innen a (-3) hozzáadásakor 3-at kell balra lépni (ezt a nyilat a számegyenes fölé rajzolhatjuk).

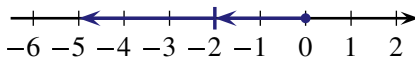


Tehát a (-1) -hez jutottunk: $(+2) + (-3) = -1$.

b) A (-2) azt jelenti, hogy a számegyenesen a 0-tól balra indulunk.



Innen kell balra 3-at lépni



Így a (-5) -höz jutottunk: $(-2) + (-3) = -5$.

Az egész számok összeadásának tulajdonságai

5. példa

$(+3) + (-2) = (-2) + (+3)$, hiszen a pénztárcánkban ugyanazok a pénzfajták találhatók, csak más sorrendben vesszük ki azokat.

Az összeadásnál a tagok sorrendje felcserélhető.

6. példa

$$a) (+3) + (+7) + (-4) = \underbrace{(+3) + (+7)}_{(+10)} + (-4) = +6$$

Az összeadásban a tagokat bizonyos esetekben célszerű csoportosítani.

$$b) (+5) + (-7) + (-3) = (+5) + \underbrace{[(-7) + (-3)]}_{(-10)} = (-5)$$

Az összeadásnál a tagok tetszőlegesen csoportosíthatók.

Kivonás

A kivonás elvételt, eltérést vagy különbséget jelent.

Nézzünk meg néhány kivonást a vagyoni helyzettel szemlélítve!

7. példa $(+6) - (+2)$

volt:  $(+6)$ vagyunkunk
 elveszünk belőle $(+2)$ -t, akkor  marad $(+4)$, azaz
 $(+6) - (+2) = +4$.

8. példa $(-6) - (-2)$

volt:  (-6) vagyunkunk
 elveszünk belőle (-2) -t, akkor  marad (-4) , azaz
 $(-6) - (-2) = -4$.

9. példa $(+6) - (-2)$

volt:  $(+6)$ vagyunk

Ebből nem lehet elvenni 2 adósságcédulát, hiszen csak készpénzünk van.

Egészítsük ki úgy a meglevő pénzünket, hogy abból már el tudjunk venni 2 adósságcédulát, de az eredeti pénzünk értéke ne változzon!

Vagyunkhoz hozzáteszünk két 0 értékű párt: 

Így is $(+6)$ -ot raktunk ki, csak más alakban:  $(+8)$
 (-2)

Ebből már el tudjuk venni a 2 adósságcédulát:  $(+8)$
 (-2)

marad: $+8$, azaz $(+6) - (-2) = +8$.

10. példa $(-6) - (+2)$

volt:  (-6) vagyunk

Ebből nem lehet elvenni 2 készpénzt, ezért kiegészítjük a pénzünket 0-t érő 2 párral.

Így is a (-6) -ot raktuk ki, csak más alakban:  (-8)
 $(+2)$

Ebből már el tudjuk venni a $(+2)$ -t:  (-8)
 $(+2)$

marad: (-8) , azaz $(-6) - (+2) = -8$.

Észrevehető:

Pozitív szám kivonásakor a kisebbítendőt csökkentjük:

$$(+8) - (+3) = +5 \quad \text{és} \quad +8 > +5,$$

$$(-8) - (+3) = -11 \quad \text{és} \quad -8 > -11.$$

Negatív szám kivonásakor a kisebbítendőt növeljük:

$$(-8) - (-3) = -5 \quad \text{és} \quad -8 < -5,$$

$$(+8) - (-3) = +11 \quad \text{és} \quad +8 < +11.$$

A növekedés a negatív szám ellentettjének a hozzáadását jelenti.

A kivonásnál a tagok sorrendjét nem lehet felcserélni. Ezt már a természetes számoknál megtanultuk ($8 - 3 \neq 3 - 8$).

A zárójel nélküli írásmód

Megállapodhatunk abban, hogy a negatív számok előjelét jelöljük $-$ jellel, míg a pozitív számok $+$ előjelét nem írjuk ki.

Például: -5 -3 $-|4|$ negatív számokat,
 5 3 $|4|$ pozitív számokat jelöl.

Megállapodhatunk abban is, hogy egy műveletsor első zárójelét nem írjuk ki.

Például:

$$(+4) + (+7) = +4 + (+7) = 4 + 7 = 11 \quad (-4) + (+7) = -4 + (+7) = -4 + 7 = +3 = 3$$

Itt a negatív előjel természetesen szükséges a 4-es szám előtt!

$$(+5) - (+3) = +5 - (+3) = 5 - 3 = 2 \quad (+5) - (-3) = +5 - (-3) = 5 - (-3) = 8$$

Pozitív szám kivonásakor a pozitív előjel elhagyható, míg a negatív számok kivonásakor a negatív előjel nem hagyható el.

Feladatok

1. Írd le a matematika nyelvén a feladatokat, és számold ki, hogy kinek mennyi vagyona lesz! (Használd készpénz- és adósságcédulákat!)

- a) Aladár vagyona +5, és kap +6 készpénzt az édesapjától.
- b) Balázs vagyona +4, és kap +12 készpénzt.
- c) Cili vagyona -8, és kap +4 készpénzt.
- d) Dénes vagyona -6, és kap +9 készpénzt.
- e) Emese vagyona +10, és szerez 5 adósságcédulát.
- f) Feri vagyona -7, és szerez 3 adósságcédulát.

2. Írd le a matematika nyelvén a feladatokat, és számold ki, hogy mennyi lesz a hőmérséklet!

- a) Most fagypont felett 8 °C van, és az idő melegszik 4 °C-ot.
- b) Most fagypont felett 10 °C van, és az idő melegszik 3 °C-ot.
- c) Most fagypont felett 6 °C van, és az idő hűl 4 °C-ot.
- d) Most fagypont felett 10 °C van, és az idő hűl 12 °C-ot.
- e) Most fagypont alatt 1 °C van, és az idő melegszik 5 °C-ot.
- f) Most fagypont alatt 4 °C van, és az idő melegszik 8 °C-ot.
- g) Most fagypont alatt 3 °C van, és az idő hűl 2 °C-ot.
- h) Most fagypont alatt 2 °C van, és az idő hűl 6 °C-ot.

3. A téli szünetben Bálint egy héten át megmérte a déli és az esti hőmérsékletet, mérési eredményeit láthatod a táblázatban:

	Hétfő	Kedd	Szerda	Csütörtök	Péntek	Szombat	Vasárnap
Délben	+6	0	+3	+7	-2		+1
Este	-5	-7	-2	-1	-3	-4	-5

- a) Melyik volt a legmelegebb este?
- b) Melyik volt a leghidegebb este?
- c) Mennyit hűlt le szerdán a hőmérséklet?
- d) Mennyit emelkedett szerda estétől csütörtök délig a hőmérséklet?
- e) Bálint elfelejtette szombaton délben beírni a mért hőmérsékletet, de arra emlékezett, hogy a szombati és a vasárnapi hőingadozás egyenlő volt. Melyik szám hiányzik a táblázatból?

- 4.** Írj szöveget a füzetedbe az összeadásokhoz!
- a) $+3 + (+5) + (-2)$ b) $(-8) + (-3)$ c) $+2 + (-3) + 8$
- 5.** Végezd el az összeadást, és írd szöveget az első sorban lévő feladatokhoz a vagyoni helyzetedről!
- a) $(+5) + (+7)$ b) $(+9) + (-3)$ c) $(-6) + (-4)$
 $(+3) + (-7)$ $(+7) + (+2)$ $(-7) + (+4)$
 $(-4) + (+5)$ $(-3) + 0$ $(-9) + (-2)$
 $(-4) + (-2)$ $(-3) + (-4)$ $(-5) + (+5)$
- 6.** Végezd el az összeadást, és írd szöveget az első sorban lévő feladatokhoz a hőmérséklet-változásra vonatkozóan!
- a) $(+2) + (+4)$ b) $(+2) - (+4)$ c) $(-2) + (+4)$
 $(-6) - (-2)$ $0 - (-5)$ $(-8) + (-1)$
 $(-12) - 0$ $(-7) + (+7)$ $(-13) + (+3)$
- 7.** Végezd el a műveleteket, és mindegyik részfeladatból a legelsőt szemléltesd számegegyenesen is!
- a) $(+12) + (-8)$ b) $|-13| + (-13)$ c) $+23 + (-18)$
 $(+12) + |-8|$ $(-9) + (-21)$ $+23 + |-18|$
 $(-12) + (-8)$ $|-9| + |-21|$ $-23 + (-18)$
 $|+12| + (-8)$ $(+42) + (-21)$ $|-23| + (-18)$
- 8.** $+6 + ? =$ Melyik számot kell hozzáadni a $(+6)$ -hoz, hogy eredményül
- a) $(+12)$ -t kapjunk; b) 0 -t kapjunk; c) (-3) -at kapjunk;
d) $(+14)$ -et kapjunk; e) (-9) ellentettjét kapjuk; f) $-|-6|$ -ot kapjunk;
g) a legnagyobb kétjegyű számot kapjuk;
h) a legnagyobb negatív egész számot kapjuk;
i) a legkisebb természetes számot kapjuk?
- 9.** $(-3) + ? =$ Melyik számot kell hozzáadni a (-3) -hoz, hogy eredményül
- a) 0 -t kapjunk; b) $(+3)$ -at kapjunk; c) (-4) -et kapjunk;
d) $(+12)$ -t kapjunk; e) (-5) abszolút értékét kapjuk; f) önmagát kapjuk;
g) a legkisebb kétjegyű számot kapjuk;
h) a legkisebb pozitív kétjegyű szám felét kapjuk?
- 10.** Írd le a matematika nyelvén a feladatokat, és számold ki, hogy kinek mennyi vagyona lesz! (Használj készpénz- és adósságcédulákat!)
- a) Alajos vagyona $(+8)$, és elköltött $(+6)$ -ot.
b) Bea vagyona $(+4)$, és elköltött $(+6)$ -ot.
c) Csaba vagyona (-3) , és elköltött $(+6)$ -ot.
d) Dóra vagyona (-5) , és édesapja elvett tőle 3 adósságcédulát.
e) Elemér vagyona (-7) , és édesanyja átvállalt tőle 5 adósságcédulát.

18. Végezd el a kijelölt műveleteket!

a) $(+8) + (+12) - (+7)$

b) $(-8) + (-12) + (-7)$

c) $(+8) - (+12) - (-7)$

d) $|-4| - |-8|$

e) $-|-4| - |-8|$

f) $|(-4) - (-8)|$

19. Végezd el a kijelölt műveleteket!

a) $+17 + (+5) - (+7)$

b) $(-12) - (-3) + (+8)$

c) $(-4) + |-8| - (-3)$

d) $|-23 - (-12)|$

e) $|-23| - |-12|$

f) $(-8) + (-9) - (+9) - (+12)$

20. Két tengeralattjáró egy adott pillanatban pontosan egymás fölött helyezkedik el. Az egyik a hajónaplójába ezt jegyezte fel: „pontosan (-54) méter mélyen vagyunk, és tőlünk 25 m-rel mélyebben egy másik tengeralattjárót észleltünk”. Melyik művelet sor határozza meg a másik hajó mélységét, és mennyi az?

A: $(-54) + 25$

B: $(-25) - (-54)$

C: $(-54) - (-25)$

D: $(-25) + (-54)$



21. a) Gondoltam egy számot, hozzáadtam $(+6)$ -ot, elvettem belőle (-3) -at, kivontam belőle (-7) -et, elvettem belőle $(+5)$ -öt, és az eredmény $(+1)$ lett. Melyik számra gondoltam?

b) Készíts hasonló szöveges feladatot a **padtársadnak!**

22. Egy kétjegyű számból kivontam egy háromjegyű számot, és eredményül (-1) -et kaptam. Melyik két számot vontam ki egymásból?

23. Egy kétjegyű számból kivontam egy háromjegyű számot, és eredményül (-2) -t kaptam. Melyik két számot vontam ki egymásból?

24. Egy család folyószámla-egyenlegének havi pénzforgalma:

Nyitóegyenleg 2020. 01. 26-án:	245 000 Ft
Készpénzfelvétel bankautomatából:	-118 500 Ft
Munkabér-átutalás 2020. 02. 02.:	185 900 Ft
Hiteltörlesztés 2020. 02. 25.:	-97 600 Ft

a) Mennyi pénz maradt a számlán, ha a nyitóegyenlegből azonnal felvették a havi szükséges készpénzmennyiséget, és egyéb tranzakció nem történt?

A: 125 500

B: 127 500

C: 126 500

D: 128 500

E: egyik sem

b) Mekkora a család záróegyenlege 2020. 02. 26-án?

A: 204 800

B: 241 800

C: 194 800

D: 214 800

E: egyik sem

25. Gondoltam egy számra, az ellentettjét vettem, hozzáadtam 12-t, elvettem belőle (-3) -at, s így éppen a legkisebb pozitív kétjegyű számot kaptam.

Melyik volt az eredeti szám?

26. Két egész szám összege 1. Ha a nagyobból kivonjuk a kisebbet, akkor 11-et kapunk. Melyik ez a két szám?

27. Egy kocka minden csúcsára (-1) -et írunk. Minden élére az él két végpontjában álló szám összege kerül. Minden lapjára pedig a lapokat határoló éleken álló számok összege kerül. Mennyi a lapokon lévő számok összege?

Egész számok szorzása és osztása természetes számmal

1. példa

Egy üzemi étkezdében a napi 3 fogásos bőséges ebéd 6 euróba kerül, melyet a dolgozók utólag fizethetnek ki. Elek a hét öt munkanapján itt étkezik, és kéthetente, a fizetése kézhezvétele után törleszti adósságát.

Mennyit kell törlesztenie?



Megoldás

A napi tartozást (-6) euróval tudjuk leírni.

Az étkezde üzemeltetője napról napra feljegyzi az egyes dolgozók tartozását, így a gépi Excel-táblázatban Elek neve mellé ezt írta:

$$(-6) + (-6) + (-6) + (-6) + (-6) + (-6) + (-6) + (-6) + (-6) + (-6) = -60$$

Ezt rövidebben így is leírhatjuk: $(-6) \cdot 10 = -60$.

A tartozás tehát a második hét végére 60 euró lesz.

Tudjuk, hogy a szorzást osztással lehet ellenőrizni, ezért: $(-60) : 10 = (-6)$.

Egy negatív egész számot természetes számmal osztva a hányados negatív szám lett.

2. példa

Nézzünk még néhány szorzást és osztást természetes számmal!

a) $(-3) \cdot 12 = -36$, mert ez azt jelenti, hogy a (-3) -at 12-szer adjuk össze.

$(-4) \cdot 5 = -20$, mert ez azt jelenti, hogy a (-4) -et 5-ször adjuk össze.

$(-5) \cdot 8 = -40$, mert ez azt jelenti, hogy a (-5) -öt 8-szor adjuk össze.

$(-1) \cdot 4 = -4$, mert ez azt jelenti, hogy a (-1) -et 4-szer adjuk össze.

$(-2) \cdot 0 = 0$, mert megállapodás szerint minden szám 0-szorosa 0-val egyenlő.

b) $(-14) : 7 = -2$, mert $(-2) \cdot 7 = -14$.

$(-5) : 5 = -1$, mert $(-1) \cdot 5 = -5$.

$(-30) : 6 = -5$, mert $(-5) \cdot 6 = -30$.

$0 : 9 = 0$, mert $0 \cdot 9 = 0$.

$(-7) : 0$ értelmetlen, mert nincs olyan egész szám, amelyet 0-val megszorozva visszakaphatnánk a (-7) -et.

Feladatok

1. Írd fel szorzat alakban, és számold is ki!

a) $(-2) + (-2) + (-2) + (-2)$

b) $(-1) + (-1) + (-1) + (-1) + (-1)$

c) $(-7) + (-7) + (-7)$

d) $(-3) + (-3) + (-3)$

2. Ügyes kerekítéssel becsüld meg a feladatok eredményét, majd végezd el a kijelölt műveleteket!

a) $(-8) \cdot 2$

b) $(-13) \cdot 24$

c) $(-273) \cdot 102$

$(-12) \cdot 5$

$(-26) \cdot 12$

$(-314) \cdot 53$

$(-23) \cdot 4$

$(-39) \cdot 8$

$(-57) \cdot 49$

3. Írj szöveges feladatot a **padtársadnak** az alábbi műveletsorhoz:

a) $(-5) + (-5) + (-5) + (-5)$

b) $(-12) \cdot 4$

4. Ügyes kerekítéssel becsüld meg a feladatok eredményét, majd végezd el a kijelölt műveleteket!

a) $(-12) : 4$

b) $(-408) : 12$

c) $(-391) : 23$

$(-36) : 9$

$(-204) : 12$

$(-2553) : 111$

$(-48) : 8$

$(-204) : 6$

$(-5628) : 402$

5. Ügyes kerekítéssel becsüld meg a feladatok eredményét, majd végezd el a kijelölt műveleteket!

a) $(-16) \cdot 3$

b) $(-24) \cdot 6$

c) $(-238) \cdot 7$

$(-16) \cdot 0$

$(-24) : 6$

$(-238) : 7$

$(-16) : 4$

$(-24) : 12$

$(-238) : 14$

6. $? \cdot 6 =$ Melyik egész számot szoroztam meg 6-tal, ha a szorzat -24 ?

A: 4

B: 6

C: -4

D: 12

E: egyik sem

7. $? : 8 =$ Melyik egész számot osztottam el 8-cal, ha a hányados

a) -16 ;

b) -1 ;

c) 0 ;

d) (-4) -nél nagyobb;

e) (-2) -nél kisebb;

f) -2 és -4 között van?

8. Milyen kérdéseket rejtenek az alábbi egyenlőségek? Oldd meg azokat az egész számok halmozán!

a) $\triangle \cdot 3 = -6$

b) $\triangle : 4 = -7$

c) $\triangle \cdot 12 = 0$

d) $\triangle : 7 = 0$

e) $(\triangle + 3) \cdot 5 = -10$

f) $\triangle + 3 \cdot 5 = -10$

g) $|\triangle| \cdot 2 = +8$

h) $|\triangle| : 4 = -2$

i) $\triangle \cdot 4 + 2 = -6$

j) $\triangle : 5 + 3 = 0$

k) $\triangle \cdot 0 + 4 = 4$

l) $\triangle : 0 - 8 = -3$

9. Számold ki!

a) $(-2) \cdot 5 + 12$

b) $(-3) \cdot 0 + (+6) : (+2)$

c) $15 + (-12) : 3$

10. Jelöld számegyenesen az egyes feladatoknak megfelelő számokat!

A $(-8) \cdot 2 + (+15)$	B $(+9) \cdot 0 \cdot (+3)$	C $(-9) + (+15) - (-3)$
D $(-5) \cdot 4 : (+2)$	E $(+12) - (-3) \cdot (+4)$	F $(-1) + (-3) \cdot (+3)$

11. Rendezd növekvő sorrendbe az adott számokat!

$$A = (-4) \cdot 4 + (-3)$$

$$B = (-121) : 11 + 13 \cdot 2$$

$$C = 32 + (-12) \cdot 5 - (-28)$$

$$D = 14 + (-14) : 7 + (-5)$$

12. Rendezd csökkenő sorrendbe az adott számokat!

$$A = 5 + (-12) : 6 + (-14) : 2$$

$$B = (-2) + (-2) \cdot 3$$

$$C = (-2 - 2) \cdot 3$$

$$D = (-24) : 6 + (100 - 4) : 8$$

13. Mit írhatunk a $\triangle$ helyére, hogy igaz állításokat kapjunk?

$$a) \triangle + 4 = 7$$

$$b) \triangle + 4 \cdot 3 = 7$$

$$c) (\triangle + 3) \cdot 6 = -18$$

$$d) \triangle + (-24) : 3 = 4$$

$$e) |\triangle| + 4 = 7$$

$$f) |\triangle + 4 \cdot 3| = 7$$

14. Írd fel a sorozatok első hat elemét! A sorozatok elemei közül karikázd be a legnagyobb abszolút értékű tagot!

a) A sorozat első eleme (-2) , és minden további elem az előző kétszerese.

b) A sorozat első eleme (-3) , és minden további elem az előző kétszeresénél eggyel kisebb szám.

c) A sorozat elemeit úgy képeztük, hogy a megelőző elemnek vettük a háromszorosát. A sorozat harmadik eleme a (-27) .

d) Írj hasonló feladatot a **padtársadnak**!

Projektfeladat

2–4 fős csoportban készítsetek egy posztert, amelyen különböző előjelű magasságokat tudtok szemléltetni! Például: híres magas épületek és föld alatti létesítmények (sóbánya, kazamata...) fotóit tegyétek fel egy kartonlapra, és írjátok rá az egyes magasságokat előjeles számokkal. Írjatok néhány kérdést is, amelyeket a poszter bemutatása után feltesztek osztálytársaitoknak!



Tudáspróba

1. Jelöld meg az adott számok helyét a számegyenesen!

$$a = 3 \quad b = 3 \text{ ellentettje} \quad c = -4 \quad d = |-4| \quad e = -|-5|$$

$$f = -7 \text{ ellentettje} \quad g = -2 \text{ abszolút értékénél 3-mal nagyobb}$$

2. Számítsd ki a következő összegeket és különbségeket!

$$\begin{array}{ll} a) (-8) + (-12) & b) (+10) - (-6) \\ c) (-14) - (+3) & d) 21 + (-8) \\ e) (-17) + (+24) + (-43) & f) 128 + (-43) - 228 \end{array}$$

3. Rendezd növekvő sorrendbe az adott számokat!

$$\begin{array}{ll} A = (-2) \cdot 3 + (-18) & B = (-72) : 12 - 9 \\ C = 44 + (-13) \cdot 5 & D = (-38) + (5 - 3) \cdot 4 \end{array}$$

4. Milyen egész számok teszik igazzá az alábbi állításokat?

$$\begin{array}{lll} a) \square - 2 = -2 & b) 12 \cdot 3 + \square = 30 & c) (-8) \cdot 4 - \square = 8 \\ d) (\square - 4) \cdot (-3) = 24 & e) \square + (-25) : 5 = -6 & f) |\square| + 3 = 8 \end{array}$$

5. Döntsd el, hogy melyik állítás igaz, és melyik hamis!

Válaszodat indokold!

- Minden szám nagyobb az ellentettjénél.
- Az összeg nő, ha valamelyik összeadandóhoz hozzáadunk egy egész számot.
- Egy hányados akkor 0, ha az osztó 0.
- Van olyan egész szám, amelynek háromszorosa 0.

6. A népszerű Zrínyi Ilona matematikaversenyen 25 kérdésre kell válaszolniuk az ötödikeseknek. A pontozás a következő:

$$\text{Pontszám} = 25 + 4 \cdot H - R.$$

H a helyes válaszok, R a rossz válaszok száma, és a meg nem oldott feladatokért 0 pont jár. Öt barátnő indult a versenyen. Mennyi lett a legeredményesebb és a legkevésbé sikeres versenyző pontszámának a különbsége, ha

- Anna 18 feladatot helyesen megoldott, és 5-öt elrontott;
- Bea 19 feladatot helyesen megoldott, és 6-ot elrontott;
- Csilla 16 feladatot helyesen megoldott, nem válaszolt 7 feladatra, a többi elrontotta;
- Dia 3-at rontott, és 20-at jól megoldott;
- Eszti minden kérdésre válaszolt, és a helyes megfejtéseinek száma 17-tel több, mint a hibásaké?

A: 12 **B:** 14 **C:** 15 **D:** 18 **E:** egyik sem

Helymeghatározás

Helymeghatározás, derékszögű koordináta-rendszer

Ptolemaiosz, a Kr. u. 150 körül élt görög tudós, *Geographiké hüphégészisz* (Geográfiai útmutató) című művében leírta egy világtérkép szerkesztésére vonatkozó módszerét.

A Föld egy pontjának helyét lényegében a mai földrajzi hosszúságnak és szélességnek megfelelő adatokkal határozta meg.



Itália térképe (1482) Ptolemaiosz nyomán

A postásnak pontosan tudnia kell a címzett lakhelyét, hogy a leveleket jó helyre kézbesítse.

Egy színház-, mozi- vagy hangversenyjegyen pontosan fel kell tüntetni, hogy hová ülhet le a jegy tulajdonosa.



A sakkozók lépéseit az újságokban, könyvekben gondosan elemzik. Ehhez a bábuk helyét pontosan meghatározzák a sakktáblán egy erre alkalmas módszerrel.

A fenti példák is mutatják a helymeghatározás fontosságát a mindennapi életünkben. Ebben a fejezetben a tájékozódással, helymeghatározással foglalkozunk.



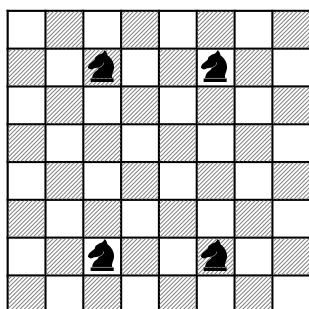
Helymeghatározás a mindennapi környezetünkben

Az osztályban minden gyerek pontosan tudja a helyét: „Az ablak melletti oszlopban, előlről a második széken ülök” – mondta el Évi édesanyjának, amikor első nap hazament az iskolából.



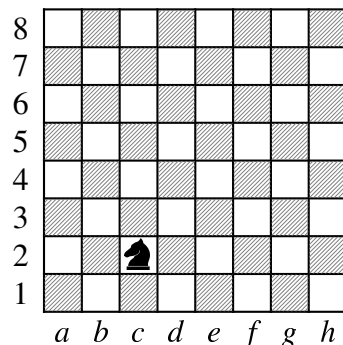


Az autósok a térképen könnyen kiigazodhatnak: a névmutatóban megkeresik annak a városnak, községnek vagy falunak a nevét, ahová utazni szeretnének. A név mellett például ezt látják: 23 B1. Ez azt jelenti, hogy a 23-as térképoldalon a B jelű oszlop 1-es mezőjében van a keresett helység.



Tegyük a sakktáblán a huszárt a 3. oszlop 2. mezőjére!

Ezt az utasítást addig nem tudjuk pontosan végrehajtani, amíg meg nem állapodunk abban, hogy melyik oldalról számozzuk az oszlopokat és a sorokat. Látható, hogy a fenti utasításnak 4 mező is megfelel a sakktáblán.

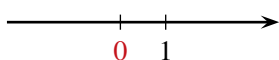


A rajzon látható jelölés után egyértelmű az utasításunk: a huszárral lépünk a c2 mezőre!



Keress híres magyar sakkozókat az interneten!

Tájékozódás az egyenesen: a számegyenes



Az egyenesen való tájékozódáskor kijelöltünk egy viszonyítási pontot: ezt neveztük az **origónak**. Megadtuk az egységet, valamint kijelöltük a számok növekedési irányát. Az ilyen egyenes neve **számegyenes**.

A számegyenesen jól tudjuk szemléltetni a számok helyét.

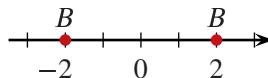
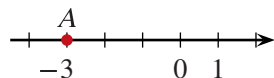
Például:

$$A = -3$$

$$|B| = 2$$

$$C < 4$$

$$D \geq -3$$



Tájékozódás a síkon: a derékszögű koordináta-rendszer

A sakktáblán vagy a térképen való tájékozódáskor már megtapasztaltuk, hogy a síkon való tájékozódáshoz két adatot kell megadni.

A sík pontjainak helyét meghatározhatjuk, ha két egymásra merőleges számegyeneset a 0 pontjainál illesztünk össze.

A két számegyenes neve: **x tengely**
y tengely

A tengelyek közös pontja az **origó** vagy **kezdőpont**.

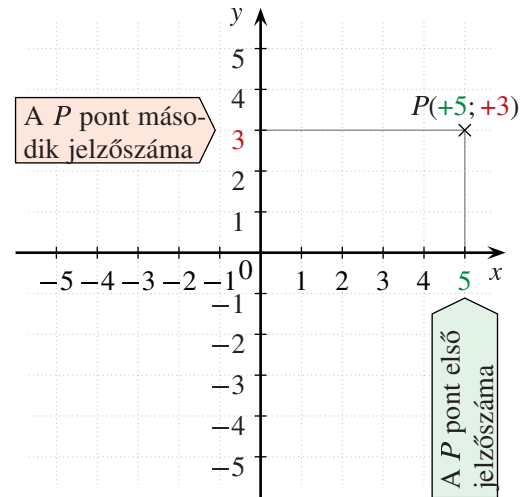
Ha egy pontból merőlegest húzunk az x tengelyre, akkor leolvashatjuk az első jelzőszámát, ha pedig az y tengelyre állítunk merőlegest, akkor a második jelzőszámát tudjuk leolvasni.

Minden pontnak két jelzőszáma van, sorrendjüket nem szabad fölcserélni.

Az ábrán az első jelzőszám: **+5**, röviden **5**

a második jelzőszám: **+3**, röviden **3**

$P(+5; +3)$ vagy $P(5; 3)$



A jelzőszámokat **koordinátáknak** (latin eredetű szó) szokták nevezni. A koordinátákat zárójelbe tesszük, és ; -vel (pontosvesszővel) választjuk el egymástól. A pont koordinátái rendezett számpárt alkotnak, azaz a sorrendjük nem cserélhető fel.



Nézz utána, mióta használják a matematikában a derékszögű koordináta-rendszert, és ki vezette be azt!

Különböző pontokhoz különböző rendezett számpárok tartoznak:

A pont első jelzőszáma +1, a második +4.

Jelölése: $A(1; 4)$.

B pont első jelzőszáma +4, a második +1.

Jelölése: $B(4; 1)$.

C pont első jelzőszáma +2, a második -3.

Jelölése: $C(2; -3)$.

D pont első jelzőszáma -3, a második -3.

Jelölése: $D(-3; -3)$.

E pont első jelzőszáma -5, a második +1.

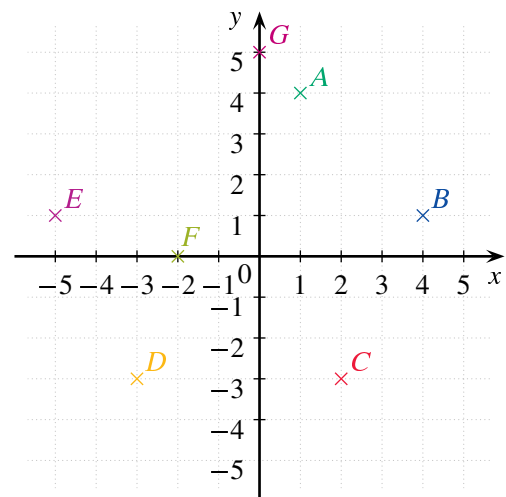
Jelölése: $E(-5; 1)$.

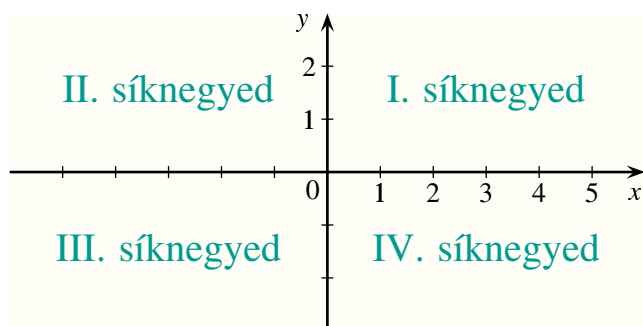
F pont első jelzőszáma -2, a második 0.

Jelölése: $F(-2; 0)$.

G pont első jelzőszáma 0, a második 5.

Jelölése: $G(0; 5)$.





A derékszögű koordináta-rendszer a síkot 4 egybevágó síkrészre osztja. Ezeket síknegyedeknek nevezzük. A tengelyek pontjai megállapodás szerint egyik síknegyedhez sem tartoznak.

A síknegyedeket római számmal szoktuk jelölni.

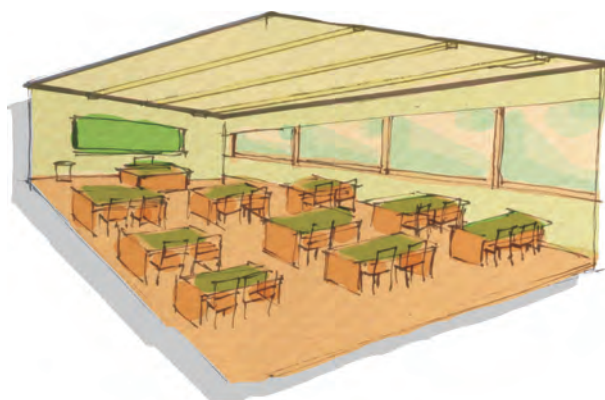
Például a III. síknegyed pontjainak mindkét jelzőszáma negatív.

Feladatok

1. Tájékozódjatok az osztálytermetekben!

Számozzátok meg az oszlopokat és a sorokat! Így minden ülőhelyhez egy rendezett számpár tartozik: (2. oszlop; 3. szék) vagy röviden (2; 3).

- Írd le, hol ülsz!
- Mely helyeken hiányoznak ma az osztályotokból?
- Ki ül a (2; 3) helyen?
- Írd le a szemüveges tanulók jelzőszámait!
- Írd le a 4. sorban ülő fiúk jelzőszámait!
- Írd le a 3. oszlopban ülő lányok jelzőszámait!



2. Címezz meg egy borítékot valamelyik rokonodnak, barátodnak!

3. Tervezz egy 3 előadásból álló hangversenybérletet!

4. Ábrázold a következő pontokat derékszögű koordináta-rendszerben!

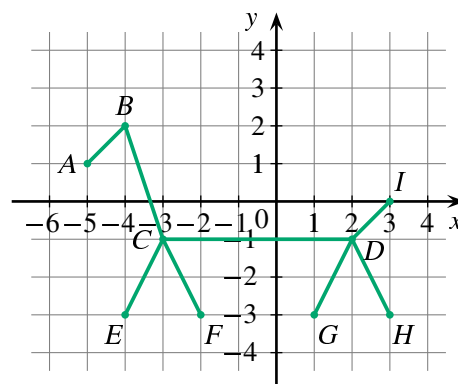
- | | | | |
|--------------|------------|-------------|-------------|
| a) $A(4; 3)$ | $B(-2; 5)$ | $C(-3; -4)$ | $D(0; -3)$ |
| b) $A(5; 2)$ | $B(3; -2)$ | $C(5; 0)$ | $D(-3; -4)$ |

5. a) Írd le a koordináta-rendszerben látható pontok jelzőszámait!

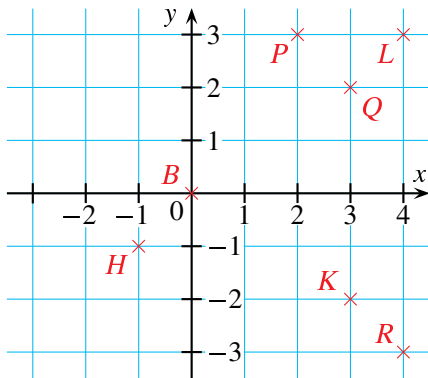
- b) Vegyél el a pontok első jelzőszámából 2-t, a második jelzőszámot ne változtasd meg! Írd le az új pontok jelzőszámait!

Rajzold le az új ábrát pirossal!

- c) Ne változtasd meg az eredeti pontok első jelzőszámait, viszont a második jelzőszámoknak vedd az ellenettettjét! Írd le az új pontok jelzőszámait!
- Rajzold le kékkel az új ábrát!



6. Az 5. a osztály osztálykiránduláson elment egy kalandparkba, ahol a gyerekek egy koordináta-rendszeren elkészített térképet kaptak a pénztárnál az egyes létesítmények helyéről.



Jelmagyarázat:

B: bejárat;

L: lengés kötél, mint Tarzan;

R: rönkmászás;

H: hídon való átkelés;

P és Q között kötél, mint karabineres biztosítással;

K: kilátó

- Írd le az egyes helyek koordinátáit!
- Padtársadnak** koordinátákkal add meg azt a 3 helyet, ahová legszívesebben mennél, és ő fejtse meg, hogy mik ezek!
- Tervezz még 3, számodra érdekes kalandparki állomást a térképre, és társad jelölje be azokat a te elmondásod alapján a saját térképére!

7. Jelölj ki a koordináta-rendszerben 5 pontot

- az x tengelyen,
- az y tengely negatív felén!

Mi a közös jellemzője a kijelölt pontok koordinátáinak?

8. Rajzold le a koordináta-rendszerbe az alábbi pontokat!

$A(-2; 3)$, $B(4; 2)$, $C(0; 3)$, $D(-1; -1)$, $E(-1; 4)$, $F(5; 0)$, $G(-3; -3)$, $H(2; 4)$, $I(3; -3)$, $J(0; 0)$

- Válaszd ki közülük a II. síknegyedbe esőket (pirossal rajzolj)!
- Válaszd ki közülük a III. síknegyedbe esőket (kékkel rajzolj)!
- Válaszd ki azokat a pontokat, amelyek a fentiek közül egyik síknegyedbe sem esnek (zölddel rajzolj)!

9. Rajzold le az összes olyan pontot, amelynek első jelzőszáma a -3 , 0 , 3 számok valamelyike, második jelzőszáma pedig a -5 vagy az 5 !

10. Rajzold le az összes olyan pontot, amelyekre teljesül, hogy

- első jelzőszáma 3 , második jelzőszámának abszolút értéke 4 ;
- első jelzőszámának ellentettje 3 , második jelzőszámának abszolút értéke 2 ;
- első jelzőszámának abszolút értéke 0 , második jelzőszámának abszolút értéke 5 !

11. Ábrázold derékszögű koordináta-rendszerben az $A(-5; 2)$, $B(-5; -3)$, $C(4; -3)$ és $D(4; 2)$ pontokat, és kösd össze őket a megadott sorrendben! Milyen négyszöget kaptál?

a) Vedd a csúcok első jelzőszámának az ellentettjét, a második jelzőszámot ne változtasd! Ábrázold a pontokat, és rajzold meg pirossal az új négyszöget!

b) Most az eredeti pontok második jelzőszámának az ellentettjét vedd, és az elsőket ne változtasd! Ábrázold a pontokat, és rajzold meg késsel az új négyszöget!

12. Derékszögű koordináta-rendszerben keresd meg a D pontot úgy, hogy az $A(4; 2)$, $B(-3; 2)$ és $C(-3; -3)$ pontokkal együtt egy téglalap csúcspontjai legyenek!

13. Rajzold le a füzetedbe az alábbi pontokat, és kösd is össze őket! (A G -t is kösd össze A -val!)
 $A(-4; 2)$ $B(-2; -1)$ $C(2; -1)$ $D(4; 2)$ $E(3; 2)$ $F(0; 6)$ és $G(-3; 2)$
 Milyen alakzatot kaptál?

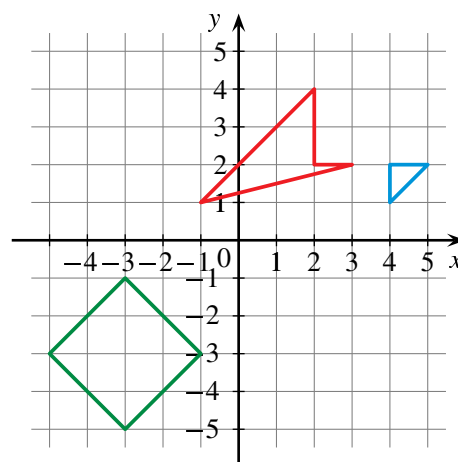
a) A pontok első jelzőszámához adj (-3) -at, a második jelzőszámot ne változtasd! Mi történik az eredeti ábrával? Rajzolj!

b) Ismét az eredeti pontokhoz térj vissza! Az első jelzőszámból vegyél el 3-at, a másodikhoz adj hozzá 3-at! Mi történik az eredeti ábrával? Adj olyan utasítást, amelyik az (a) rajzot a (b) helyzetbe viszi!

 c) Készíts te is egy hasonló „kedves” ábrát! Írd le a pontok koordinátáit egy papírra, és add oda a **padszomszédodnak**! Készítsétek el egymás ábráit!

14. a) Az ábrán látható síkbeli alakzatok közül írd le a vízszintes oldallal rendelkező alakzatok csúcspontjainak jelzőszámait!

b) Olvasd le a négyzet négy csúcspontjának jelzőszámait, majd számold ki pontonként a két jelzőszám összegét!



15. Rajzolj olyan pontokat, amelyek második jelzőszáma
 a) az első jelzőszámánál eggyel nagyobb (pirossal rajzolj);
 b) az első jelzőszám kétszerese (kékkel rajzolj)!

Milyen érdekességet fedezel fel a pirossal, illetve a kékkel rajzolt pontokról?



16. Rajzolj olyan pontokat, amelyek jelzőszámainak abszolút értéke megegyezik!

Milyen alakzatot határoznak meg ezek a pontok?

17. Rajzolj olyan pontokat, amelyek második jelzőszáma nagyobb, mint az első!

Milyen alakzatot határoznak meg ezek a pontok?

18. Rajzolj a derékszögű koordináta-rendszerbe 6 olyan pontot, amelynek két jelzőszámát összeadva

a) páros számot kapsz,

b) hárommal osztható számot kapsz!

Mennyiségek

A mennyiségek fogalma

1. példa

Válaszolj a következő kérdésekre!

Hasonlítsd össze válaszaidat a többiek eredményeivel!

a) Hány zölddel jelölt pont van az ábrán?



b) Hány milliméter hosszú ez a szakasz?



c) Hány gramm a könyved tömege?

d) Mennyi az életkorod pontosan?

e) Mennyibe kerül egy kilogramm kenyér?

f) Hány nap múlva lesz karácsony?

Megoldás

Az a) kérdésre számlálással adhattad meg a választ. A csoportodban mindenki ugyanazt az eredményt kapta. A pontok száma 53, vagy másképp írva: 53 darab pont van az ábrán.

A b) és a c) kérdésre becsléssel is válaszolhattál, vagy megmérte a szakasz hosszát vonalzóval (30 mm), a könyv tömegét mérleggel. A hosszúság- és a tömegmérések eredményei közelítőleg megegyeztek a többiek eredményeivel, és kevésbé tértek el egymástól, mint becslés esetén.

A d) és az e) kérdéseket ki kellett egészíteni például azzal, hogy az életkort már betöltött években vagy hónapokban kell megadni, és az iskola melletti pékségben kapható félbarna kenyér áráról van szó.

Az f) kérdésre mindenki pontos választ adott.

A Hány...?, Mennyi...? kérdésre adott válaszok számok és mértékegységek lehetnek.

Például: a) 53 darab; b) 30 mm; c) 40 dkg; d) 11 év vagy 135 hónap; e) 360 Ft.

A mennyiségek nagyságát jellemző szám az egységtől függ.

Darabos mennyiség például az osztálylétszám, a betűk száma a könyvben, a golyók száma.



Folytonos mennyiség például a távolság, az autó sebessége, a víz hőmérséklete, a szalag hossza.



A mennyiségek összehasonlítása

Azonos fajta mennyiségek összehasonlításakor megállapíthatjuk, hogy melyik mennyiség nagyobb a másiknál, vagy egyenlő-e a mennyiségek.

1. példa

A két polcon ugyanannyi könyv sorakozik.



A székfoglaló játékban több gyerek vesz részt, mint ahány szék van.



2. példa



A medve és a zsiráf magasságát könnyű összehasonlítani, első pillantásra is meg tudjuk mondani, melyik a magasabb. Ránézésre viszont nem lehet eldönteni, hogy melyikük a nehezebb.

Két test tömegét kétkarú mérleggel hasonlíthatjuk össze.

3. példa

Padtársaddal együtt dolgozzatok! Mindketten rajzoljatok négy különböző hosszúságú szakaszt úgy, hogy padtársatok ne lássa azt, és a lerajzolt szakaszok közül az egyik 3 cm hosszú legyen! Egyikőtök a szakaszait a , b , c , d betűvel jelölje, másikatok pedig 1, 2, 3, 4 számokkal. Rakjátok hosszúságuk alapján csökkenő sorrendbe a 8 szakaszt a jelölésük szerint!

Két szakasz egyenlő, ha egymásra helyezhetők úgy, hogy pontosan fedjék egymást.



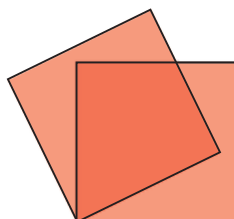
Két szakasz közül az a nagyobb, amelyet semmiképpen nem lehet teljesen befedni a másikkal.



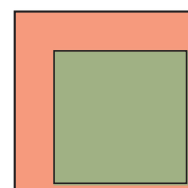
4. példa

Padtársaddal együtt dolgozzatok! Mindketten vágjatok ki 5-5 különböző oldalhosszúságú négyzetet! Rejtsétek el azokat a füzetetek alá, majd látatlanban húzzatok elő egyet-egyet, és tegyétek le azokat az asztalra! Az a játékos nyeri meg és teszi el a két négyzetet, akinek nagyobb területű négyzete volt. Egyenlő területnél döntetlen az állás, mindenki megtarthatja a sajátját.

Két négyzet területe akkor egyenlő, ha pontosan fedésbe hozhatók.



Két négyzet közül az a nagyobb területű, amelyet nem lehet lefedni a másikkal.



A mennyiségek mérése

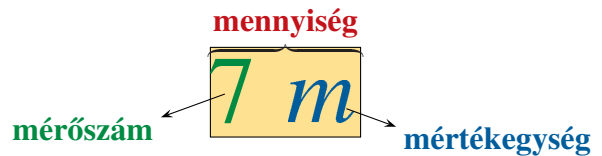
Méréskor egységet választunk, amellyel összehasonlítjuk a mérendő mennyiséget. Meghatározzuk, hogy hányszorosa a mérendő mennyiség az egységnek. Ez a szám a mennyiség mérőszáma az egységre vonatkozóan.

Ha kétszer vagy háromszor olyan hosszú szakasz hosszát mérjük, és a mértékegységet nem változtatjuk, akkor a mérőszám is kétszer, illetve háromszor akkora lesz. A matematikában ezt úgy mondjuk, hogy a hosszúság és a mérőszám között egyenes arányosság áll fenn.

Mennyiség = mérőszám · mértékegység.

Például: 7 méter az a távolság, amely az egységnek választott 1 méter hétszerese.

Ugyanazt a mennyiséget mérve két mérés eredménye akkor egyezik, ha egyforma mértékegységet használunk.



A mérés története valószínűleg az ösztönös összehasonlítással kezdődött.

A kereskedelem megindulásakor a tárgyak összehasonlítása helyett már számláltak az emberek. Ehhez közös mértékre volt szükség. Az ember tenyere, marka, lépése, testi ereje azonnal használható mértékegységeket adott.

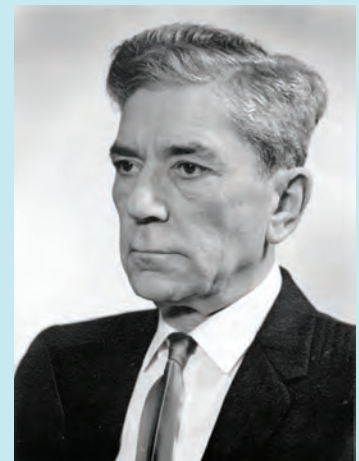
Napjainkban is használt mértékek például a láb és a hüvelyk.

Az ókorban (i. e. 3000-től) igény volt a változatlan alapmértékekre, ezért kőből, agyagból vagy fából hiteles alapmértéket, etalont készítettek.

Babilonban i. e. 1000 körül megalkották az első mértékrendszert.

Készítettek egy kocka alakú edényt, amelyből az 1 óra (időegység) alatt kifolyt víz tömege lett a tömegmérés egysége, a kocka éle a hosszúságmérés (távolság) egysége, űrtartalma pedig a térfogatmérés egysége.

1799-ben Párizsban a méterbizottság a hosszúság egységének a Párizson áthaladó hosszúsági kör 40 milliomodát javasolta, és 1 méternek nevezte el. A tömeg egysége az 1 kilogramm lett. 1874-ben Magyarország is csatlakozott ahhoz a nemzetközi egyezményhez, amelyben elfogadták az egységes mértékrendszer használatát.



Bay Zoltán (1900–1992)

Milyen mennyiség mértékegysége volt az ókorban a talentum?

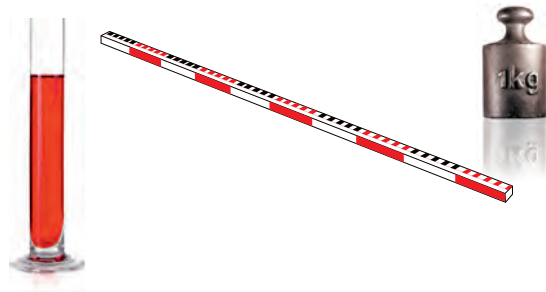
1983-ban Bay Zoltán javaslatára fogadták el a méter új meghatározását. Mi a méter nemzetközileg elfogadott meghatározása?

A méréshez a célnak megfelelő pontosságú mérőeszközt választunk.



Telekhatár mérésekor méterszalagot használhatunk, ruhaanyag vásárlásakor centiméterszalaggal vagy méterrúddal mérnek, szemüveg készítésekor a szemtengelytávolság meghatározásához milliméter-beosztás szükséges.

Tíz-es számrendszeren alapuló mértékegységek például a távolságmérés és a tömegmérés mértékegységei.



A távolságmérés alapegysége az egy **méter** (1 m), a tömegmérés alapegysége az egy **kilogramm** (1 kg), az űrtartalom mértékegysége az egy **liter** (1 l). Gyakran használt tömegegység volt a kilogramm százszorosa, a mázsa (1 q) is. A kilogramm ezerszerese a tonna (1 t), ezrede a gramm, ami a tömegmértékegység elnevezéseinek az alapját adja. A méter százszorosát, a hektométert (1 hm) is használták régebben.

A mért mennyiség fajtája:	A mennyiség ezerszerese	A mennyiség százszorosa	A mennyiség tízszerese	A mért mennyiség:	A mennyiség tizede	A mennyiség százada	A mennyiség ezrede
tömeg	kilogramm		deka-gramm	gramm	decigramm	centi-gramm	milli-gramm
távolság	kilométer			méter	deciméter	centiméter	milliméter
űrtartalom		hektoliter		liter	deciliter	centiliter	milliliter

A mértékegység elé írt szavakkal fejezhetjük ki az egység tízszeresét, tizedét, százszorosát...

Az egység ezerszerese:	kilo-	rövidítése:	k
százszorosa:	hekto-	rövidítése:	h
tízszerese:	deka-	rövidítése:	da vagy D vagy dk
tizede:	deci-	rövidítése:	d
százada:	centi-	rövidítése:	c
ezrede:	milli-	rövidítése:	m

A képzőszavakat a mértékegységgel egybeírjuk, vagy a rövidítésüket írjuk a mértékegység jele elé. *Például:* 1 kilométer = 1000 méter vagy 1 km = 1000 m

10 gramm = 1 dekagramm vagy 10 g = 1 dkg

5 hektoliter = 500 liter vagy 5 hl = 500 l

1. példa

A feladatot **csoportban** oldjátok meg! A mérések elvégzése előtt közösen adjatok becsült értékeket az egyes feladatokra! „A testünk mindig kéznél van”:

1 hüvelyk $\approx$ 25 mm



1 kisarasz $\approx$ 16 cm



1 láb $\approx$ 32 cm

A hüvelyk, más néven inch vagy coll a felnőtt férfi hüvelykujjának szélessége, ami nagyjából ugyanolyan hosszú, mint a tízéves gyerek hüvelykujjának első perce.

A csoport tagjai osszák fel egymás között, hogy ki melyik mérést szeretné elvégezni, és melyik „mérőeszközzel”:

- a) a tanterem hossza és szélessége;
- b) a tábla hossza és szélessége;
- c) a padotok hossza és szélessége;
- d) a tolltartód hossza és szélessége!

A mérés elvégzése után mérjétek meg a hüvelyketek, az araszotok és a cipőtalpatok hosszát, majd számoljátok át a különböző mértékegységekben mért értékeket cm-re, dm-re vagy m-re, és hasonlítsátok össze a becsült értékekkel!

2. példa

Végezzük el az átváltásokat! Adjuk meg a kért mérésszámot vagy mértékegységet!

- a) 84 kilogramm hány gramm?
- b) Hány kilogramm a 2 t 305 kg?
- c) Hány deciméter a 4 kilométer?
- d) A 2500 millimétert milyen egységben adtuk meg, ha a mérőszám 250 lett?

Megoldás

	t			kg		g			mérőszám	egység
a)				8	4				84	kg
				8	4	0	0	0	84 000	g
b)			2	3	0	5			2 305	kg

Tehát

$$a) 84 \text{ kg} = 84\,000 \text{ g}$$

$$b) 2 \text{ t } 305 \text{ kg} = 2305 \text{ kg}$$

	km			m		dm	cm	mm	mérőszám	egység
c)			4						4	km
			4	0	0	0	0		40 000	dm
d)						2	5	0	2 500	mm
						2	5	0	250	cm

$$d) 4 \text{ km} = 40\,000 \text{ dm}$$

$$e) 2500 \text{ mm} = 250 \text{ cm}$$

Nem tízes számrendszeren alapuló mértékegységek

- a) Az időmérés alapegysége 1 másodperc, latinul secundum, jele 1 s.

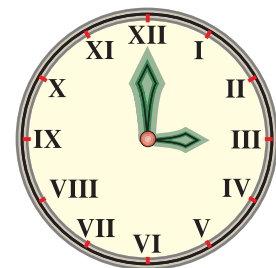
További egységei:

$$1 \text{ hét} = 7 \text{ nap}$$

$$1 \text{ nap} = 24 \text{ óra, latinul hora, jele } 24 \text{ h}$$

$$1 \text{ óra} = 60 \text{ perc, latinul minutum, jele } 60 \text{ min}$$

$$1 \text{ perc} = 60 \text{ másodperc, latinul secundum, jele } 60 \text{ s}$$



- b) A rajzon egy-egy tányérban 12 cseresznye van, ezt szokták egy tucatnak is nevezni, azaz 1 tucat = 12 darab. A gyerekek szeretik a fülükre akasztani a páros cseresznyéket: 1 tucat = 6 pár, míg a 2 tucat 12 párból áll.



Műveletek mennyiségekkel

1. példa

Kati néninek fáj a dereka, ezért 3 kg-nál többet nem emelhet. A piacon már vett 1 kg krumplit, fél kg leveszöldséget, negyed kg paradicsomot, 25 dkg sajtot és 15 dkg felvágottat, 6 zsömlét, ami kb. 30 dkg. Megveheti-e a 900 grammos házi baracklekvárt? Becsülj, majd számolj!



Megoldás

A becslést mindenki maga végezze el!

A megvásárolt áruk tömegének összegét kell meghatározni.

A tömeg mértékegységeit azonossá kell alakítani, hogy az összeadást el tudjuk végezni. Célszerű grammban számolni:

$$1000 \text{ g} + 500 \text{ g} + 250 \text{ g} + 250 \text{ g} + 150 \text{ g} + 300 \text{ g} = 2450 \text{ g}$$

$2450 \text{ g} + 900 \text{ g} = 3350 \text{ g}$, sajnos Kati néni csak kisebb üveg lekvárt vehet, például 500 grammosat.

2. példa

A feladatokat a **padtársaddal** közösen oldjátok meg!

- Tippeljétek meg iskolátok folyosójának hosszát, majd egyforma hosszú lépésekkel sétáljatok rajta végig! Megmérve egy-egy lépések hosszát, számoljátok ki, milyen hosszú a folyosó!
- Tippeljétek meg iskolátok folyosójának hosszát, majd méterrúddal és cm-beosztású mérőszalaggal ellenőrizzétek becslésetek helyességét!
- Tippeljétek meg, hogy hány lépcsőfok van 2 emelet között az iskolátokban! Ennek segítségével tippeljétek meg, majd mérjétek meg egy emelet magasságát! Ha földszintes iskolába jártok, akkor ez a feladat a valóságban sajnos nem vonatkozik rátok, de a mérés ötletét ti is kitalálhatjátok.

3. példa

- Az egyik fajta elemmel 2 hétig működik folyamatosan egy hallókészülék, a másik fajta elem üzemideje 400 óra. Számítsuk ki, melyik elemmel és mennyivel működik tovább a készülék!
- Kiégethető agyagból tárolóedényeket készítenek a kézművesszakkör tagjai. Egy-egy edényhez átlagosan 20 dkg nedves agyagra van szükség, amelyet a művészellátó boltban 6 kg-os csomagokban árulnak. Számítsuk ki, hány átlagos méretű edény készülhet egy csomag agyagból!
- A tanterem 7 méteres hosszanti fala mentén drótokat feszítenek ki, hogy azokra felerősítve lehessen kiállítani a diákok rajzait. Számítsuk ki, hány sorhoz elegendő 22 méter drót!



Megoldás

a) $2 \text{ hét} = 2 \cdot 7 \text{ nap} = 14 \cdot 24 \text{ óra} = 336 \text{ óra}$, tehát 400 óra 64 órával több, mint 2 hét. A második elem 64 órával tovább működteti a hallókészüléket.

b) $6 \text{ kg} : 20 \text{ dkg} = 600 \text{ dkg} : 20 \text{ dkg} = 30$. Harminc edényt készíthetnek a szakkörön.

c) $22 \text{ m} : 7 \text{ m} = 3$ A 22 méter drótból három sor lesz, és marad még 1 méter drót.
1 m



Nézz utána könyvekben vagy az interneten, hogy mekkora a tömege egy evőkanál lisztnek, egy teáskanál sónak, cukornak!

Okosórákon és okostelefonokon van egy applikáció: pedométer a neve. Nézzetek utána, hogy mire szolgál ez az applikáció!

Csak az azonos egységben megadott mennyiségekkel végezhetünk műveleteket.

A mérés pontossága

1. példa

Az iskolában a tornaterem hosszát szeretnénk megmérni.

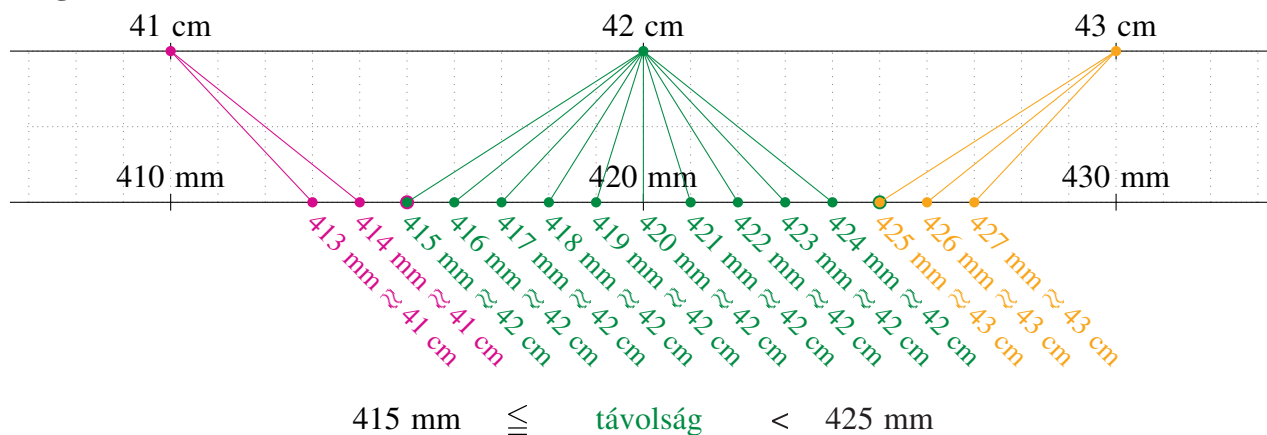
Megoldás

Először méterrudat használunk: a hossz több, mint 16 méter, de kevesebb 17 méternél. A 16 méter utáni részt centiméter-beosztású mérőszalaggal 48 cm-nek mérjük. Így is látjuk, hogy néhány milliméter távolsággal több a terem hossza, de ez az eltérés elhanyagolható. A terem hossza tehát 16 m 48 cm. A mérésben megfelelt a centiméter pontosság.

2. példa

Hány mm lehet az a távolság, amelyet centiméter pontossággal 42 centiméternek mértünk?

Megoldás



A kerekítés szabályait figyelembe véve a távolság nagyobb vagy egyenlő, mint 415 mm, de kevesebb 425 mm-nél.

Feladatok

1. Csoportosítsd az azonos fajta mennyiségeket, majd a csoportokon belül rendezd csökkenő sorrendbe őket!

- a) 1 hónap, 1 mm, 1 dl, 1 hét, 1 cl, 1 év, 1 dm, 1 hl, 1 perc, 1 ml, 1 m, 1 km
b) 1 km, 1 l, 1 t, 1 cm, 1 dkg, 1 ml, 1 kg, 1 dm, 1 g, 1 dl

2. Melyik nagyobb, mennyivel?

- 1 nap vagy egy heti tanítási idő az osztályodban (1 órának tekintjük a tanítási órát és a szünetet együttesen).
- 3 m vagy lakásokban a belső magasság (belső magasság: a padló és a mennyezet távolsága).

3. Határozd meg a hiányzó mérőszámokat és egységeket!

- $7 \text{ kg} = \square \text{ dkg} = \square \text{ g}$
- $19 \text{ t} = \square \text{ kg} = 190 \square$
- $6300 \text{ dkg} = \square \text{ g} = \square \text{ kg}$
- $17\,000 \text{ g} = \square \text{ dkg} = 17 \square$
- $240 \text{ g} = \square \text{ dkg} = \square \text{ mg}$
- $3 \text{ t } 48 \text{ kg} = \square \text{ kg} = \square \text{ dkg}$

4. Készíts táblázatot! Írd bele a hiányzó mérőszámokat és mértékegységeket a megadott példák szerint!

	mennyiség	t			kg		dkg		g	mérőszám	egység
a)	64 kg				6	4	0	0		6400	dkg
b)	4 kg 150 dkg					4				550	dkg
						1	5	0			

- Milyen mértékegységben mérve lesz 2500 g mérőszáma 250?
- Milyen mértékegységben mérve lesz 6 kg 2 dkg mérőszáma 6020?
- 32 t hány kg?
- 907 dkg hány g?

5. a) Hogyan határoznád meg a könyved egy lapjának tömegét?

- Végezz mérést, majd határozd meg a könyved 1 lapjának tömegét!

6. Keresd meg a „kakuktkojást” (a nem ideillőt)!

- 250 dm; 25 000 cm; 2500 cm; 25 m
- 43 kg; 4300 dkg; 43 000 g; 43 000 dkg
- 40 l; 400 dl; 40 000 cl; 40 000 ml

7.



„A mértékek, melyekkel a mennyiség megmértetik, vétettek az emberi tagoktól, tudniillik az ujjtól, tenyértől és könyöktől. Az ujj 4 árpaszemni, úgyhogy az árpaszem legkülső mérték legyen, a tenyér 4 ujjni, a láb 4 tenyérni, a könyök a botkójától fogva a leghosszabb ujj végéig féllábni.”

(Árpád Csere János: *Magyar Encyclopaedia*, 1653)

- Rendezd növekvő sorrendbe a mennyiségeket, számold ki a váltószámokat!
- Add meg a hiányzó mérőszámokat, illetve mértékegységeket!
 - 3 tenyér = ... árpaszem
 - 11 láb = 44 ...
 - 7 könyök = ... ujj
 - 368 ujj = 23 ...

8. Két testvér közül az idősebb 2850 g és 54 cm volt a születésekor, míg öccse 3 kg 30 dkg és 56 cm.

- Mennyi volt a két testvér születési tömegének különbsége?
- A babatakarót olyan hosszúra szokták szabni, mint amilyen hosszú a baba, hogy a lábfejnél alá tudják hajtani. A gondos anyuka 1 m 20 cm-es anyagot vett első gyereke születésekor. Maradt-e elég hosszú anyag a második gyerek takarójára?
- Érdeklődd meg szüleidtől a születési adataidat, és **padtársaddal** tegyetek fel egymásnak hasonló kérdéseket!



9. Oldd meg a szöveges feladatokat a megoldásterv elkészítése után!

- 2 és fél kg krumpli volt otthon, ebből 120 dkg-ot az ebédhez felhasználtam. Mennyi krumpli maradt?
- Nagymama 10 l málnaszörpöt készített, amelyet 7 dl-es üvegekbe tett el télire. Az utolsó üveg nem telt meg, ezért az abban lévő maradékot megitták az unokái. Hány üveget tudott megtölteni, és mennyi szörp jutott az unokáknak?
- A barkácsboltban kapható dróttekercsen 150 m hosszú drót van. Nekünk 15 darab 12 m hosszú drótra van szükségünk. Hány tekercset kell megvenni, és mennyi drótunk marad?

10. Számítsd ki a műveletek eredményét! **Padtársaddal** egyeztesd a feladatok megoldásának eredményét, azután felváltva mondjatok szöveget az egyes feladatokhoz!

- | | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|---|
| a) $5 \text{ kg} + 19 \text{ kg}$ | b) $82 \text{ dl} + 28 \text{ dl}$ | c) $102 \text{ perc} - 15 \text{ perc}$ |
| d) $2 \text{ dkg} + 8 \text{ g}$ | e) $1 \text{ kg} + 20 \text{ g}$ | f) $12 \text{ l} + 8 \text{ dl}$ |
| g) $23 \text{ dkg} \cdot 7$ | h) $117 \text{ m} : 13 \text{ m}$ | i) $32 \text{ l} - 8 \text{ l} \cdot 3$ |

11. Végezd el a műveleteket! **Padtársaddal** egyeztesd a feladatok megoldásának eredményét, azután felváltva mondjatok szöveget az egyes feladatokhoz!

- | | | |
|---|-------------------------------------|--|
| a) $37 \text{ dm} + 6 \text{ m}$ | b) $29 \text{ cl} + 1 \text{ l}$ | c) $(23 \text{ dl} + 2 \text{ l}) \cdot 3$ |
| d) $2 \text{ kg} + 24 \text{ dkg} - 50 \text{ g} \cdot 2$ | e) $60 \text{ kg} : 60 \text{ dkg}$ | f) $(3 \text{ kg} + 20 \text{ dkg}) : 800 \text{ g}$ |

12. A régi mértékek közül a kisarasz kb. 16 cm hosszúságot jelölt, a hüvelyk ma körülbelül 25 mm-nek, a láb 32 cm-nek felel meg.

1 hüvelyk $\approx 25 \text{ mm}$



1 kisarasz $\approx 16 \text{ cm}$



1 láb $\approx 32 \text{ cm}$

- Számítsd ki, melyik a nagyobb távolság, és mennyivel! 15 láb vagy 19 hüvelyk?
- Számítsd ki, hány hüvelyk 5 láb meg 5 kisarasz!

13. A bolti mérlegen dekagramm pontossággal mérhet az eladó. Egy darab sajt tömege a mérleg kijelzője szerint 15 dkg.

Hány grammot mutatna egy érzékenyebb mérleg, ha azon mérné a sajtot az eladó?

- 14.** Egy szoba magassága deciméter pontossággal mérve 29 dm. Hány centiméter lehet a magasság? Legalább hány centiméterrel alacsonyabb 3 méternél?

@ Keress az interneten régi mértékegységeket!

A hosszúság mérése

1. példa

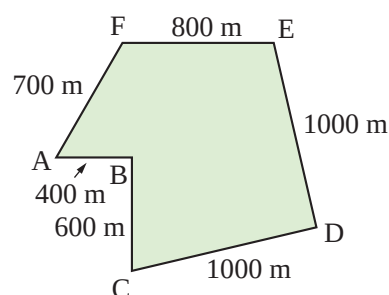
Padtársaddal készítesetek zárt síkidomokat gyufaszálakból egymásnak!

- Ha egy gyufaszál hossza az egység, akkor hány egység az egyes zárt síkidomok határvonala?
- Mérd meg, milyen hosszú a gyufaszál, és azután számold ki az egyes zárt síkidomok határvonalának hosszát!

2. példa

Az ábrán egy frissen telepített erdő alaprajzát láthatjuk.

Milyen hosszú kerítést kell a határvonal mentén építeni, hogy a vadak ne tehessenek kárt a fiatal fák törzsében?



Megoldás

A határoló szakaszok hosszát összeadva megkapjuk a kerítés hosszát, amely 4500 m.

$$400 \text{ m} + 600 \text{ m} + 1000 \text{ m} + 1000 \text{ m} + 800 \text{ m} + 700 \text{ m} = 4500 \text{ m}$$

A hosszúság mérésére hosszúságegységeket használunk.

A leggyakrabban használt hosszúságegységek a kilométer, méter, centiméter, milliméter.

A hosszúságegységek közötti összefüggések:

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$$

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

3. példa

Sorolj fel olyan dolgokat, amelyeknek a hossza körülbelül

- 1 méter,
- 1 deciméter,
- 1 centiméter,
- 1 milliméter,
- 10 méter,
- 1 kilométer!

Például:

2 dm $\approx$ 34-es méretű cipő
hossza,



1 dm $\approx$ egy mobiltelefon
hossza,



1 cm $\approx$ a mutatóujj szélessége,



1 mm $\approx$ egy ceruzahegy vastagsága,



10 m $\approx$ egy háromemeletes ház magassága,

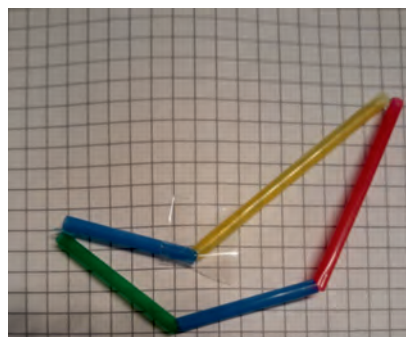
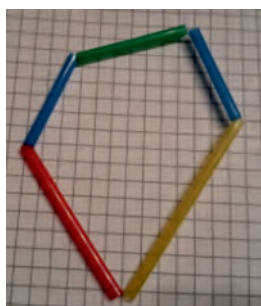


1 km $\approx$ 1300 lépés, ha átlagosan 75 cm a lépéshossz.



Feladatok

1. a) Egymás mellé fűztünk cérnára különböző hosszúságú szívószáldarabkákat, és összekötöttük a cérnaszál két végét. Két zárt alakzatot készítettünk ezzel a módszerrel. Méréssel add meg milliméter pontossággal az egyes alakzatok határoló vonalainak hosszát!



- b) Készíts te is hasonló alakzatokat akár szívószálból, akár egymás mellé helyezett gyufaszákból (el lehet törni azokat is), és **padtársaddal** mérjétek meg az egyes alkotások határoló vonalának hosszát!

2. A három csoport melyikébe tartoznak az a)–f) pontokban megadott dolgok?

A: 1 méternél kisebb

B: közelítőleg 1 méter

C: 1 méternél nagyobb

- | | |
|-------------------------------|------------------------------|
| a) kartávolságod | b) 4 éves gyerek magassága |
| c) egy lépésed hossza | d) az iskolai pad magassága |
| e) bakancsba való fűző hossza | f) személygépkocsi magassága |

3. Mérd meg a vonalak hosszát! A méréshez használhatsz például fonalat és vonalzó!

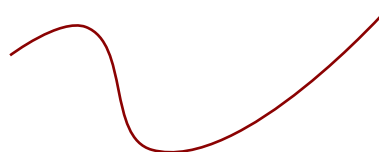
a)



c)



b)



d)

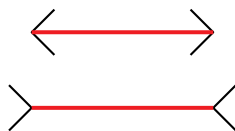


4. Melyik piros szakasz hosszabb? Ellenőrizd a válaszodat méréssel!

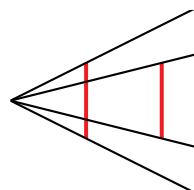
a)



b)

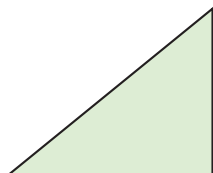


c)

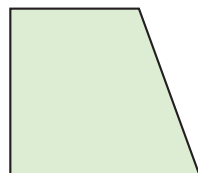


5. A szükséges hosszúságok lemérése után számold ki az egyes ábrák határoló vonalának hosszát!

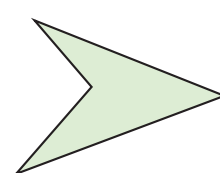
a)



b)



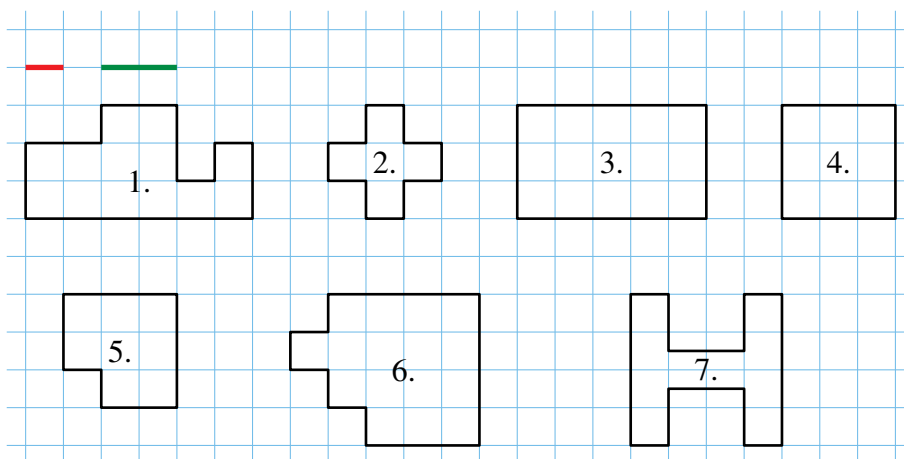
c)



6. Határozd meg az ábrán látható síkidomok határoló vonalának a hosszát piros, illetve zöld egységben mérve!

A) A hosszúságegység legyen  !

B) A hosszúságegység legyen  !

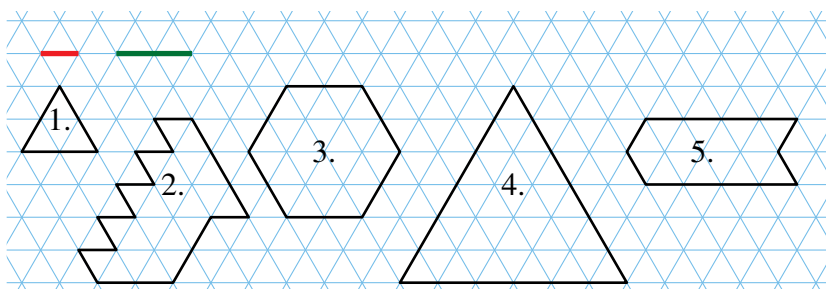


Mit vettél észre, az egység változásakor hogyan változott a mérőszám?

7. a) Határozd meg az ábrán látható síkidomok határoló vonalának a hosszát piros, illetve zöld egységben mérve!

A) A hosszúságegység legyen  !

B) A hosszúságegység legyen  !



b) Mit vettél észre, az egység változásakor hogyan változott a mérőszám?

8. Készíts táblázatot! Írd bele a hiányzó mérőszámokat és egységeket!

	km			m		dm	cm	mm		
Mennyiség									mérőszám	egység
35 dm						3	5	0	350	cm

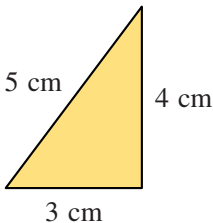
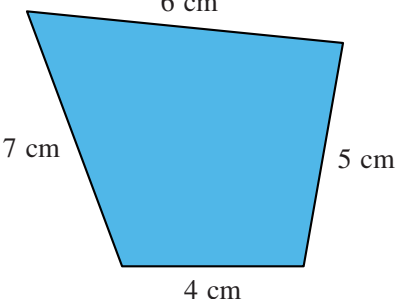
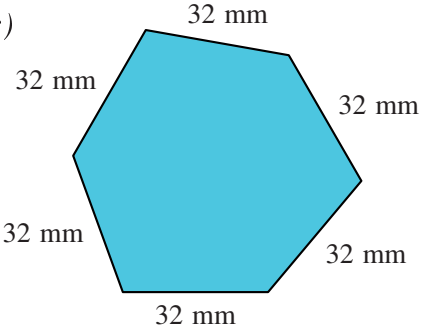
- a) Hány cm az 510 mm? b) Hány cm a 29 m?
c) Hány cm az 5 m 51 dm? d) Hány dm a 2 m 8 dm?
e) Milyen mértékegységben mérve lesz az 1392 m mérőszáma 13 920?
f) Milyen mértékegységben mérve lesz a 780 mm mérőszáma 78?

9. a) A 9 dm-t add meg cm és mm egységben!
b) A 12 m-t írd át dm, cm és mm egységbe!
c) A 2700 cm hány m, illetve hány mm?
d) Írd fel, hány cm, illetve hány mm a 4 m 5 cm!
e) Hány m, illetve hány cm az 1 km 25 m?

10. Milyen hosszú utat tenne meg a katicabogár, ha végigsétálna az alábbi oldalhosszúságú háromszögek határvonalán?

- a) 5 cm, 12 cm és 13 cm; b) 18 dm, 17 dm és 17 dm;
c) 23 cm, 23 cm, 23 cm; d) 108 mm, 18 cm és 180 mm;
e) 9 dm, 41 cm és 1 m; f) 2 m, 2 m 3 dm és 2 m 3 cm?

11. Milyen hosszú cérnaszálat tudsz körbefektetni az ábrán látható síkidomok határvonalára?

- a)  b)  c) 

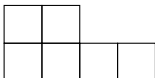
12. Mekkora a háromszög ismeretlen oldala, ha azt 28 cm hosszú cérnaszállal lehet körbekeríteni, és

- a) egyik oldala 7 cm, a másik oldala 1 dm hosszú;
b) két oldala 8 cm hosszú?



13. Hat darab 2 cm oldalhosszúságú négyzetből síkidomokat készítünk. A négyzetek teljes oldalukkal csatlakoznak egymáshoz.

Rajzolj le öt különböző ilyen síkidomot! (Használd négyzetrácsos lapot!) Számítsd ki a kapott síkidomok határvonalának hosszát!

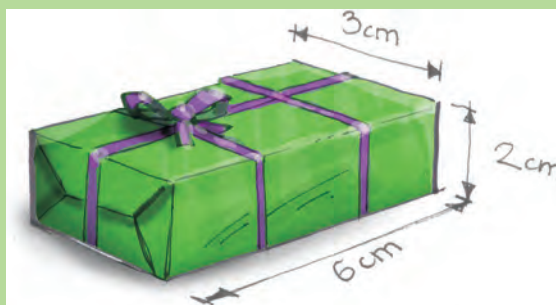
Például:  a határvonal hossza 24 cm.



14. A col egy hosszúságegység (németül *Zoll* – hüvelyk, angolul *inch*), 10 col = 254 mm.

- a) Hány mm a számítógép-monitor, illetve a televízió-képernyő átlójának hossza, ha 15 col, illetve 20 col ez a hosszúság?
b) Hány cm a kerékpár abroncsának legszélesebb része, ha 26-os a mérete colban?

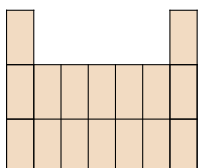
- ★ 15. Hány centiméter hosszú szalaggal lehet átkötni a csomagokat az ábra szerint? A masnira számítsunk 20 centimétert!



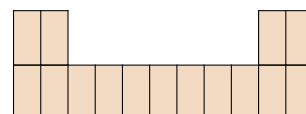
A terület mérése és mértékegységei

1. példa

a)



b)



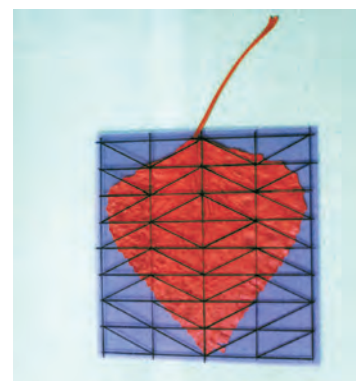
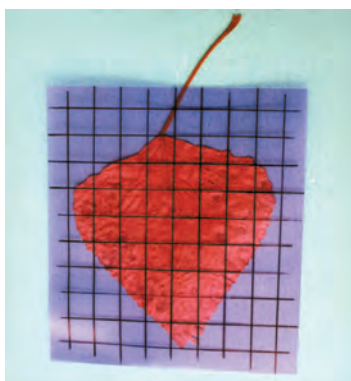
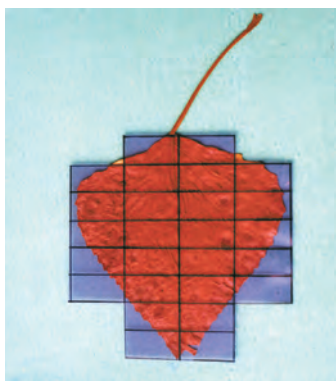
Két szobor körül díszburkolatot készítenek. Ugyanolyan lapokat raknak le az a) és b) terv szerint. Melyik esetben kerül többbe az anyag?

Megoldás

Az a) esetben 16, a b) esetben 15 lapra van szükség. Tehát az első szobor körüli burkolat anyagköltsége nagyobb.

2. példa

Mekkora a falevél felülete?



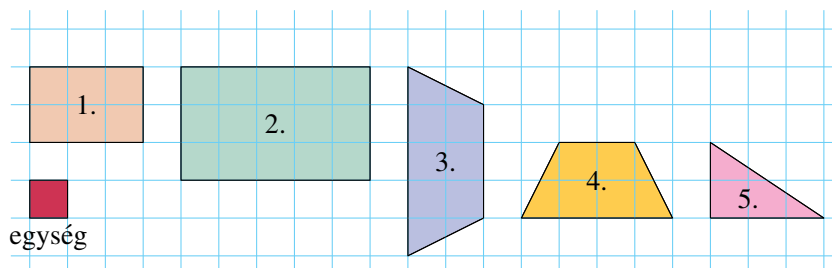
Megoldás

Ugyanolyan méretű, egyforma alakzatokkal lefedve megbecsülhetjük a felületek nagyságát. Körülbelül 18 téglalap területével egyenlő a felület. Kisebb alakzatokat alkalmazva pontosabb lehet a becslés: 37 négyzet vagy háromszög fedi le a levelet, ez 18 és fél téglalap területe.

A vonalaknak a hosszúságát, a felületeknek a területét tudjuk mérni.

3. példa

Padtársaddal vágjátok ki az ábrán látható alakzatokat, majd rakjátok őket sorba aszerint, hogy mekkora területet foglalnak el! Határozzátok meg az egyes alakzatok területének méretét rácsegységben mérve!



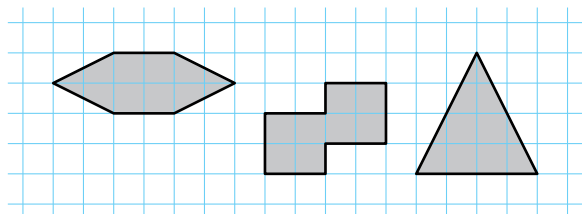
Megoldás

A sokszögek sorszáma a területek csökkenő sorrendjében: 2.; 3.; 1. = 4.; 5.

Rácsegységben a területek: 15; 8; 6 = 6; 3.

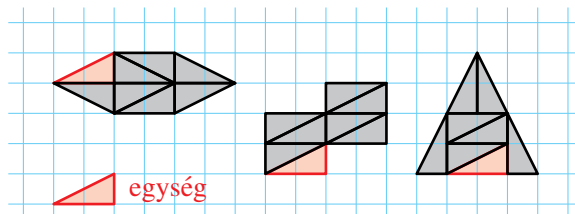
4. példa

Hasonlítsuk össze a három síkidom területét!



Megoldás

A három síkidom egyenlő területű, mert mindegyik lefedhető nyolc darab egyforma háromszöggel.



A **zárt síkidom területét** úgy határozzuk meg, hogy összehasonlítjuk az egységnek választott területtel. A terület jele: T vagy t .

A terület mérésére területegységeket használunk.

A leggyakrabban használt területegységek az egységnyi oldalú négyzetlapok területei.

Az 1 m oldalú négyzet területe 1 m^2 (olvasd: négyzetméter),

az 1 dm oldalú négyzet területe 1 dm^2 ,

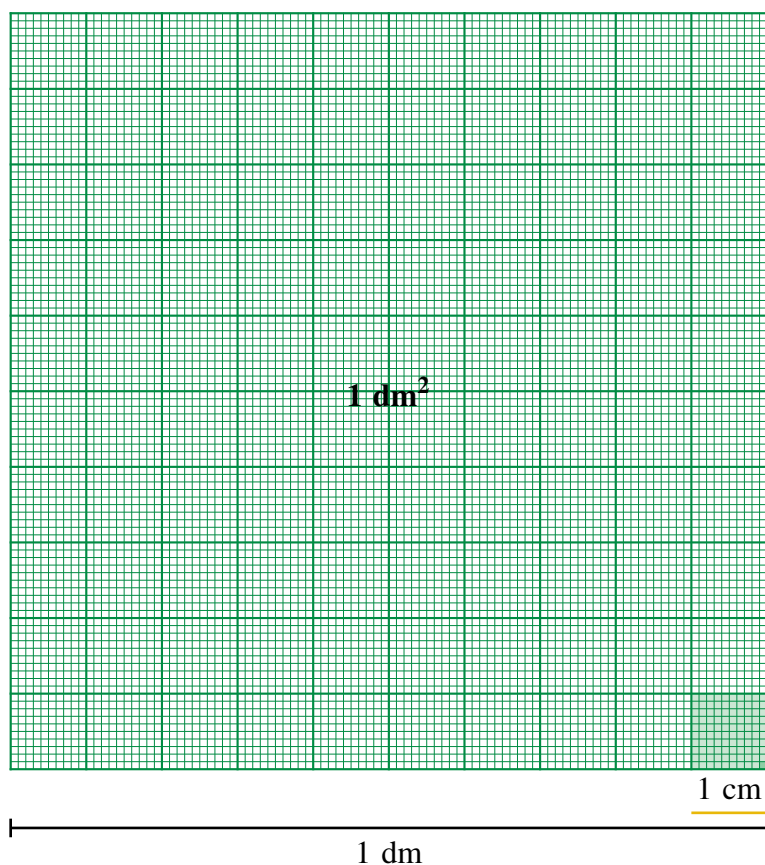
az 1 cm oldalú négyzet területe 1 cm^2 ,

az 1 mm oldalú négyzet területe 1 mm^2 .

A 10 m oldalú négyzet területe 1 a (1 ár). Már nem használják ezt az egységet.

A 100 m oldalú négyzet területe 1 ha (1 hektár). Ezt a területegységet földterület mérésére használják napjainkban is.





A nyomtatásra használt A4-es méretű lap körülbelül 6 dm^2 területű.

Hüvelykujjdon a köröm kb. 1 cm^2 .



A könyvben egy „o” betű körülbelül 2 mm^2 felületet határol.

■ 1 mm^2

A területmérés mértékegységei közti összefüggések:

$$1 \text{ km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2 = 100 \text{ ha}$$

$$1 \text{ ha} = 100 \text{ a} = 10\,000 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$$

$$1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$$

5. példa

Váltsuk át

a) cm^2 -be a 17 dm^2 -t;

b) m^2 -be a $2\,300\,000 \text{ cm}^2$ -t;

c) mm^2 -be a $6 \text{ dm}^2 \ 8 \text{ cm}^2$ területet!

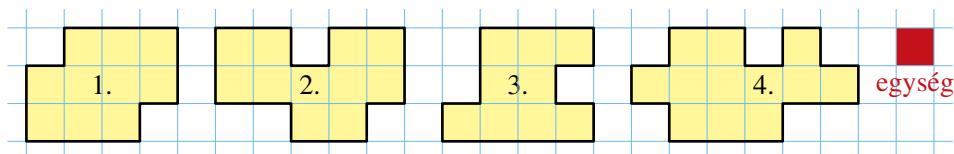
Megoldás

Az átváltást táblázatba foglaltuk.

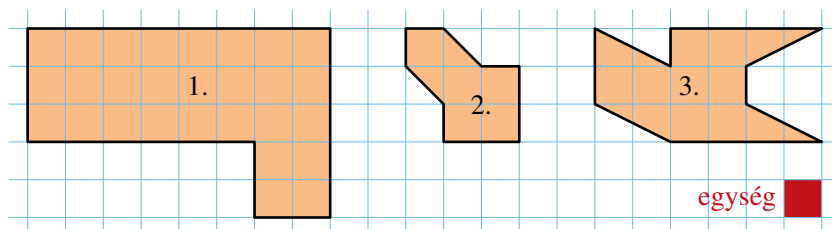
	mennyiség			m^2	dm^2	cm^2	mm^2	mérőszám	egység
a)	17 dm^2				1	7		17	dm^2
	1700 cm^2				1	7	0 0	1 700	cm^2
b)	$2\,300\,000 \text{ cm}^2$	2	3	0	0	0	0	2 300 000	cm^2
	230 m^2	2	3	0				230	m^2
c)	$6 \text{ dm}^2 \ 8 \text{ cm}^2$				6		8	608	cm^2
	$60\,800 \text{ mm}^2$				6	0	8 0 0	60 800	mm^2

Feladatok

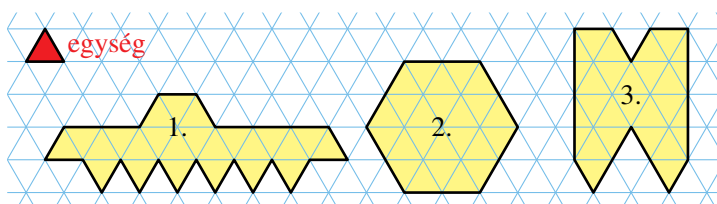
1. Hasonlítsd össze az alakzatokat területük nagysága szerint! Írd fel növekvő sorrendben a területüket az alakzatok sorszámát használva!



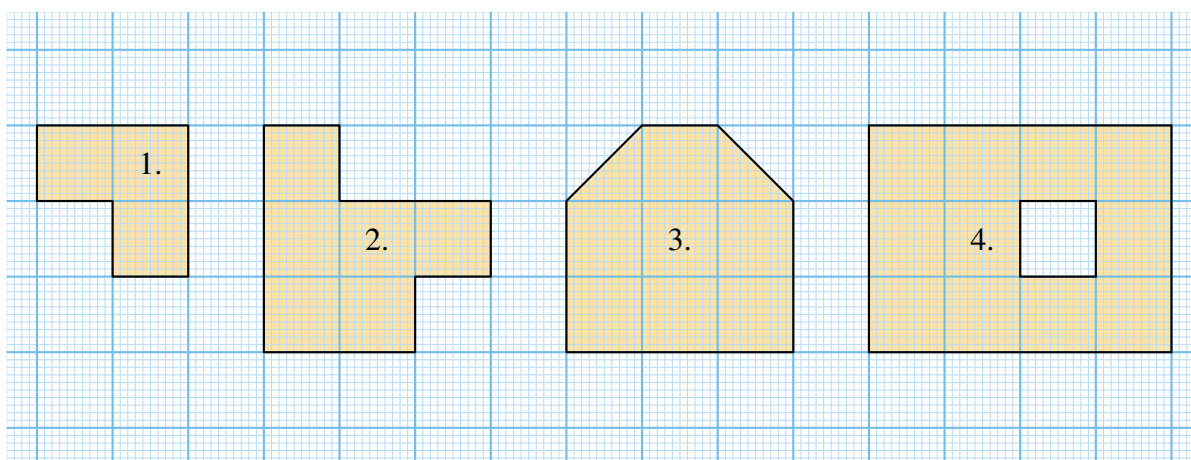
2. A négyzethálós füzet egy négyzete a területegység. Hány egység az alábbi sokszögek területe?



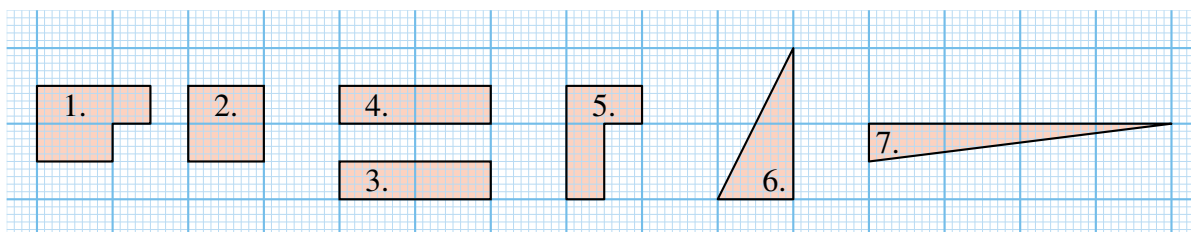
3. a) Határozd meg, hány egység az 1., 2. és 3. sokszög területe! A területegység egy kis háromszög területe.
b) Készíts te is hasonló feladatot a **padtársadnak**! Vágd is ki az ábráidat!



4. a) Hány cm^2 az egyes ábrák területe? Az eredményt add meg mm^2 -ben is!



- b) Melyik ábrán látható alakzat területe 1 cm^2 ?



5. Rajzold le milliméterpapírra a tenyeredet összezárt ujjakkal! Becsüld meg a területét cm^2 egységben!

6. Hány írólapból lehet kirakni egy 1 m oldalú négyzetet?

7. Hány cm^2 a matematikafüzeted egy lapja? A eredményt kerekítsd dm^2 -re is!

8. A: Hány m^2 ?

- a) 700 dm^2 b) 3200 dm^2 c) 7600 dm^2 d) $17\,300 \text{ dm}^2$

B: Hány cm^2 ?

- a) 200 mm^2 b) 2000 mm^2 c) $1\,500\,000 \text{ mm}^2$ d) $87\,100 \text{ mm}^2$

C: Hány dm^2 ?

- a) 1000 cm^2 b) 9300 cm^2 c) 14 m^2 d) 320 m^2

D: Hány m^2 ?

- a) $450\,000 \text{ cm}^2$ b) $3\,780\,000 \text{ cm}^2$ c) 2 km^2 d) 3 ha

9. Melyik terület nagyobb? Mennyivel?

- | | | | | | |
|------------------------|------|--------------------|-----------------------|------|-------------------------|
| a) 7 m^2 | vagy | 700 dm^2 | b) 4 m^2 | vagy | 4000 cm^2 |
| c) 72 cm^2 | vagy | 7 dm^2 | d) 18 dm^2 | vagy | 1800 cm^2 |
| e) 7600 mm^2 | vagy | 780 cm^2 | f) 123 dm^2 | vagy | $123\,000 \text{ mm}^2$ |

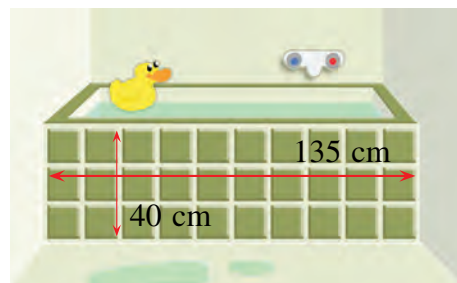
10. Írd fel egyfajta területegységgel!

- a) $7 \text{ dm}^2\,23 \text{ cm}^2$ b) $9 \text{ cm}^2\,71 \text{ mm}^2$ c) $47 \text{ cm}^2\,8 \text{ mm}^2$ d) $30 \text{ m}^2\,30 \text{ dm}^2$

11. A fürdőkádat három oldalról fal veszi körül, így csak az előlapját kell csempézni.

Elég-e fél doboz csempe, ha egy dobozban 1 m^2 befedéséhez szükséges 100 db csempe van?

12. A tankönyved 117. oldalán látható, szívószálakkal határolt síkidomok területét határozd meg rácsnégyzet egységben mérve!



13. Rajzolj négyzethálós lapra olyan síkidomot, amelynek minden csúcsa rácspont, és a területe

- | | | |
|---------------|---------------|---------------|
| a) 2 egység! | b) 6 egység! | c) 8 egység! |
| d) 10 egység! | e) 12 egység! | f) 18 egység! |

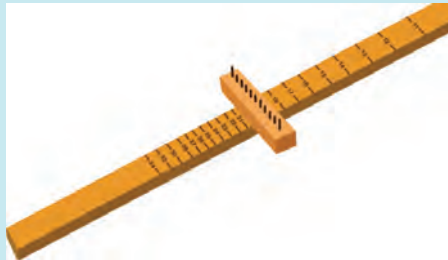
Az egység egy rácsnégyzet területe.

14. 1 öl körülbelül 190 cm hosszúságú egység. Ma már ritkán használják. A négyszögöl viszont napjainkban is ismert területegység. Mekkora az 1 négyszögöl terület?

A szög mérése

Az ókori Mezopotámia területén fekvő Babilonban az i. e. 7–6. században Nabú-kudurri-uszur (más néven: Nabukodonozor) király támogatta a csillagászat, a matematika és a természettudományok művelését. Ebben a korban Mezopotámiában leginkább a 60-as számrendszert használták.

Nem sokkal később kezdték használni a szögek mérésére azt a „mérőműszert”, amelyet Jákob botjának neveztek. Ezt használták egészen a 18. századig a hajósok a tengeren helyzetük meghatározására.



A szög mérésére az általunk használt egység a babiloniak 60-as számrendszerének nyomait őrzi. Matematikatörténeti okai vannak annak, hogy a teljes szög 360-ad része lett a **szögmérés mértékegysége**.

Ez a **mértékegység** az **1 fok**, jele 1° .

Mivel 1 **teljesszög** = 360° = 4 **derékszög**, ezért a **derékszög** nagysága 90° ,

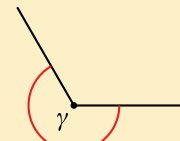
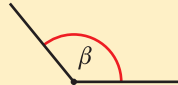
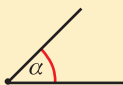
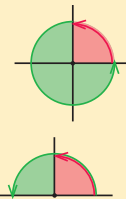
1 **egyenesszög** = 2 derékszög, ezért az **egyenesszög** nagysága 180° .

A **nullszög** nagysága 0° .

A **hegyesszög** nagysága 0° és 90° között van,

a **tompaszög** nagysága 90° és 180° között van,

a **homorú szög** nagysága 180° és 360° között van.



A szögmérés 1° -nál kisebb mértékegységei

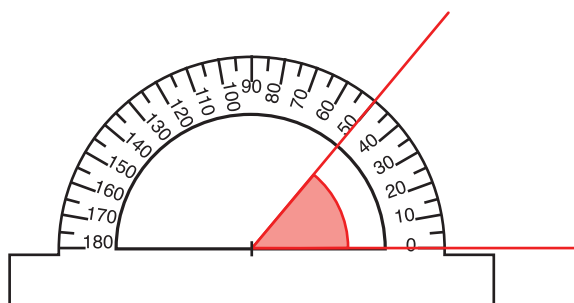
Az 1° 60-ad része az egy szögperc, jele $1'$.

Az $1'$ 60-ad része az egy szögmásodperc, jele $1''$.

$1^\circ = 60'$ és $1' = 60''$, amelyből az következik, hogy $1^\circ = 3600''$.

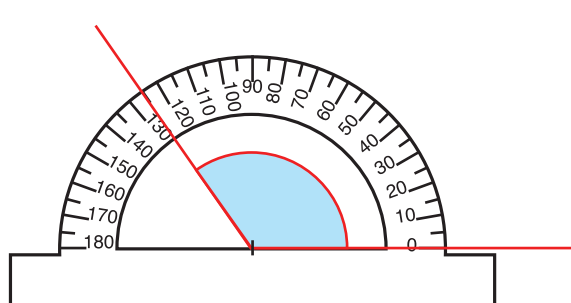
A **szögmérő** egy olyan eszköz, amelyen egy félkör íve 180 egyenlő részre van felosztva. A félkör átmérőjének felezőpontját a mérendő szög csúcsához, az átmérő egyenesét pedig a szög egyik szárához illesztjük. A szög másik szárának állásából (ha szükséges, az egyenes vonalzónk segítségével) a szögmérő fokbeosztásán leolvassuk a szög nagyságát, ügyelve arra, hogy a körívvel megjelölt szögtartományt mérjük.

A hegyesszög mérése:



$$\alpha = 50^\circ$$

A tompaszög mérése:

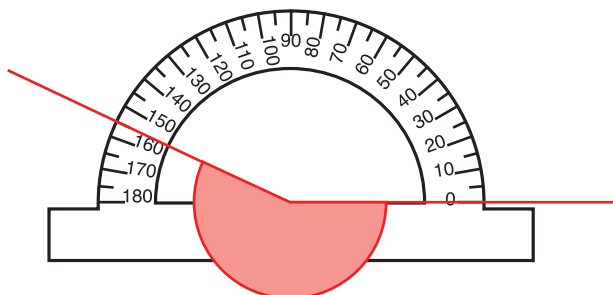


$$\beta = 125^\circ$$

Mérőeszközünk csak 180° -nál nem nagyobb szöget tud mérni. Mivel egy homorú szög mindig felírható egy teljeszög és egy hegyesszög vagy egy teljeszög és egy tompaszög különbségeként, ezért a homorú szögek nagyságát a mérés után elvégzett kivonással állapítjuk meg.

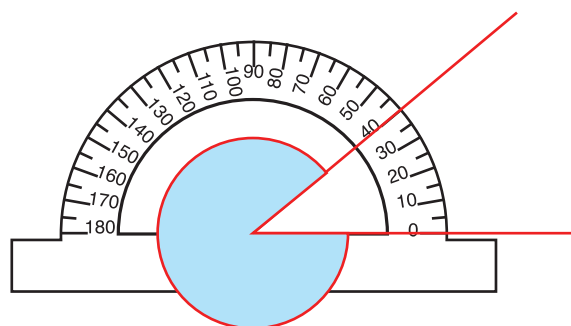
1. példa

Határozzuk meg a homorú szögek nagyságát!



A mért szög 155° -os.

$$\text{A } \gamma \text{ szög nagysága } \gamma = 360^\circ - 155^\circ = 205^\circ.$$



A mért szög 40° -os.

$$\text{A } \delta \text{ szög nagysága } \delta = 360^\circ - 40^\circ = 320^\circ.$$

2. példa

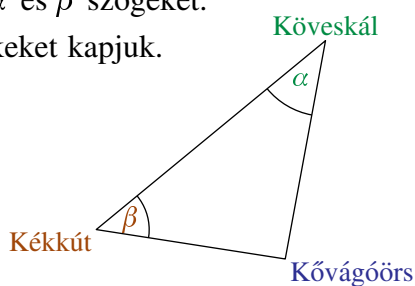
A Káli-medence három nevezetes települése Kékkút, Köveskál és Kővágóörs. Kővágóörsről indulunk Köveskál felé, majd ott délnyugat felé fordulva érünk Kékkútra, onnan keleti irányban haladunk, és egyenesen Kővágóörsre érkezünk vissza.

Határozzuk meg a köveskáli és kékkúti irányváltások szögét!

Megoldás

Szögmérővel megmérjük az α és β szögeket.

Az $\alpha = 39^\circ 30'$; $\beta = 48^\circ$ értékeket kapjuk.

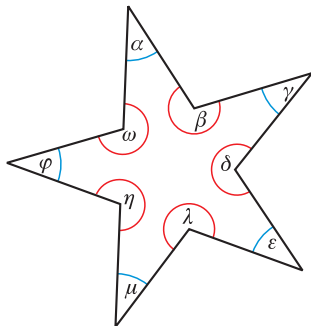


3. példa

Ez a tengericsillag az Indiai-óceán kelet-afrikai partjainál él. Rajzoljuk le a határvonalát egyenes szakaszokkal, és méréssel határozzuk meg a kapott síkidom szögeit!



Megoldás



Ha a tengericsillag külső vonalát egyenes szakaszokkal rajzoljuk meg, akkor az ábrán látható alakzatot kapjuk.

$$\alpha = \gamma = \varepsilon = \mu = \varphi = 36^\circ$$

Ezek hegyesszögek.

$$\beta = \delta = \lambda = \eta = \omega = 252^\circ.$$

Ezek homorú szögek.

4. példa

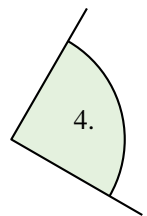
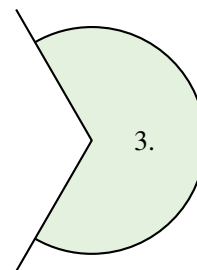
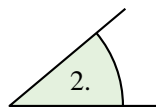
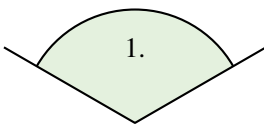
A szükséges átváltások után végezzük el a kijelölt műveleteket!

$$a) 2^\circ 51' + 15^\circ 12' = 2^\circ + 15^\circ + 51' + 12' = 17^\circ + 63' = 18^\circ 3'$$

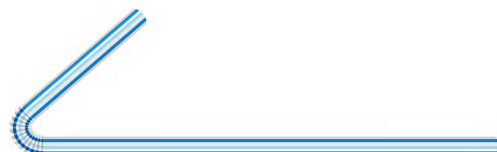
$$b) 18^\circ 48' - 15^\circ 53' = 1128' - 953' = 175' = 2^\circ 55'.$$

Feladatok

1. Mérd meg szögmérővel a szögeket!



2. a) Mérd meg az ábrákon látható szögeket!



b) Szívószálból vagy gyufaszálból készítsetek ti is különböző szögeket, és mérjétek meg azokat! A mérés után cseréljétek helyet a **padszomszédokkal**, aki szintén mérje meg a szögeket! Hasonlítsátok össze mérési eredményeiteket!

3. Szögmérő segítségével rajzolj

a) 45° -osnál nagyobb hegyesszöget!

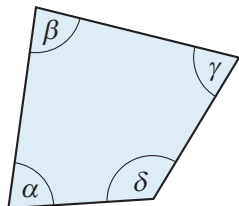
b) 120° -osnál kisebb tompaszöget!

c) 270° -osnál nagyobb homorú szöget!

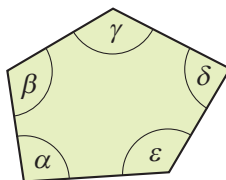
d) 150° -osnál nagyobb tompaszöget!

4. a) Becsüld meg az alábbi síkidomok szögeinek nagyságát, majd szögmérővel ellenőrizd becslésedet! Írd le azt is, hogy mennyit tévedtél!

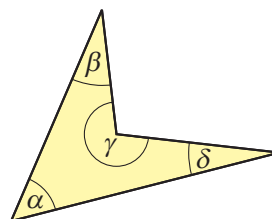
A)



B)



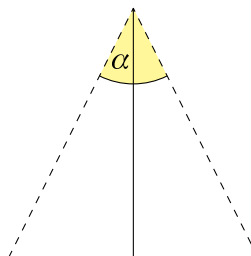
C)



b) Készíts szívószálból vagy gyufaszálból hasonló feladatot **padtársadnak**! Mérd meg az általad készített síkidomok szögeit, majd cseréljétek a padszomszédokkal, aki szintén mérje meg azokat! Hasonlítsátok össze mérési eredményeiteket!

5. Mekkora az a két szög, amelyet a két szaggatott vonal a függőlegessel bezár?

Mekkora az a szögtartomány, amelyet a madárijesztő „belát”?

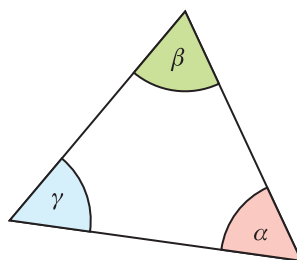
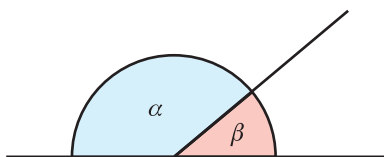


6. a) Mérd meg a megjelölt szögeket!

Hány fok a két szög összege?

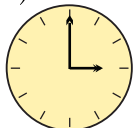
b) Mérd meg a háromszög szögeit!

Hány fokot kapsz a szögek összegére?

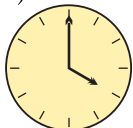


7. Állapítsd meg, hogy az egyes órákon hány fokos szöget zárnak be a mutatók egymással! Mindkét szöget add meg!

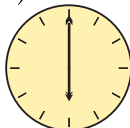
a)



b)



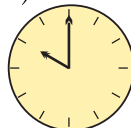
c)



d)



e)



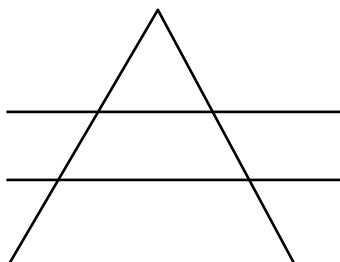
f)



8. Rajzolj vonalzóval és szögmérővel olyan derékszögű háromszöget, amelynek egymásra merőleges oldalai 8 cm és 5 cm hosszúak! Mérd meg a háromszög hegyesszögeit!

9. Rajzoljatok vagy szívószálból készítsétek olyan
a) négyoldalú b) ötoldalú síkidomokat, amelyeknek pontosan két derékszöge van!
Mérjétek meg a hiányzó szögeket!

10. Hány szöget látsz az ábrán?



a) Mérd meg az ábrán keletkezett különböző szögek nagyságát!
b) Mekkora a legnagyobb és a legkisebb szög különbsége?

11. Fejezd ki szögpercben!

- | | | |
|----------------------|------------------------|---------------------|
| a) 1° fele | b) 1° harmada | c) 1° ötöde |
| d) 2° negyede | e) 3° kilencede | f) 5° hatoda |

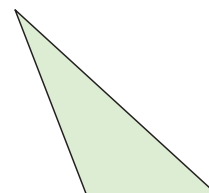
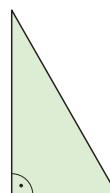
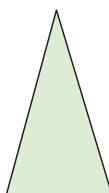
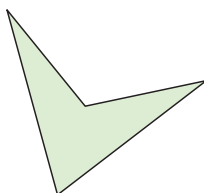
12. A műveletek eredményét szögpercben add meg!

- | | | |
|--------------------|--------------------|---------------------|
| a) $1^\circ + 20'$ | b) $2^\circ + 15'$ | c) $5^\circ + 45'$ |
| d) $3^\circ - 60'$ | e) $4^\circ - 90'$ | f) $2^\circ - 120'$ |

13. a) Rajzolj vonalzóval olyan négyoldalú zárt síkidomokat, amelyeknek egyenlők a szögei! Hányfélét találtál? Milyenek ezek a szögek?
b) Rajzolj vonalzóval olyan négyoldalú zárt síkidomokat, amelyeknek két-két szöge egyenlő! (De mind a négy nem egyenlő.) Hányfélét találtál?
c) Rajzolj vonalzóval olyan négyoldalú zárt síkidomokat, amelyeknek csak két egyenlő szögük van! Hányfélét találtál?

14. Igazak-e az alábbi állítások? Válaszaidat indokold!

- a) Egy háromszögnek nem lehet két derékszöge.
b) Van olyan négyoldalú zárt síkidom, amelynek két homorú szöge van.
c) Két tompaszög különbsége nem lehet tompaszög.
d) Két homorú szög különbsége nem lehet egyenesszög.
e) Van olyan négyoldalú zárt síkidom, amelynek pontosan két derékszöge van.
f) Két hegyesszög összege mindig tompaszög.



15. Egy négyszögletes zárt síkidom három csúcspontjának koordinátái: $A(-2; 1)$, $B(-4; 9)$, $C(0; 10)$. Add meg a negyedik pont koordinátáit úgy, hogy az $ABCD$ alakzat téglalap legyen! Mérd meg az egyik átló oldalakkal bezárt két szögét! Mit tapasztalsz, mennyi a két szög összege?

16. Végezd el a kijelölt műveleteket, majd rajzold le vonalzó és szögmérő segítségével a végeredményként kapott szögeket!

a) $5^\circ 16' + 20^\circ 44'$

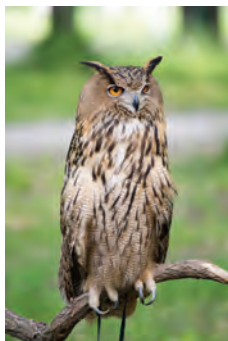
b) $38^\circ 30' - 7^\circ 90'$

c) $10^\circ 60' - 660'$

17. Nézz utána, hogy az állatok közül melyiknek a látószöge nagyobb 180° -nál! Használd az internetet!



Nílusi krokodil



Erdei fülesbagoly



Kaméleon

18. A megadott pontokat ábrázold a koordináta-rendszerben, kösd össze őket, majd mérd meg a kapott síkidom szögeit!

$A(-3; -3)$, $B(1; 1)$, $C(5; -2)$, $D(7; 6)$, $E(-1; 9)$, $F(-7; 5)$

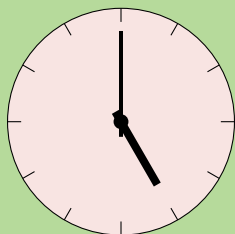
Sorold fel, milyen fajta szögei vannak ennek az alakzatnak!

19. Hányszor zár be 60° -os szöget az óra nagymutatója a kismutatóval hétfő délelőtt 10 órától másnap este 8 óráig, és hányszor zár be 72° -os szöget ugyanennyi idő alatt?

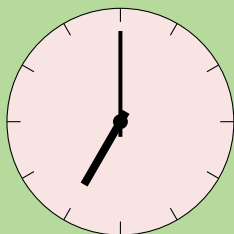
20. Egy szög nagyságának négyszereséhez hozzáadunk 16° -ot. Így olyan szöget kapunk, amelynek nagysága 72° és 108° között van. Mekkora lehet az eredeti szög?

21. Az óra számlapját tükörből nézzük. Ezt látjuk:

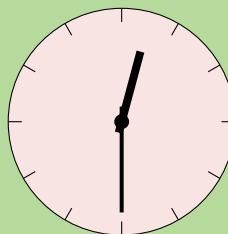
a)



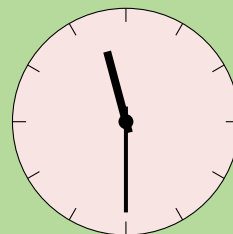
b)



c)



d)



Hány óra van a valóságban? Minden esetben add meg a mutatók által bezárt szögeket!

Törtek

A törteket először a mérések során kezdték használni. Ha a mérendő tárgyra a mérés választott egysége egész számszor fért rá, akkor a mérés pontos volt, ha nem, akkor pontatlan. Egyre pontosabb mérésre törekedtek, ezért vették az előzőleg már használt mértékegységek **felét**, és azzal is mértek. Idővel nevet is adtak ennek az új egységnek. Az első tört a **fél** volt.

A fél jele egyedi volt. A **sumeroknál** olyan mérőedényt jelentett, amelynek térfogatát megfelezték:

Ma a fél jele: $\frac{1}{2}$ (olvasd: egy ketted).

	angolul	németül	oroszul	franciául	latinul	olaszul
A fél neve	half	halb	polovina	demi	semis	mezzo
A kettő neve	two	zwei	dva	deux	duo	due

Az **egyiptomiak** általában csak egységtörtekkel számoltak, vagyis olyan törtekkel, amelyek számlálója 1.

Azt, hogy a szám tört, ezzel a jellel jelölték:

Az egyiptomi számok ilyenek voltak:

$| = 1$, $|| = 2$, $||| = 3$, $|||| = 4$, ..., $||||| = 9$,

$\cap = 10$, $\subset = 100$, $\text{☉} = 1000$.

Az egyiptomi törtek ilyenek voltak (különleges jelet használtak az $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ és $\frac{3}{4}$ ábrázolására):

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$



Hieroglifák az karnaki templom falán

Ahogy a számok alakjánál már szó esett róla, az általunk ma használt számjegyek körülbelül 1500 éve **indiai** tudósok munkáinak nyomán jelentek meg. Évszázadokkal később terjedtek el az arab világban, ahonnan végül eljutottak Európába is. Az indiaiak a törteket hasonlóképpen jelölték, mint ahogy ma tesszük, csak nem használtak törtvonalat: $\frac{1}{2}$. A törtvonalat az **arabok** kezdték el használni, Magyarországra már ez a számírás jutott el a 15. században. Előtte hazánkban (akárcsak Európa többi részén) római számokat használtak.

Használtak-e törtszámokat a rómaiak?

Van-e más olyan nyelv, amelyben két külön szó jelöli a felet és az $\frac{1}{2}$ -et? Ha igen, írd rá példát!



A törtszám fogalma és írása

1. példa

Hogyan tudnánk igazságosan szétosztani 4 barátnő között egy almát, 8 lufit, egy hajszalagot, 1 liter narancslevet és egy diós tortát?

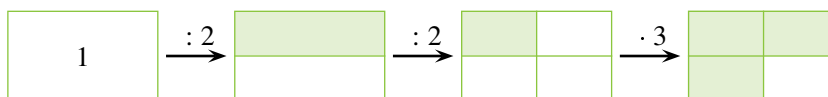


Megoldás

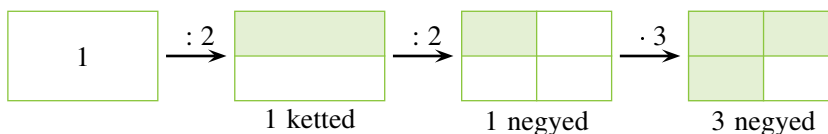
A szalagot kétszer félbehajtva könnyen feloszthatjuk négy egyenlő hosszú részre. Az almát és a tortát is elég pontosan el tudjuk vágni négy egyenlő részre kétszeres felezéssel. A narancslevet négy darab 2 és fél deciliteres pohárba szétönthetjük. A lufiból mindenkinek 2-2 darabot adunk.

2. példa

Az első téglalap területe 1 egész. A nyilakra írt műveletek szerint színeztük ki az ábrát. Írjuk a rajzok alá betűvel a színezett területek nagyságát!



Megoldás



Ha **2 egyenlő** részre osztunk valamit, akkor a kapott részek bármelyikét **félnek**, másképpen **1 ketted** résznek, $\frac{1}{2}$ résznek nevezzük.

Ha **4 egyenlő** részre osztunk valamit, akkor a kapott részek bármelyikét **1 negyednek**, $\frac{1}{4}$ -nek nevezzük.

Ha az 1 negyed részből hármat veszünk, az 3 negyed.

Ezt röviden így jelöljük:

$\frac{3}{4}$

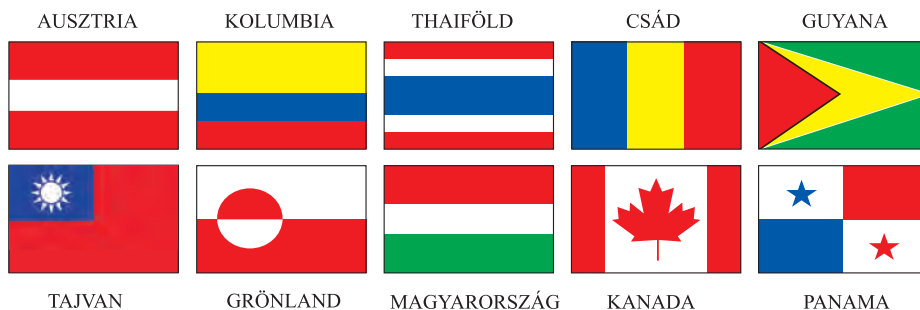
Ezeket az elnevezéseket használjuk a törteknél:

3 számláló
4 törtvonal
nevező

A törtvonal alatti szám azt nevezi meg, hogy az egészet hány egyenlő részre osztottuk. Ez a **nevező**. A törtvonal feletti szám számlálja meg, hogy hány ilyen tört részt vettünk. Ez a **számláló**.

3. példa

A zászlók mekkora része piros? Melyik zászlóról nem tudod pontosan megállapítani, hogy mekkora része piros?



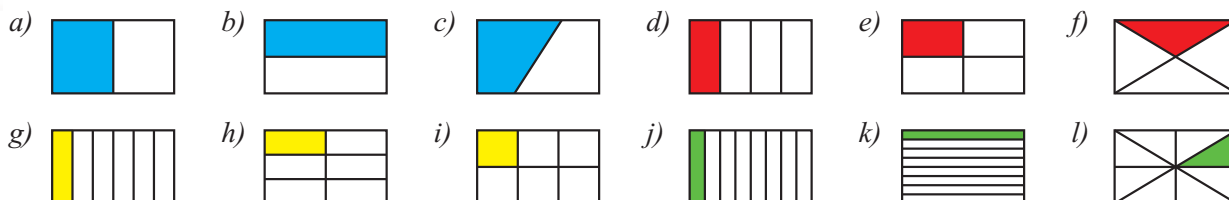
Megoldás

A zászlók ekkora része piros: Ausztria: 2 harmada, Thaiföld, Magyarország és Csád: 1 harmada, Kolumbia és Guyana: 1 negyede, Tajvan: 3 negyede, Grönland: fele.

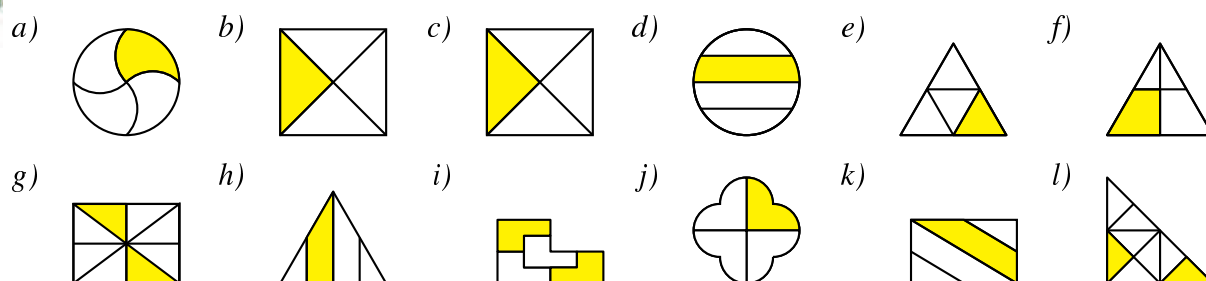
Mostani tudásunkkal Kanada és Panama zászlóiról mérés és számolás nélkül nem tudjuk pontosan megállapítani, hogy mekkora részük piros.

Feladatok

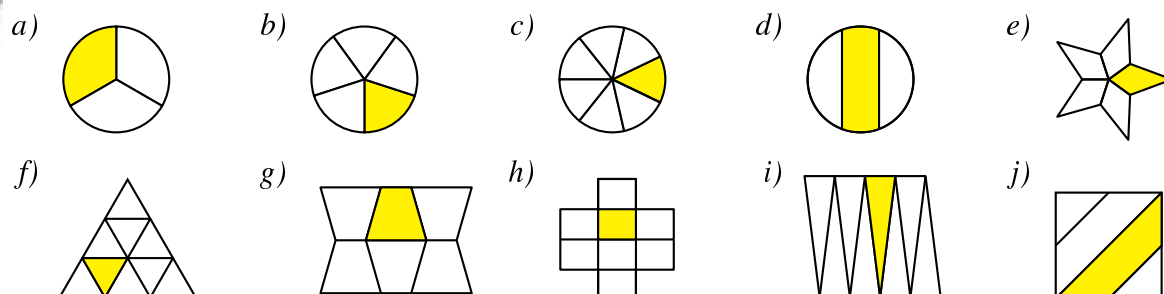
1. Írólapokat hajtogattunk. Mekkora részüket színeztük kékkel, pirossal, sárgával, zölddel? Tudsz-e más megoldást? Ha igen, hajtogasd meg írólapból, vagy rajzold le a füzetedbe!



2. Mindegyik rajz egy egészet jelent. Melyiknek nem a negyedrésze színes?



3. Mekkora része színes a rajzoknak? Melyiket nem tudod meghatározni a mostani tudásoddal?

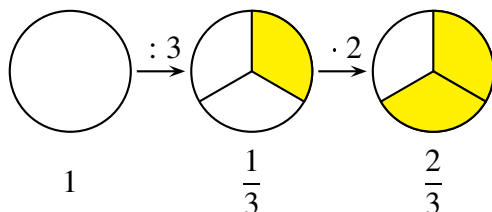


4. Hibakereső

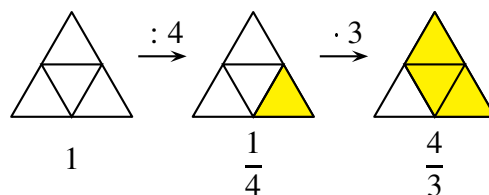
Mindegyik feladatban az első rajz 1 egészset ér. Kelekótya Katának a nyilakra írt műveletek szerint kellett kiszíneznie a rajzokat, a rajzok alá pedig a színezett területek nagyságát kellett írnia. Adjátok meg a betűjelét a jól megoldott feladatoknak!

Javítsátok ki a hibákat!

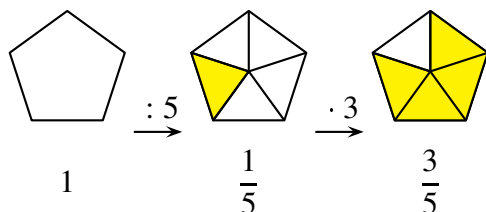
a)



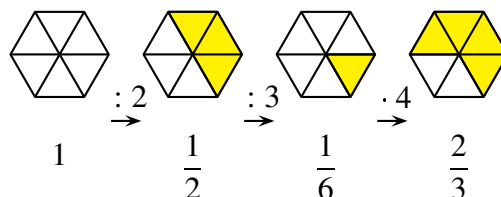
b)



c)



d)



5. Néhány különleges zászlót rajzoltunk le. Az első háromnak mekkora része sárga, a negyediknek mekkora része fekete?



buddhista zászló



a zulu törzs zászlaja



golfzászló



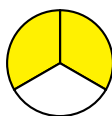
győzelmi zászló



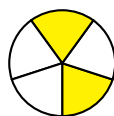
Készítsetek ehhez hasonló zászlós feladatokat! Az interneten megtaláljátok a nemzeti zászlókat.

6. Mekkora része színes a rajzoknak?

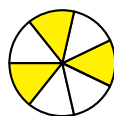
a)



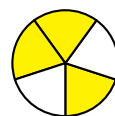
b)



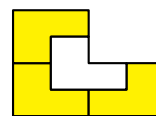
c)



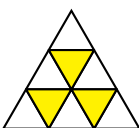
d)



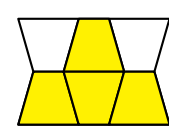
e)



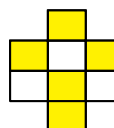
f)



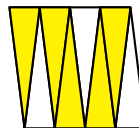
g)



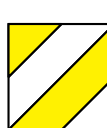
h)



i)



j)

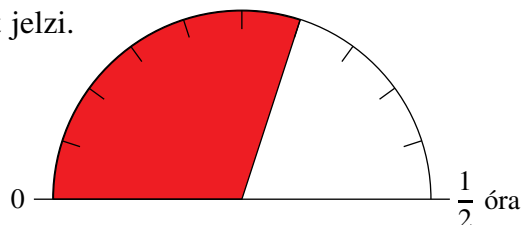


7. A rajzon látható parkolóóra piros része a hátralévő időt jelzi.

a) Mekkora része van még hátra a parkolási időnek?

b) Hány perc van még hátra a parkolási időből?

c) Hány óra van még hátra a parkolási időből?



8. Olvass a képről!

- a) Színes rudakkal szőnyeget szőünk.

Legyen a lila rúd 1!

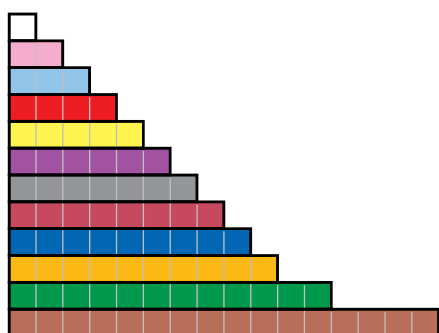
Mennyit ér ekkor 1 fehér, 2 fehér, 3 fehér, 6 fehér, 1 rózsaszín, 2 rózsaszín, 3 rózsaszín, 1 kék, 2 kék?

- b) Színes rudakkal szőnyeget szőünk.

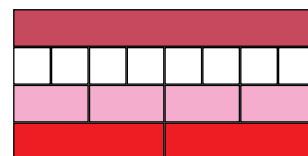
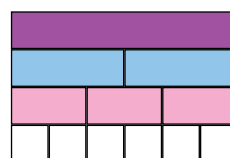
Legyen a bordó rúd 1!

Mennyit ér ekkor 1 fehér, 4 fehér, 7 fehér, 8 fehér, 1 rózsaszín, 2 rózsaszín, 3 rózsaszín, 4 rózsaszín, 1 piros, 2 piros?

- c) A színesrúd-készletből tornyot építünk. Melyik rudat választottuk 1-nek, ha



- A) a világoskék 1 harmadot ér;
 B) a citromsárga felet ér;
 C) a bordó felet ér;
 D) a rózsaszín 2 harmadot ér;
 E) a lila 2 harmadot ér;
 F) a bordó 8 kilencedet ér;
 G) a zöld 3 negyedét ér?

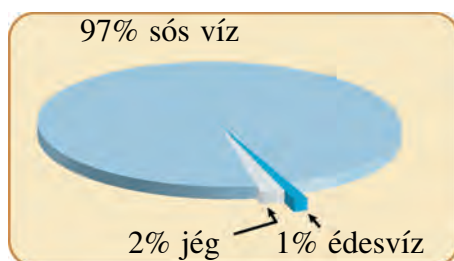


9. A Föld vízkészletéről láthatsz adatokat és két diagramot. Tanulmányozd ezeket!

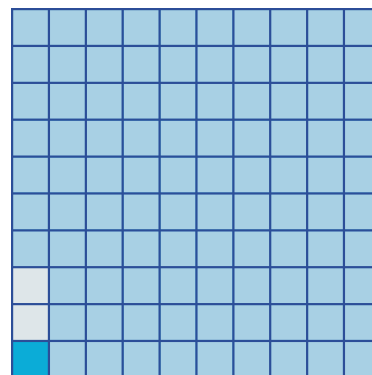
táblázat

Jég:	$\frac{1}{50}$
Édesvíz:	$\frac{1}{100}$
Sós víz:	$\frac{97}{100}$
Összesen:	$\frac{100}{100}$

kördiagram



négyzetes diagram



- a) Miért használunk diagramokat?
 b) Miért kell nagyon vigyázni a folyók, források vizeinek tisztaságára?

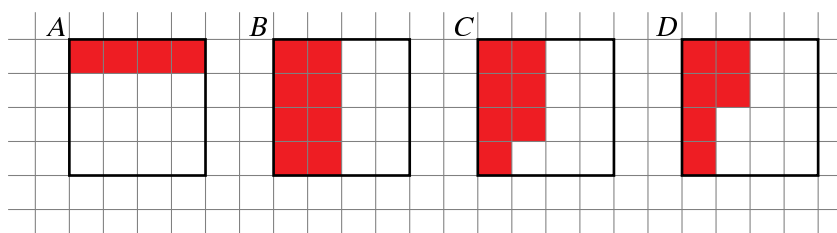
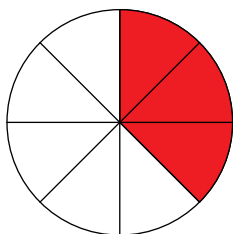


Gyűjtsetek adatokat hazánk édesvízkészletéről!

10. Oldd meg a feladatokat! Melyik feladatnak nincs megoldása?

- a) Pankának 12, Jucinak 18 sor málnát kell leszednie. Panka a rá kirótt munka felénél tart, Juci a 2 harmadánál. Kinek van több sor hátra?
 b) Hatnapos kerékpártúrán összesen 180 km-t szeretnénk megtenni. Az első három napon megtettük az út 3 ötödét. Mennyit kell átlagosan kerekeznünk az elkövetkező 3 napon ahhoz, hogy a tervezett 180 km-es utat megtegyük?
 c) 33 tojásan ült a kotlós. A tojások hetedéből nem kelt ki kiscsibe. Hány kiscsibe bújt ki a tojásokból?

11. Melyik négyzetnek van ugyanakkora része beszínezve, mint a körnek?



12. Fel lehet-e vágni 3 vágással egy tortát 8 egyenlő részre?

13. A mérleg egyik serpenyőjében egy szappantömb van, a másik serpenyőben pedig ugyanolyan tömb $\frac{3}{4}$ része és még $\frac{3}{4}$ kg-ot kitevő súlyok. A mérleg így egyensúlyban van. Hány kilogramm a szappantömb?

Kisebb vagy nagyobb 1 egésznél? Pontosan 1 egész?

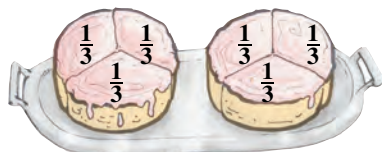
A $\frac{4}{4}$, $\frac{6}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{3}$ tört alakú számok. Figyeljük meg az értéküket!

Pozitív egész számok

A $\frac{4}{4}$ és a $\frac{6}{3}$ pozitív egész számok.



$$\frac{4}{4} = 1$$



$$\frac{3}{3} + \frac{3}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

A $\frac{4}{4}$ azt jelenti, hogy az $\frac{1}{4}$ -ből 4-et vettünk, ezért ennek az értéke éppen 1 egész.

A $\frac{6}{3}$ azt jelenti, hogy az $\frac{1}{3}$ -ból 6-ot vettünk, ezért ennek az értéke éppen 2 egész.

Az egész számokat sokféleképpen írhatjuk fel tört alakban. Ne keverjük össze a szám értékét azzal, hogy éppen milyen alakban szerepel!

Például:

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \dots = \frac{1000}{1000} = \dots$$

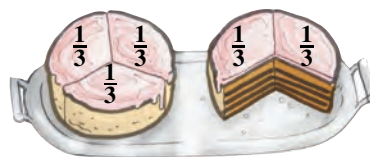
$$2 = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \frac{10}{5} = \frac{12}{6} = \dots = \frac{2000}{1000} = \dots$$

Nem egész számok

A $\frac{3}{4}$ és az $\frac{5}{3}$ nem egész számok.

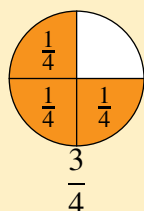


A $\frac{3}{4}$ kisebb 1-nél.

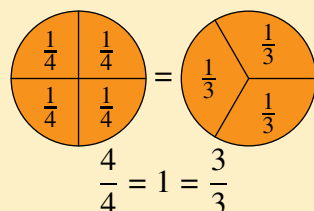


Az $\frac{5}{3}$ az 1 egész és a 2 egész közé esik.

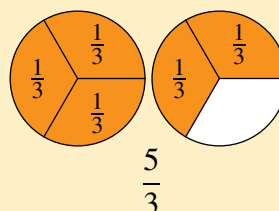
A tört kisebb 1-nél, ha a számlálója kisebb a nevezőjénél.



<



<



A tört értéke 1, ha a számlálója egyenlő a nevezőjével.

A tört nagyobb 1-nél, ha a számlálója nagyobb a nevezőjénél.

Az 1-nél nagyobb törtet összeg alakban is fel szoktuk írni.

Például:

$$\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3} \text{ (egy egész két harmad)} \text{ vagy } \frac{9}{4} = \frac{8}{4} + \frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$$

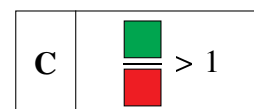
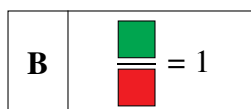
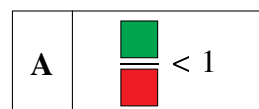
Az $1\frac{2}{3}$ és a $2\frac{1}{4}$ alakokat **vegyes törteknek** vagy **vegyes számoknak** is nevezzük.

Játék

A játékban két kocka feldobásával készítünk törtet. A zöld kockával dobott szám legyen a tört számlálója, a pirossal dobott a tört nevezője!

Például, ha a zölddel 2-t dobunk, a pirossal 4-et, akkor a $\frac{2}{4}$ törtet kapjuk.

Három kártyán egy-egy nyitott mondatot látunk.

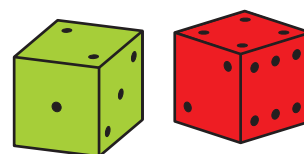


A példában szereplő tört az **A** jelű nyitott mondatot teszi igazgá, mert $\frac{2}{4}$ kisebb 1-nél.

A játék menete:

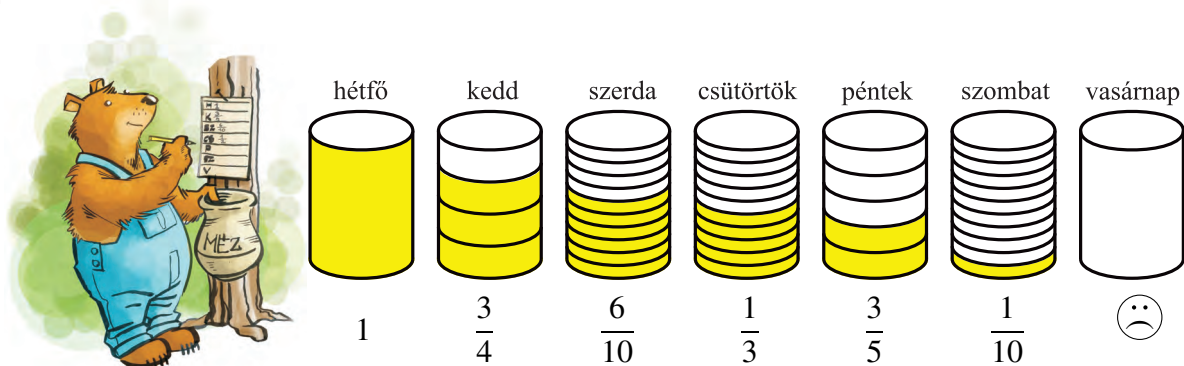
2-4 gyerek játsszon együtt! Mindenki válasszon egy nyitott mondatot! (Többen is választhatják ugyanazt.) Minden játékos dob a két kockával, és a feltételek szerint alkot egy törtet. Akinek a kapott tört igazgá teszi a kiválasztott nyitott mondatát, az kap 1 pontot. A következő fordulóban lehet másik nyitott mondatot választani, de nem kötelező.

Az a játékos nyer, aki tíz fordulóban a legtöbb pontot gyűjti össze.



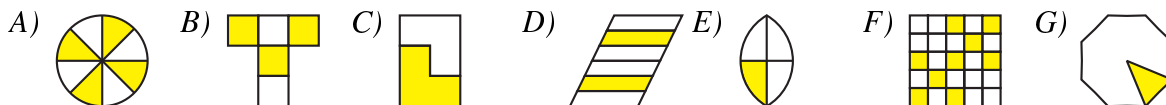
Feladatok

1. Mackó mindennap feljegyezte, mennyi méz maradt a mézescsuporban. Melyik napon tévedett?



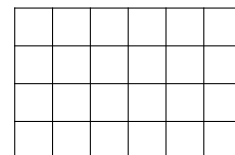
2. A teljes rajz minden feladatban 1 egészet jelent.

- a) A teljes rajz mekkora része van beszínezve?
b) A teljes rajz mekkora része nincs beszínezve?



3. Rajzolj a füzetedbe nyolc téglalapot 4 és 6 rácsegységnyi oldalakkal!

- a) Színezd be az első téglalap negyedét, a második harmadát, a harmadik felét, a negyedik $\frac{3}{4}$ részét, az ötödik $\frac{3}{6}$ részét, a hatodik $\frac{9}{12}$ részét, a hetedik $\frac{6}{24}$ részét, a nyolcadik $\frac{12}{36}$ részét!



- b) Tedd igazzá a nyitott mondatokat!

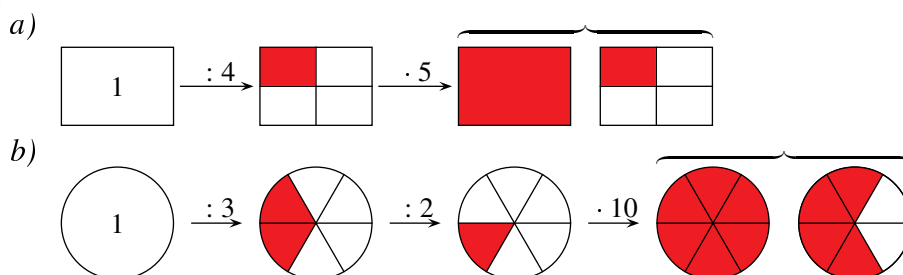
A téglalap fele egyenlő a téglalap részével.

A téglalap egyenlő a téglalap $\frac{6}{24}$ részével.

A téglalap $\frac{3}{4}$ része egyenlő a téglalap részével.

A téglalap $\frac{12}{36}$ része egyenlő a téglalap részével.

4. Az első ábra területe 1 egész. A nyilakra írt műveletek szerint színeztük ki az ábrát. Mekkora az így kapott piros színű területek nagysága?



5. Rajzolj négy téglalapot 3 cm-es és 4 cm-es oldalakkal! Színezd ki egy ilyen téglalap

a) $\frac{1}{12}$ részét kékkel,

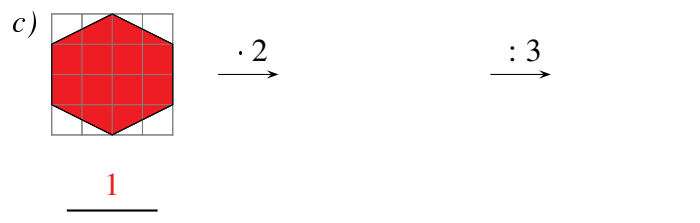
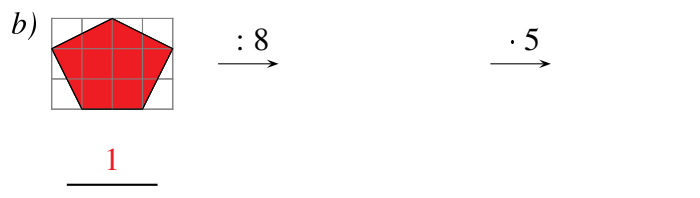
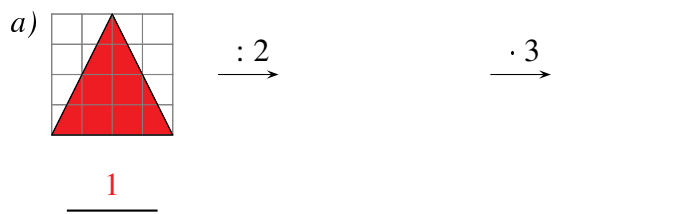
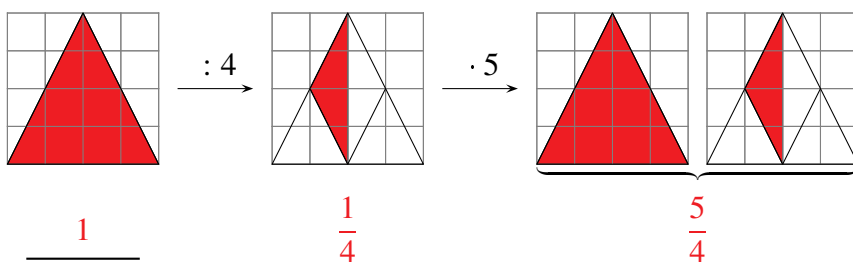
b) $\frac{3}{4}$ részét zölddel,

c) $\frac{7}{7}$ részét pirossal,

d) $\frac{4}{3}$ részét sárgával!

6. Másold le az ábrán látható háromszöget, ötszöget és hatszöget a füzetedbe egymás alá! A nyilakra írt műveleteknek megfelelően készíts ábrákat!

Például:



7. A Mackó sajtokból 8 fér el egy dobozban. Több dobozunk van, de új dobozba csak akkor teszünk sajtot, ha az előző már megtelt.



Ennyi sajt	8	9	10
Így tölti meg a dobozokat	$\frac{8}{8} = 1$	$\frac{9}{8} = 1 + \frac{1}{8}$	$\frac{10}{8} = 1 + \frac{2}{8}$

Írd le többféleképpen, mekkora részét tölti ki a dobozoknak 11, 12, 13, 16, 17, 24, 25 sajt!

8.



Egy ilyen dobozban 6 db tojás fér el. Hány tojás van a dobozokban, ha

a) $1 + \frac{1}{3}$, b) $2 + \frac{1}{2}$, c) $2\frac{2}{3}$, d) $\frac{9}{3}$, e) $\frac{10}{3}$

dobozt töltenek meg a tojások?

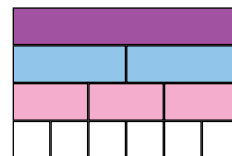
9.

Olvasd a képről!

a) Színes rudakkal szőnyegezünk.

Legyen a világoskék rúd 1!

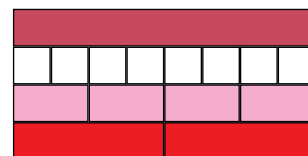
Mennyit ér ekkor 1 fehér, 2 fehér, 3 fehér, 4 fehér, 5 fehér, 6 fehér, 1 rózsaszín, 2 rózsaszín, 3 rózsaszín, 1 lila?



b) Színes rudakkal szőnyegezünk.

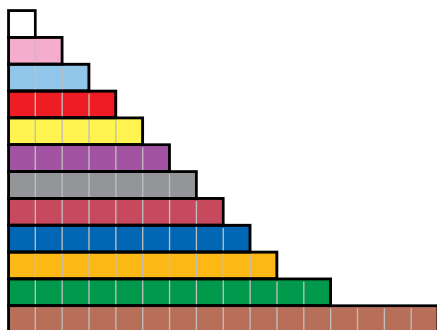
Legyen a piros rúd 1!

Mennyit ér ekkor 1 fehér, 3 fehér, 4 fehér, 6 fehér, 7 fehér, 8 fehér, 1 rózsaszín, 2 rózsaszín, 3 rózsaszín, 4 rózsaszín, 1 bordó?



c) A színesrúd-készlet elemeiből tornyot építünk.

Melyik rudat választottuk 1-nek, ha



A) a világoskék másfelet ér;

B) a citromsárga 2 és felet ér;

C) a bordó 8 ötödöt ér;

D) a sötétkék 4 és felet ér;

E) a lila 1 egész 1 harmadot ér;

F) a bordó 8 hetedet ér;

G) a barna 8 harmadot ér?

10.

Másold a füzetbe a halmazábrát! Helyezd el az ábrába a következő tört alakú számokat!

$\frac{5}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{19}{56}$, $\frac{56}{19}$, $\frac{19}{19}$
 $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{102}{1}$, $\frac{100}{100}$, $\frac{2020}{2020}$

tört alakú számok

1-nél kisebbek

1-nél nagyobbak

11.

Írj a ▲ helyére olyan egész számokat, amelyek igazá teszik az egyenlőséget és az egyenlőtlenségeket! Az összes megoldást keresd meg!

a) $\frac{\triangle}{6} = 1$

b) $\frac{\triangle}{6} > 1$

c) $0 < \frac{\triangle}{6} < 1$

Hány megoldása van a)-nak, b)-nek, c)-nek?

12.

Írj a ▲ helyére olyan egész számokat, amelyek igazá teszik az egyenlőséget és az egyenlőtlenségeket! Az összes megoldást keresd meg!

a) $\frac{6}{\triangle} = 1$

b) $\frac{6}{\triangle} > 1$

c) $0 < \frac{6}{\triangle} < 1$

Hány megoldása van a)-nak, b)-nek, c)-nek?

13. a) Válaszd ki a törtek közül az egészeket!

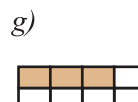
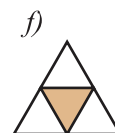
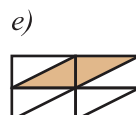
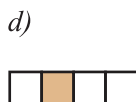
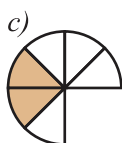
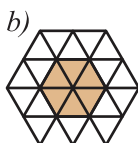
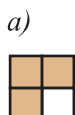
b) Írd fel összeg alakban a megmaradt törteket!

$$\frac{5}{2}, \frac{6}{2}, \frac{14}{2}, \frac{7}{3}, \frac{9}{3}, \frac{19}{3}, \frac{7}{4}, \frac{8}{4}, \frac{22}{4}, \frac{28}{4}, \frac{7}{6}, \frac{12}{6}, \frac{18}{6}, \frac{30}{6}$$

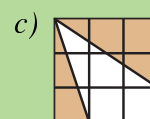
14. Add meg a törtek egész szomszédait! Például: $3 < \frac{7}{2} = \frac{6}{2} + \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} < 4$

$$\frac{3}{5}, \frac{4}{3}, \frac{9}{5}, \frac{11}{4}, \frac{13}{6}, \frac{19}{6}, \frac{21}{9}$$

15. A beszínezett rész egy egész. Mennyit ér a rajz be nem színezett része? Mennyit ér a teljes rajz?



16. A színezett rész az 1 egész. Mennyit ér a rajz be nem színezett része?

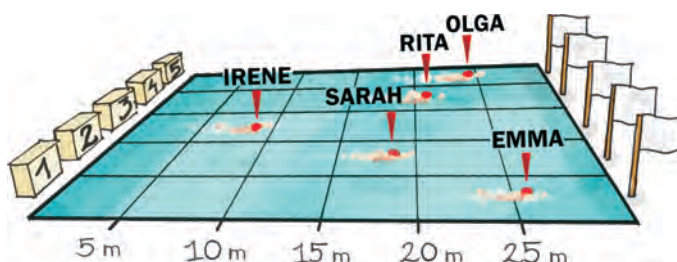


17. Melyik több: háromnak a fele vagy kettőnek a háromnegyede?

Törtek helye a számegyenesen, negatív törtek

1. példa

a) Egy nemzetközi úszóversenyen egy hosszú úsztak a gyerekek. A pillanatfelvétel alapján minden versenyzőről mondunk egy igaz állítást. Ezek segítségével derítsd ki, hogy melyik lány milyen nemzetiségű!



A) Az olasz kislány rosszul rajtolt, így még csak a medence $\frac{3}{10}$ részéig jutott el.

B) Az angol lány túl van a pálya felén, de még nem tett meg 20 métert.

C) A magyar lánynak a hossz $\frac{3}{10}$ -e van hátra.

D) Az orosz lány a magyar lány előtt úszik, az előnye $\frac{1}{10}$ hossz.

E) A németek versenyzője már túl van a hossz $\frac{2}{3}$ részén. Több mint 6 méterrel úszik az angol lány előtt.

b) Az 5. pályára az oroszok lobogóját tűzték ki. Hová kerül a többi zászló?



Megoldás

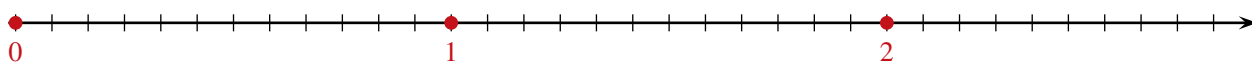
a) A pálya 30 méter hosszú, a pálya szélén lévő osztáspontok távolsága 5 m.

Az olasz Irene 9 m-t tett meg, az angol Sarah megközelítőleg 18 m-t, a magyar Rita 21 m-t, az orosz Olga 24 m-t, a német Emma körülbelül 26 m-t.

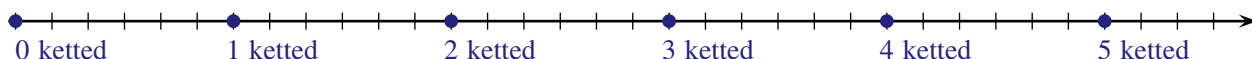
b) 1–C; 2–D; 3–B; 4–A.

2. példa

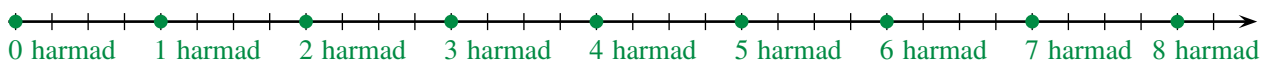
Figyeljük meg a számegyeneseken egymás alatt lévő számokat! Ezen a számegyenesen az **egészeket** jelöltük meg.



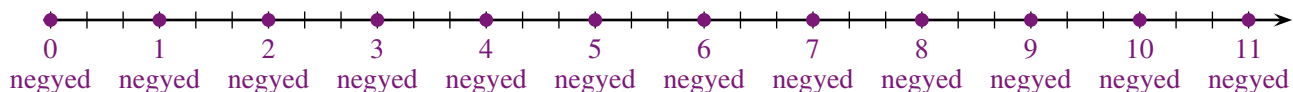
Ezen a számegyenesen az egységet **két egyenlő** részre osztottuk és megjelöltük a **feleket** (kettedeket).



Ezen a számegyenesen az egységet **három egyenlő** részre osztottuk és megjelöltük a **harmadokat**.



Ezen a számegyenesen az egységet **négy egyenlő** részre osztottuk és megjelöltük a **negyedeket**.

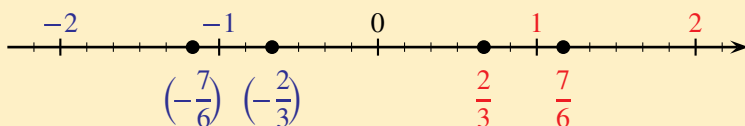


A számegyenesek rajzolását folytathatnánk akármeddig, sorra megjelölve az ötödeket, hatodokat stb.

A számegyenesen a pozitív törtszámok és ellentettjük is megtalálható.

$\frac{2}{3}$ ellentettje a $\left(-\frac{2}{3}\right)$,

$\frac{7}{6}$ ellentettje a $\left(-\frac{7}{6}\right)$ stb.



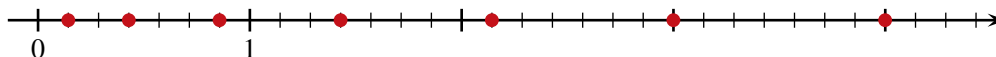
tört alakú számok	
negatív	pozitív
$\left(-\frac{7}{6}\right)$	$\frac{7}{6}$
$\left(-\frac{2}{3}\right)$	$\frac{2}{3}$

Feladatok

1. A 142. oldal 2. példájában lévő számegyeneseken válassz ki egyenlő értékű törtet! Írj le közülük néhányat!

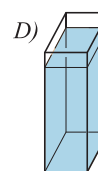
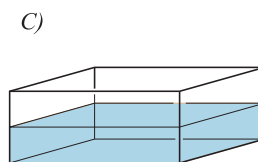
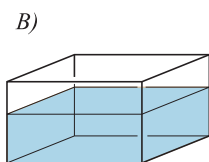
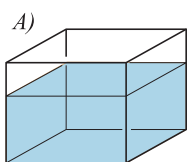
2. Melyik számokat jelöltük meg ezen a számegyenesen?

A megjelölt hét szám egy sorozat első hét eleme. Folytasd a sorozatot! Írd fel további három elemét!



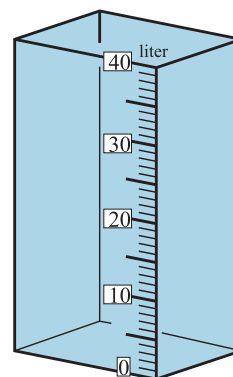
3. Melyik akvárium lehet ezek közül

- a) $\frac{3}{5}$ részéig, b) $\frac{7}{8}$ részéig, c) $\frac{2}{3}$ részéig, d) $\frac{5}{10}$ részéig megtöltve vízzel?



4. Hány liter víz van a tartályban, ha

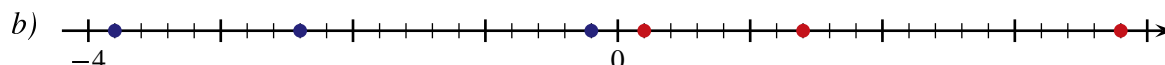
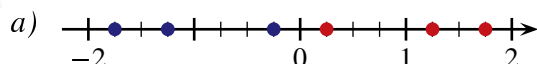
- a) $\frac{1}{2}$, b) $\frac{1}{5}$, c) $\frac{7}{10}$, d) $\frac{1}{8}$, e) $\frac{3}{8}$, f) $\frac{1}{20}$, g) $\frac{12}{40}$
részéig töltik meg?



5. Mekkora részéig telik meg a tartály, ha

- a) 30 liter, b) 4 liter, c) 16 liter, d) 45 liter vizet öntünk bele?

6. Melyik számokat jelöltük meg a számegyenesen?
Mennyi a pontokkal megjelölt számok összege?

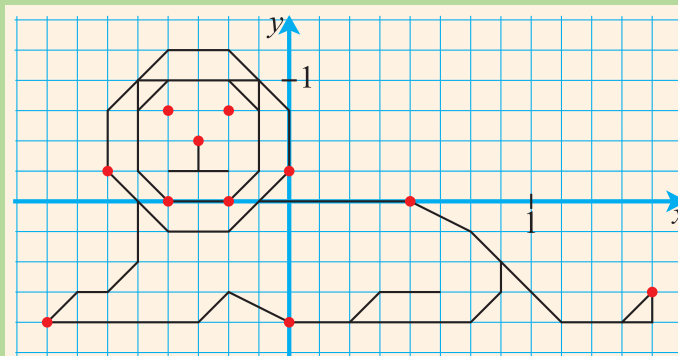


7. Egy 24 cm magas gyertya egyenletesen égve 4 óra alatt ég le tövig. Hány perc múlva lesz a gyertya meggyújtása után a gyertyacsonk 16 cm?

8. Add meg a színes pontok koordinátáit!

9. Ábrázold a számegyenesen azokat a számokat, amelyeknek az ellentettjüktől való távolságuk

- a) 1; b) $\frac{2}{5}$; c) $1\frac{1}{3}$!



A törtek sokféle arca

Példa

Hogyan lehet igazságosan szétosztani 3 gyerek között:

7 csokit,



7 lufit,



egy 7 dm-es szalagot



és 7 dl narancslevet?

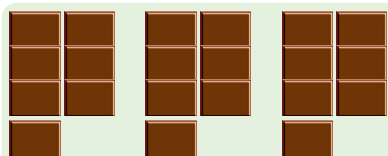


Megoldás

Mindegyik feladatban 7 dolgot kell 3 egyenlő részre osztani.

A lufikat nem lehet 3 egyenlő részre szétosztani. A szalagot megmérjük, és a hosszának a harmadát vesszük. Az ivólevet 3 ugyanolyan pohárba öntjük úgy, hogy mindegyikben ugyanolyan magasan álljon az üdítő.

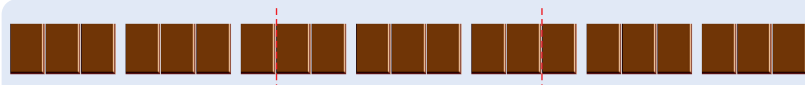
A csokik szétosztását többféleképpen megvalósíthatjuk. Ezek közül rajzoltunk le néhányat:



Minden gyereknek adunk 2-2 csokit, a hetedik csokit 3 egyenlő részre osztjuk, és mindenki kap 1-1 harmadot.



Minden csokit 3 egyenlő részre osztunk, és mindenki kap 7 harmadot.



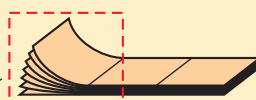
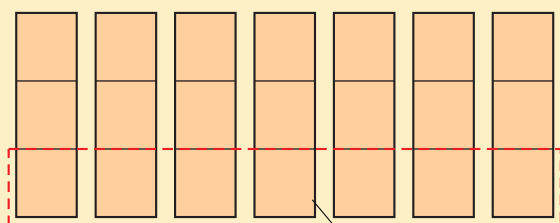
Egymás mellé toljuk a csokikat, és vesszük a 7 csoki harmadát.

A matematikában mind a három szétosztást a $7 : 3$ művelet írja le, amelynek eredménye $\frac{7}{3}$.

A $\frac{7}{3}$ törthöz példáinkban többféleképpen is eljutottunk. Ezek közül kiemeljük az alábbiakat.

Az 1 egész harmadát vettük egymás után 7-szer.

A 7 egész harmadát vettük 1-szer.



Művelettel:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot 7 = \frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$$

$\frac{7}{3} = 7/3 = 7 : 3$ A vízszintes és a ferde törtvonal éppúgy lehet az osztás jele, mint a kettőspont.

Azt mondhatjuk, hogy a tört kijelölt osztás. **Mivel a 0-val való osztás nem értelmezett, ezért a tört nevezője nem lehet nulla!**

Feladatok

1. a) A különböző rendezvényekre szóló belépőjegyekről a jegykezelő letépi az ellenőrző szelvényt. Miért?

b) A képen látható jegyek körülbelül mekkora része az ellenőrző szelvény?

c) Egy 5 fős család jegyeiről letépett szelvények körülbelül mekkora részét teszik ki az eredeti jegyeknek?

„A” sor
19-es szék

Manócska Bábelőadás
„A” sor 19-es szék
Madách Bábszín

@ Tudjátok-e, hogyan lehet online vagy SMS-ben jegyet vásárolni?
Ha nem, nézzetek utána!

2. Ki a magasabb? Bence az 1 méteres mérőszalag 3 negyedéig ér, Bendegúz a 3 méteres mérőszalag negyedéig.

3. Nyuszi Fülesnek és Micimackónak is sült születésnap tortát.

Mackónak egyet,

Fülesnek három ugyanolyat.



Ennek a $\frac{3}{4}$ része fogyott el. Ezek mindegyikének a negyede fogyott el.

Kinek a születésnapján fogyott el több torta?

4. Piroska és Marci testvérek. Piroska karácsonyi ajándékokra zsebpénzének $\frac{4}{5}$ részét költötte el.

Marcinak négyszer annyi pénze volt, és annak $\frac{1}{5}$ részéből vett ajándékot. Ki költött többet az ajándékokra?

@ 5. Melyik nagyobb? Tippeljetek! Nézzetek utána!

a) A Kékestető magasságának $\frac{1}{3}$ -a vagy a Gellért-hegy magasságának $\frac{2}{3}$ -a?

b) A Balaton területének $\frac{1}{4}$ -e vagy a Velencei-tó területének $\frac{3}{4}$ -e?

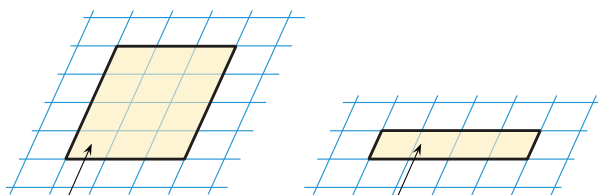
c) Egy átlagos tyúktojás átlagos tömegének $\frac{9}{10}$ -e vagy egy átlagos strucctojás tömegének $\frac{1}{10}$ -e?

6. Melyik nagyobb?

a) Ennek a szakasznak  az $\frac{1}{3}$ része, vagy ennek a szakasznak  a $\frac{2}{3}$ része?

b) $\frac{1}{3}$ vagy $\frac{2}{3}$?

7. Melyik nagyobb?



a) Ennek az $\frac{1}{4}$ része vagy ennek a $\frac{3}{4}$ része?

b) $\frac{1}{4}$ vagy $\frac{3}{4}$?

8. A gyerekek igazságosan osztottak a kürtőskalácsokon.

Mindenkinek $\frac{3}{5}$ kalács jutott.

Hány gyerek hány kalácson osztzott?



9. Tedd igazzá az egyenlőségeket!

a) $6 : \square = 2$

b) $3 : \square = \frac{3}{8}$

c) $\square : 2 = \frac{7}{2}$

d) $\frac{3}{\square} = \frac{\triangle}{3} = 12 : \color{red}{\square}$

10. Egy négyzet kerülete 10 cm, egy szabályos háromszögé 9 cm, egy szabályos hatszögé 16 cm. Melyik síkidom oldala a leghosszabb?

11. Egy tégl tömege 7 kg. Hány kg a tömege annak a téglának, amelynek minden éle fele a nagy tégl megfelelő élének, és ugyanolyan anyagból készült?

12. Hogyan lehet 7 ugyanakkora kenyeret igazságosan elosztani 12 éhes vándor között úgy, hogy egyik kenyeret se kelljen 12 vagy 12-nél több részre vágni?

13. Jancsitól megkérdezték, hány testvére van. Jancsi így válaszolt: Pontosan annyi nővérem van, mint fivérem. De nővéreim mindegyikének feleannyi leánytestvére van, mint fiútestvére. Hány gyereke van Jancsi szüleinek, és ebből mennyi a fiú, és mennyi a lány?

14. Melyik nagyobb: $\frac{2221}{2223}$ vagy $\frac{3332}{3334}$?

15. Zoli ezt mesélte a futóversenyéről: „Amikor beértem a célegyenesbe, nem volt mellettem senki. De a versenyzők harmada már célba ért, a fele viszont még mögöttem volt”. Hányan versenyeztek?

Törtek összehasonlítása

1. példa

Párosítsd az igaz állításokhoz a megfelelő érvelést!

Állítások	Érvelések
A $\frac{-9}{2} < \frac{1}{3}$	a) A negatív számok közül az a nagyobb, amelyik közelebb van a nullához.
B $\frac{2012}{2011} > \frac{2011}{2012}$	b) Egyenlő nevezőjű pozitív törtek közül a nagyobb számlálójú a nagyobb.
C $\frac{11}{5} > \frac{11}{8}$	c) Egy pozitív tört nagyobb 1-nél, ha a számlálója nagyobb a nevezőjénél.
D $\frac{5}{11} < \frac{8}{11}$	d) Egy pozitív és egy negatív tört közül mindig a pozitív a nagyobb.
E $-\frac{3}{2} < -\frac{3}{4} < -\frac{1}{4}$	e) Egyenlő számlálójú pozitív törtek közül a kisebb nevezőjű a nagyobb.
F $\frac{8}{4} = 2$	f) A tört értéke egész szám, ha a tört számlálója többszöröse a nevezőjének.

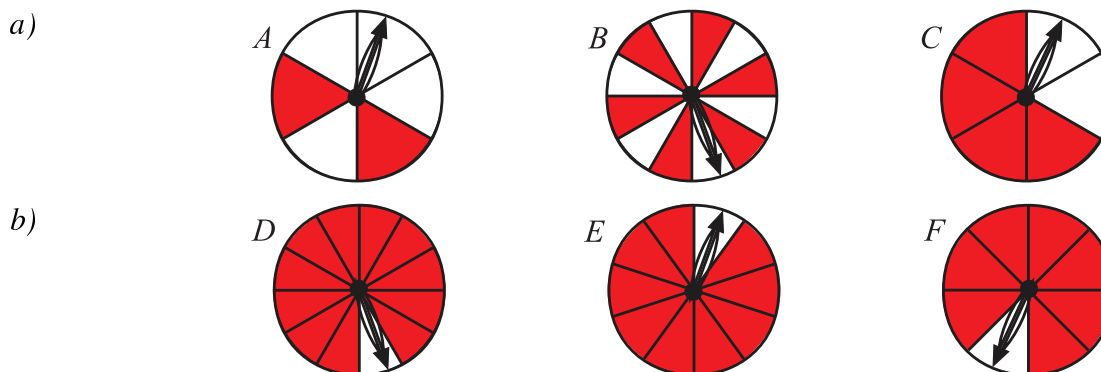
Megoldás

A–d), B–c), C–e), D–b), E–a), F–f).

Az összehasonlításban a tört értelmezéséről tanultakat használtuk fel.

2. példa

Melyik pörgettyűn áll meg legnagyobb eséllyel piros részen a mutató, ha megpörgetjük?



Megoldás

a) A B-nek éppen a fele piros. Ezzel összehasonlítva a többi látható, hogy az A pörgettyűnek a felénél kisebb része, a C-nek a felénél nagyobb része piros. Ezért a C pörgettyűn áll meg a legnagyobb eséllyel piros mezőn a mutató.

b) A D pörgettyű $\frac{1}{12}$ része fehér, az E-nek $\frac{1}{10}$ része, az F-nek $\frac{1}{8}$ része. A D pörgettyűn a legkisebb a fehér rész, így ezen a legnagyobb a piros terület. Ezért a D pörgettyűn áll meg a legnagyobb eséllyel piros mezőn a mutató.

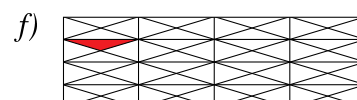
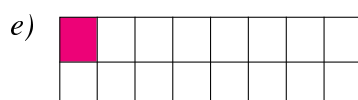
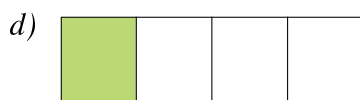
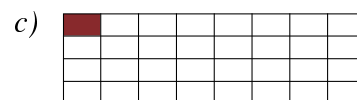
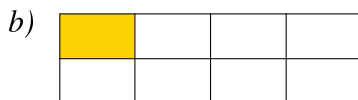
Az összehasonlítás során az 1 egészhez, azaz a teljes körhöz viszonyítottunk.

Feladatok

1. Az alábbi ábrákon a teljes rajz 1-et ér.

A) Mennyit ér a rajz beszínezett része?

B) Mennyit ér a rajz színezetlen része?



2. Állítsd növekvő sorrendbe az alábbi egységtörtöket! (Egységtörtökeknek az 1 számlálójú törtöket nevezzük.)

a) $\frac{1}{5}, \frac{1}{12}, \frac{1}{8}, \frac{1}{15}, \frac{1}{2}, \frac{1}{9}$

b) $\frac{1}{20}, \frac{1}{6}, \frac{1}{17}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{13}$

3. Tom Sawyer ügyes csellel rávette barátait arra, hogy fessék le helyette a kerítést.

Ben a $\frac{2}{9}$ részét, Billy a $\frac{3}{8}$ részét, Johnny az $\frac{1}{4}$ részét festette le. Tomot ezért almával, egy papírsárkánnyal és egy döglött patkánnyal ajándékozták meg társai. (Olvastad-e már Mark Twain *Tom Sawyer kalandjai* című könyvét?)
Ki festett a legtöbbet?



4. Melyik nagyobb? Tedd ki a megfelelő jelet! Segít a tankönyv 142. oldalán lévő ábra.

a) $\frac{1}{3}$ vagy $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$ vagy $\frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{2}$ vagy $\frac{2}{3}$

d) $\frac{3}{11}$ vagy $\frac{7}{10}$

e) $\frac{2}{5}$ vagy $\frac{2}{7}$

f) $\frac{9}{10}$ vagy $\frac{2}{3}$

5. Melyik nagyobb? Tedd ki a megfelelő jelet!

a) $\frac{5}{100}$ vagy $\frac{5}{101}$

b) $\frac{1001}{1000}$ vagy $\frac{999}{1000}$

c) $\frac{10}{11}$ vagy $\frac{11}{12}$

d) $-\frac{10}{11}$ vagy $-\frac{11}{12}$

6. Melyik nagyobb?

a) (-1) vagy $(+1)$

b) $\left(-\frac{1}{3}\right)$ vagy $\left(+\frac{1}{3}\right)$

c) (-1) vagy (-2)

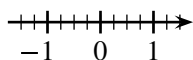
d) $\left(-\frac{1}{3}\right)$ vagy $\left(-\frac{2}{3}\right)$

e) $\left(-\frac{7}{3}\right)$ vagy $\left(-\frac{4}{3}\right)$

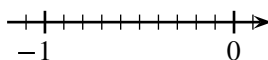
f) $\left(3 + \frac{1}{4}\right)$ vagy $\frac{7}{4}$

7. Melyik a nagyobb? (Segít a számegyenes.)

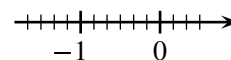
a) $-\frac{1}{4}$ vagy $-\frac{1}{2}$



b) $-\frac{3}{5}$ vagy $-\frac{3}{10}$



c) $-\frac{5}{3}$ vagy $-\frac{5}{6}$

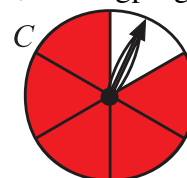
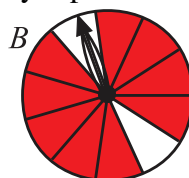
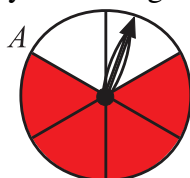


d) $-\frac{7}{1000}$ vagy $-\frac{7}{10}$

e) $-\frac{3}{28}$ vagy $-\frac{3}{56}$

f) $-\frac{201}{200}$ vagy $-\frac{1001}{1000}$

8. Melyik pörgettyűn áll meg nagyobb eséllyel piros részen a mutató, ha megpörgetjük?



9. A mi falunk a folyóparton épült. A gyakori árvíz miatt magas kőgát védi a folyó felől. Az utóbbi négy évben a hajóállomásnál mérték a víz magasságát.



2008-ban a gát $\frac{7}{10}$ részéig ért a folyó vízszintje. 2009-ben a gát $\frac{9}{10}$ részéig, 2010-ben a $\frac{12}{13}$ részéig, 2011-ben a $\frac{7}{11}$ részéig ért a folyó vízszintje.

a) Melyik évben volt a legmagasabb a vízállás?

b) Melyik évben volt a legkisebb a víz betörésének veszélye?

10. Kinek az autója fogyaszt többet? Mindegyikről tudjuk, hogy 10 km-en mennyit fogyaszt.



Gondos úr autója $\frac{7}{5}$ litert,



Szél úr $\frac{3}{2}$ litert,



Kockás úr $\frac{13}{10}$ litert.

11. Írd növekvő sorrendbe a számokat! $\frac{1}{12}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{12}$

- 12.** Dönts el, melyik állítás igaz, melyik hamis! Csak pozitív törtekre gondolj!
- Ha két egyenlő nevezőjű tört számlálója megegyezik, akkor a két tört értéke is megegyezik.
 - Két tört értéke csak akkor lehet egyenlő, ha a számlálójuk és a nevezőjük is egyenlő.
 - Egyenlő számlálójú törtek közül az a kisebb, amelyiknek a nevezője nagyobb.
 - Egyenlő nevezőjű törtek közül az a nagyobb, amelyiknek a számlálója kisebb.
 - Ha két törtnek a számlálója is, a nevezője is különböző, akkor a törtek értéke is különböző.

- 13.** A Központi Statisztikai Hivatal (KSH) adatai szerint 2006-ban a vállalkozók $\frac{33}{50}$ -e, az alkalmazottak $\frac{15}{25}$ -e, a nyugdíjasok $\frac{4}{25}$ része, a tanulók $\frac{9}{10}$ -e, a munkanélküliek $\frac{1}{4}$ -e használta rendszeresen az internetet. Három állítást írtunk az adatokról, egyik közülük hamis. Melyik az?
- A legnagyobb arányban a tanulók használták az internetet.
 - Az alkalmazottak a vállalkozókhöz képest kisebb mértékben használták az internetet.
 - A nyugdíjasok aránylag nagyobb része használta az internetet, mint a munkanélkülieké.

- 14.** Hány méter a kifejlett cápa, ha hossza 3 m és még a hossza felének a fele?
- 15.** A 100 méteres síkfutás iskolai döntőjében az 5., 6., 7. és 8. osztályokból egy-egy gyerek indult. A következőket tudjuk: a hatodikos fiú a pálya $\frac{3}{4}$ részénél tart, a nyolcadikos fiúnak a távolság $\frac{1}{3}$ -ánál több van még hátra. András $\frac{4}{5}$ részét tette meg a távnak. A legfiatalabb fiú 10 méterre van a céltól.
Ki fut az élen? Ki fut leghátul?

Törtek egyszerűsítése és bővítése

1. példa

A képen Katóka születésnapját ünnepli a család, aki az idén megtanult tízig számolni. Így eshetett meg, hogy elpityeredett, amikor édesanyja neki is 2 ugyanakkora szelet tortát tett a tányérjára, mint testvéreinek.

– Én is csak 2 szeletet kapok, pedig az én születésnapom van – hüppögte.

– Csak ez a baj? – kérdezte édesanyja, és Katóka mindkét szelet tortáját 3-3 szeletre vágta.

– Jaj de jó! Nekem lett a legtöbb tortám! – örvendezett Katóka.

Panka, aki már 5 éves is elmúlt, felvisított:

– Én is többet akarok!

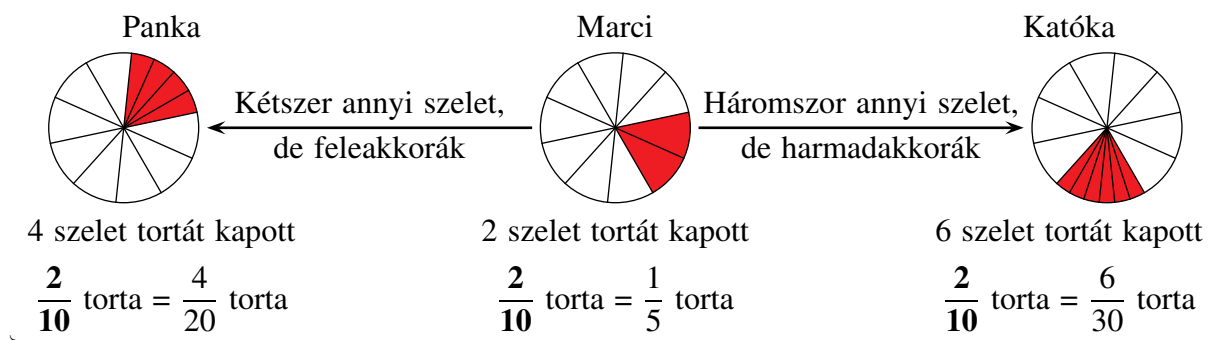
Édesanyjuk az ő két szelet tortáját is felvágta.

– Pankának 4 szelet tortája van, nekem 6. Az enyém a több! – mondta Katóka, és megnyugodva falt tovább. Marci, aki már 10 éves is elmúlt, csak mosolygott a „bajsa alatt”.

Valóban Katóka kapta a legtöbb tortát?



Megoldás

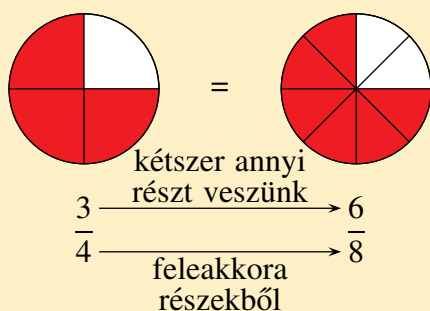


Mindhárom gyerek ugyanannyi tortát kapott, mert: $\frac{2}{10} = \frac{1}{5} = \frac{4}{20} = \frac{6}{30}$.

Sok feladat megoldásában segít, ha egy törtet más alakban is fel tudunk írni.

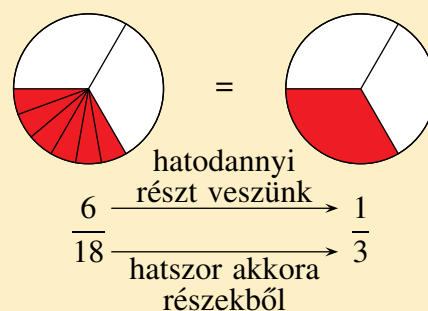
A törtet bővítjük, ha kisebb, egyenlő tört részekből állítjuk elő.

Például: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$



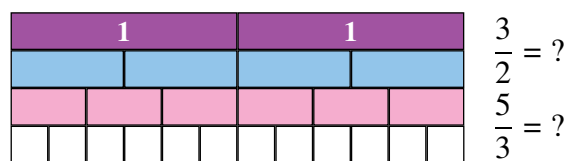
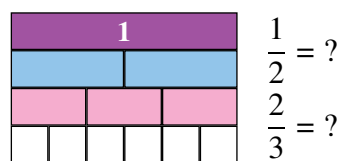
A törtet egyszerűsítjük, ha nagyobb, egyenlő tört részekből állítjuk elő.

Például: $\frac{6}{18} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

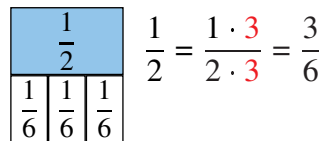


2. példa

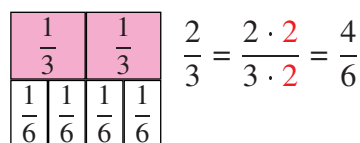
Olvassuk le a törtek bővített alakjait a szőnyegezésről!



Megoldás



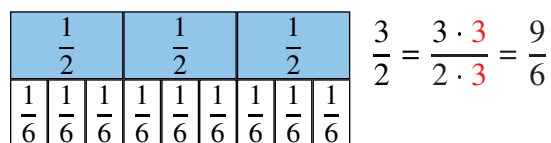
Harmadakkora részből 3-szor annyit vettünk.



Feleakkora részből 2-szer annyit vettünk.

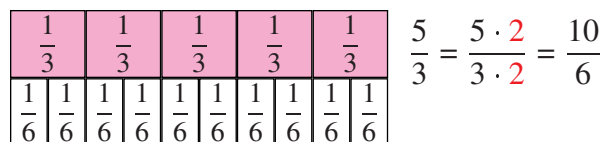
Az $\frac{1}{2}$ -et **3**-mal bővítettük.

A $\frac{2}{3}$ -ot **2**-vel bővítettük.



A $\frac{3}{2}$ -et **3**-mal bővítettük.

Harmadakkora részből 3-szor annyit vettünk.



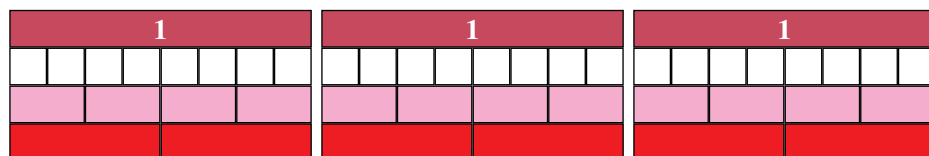
Az $\frac{5}{3}$ -ot **2**-vel bővítettük.

Feleakkora részből 2-szer annyit vettünk.

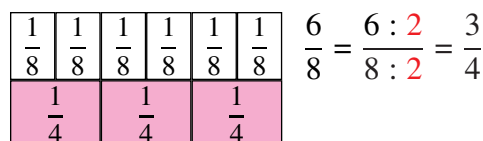
Azt tapasztaljuk, ha a tört számlálóját és nevezőjét ugyanazzal a pozitív egész számmal megszorozzuk, a tört értéke nem változik. Ha a tört számlálóját és nevezőjét is ugyanazzal a nem nulla egész számmal szorozzuk, akkor azt mondjuk, hogy a törtet **bővítjük**.

3. példa

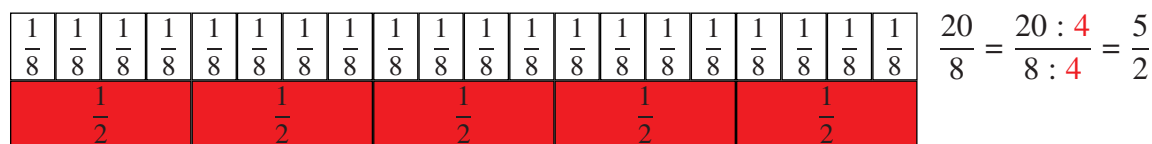
Olvassuk le a $\frac{6}{8}$ és a $\frac{20}{8}$ törték egyszerűsített alakjait a szőnyegezésről!



Megoldás



Feleannyit vettünk 2-szer akkora részből. A $\frac{6}{8}$ -ot **2**-vel egyszerűsítettük.

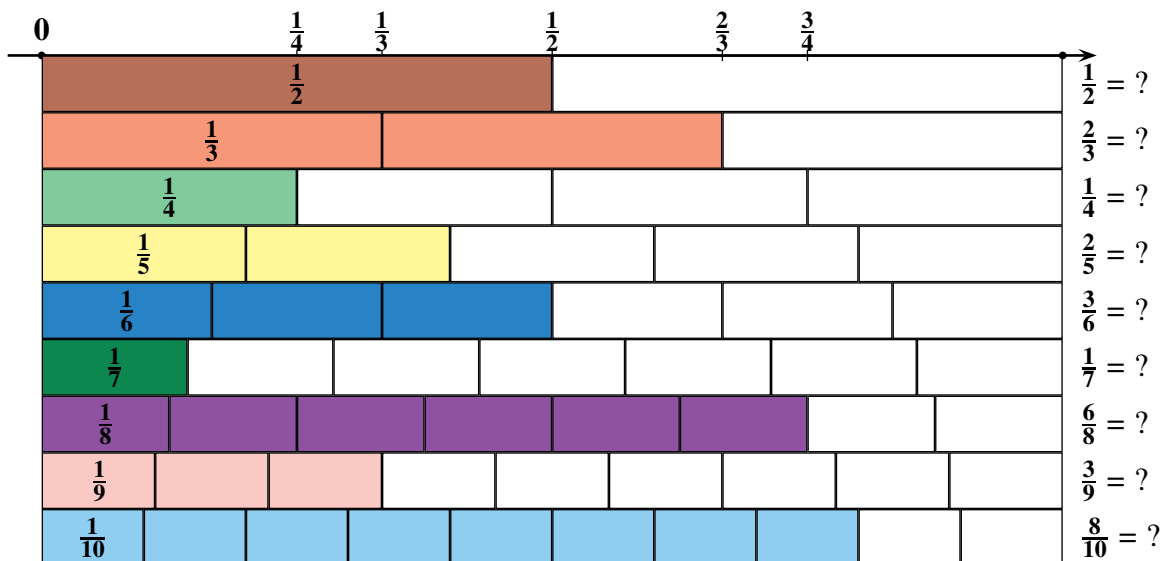


Negyedannyit vettünk 4-szer akkora részből. A $\frac{20}{8}$ -ot **4**-gyel egyszerűsítettük.

Azt tapasztaljuk, hogy ha a tört számlálóját és nevezőjét ugyanazzal a pozitív egész számmal elosztjuk, a tört értéke nem változik. Ha a tört számlálóját és nevezőjét is ugyanazzal a nem nulla egész számmal osztjuk, akkor azt mondjuk, hogy a törtet **egyszerűsítjük**.

Feladatok

1. Írj a sorok végére írt törttekkel egyenlő törtet! Segít a rajz!



2. A zenében is nagy szerepe van a törték bővítésének. Az egész kotta jele: $\bullet$, a fél kottáé: ♩ , a negyed kottáé: ♪ , a nyolcad kottáé: ♩ , a tizenhatod kottáé: ♩ .

A fél kotta az egész kotta fele, mert feleannyi ideig tart. A negyed az egész kotta negyede, mert negyedannyi ideig tart, és így tovább.

A ritmusértékekkel ugyanúgy lehet számolni, mint a törtszámokkal.

Például: $\text{♩} = \text{♪} \text{ ♩}$, ugyanez számokkal: $\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{2}{16}$

Igazak-e az alábbi egyenlőségek? El tudod-e tapsolni a ritmusokat?

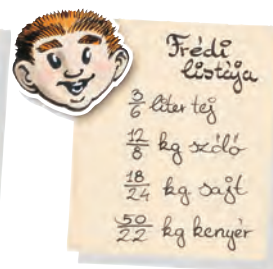
a) $\bullet = \text{♪} \text{ ♩} \text{ ♩}$

b) $\bullet = \text{♩} \text{ ♩} \text{ ♩} \text{ ♩}$

c) $\bullet = \text{♪} \text{ ♩} \text{ ♩} \text{ ♩}$

d) $\text{♩} \text{ ♩} \text{ ♩} \text{ ♩} = \text{♪} \text{ ♩} \text{ ♩}$

3. Frédi mindenből ugyanannyit szeretett volna venni, mint amennyit Béni. Bénit ez bosszantotta, ezért Frédi minden mennyiséget másképpen írt le, mint Béni. Béninek gyenge pontja volt a matematika, ezért nem vette észre a turpisságot, Frédi pedig csak a vásárlás után jött rá, hogy egy számot elhibázott. Keresd meg, hol hibázott Frédi!



4. Add meg a törték bővített és egyszerűsített alakjait! Kétféleképpen gondolkozz!

Például: $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{12}{20}$ vagy $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20}$

a) $\frac{3}{4} = \frac{\square}{12}$

b) $\frac{5}{6} = \frac{20}{\square}$

c) $\frac{12}{16} = \frac{3}{\square}$

d) $\frac{8}{16} = \frac{\square}{2}$

5. Add meg a hiányzó számlálókat!

a) $\frac{1}{2} = \frac{\square}{6}$

b) $\frac{1}{3} = \frac{\square}{9}$

c) $\frac{3}{4} = \frac{\square}{16}$

d) $\frac{4}{5} = \frac{\square}{15}$

e) $\frac{5}{6} = \frac{\square}{12}$

f) $\frac{6}{10} = \frac{\square}{5}$

g) $\frac{6}{12} = \frac{\square}{4}$

h) $\frac{10}{15} = \frac{\square}{3}$

i) $\frac{14}{16} = \frac{\square}{8}$

j) $\frac{24}{10} = \frac{\square}{5}$

6. Rajzolj egy 15 cm hosszú szakaszt!

a) Jelöld rajta az $\frac{1}{3}$ -át, $\frac{1}{2}$ -ét, $\frac{3}{15}$ -ét, $\frac{2}{3}$ -át, $\frac{4}{5}$ -ét, $\frac{1}{5}$ -ét, $\frac{5}{15}$ -ét!

b) Olvasd le, hány tizenötöd részből áll $\frac{1}{3}$ rész, $\frac{2}{5}$ rész, $\frac{4}{5}$ rész!

c) Sorolj fel olyan törteket, amelyeket nem lehet tizenötödökkel kifejezni!

7. Bővítsd a törteket tizedekké! Mit vettél észre? $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{7}{2}, \frac{11}{5}, \frac{2}{3}, \frac{7}{4}$

8. a) Bővítsd a törteket tizenkettedekké! $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{7}{6}, \frac{11}{6}, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}$

b) Keresd meg a helyüket a számegyenesen!

9. Keresd meg a törtek legegyszerűbb alakját!

Találsz-e köztük olyat, amelyik nem egyszerűsíthető?

a) $\frac{4}{8}, \frac{10}{20}, \frac{14}{16}, \frac{14}{21}, \frac{8}{24}, \frac{7}{28}$

b) $\frac{26}{13}, \frac{13}{21}, \frac{50}{30}, \frac{30}{40}, \frac{120}{200}, \frac{75}{100}$

10. Add meg a hiányzó számokat úgy, hogy az egyenlőség igaz legyen!

a) $\frac{72}{48} = \frac{36}{\square} = \frac{\square}{16} = \frac{18}{\square} = \frac{\square}{8} = \frac{9}{\square} = \frac{\square}{4} = \frac{3}{\square}$

b) $\frac{60}{75} = \frac{\square}{15} = \frac{4}{\square}$

11. a) Számítsd ki, hány dm!

Például: $\frac{1}{2} \text{ m} = \frac{5}{10} \text{ m} = 5 \text{ dm}$

$\frac{3}{2} \text{ m}, \frac{5}{2} \text{ m}, \frac{1}{5} \text{ m}, \frac{4}{5} \text{ m}, \frac{7}{5} \text{ m}$

b) Számítsd ki, hány méter!

Például: $12 \text{ dm} = \frac{12}{10} \text{ m} = \frac{6}{5} \text{ m}$

4 dm, 16 dm, 35 dm, 42 dm, 55 dm

12. a) Számítsd ki, hány perc!

Például: $\frac{1}{4} \text{ óra} = \frac{15}{60} \text{ óra} = 15 \text{ perc}$

$\frac{1}{2} \text{ óra}, \frac{2}{3} \text{ óra}, \frac{1}{5} \text{ óra}, \frac{4}{5} \text{ óra}$

b) Számítsd ki, hány óra!

Például: $8 \text{ perc} = \frac{8}{60} \text{ óra} = \frac{2}{15} \text{ óra}$

20 perc, 6 perc, 24 perc, 3 perc

c) Számítsd ki, hány óra!

Például: $\frac{2}{3} \text{ nap} = \frac{16}{24} \text{ nap} = 16 \text{ óra}$

$\frac{3}{4} \text{ nap}, \frac{5}{6} \text{ nap}, \frac{1}{12} \text{ nap}, \frac{11}{12} \text{ nap}, \frac{7}{6} \text{ nap}, \frac{23}{2} \text{ nap}$

d) Számítsd ki, hány nap!

Például: $8 \text{ óra} = \frac{8}{24} \text{ nap} = \frac{1}{3} \text{ nap}$

3 óra, 4 óra, 6 óra, 10 óra, 36 óra, 40 óra



13. Add meg a hiányzó számlálókat és nevezőket! Hány megoldást kaphatunk az egyes esetekben?

$$a) \frac{\square}{2} = \frac{8}{\triangle}$$

$$b) \frac{\square}{10} = \frac{28}{\triangle}$$

$$c) \frac{\square}{12} = \frac{4}{\triangle}$$

14. Hány olyan, tovább már nem egyszerűsíthető tört van, amelynek a nevezője 100?

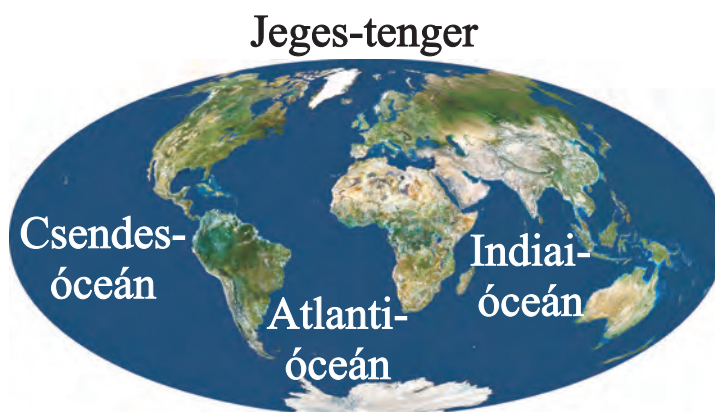
15. Tizenketten vándoroltak az úton, férfiak, asszonyok és gyerekek. A 12 ember 12 kenyeret vitt. Minden férfi 2 kenyeret, minden asszony fél kenyeret, minden gyerek negyed kenyeret. Hány férfi, hány asszony és hány gyerek vándorolt az úton?

Törtek összeadása és kivonása

Példa

A Föld felszínének $\frac{17}{100}$ részét az Atlanti-óceán, $\frac{7}{20}$ részét a Csendes-óceán, $\frac{3}{20}$ részét az Indiai-óceán, $\frac{3}{100}$ részét a Jeges-tenger borítja. A többi vízzel borított terület a Föld felszínének $\frac{1}{100}$ része.

Mekkora része szárazföld a Föld felszínének?



Megoldás

Adjuk össze a tört részeket!

$$\frac{17}{100} + \frac{7}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{100} + \frac{1}{100} = \frac{21}{100} + \frac{10}{20}$$

Bővítsünk! $\frac{21}{100} + \frac{50}{100} = \frac{71}{100}$ részét teszik ki a „vizek” a Föld felszínének.

$$\frac{100}{100} - \frac{71}{100} = \frac{29}{100} \text{ részét teszik ki a szárazföldek.}$$

Két egyenlő nevezőjű törtet úgy adhatunk össze, hogy a részek számát (a számlálókat) összeadjuk, ez lesz az összeg számlálója, az egyenlő nevező az összeg nevezője.

Például:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{orange} & \text{orange} \\ \hline \text{white} & \text{white} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \text{orange} & \text{white} \\ \hline \text{orange} & \text{white} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \text{orange} & \text{orange} \\ \hline \text{orange} & \text{white} \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$$

Két egyenlő nevezőjű törtet úgy vonhatunk ki, hogy a kisebbítendő számlálójából kivonjuk a kivonandó számlálóját, a különbség nevezője a közös nevező lesz.

Például:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{orange} & \text{orange} \\ \hline \text{white} & \text{white} \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|} \hline \text{orange} & \text{white} \\ \hline \text{orange} & \text{white} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \text{white} & \text{white} \\ \hline \text{orange} & \text{white} \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$$

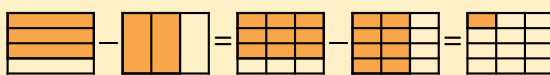
Különböző nevezőjű törteket úgy adunk össze, illetve vonunk ki, hogy előbb bővítéssel vagy egyszerűsítéssel azonos nevezőjű törtekké alakítjuk azokat.

Például:



$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

Például:



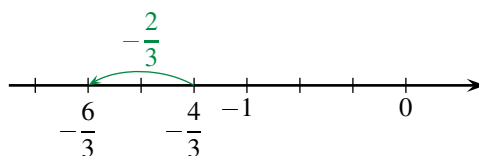
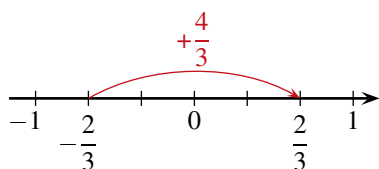
$$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$$

A törtek összeadásakor és kivonásakor a zárójeleket ugyanúgy bonthatjuk föl, ahogyan azt az egész számoknál tanultuk.

Például:

$$\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(+\frac{4}{3}\right) = -\frac{2}{3} + \frac{4}{3} = +\frac{2}{3} = \frac{2}{3},$$

$$\left(-\frac{4}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{3} - \frac{2}{3} = -\frac{6}{3} = -2$$



Játék: „Ne lépd át az 1-et!”

A játékot két vagy több játékos játszhatja.

A játék célja: minél közelebb jutni az 1-hez, vagy elérni azt.

A játék menete: Egységtörtek nevezőit pörgetitek dobótestek-



kel. Az olyan törteket nevezzük egységtörteknak, amelyeknek a számlálója 1 (pl. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, ...).

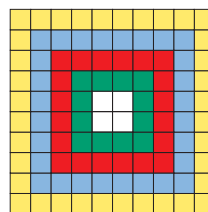
A dobott törteket össze kell adni! A soron következő dobás előtt minden egyes játékosnak el kell döntenie, hogy tovább játszik-e, vagy befejezi a játékot. Az a játékos nyer, aki az összes játékos közül legközelebb jut az 1-hez, vagy eléri azt. Ha többen vannak ilyenek, akkor több győztes is van.

Akinek az utolsó összegként kapott száma nagyobb 1-nél, az kiesik a játékból.

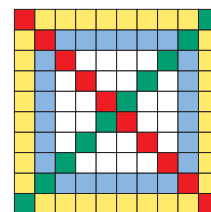
A játék kezdetén el kell döntenie, hogy melyik dobótesttel dobjátok az egységtörtek nevezőjét: kockával, 8 lapú testtel (oktaéderrel) vagy 12 lapú testtel (dodekaéderrel)! Abban is megállapodhattok, hogy a dobott számok közül melyiket zárjátok ki a lehetséges nevezők közül. Például: ha 1-et vagy bármilyen páratlan számot dobtok, azt nem tekintitek érvényes dobásnak.

Feladatok

1. a) Mekkora része színes a négyzetnek?
b) Mekkora része nem kék a négyzetnek?
c) Mekkora része piros vagy sárga a négyzetnek?



A



B

2. Végezd el a műveleteket!

a) $\frac{4}{3} + \frac{2}{3}$

b) $\frac{7}{8} + \frac{3}{8}$

c) $\frac{8}{4} + \frac{2}{4}$

d) $\frac{7}{8} + \frac{3}{8} + \frac{5}{8}$

e) $\frac{4}{5} + \frac{6}{5} + \frac{10}{5}$

f) $3 + \frac{7}{2}$

g) $2 + \frac{5}{3}$

h) $\frac{4}{7} + \frac{6}{7} + \frac{8}{7} + \frac{10}{7} + \frac{12}{7} + 2$

3. Számítsd ki a hiányzó számlálót!

$$a) \frac{7}{10} + \frac{\square}{10} = 1$$

$$b) \frac{5}{9} + \frac{\square}{9} = 2$$

$$c) \frac{7}{5} + \frac{\square}{5} = \frac{11}{5}$$

$$d) \frac{7}{4} + \frac{\square}{4} = 3 + \frac{3}{4}$$

4. Milyen műveleti jel hiányzik az egyes feladatokban?

$$a) \frac{5}{2} \square \frac{3}{2} = \frac{8}{2}$$

$$b) \frac{2}{9} \square \frac{7}{9} = 1$$

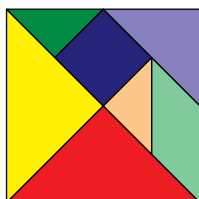
$$c) \frac{5}{8} \square \frac{3}{8} < \frac{3}{8}$$

$$d) \frac{7}{12} \square \frac{5}{12} < 1$$

$$e) \frac{5}{3} \square \frac{8}{3} = -1$$

$$f) \frac{0}{5} \square \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$$

5.



Egy régi kínai tangram 7 eleméből vagy kövéből az ábrán látható négyzetet és még sok érdekes figurát lehet kirakni. Például ez a vitorlášajó-figura is ezekből építhető meg.



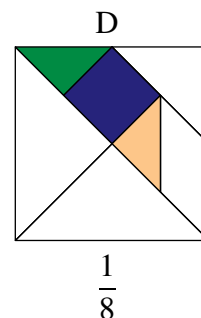
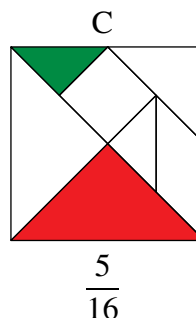
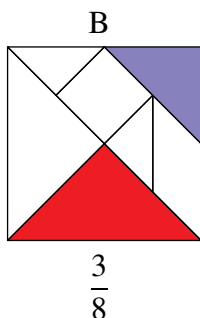
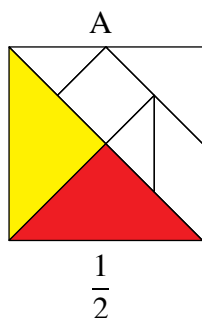
a) Írólapból hajtogasd meg a tangram elemeit, színezd meg a „köveket”, és vágd ki! Rakd ki a kék figurát!



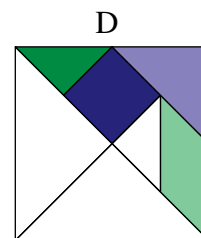
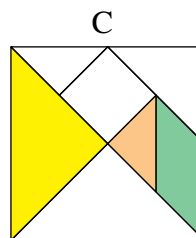
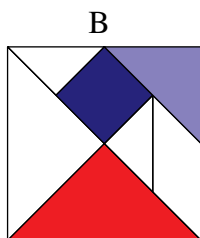
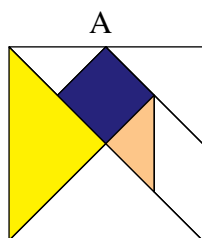
Az internet táblajátékos oldalain játszatsz a kínai tangrammal.

b) Legyen az összes kőből felépíthető négyzet területe 1.

A) Az ábrák alá a színesen hagyott kövek területeinek összegét írtuk. Melyik hibás? Add meg a betűjelét! Válaszodat indokold meg!



B) Bence is készített egy feladványt. Így szól: „Olyan köveket hagyj meg, melyek területeinek összege $\frac{7}{16}$!” Kata ezeket a megoldásokat készítette. Melyik hibás? Válaszodat indokold meg!



c) Készíts te is ezekhez hasonló feladványokat!

6. Végezd el az összeadásokat!

$$a) \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$b) \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$$

$$c) \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$$

$$d) \frac{1}{2} + \frac{5}{6}$$

$$e) \frac{5}{6} + \frac{1}{3}$$

$$f) \frac{3}{2} + \frac{5}{6}$$

$$g) \frac{1}{4} + \frac{3}{8}$$

$$h) \frac{3}{4} + \frac{5}{12}$$

$$i) \frac{5}{6} + \frac{7}{12}$$

$$j) \frac{3}{5} + \frac{7}{15}$$

7. Végezd el a kivonásokat!

$$a) \frac{2}{3} - \frac{1}{6}$$

$$b) \frac{3}{4} - \frac{1}{8}$$

$$c) \frac{3}{4} - \frac{1}{12}$$

$$d) \frac{7}{16} - \frac{3}{8}$$

$$e) \frac{7}{2} - \frac{7}{6}$$

8. Végezd el az összeadásokat és a kivonásokat!

$$a) \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$b) \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$$

$$c) \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$d) \frac{2}{3} + \frac{3}{4}$$

$$e) \frac{3}{2} + \frac{4}{5}$$

$$f) \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$$

$$g) \frac{7}{4} - \frac{3}{5}$$

$$h) \frac{8}{7} - \frac{1}{2}$$

$$i) \frac{7}{9} - \frac{3}{4}$$

$$j) \frac{8}{9} - \frac{1}{2}$$

9. „Többet ésszel, mint erővel!” Keress egyszerű megoldásokat a műveletek elvégzésekor!

$$a) \frac{2}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{4}{5}$$

$$b) \frac{4}{9} + \frac{1}{7} + \frac{5}{9} + \frac{6}{7}$$

$$c) \frac{4}{6} + \frac{1}{3} + \frac{2}{20} + \frac{4}{5}$$

$$d) \frac{5}{3} + \frac{7}{2} + \frac{9}{3} - \frac{7}{2}$$

$$e) \frac{10}{20} - \frac{15}{3} - \frac{2}{4} + \frac{50}{10}$$

$$f) \frac{4}{10} + \frac{2}{5} - \frac{10}{50} - \frac{8}{10}$$

10. Keress olyan sorozatokat, amelyeknek ez az első három elemük! Írd fel a sorozatok további három elemét!

$$a) \frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}; \dots$$

$$b) -\frac{1}{2}; -\frac{1}{6}; \frac{1}{6}; \dots$$

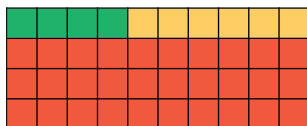
$$c) \frac{1}{6}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \dots$$

11. Csoportmunka. Válogatás a Társadalomkutatási Intézet (TÁRKI) kutatási eredményeiből:

- a) Az intézet a szülők véleményét kérte gyermekeik internethasználatáról. Három lehetőség közül választottak: „túl sokat”, „éppen megfelelő ideig”, „túl keveset”. A szülők $\frac{3}{20}$ -a szerint a gyermeke túl sokat internetezik, az $\frac{1}{10}$ része szerint túl keveset.

A szülők mekkora része nyilatkozott úgy, hogy éppen megfelelő ideig internetezik a gyermeke?

- b) A válaszoknak megfelelő diagramot készítettünk.



Milyen szín jelöli a diagramon a „túl sokat” választ adók arányát?

Milyen szín jelöli a diagramon az „éppen megfelelő ideig” választ adók arányát?

- c) Kérdeztétek meg a szüleiteket, mi a véleményük a ti internetezési szokásaitokról! Összesítsetek szüleitek válaszait! Vessétek össze a kapott adatokat az országos mérés eredményével!

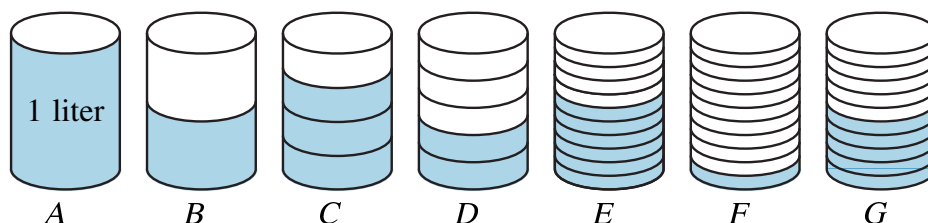


- 12. a) Csoportmunka.** Egy ember átlagosan az egy nap alatt fogyasztott vízmennyiség $\frac{1}{3}$ -át mosásra, tisztításra, $\frac{1}{30}$ -át ivásra, főzésre, a többit tisztálkodásra és WC-öblítésre használja. A teljes napi vízfogyasztásnak mekkora része ez?

b) A csoportoddal gyűjtsetek legalább öt víztakarékossági tanácsot!

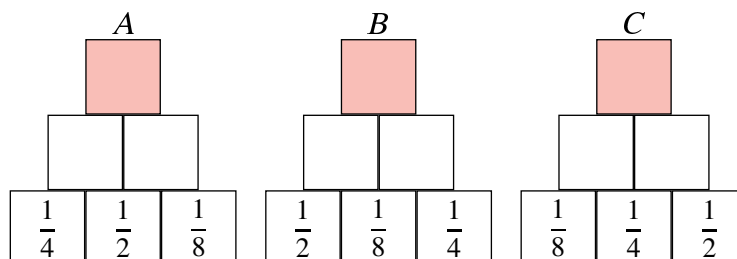
- 13.** Melyik két edény tartalmát öntsük össze, hogy éppen

- a) másfél liter, b) $\frac{1}{2}$ liter, c) $\frac{7}{10}$ liter, d) 12 dl vizet kapjunk?

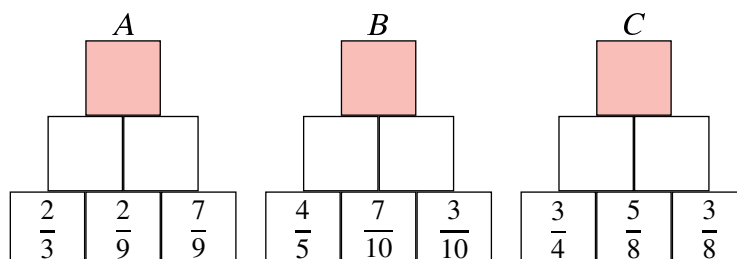


- 14.** A számpiramis két szomszédos mezőjében szereplő számok összege adja a felettük lévő mezőbe kerülő számot.

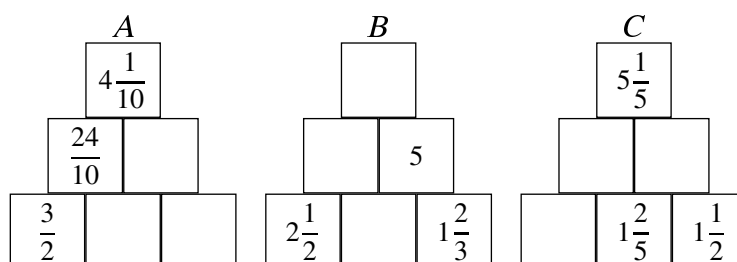
- a) Melyik piramis legfelső mezőjébe kerül a legnagyobb szám? Becsülj! A füzetedben számolj!



- b) Melyik piramis legfelső mezőjébe kerül a legnagyobb szám? Becsülj! A füzetedben számolj!



- c) Milyen számok kerülnek az üres mezőkbe?



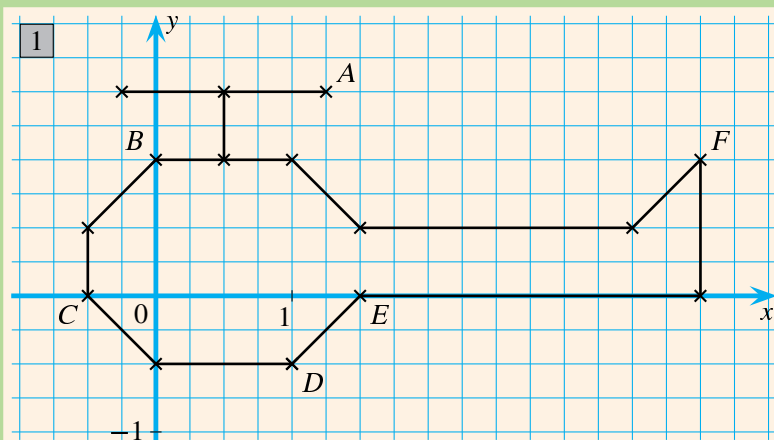
- 15. Láncszámolás** – A legelső műveletsor eredményét a -val jelöltük. Ezzel az értékkel számolj tovább, vagyis az első eredményt helyettesítsd be a második feladatba az a betű helyére! A második feladat eredményét b -vel jelöltük, ezt a harmadik műveletsorba kell behelyettesíteni, és így tovább.

Próbáld meg fejben végigszámolni a láncot, és meghatározni, hogy az utolsó betű milyen számot jelent!

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}, \quad b = a - \frac{2}{5}, \quad c = b + 1\frac{1}{2}, \quad d = c - \frac{16}{10}, \quad e = d - \frac{45}{90}, \quad e = ?$$



16. a) Olvasd le a helikopter betűvel jelölt pontjainak a koordinátáit!
 b) Adj mindegyik pont első jelzőszámához $\frac{3}{2}$ -et!
 c) Rajzold le a füzetedbe, hová kerül a helikopter! Add meg az új jelzőszámokat!
 d) Hány egység a helikopter területe, ha ez az 1 egység?



17. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} = \frac{4609}{2520}$ és $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7} + \frac{7}{8} + \frac{8}{9} = \frac{15551}{2520}$
 Tudnád valahogy „ellenőrizni” az eredményeket?

18. Milyen számok kerülhetnek a nevezőbe? $\frac{1}{\triangle} + \frac{1}{\bullet} + \frac{1}{\blacksquare} = 1$

Törtek szorzása természetes számmal

1. példa



Hogyan készül a tejbegríz?

Hideg tejbe beletesszük a grízt. Lassú tűzön forrásig melegítjük folyamatos keverés mellett. Ezután fedő alatt, meleg helyen dagadni hagyjuk a grízt. Cukrot, citromhéjat ízlés szerint keverhetünk bele. Kakaóporral vagy fahéjas cukorral ízesítjük. Hozzávalók 1 főre: $\frac{1}{2}$ l tej, 2 és fél evőkanál gríz.

Mennyi tejre van szüksége egy 7 fős családnak, ha tejbegrízt szeretnének enni reggelire?

Megoldás

Tejből: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot 7 = \frac{7}{2} = 3$ és fél literre van szükség.

A szorzás pozitív egész szorzó esetén ismételt összeadást jelent.

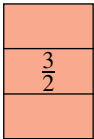
a) $2 \cdot 3 = 2 + 2 + 2 = 6$

$$\frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

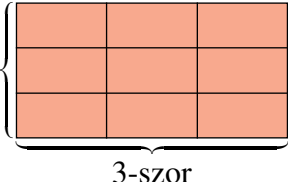
$$\frac{3}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

Szemléltetjük ezeket a szorzásokat.

A hárommal való szorzásnál egy négyzetből indulunk ki, amelynek oldala 1 egység hosszú, a területe 1 terület egység.

Ha ez az , akkor ez az , és ez a .

Az $\frac{1}{2} \cdot 3$ szorzást így ábrázolhatjuk: . A terület mérőszáma tehát $\frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2}$.

A $\frac{3}{2} \cdot 3$ szorzást pedig így: . A terület mérőszáma tehát $\frac{3}{2} \cdot 3 = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$.

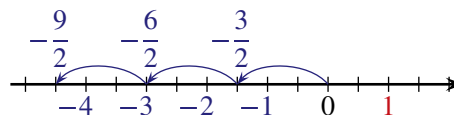
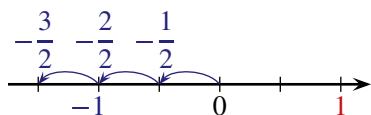
$$b) \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 3 = \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}$$

$$\left(-\frac{3}{2}\right) \cdot 3 = \left(-\frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{9}{2}$$

Hasonlóképpen szorozhattunk volna 3 helyett bármilyen más pozitív egész számmal.

Csak pozitív egész számmal való szorzásnak adunk értelmet összeadással.

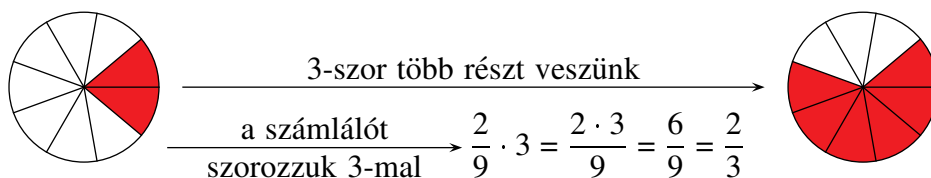
Számegyenesen szemléltetjük ezeket a szorzásokat.



2. példa

Mennyi $\frac{2}{9} \cdot 3$?

Megoldás

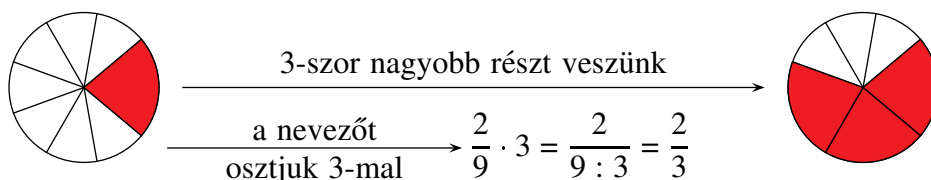


Ha törtet pozitív egész számmal szorzunk, akkor az eredményt mindig megkaphatjuk úgy, hogy a tört számlálóját megszorozzuk a pozitív egész számmal, a nevezőt pedig változatlanul hagyjuk.

Ha a tört nevezője többszöröse a szorzónak, akkor törtet pozitív egész számmal úgy is szorozhatunk, hogy a tört nevezőjét osztjuk a pozitív egészszel, a számlálóját változatlanul hagyjuk.

Például:

Mennyi $\frac{2}{9} \cdot 3$?



Megjegyzések:

a) Ha egy egész számot 0-val szorzunk, a szorzat értéke nulla. Ez igaz a törtek körében is.

Például: $\frac{1}{4} \cdot 0 = 0$, $-\frac{1}{4} \cdot 0 = 0$.

b) A $\frac{4}{9} \cdot (-3)$ és a $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{5}$ szorzásoknak még nem tudjuk az értelmét.

Nem tudjuk összeadni a $\frac{4}{9}$ -et sem (-3) -szor, sem $\frac{3}{5}$ -ször egymás után.

c) Az egész számok körében igaz, hogy a szorzótényezők felcserélhetők.

Ez akkor is igaz, ha valamelyik tényező tört, azaz $\frac{2}{3} \cdot 5 = 5 \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$.

Feladatok

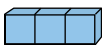
1.

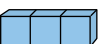


Mekkora részét teszi meg a teljes körnek a kismutató

- a) 1 óra alatt; b) 2 óra alatt;
c) 5 óra alatt; d) 10 óra alatt?

2.

a) Ha ez a  rúd az 1, akkor ebből a  rúdból hányat toljunk egymás mellé, hogy az így kapott hosszabb rúd pontosan kirakható legyen ilyen  rudakkal? Legkevesebb hány kék rudat kell egymás mellé tolni?

b) Most ez a  rúd az 1, és ilyen  rudakat tolunk egymás mellé. Hány piros rudat toljunk egymás mellé, hogy az így kapott hosszabb rúd pontosan kirakható legyen kék rudakkal? Legkevesebb hány piros rudat kell egymás mellé tolni?

c) Most ez a  rúd az 1, és ilyen  rudakat tolunk egymás mellé. Hány rózsaszín rudat toljunk egymás mellé, hogy az így kapott hosszabb rúd pontosan kirakható legyen sárga rudakkal? Legkevesebb hány rózsaszín rudat kell egymás mellé tolni?

3.

Írd fel az összegeket szorzat alakban! Számítsd ki az eredményeket!

Írd fel a törtet más alakban is! Például: $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$

a) $\frac{5}{6} + \frac{5}{6}$

b) $\frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5}$

c) $\frac{6}{5} + \frac{6}{5} + \frac{6}{5} + \frac{6}{5} + \frac{6}{5}$

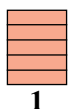
d) $\left(-\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right)$

e) $\left(-\frac{5}{2}\right) + \left(-\frac{5}{2}\right) + \left(-\frac{5}{2}\right) + \left(-\frac{5}{2}\right)$

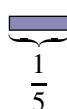
4.

Milyen szorzásokhoz készítettünk rajzot?

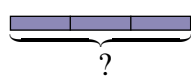
a)



$\Rightarrow$



$\Rightarrow$



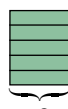
$\Rightarrow$

?

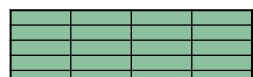
b)



$\Rightarrow$



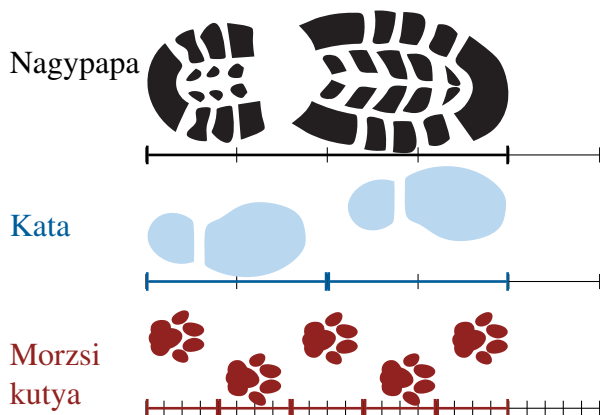
$\Rightarrow$



$\Rightarrow$

?

Megoldás



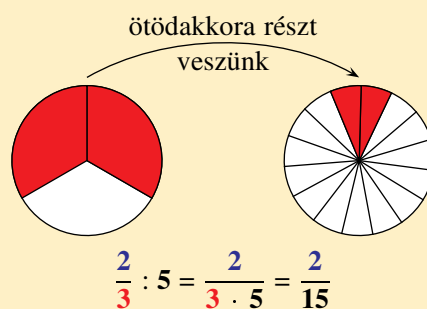
Kata egy átlagos lépésének hossza $\frac{2}{5}$ m, mert
 $\frac{4}{5} : 2 = \frac{4 : 2}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow$ feleannyit veszünk,
 $\frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow$ ugyanakkora részekből.

Morcsi kutya átlagos lépésének hossza $\frac{4}{25}$ m, mert
 $\frac{4}{5} : 5 = \frac{4}{5 \cdot 5} = \frac{4}{25} \Rightarrow$ ugyanannyit veszünk,
 $\frac{4}{5} : 5 = \frac{4}{5 \cdot 5} = \frac{4}{25} \Rightarrow$ ötödakkora részekből.

Mindig elvégezhetjük az osztást úgy, hogy ugyanannyi részt veszünk feleakkora, harmadakkora, negyedakkora stb. részekből. *Például:*

$$\frac{2}{3} : 5 = \frac{2}{3 \cdot 5} = \frac{2}{15}, \quad \frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}$$

Törtet pozitív egész számmal mindig el tudunk osztani úgy, hogy a nevezőt szorozzuk a pozitív egész számmal, a számlálót nem változtatjuk.

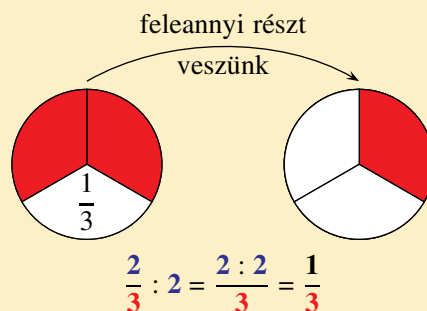


Ha tört alakban felírt számot olyan pozitív egész számmal osztunk, amely osztója a számlálónak, az eredményt úgy is megkaphatjuk, hogy a számlálót osztjuk a pozitív egész számmal, a nevezőt változtatlanul hagyjuk.

Például:

$$\frac{2}{3} : 2 = \frac{2 : 2}{3} = \frac{1}{3}, \quad \frac{6}{7} : 3 = \frac{6 : 3}{7} = \frac{2}{7}$$

Ebben az esetben ugyanakkora részekből feleannyit, harmadannyit stb. veszünk.

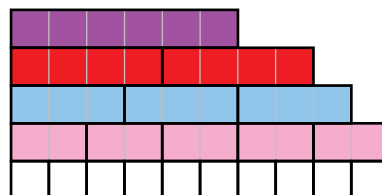


Feladatok

1. Csoportmunka. Olvassatok a rajzról!

A lila rúd legyen az 1. Mennyit ér akkor

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a) a fehér rúd; | b) öt fehér rúd; |
| c) a rózsaszín rúd fele; | d) a kék rúd; |
| e) a kék rúd kétszerese; | f) a kék rúd fele; |
| g) a piros rúd; | h) a piros rúd fele; |
| i) a piros rúd negyede; | j) a kék rúd öt harmada? |



2. Hogyan készül az aransárga palacsinta? Hozzávalók 12 darabhoz:

$\frac{1}{4}$ kg liszt, $\frac{1}{2}$ l tej, 3 tojás, 1 teáskanál sütőpor, 1 csipet só, kevés cukor.

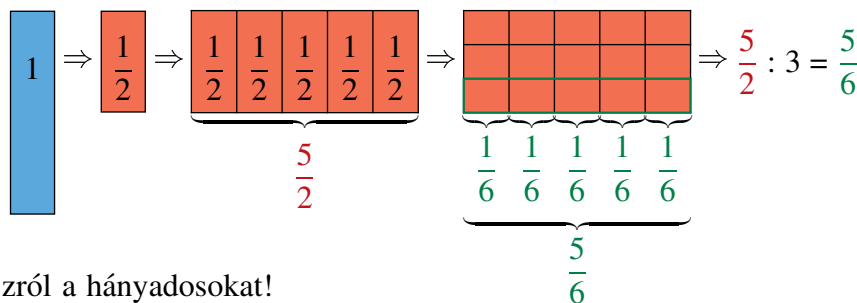
A tejet összekeverjük a felütött tojásokkal, a sütőporral, a sóval és a cukorral. A lisztet 3-4 kanálként elkeverjük a tejjel. A végén csomómentesen összekeverjük (használhatunk turmixgépet). Serpenyőben olajat forrósítunk, majd vékony réteg masszát öntünk bele. A palacsinta mindkét oldalát aransárgára sütjük.

a) Mennyit vennél lisztből, tejből és tojásból

A) 4, B) 24, C) 36, D) 48 darab palacsinta elkészítéséhez?

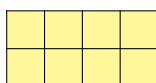
b) Mondd el a **társadnak** emlékeztetőből az aransárga palacsinta elkészítésének lépéseit! A párod eközben nézheti a könyvet, javítja a hibáidat. Ha hibátlanul elmondtad, akkor cseréljétek szerepet a **társaddal**!

3. Az $\frac{5}{2} : 3$ osztást így lehet ábrázolni:



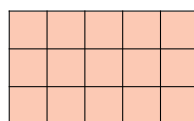
Olvasd le a rajzról a hányadosokat!

a) $\frac{1}{2} : 4$ b) $\frac{3}{4} : 2$



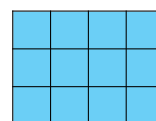
$$1 = \frac{8}{8}$$

c) $\frac{1}{5} : 3$ d) $\frac{2}{5} : 3$



$$1 = \frac{15}{15}$$

e) $\frac{2}{3} : 4$ f) $\frac{5}{6} : 2$



$$1 = \frac{12}{12}$$

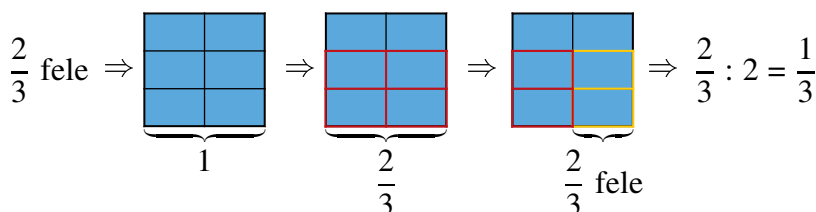
4. Végezd el az osztásokat!

a) $\frac{3}{2} : 3$ b) $\frac{8}{9} : 4$ c) $\frac{12}{5} : 3$ d) $\frac{20}{3} : 10$ e) $\frac{50}{9} : 25$

5. Válassz ügyesen egységet az osztások lerajzolásához!

Például:

Művelettel:



a) $\frac{3}{4}$ fele

b) $\frac{3}{4}$ felének a harmada

c) $\frac{3}{4}$ hatoda

d) $\frac{4}{3}$ fele

e) $\frac{4}{3}$ felének a negyede

f) $\frac{4}{3}$ nyolcada

6. Végezd el az osztásokat!

a) $\frac{7}{3} : 4$

b) $\frac{8}{9} : 7$

c) $\frac{3}{8} : 6$

d) $\frac{30}{15} : 12$

e) $\frac{7}{21} : 14$

7. Melyik a „kakuktktojás”?

$\frac{8}{5} : 2$

$8 : 5 : 2$

$\frac{8 : 2}{5}$

$\frac{8}{2} : 5$

$\frac{8}{5 : 2}$

$8 : 2 : 5$

8. Mackó szörnyű gyomorkorgásra ébredt. Nagy éhségében elnyalogatta a kamrájában sorakozó öt teli csupor méz tizedét. Így összesen fél liter mézet reggelizett.

Mennyi méz volt egy teli csuporban?

9. Egy sorozatnak felírtuk a 4., 5. és 6. elemét. Folytasd a sorozatot mindkét irányban 3-3 elemmel! Azt is írd le, milyen szabály szerint folytattad a sorozatokat!

a) $\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; \frac{16}{3}$

b) $\left(-\frac{4}{3}\right); \left(-\frac{8}{3}\right); \left(-\frac{16}{3}\right)$



10. Keress szabályt! Pótold a hiányzó számokat!

	$\frac{21}{3}$	-14	$\frac{1}{5}$	$-\frac{6}{5}$	$\frac{3}{10}$		
	1	-2	$\frac{1}{35}$			$\frac{3}{14}$	$-\frac{1}{21}$

11. A gyerekek ugyanazzal a törttel végeztek műveleteket. Közülük kik kapták ugyanazt az eredményt?

Mara: A tört számlálóját megszoroztam 5-tel, a nevezőt változatlanul leírtam.

Kati: A törtet megszoroztam 5-tel.

Dezső: A törtet elosztottam 5-tel.

Erzsi: A tört számlálóját elosztottam 5-tel, a nevezőjét nem változtattam meg.

Gábor: A tört számlálóját és nevezőjét is elosztottam 5-tel.

Tamás: A tört számlálóját és nevezőjét is megszoroztam 5-tel.

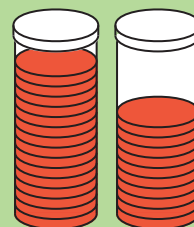
Vera: A törtet bővítettem 5-tel.

Sára: A törtet egyszerűsítettem 5-tel.



12. Határozd meg a törtkifejezés értékét, ha az azonos betűk azonos, a különböző betűk különböző számjegyeket jelentenek!

$$\frac{C \cdot S \cdot O \cdot D \cdot \dot{A} \cdot L \cdot A \cdot T \cdot O \cdot S}{B \cdot A \cdot L \cdot A \cdot T \cdot O \cdot N}$$

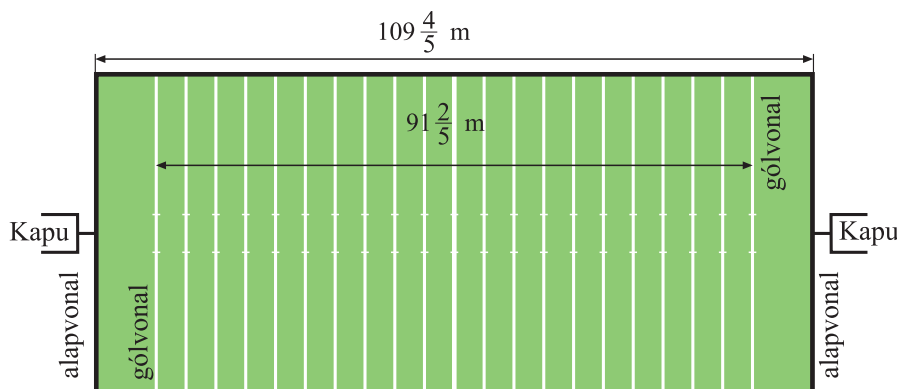


13. Egy doboz vitaminos pezsgőtabletta 70 g, ha 15 tableta van a dobozban. Ha csak 10 van benne, akkor 50 g. Hány gramm 1 pezsgőtabletta?

Összeg és különbség szorzása és osztása természetes számmal, műveletek sorrendje

Példa

Az amerikai futballt ilyen keresztcsíkos pályán játsszák. A játék célja, hogy a játékosok az ellenfél gólvonala mögé juttassák a labdát. A támadó csapatnak előre kell haladnia. Ha négy kísérlet alatt nem sikerül két rácsnyit előrehaladniuk, akkor elveszítik a labdát. Milyen messze van a gólvonal az alapvonalától?



Megoldás

$9\frac{1}{5}$ méterre van a gólvonal az alapvonalától, mert $\left(109\frac{4}{5} - 91\frac{2}{5}\right) \text{ m} : 2 = 18\frac{2}{5} \text{ m} : 2 = 9\frac{1}{5} \text{ m}$.

A $18\frac{2}{5} : 2$ osztást kétféleképpen is elvégezhetjük:

a) Az egészeket is beváltjuk ötödökké, és aztán osztunk 2-vel, azaz $\frac{92}{5} : 2 = \frac{46}{5} = 9\frac{1}{5}$.

b) Az egész részt és a tört részt külön-külön osztjuk 2-vel, azaz $18 : 2 + \frac{2}{5} : 2 = 9 + \frac{1}{5}$.



Korábban tanultuk, hogy összeget és különbséget tagonként is szorozhatunk és oszthatunk.

Például: $(8 + 3) \cdot 5 = 8 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 55$

$(8 - 3) : 5 = 8 : 5 - 3 : 5 = \frac{8}{5} - \frac{3}{5} = 1$

Ez igaz a törtek körében is. Például:

$\left(\frac{8}{5} + \frac{3}{5}\right) \cdot 5 = \frac{8}{5} \cdot 5 + \frac{3}{5} \cdot 5 = 8 + 3 = 11$

$\left(\frac{8}{5} - \frac{3}{5}\right) : 5 = \frac{8}{5} : 5 - \frac{3}{5} : 5 = \frac{8}{25} - \frac{3}{25} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

Az 1-nél nagyobb törteket is többféleképpen írjuk, például: $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$.

Figyelj arra, hogy a vegyes törtek szorzását és osztását kétféleképpen is elvégezhetjük, mert azok összegek! Például:

$\frac{5}{3} \cdot 4 = \frac{20}{3} = 6 + \frac{2}{3}$ vagy $\frac{5}{3} \cdot 4 = \left(1 + \frac{2}{3}\right) \cdot 4 = 1 \cdot 4 + \frac{2}{3} \cdot 4 = 4 + \frac{8}{3} = 6 + \frac{2}{3}$

$\frac{35}{4} : 2 = \frac{35}{8} = 4 + \frac{3}{8}$ vagy $\frac{35}{4} : 2 = \left(8 + \frac{3}{4}\right) : 2 = 8 : 2 + \frac{3}{4} : 2 = 4 + \frac{3}{8}$

Feladatok

1. Végezd el a műveleteket kétféleképpen!

a) $\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{5}\right) \cdot 2$ b) $\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8}\right) \cdot 5$ c) $\left(\frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right) \cdot 2$ d) $\left(\frac{4}{5} + \frac{5}{4}\right) \cdot 2$
 e) $\left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot 3$ f) $2\frac{3}{4} \cdot 4$ g) $1\frac{5}{6} \cdot 6$ h) $3\frac{1}{4} \cdot 2$

2. Melyik nagyobb? Mennyivel?

a) $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) \cdot 3$ vagy $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot 3$ b) $\frac{3}{2} \cdot 4 - \frac{3}{4}$ vagy $\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4}\right) \cdot 4$
 c) $\left(\frac{4}{3} - \frac{5}{2}\right) \cdot 6$ vagy $\frac{4}{3} \cdot 6 - \frac{5}{2}$ d) $\left(3 - 1\frac{5}{6}\right) \cdot 2$ vagy $3 \cdot 2 - 1\frac{5}{6} \cdot 2$

3. Végezd el az osztásokat!

a) $\left(\frac{6}{5} + \frac{9}{5}\right) : 3$ b) $\left(\frac{3}{2} - \frac{5}{6}\right) : 2$ c) $\left(3 + \frac{1}{4}\right) : 3$ d) $8\frac{4}{5} : 4$

4. Egy hatszemélyes étkezésből a mély-, lapos- és kistányérokat ugyanabba a dobozba csomagoltuk. Egy mélytányér $\frac{1}{2}$ kg, egy lapostányér $\frac{3}{8}$ kg, egy kistányér $\frac{3}{10}$ kg.



Mennyit nyom a csomag a mérlegen, ha a doboz üresen 1 kg?

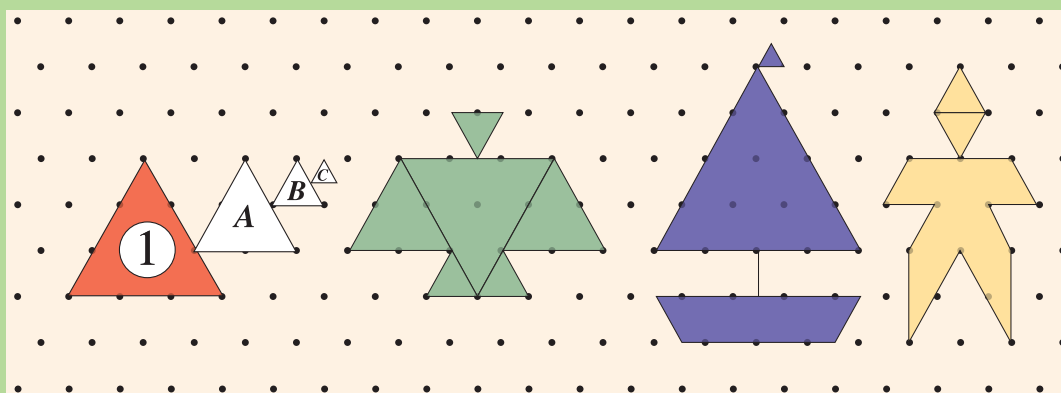
5. Egy zenei CD-n a következő hosszúságú (perc:másodperc) zeneszámok vannak:

1. zeneszám 5:30 2. zeneszám 4:45 3. zeneszám 6:15

Mennyi ideig tart kétszer egymás után lejátszani a CD?

A) 31 perc B) 32 perc C) $32\frac{1}{2}$ perc D) 33 perc E) Az előzőek közül egyik sem.

6. Mekkora az A, B, C háromszögek és a figurák területe, ha a piros háromszög területe 1?



7. Milyen műveleti jeleket kell írni a számok közé, hogy igaz legyen az egyenlőség? (Zárójeleket is használhatsz.)

a) $\frac{2}{3} \square \frac{1}{3} \square 5 = -4$ b) $\frac{2}{3} \square \frac{1}{3} \square 5 = \frac{16}{3}$ c) $\frac{2}{3} \square \frac{1}{3} \square 5 = 5$

Tippeljünk, játsszunk!



A mindennapokban sok olyan dolog van, amiben biztosak lehetünk. Például ha feldobunk egy szabályos dobókockát, az biztosan lefelé esik. Az ilyen eseményeket biztos eseményeknek nevezzük.

Arra semmi esély sincs, hogy a kocka megálljon a csúcsán, ha sima asztallapra esik. Az ilyen eseményt lehetetlen eseménynek nevezzük.

Fele-fele az esély arra, hogy páros vagy páratlan számot dobunk.

Annak, hogy hatost dobunk a kockával, van esélye, de nem biztos, hogy sikerül. Az ilyen eseményekről azt mondjuk, hogy „lehetséges, de nem biztos” esemény.

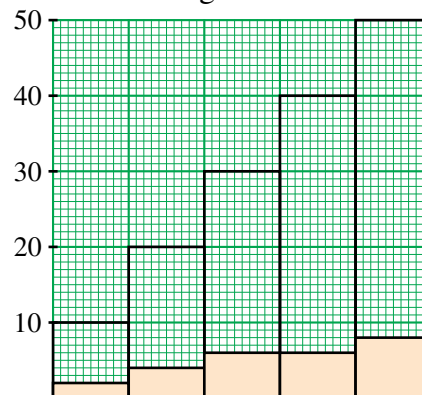
Példa

Szabályos dobókockával dobtunk, és feljegyeztük, hogy a dobások közül hány lett 5-ös.



Ennyi dobásból	Ennyi lett 5-ös	Az esetek ekkora részében dobtunk 5-öt
10	2	$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$
20	4	$\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$
30	6	$\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$
40	6	$\frac{6}{40} = \frac{3}{20}$
50	8	$\frac{8}{50} = \frac{4}{25}$

Az 5-ös dobás gyakoriságáról készített diagram:



A táblázatból kiolvashatjuk, hogy 50 dobásból az „5-öt dobtam” esemény gyakorisága 8.

A 8-as szám önmagában nem jellemző adat. Nem mindegy ugyanis, hogy 8, 10, 50 vagy 100 dobásból kaptuk a 8 darab 5-öt. Mindig tudnunk kell, hogy hány kísérletet végeztünk, és a gyakoriságot ehhez kell viszonyítani.

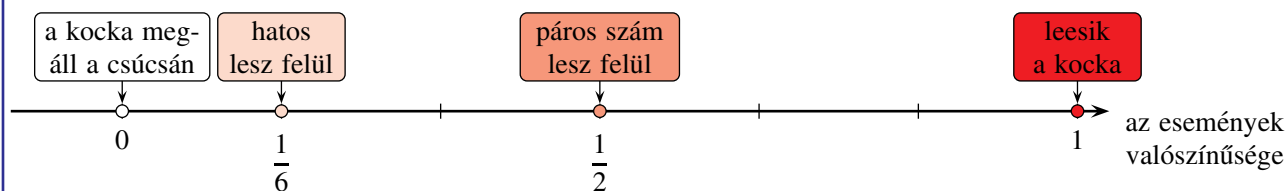
Azt mondjuk, hogy az „5-öt dobtam” esemény relatív (viszonyított) gyakorisága 50 dobásból 8, vagyis a dobások $\frac{8}{50}$ részében dobtunk ötöst.

A relatív gyakoriságokat táblázatunk 3. oszlopába írtuk.

Ha sok dobást végzünk, a kiszámított tört értékek az $\frac{1}{6}$ körül ingadoznak. Ez nem véletlen, hiszen kockánknak 6 lapja van, és bármelyik lapjára egyforma valószínűséggel eshet. Azt a számot, amely körül a relatív gyakoriság ingadozik, valószínűségnek nevezzük. Azt mondjuk, hogy az „5-öt dobtam” esemény valószínűsége $\frac{1}{6}$. Gyakran adjuk meg törttel, hogy egy esemény bekövetkezésének mekkora a valószínűsége.



Számegyenesen így ábrázolhatjuk a valószínűségeket:



Feladatok

1. Balázs 15-ször dobott fel egy kockát. Ezt jegyezte fel:

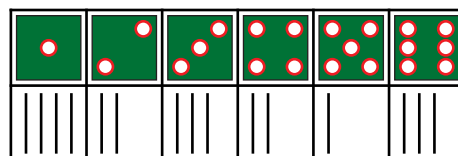
Te is dobj fel egy kockát 35-ször, és jegyezd fel, mit dobtál!

a) Írd fel törttel, hogy a dobások mekkora része

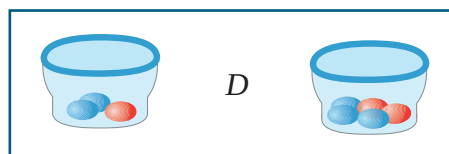
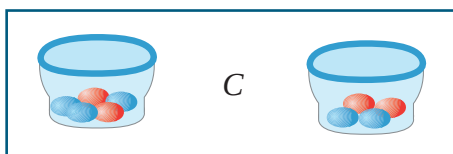
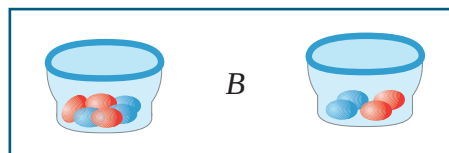
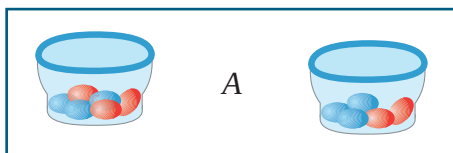
A) 1-es; B) 6-os; C) páros; D) páratlan!

b) Készíts az adatokról oszlopdiagramot!

c) A 6-ost vagy az 1-est dobjuk nagyobb eséllyel?

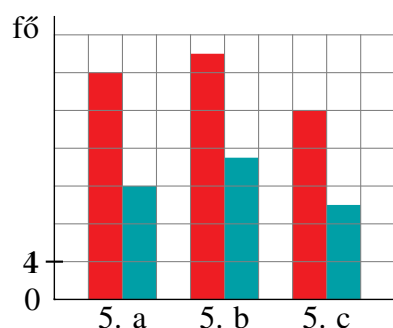


2. A cukorkatartóban kék és piros csokitojások vannak, a piros mogyorós, a kék marcipános. Kata és Bálint is a mogyorósat szereti, ezért a veszekedést elkerülendő, becsukott szemmel vesznek belőle. Melyik tartóból húznának nagyobb eséllyel mogyorós csokitojást az A, B, C és D esetben? Írd fel törttel is a valószínűségeket!



3. A diagramon azt ábrázoltuk, hogy iskolánk 5. évfolyamán hány gyereknek van testvére. A táblázatba beírtuk, hogy az 5. a osztályban 12 gyereknek van testvére.

Folytasd a táblázat kitöltését a diagram segítségével!



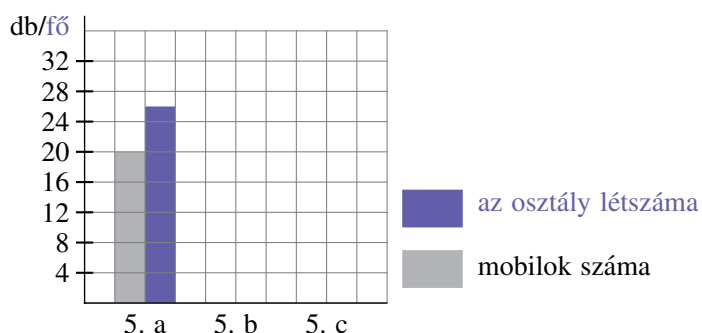
létsszám

ennyi gyereknek van testvére

Osztály	Létsszám	Ennyi gyereknek van testvére
5. a	24	12
5. b		
5. c		

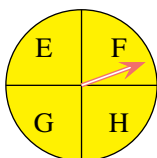
4. A táblázatból kiolvasható, hogy a mi iskolánk 5. évfolyamán hány tanulónak van mobiltelefonja. Az 5. a osztály adatait grafikusán is ábrázoltuk. Ábrázold grafikusán a füzetedben az 5. b és az 5. c adatait is!

Osztály	Létszám	Mobiltelefonok száma
5. a	26	20
5. b	28	16
5. c	30	20

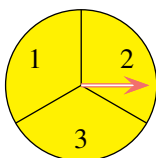


5. Ez a három pörgettyűnk van.

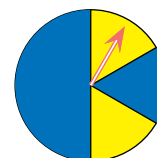
A



B



C



- a) Mekkora eséllyel pörgetünk az A-val mássalhangzót?
 b) Mekkora eséllyel pörgetünk a B-vel páratlan számot?
 c) Mekkora eséllyel pörgetünk a C-vel sárgát?

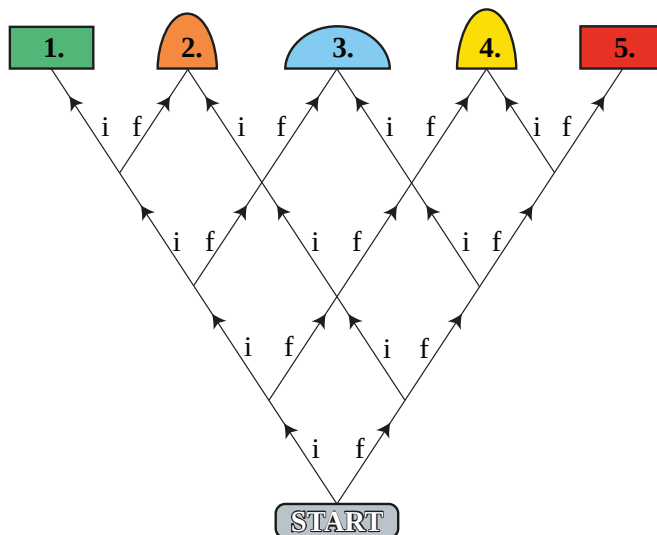


6. Készítsétek el a játéktáblát kartonpapírból! Minden játékosnak szüksége lesz egy báburra.

Játékszabály:

Ketten játsszátok! Felváltva dobjatok egy érmét minden útelágazásnál! Aki fej-et dob, jobbra megy, aki írást, balra. A START-tal jelölt pontból indulj! Mielőtt elindulsz, válassz, hogy milyen alakú kapuhoz szeretnél elérni (rajzold be a táblázatodba)! Ha az előzetesen választott kapuba jutsz, akkor írd egy pontot a táblázatodba a rajzok alá!

Másoljátok le a füzetetekbe a következő táblázatot! Minden játékos írja be a saját táblázatába, hogy hányszor jutott az egyes kapukba!



A játsszák sorszáma	Milyen alakú kapuhoz szeretnék elérni?	Ehhez a kapuhoz jutottam. (Írd a kapuba a számát is!)	Ha eltaláltad, ide írd egy pontot!
1			
2			
és így tovább			

Összesítsétek az osztály adatait! Készítsetek grafikont az egyes kapuba érések gyakoriságáról!

7. Az előző feladatban játszott játékhoz kapcsolódnak a kérdések.

Határozd meg, hányféleképpen következhetnek be az alábbi események!

a)  Ebbe a kapuba jutunk.

b)  Ebbe a kapuba jutunk.

c)  Ebbe a kapuba jutunk.

d)  Ilyen alakú kapuba jutunk.

e)  Ilyen alakú kapuba jutunk.

f)  Ilyen alakú kapuba jutunk.

8. Egy társasjátékban egyszerre két ugyanolyan szabályos dobókockával dobnak a játékosok. Mindenki annyit léphet előre a pályán bábujaival, amennyi a két kockán álló szám összege. Kati 5 lépésnyire, Béla 7 lépésnyire van a céltól.



Kinek nagyobb az esélye arra, hogy a következő lépésben belép a célba?

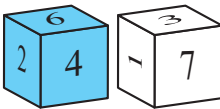
9. **Valószínűségi játék.** Ezekkel a számozott kockákkal törteket készítünk. A **kék** kockával dobott szám lesz a **számláló**, a **fehérrel** dobott a **nevező**.

Készítsetek ilyen kockákat, és játsszatok! Dobás előtt tippeljétek meg, hogy A) a dobott tört értéke 1 lesz-e, B) a dobott tört egyszerűsíthető-e, C) a dobott tört nulla-e, D) a dobott tört értéke legfeljebb 10 lesz-e!

Ilyen táblázat segítségével rögzíthetitek a játék menetét!

Példa:

számláló	nevező
	
	
	
	

	Dobás előtti tippem			
A dobott tört értéke	A) 1	B) egyszerűsíthető	C) 0	D) legfeljebb 10
	H	H	H	H
 A dobott tört $\frac{6}{3}$	Az állítások igazságértéke a dobás után			
	A) 1	B) egyszerűsíthető	C) 0	D) legfeljebb 10
	H	I	H	I

Az a játékos, aki így tippelt, 2 pontot szerzett ebben a fordulóban.

1. A játék tapasztalatai alapján döntsétek el, hogy a fenti események közül melyik az, amelyik mindig bekövetkezik, azaz biztos esemény! Jelöljük **B**-vel!

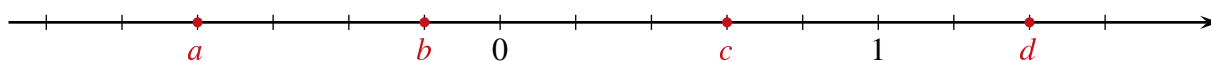
Melyik az, amelyik bekövetkezhet, de nem biztos? Jelöljük **NB**-vel!

Melyik az, amelyik soha nem következik be, azaz lehetetlen esemény? Jelöljük **L**-lel!

2. Írjatok új állításokat, és azokkal is játsszatok!

Tudáspróba

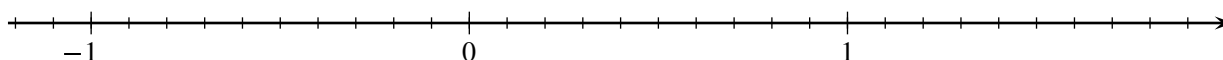
1. a) Mely számok helyét jelöltük a számegyenesen?



- b) Az alábbi törtek közül melyik nincs értelmezve? Karikázd be!

$$-\frac{6}{10}, \quad \frac{11}{10}, \quad \frac{1}{2}, \quad -\frac{2}{5}, \quad -\frac{5}{5}, \quad \frac{0}{7}, \quad \frac{3}{2}, \quad \frac{7}{0}, \quad \frac{3}{5}, \quad -\frac{6}{5}$$

Jelöld meg a nem bekarikázott számok helyét a számegyenesen!



Állítsd nagyság szerint sorba a törteket! Tedd ki közéjük a megfelelő jelet (<, >, =)!

2. Írj a $\triangle$ helyére olyan természetes számokat, amelyek igazá teszik a nyitott mondatokat!

a) $\frac{\triangle}{4} = 1$

b) $\frac{\triangle}{4} > 1$

c) $\frac{\triangle}{4} < 1$

Az összes megoldást keresd meg! Hány megoldást találtál az a), b), c) esetekben?

3. Melyik nagyobb? Tedd ki a megfelelő jelet! (<, >, =)

a) $\frac{11}{12} \square \frac{5}{4}$

b) $\frac{7}{6} \square \frac{7}{11}$

c) $\frac{6}{7} \square \frac{11}{7}$

d) $-\frac{7}{6} \square -\frac{7}{11}$

4. Milyen számokat jelölnek a betűk?

a) Bővíts! $\frac{6}{5} = \frac{12}{a} = \frac{b}{15} = \frac{30}{c} = \frac{d}{45}$

b) Egyszerűsíts! $\frac{12}{30} = \frac{e}{15} = \frac{4}{f} = \frac{2}{g}$

5. Hasonlítsd össze a törteket bővítéssel!

a) $\frac{17}{8} \square \frac{9}{4}$

b) $\frac{17}{5} \square \frac{11}{3}$

c) $2\frac{4}{5} \square \frac{27}{10}$

d) $\frac{12}{7} \square \frac{5}{3}$

6. Végezd el a műveleteket!

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

b) $2\frac{1}{4} + \frac{6}{5}$

c) $\frac{7}{3} - \frac{5}{6}$

d) $\frac{5}{8} \cdot 4$

e) $\frac{12}{7} : 3$

f) $\frac{3}{4} : 2$

7. Péter könyveinek $\frac{1}{3}$ részét könyvespolcának legfelső sorába tette, $\frac{1}{4}$ részét a középső sorba.

A legalsó sorba 25 könyv jutott.

- a) Hány könyv van Péternek?

- b) Könyveinek mekkora részét tette a legalsó polcra?

8. a) Hány óra 2 nap $\frac{5}{6}$ része?

- b) 2 nap mekkora része a hétnek?

- c) Mekkora része egy napnak 7 óra?

- d) Egy percnél mekkora része 35 másodperc?

- e) Január hónapnak mekkora része 1 hét?

- f) Heti 35 tanítási óra mekkora része egy hétnek?

Kerület, terület, felszín, térfogat

A téglalap kerülete



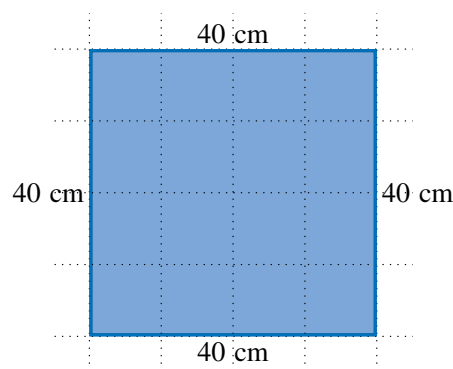
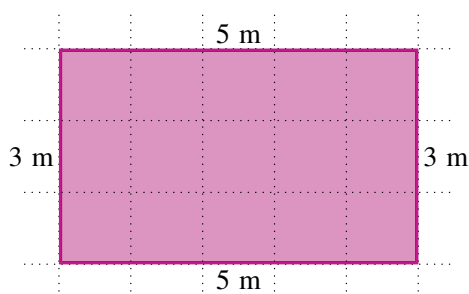
Példa

Dolgozzatok **párban!** Színes lapból vágjátok ki kicsinyítve az ábrán látható lila szőnyeget, illetve a kék kendőt! Mérjétek meg, hány cm hosszú vonallal lehet ezek határvonalát körülrajzolni!

A mérés után az ábrán látható valódi adatokkal számítsuk ki, hogy hány méter szalaggal lehet körbeszegni a szőnyeget, illetve a kendőt!

a) A téglalap alakú kicsinyített szőnyeg oldalainak hossza 3 cm és 5 cm legyen!

b) A négyzet alakú kicsinyített kendő oldalai 4 cm hosszúak legyenek!



Megoldás

a) A téglalap kerületét kell meghatározni.

A téglalapnak két 5 m-es és két 3 m-es oldala van, ezek összege a kerület.

$$K = 2 \cdot (5 \text{ m} + 3 \text{ m}) = 10 \text{ m} + 6 \text{ m} = 16 \text{ m}$$

Tehát 16 m szegőszalag kell.

b) A négyzet kerületét kell meghatározni.

A kendő minden oldala 40 cm.

A négy oldal hosszának összege a kerület.

$$K = 40 \text{ cm} \cdot 4 = 160 \text{ cm}$$

160 cm a kendőt körbeszegő szalag hossza.

A **téglalap kerülete** egyenlő az oldalai hosszának összegével.

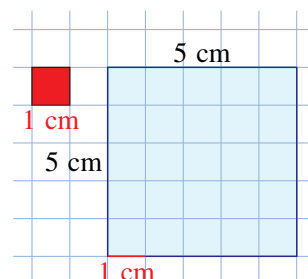
Minden **négyzet** egyenlő oldalú téglalap, ezért a kerülete egyenlő az oldalhosszának a 4-szeresével.

A kerületet K -val jelöljük.

A téglalap területe

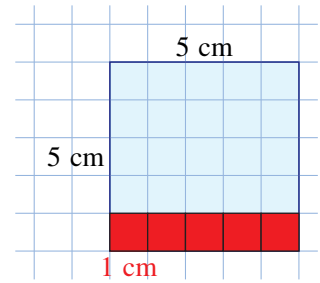
1. példa

Egy 5 cm oldalú négyzetlapot hány 1 cm oldalú kis négyzetlappal (egység-négyzettel) lehet átfedés nélkül és hézagmentesen lefedni?



Megoldás

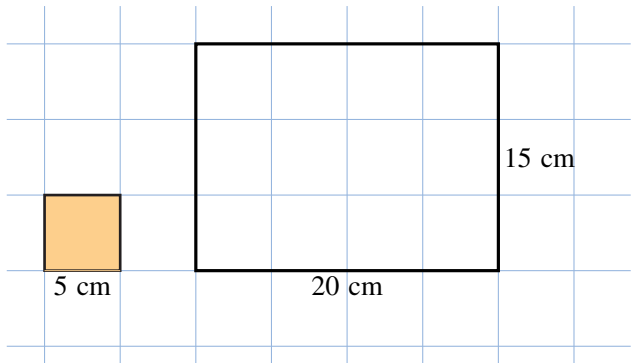
A nagy négyzet belsejében rácsvonalak láthatók. Az ezek által határolt kis négyzeteket kell lefedni, és azokat megszámlálni. Egy sort 5 darab, 5 sort $5 \cdot 5$ db = 25 darab egységnégyzettel lehet lefedni.



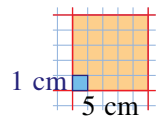
2. példa

a) Színes írólapból vágjatok ki legalább 12 db 5 cm oldalhosszú négyzetlapot!

b) A 15 cm × 20 cm méretű matematika-füzetetek egyik borítólapját hézagmentesen rakjátok ki ezekkel az 5 cm oldalú négyzetlapokkal úgy, hogy a négyzetlapok sehol se fedjék egymást!

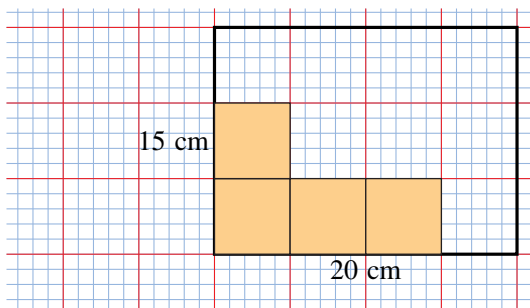


c) Határozzátok meg, hogy hány olyan kis négyzettel lehetne lefedni ezt a füzetborítót, amelynek oldala 1 cm hosszú! Az ilyen kis négyzetlapot egységnégyzetnek is nevezhetjük. Az ábrán a kis kék négyzetlap ilyen.

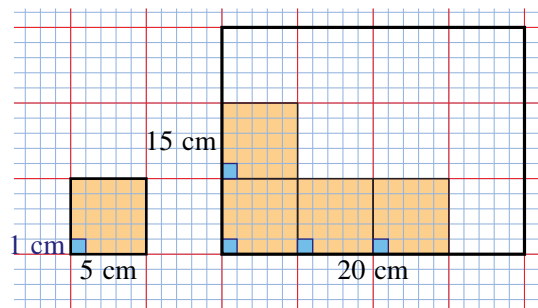


Megoldás

b) 5 cm oldalhosszúságú narancssárga négyzetlapból 1 sorba 4 darab, 3 sorba $3 \cdot 4$ db = 12 darab fér el.



c) 1 db 5 cm oldalú, narancssárga négyzetet 25 db egységnégyzettel (kék) tudtunk lefedni. A füzetborítónkat pedig 12 db ilyen narancssárga négyzettel.



Így összesen $12 \cdot 25$ db = 300 db egységnégyzettel fedhető le a füzetünk egyik borítólapja.

Figyeljük meg!

Ha a füzetborítót 5 cm oldalú négyzetekkel fedtük le, akkor 12 darab négyzetre volt szükségünk, az 1 cm oldalú kis négyzetekből pedig 300 darabra.

A mértékegység az első esetben az 5 cm oldalú négyzet területe volt, ami 25-ször akkora, mint a második esetben használt 1 cm oldalú kis négyzet területe.

Mindig igaz: ha ugyanazt a mennyiséget mérjük, akkor ahányszor nagyobb mértékegységgel mérünk, ugyanannyiszor kisebb lesz a hozzátartozó mérőszám.

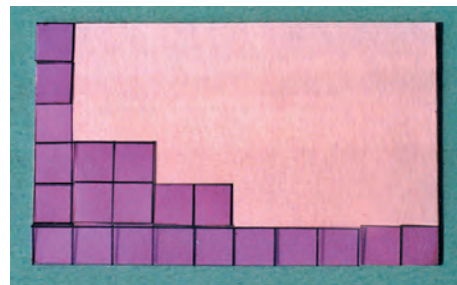
A téglalap területének meghatározásakor az oldalak hosszából következtethetünk arra, hogy hány egységnégyzettel lehet lefedni a téglalapot.

Az egységnégyzetek száma adja meg a téglalap területét.

A területet T vagy t betűvel jelöljük.

Például:

A képen látható téglalap oldalai 10 és 6 egység hosszúak. Egy sorban 10 egységnégyzet van, 6 ilyen sor fedi le a téglalapot. $6 \cdot 10 = 60$, tehát 60 egységnégyzet területével egyenlő a téglalap területe.



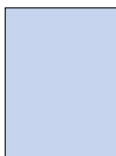
A hosszúságegység megválasztása meghatározza a területmérés mértékegységét.

hosszúságegység	1 mm	1 cm	1 dm	1 m	1 km
területegység	1 mm ²	1 cm ²	1 dm ²	1 m ²	1 km ²

Feladatok

1. Mérd meg a téglalap oldalait! Számítsd ki a téglalap kerületét!

a)



b)



c)



d)



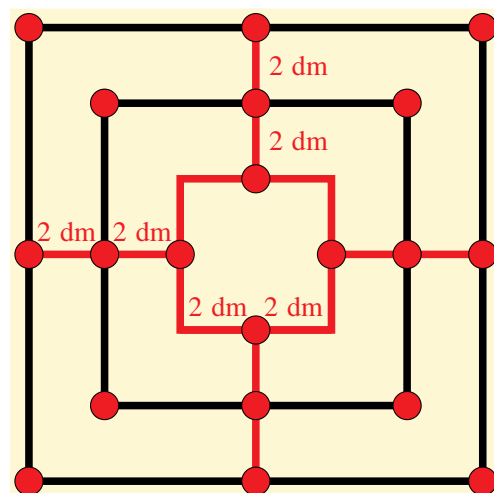
2. Mérd meg az iskolai padod hosszúságát és szélességét! A mért adatokat egész centiméterekre kerekítsd, majd számítsd ki, hogy milyen hosszú élfólia kellett a körbeszegéséhez!

3. Egy szupersuli játéktermének padlójára az ábrán látható malomjáték tábláját festették fel. A szomszédos pontokat összekötő szakaszok közül a pirosak hossza 2 dm.

a) Határozd meg, hány cm a belső négyzet kerülete!

b) Mekkora a középső és a külső négyzet kerülete?

c) Hány dm a pontokat összekötő szakaszok teljes hossza?



4. Számítsd ki a négyzet kerületét, ha oldalainak hossza
 a) 62 dm; b) 45 mm; c) 6 m 3 dm; d) 1 dm 8 mm!

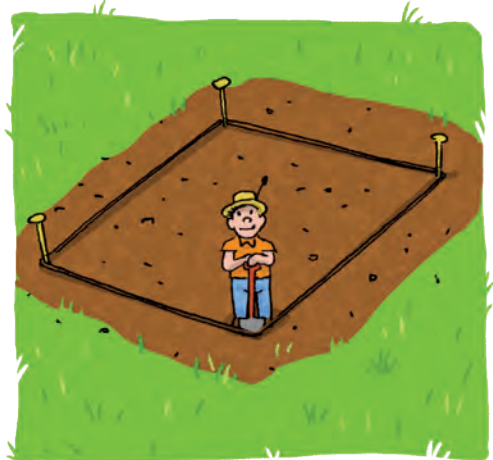
5. Számítsd ki a téglalap kerületét, ha szomszédos oldalai
 a) 3 dm és 2 m; b) 1 cm és 34 mm;
 c) 92 cm és 92 cm; d) 32 mm és 3 cm;
 e) 29 cm és 101 mm; f) 7 dm és 178 mm!

6. Rajzold le azokat a téglalapokat, amelyeknek oldalai cm-ben mérve egészek, és területük 16 cm!

7. Különböző hosszúságú kötelekkel négyzet alakú területeket kell kijelölni egy konyhakert földjén. A kötelek hossza a következő lehet:

- a) 12 m b) 720 dm
 c) 80 000 mm d) 6400 cm

Mekkora a kapott négyzet alakú részek egy-egy oldala?

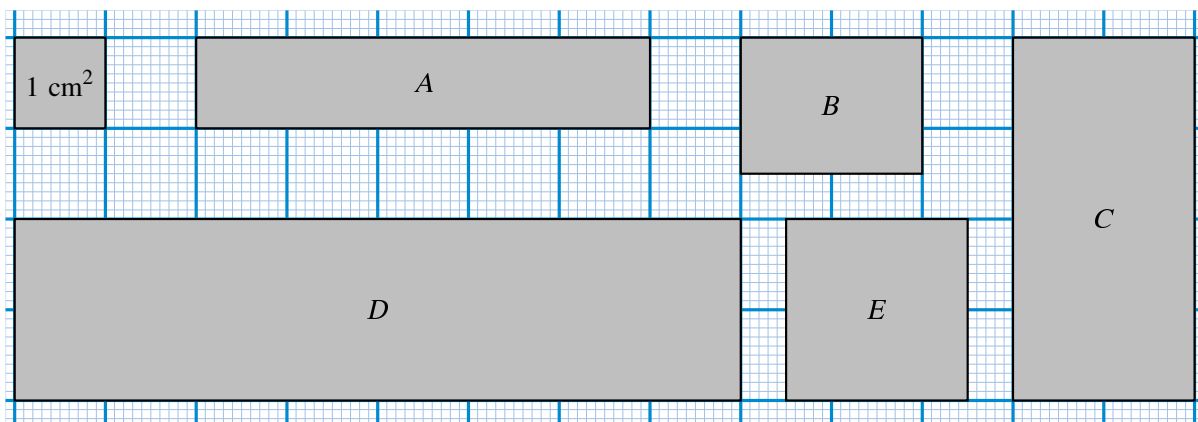


8. Egy családi ház kertjében a kutyának 12 m és 4 m oldalhosszú téglalap alakú területet kerítették el. A kutyafuttatót négyzet alakúvá alakította át Peti édesapja úgy, hogy az új terület bekerítéséhez ugyanolyan hosszú kerítést kellett felhasználnia. Milyen hosszú lett a négyzet alakú kutyafuttató egy oldala?



9. Egy téglalap alakú kert oldalai 30 m, illetve 8 és fél méter hosszúak. Milyen széles a kapu, ha a kert bekerítéséhez – kihagyva a kapu helyét – 736 dm kerítés kellett? Becsüld meg, hogy beállhat-e a kapun át bármilyen személyautó a kertbe?

10. Hány cm^2 a téglalapok területe?



11. Határozd meg, melyik tárgynak mekkora terület felelhet meg!

A tárgy neve	A tárgy területe
falitábla	6 m^2
postabélyeg	6 dm^2
tanterem mennyezete	2 cm^2
képeslap	40 m^2
papírlap (A4-es méretű)	56 cm^2

12. Számítsd ki a téglalap területét, ha oldalai

- | | |
|-----------------------------|--------------------------------|
| a) 2 m és 3 m hosszúak! | b) 3 cm és 26 cm hosszúak! |
| c) 17 dm és 72 dm hosszúak! | d) 207 mm és 1357 mm hosszúak! |
| e) 19 cm hosszúak! | f) 800 mm hosszúak! |
| g) 6 dm hosszúak! | h) 39 m hosszúak! |

13. Az iskola udvarára rajzolt ugróiskola egy kis négyzetének oldalhossza 24 cm.

- a) Mekkora a külső határvonal hossza?
b) Igaz-e, hogy az ugróiskola által elfoglalt terület nagyobb, mint 46 dm^2 ?

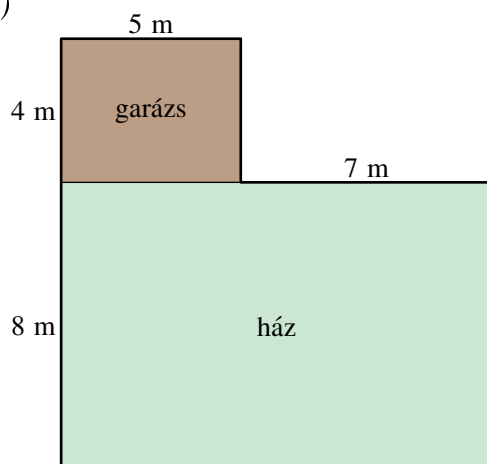


14. Számítsd ki a négyzet oldalának hosszát, ha területe

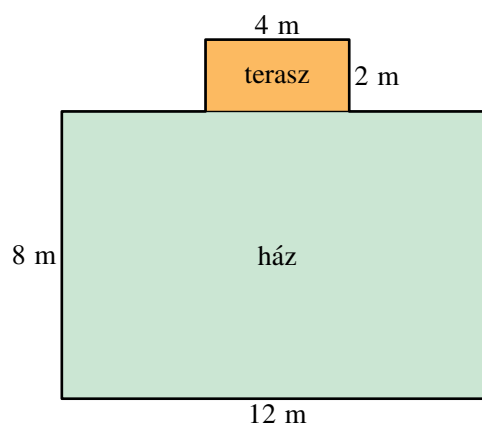
- | | | |
|-----------------------|-------------------------|------------------------|
| a) 4 cm^2 ; | b) 49 dm^2 ; | c) 16 m^2 ; |
| d) 9 cm^2 ; | e) 144 mm^2 ; | f) 121 m^2 ! |

15. Számítsd ki a hiányzó adatokat! Határozd meg az épületek alapterületét!

a)



b)



16. Számítsd ki a négyzet területét, ha kerülete

- | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|------------|------------|
| a) 48 cm; | b) 64 mm; | c) 224 m; | d) 108 dm; | e) 1068 m! |
|-----------|-----------|-----------|------------|------------|

17. Két út merőlegesen keresztezi egymást. Az egyik út 8 m széles, a másik 12 m. Milyen alakú és mekkora területű útkereszteződés jön így létre?

18. Mekkora annak a négyzetnek a területe, amelynek kerülete egyenlő a 14 cm és 6 cm oldalú téglalap kerületével? Melyik négyszög területe nagyobb?

19. a) Rajzolj egy téglalapot, oldalai 7 cm és 35 mm hosszúak legyenek! Mekkora a területe?
 b) Rajzolj 16 cm^2 területű téglalapot, amelynek oldalai centiméterben mérve egész számok!
 c) Rajzolj 4 cm oldalú négyzetet! Határozd meg a területét!
 d) Rajzolj 24 cm^2 területű téglalapot, amelynek oldalai centiméterben mérve egész számok!

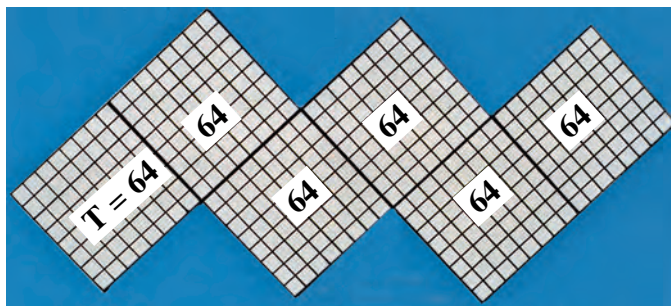


20. Rakj ki téglalapokat legfeljebb 12 darab 1 cm oldalú négyzetet felhasználva!
 a) Hányféle téglalap készíthető?
 b) Hány esetben használtál fel pontosan 12 db négyzetet?
 c) Mekkora az egyes 12 cm^2 területű téglalapok kerülete?

A téglatest felszíne

1. példa

Határozzuk meg egy kocka hálójának a területét! A kocka élei 8 egység hosszúak.



A kocka olyan téglatest, amelynek minden határoló lapja ugyanolyan négyzet.

Megoldás

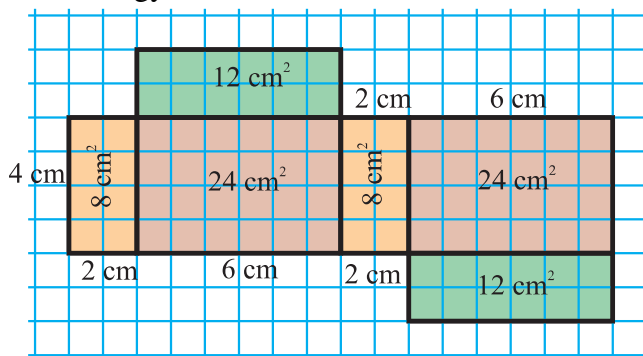
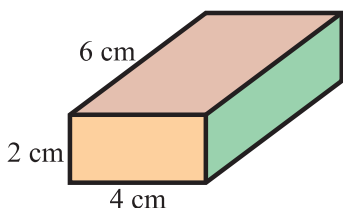
A kockát hat négyzetlap határolja, ezek oldalai nyolc egység hosszúak.

Egy négyzetlap területe $8 \cdot 8$ területegység.

A hálót alkotó hat azonos méretű négyzet területe $6 \cdot 64 = 384$ egységnégyzet területével egyezik meg. A háló területe 384 területegység.

2. példa

Mekkora a téglatest határoló lapjainak területe, ha egy csúcsba futó három éle 6 cm, 4 cm és 2 cm?



Megoldás

A téglatestet határoló téglalapok közül kettő-kettő mindig azonos méretű, tehát egyenlő területű. A példában az **alap**- és **fedőlap** területe 24 cm^2 , az **oldallapok** 12 cm^2 -esek, az **előlap** és **hátlap** 8 cm^2 . Így $(24 \text{ cm}^2 + 8 \text{ cm}^2 + 12 \text{ cm}^2) \cdot 2 = 88 \text{ cm}^2$ a hat téglalap területe.

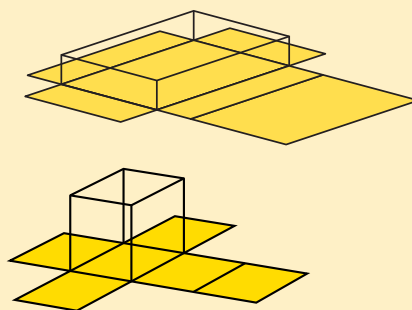
Mindkét példában a test felszínét határoztuk meg.

A **test felszíne** a test határoló felületének területe.

A **téglatest felszíne** egyenlő a határoló lapok területének összegével.

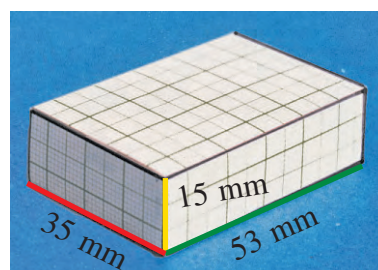
A felszín jele A , a latin *area* (terület) szó kezdőbetűje.

A felszín mérésekor területet mérünk, ezért a felszín mértékegységei azonosak a terület mértékegységeivel.



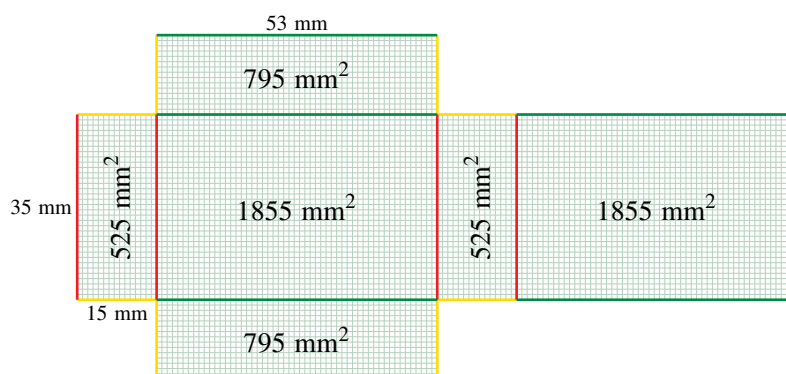
3. példa

Hány mm^2 egy olyan doboz hálójának a területe, amely akkora, mint egy gyufásdoboz? A doboz méretei: 53 mm, 35 mm, 15 mm.



Megoldás

A legnagyobb területű két téglalap szomszédos oldalai 53 mm és 35 mm hosszúak. Egy-egy ilyen lap területe $35 \cdot 53 \text{ mm}^2 = 1855 \text{ mm}^2$.



A közepes méretű téglalap területe: $53 \cdot 15 \text{ mm}^2 = 795 \text{ mm}^2$.

A legkisebb méretű téglalap területe: $35 \cdot 15 \text{ mm}^2 = 525 \text{ mm}^2$.

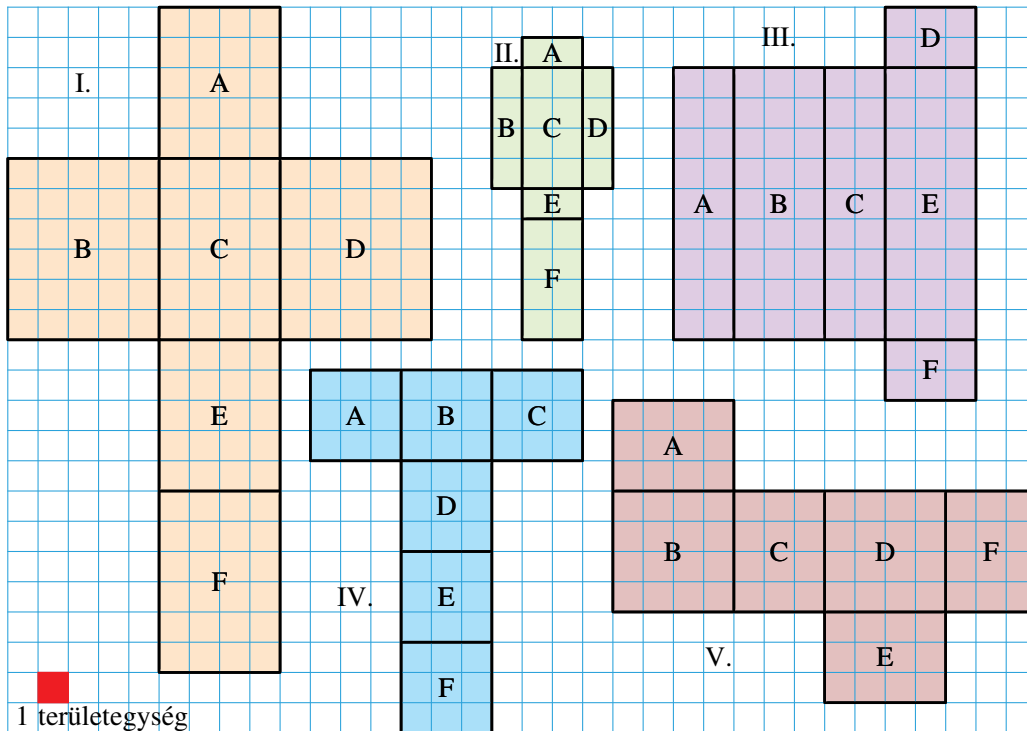
A háló területe: $525 \text{ mm}^2 + 1855 \text{ mm}^2 + 525 \text{ mm}^2 + 1855 \text{ mm}^2 + 795 \text{ mm}^2 + 795 \text{ mm}^2 = 6350 \text{ mm}^2$.

A kiszámított területösszeg a téglatest felszíne: $A = 6350 \text{ mm}^2$.

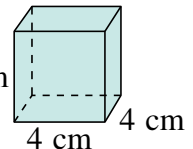
Feladatok

1. Téglatestek hálóját látod az ábrán.

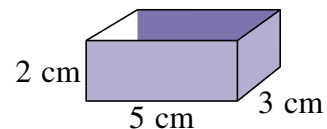
- a) Mely lapok lesznek a téglatest szemközti, párhuzamos lapjai? Add meg a betűjelüket!
b) Az ábrán egy kis rácsnégyzet oldala 1 cm-nek felel meg. Határozd meg a hálók területét!



2. Számítsd ki, hány cm^2 kartonlapból készíthetnéd el egy 4 cm élű kocka hálóját!



3. Számítsd ki a felül nyitott, téglatest alakú doboz felszínét! Rajzold le a hálóját!



4. Egy téglatest alakú, felül nyitott doboz három különböző élének hossza 3 cm, 5 cm és 6 cm. Hány cm^2 papír kell az elkészítéséhez? Rajzold le a hálóját úgy, hogy 1 cm-nek a füzetedben egy kis négyzet oldala feleljen meg!

- a) A doboz alja a legnagyobb területű lap legyen!
b) A doboz alja a legkisebb területű lap legyen!

5. Négy darab 1 cm élű kockából kétféle téglatestet építhetsz. Építsd meg a kétféle testet!
a) Rajzold le a testek egy-egy hálóját! b) Számítsd ki mindkét test felszínét!

6. Nyolc darab 1 cm élű kockából háromféle téglatestet építhetsz. Építsd meg mindhárom testet!
a) Rajzold le a testek egy-egy hálóját! b) Számítsd ki mindhárom test felszínét!

7. Számítsd ki a kocka felszínét, ha éleinek hossza

- a) 7 cm; b) 8 mm; c) 13 dm; d) 2 dm 6 cm; e) 4 dm 5 mm!

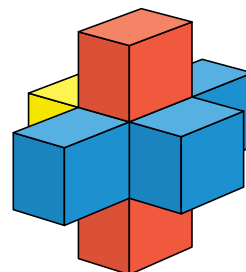
- 8.** Számítsd ki a téglatest felszínét, ha éleinek hossza
- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a) 2 cm, 3 cm és 7 cm; | b) 4 mm, 10 mm és 8 mm; |
| c) 1 dm, 3 dm és 4 dm; | d) 2 m, 5 m és 11 m; |
| e) 25 cm, 4 cm és 8 cm; | f) 1 dm, 2 dm és 3 dm! |

- 9.** Egy üvegből készült váza felülről nyitott, kocka alakú, és külső élei 16 cm hosszúak.
- a) Készíts vázlatot a testről! Jelöld az ábrán a méreteit!
- b) Rajzold le a test hálóját úgy, hogy 8 cm-nek 1 cm feleljen meg a rajzon!
- c) Mekkora az üvegváza külső felülete?

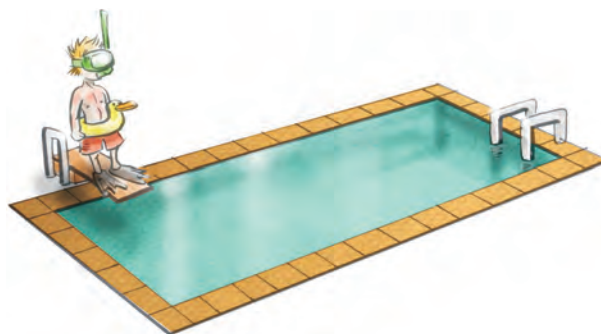


- 10.** Hány cm^2 üveglap kell az akvárium elkészítéséhez, ha alapja 56 cm és 24 cm oldalú téglalap, magassága 32 cm? Az akváriumot fedő üveglap oldalai 1 cm-rel hosszabbak, mint az alaplap oldalai.

- 11.** Egy 1 cm élű kocka minden lapjára kifelé hozzáragasztottunk egy-egy egységkockát, így az ábrán látható „térbeli keresztet” kaptuk.
- a) Milyen határoló lapjai vannak az így kapott testnek?
- b) A térbeli kereszt minden határoló lapját befestettük az ábrán látható színekre. Hány cm^2 felületet festettünk pirosra, hányat kékre és hányat sárgára?

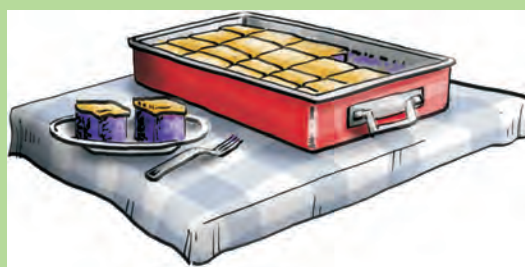


- 12.** Egy úszómedence hosszabbik oldala mentén 15 db, rövidebb oldala mentén 7 db, 40 cm oldalú, négyzet alakú betonlapból készült a burkolat.
- a) Körülbelül hány m^2 területű fóliával fedhető le a medence vízfelülete?
- b) A 120 cm mély medencét belül 40 cm oldalú négyzetlapokkal burkolták. Hány m^2 csempét építettek be?



-  **13.** Egy 6 cm élű kocka minden csúcsát levágjuk egy-egy olyan síkkal, amely a csúcsból kiinduló éleket a csúctól 2 cm-re metszi. Hány lapja, éle, csúcsa van az így kapott testnek?
(Kalmár László matematikaverseny, 5. évfolyam, 1988)

- 14.** Ha a süteményt a szokásos módon párhuzamos vágásokkal felszeletelik, lesznek belső darabok (oldalai vágottak), és lesznek szélső darabok (van olyan oldaluk, amelyik nem vágott).
Hány darab „szélső sütemény” lesz, ha a „belső sütemények” száma pontosan



- a) 4; b) 5; c) 3;
d) 6; e) 8?

Lehet-e egyenlő a szélső és a belső darabok száma?

Testek térfogata

A térfogat mérése

1. példa

Egységkockákból építsetek testeket!



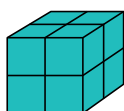
Építsetek

- kockát, amelynek élei 2 cm hosszúak;
- négyzetes oszlopot, amelynek alapéle 2 cm, magassága 3 cm hosszú;
- téglatestet, amelynek egy csúcsba futó élei 1 cm, 2 cm, 3 cm hosszúak!

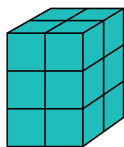
Állapítsátok meg, hány egységkockát használtatok fel az egyes testek megépítéséhez!

Megoldás

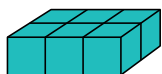
- A kockához 8 db egységkockát használtunk.



- A négyzetes oszlophoz 12 db egységkockát használtunk.

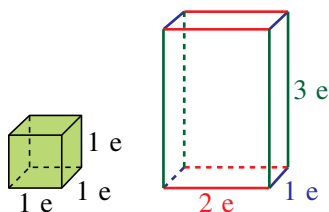


- A téglatesthez 6 db egységkockát használtunk.



2. példa

Hány db egységkockával tudjuk kitölteni a dobozt? (Az egységkocka minden éle például: 1 e = 1 cm.)



Töltsetek meg egy 1 literes üveget 2 dl-es üveg segítségével!



Hány kis üveg vízre volt szükség a megtöltéshez?

Megoldás

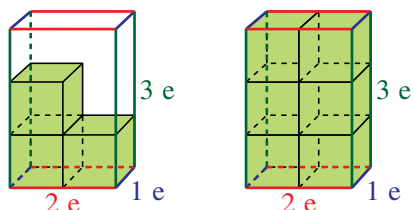


Az 1 literes üveget 5 db teli kis üveggel tölthetjük meg.

Hány 1 dl-es poharat tudunk teletölteni teával az 1 literes kancsóból?



Megoldás



Az alsó sorba 2 db egységkocka fér. 3 egység magas dobozba 3 ilyen sort lehet tenni, ezért összesen 6 db kiskockával tölthető ki a doboz.

A fenti példában egy téglatest térfogatát és egy kancsó űrtartalmát mértük meg kisebb mértékegységgel.

Megoldás



10 db 1 dl-es poharat tudunk megtölteni.

A testek térfogatát, űrtartalmát tudjuk mérni.

A **testek térfogatát** úgy határozzuk meg, hogy összehasonlítjuk az egységnek választott térfogattal.

A térfogat jele: V (V a latin *volumen* – térfogat – szó kezdőbetűje).

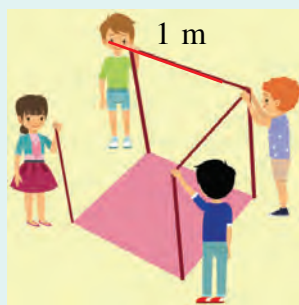
A térfogat mérésére térfogategységeket használunk.

A leggyakrabban használt térfogategységek az egységnyi oldalú kockák térfogatai.

Az 1 m oldalú kocka térfogata 1 m^3 .

(olvasd: köbméter)

Például:



A gyerekek 1 m^3 térfogatot fognak közre a méterrudakkal.

Az 1 dm élű kocka térfogata 1 dm^3 .

(olvasd: köbdeciméter)

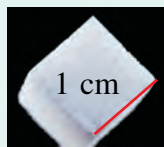
Például:



1 dm^3 térfogatú a Masat-1, az első 100%-ig magyar fejlesztésű műhold.

Az 1 cm élű kocka térfogata 1 cm^3 .

Például:



1 cm^3 egy szem kockacukor térfogata.

Az 1 mm élű kocka térfogata 1 mm^3 .

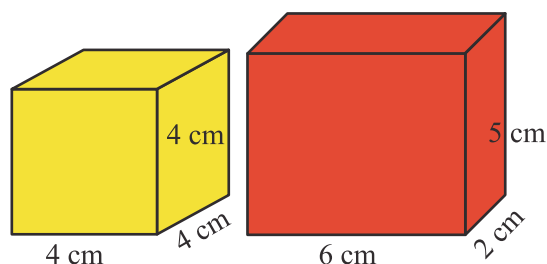
Például:



1 mm^3 egy gombostűfej térfogata.

3. példa

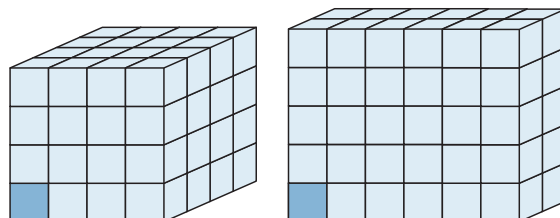
Hogyan állapíthatjuk meg, hogy melyik tömör test elkészítéséhez kellett több faanyag?



Megoldás

Rakjuk ki a testeket ugyanakkora méretű műanyag kiskockákkal! (A kitöltést kockacukorral is elvégezhettük.)

Az első testet 64, a másodikat 60 kiskockával raktuk ki, tehát az első test készült több faanyagból.

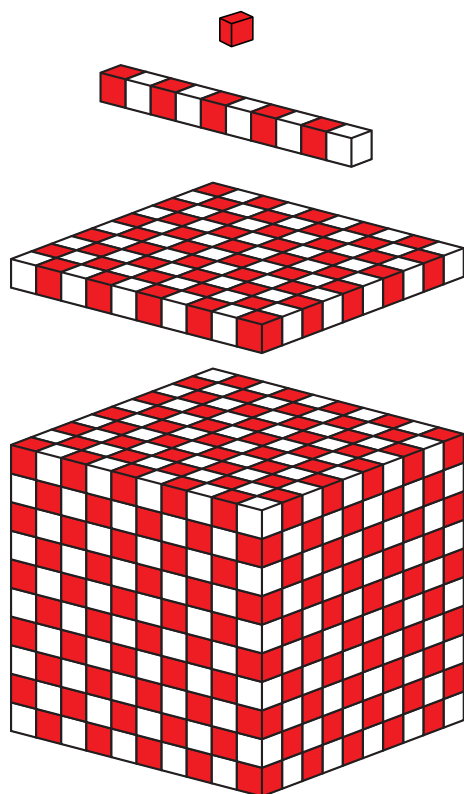


Belül üres testek űrtartalmát összehasonlíthatjuk úgy, hogy azonos alakzatokkal vagy folyadékkal töltjük meg. A tömör testek által elfoglalt térrész nagyságát is megbecsülhetjük úgy, hogy egyforma alakzatokból ugyanolyan méretű testet rakunk ki.

4. példa

Az 1 dm élű kockát hány 1 cm élű kockával lehet kitölteni?

Megoldás



1 cm élű kocka.

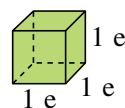
1 sorban 10 darab 1 cm élű kocka van.

1 rétegben 100 darab kocka fér el.

10 rétegben 1000 darab kiskocka van.

1000 darab 1 cm élű kocka tölti ki az 1 dm élű kockát.

A térfogatmérés mértékegysége attól függ, hogy az egységkocka élét milyen hosszúságegységgel adtuk meg. **1 e** lehet 1 mm vagy 1 cm vagy 1 dm vagy 1 m vagy 1 km.



hosszúságegység	a térfogategység jele	a térfogategység neve
1 mm	1 mm ³	köbmilliméter
1 cm	1 cm ³	köbcentiméter
1 dm	1 dm ³	köbdeciméter
1 m	1 m ³	köbméter
1 km	1 km ³	köbkilométer

A térfogatmérés mértékegységei közötti összefüggések:

$$1 \text{ km}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$$

5. példa

Írjuk fel az a) 34 dm³; b) 8 dm³ 3300 cm³ térfogatértékeket kisebb mértékegységekkel!

Megoldás

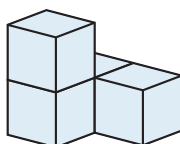
$$a) 34 \text{ dm}^3 = 34\,000 \text{ cm}^3 = 34\,000\,000 \text{ mm}^3 \quad b) 8 \text{ dm}^3 3300 \text{ cm}^3 = 11\,300 \text{ cm}^3 = 11\,300\,000 \text{ mm}^3$$

dm ³	cm ³	mm ³
34		
34	000	
34	000	000

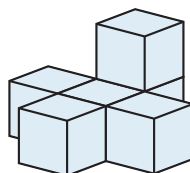
dm ³	cm ³	mm ³
8		
8	3300	
11	300	000

6. példa

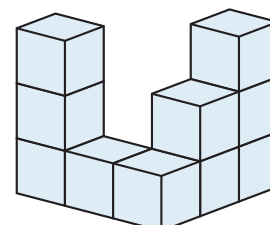
Mekkora az egységkockákból épített testek térfogata?



A)



B)



C)

Megoldás

A testek térfogatát az egységkockák száma adja.

A) 4 db egységkockából,

B) 6 db egységkockából,

C) 10 db egységkockából áll.

Ha az egységkocka éle 1 cm, akkor a testek térfogata:

A) $V_A = 4 \text{ cm}^3$,

B) $V_B = 6 \text{ cm}^3$,

C) $V_C = 10 \text{ cm}^3$.

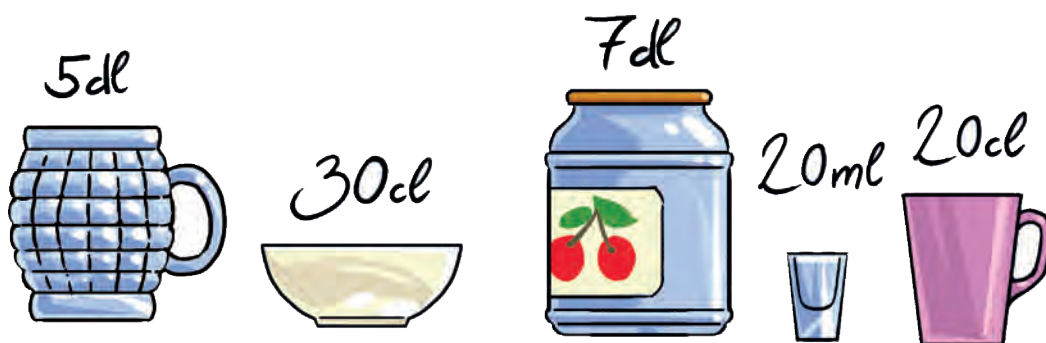
Az űrtartalom mértékegységei

Folyadékok, önthető anyagok, belül üres testek térfogatának mérésekor **űrtartalom**ról beszélünk.

A képeken látható tárgyak mindegyike 1 literes.

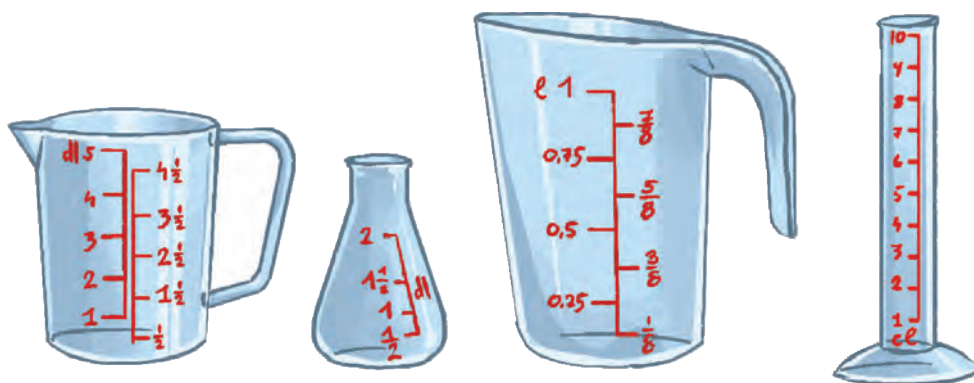


Gyakran találkozunk kisebb méretű edényekkel is, amelyek űrtartalmát dl, cl vagy ml egységgel mérhetjük meg.



Az űrtartalom mérése

Az űrtartalom mérésére egyenletes beosztással ellátott mérőpoharakat, mérőhengereket, nagyobb méretű használati tárgyak (hordók, kádak stb.) esetében mérőtartályokat használunk.



Az űrtartalom mértékegységei közötti összefüggések:

$$1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$$

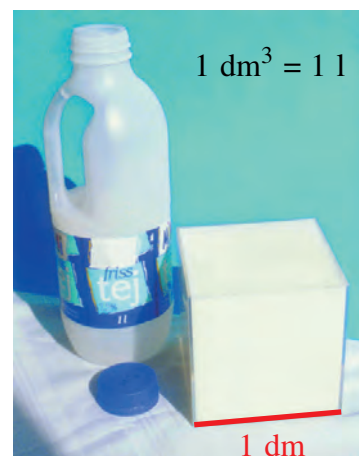
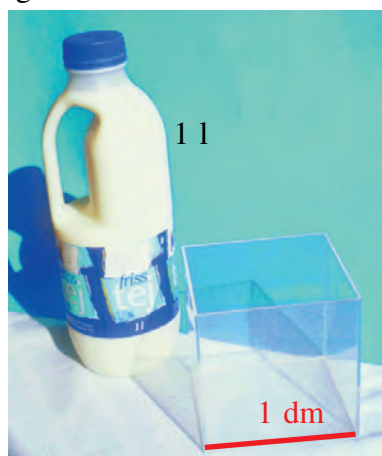
$$1 \text{ l} = 10 \text{ dl}$$

$$1 \text{ dl} = 10 \text{ cl}$$

$$1 \text{ cl} = 10 \text{ ml}$$

Példa

Végezzük el az alábbi kísérletet, és foglaljuk össze a tapasztalatainkat!



Megoldás

A kísérlet lépéseit az ábrán láthatjuk. Az 1 literes palackban lévő folyadék teljesen megtöltötte az 1 dm élű, felül nyitott műanyag kockát. Tehát $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$.

Összefüggés a térfogat és az űrtartalom mértékegységei között:

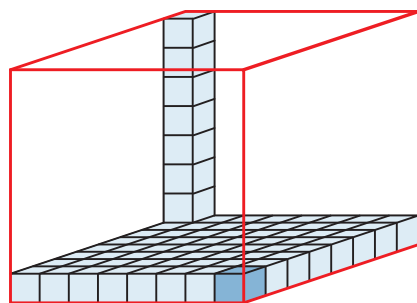
$$1 \text{ m}^3 = 10 \text{ hl} = 1000 \text{ l}$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$$

A téglatest térfogata

1. példa



Határozzuk meg egy 8 cm élű kocka térfogatát!

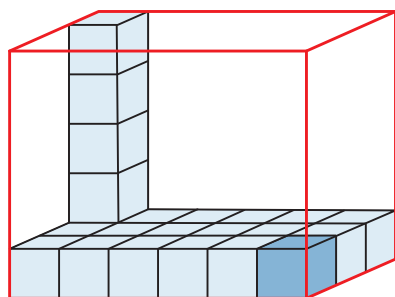
Megoldás

Egy sorba pontosan 8 darab 1 cm élű egységkocka fér.

Mivel egy rétegben nyolc sor van, ezért egy réteget $8 \cdot 8 = 64$ darab egységkocka tölt ki.

Egymás felett nyolc rétegben összesen $8 \cdot 64 = 512$ egységkocka van. $V = 512 \text{ cm}^3$

2. példa



Az ábrán látható téglatest egy csúcsba futó három élének hossza 6 cm, 3 cm, 5 cm. Mekkora a téglatest térfogata?

Megoldás

Egy sorba pontosan 6 darab 1 cm élű egységkocka fér.

Egy réteg 3 sorból áll, vagyis egy rétegbe $6 \cdot 3 = 18$ darab egységkocka fér.

Összesen öt réteg van, azaz $5 \cdot 18 = 90$ darab egységkocka tölti ki a testet. $V = 5 \cdot 6 \cdot 3 \text{ cm}^3 = 90 \text{ cm}^3$

A téglatest éleinek hosszából úgy határozhatjuk meg a téglatest térfogatát, hogy az élek hosszát összeszorozzuk.

3. példa

A rostos gyümölcszlét téglatest alakú dobozban árulják.

A doboz méretei 4 cm, 5 cm, 12 cm.

a) Mennyi folyadék fér a dobozba?

b) Hány cm magasan van a folyadékszint, ha 2 dl gyümölcszlét töltöttek a dobozba?



Megoldás

a) $V = (4 \cdot 5 \cdot 12) \text{ cm}^3 = 240 \text{ cm}^3 = 240 \text{ ml} = 24 \text{ cl}$

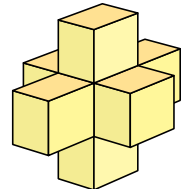
b) Mivel $2 \text{ dl} = 200 \text{ ml} = 200 \text{ cm}^3$ a térfogat és $4 \cdot 5 \cdot \boxed{10} = 200$, ezért 10 cm magasan van a folyadék a dobozban.

Feladatok

1. Építs különböző testeket a) 3 db; b) 4 db 1 cm élű egységkockából! 
(Az egységkockát helyettesítheted kockacukorral.)

Mennyi a kapott testek térfogata? Számold meg, hány négyzetlap határolja a megépített testeket!

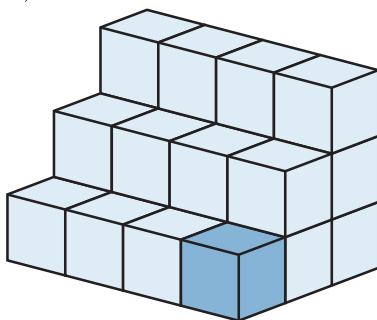
2. Egy 2 cm oldalélű kocka minden lapjára kifelé egy-egy újabb kockát ragasztottunk, így kaptuk az ábrán látható „térbeli keresztet”. Te is megépítheted ezt a testet. (Az egységkockát helyettesítheted kockacukorral.)



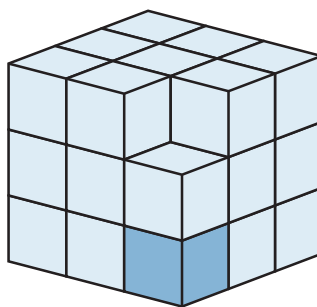
Mekkora a kapott test térfogata?

3. Az ábrán látható tömör testek 1 cm élhosszú kockákból épültek. A testek nem látható oldallapjai merőlegesek az asztallapra. Hány cm^3 a testek térfogata?

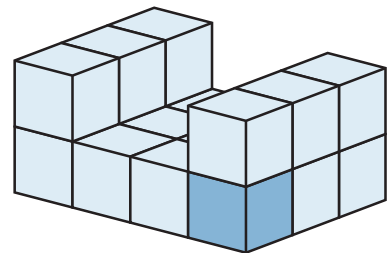
a)



b)

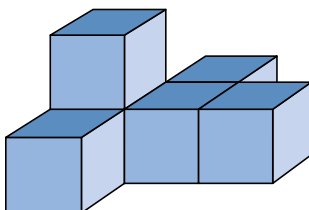


c)

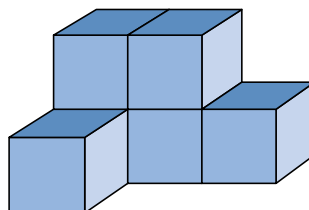


4. Az ábrán látható testek mindegyike 6 db 3 cm élű kockából épült. Hány cm^3 a testek térfogata?

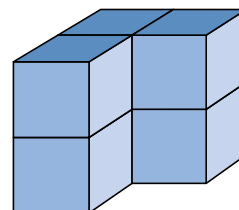
a)



b)

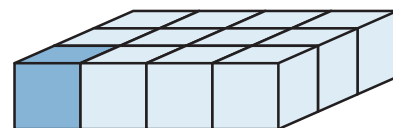


c)

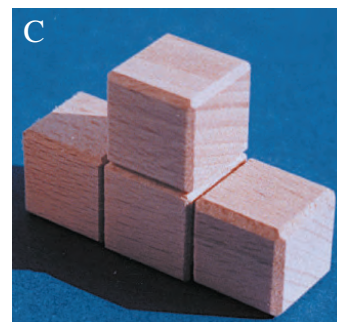
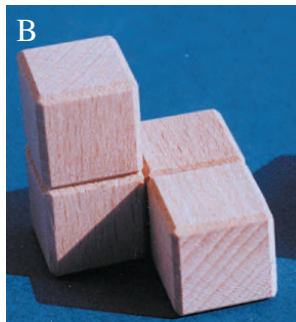
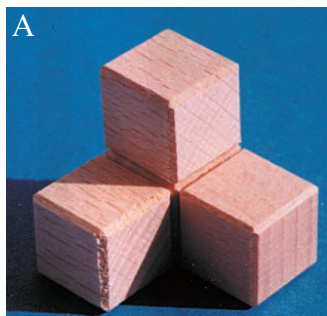


5. Egybevágó kockákból téglatestet rakunk ki. Az alapja már elkészült az ábra szerint. Milyen magasra kell építeni, hogy összesen

a) 24, b) 72, c) 240, d) 12 kockából álljon?



6. A képen látható testek 5 cm élű kockákból állnak.



- a) Hasonlítsd össze a három test térfogatát!
b) Ha a kockák csak teljes oldallapjukkal csatlakozhatnak egymáshoz, összerakható-e négy kockából olyan test, amelynek térfogata vagy felszíne eltér az A, B, C test térfogatától vagy felszínétől?

7. Becsüld meg, hogy az 1 literes ásványvizes üvegből hány poharat tudsz megtölteni! A becslés után végezd el a mérést! A saját poharadat használd!

8. Mérd meg a téglatest alakú 1 literes tejes vagy gyümölcsitalos doboz egy csúcsból induló éleinek hosszát! A mért adatokat mm egységben add meg! Számítsd ki, hány mm^3 a doboz térfogata! Add meg, hogy az 1 liter folyadékra felül a doboznak hány mm^3 térfogatú részét hagyták üresen!

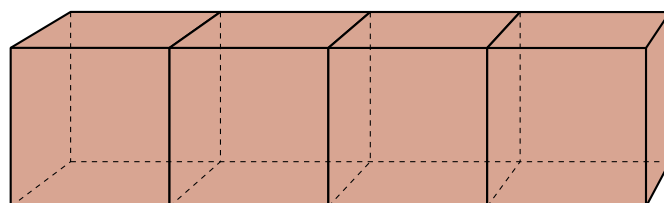
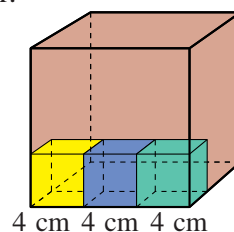
9. Nézz utána, hogy régen milyen mértékegységeket használtak a hosszúság, a terület, illetve a térfogat meghatározására!

10. a) Számítsd ki a 7 cm élű kocka térfogatát!
b) Számítsd ki a 35 mm élű kocka térfogatát!

11. Számítsd ki a téglatest térfogatát, ha egy csúcsba futó éleinek hossza
a) 4 cm, 6 cm és 7 cm; b) 2 cm, 2 cm és 7 cm;
c) 12 mm, 41 mm és 7 mm; d) 3 dm, 22 cm és fél dm!

12. Peti ugyanolyan méretű, kocka alakú papírdobozokba rakja a 4 cm élű, kocka alakú építőelemeket úgy, hogy azok a dobozokat teljesen megtöltik. (Lásd ábra!) A dobozokat ezután a szekrény tetejére teszi, ahol legfeljebb 4 ilyen dobozt tud egymás mellett elhelyezni.

- a) Milyen széles a szekrény?
b) Hány kockát tud ezekbe a dobozokba elrakni Peti?

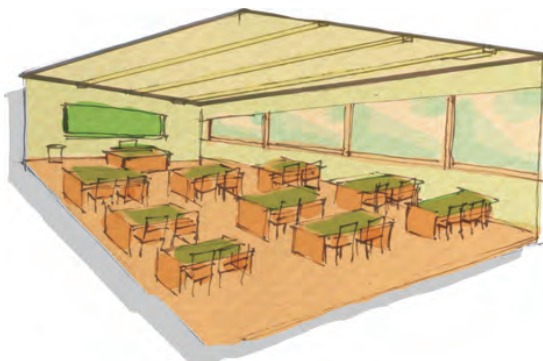


13. Pótold a hiányzó mérőszámokat!

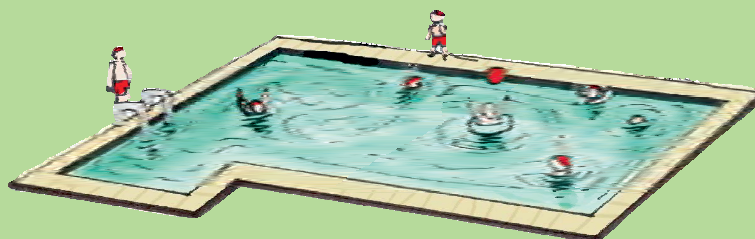
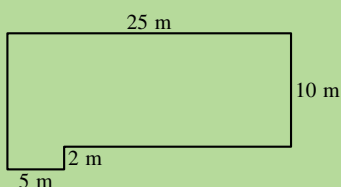
a)	352 l	dl	cl	ml	–
b)	12 hl	l	dl	ml	–
c)	28 dm ³	cm ³	mm ³	l	ml
d)	9 m ³	dm ³	hl	l	–

14. Egy téglatest alakú tanterem hosszúsága 8 m, szélessége 6 m, magassága 3 m.

Hány tanuló tartózkodhat itt a tanárával, ha fejenként 4 m³ levegőre van szükségük?



15. Hány liter vízzel tölthető színültig az úszómedence, ha a mélysége mindenütt 150 cm? A medence méretei az alaprajzon láthatók.



Tudáspróba

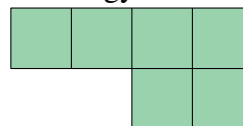
1. Egy kocka élének hossza 6 cm. Számítsd ki

- a) egy oldallapjának területét;
c) a felszínét;

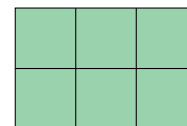
- b) a hálójának területét;
d) a térfogatát!

2. 5 dm oldalhosszú, négyzetlap alakú gyeptéglával olyan füves területeket alakítunk ki, amelyeknek képei felülről nézve az ábrán láthatók. Hány méter hosszú kerítés kell az egyik, és hány méter a másik kert bekerítéséhez?

Az egyik kert



A másik kert



3. 4 db 3 cm oldalhosszú négyzetlap közül választva téglalapokat készítünk egy-egy teljes oldaluk egymáshoz illesztésével.



- Mekkora annak a téglalapnak a területe és a kerülete, amelyet 3 db négyzetlapból állítottunk elő? Hány ilyen téglalapot tudunk készíteni?
- Mekkora annak a téglalapnak a területe és a kerülete, amelyet 4 db négyzetlapból állítottunk elő? Hány ilyen téglalapot tudunk készíteni?

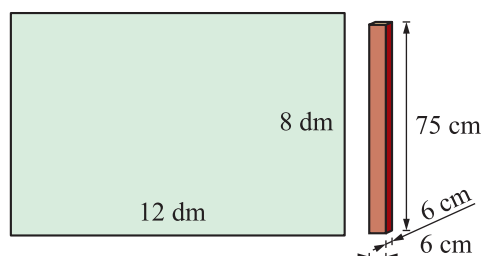
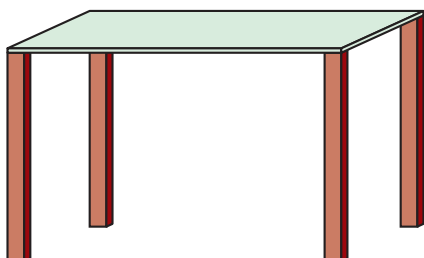
4. Melyik test térfogata nagyobb?

- Egy 2 deciliteres bögre vagy egy 2 cm élű kocka?
- Egy 1 literes üveg vagy egy 10 cm élű kocka?
- Egy 5 centiliteres kis pohár vagy egy 1 cm élű kocka?



5. Az ábrán látható test 13 db 1 cm élű egységkockából épült. Hány ugyanilyen kiskockával kell kiegészíteni ezt a testet, hogy a lehető legkisebb téglatestet kapjuk?

6. Az ábrán egy fából készült asztal képét látod. Az asztal lábai négyzetes oszlopok, a teteje téglalap alakú zöld üveglap.



- Nagyobb-e az üveglap területe 1 m^2 -nél?
- Mekkora egy asztalláb térfogata?
- Az asztal négy lábának csak az oldallapjait festik barnára. Hány cm^2 felület ez? A szükséges adatokat az ábráról tudod leolvasni.

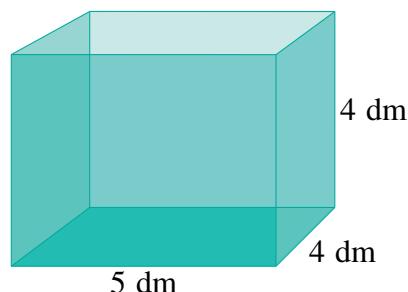
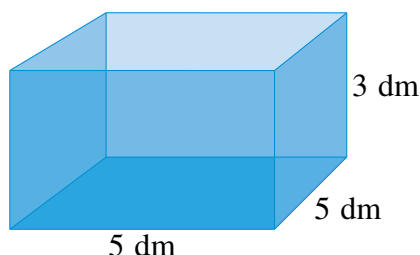
7. Határozd meg a hiányzó mérőszámokat és mértékegységeket!

A:	54 l	dm^3	cm^3	5400
B:	1700 cm^3	mm^3	ml	170
C:	$8 \text{ dl} + 15 \text{ dl}$	dl	cl	2300

8. Hány liter vizet önthetünk az egyes akváriumokba? Melyiknek nagyobb a térfogata?

a)

b)



Tizedes törtek

Tizedes törtek értelmezése

A tizedes törtek első nyomai a kínai és arab írásokban bukkantak fel. E számok igazi jelentőségét egy flamand mérnök, *Simon Stevin* (ejtsd: simon sztevin; 1548–1620) ismerte fel. Ő az egységes tízes mértékrendszer híve volt, és ennek bevezetését szorgalmazta. Ezt végül több mint két évszázaddal később, a francia forradalom idején valósították meg.

Explication du donné. Il y a trois ordres de nombres de. Disme, desquels le premier 27 ⑥8①4 ②7③, le deuxiesme 37 ⑥8①7 ②5③, le troisiemesme 875 ⑥7 ①8②③.

⑥①②③
2 7 8 4 7
3 7 6 7 5
8 7 5 7 8 2
—
2 4 1 3 0 4

Részlet Stevin könyvéből (1634)

Stevin a szám egész részét egy körbe írt nullával zárta le, ezután következtek a tizedesjegyek, amelyek nagyságrendjét egy-egy körbe írt számjeggyel fejezte ki, mégpedig rendre a tizedekét 1-gyel, a századokét 2-vel, az ezredekét 3-mal stb. Ezt láthatjátok ezen az ábrán:

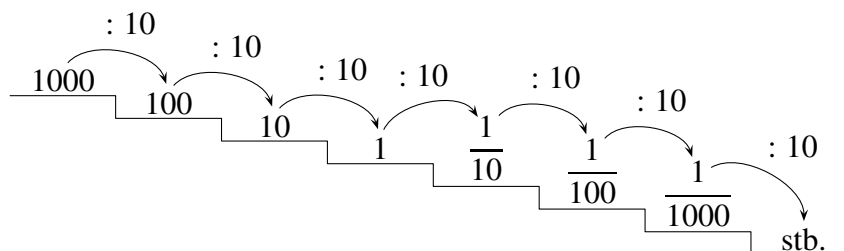
37⑥8①7②5③

A ma is használt tizedesvesszőt *Johannes Kepler* (ejtsd: johannesz kepler; 1571–1630) vezette be. A skót *John Napier* (ejtsd: dzson néppjer; 1550–1617) tizedesvessző helyett tizedespontot alkalmazott, ami máig is fennmaradt az angolszász országokban (Anglia, Amerikai Egyesült Államok, Ausztrália stb.).

Ugyanezt a számot leírtuk háromféleképpen:

$$37⑥8①7②5③ = 37,875 = 37.875$$

A hindu tízes számrendszerben eredetileg csak egész számok szerepeltek. A számlálást 1-gyel kezdve 9 után a 10-es csoport, 99 után a $10 \cdot 10 = 100$ -as csoport, majd a $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ stb. egységet tartalmazó csoportok következtek. A tízes számrendszerben ma is ezt a csoportosítást használjuk. Az egészek halmazán alkalmazott eljárást az ellenkező irányba haladva is tudjuk folytatni, 10-zel való osztást végezve. A törtek ismeretében az sem okoz gondot, ha az 1-et átlépjük.



Az előbbi csoportosítás nagyon nagy számokhoz vezetett, az osztási eljárás viszont nagyon kicsikhez. Bővítsük a helyiérték-táblázatot 1-nél kisebb helyi értékekkel!

...	ezres 1000	százaz 100	tízes 10	egyes 1	tized $\frac{1}{10}$	század $\frac{1}{100}$	ezred $\frac{1}{1000}$	...	A szám helyiérték-táblázat nélkül leírva
				3	1	5	8		3,158

A táblázatba írt szám jelentése:

$$1 \cdot 3 + \frac{1}{10} \cdot 1 + \frac{1}{100} \cdot 5 + \frac{1}{1000} \cdot 8 = 3 + \frac{100}{1000} + \frac{50}{1000} + \frac{8}{1000} = 3 + \frac{158}{1000}$$

A tízes alapú helyi értékes számrendszerben ezt a számot tizedes tört alakban így írhatjuk.

$$3,158 = 3 \text{ egész } 158 \text{ ezred}$$

egész rész **tizedesvessző** **tört rész**

A vesszőt, amely a szám egész részét elválasztja a tört részétől, tizedesvesszőnek nevezzük, a tizedesvessző után álló számokat pedig tizedesjegyeknek.

1. példa

Írjuk fel a törteket 10, 100, 1000 nevezőjű törtek összegeként!

a) $\frac{48}{10}$

b) $\frac{38}{100}$

c) $\frac{2013}{1000}$

Megoldás

a) $\frac{48}{10} = \frac{40}{10} + \frac{8}{10} = 4 + \frac{8}{10}$

b) $\frac{38}{100} = \frac{30}{100} + \frac{8}{100} = \frac{3}{10} + \frac{8}{100}$

c) $\frac{2013}{1000} = \frac{2000}{1000} + \frac{10}{1000} + \frac{3}{1000} = 2 + \frac{1}{100} + \frac{3}{1000}$

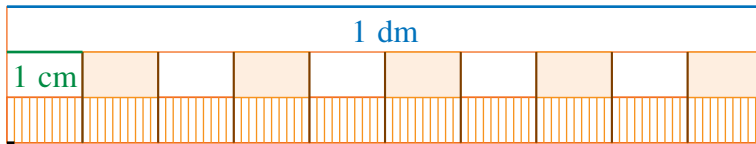
2. példa

Adjuk meg a $38\frac{42}{100}$ törtet többféle alakban!

Megoldás

A szám kiolvasva	Tört alakban	Helyi értékes összeg alakban	Helyiérték-táblázatban				Tizedes tört alakban
harmincnolc egész negyvenkettő század	$38\frac{42}{100}$	$10 \cdot 3 + 1 \cdot 8 +$ $+\frac{1}{10} \cdot 4 + \frac{1}{100} \cdot 2$	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	38,42
			3	8	4	2	

3. példa



1 mm

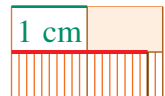
A rajzon a **kék** szakasz 1 dm, a **zöld** szakasz 1 cm, a **fekete** szakasz 1 mm hosszú.

A rajzról leolvashatóak a következő összefüggések:

$$1 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ dm} = 0,1 \text{ dm}$$

$$1 \text{ mm} = \frac{1}{10} \text{ cm} = 0,1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ dm} = 0,01 \text{ dm}$$

Adjuk meg az ábrán látható piros szakasz hosszát cm-ben és dm-ben mérve! A szakasz hosszának mérőszámát tört és tizedes tört alakban is írjuk le!



Megoldás

$$18 \text{ mm} = \frac{18}{10} \text{ cm} = \left(\frac{10}{10} + \frac{8}{10} \right) \text{ cm} = 1,8 \text{ cm} = \frac{18}{100} \text{ dm} = 0,18 \text{ dm}$$

Feladatok

1. Add meg a törteket 10, 100, 1000 nevezőjű törtek összegeként!

a) $\frac{27}{10}$

b) $\frac{35}{100}$

c) $\frac{70}{100}$

d) $\frac{810}{100}$

e) $\frac{906}{100}$

f) $\frac{82}{1000}$

g) $\frac{104}{1000}$

h) $\frac{230}{1000}$

i) $\frac{800}{1000}$

j) $\frac{9004}{1000}$

2. Add meg a számok hiányzó alakjait!

A szám kiolvasva	Tört alakban	Helyi értékes összeg alakban	Helyiérték-táblázatban				Tizedes tört alakban
hét egész három tized		$1 \cdot 7 + \frac{1}{10} \cdot 3$	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	7,3
nulla egész négy század	$\frac{4}{100}$		10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	0,04
három egész tizenkét század			10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	
		$10 \cdot 4 + 1 \cdot 0 + \frac{1}{10} \cdot 0 + \frac{1}{100} \cdot 5$	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	
			10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	93,36

3. Add meg tört és tizedes tört alakban a helyiérték-táblázatban megadott számokat!

1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	A szám tört alakban	A szám tizedes tört alakban
			5	0	0	3	$5\frac{3}{1000}$	
			0	0	1	7		0,017
			8	3	0	2		
		3	6	8	2	5		
	9	0	0	7	0	2		
3	0	1	3	0	2	5		
1	4	3	2	5	0	2		

4. a) Hány egészet ér 100 tized, 1000 század, 10 000 ezred?

b) Hány tizedet ér 1 tízes, 1 egész, 10 század, 100 ezred?

c) Hány századot ér 1 tízes, 1 egész, 10 ezred?

d) Hány ezredet ér 1 egész, 1 tízes, 1 tized, 1 század?

5. Írd fel tizedes tört alakban a törtet, és olvasd ki őket!

a) $\frac{2}{10}, \frac{30}{10}, \frac{32}{10}, \frac{400}{10}, \frac{430}{10}, \frac{432}{10}, \frac{1500}{10}$

b) $\frac{4}{100}, \frac{50}{100}, \frac{600}{100}, \frac{54}{100}, \frac{650}{100}, \frac{654}{100}, \frac{1200}{100}$

c) $\frac{3}{1000}, \frac{40}{1000}, \frac{500}{1000}, \frac{6000}{1000}, \frac{6540}{1000}, \frac{15\ 000}{1000}$

6. Olvasd ki a tizedes törtet, majd írd a számokat tört alakba!

a) 0,3; 0,04; 0,005; 0,34; 0,345

b) 1,1; 1,02; 1,003; 1,12; 1,023; 1,123

c) 21,5; 21,04; 21,006; 21,54; 21,046; 21,546

7. Olvasd ki a számokat, majd írd le azokat tizedes tört alakban!

a) 4 egész 2 tized

b) 8 egész 48 század

c) 413 ezred

d) 10 egész 24 ezred

8. A londoni olimpiák magyar versenyzőinek nagyszerű eredményeiből válogattunk.

Add meg az olimpikonok eredményeit tizedes tört alakban!

a) A 2012-es olimpián Pars Krisztián kalapácsvető a 80 egész 59 század méteres dobásával olimpiai bajnok lett.

b) Az 1948-as olimpián Gyarmati Olga az 5 egész 70 század méteres ugrásával a távolugrás olimpiai bajnoka lett.

c) Az 1908-as olimpián Somodi István az 1 méter 88 század méteres ugrásával magasugrásban olimpiai ezüstérmes lett.



Nézz utána, hogy a 2012-es olimpián mennyi volt az olimpiai csúcs a női távolugrásban és a férfi magasugrásban!

9. Olvasd ki a számokat, majd írd le azokat tizedes tört alakban!

- a) harminc egész harmincnégy század b) nyolc egész négy ezred
c) százkét egész kétszáznégy ezred d) ezernégy egész kilenc század

10. Mennyit ér a négyes számjegy az egyes számokban?

4,05 104 10 400 10,4 154,004 40,072

11. Add meg a szakaszok hosszának mérőszámát tört és tizedes tört alakban! A füzetedben dolgozz!

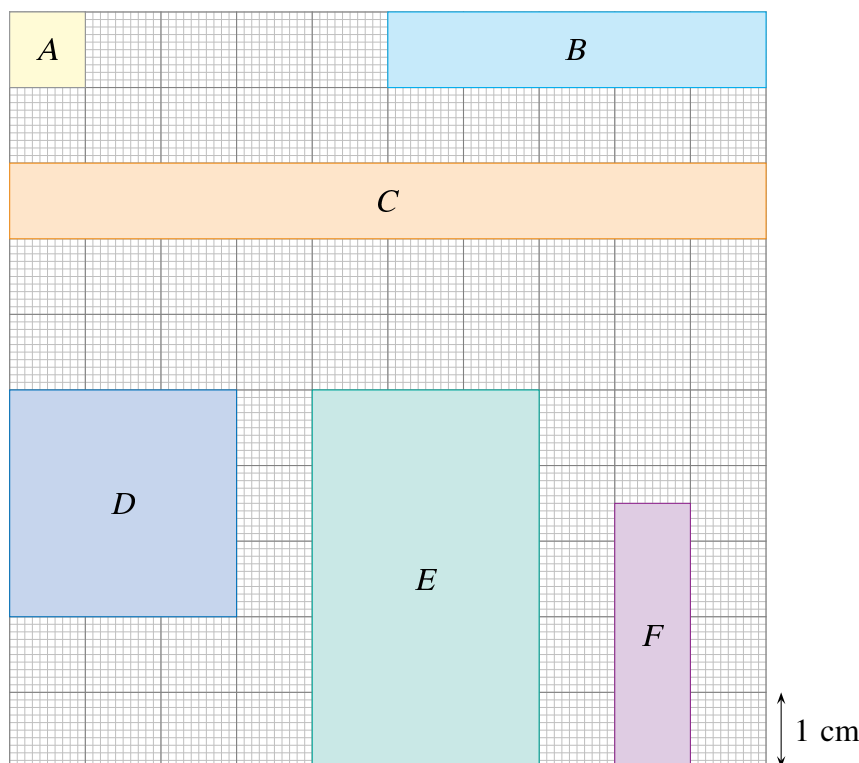
- a) 3 cm = dm b) 5 cm = dm
c) 11 cm = dm d) 1 mm = cm = dm
e) 3 mm = cm = dm f) 15 mm = cm = dm

12. Rajzold le a szakaszokat!

- a) 3,5 cm b) 4,8 cm c) 7,8 cm d) 13,4 cm

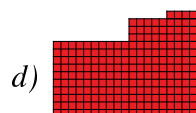
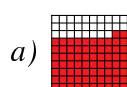
13. Számítsd ki a milliméterpapírra rajzolt színes téglalapok területét és területét! Add meg a téglalapok területét mm²-ben, cm²-ben és dm²-ben is!

A nem egész mérőszámokat tizedes tört alakban írd le!



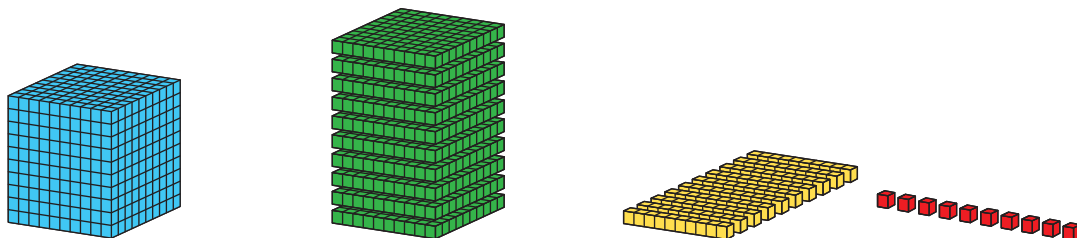
14. Add meg a milliméterpapírra rajzolt piros alakzatok területének mérőszámát tizedes tört alakban is! *Például:*

 $15 \text{ mm}^2 = \frac{15}{100} \text{ cm}^2 = 0,15 \text{ cm}^2$

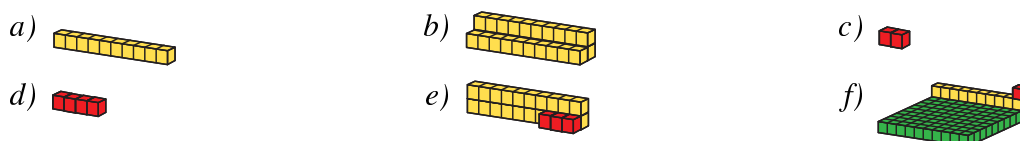


15. Téglalapok területét adtuk meg. Rajzolj mindegyikre egy-egy példát milliméterpapíron!
- a) $0,25 \text{ cm}^2$ b) $6,25 \text{ cm}^2$ c) $0,5 \text{ dm}^2$ d) $0,25 \text{ dm}^2$

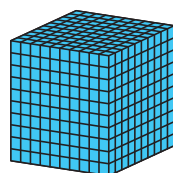
16. Az ábráról leolvasható, hogy
a kék kocka 10 zöld rétegből rakható ki, 1 zöld réteg 10 sárga rúdból, 1 sárga rúd 10 piros kockából.



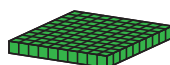
Mekkora részét adják ki az építmények a kék kockának?
Tört és tizedes tört alakban is adjátok meg a választ!



17. Így neveztük el ezeket a téglatesteket:



1 dm^3
nagykocka



0,1 dm^3
réteg



0,01 dm^3
rúd



0,001 dm^3
kiskocka

Írd le tizedes törttel, hány dm^3 !

- a) 3 nagykocka, 1 réteg b) 4 réteg, 5 rúd
c) 12 rúd d) 15 nagykocka, 3 réteg, 5 kiskocka
e) 35 kiskocka f) 35 rúd

18. A „tökéletes pénztárgépet” már ismeritek. A fiókjait bővítjük 1-nél kisebb helyi értékű fiókokkal. (Ha valamelyik fiókban 10 azonos címletű pénz összegyűlik, a gép nagyobbra váltja, és kiírja az új tartalmat.) *Például:*

Ezres	százazas	tízes	egyes	tized	század	ezred	Átváltás	Végeredmény
		18		3			$18 \cdot 10 = 1 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 0 \cdot 1 = 180$	180,3
			4	38			$\frac{38}{10} = \frac{30}{10} + \frac{8}{10} = 3 \cdot 1 + 8 \cdot \frac{1}{10} = 3,8$	7,8

Mit ír ki a gép, ha a fiókokba ennyit írtunk be?

45 tized, 34 század, 52 ezred, 930 tized,
560 század, 420 ezred, 9300 tized, 5600 század

19. A párizsi Eiffel-toronyhoz érkeztek magyar látogatók 2011-ben. A belépők árát ehhez hasonló táblázatból lehetett kiolvasni.

szint \ életkor	Felnőtt	12–24 éves korig	4–11 éves korig
Lifttel a második emeletig	8,10 €	6,50 €	4,00 €
Lift + csúcs	13,10 €	11,50 €	9,00 €
Lépcsőn a második emeletig	4,50 €	3,50 €	3,00 €

Fontos tudni! 1 euro = 100 eurócent.

- a) Laci édesanyja lifttel ment a csúcsig. Melyik kép mutatja helyesen, hogy mennyibe került a belépőjegye?

A)



B)



C)



- b) Melyik szintre és hogyan mehetett fel a 18 éves Laci, ha 3 euró 50 cent volt a jegyének ára?
- A) lifttel a 2. emeletre B) lifttel a csúcsig C) lépcsőn a 2. emeletig
- c) Kati a 2. emeletig mehetett lifttel. Milyen korú lehetett, ha 10 eurót adott a pénztárosnak, és 3,5 eurót kapott vissza?
- A) felnőtt B) 12–24 éves C) 4–11 éves



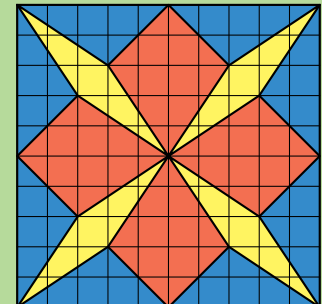
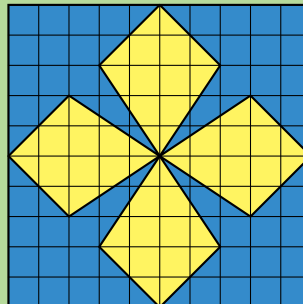
Mely országok bankjai állíthatnak elő euróérméket? Van-e különbség a különböző országokban előállított, ugyanolyan címletű fém pénzérmék között?

20. Írd tizedes tört alakba!

- a) 5 tized és 7 század és 3 egész b) 5 század és 48 ezred
- c) 84 egész és 42 tízezred és 36 ezred d) 4 egész és 24 tized
- e) 8 egész és 312 század f) 13 egész és 402 tized
- g) 8 egész és 532 század h) 41 egész és 628 század

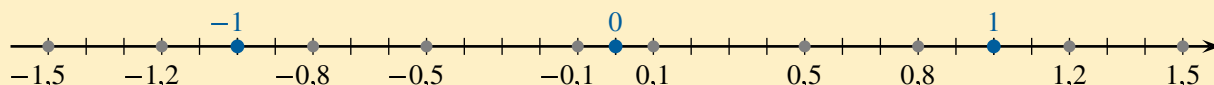


21. Mekkora része sárga a négyzet alakú színes ablakoknak? Írd le tizedes törttel!

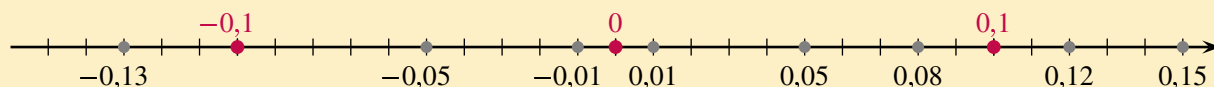


Tizedes törtek ábrázolása a számegyenesen

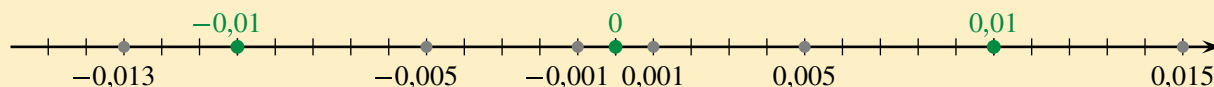
Ha a számegyenesen a szomszédos **egészek** közötti szakaszt 10 egyenlő részre osztjuk, megkapjuk a **tizedek** helyét:



Ha a számegyenesen a szomszédos **tizedek** közötti szakaszt 10 egyenlő részre osztjuk, megkapjuk a **századok** helyét:



Ha a számegyenesen a szomszédos **századok** közötti szakaszt 10 egyenlő részre osztjuk, megkapjuk az **ezredek** helyét:

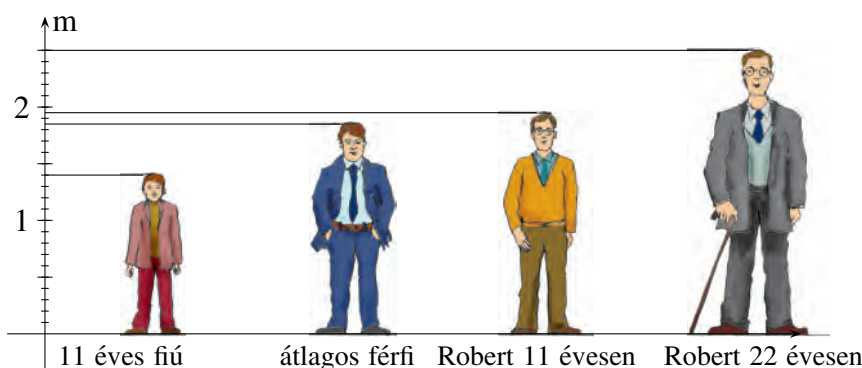


Feladatok

1. a) 2012-ben a török Sultan Kösen volt a világ legmagasabb embere. A Science Daily tudósításában az áll, hogy orvosainak köszönhetően megállt a növésben. A képen orvosaival látjuk. Becsüljétek meg, hány méter magas Sultan!

Az interneten keressétek meg a róla szóló híradásokat, majd számítsátok ki, hogy a becslések hány cm-rel tér el a valóságtól!

- b) A Guinness-rekordok Könyve szerint Robert Pershing Wadlow a valaha élt legmagasabb ember. A következő ábrán összehasonlítottuk az átlagos magasságú emberekkel.



Olvasd le a rajzról, ki hány méter magas!

- A) a fiú
B) az átlagos férfi
C) Robert 11 éves korában
D) Robert 22 éves korában

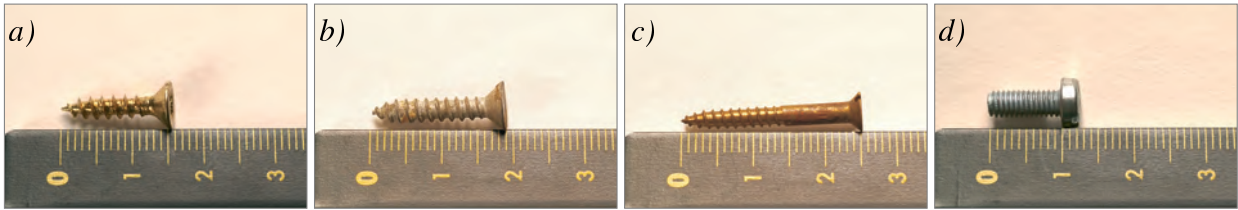
- c) Mit gondolsz, elérhette-e felugrás nélkül a 3,05 m magasan lévő kosárgyűrűt Robert 22 éves korában?

Az interneten keresgélve többet is megtudhatsz Wadlow életéről.

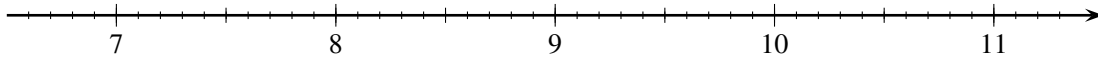


Sultan Kösen orvosai között

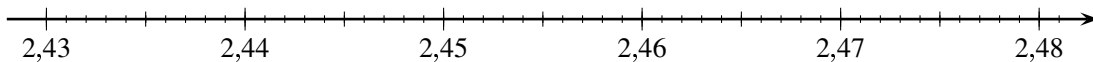
2. Olvasd le a képekről, hány centiméter hosszúak a csavarok!



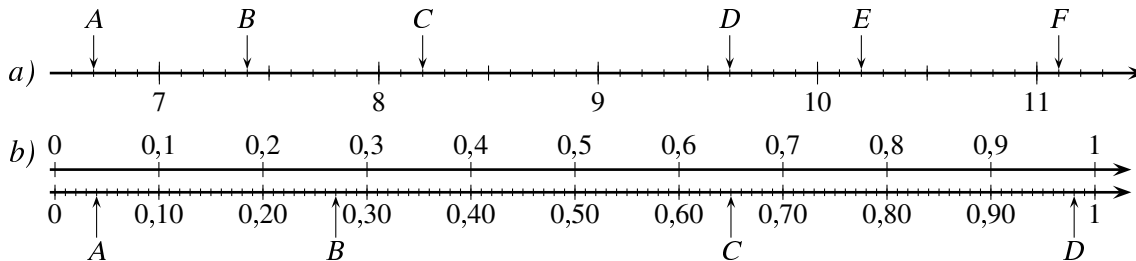
3. a) A 7-ről indulj, és 0,8-esével lépj, amíg a 11-et el nem éred! Írd le számjegyekkel azokat a számokat, amelyekre ráléptél!



b) A 2,43-ról indulj, és 0,003-esével lépj, amíg a 2,481-et el nem éred! Írd le számjegyekkel azokat a számokat, amelyekre ráléptél!



4. Mely számok helyét jelölik az egyes nyilak?



5. a) A táblázatban abszolút minimumhőmérsékleteket adtunk meg. **Abszolút minimumhőmérséklet:** az a legalacsonyabb hőmérséklet, amely egy adott időszakon belül előfordult.

A táblázatból kiválasztottunk négy-négy adatot. Melyik számsor mutatja növekvő sorrendben a négy kiválasztott hőmérsékletet?

- A) $-35\text{ }^{\circ}\text{C}$; $-30,0\text{ }^{\circ}\text{C}$; $-29,3\text{ }^{\circ}\text{C}$; $-29,1\text{ }^{\circ}\text{C}$
 B) $-29,1\text{ }^{\circ}\text{C}$; $-29,2\text{ }^{\circ}\text{C}$; $-29,3\text{ }^{\circ}\text{C}$; $-30,0\text{ }^{\circ}\text{C}$
 C) $-33,0\text{ }^{\circ}\text{C}$; $-32,2\text{ }^{\circ}\text{C}$; $-30,0\text{ }^{\circ}\text{C}$; $-27,0\text{ }^{\circ}\text{C}$

Megfigyelőállomás	Minimum-hőmérséklet $^{\circ}\text{C}$
Debrecen	$-30,0\text{ }^{\circ}\text{C}$
Kecskemét	$-33,0\text{ }^{\circ}\text{C}$
Szeged	$-29,3\text{ }^{\circ}\text{C}$
Mosonmagyaróvár	$-27,0\text{ }^{\circ}\text{C}$
Miskolc	$-30,0\text{ }^{\circ}\text{C}$
Siófok	$-29,1\text{ }^{\circ}\text{C}$
Pécs	$-32,2\text{ }^{\circ}\text{C}$
Kékestető	$-35,0\text{ }^{\circ}\text{C}$

b) Ábrázoljátok az abszolút minimumhőmérsékleteket számegyenesen! Ügyesen válasszatok egységet!

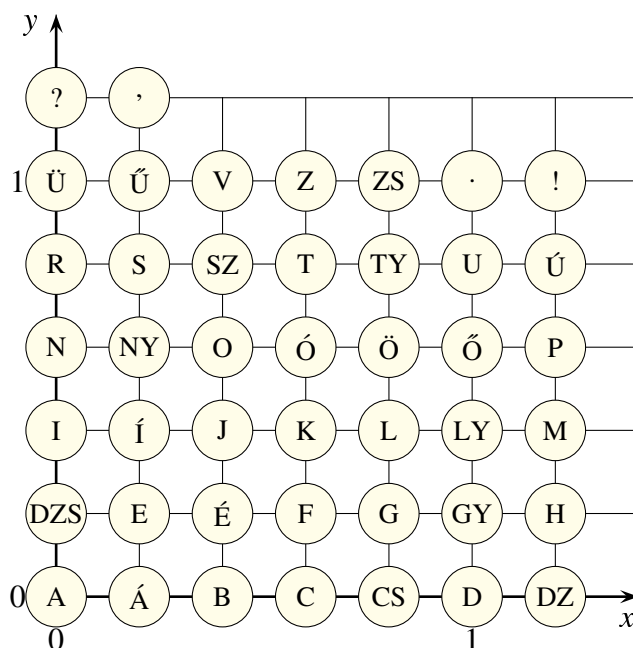


Meteorológiai megfigyelőállomás

6. Az ábrán látható rácsnak a felhasználásával titkos üzenetet lehet küldeni egymásnak.

Például: $(0; 1)$ $(0; 0,8)$ $(0,8; 0,2)$ $(0,2; 0,2)$.

Ez a kód ezt jelenti: Ü R G E



Ürge

a) Mi a kódja a következő szavaknak?
GYULA, CSILLAG, ELEFÁNT, HÚHA!

b) Fordítsd le az üzenetet!
 $(1,2; 0,4)$ $(0,4; 0,6)$ $(0; 0,6)$ $(1; 0)$ $(1; 0)$
 $(0; 0)$ $(0,6; 1)$ $(0,6; 0,8)$ $(0,2; 1,2)$
 $(1,2; 0,2)$ $(0,4; 0,6)$ $(1; 0,2)$
 $(0; 0,4)$ $(0,2; 0)$ $(1,2; 1)$

7. Ábrázold a -1 ; 0 ; $-1,4$; $-0,7$; $0,3$; $2,1$; $0,65$; $-0,95$; 2 számokat számegyenesen!

a) Kékkel jelöld az ellentettjüket!

b) Zölddel jelöld az abszolút értéküket!



8. Melyik az a szám, amelyik 1,4-del nagyobb az ellentettjénél?

9. Melyik szám áll a számegyenesen a $-3,5$ -től és a $0,5$ -től ugyanolyan távolságra?

10. A zsebszámológépek digitális számkijelzője olyan pici pálcikákból álló számjegyeket ír ki, mint ezek itt:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

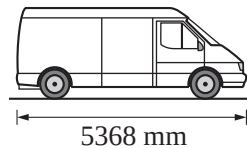
A kijelzőn leírtuk azt a szót, hogy Sió, így: 5 1 0

Hogyan lesz belőle 0,015? Ha kitaláltad, te is készíts hasonló rejtvényt!

Tizedes törtek egyszerűsítése, bővítése, összehasonlítása

Példa

Ennek a kisteherautónak a méreteit mm-es pontossággal adták meg. A hosszúsága például 5368 mm, a két hátsó kerekének távolsága 1700 mm. Másképpen is megadhatjuk ezeket a méreteket. Válaszd ki a következő lehetőségek közül azt, amelyik helyesen adja meg a kerek tengelyének távolságát!



a) 1,7 m

b) 1,700 m

c) 17 dm

d) 170,0 cm

Megoldás

Csak a b) és d) válaszok helyesek. Az a) válasz azért nem jó, mert deciméter pontosságú adat. Nem derül ki ebből az adatból, hogy 17 dm-nél néhány cm-rel hosszabb-e ez a távolság. A c) válaszban szintén deciméter pontosságú adatot adtunk meg.

$$1700 \text{ mm} = \frac{1700}{10} \text{ cm} = 170,0 \text{ cm},$$

az utóbbi a 170-nek bővített alakja,
és milliméter pontosságú adat.

$$1700 \text{ mm} = \frac{1700}{100} \text{ dm} = 17,00 \text{ dm},$$

az utóbbi a 17-nek bővített alakja,
és milliméter pontosságú adat.

$$1700 \text{ mm} = \frac{1700}{1000} \text{ m} = 1,700 \text{ m},$$

az utóbbi az 1,7-nek bővített alakja,
és milliméter pontosságú adat.

Az 1,7 egyszerűsített alakja az 1,70-nak és az 1,700-nak is.

Ehhez hasonló problémákkal találkozhatnak a mérnökök, amikor járműveket, épületeket, hidakat stb. kell megtervezniük.

A tizedes tört végére akárhány nullát írhatunk, vagy onnan akárhány nullát elhagyhatunk, a tört értéke nem változik.

Például:

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\text{BŐVÍTÉS}} \\ \frac{12}{10} = \frac{120}{100} = \frac{1200}{1000} = \dots \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 1,2 = 1,20 = 1,200 = \dots \\ \xleftarrow{\text{EGYSZERŰSÍTÉS}} \end{array}$$

A mindennapi életben gyakran találkozhatunk ilyen tizedes törtekkel, amelyek a mérés pontosságát jelzik.

A két hátsó kerék távolsága 1,7 m. Ez deciméter pontosságú adat.

A két hátsó kerék távolsága 1,74 m. Ez centiméter pontosságú adat.

A két hátsó kerék távolsága 1,740 m. Ez milliméter pontosságú adat.



Két pozitív szám közül az a kisebb, amelyik közelebb van a nullához.

Két negatív szám közül az a nagyobb, amelyik közelebb van a nullához.

A törtek összehasonlításában az egyszerűsítés, illetve a bővítés segíthet.

Például: $\frac{5}{3} > \frac{3}{2}$, mert $\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$ és $\frac{3}{2} = \frac{9}{6} \Rightarrow \frac{10}{6} > \frac{9}{6}$.

$$-\frac{5}{4} > -\frac{3}{2}, \text{ mert } -\frac{5}{4} = -\frac{10}{8} \text{ és } -\frac{3}{2} = -\frac{12}{8} \Rightarrow -\frac{10}{8} > -\frac{12}{8}.$$

A tizedes törtek összehasonlításakor is segíthet a bővítés és az egyszerűsítés.

Például: $3,6 > 3,58$, mert $3,6 = 3,60 \Rightarrow 3,60 > 3,58$

$$-0,60 < -0,070, \text{ mert } -0,070 = -0,07 \Rightarrow -0,60 < -0,07$$

Feladatok

1. Melyik nagyobb?

a) $\frac{4}{10}$ vagy $\frac{39}{100}$

b) $\frac{15}{10}$ vagy $\frac{21}{100}$

c) $\frac{40}{10}$ vagy $\frac{99}{100}$

d) $\frac{60}{100}$ vagy $\frac{900}{1000}$

2. Egyszerűsítsd a tizedes törteket, ha lehet!

a) 3,50; 3,500

b) 0,10; 0,100

c) 13,04; 13,040

d) 6,10; 0,040

3. Bővítsd századokká, ezredeké a tizedes törteket!

a) 0,5

b) 8,3

c) 10,2

d) 513,4

e) 6543,2

4. Válaszd ki, hogy a két szám közül melyik a nagyobb!

a) 4,2 vagy 4,20

b) 96,9 vagy 700,0

c) 5,100 vagy 5,01

d) 7,100 vagy 9,1

e) 101,01 vagy 100,1

f) 0,9 vagy 0,090

5. Válaszd ki, hogy a két szám közül melyik a nagyobb!

a) 3,15 vagy 3,105

b) 501,203 vagy 50,120

c) 0,1 vagy 0,01

d) 17,56 vagy 17,650

e) 0,020 vagy 0,200

f) 0,12 vagy 0,012

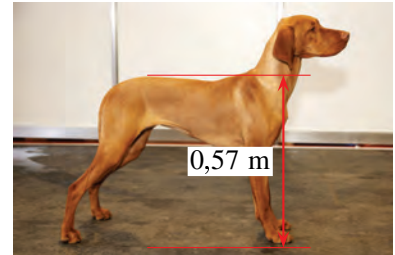
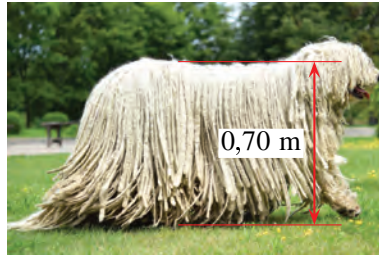
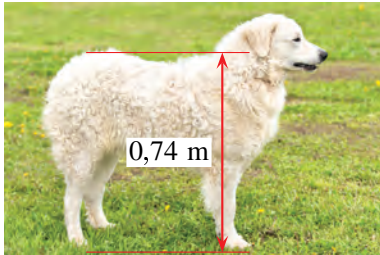
6. Három ugyanolyan pontosságú mennyiség szerepel minden feladatban. El kell döntened, hogy milyen pontosságúak! Írd le a helyes válasz betűjelét!

a) Valószínűleg a legrégebbi megmaradt kutyafajtánk a komondor és a kuvasz. A magyar vizsla ősei is a vándorló magyar törzsekkel kerültek hazánkba. Ezeket a nagy termetű, erős és bátor kutyákat a honfoglaló magyarok vadászatra és terelésre, a komondort őrzésre is használták. A fotókon piros szakasszal jelöltük a kutyák marmagasságát, és melléírtuk a hosszát.

kuvasz

komondor

magyar vizsla



A) deciméter pontosságú

B) centiméter pontosságú

C) milliméter pontosságú

b) A sport edzetté tesz bennünket, és nagyon szomjassá. Megadtuk, hogy három sportágban mennyi a szervezet folyadékvesztése.

10 000 m-es futás:
1,5 liter

maratoni futás (42,195 km):
4,0 liter

evezés (2 km):
0,8 liter

A) deciliter pontosságú

B) centiliter pontosságú

C) milliliter pontosságú

7. A KRESZ-táblák azt mutatják, hogy az adott útszakaszon mennyi egy jármű megengedett legnagyobb szélessége, magassága, illetve tömege (rakományával együtt).



SZÉLESSÉG



MAGASSÁG



TÖMEG



A fenti korlátozások közül melyiknek nem felel meg egy 6,8 tonna össztömegű, 1,870 m széles, 2,76 m magas furgon?

Add meg a helyes válasz betűjelét!

A) Szélesség

B) Magasság

C) Tömeg

D) Minden feltételnek megfelel

8. Írd le csökkenő sorrendbe a számokat!

22,01 2,201 22,1 22,11 22,3 22,04 22,005 22,200

- 

10.

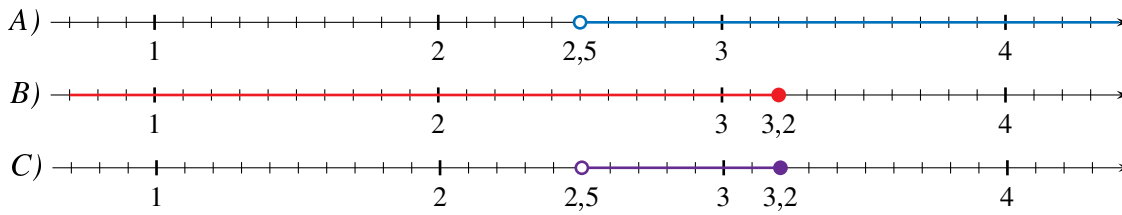
- | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|---|---|----|---|---|---|---|--|--|------------------|--------|-------|------------|
| A | 7 | 0 | , | | 7 | 0 | | | | $A > B$ | Biztos | Lehet | Lehetetlen |
| B | 8 | 2 | , | | | | 1 | | | $C > D$ | | | |
| C | 8 | | , | | 2 | 9 | | | | C a legnagyobb | | | |
| D | 8 | 5 | 4, | | | | | | | G a legnagyobb | | | |
| E | 7 | 9 | , | | | | | | | A a legkisebb | | | |
| F | | 9 | 9, | 3 | 3 | | | | | $F = C$ | | | |
| G | 9 | 9 | 9, | 9 | | | | | | $D = C$ | | | |

-

- 

Megoldás

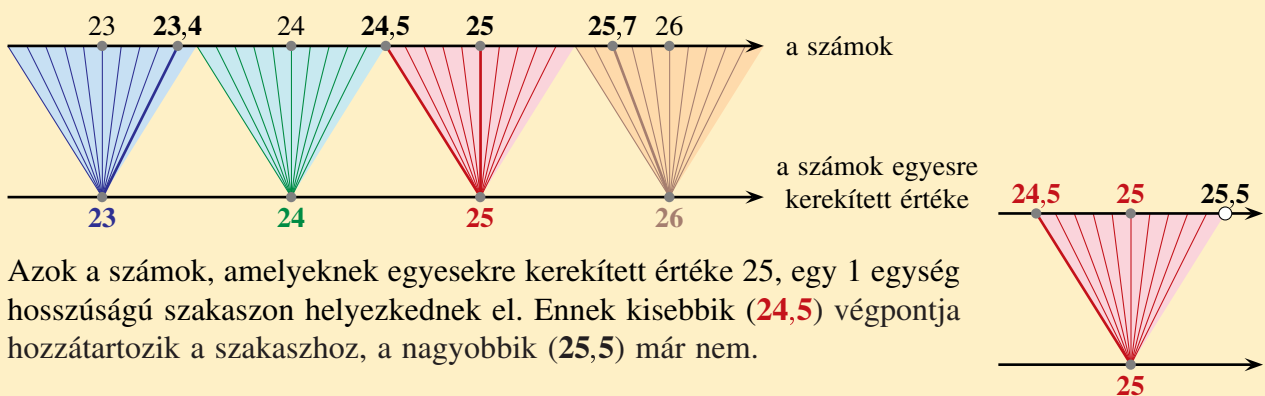
a)

b) A C) jelű egyenlőtlenség a helyes: $2,5 < \square \leq 3,2$

Egyesekre így kerekítünk:

- ha a szám egész, akkor a szám kerekített értéke önmaga, például $25 \approx 25$ (ahol $\approx$ a kerekítés jele),
- ha a szám nem egész, akkor a hozzá közelebb eső egyes szomszédjára kerekítjük, például $23,4 \approx 23$, valamint $25,7 \approx 26$,
- ha a szám ugyanolyan távolságra van mindkét egész szomszédjától, akkor a nagyobbikra kerekítjük, például $24,5 \approx 25$.

Nézzük meg rajzzal is!

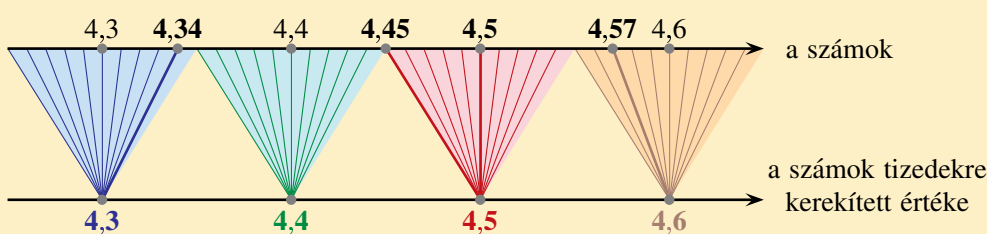


Azok a számok, amelyeknek egyesekre kerekített értéke 25, egy 1 egység hosszúságú szakaszon helyezkednek el. Ennek kisebbik ($24,5$) végpontja hozzátartozik a szakaszhoz, a nagyobbik ($25,5$) már nem.

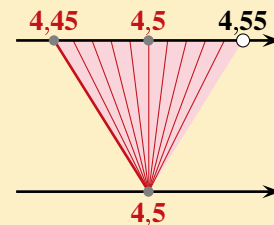
Tizedekre így kerekítünk:

- ha a számnak nincs tizednél kisebb helyi értékű (0-tól különböző) számjegye, akkor a szám kerekített értéke önmaga, például $4,5 \approx 4,5$,
- ha a számnak van tizednél kisebb helyi értékű (0-tól különböző) számjegye, akkor a tizedes törtet a hozzá közelebbi tized szomszédjára kerekítjük, például $4,34 \approx 4,3$ és $4,57 \approx 4,6$,
- ha a szám ugyanolyan távolságra van mindkét tized szomszédjától, akkor a nagyobbikra kerekítjük, például $4,45 \approx 4,5$.

Nézzük meg rajzzal is!

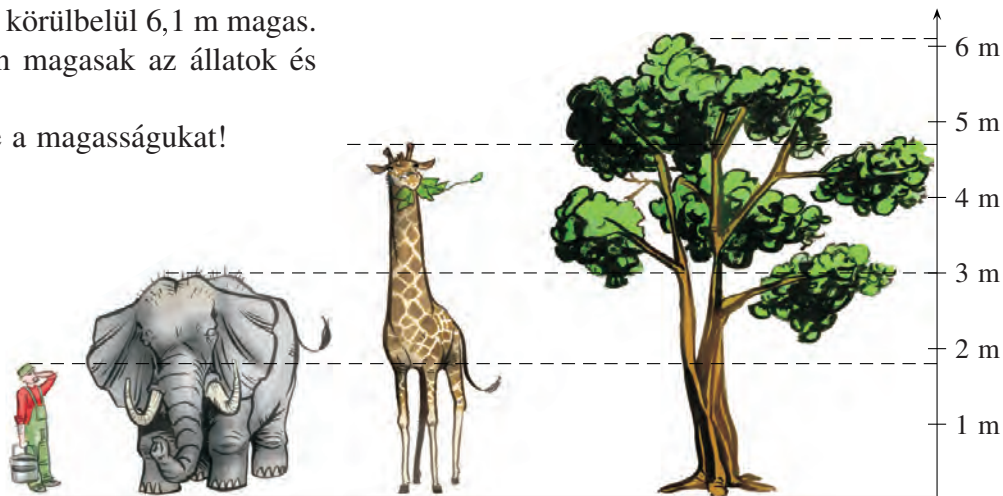


Azok a számok, amelyeknek tizedekre kerekített értéke 4,5, egy 0,1 egység hosszúságú szakaszon helyezkednek el. Ennek kisebbik (4,45) végpontja hozzátartozik a szakaszhhoz, a nagyobbik (4,55) már nem.

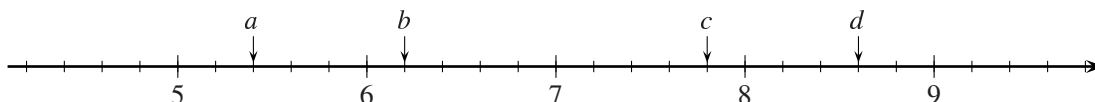


Feladatok

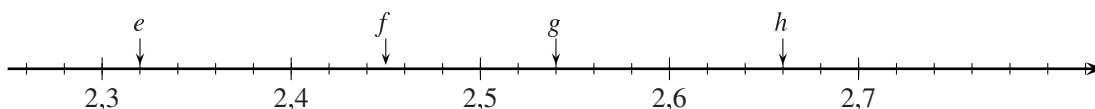
1. Ezen a rajzon a fa körülbelül 6,1 m magas. Körülbelül milyen magasak az állatok és gondozójuk? Kerekítsd méterre a magasságukat!



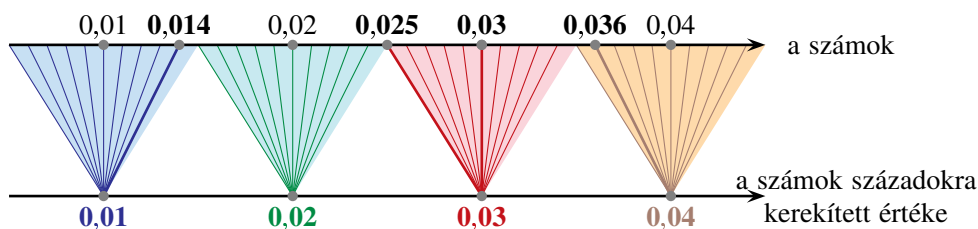
2. a) Milyen számokra mutatnak a nyilak?
b) Add meg a számok nagyobbik egész szomszédját!
c) Kerekítsd a betűvel jelölt számokat egészre!



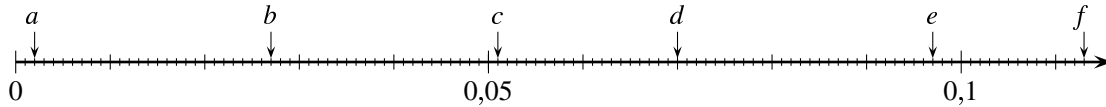
3. a) Milyen számokra mutatnak a nyilak?
b) Add meg a betűvel jelölt számok nagyobbik tized szomszédját!
c) Kerekítsd a betűvel jelölt számokat tizedre!



4. Fogalmazd meg a századokra való kerekítés szabályát! Írd le a füzetedbe!



5. a) Milyen számokra mutatnak a nyilak?



b) Kerekítsétek a betűvel jelölt számokat századra és tizedre!

6. A Föld hídjai közül sorolunk fel néhányat.

A híd neve	Bosporus	Sydney Harbour	Second Hoogly	Humber	Quebeck Railway	Amizade	Erzsébet híd
Hossza (km)	1,074	0,503	0,457	1,41	0,549	0,29	0,280

a) A felsoroltak közül melyik a leghosszabb?

b) Melyik a legrövidebb?

c) Add meg a hosszúságokat kilométerre kerekítve! Változik-e így a nagyság szerinti sorrendjük?



7. A táblázat a vásárló számára legkedvezőbb valutaárfolyamokat mutatja 2012. augusztus 19-én. A táblázatból kiolvashatjuk például, hogy 1 amerikai dollárt (ennek a napnak egy időszakában) 228,440 Ft-ért lehetett vásárolni egy adott bankban.

Valuta	Árfolyam
USD amerikai dollár	228.440 ↓
AUD ausztrál dollár	241.170 ↑
DKK dán korona	38.290 ↑
EUR euró	282.580 ↑
CAD kanadai dollár	233.910 ↑
RUB orosz rubel	7.403 ↓
CHF svájci frank	236.190 ↓
SEK svéd korona	34.440 ↑

a) Milyen pontosságúak a táblázatban szereplő számok?

b) Hány forintot kellett fizetni 1 orosz rubelért?

c) Melyik valuta egyesekre kerekített értéke 38 Ft?

d) Melyik valuta tízesekre kerekített értéke 240 Ft?

e) Melyik valuta százásokra kerekített értéke 200 Ft?

f) Becsüld meg, hogy 1000 Ft-ért körülbelül mennyit vásárolhattunk volna az egyes valutákból ebben az időszakban!

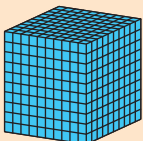
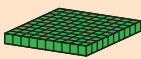
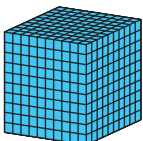
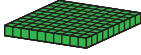
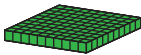
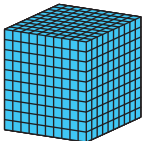
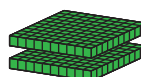
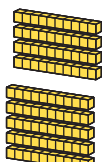
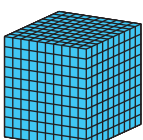
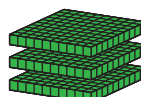


Mit jelentenek az árfolyamok mellett látható lefelé mutató zöld, illetve felfelé mutató piros nyilak?

Tizedes törtek összeadása, kivonása

Példa

Rajzunk egy összeadást szemléltet „helyiérték-táblázatban”.

				
				első tag
				második tag
				összeg átváltás előtt
				összeg átváltás után

Melyik összeadást ábrázoltuk?

$$\begin{array}{r} a) \quad 1145 \\ + 156 \\ \hline 1301 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b) \quad 114,5 \\ + 15,6 \\ \hline 130,1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c) \quad 11,45 \\ + 1,56 \\ \hline 13,01 \end{array}$$

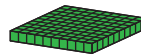
$$\begin{array}{r} d) \quad 1,145 \\ + 0,156 \\ \hline 1,301 \end{array}$$

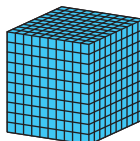
Megoldás

Bármelyiket jelentheti. Attól függ, hogy mit választunk egységnek.

Ha a  az 1, akkor az *a*) jelű,

ha a  az 1, akkor a *b*) jelű,

ha a  az 1, akkor a *c*) jelű,

ha a  az 1, akkor a *d*) jelű összeadást végeztük el.

Tizedes törtek összeadásakor a tagokat úgy írjuk egymás alá, hogy a tizedesvesszők egymás alatt legyenek. Ezzel biztosítjuk, hogy az azonos helyi értékű számjegyek egymás alá kerüljenek.

Az egymás fölött álló számokat oszloponként összeadjuk, ahogyan ezt az egész számok összeadásakor tettük. Amikor a tizedesvesszőhöz érünk, azt az összegben is kitesszük.

$$\begin{array}{r}
 0,4 \quad + 3,6 \quad + 21 \quad + 3,042 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 0,400 \\ 3,600 \\ 21,000 \\ + 3,042 \\ \hline \end{array} \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \frac{400}{1000} + \frac{3600}{1000} + \frac{21\,000}{1000} + \frac{3042}{1000} = \frac{28\,042}{1000} = 28,042
 \end{array}$$

A kivonásnál is alkalmazhatjuk az egészeknél megismert szabályt: a kisebbítendőben és a kivonandóban a tizedesvesszőt egymás alá írjuk (az azonos helyi értékű számjegyek így egymás alá kerülnek), s mikor a művelet elvégzése során a tizedesvesszőhöz érünk, kiírjuk azt a különbségben is.

Például:

$$\begin{array}{r}
 a) \quad 6,46 - 0,11 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 6,46 \\ - 0,11 \\ \hline \end{array} \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 \frac{646}{100} - \frac{11}{100} = \frac{635}{100} = 6,35
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 b) \quad 7,2 - 1,15 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 7,20 \\ - 1,15 \\ \hline \end{array} \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 \frac{720}{100} - \frac{115}{100} = \frac{605}{100} = 6,05
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 c) \quad 35,98 - 21 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 35,98 \\ - 21,00 \\ \hline \end{array} \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 \frac{3598}{100} - \frac{2100}{100} = \frac{1498}{100} = 14,98
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 d) \quad 21 - 13,2 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 21,0 \\ - 13,2 \\ \hline \end{array} \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 \frac{210}{10} - \frac{132}{10} = \frac{78}{10} = 7,8
 \end{array}$$

Az összeadás és kivonás során a tizedes törtek bővített alakjával számolhatunk.

Feladatok

1. Végezd el fejben a műveleteket!

a) $12,2 + 14,8$

b) $12,7 - 10,2$

c) $8,34 - 1,3$

d) $328,2 + 20,1$

e) $13,024 - 10,02$

f) $60,35 + 40,35$

2. Számolj

a) 3-től 0,8-esével 7-ig!

b) 2-től 1,2-esével 8-ig!

c) 4-től 0,75-osával! Hány lépéssel éred el a 8,5-et?

3. Számolj visszafelé

a) 5-től 0,5-esével 0-ig!

b) 2-től 0,7-esével, amíg el nem hagyod a -3 -at!

c) 0,25-től 0,25-osával! Hány lépéssel éred el a -3 -at?

4. Ezeket a számokat adjuk meg: 0,2; 1,08; 4,855; 15,31; 49,03; 99,001.

Állapítsd meg, mennyi hiányzik az adott számokhoz, hogy elérjük

- a) a legközelebbi nagyobb egész számot;
- b) a legközelebbi nagyobb tízest;
- c) a legközelebbi nagyobb százast!

5. Becsüld meg az eredményt egészekre kerekítve, majd végezd el írásban a műveleteket!

- a) $5,8 + 2,6$ b) $13,9 + 7,3$ c) $11,6 + 21,9$ d) $124,5 + 39,7$
- e) $2,8 - 1,6$ f) $24,5 - 3,9$ g) $22,8 - 17,9$ h) $105,2 - 67,7$

6. Becsüld meg az eredményt egészekre kerekítve, majd végezd el írásban az összeadást!

- a) $2,28 + 1,04 + 0,76$ b) $43,205 + 3 + 4,2$
- c) $111 + 11,1 + 1,11$ d) $9,9 + 0,99 + 0,099$

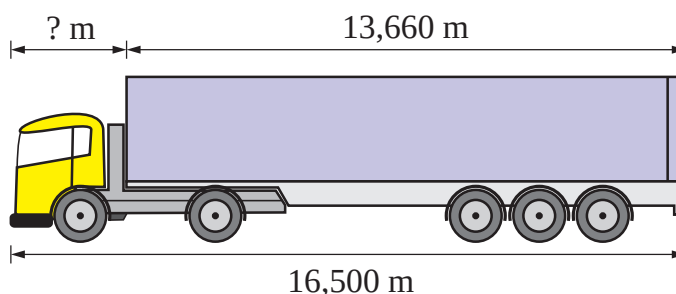
7. Becsüld meg az eredményt tizedekre kerekítve, majd végezd el írásban a kivonást!

- a) $57,75 - 37,41$ b) $99,90 - 9,98$ c) $3,4 - 0,19$
- d) $12 - 0,36$ e) $36,84 - 12$ f) $49,625 - 7,9$
- g) $10,1 - 0,375$ h) $6,04 - 3,482$ i) $8 - 5,375$

8. Végezd el az összeadásokat és a kivonásokat! Végezz becslést tizedekre kerekítve!

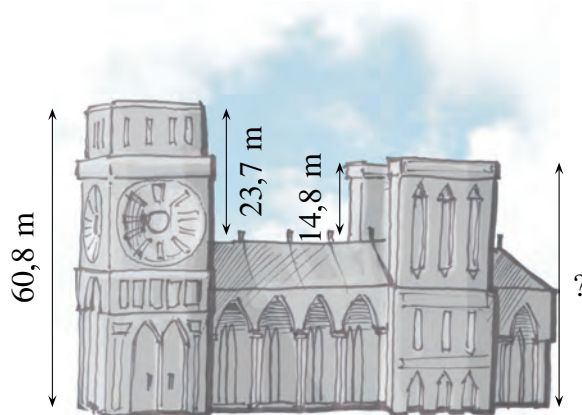
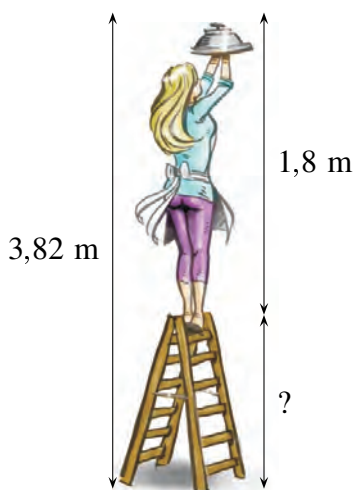
- a)
$$\begin{array}{r} 3,013 \\ 14,001 \\ + 12,347 \\ \hline \end{array}$$
- b)
$$\begin{array}{r} 1,04 \\ 3,041 \\ + 6,3 \\ \hline \end{array}$$
- c)
$$\begin{array}{r} 41 \\ 3,26 \\ + 0,654 \\ \hline \end{array}$$
- d)
$$\begin{array}{r} 93,2 \\ - 62,8 \\ \hline \end{array}$$
- e)
$$\begin{array}{r} 14,1 \\ - 0,42 \\ \hline \end{array}$$
- f)
$$\begin{array}{r} 53 \\ - 12,5 \\ \hline \end{array}$$
- g)
$$\begin{array}{r} 41,3 \\ - 29,41 \\ \hline \end{array}$$
- h)
$$\begin{array}{r} 411,32 \\ - 29,041 \\ \hline \end{array}$$

9. Ennek a ponyvás nyerges kamionnak a teljes hossza 16,500 m.



- a) Milyen pontossággal adtuk meg a nyerges kamion hosszát?
A) méteres B) deciméteres C) centiméteres D) milliméteres
- b) Hány méter a vezetőfülke hossza?
- c) Teherszállító hajóval eljuthat-e ez a kamion
A) Oroszországba, ha a hajó maximum 20,6 m hosszú kamionokat tud szállítani?
B) Belgiumba, ha a hajó maximum 16,4 m hosszú kamionokat tud szállítani?

10. a) Kati néni ki akarja cserélni az izzólámpát. Milyen magas a létra? b) A templom javításakor a kőművesmesterek állványt állítottak a rövidebb toronyhoz. Milyen magas az állvány?



11. Írj a bűvös négyzetekbe számokat a betűk helyére úgy, hogy az a) négyzetben minden sorban, minden oszlopban és a két átlóban a számok összege megegyezzen, a b) részben ez az összeg 1,5 legyen!

a)

3,84	3,7	A
B	3,78	C
D	3,86	E

b)

0,2	G	0,4
H	I	J
0,6	K	0,8

12. Egy ejtőernyős 4 másodpercig szabadeséssel esett a föld felé. Az első másodpercben 4,9 m-t zuhant. Majd minden további másodpercben 9,8 m-rel többet, mint az előző másodpercben. Ekkor kinyílt az ejtőernyője. Hány métert zuhant szabadeséssel az ejtőernyős 4 másodperc alatt?



13. Számkártyákból kiraktuk a 3 6, 1 4 számot, majd összekevertük a kártyákat, és a 1 4, 6 3 számot raktuk ki.

Mennyivel változott a valódi értéke

- a) a 3-as, b) a 6-os, c) az 1-es, d) a 4-es kártyának?

14. Döntsd el, melyik művelet eredménye több, és mennyivel! Fejben számolj!

a) $44,4 + 33,3$ vagy $44,4 - 33,3$

b) $64,2 + 53,1$ vagy $64,2 - 53,1$

15. Melyik több? Indokljátok meg a döntéseiteket!

a) $31,2 + 45,8 - 3,8$ vagy $31,2 + (45,8 - 3,8)$

b) $56,03 - (46,22 + 53,78)$ vagy $56,03 - 46,22 + 53,78$

c) $101,2 - 50,2 - 47$ vagy $(101,2 - 50,2) - 47$

d) $83,25 - 60,75 - 13,5$ vagy $83,25 - (60,75 - 13,5)$

16. A kártyákon álló számok közül melyek teszik igazzá az egyenleteket, egyenlőtlenségeket? Zsebszámológéppel ellenőrizték döntéseiteket!

0,1 0,8 1,1 2 5,5

a) $5 + \square < 7,4$ b) $3,28 - \square > 0$ c) $3,07 + \square = 4,25 - 0,08$ d) $-3,5 + \square = 0,5$

Minden esetben találtál megfelelő számkártyát?



17. Pótold a hiányzó számjegyeket!

$$\begin{array}{r} 13,8 \square \square \\ \square,306 \\ \square 24,502 \\ + 11,\square 91 \\ \hline 1\square\square 3,834 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square 8,\square 4 \\ - 9,6\square \\ \hline 2\square,91 \end{array}$$

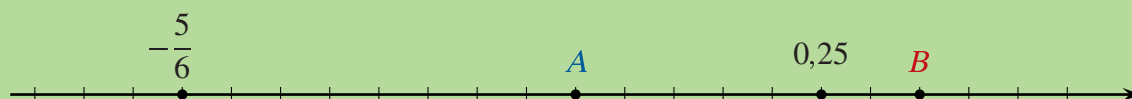
$$\begin{array}{r} 72\square,\square 2 \\ - 31,1\square \\ \hline \square\square\square 2,53 \end{array}$$

18. Színes hátú számkártyákból raktunk ki tizedes törteket. Először ilyen sorrendben tettük le a kártyákat: , , . Majd felcseréltük a kártyák sorrendjét, és ezt a számot raktuk ki: , . A csere után a sárga kártya valódi értéke 81-gyel csökkent, a kék kártya valódi értéke 2,7-del csökkent, a piros kártyaé 9,9-del nőtt.

a) Találd ki, milyen számot raktunk ki!

b) Mennyit érnek ezek a számok? , és ,

19. Mennyivel egyenlő a $B - A$?



Tizedes törtek szorzása, osztása 10-zel, 100-zal, 1000-rel...

Példa

Mit gondolsz?

- a) Milyen vastag lenne az ezerszeresére nagyított hajszál, ha körülbelül 0,07 mm egy hajszál vastagsága?

- A) ceruzavastagságú
B) egy seprűnyélhez hasonlítható
C) karvastagságú

- b) Milyen hosszú lenne egy 0,35 cm hosszú szúnyog százezerszeresére növelve?

- A) arasnyi
B) egy magas jegenyefához hasonlítható
C) a Lánchíd hosszához hasonlítható (380 m)

- c) Milyen vastag a 2000 oldalas lexikon 1 lapja, ha a lexikon fedőlapok nélkül 5 cm vastag?

- A) 0,01 mm B) 0,05 mm C) 0,5 mm



Megoldás

a) C) A nagyított hajszál karvastagságú lesz.

$$0,07 \text{ mm} \cdot 1000 = \frac{7000}{100} \text{ mm} = 70 \text{ mm} = 7 \text{ cm}.$$

b) C) A Lánchíd hosszához hasonlítható a nagyított szúnyog hossza.

$$0,35 \text{ cm} \cdot 100\,000 = \frac{35}{100} \text{ cm} \cdot 100\,000 = \frac{3\,500\,000}{100} \text{ cm} = 35\,000 \text{ cm} = 350 \text{ m}.$$

c) B) A lexikon 1 lapja 0,05 mm vastag.

$$\text{Ha } 1000 \text{ lap } 5 \text{ cm} = 50 \text{ mm} \text{ vastag, akkor } 1 \text{ lap } \frac{50 \text{ mm}}{1000} = \frac{50}{1000} \text{ mm} = 0,05 \text{ mm}.$$

Vizsgáljuk meg a tizedes törtek szorzását 10-zel, 100-zal és 1000-rel helyiérték-táblázatban is!

a) Szorzás 10-zel

$$9,28 \cdot 10 = ?$$

tízes	egyes	tized	század		tízes	egyes	tized	század
	9	2	8	= 9,28		9	2	8
	90	20	80	= 9,28 · 10	9	2	8	

$$\text{Tehát } 9,28 \cdot 10 = 92,8$$

A tizedes törtek 10-zel való szorzásakor minden számjegy egyet mozdul el balra a helyiérték-táblázatban, vagyis tízszer nagyobb helyi értékre kerül.

b) Szorzás 100-zal

$$9,28 \cdot 100 = ?$$

tízes	egyes	tized	század		század	tízes	egyes	tized	század
	9	2	8	= 9,28			9	2	8
	900	200	800	= 9,28 · 100	9	2	8		

$$\text{Tehát } 9,28 \cdot 100 = 928$$

Ha 100-zal szorzunk, akkor a szorzandó minden számjegye kettőt mozdul el balra a helyiérték-táblázatban, vagyis százszor nagyobb helyi értékre kerül.

c) Szorzás 1000-rel

$$9,28 \cdot 1000 = ?$$

tízes	egyes	tized	század		ezres	század	tízes	egyes	tized	század
	9	2	8	= 9,28				9	2	8
	9000	2000	8000	= 9,28 · 1000	9	2	8			

$$\text{Tehát } 9,28 \cdot 1000 = 9280$$

Ha 1000-rel szorzunk, akkor a szorzandó minden számjegye hármat mozdul el balra a helyiérték-táblázatban, vagyis ezerszer nagyobb helyi értékre kerül. A hiányzó számjegyet vagy számjegyeket a szám végén 0-val pótoljuk.

A szorzáshoz hasonlóan végezhetjük el a 10-zel, 100-zal, 1000-rel stb. való osztást.

a) Osztás 10-zel

$$49,28 : 10 = ?$$

egyes	tized	század	ezred		tízes	egyes	tized	század	ezred
40	90	20	80	= 49,28	4	9	2	8	
↓	↓	↓	↓		↘	↘	↘	↘	
4	9	2	8	= 49,28 : 10		4	9	2	8

Tehát $49,28 : 10 = 4,928$

Ha 10-zel osztunk, akkor minden számjegy egyet mozdul el jobbra a helyiérték-táblázatban, vagyis tizedakkora helyi értékre kerül.

b) Osztás 100-zal

$$49,28 : 100 = ?$$

tized	század	ezred	tízezred		tízes	egyes	tized	század	ezred	tízezred
400	900	200	800	= 49,28	4	9	2	8		
↓	↓	↓	↓		↘	↘	↘	↘	↘	↘
4	9	2	8	= 49,28 : 100			4	9	2	8

Tehát $49,28 : 100 = 0,4928$

Ha 100-zal osztunk, akkor minden számjegy kettőt mozdul el jobbra a helyiérték-táblázatban, vagyis századakkora helyi értékre kerül.

A szám elején a hiányzó számjegyet vagy számjegyeket 0-val pótoljuk, ügyelve arra, hogy minden számjegy a megfelelő helyi értékű helyre kerüljön. A tizedesvessző előtt csak egyetlen 0 állhat!

c) Osztás 1000-rel

$$49,28 : 1000 = ?$$

század	ezred	tíz-ezred	száz-ezred		tízes	egyes	tized	század	ezred	tíz-ezred	száz-ezred
4000	9000	2000	8000	= 49,28	4	9	2	8			
↓	↓	↓	↓		↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
4	9	2	8	= 49,28 : 1000				4	9	2	8

Tehát $49,28 : 1000 = 0,04928$

Ha 1000-rel osztunk, akkor minden számjegy hármát mozdul el jobbra a helyiérték-táblázatban, vagyis ezredakkora helyi értékre kerül.

A szám elején a hiányzó számjegyet vagy számjegyeket 0-val pótoljuk, ügyelve arra, hogy minden számjegy a megfelelő helyi értékű helyre kerüljön. A tizedesvessző előtt csak egyetlen 0 állhat!

Feladatok

1. Végezd el a műveleteket! A füzetedben dolgozz!

a) $231 \cdot 10$

$1024 \cdot 100$

$2021 \cdot 1000$

b) $8310 : 10$

$83\ 000 : 100$

$8\ 931\ 000 : 1000$

c) $2,51 \cdot 10$

$0,502 \cdot 100$

$13,61 \cdot 1000$

2. Végezd el a műveleteket! A füzetedben dolgozz!

- | | | | |
|-------------------|----------------|---------------------|---------------|
| a) $1,8 \cdot 10$ | b) $17,1 : 10$ | c) $6,5 \cdot 100$ | d) $3 : 100$ |
| $0,04 \cdot 10$ | $7,1 : 10$ | $0,04 \cdot 100$ | $136,2 : 100$ |
| $0,005 \cdot 10$ | $0,2 : 10$ | $0,0051 \cdot 100$ | $74,2 : 100$ |
| $7,012 \cdot 10$ | $7,12 : 10$ | $0,00004 \cdot 100$ | $0,6 : 100$ |

3. Melyik egyenlőség igaz? Add meg a betűjelét!

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| a) A) $1,8 \cdot 1000 = 1800$ | b) A) $73\,456 : 1000 = 73,456$ |
| B) $0,14 \cdot 1000 = 14$ | B) $5010 : 1000 = 5,01$ |
| C) $13,08 \cdot 1000 = 13\,080$ | C) $401 : 1000 = 4,010$ |

4. A tizedet Magyarországon Szent István királyunk vezette be.

A tizedet a kezdeti időszakban a jobbágyok terméséből vették el. Az idő múltával a földesurak vállalták el a tized behajtását. A tized begyűjtésére általában egy helyet is kiválasztottak a földesurak, amit dézsmahelynek neveztek akkoriban.

A tizedet a decimátor szedte be. A **tized** szónak megfelelője a *dézsma*, amely a latin **decima** (tized) szóból alakult ki.

- Hogy nevezték azt a helyet, ahol a tizedet begyűjtötték?
- Mit jelent a *dézsma* szó?
- Hogyan nevezték azt a személyt, aki a dézsmát begyűjtötte?
- Ha te ebben a korban jobbágy lettél volna, mennyi dézsmát szedtek volna be tőled, amennyiben

A) 20 ludad,	B) 230 liter borod,	C) 9 mázsa búzád lett volna?
--------------	---------------------	------------------------------

5. A nagy számokat gyakran írják tizedes tört alakban.

Például: 10,2 millió = 10 200 000.

Írd le természetes számmal a tizedes törttel megadott nagy számokat!

- A 2012-es Londoni Olimpiai és Paralimpiai Játékokon összesen 203 ország **14,7 ezer** olimpikonja és paralimpikonja vett részt.
- Hazánk lakossága a népszámlálás adatai szerint 2010 augusztusában **9,999 millió** fő volt.

6. Melyik több? Írd fel jelekkel!

- $(5,28 + 30,4) \cdot 10$ vagy $52,8 + 30,4$
- $(5,28 + 3,04) \cdot 100$ vagy $5,28 + 304$
- $5,28 + 3,04 \cdot 100$ vagy $5,28 + 304$
- $(13,75 + 0,25) : 10$ vagy $1,375 + 0,25$
- $13,75 + 0,25 : 10$ vagy $1,375 + 0,025$
- $(13,75 + 0,25) : 10$ vagy $1,375 + 0,025$

7. Készíts táblázatot, és írd bele a hiányzó mérőszámokat és mértékegységeket!
(1 hm = 1 hektométer = 100 m; 1 dkm = 1 dekaméter = 10 m)

Mit választottunk egységnek, ha a mennyiségek mérőszáma a sor végén olvasható tizedes tört?

Hosszúság	1000 m 1 km	100 m 1 hm	10 m 1 dkm	1 m	0,1 m 1 dm	0,01 m 1 cm	0,001 m 1 mm	mérőszám	egység
34 cm				0	3	4		0,34	m
850 dm	0	0	8	5	0			0,0850	km
850 dm			8	5	0			8,50	dkm
38 cm								0,038	
4500 cm								0,045	
cm								5,8	km
cm								5,09	m
mm								50,8	cm
mm								408,15	dm

8. Készíts táblázatot, és írd bele a hiányzó mérőszámokat és mértékegységeket!
(1 t = 1 tonna = 1000 kg; 1 q = 1 mázsa = 100 kg; 1 hg = 1 hektogrammm = 100 g; 1 dkg = 1 dekagrammm = 10 g)

Tömeg	1000 kg 1 t	100 kg 1 q	10 kg	1 kg	0,1 kg 1 hg	0,01 kg 1 dkg	0,001 kg 1 g	tizedes törttel
41 kg 3 dkg			4	1	0	3		41,03 kg
5 t 67 kg								t
343 kg								t
kg				0	1	4		kg
6 kg 450 g								kg
kg g				6	8	4	2	dkg
t 500								4,5 t

9. A helyes válaszok betűjelét összeolvasva egy értelmes szót kapsz. Mi ez?

3800 m =	km
49 m 36 mm =	m
4 m 936 mm =	m
3 km 8000 dm =	km
3 m 800 dm =	km
83 m =	km
3800 mm =	m
40 m 936 cm =	m
4 dm 936 mm =	m

D	49,036 m
E	3,8 km
É	49,36 m
G	1,336 m
T	0,083 km
Z	4,936 m
S	3,8 m

10. A bambusznád palántája mindennap 0,1 m-t nő.
Hány méterrel lesz magasabb 10, 20, 30 nap múlva?

@ Készítettek-e valaha bambusznádból nyílveesszőt, papírt, kerékpárvázat?



Bambusznádültetvény

11. A hazai cseppkőbarlangokban 100 év alatt kb. 0,6 mm-t nőnek a cseppkövek.
Mennyit nő egy ilyen cseppkő 2000 év alatt?
Add meg a helyes válasz betűjelét!

- A) kb. 1,2 m
B) kb. 1,2 dm
C) kb. 1,2 cm

@ Tudod-e, miért nem szabad kézzel hozzáérni a cseppkövekhez?



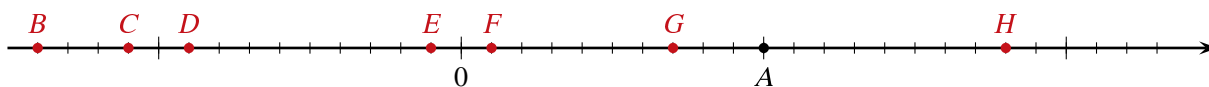
Aggteleki-cseppkőbarlang

12. A sebesebb folyók minden évben kb. 0,25 mm-t köszörülnek le a saját medrükből.
Mennyit koptat le egy ilyen folyó a medréből
a) egy évszázad alatt;
b) egy évezred alatt;
c) 1 millió év alatt?



Vadvízi evezősök

13. Rajzoltunk egy számegyenest, és azon megjelöltünk néhány számot. Mely számok helyét jelölik a piros pontok az egyes esetekben?



- a) $A = 100$
d) $A = 0,1$

- b) $A = 10$
e) $A = 0,01$

- c) $A = 1$
f) $A = 0,001$

14. Adjátok meg a hiányzó mérőszámokat!

a) $7,2 \text{ t} = \dots \text{ kg}$

b) $7,18 \text{ kg} = \dots \text{ g}$

c) $2,537 \text{ kg} = \dots \text{ g}$

d) $5 \text{ g } 5 \text{ mg} = \dots \text{ g}$

e) $9,5 \text{ mg} = \dots \text{ g}$

f) $12 \text{ kg } 52 \text{ g} = \dots \text{ kg}$

g) $0,5 \text{ dm}^2 = \dots \text{ cm}^2$

h) $34,4 \text{ dm}^2 = \dots \text{ m}^2$

i) $3,5 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3$

j) $0,7 \text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3$

k) $0,04 \text{ l} = \dots \text{ ml}$

l) $8,5 \text{ cl} = \dots \text{ l}$

Tizedes törtek szorzása természetes számmal

Példa

Végezzük el a $23,4 \cdot 2$ szorzást többféleképpen!

Megoldás

A lehetőségek közül hármat emelünk ki:

a) összeadással: $23,4 \cdot 2 = 23,4 + 23,4 = 46,8$

b) összeg alakban felírva: $\left(23 + \frac{4}{10}\right) \cdot 2 = 46 + \frac{8}{10} = 46,8$

c) a szorzat változásai alapján: $23,4 \cdot 2 = (234 \cdot 2) : 10 = 46,8$

Írásbeli szorzás többjegyűvel

			2	3	4	·	3	6					2	3	4	·	3	6				
			1	4	0	4			egyes részletszorzat				1	4	0	4						
	+	7	0	2	0				tízes részletszorzat			+	7	0	2	0						
		8	4	2	4								8	4	2	4						

A részletszorzatban **kiírtuk**
a tizedesvesszőt.

A részletszorzatban **nem írtuk ki**
a tizedesvesszőt.

Ha ügyelünk arra, hogy a részletszorzatok a megfelelő helyi értékre kerüljenek, akkor így is írhatjuk:

			2	3	4	·	3	6				
			1	4	0	4						
	+	7	0	2								
		8	4	2	4							

Tizedes törteket ugyanúgy szorzunk pozitív egész számmal, mintha egész számot szoroznánk, de a szorzatban annyi tizedesjegyet kell kijelölnünk a tizedesvessző kirakásával, amennyi a szorzandóban van.

Ha a szorzandó negatív, a szorzat is negatív szám lesz.

Például: $(-23,1) \cdot 2 = (23,1 \cdot 2)$ ellentettje $= -46,2$.

Bármilyen tizedes törtet szorzunk 0-val, a szorzat értéke 0 lesz.

Például: $23,1 \cdot 0 = 0$ és $-23,1 \cdot 0 = 0$

Feladatok

1. Több szorzatot írtunk fel.

Milyen kapcsolatban vannak a szorzatok a $48 \cdot 72 = 3456$ -tal?

Figyeld a tényezők változását! Ennek alapján válaszolj!

Például: $24 \cdot 72 = 1728$, a szorzat egyik tényezőjét felére csökkentettük, a szorzat értéke is a felére csökkent.

a) $24 \cdot 36$

b) $12 \cdot 72$

c) $4,8 \cdot 72$

d) $0,48 \cdot 72$

e) $0,048 \cdot 72$

2. Számítsd ki fejben!

- a) $0,4 \cdot 2$ b) $0,5 \cdot 3$ c) $0,7 \cdot 4$ d) $0,8 \cdot 2$ e) $0,6 \cdot 9$ f) $0,7 \cdot 19$

3. Számítsd ki fejben!

- a) $0,09 \cdot 6$ b) $0,05 \cdot 8$ c) $0,08 \cdot 7$ d) $0,09 \cdot 9$ e) $0,04 \cdot 8$ f) $0,05 \cdot 6$

4. Adottak a 0,3; 2,5; 0,08; 0,96 számok. Határozd meg

- a) a kétszeresüket; b) a tízszeresüket; c) a hússzorosukat;
d) a háromszorosukat; e) a százszorosukat; f) a háromszázszorosukat!

5. Fejben végezd el a következő szorzásokat!

- a) $25 \cdot 4$ $2,5 \cdot 4$ $0,25 \cdot 4$ $0,25 \cdot 40$ $0,025 \cdot 40$
b) $125 \cdot 8$ $1,25 \cdot 8$ $0,125 \cdot 8$ $12,5 \cdot 80$ $12,5 \cdot 8$
c) $625 \cdot 16$ $62,5 \cdot 16$ $6,25 \cdot 16$ $0,625 \cdot 16$ $0,0625 \cdot 16$

6. Végezd el fejben a következő szorzásokat!

- a) $347 \cdot (0,25 \cdot 4)$ b) $(1,25 \cdot 8) \cdot 90$ c) $0,46 \cdot (12,5 \cdot 80)$

7. Végezd el írásban a szorzásokat! Zsebszámológéppel ellenőrizd!

- a) $4,13 \cdot 5$ b) $3,63 \cdot 42$ c) $32,5 \cdot 20$
d) $13,4 \cdot 25$ e) $102,4 \cdot 32$ f) $10,8 \cdot 150$

8. A 32 kamion rakományát egyetlen áruszállító hajóval el lehet szállítani.



- a) Hány tonna a hajó rakománya, ha egy-egy kamion 37,5 tonna árut szállít?
b) Melyik szállítási mód szennyezi kisebb mértékben a környezetet?

9. Egy telefontársaság árajánlatából láthattok részleteket.

Aktuális áraink:

Nincs kapcsolási díj! A belföldi és a mobilhálózatba irányuló hívások forint/percben kifejezett forgalmi díjait az alábbi táblázat tartalmazza:

Helyi és belföldi vonalas hívások díja egységesen a nap 24 órájában (Ft/perc)	6,25
A belföldi mobilhálózatba kezdeményezett hívások díja egységesen a nap 24 órájában (Ft/perc)	29,50

Számítsátok ki, hogy mennyi a beszélgetés díja, ha belföldi számot hívtok, és

- a) 10 percig beszéltek vonalas telefonon; b) 20 percig beszéltek mobilon;
c) 22 percig beszéltek vonalas telefonon; d) 54 percig beszéltek mobilon!



Mit jelent az, hogy a telefontársaság kapcsolási díjat számol fel? Olvasd el a Magyar Telekom általános szerződési feltételeit!

10.



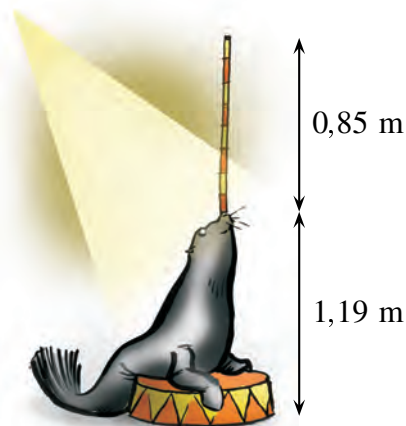
Milyen magas volt Góliát, ha hossza 6 könyök és 1 arasz? Tudjuk, hogy 1 arasz 0,2 m és 1 könyök 0,5 m.

11.

„Zsófi egy öt láb hosszú, sima bőrű és okos szemű, szép alaszkai fóka.”

- Milyen magasra tudta felemelni Zsófi a cirkuszban a pálcát?
- Milyen hosszú volt Zsófi, ha 1 láb 0,305 m? (1 „láb” az angol király lábfejeének hossza.)

(Többet is megtudhatsz Zsófiról H. Lofting *Doktor Dolittle cirkusza* című könyvéből.)



12.

Milyen hosszú a kék szakaszok együttes hossza, ha a kör sugara 3,6 m?

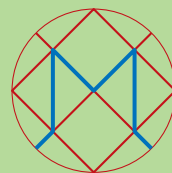
13. Péter számkitalálós trükkel szórakoztatja társait.

Ezt mondja Péter:

Gondolj egy számot! Adj hozzá 3-at! Vedd az eredmény kétszeresét! Vonj ki belőle 6-ot! Vond ki belőle a gondolt számot! A gondolt számot kaptad. Igaz?

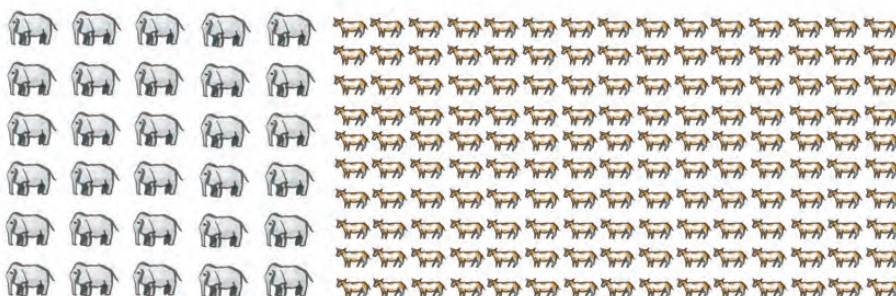
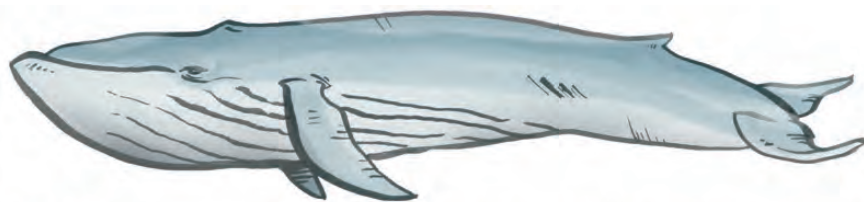
Próbáld ki te is! Tegyéél a gondolt szám helyére 4-et, majd 3-at, azután $\frac{5}{2}$ -et, végül 1,5-et!

A gondolt számot kaptad? Mi lehet Péter trükkjének a titka?



Tizedes törtek osztása pozitív egész számmal

Példa



A képen látható kék bálna hossza kb. 33 m, tömege 148,5 tonna. Egy képzeletbeli mérlegen ez a bálna 30 elefánttal, illetve 150 szarvasmarhával tartana egyensúlyt.

- Számítsuk ki, hány tonna a tömege egy elefántnak!
- Hány tonna a tömege egy szarvasmarhának?

Megoldás

a) 30 elefánt tömege 148,5 tonna. A $148,5 \text{ t} : 30$ osztással egy elefánt tömegét tudjuk kiszámítani.

Tizedes törtet kell osztani pozitív egész számmal. Többféle lehetőség kínálkozik az osztás elvégzésére.

1. megoldás

148,5 t ezerszeresét osszuk el 30-cal, majd a kapott hányadost osszuk el 1000-rel, mert ezredakkora szám 30-ad része is ezredakkora lesz.

$$\begin{array}{r} 148\,500 \text{ t} : 30 = 4950 \text{ t} \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ 148,5 \text{ t} : 30 = 4,950 \text{ t} \end{array}$$

Egy elefánt tömege 4,95 tonna.

2. megoldás

Tört alakban végezzük el az osztást:

$$148,5 \text{ t} : 30 = \frac{1485}{10} \text{ t} : 30 = \frac{1485}{10 \cdot 30} \text{ t} = \frac{1485}{300} \text{ t} = \frac{495}{100} \text{ t} = 4,95 \text{ t}.$$

Ugyanarra az eredményre jutottunk.

3. megoldás

A természetes számok osztásakor tanult eljárást követjük.

A **28** egész maradékot felváltjuk **280** tizedre, és hozzáadjuk az **5** tizedet.

A **15** tized maradékot felváltjuk **150** századra.

	1	4	8,	5	:	3	0	=	4,	9	5
-	1	2	0								
		2	8	5							
-		2	7	0							
			1	5	0						
			-	1	5	0					
				0	0	0					

Ugyanarra az eredményre jutottunk.

b) Ötször annyi szarvasmarha van a képen, ezért egy szarvasmarha tömege ötödannyi:

	4	9	5	:	5	=	0	9	9
-	0								
	4	9							
-	4	5							
		4	5						
		-	4	5					
			0	0					

Az osztás lejegyzésének rövidebb módja. Ebben az esetben a visszaszorozást és a kivonást fejben végezzük el.

4	9	5	:	5	=	0	9	9
4	9							
	4	5						
	0	0						

Egy szarvasmarha tömege tehát 0,99 tonna, azaz 990 kg. Ugyanezt az eredményt kapjuk, ha a 148,5-et elosztjuk 150-nel.



Afrikai elefánt

Tizedes tört természetes számmal való osztásakor ugyanazt az eljárást követjük, mint természetes számok osztásakor, de amikor az osztandóban elérünk a tizedesvesszőhöz, a hányadosban is kiírjuk azt.

a) Az osztás eljárásának lejegyzése a visszaszorzás és a kivonás lejegyzésével:

$$3,25 : 25 = ?$$

Becslés: $3 : 20 = 15 : 100 = 0,15$

Vizsgáljuk először az egészeket! **3 egészben** a 25 megvan **0**-szor, és marad 3 egész.
A hányadosban kitesszük a tizedesvesszőt.

$$\begin{array}{r} 3,25 : 25 = 0, \\ 3 \end{array}$$

A 3-hoz hozzávesszük az osztandó 2 tizedét. Mivel 3 egész 30 tizedet ér, **32 tizedben** nézzük meg, hányszor van meg a 25.

$$\begin{array}{r} 3,25 : 25 = 0, \\ 32 \end{array}$$

32 tizednek a 25-öd része 1 tized, és még marad 7 tized. Az **1 tizedet** a hányados megfelelő helyére írjuk.

$$\begin{array}{r} 3,25 : 25 = 0,1 \\ 32 \end{array}$$

A maradék 7 tizedet **századokra** váltjuk, és a 70 századhoz hozzáírjuk az osztandóban álló 5 századot.

$$\begin{array}{r} 3,25 : 25 = 0,1 \\ 32 \\ - 25 \end{array}$$

75 században nézzük meg, hányszor van meg a 25.

$$\begin{array}{r} 3,25 : 25 = 0,13 \\ 32 \\ - 25 \end{array}$$

75 századnak a huszonötöd része 3 század, a maradék 0. A **3 századot** a hányados megfelelő helyére írjuk.

$$\begin{array}{r} 3,25 : 25 = 0,13 \\ 32 \\ - 25 \end{array}$$

Ezt az osztást a $0,13 \cdot 25$ szorzással is ellenőrizhetjük.

$$\begin{array}{r} 3,25 : 25 = 0,13 \\ 32 \\ - 25 \\ 75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,25 : 25 = 0,13 \\ 32 \\ - 25 \\ 75 \\ - 75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,13 \cdot 25 \\ 65 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,13 \cdot 25 \\ 65 \\ + 260 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,13 \cdot 25 \\ 65 \\ + 260 \\ 3,25 \end{array}$$

b) Az osztás eljárásának lejegyzése a visszaszorzás részeredményének leírása nélkül:

$$\begin{array}{r} 3,25 : 25 = 0,13 \\ 32 \\ 75 \\ 00 \end{array}$$

Ebben az esetben a visszaszorzást és a kivonást fejben végezzük el.

Ne felejtse el, hogy a 0-val semmilyen számot nem tudunk elosztani, így tizedes törtet sem!

Ha az osztandó negatív, a hányados is negatív lesz.

Például: $(-6,32) : 2 = -3,16$, mert $(-3,16) \cdot 2 = -6,32$

Feladatok

1. Számítsd ki fejben! Zsebszámológéppel ellenőrizd!

- | | | | |
|--------------|---------------|---------------|--------------|
| a) $450 : 9$ | b) $84,7 : 7$ | c) $6,12 : 6$ | d) $2,1 : 3$ |
| $45 : 9$ | $847 : 70$ | $6,12 : 60$ | $0,21 : 3$ |
| $450 : 90$ | $8,47 : 7$ | $61,2 : 60$ | $0,21 : 30$ |

2. Végezd el az osztásokat! „Többet ésszel, mint erővel!”

- | | | | |
|--------------|---------------|---------------|-------------|
| a) $750 : 5$ | b) $97,3 : 7$ | c) $11,4 : 6$ | d) $36 : 8$ |
| $75 : 5$ | $9,73 : 7$ | $1,14 : 6$ | $3,6 : 8$ |
| $7,5 : 5$ | $0,973 : 7$ | $0,114 : 6$ | $0,36 : 8$ |

3. Ugyanazt a számot adtuk meg sokféle alakban. Melyik a kakukktojás? Válaszodat indokold!

- A) $63,9 : 3$ B) $639 : 30$ C) $\frac{639}{10} : 3$ D) $63 + 0,9 : 3$ E) $63 : 3 + 0,9 : 3$

4. Végezd el az osztásokat! Becsülj! Ellenőrizd!

- a) $16,8 : 6$ b) $4,2 : 7$ c) $0,81 : 9$ d) $0,042 : 6$

5. Becsüld meg a hányadost! A megfelelő helyre írd be a hiányzó tizedesvesszőt! A füzetedben dolgozz! Zsebszámológéppel ellenőrizd!

- a) $33,6 : 12 = 0 \ 2 \ 8 \ 0 \ 0$ b) $26,66 : 31 = 0 \ 8 \ 6 \ 0 \ 0$ c) $3366 : 102 = 0 \ 3 \ 3 \ 0 \ 0$
d) $19,2 : 120 = 0 \ 1 \ 6 \ 0 \ 0$ e) $676,2 : 14 = 0 \ 4 \ 8 \ 3 \ 0$ f) $6,913 : 31 = 0 \ 2 \ 2 \ 3 \ 0$

6. Két tizedesjegyig végezd el az osztást, majd ellenőrizd! Az osztás elvégzése előtt végezz becslést!

- a) $638 : 25$ b) $72,5 : 125$ c) $8,4 : 42$ d) $9,9 : 18$ e) $108,8 : 35$ f) $60,9 : 84$

7. A maratoni futóversenyeken a versenyzőknek 42 195 m-t kell futniuk. Ekkora távolságot csak megfelelő mennyiségű edzés után szabad vállalni. Sokan szeretnek futni, de rövidebb távon. Éppen ezért rendeznek félmaratoni versenyeket is 3 fős csapatok részére, ahol minden csapattag, egymást váltva, azonos távot teljesít. Sok fiatal és az idősebb korosztály is indul ezeken a versenyeken.

- a) Hány méter a félmaraton hossza?
b) Hány métert kell egy-egy csapattagnak teljesítenie a félmaratoni távból?



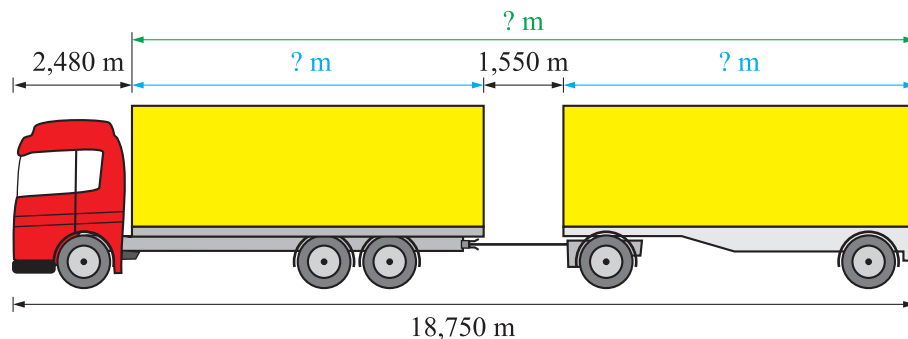
@ Milyen történelmi eseményhez fűződik a maratoni futás?

8. Egy áruszállító hajó 614,4 tonnányi rakományát 24 kamion szállítja tovább a szárazföldi raktárba.



Hány tonna lesz egy kamion rakománya, ha minden kamion ugyanakkora tömegű árut szállít tovább?

9. Egy pótkocsis nyerges kamionnak a teljes hossza 18,750 m. A két pótkocsi hossza megegyezik.



Hány méteres egy-egy pótkocsi?

a) Adjátok meg a helyes megoldási tervek betűjelét!

- A) $18,750 \text{ m} - 2,480 \text{ m} - 1,550 \text{ m} : 2$ B) $(18,750 \text{ m} - 2,480 \text{ m} - 1,550 \text{ m}) : 2$
 C) $\{(18,750 \text{ m} - 2,480 \text{ m}) - 1,550 \text{ m}\} : 2$ D) $\{18,750 \text{ m} - (2,480 \text{ m} + 1,550 \text{ m})\} : 2$

b) Számítsátok ki a pótkocsi hosszát! Az eredményt centiméter pontossággal adjátok meg!

10. A falfesték a dobozával együtt 7,8 kg. A festék ötször nehezebb, mint a doboza. Hány kg a festék, és mennyi a doboz?

11. Számítsd ki a következő kifejezések értékét! Melyek egyenlők?

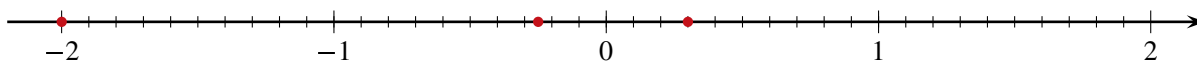
- a) $(0,25 + 3,75) \cdot 4$ b) $(0,25 + 3,75) : 4$ c) $0,25 + 3,75 \cdot 4$
 d) $0,25 + 3,75 : 4$ e) $0,25 \cdot 4 + 3,75 \cdot 4$ f) $0,25 : 4 + 3,75 : 4$

12. Keress egyenlő kifejezéseket! Add meg az egyenlők betűjelét!

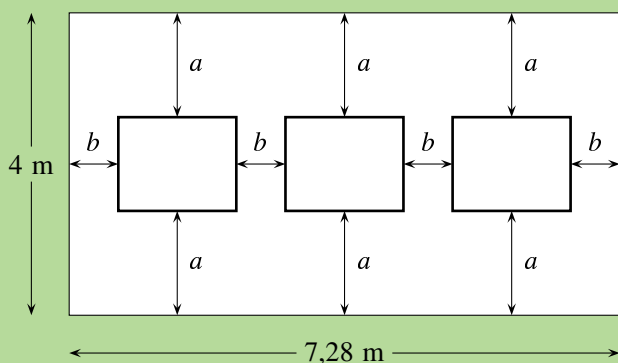
- a) A) $(110 : 4) + 7$ B) $110 : (4 + 7)$ C) $\frac{110}{4 + 7}$ D) $110 : 4 + 110 : 7$
 b) A) $(0,4 + 3,5) : 5$ B) $0,4 + (3,5 : 5)$ C) $0,4 + 3,5 : 5$ D) $0,4 : 5 + 3,5 : 5$

13. Melyik művelet eredményét nem ábrázoltuk a számegyenesen?

- A) $-0,5 : 2$ B) $-4,8 : 6$ C) $-0,25 \cdot 8$ D) $(-0,2 + 1,7) : 5$



- 14.



Egy kiállítóteremben három 1,56 m széles és 1,24 m magas képet helyeztek el az egyik falon. Az ábra alapján számítsd ki a és b hosszát!

Az átlag kiszámítása

Példa

Lerajzoltam a családomat, és azt is odaírtam, ki milyen magas. Számoljuk ki a nők és a férfiak átlagos magasságát a családban!

Megoldás

Kiszámítottam a nők átlagmagasságát így:

Éva nagyi



Anna nagyi



anya



Kata (én)



$$(1,67 \text{ m} + 1,66 \text{ m} + 1,65 \text{ m} + 1,34 \text{ m}) : 4 = 6,32 \text{ m} : 4 = \mathbf{1,58 \text{ m}}$$

Kiszámítottam a férfiak átlagos magasságát is:

nagytata



apa



Győző



Lajos



Zoli



$$(1,90 \text{ m} + 1,88 \text{ m} + 1,64 \text{ m} + 1,63 \text{ m} + 1,45 \text{ m}) : 5 = 8,5 \text{ m} : 5 = \mathbf{1,7 \text{ m}}$$

Több szám vagy mennyiség átlagát úgy számítjuk ki, hogy azok összegét elosztjuk az összegben szereplő tagok számával.



Példa

Győző azt mondja, hogy a család átlagos magasságát úgy is megkaphatom, ha a nők és férfiak átlagának átlagát veszem, így: $(1,58 + 1,7) \text{ m} : 2 = 3,28 \text{ m} : 2 = 1,64 \text{ m}$.

Mit gondolsz, igaza van Győzőnek? Számítással ellenőrizd válaszod!

Megoldás

Nincs igaza Győzőnek. A család átlagos magasságát így számítjuk ki:

$$(1,67 + 1,66 + 1,65 + 1,34 + 1,90 + 1,88 + 1,64 + 1,63 + 1,45) \text{ m} : 9 = (6,32 \text{ m} + 8,5 \text{ m}) : 9 = 14,82 \text{ m} : 9 \approx \mathbf{1,65 \text{ m}}$$

Az összes adat átlaga ($\approx 1,65 \text{ m}$) nem egyenlő az átlagok átlagával ($1,64 \text{ m}$).

Az átlagok átlaga általában nem egyenlő az összes érték átlagával.

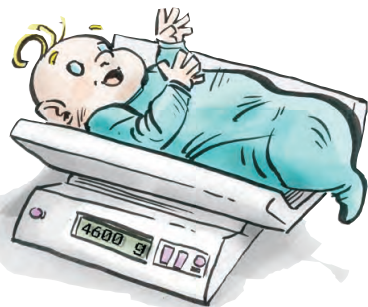
Feladatok

1. Huszonhárom gyerek időre oldott meg feladatokat. A munka befejezése után számba vették a hibásan megoldott feladatok számát. Sorban leírták, hogy ki hány feladatot rontott el, így:

0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6.

Számítsd ki, hogy átlagosan hány rosszul megoldott feladat jut egy-egy tanulóra! Mielőtt kiszámítanád, próbáld megbecsülni!

2.



Egy magyar családban három óriásbébi is született. Már az első kislány is 4600 grammal, 59 cm-rel jött világra. 2000-ben egy 6400 grammos és 67 cm hosszú kisfiú, 2003-ban pedig egy 6200 grammos és 58 centiméteres kislány ejtette ámulatba szüleit és a világrajöttüket segítő szakembereket.

- a) Számítsd ki a három baba születési hosszának és tömegének az átlagát! Centiméterben, illetve gramm pontossággal add meg az eredményt!

- b) Újszülöttekre vonatkozó orvosi adatokat adtunk meg.

Az érett újszülött jellemzői:

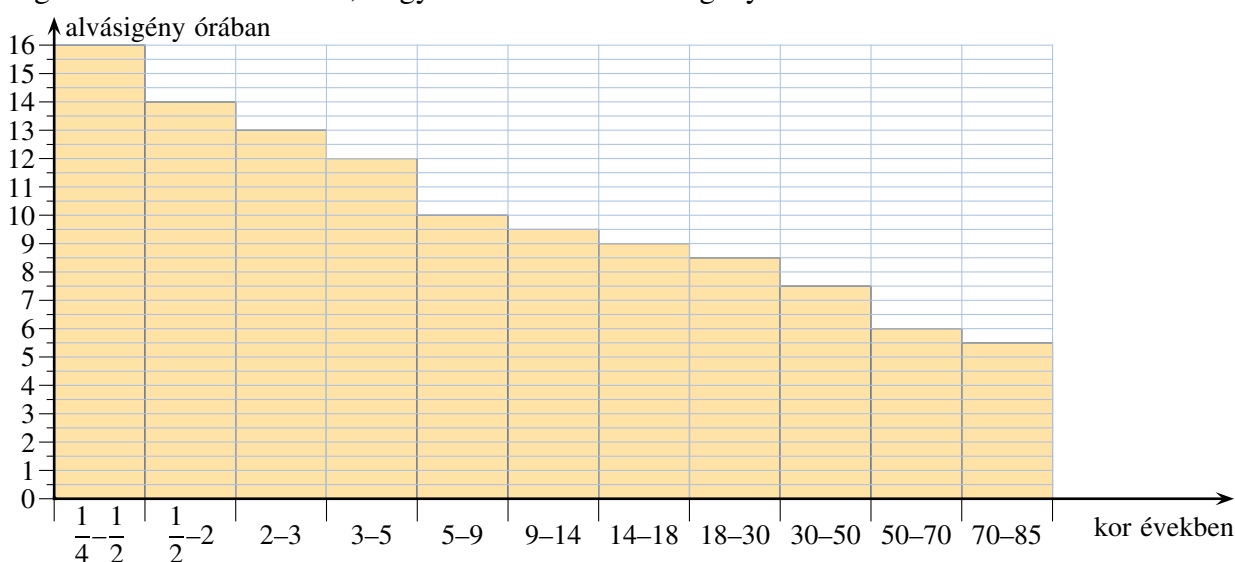
testtömeg: 2500 g-nál nagyobb, átlag: 3000–3500 g

testhossz: 46 cm-nél nagyobb, átlag: 48–52 cm (fiúk: 51–52 cm, lányok: 48–50 cm)

Mennyivel haladta meg az „óriásbébi” születési tömege az érett újszülött testtömegének felső határát? Kilogrammban add meg az eredményt!

- c) Hasonlítsd össze a saját születési adataidat is az orvosi adatokkal!

3. A grafikonról leolvashatod, hogyan változik az alvásigény az életkor növekedésével.



- a) Hány óra alvásra van szüksége egy korodbeli gyerekeknek? Alszol-e ennyit?
- b) Számítsátok ki az osztályotokban az alvásigényetek átlagát! Hasonlítsátok össze a grafikon megfelelő adatával!
- c) Körülbelül hányszor több időt tölt alvással egy újszülött, mint a 85 éves dédnagypapája?
- d) A 16 éves Zoli egy szobában alszik öccsével, a 8 éves Lacival. Zoli este általában 10 órakor kapcsolja le a televízióját. A fiúkat 6 órakor kelti édesanyjuk. Elegendő időt alszanak-e?

4. Marosi Ádám bronzérmes nyert a 2012-es londoni olimpia öttusaversenyében.

A különböző sportágakban elért pontjait olvashatjátok a piktogramok alatt:

vívás



880 pont

úszás



1336 pont

lovaglás



1200 pont

kombinált futás-lövészet



2400 pont

Átlagosan hány pontot ért el olimpikonunk sportáganként?

5. Számítsátok ki a matematika- és a testnevelés-osztályzataitok átlagát! Melyik jobb? Mennyivel?

6. Az osztályba 32 tanuló jár. Átlagmagasságuk 165 cm. Mennyi lesz a tanulók átlagmagassága, ha közülük két tanuló – az egyik 169 cm, a másik 170 cm magas – másik iskolába megy el?

7. Lehet-e egy 30 fős osztályban írt dolgozatok átlaga 4,15?

8. Két szám átlaga 0,75. Melyik lehet az egyik szám, és melyik lehet a másik, ha az egyik a másiknak $\frac{2}{3}$ része?

9. Nagyapa 80. születésnapját ünnepelte az egész család: apa, anya és a gyerekek. Az ünnepi ebéden részt vevők átlagéletkora 34 év volt. Amikor a nagyapa a 8 éves unokájával sétálni ment, az otthon maradók átlagéletkora 29 év lett. Hány unokája van a nagyapának?

Tört alakban írt szám tizedes tört alakja

1. példa

Melyik nagyobb a két tört közül?

a) $\frac{4}{5}$ vagy 0,8

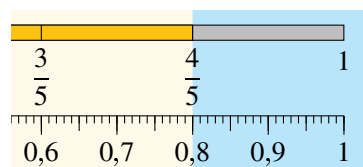
b) $\frac{7}{8}$ vagy 0,9

c) $\frac{1}{9}$ vagy 0,1

Megoldás

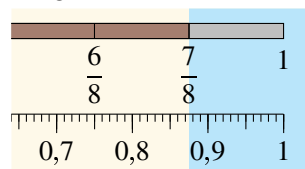
Van olyan tört, amelynek a tizedes tört alakja leolvasható a számegegyenesről.

a) $\frac{4}{5} = 0,8$

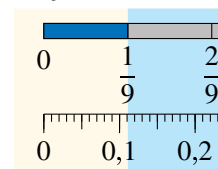


A számegegyenes számjaihoz igazítva a vonalzónkat a többi tört közelítő értéke is leolvasható:

b) $\frac{7}{8} \approx 0,88 < 0,9$



c) $\frac{1}{9} \approx 0,11 > 0,1$



A $\frac{4}{5}$ és a $\frac{7}{8}$ tizedes tört alakját bővítéssel is megkaphatjuk:

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0,8 \quad \text{és} \quad \frac{7}{8} = \frac{875}{1000} = 0,875.$$

Az $\frac{1}{9}$ -et nem tudjuk felírni sem 10, sem 100, sem 1000, ... nevezőjű törtként úgy, hogy a számlálója egész szám legyen.

Véges tizedes törtek

A tört alakban írt számot mindig fel lehet írni tizedes tört alakban úgy, hogy a tört számlálóját elosztjuk a nevezőjével. *Például:*

$$\frac{12}{6} = 12 : 6 = 2$$

$$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0,8$$

$$\frac{7}{8} = 7 : 8 = 0,875$$

$$\frac{12}{5} = 12 : 5 = 2,4$$

Ha a tört alakban írt számnak van olyan bővített alakja, amelyben a nevező 10, 100, 1000 stb., akkor az átírást bővítéssel célszerű megoldani.

Például:

$$\frac{12}{5} = \frac{24}{10} = 2,4$$

$$\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 0,15$$

$$\frac{7}{40} = \frac{175}{1000} = 0,175$$



Végtelen szakaszos tizedes törtek

Ha nem tudjuk úgy bővíteni a törtet, hogy a nevezője 10, 100, 1000 stb. legyen, akkor elosztjuk a számlálót a nevezővel. Az osztás során lesz olyan maradék, ami már korábban szerepelt, és innen kezdve a maradékok ismétlődnek.

Például:

a) $\frac{1}{9} = 1 : 9$ Végezzük el az osztást!

Az osztás során röviden ezt így jelöljük:

$$\frac{1}{9} = 0,111 \dots = 0, \dot{1}$$

1	:	9	=	0,	1	1	1	...
1	0							
	1	0						
		1	0					
			1	...				

b) $\frac{3}{11} = 3 : 11$ Végezzük el az osztást!

Az osztás során röviden ezt így jelöljük:

$$\frac{3}{11} = 0,2727 \dots = 0, \dot{2}\dot{7}$$

3	:	1	1	=	0,	2	7	2	7	...
3	0									
	8	0								
		3	0							
			8	0						
				3	...					

A hányados ismétlődő részét **szakasznak** nevezzük.

Az ismétlődő szakasz első és utolsó számjegyére pontot teszünk.

Például: $2,345345 \dots = 2, \dot{3}\dot{4}\dot{5}$

Az ilyen tizedes törteket **végtelen szakaszos tizedes törteknek** nevezzük.

2. példa

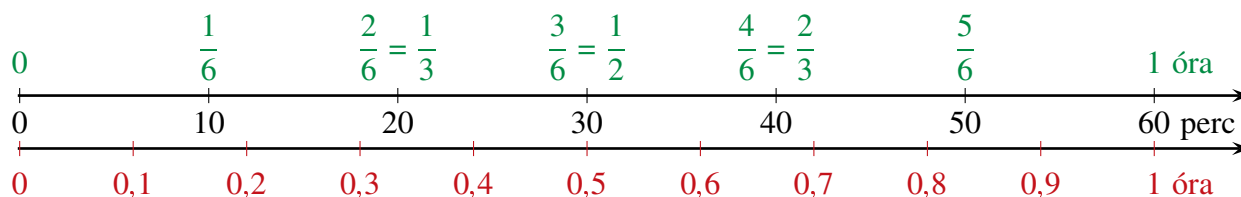
A képen látható óra kétféle kijelzésű. A mutatók (analóg) és a kijelző (digitális) is ugyanazt az időpontot jelzik: **10 óra 9 perc 36 másodperc**.

Napjainkban az idő mérőszámát egyre gyakrabban adják meg tizedes tört alakban.

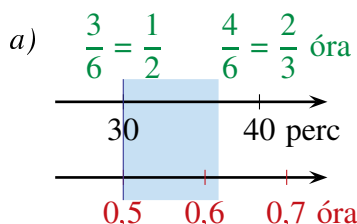
Olvassuk le a számegyenesekről ugyanazt az időt többféle alakban, majd számítással is határozzuk meg azokat!



- a) $\frac{1}{2}$ óra b) 15 perc c) 54 perc

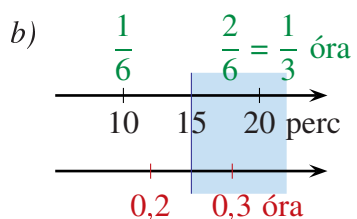


Megoldás



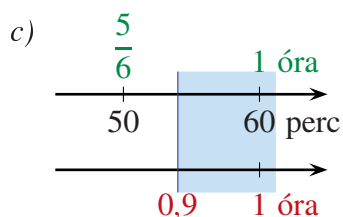
Számítással:

$$\frac{1}{2} \text{ óra} = 30 \text{ perc} = \frac{30}{60} \text{ óra} = \frac{5}{10} \text{ óra} = 0,5 \text{ óra}$$



Számítással:

$$15 \text{ perc} = \frac{15}{60} \text{ óra} = \frac{1}{4} \text{ óra} = (1 : 4 \text{ óra}) = 0,25 \text{ óra}$$



Számítással:

$$54 \text{ perc} = \frac{54}{60} \text{ óra} = \frac{9}{10} \text{ óra} = 0,9 \text{ óra}$$

Erről az ábráról a számított értéket nem tudjuk pontosan leolvasni!

Feladatok

1. Írd tizedes tört alakba ezeket a törteteket bővítéssel és osztással is!

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{20}$

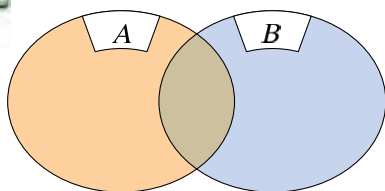
c) $\frac{1}{50}$

d) $\frac{1}{8}$

e) $\frac{1}{40}$

f) $\frac{1}{16}$

2. Rajzold le a halmazábrákat a füzetedbe, és írd be a törteket a megfelelő részeikbe!



A: Van olyan bővített alakja, amelynek a nevezője 10, 100 vagy 1000.

B: Nincs olyan bővített alakja, amelynek a nevezője 10, 100 vagy 1000.

$\frac{5}{2}$ $\frac{7}{20}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{3}{50}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{8}{7}$ $\frac{9}{40}$ $\frac{40}{9}$ $3\frac{7}{30}$

Az osztás elvégzésével ellenőrizd a megoldásod!

3. Írd le a törteket tizedes tört alakban! Két tizedesjegyre számolj! Mely esetben tudod biztosan megmondani a tizedes tört többi jegyét? Sejtéseidet zsebszámológéppel ellenőrizd!

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{12}$ d) $\frac{1}{13}$ e) $\frac{1}{14}$ f) $\frac{1}{15}$

4. Add meg ugyanazt az időt többféle alakban a 2. példában szereplő számegyenesről leolvastva vagy számítással!

a) 6 perc b) 12 perc c) $\frac{3}{4}$ óra
d) 1 óra 15 perc e) másfél óra f) 6 óra 48 perc

5. Végezd el az átváltásokat!

a) 1,1 óra = perc b) 2,5 óra = perc c) 3,25 óra = perc

6. Add meg a mennyiségek mérőszámát tizedes tört alakban!

a) 12 óra = nap b) 36 óra = nap c) 6 óra = nap d) 60 óra = nap

7. Magyarország egyik térképén mért 1 cm-es távolság a valóságban 20 km-nek felel meg. Fonyód és Veszprém távolságát ezen a térképen körülbelül 2,4 cm-nek mértük. Mekkora a két város távolsága a valóságban?

8. A táblázatban összegyűjtöttük, hogy mennyi az egyes bolygók tengely körüli forgási ideje:

Merkúr	58,6 nap
Vénusz	243 nap
Föld	23,93 óra
Mars	24,6 óra
Jupiter	9,9 óra
Szaturnusz	10,5 óra
Uránusz	17,2 óra
Neptunusz	17,9 óra



- a) Melyik bolygó tesz meg egy fordulatot a legrövidebb idő alatt? Melyik a leghosszabb idő alatt?
b) Számítsd ki, hány perc alatt tesz meg egy fordulatot a Jupiter a tengelye körül!

Tudáspróba

1. Írd le tizedes törttel!

a) három egész tizenöt század

b) hatszázöt egész harmincöt ezred

2. Írd le betűvel!

a) 1404,5

b) 0,604

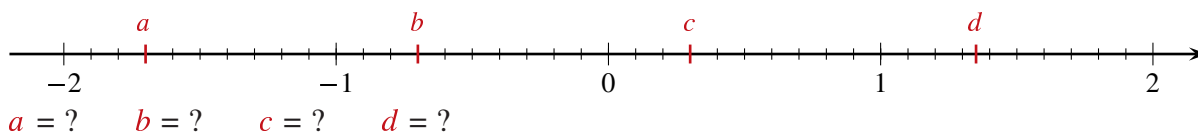
3. a) Add meg a következő számok tized szomszédait! 0,7 ; 1,05 ; 1,208

Kerekítsd egészre a 0,7 -et, tizedre az 1,05 -ot, századra az 1,208 -et!

b) Add meg a következő számok század szomszédait! 0,49 ; 1,437 ; 1,659

Kerekítsd egészre a 0,49 -ot, tizedre az 1,437 -et, századra az 1,659 -et!

4. Milyen számok állnak a betűk helyén?



5. Írd növekvő sorrendbe a számokat! Tedd ki a megfelelő jeleket!

4,3 0,43 4,300 0,403 0,0435 -4,3 -0,43

6. a) Írd tizedes tört alakba a törteket!

$$\frac{4}{5} = ?$$

$$\frac{15}{10} = ?$$

$$\frac{21}{4} = ?$$

$$\frac{17}{100} = ?$$

$$\frac{7}{2} = ?$$

b) Írd tört alakba a tizedes törteket!

$$5,4 = ?$$

$$0,84 = ?$$

$$3,07 = ?$$

7. Végezd el a kijelölt műveleteket!

a) $7 + 12,35 + 0,605$

b) $11,23 - 4,8$

c) $12,35 - 0,625$

d) $0,625 \cdot 10$

e) $12,35 \cdot 19$

f) $7 : 25$

g) $12,3 : 100$

h) $(7,2 - 3,64) : 4$

8. Végezd el a mértékváltásokat!

a) $4,5 \text{ km} = \dots \text{ m}$

b) $8,5 \text{ l} = \dots \text{ hl}$

c) $0,64 \text{ kg} = \dots \text{ dkg}$

d) $425 \text{ dm}^2 = \dots \text{ m}^2$

e) $0,4 \text{ óra} = \dots \text{ perc}$

f) $0,84 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$

9. A fiúk vagy a lányok dolgozatának lett jobb az átlaga? A következő eredmények születtek.

Fiúk: 5, 4, 4, 2, 3, 2, 5, 1, 4, 5, 5

Lányok: 4, 3, 4, 4, 4, 4, 3, 3, 3

10. Édesanya 7 liter málnaszörpöt főzött. Hat darab 0,7 literes és két darab 1,25 literes üveg lett tele. A többi még aznap este elfogyott.

Hány dl szörpöt ittak meg aznap este? Készíts megoldási tervet! Ellenőrizd a megoldásodat!

Fogalomtár

A-Á	Abszolút érték Egy számnak a számegyenesen a 0 ponttól való távolsága a számegyenes egységével mérve. A szám abszolút értéke maga a szám, ha az nagyobb vagy egyenlő mint nulla, illetve a szám ellentettje, ha a szám negatív. Alaki érték A mi számírásunk tízes helyi értékes számrendszer. Tíz számjegyet használunk a számok leírásához: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Ezek a számok alaki értékei. Alakzat Például: vonal, síkidom, felület, test stb. Átlag Több szám vagy mennyiség átlagát úgy számítjuk ki, hogy azok összegét elosztjuk az összeg tagjainak számával. Az átlagot számtani középnek is nevezzük. Átló A sokszög bármely két, nem szomszédos csúcsát összekötő szakasz.
B	Biztos esemény A biztos esemény olyan, amely mindig bekövetkezik.
C-CS	Col Német hosszúságegység. $10 \text{ col} = 254 \text{ mm}$. Csúcs Testeknél az élek, sokszögeknél az oldalak találkozásait csúcsnak nevezzük.
D	Derékszögű koordináta-rendszer Két egymásra merőleges számegyenes, amelyeket a számegyenesek 0 pontjainál illesztünk össze.
E-É	Egész szám A természetes számok és a negatív egész számok: $\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots$ Egyenesek kölcsönös helyzete Párhuzamos, metsző, kitérő. Párhuzamos egyenesek: az egyenesek egy síkban vannak, és nincs közös pontjuk. Metsző egyenesek: az egyenesek egy síkban vannak, és van közös pontjuk. Kitérő egyenesek: nem metsző és nem párhuzamos egyenesek. Él Két síklap találkozásait nevezzük élnek. Ellentett Bármely számnak és ellentettjének összege nulla. A számegyenesen a nullához képest szimmetrikusan elhelyezkedő számok egymás ellentettjei. Etalon A mérésekhez használt változatlan alapmértékeket nevezzük etalonnak.
F	Félegyenes Egy egyenest egy pontja két félegyenesre bontja.

F	Felszín A test felszíne a testet határoló lapok területének összege. Felület A testeket határoló alakzatokat nevezzük felületnek.
H	Háromszög Háromoldalú sokszög. Határvonal A határvonal választja el az alakzathoz tartozó és az alakzathoz hozzá nem tartozó pontokat. Helyi érték A számok legelterjedtebb írásmódjánál az eggyel előbb álló hely mindig tízszer annyit ér, mint az előző. Azaz minden helynek meghatározott értéke van. Ezt nevezzük helyi értéknek. Például: $502 = 5 \text{ százás} + 0 \text{ tízes} + 2 \text{ egyes}$ Helymeghatározás Pontok helyének megadása egyenesen, síkon és térben. Hosszúságegységek $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$; $1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$
I	Idő mértékegységei $1 \text{ év} = 365 \text{ nap}$; $1 \text{ hét} = 7 \text{ nap}$; $1 \text{ nap} = 24 \text{ óra}$; $1 \text{ óra} = 60 \text{ perc}$; $1 \text{ perc} = 60 \text{ másodperc}$
J	Jelzőszám (koordináta) Olyan szám, rendezett számpár vagy számhármassal, amellyel megadhatjuk, hogy hol helyezkedik el egy pont egy egyenesen, egy síkon vagy a térben.
K	Kerekítés Egy számot a hozzá legközelebb álló egész, tized, század, ... szomszédjával helyettesítünk. Jele: $\approx$. Például: $4,352 \approx 4,35$; $4,352 \approx 4,4$; $4,352 \approx 4$ Kerület A síkidomot határoló vonal hossza. Kivonás, különbség A kivonás az összeadás fordított művelete. Egy szám kivonása a szám ellentettjének hozzáadását jelenti. Kocka Olyan téglatest, amelyet hat egybevágó négyzet határol. Koordináta Lásd: jelzőszám
L	Lehetetlen esemény A lehetetlen esemény olyan, amely sohasem következik be.
M	Mennyiségek mérése, mérőszám Méréskor a mérés egységével hasonlítjuk össze a mérendő mennyiséget. A mérőszám megmutatja, hogy a mértékegységnek hányszorosa a mérendő mennyiség.

M	Merőleges Két sík lehet egymásra merőleges, ilyenek például a téglatest szomszédos lapjai. Két vagy több egyenes is lehet egymásra merőleges, ilyenek például a téglatest egy csúcsba futó élei. Mértani test Ha a testnek csak a méretét és az alakját vizsgáljuk, akkor mértani testnek nevezzük. Mérték A mértékegység elé írt szavakkal fejezhetjük ki az egység százszorosát, tízszeresét, tizedét, századát stb.: kilo – ezerszeres, hekto – százszoros, deka – tízszeres, deci – tizede, centi – százada, milli – ezrede. Metsző egyenesek hajlásszöge Két metsző egyenes hajlásszögén (megállapodás szerint) a keletkezett szögek közül a nem nagyobbat értjük.
N	Negatív szám, negatív egész szám A nullánál kisebb számok negatív számok. Negatív egészek: $-1, -2, -3, -4, -5, \dots$ Négyszög Négyszögű sokszög. Négyzet Egyenlő oldalú és szögű négyszög. Négyzetes oszlop Olyan téglatest, amelyet négyzetlapok is határolnak. Négyzet kerülete A négyzet oldalai hosszának összege. Az oldalhosszának négyszerese. Nem tízes alapú számrendszerek Helyi értékes számrendszerek, de nem tízesével csoportosítunk. Például a számítógépek kettes számrendszerben tárolják a számokat.
O	Oldal Két szomszédos csúcsot összekötő szakasz. Origó Kezdőpont. A számegyenes 0 pontja, a koordináta-rendszer 0 pontja. Osztás, hányados Az osztás a szorzás ellentétes művelete. Az a szám, amit valamivel osztunk, az osztandó, amivel osztunk az az osztó. Az eredmény a hányados. Osztó A pozitív egész számok körében egy számnak osztója az a pozitív természetes szám, amely maradék nélkül megvan benne.
Ö	Öl 1 öl körülbelül 190 cm hosszú egység.

P	Pozitív szám, pozitív egész szám A nullánál nagyobb számok a pozitív számok. A pozitív egészek: +1, +2, +3, +4, +5, ...
S-SZ	Síknegyed Például a derékszögű koordináta-rendszer tengelyei a síkot 4 egybevágó síkrészre osztják. Ezeket síknegyedeknek nevezzük. Szakasz Az egyenest két pontja két félegyenesre és egy szakaszra bontja. Például a sokszögek oldalai vagy a testek élei szakaszok. Szög A sík egy pontjából kiinduló két félegyenes a síkot két részre osztja. Egy-egy ilyen részt szögtartománynak, röviden szögnek nevezünk. Szögek fajtái nullszög = 0°, derékszög = 90°, egyenesszög = 180°, teljesszög = 360° nullszög < hegyesszög < derékszög < tompaszög < egyenesszög < homorú szög < teljesszög Szög mérése, mértékegységei A szögek nagyságát úgy határozzuk meg, hogy összehasonlítjuk az egységnek választott szöggel. $1^\circ = 60' = 3600''$ (olvasd: $60' = 60$ szögperc; $3600'' = 3600$ szögmásodperc)
T	Távolság Két pont távolsága a két pontot összekötő szakasz hossza. A síkban és a térben két alakzat távolsága a pontjaikat összekötő szakaszok hossza közül a legrövidebb. Téglalap, kerülete, területe A téglalap egyenlő szögű négyszög. A téglalap kerülete: ha a téglalap oldalainak mértékegysége azonos, akkor két szomszédos oldalhossz összegének a kétszerese. A téglalap területe: ha a téglalap oldalainak mértékegysége azonos, akkor a két szomszédos oldal hosszának a szorzata. Téglatest, téglatest testhálójá, téglatest felszíne A téglatest hat téglalap által határolt test. A határoló téglalapok páronként egybevágóak és párhuzamosak. A téglatest testhálójá egy sokszög, amelyet a téglatest bizonyos éleit felvágva kaphatunk. A téglatest felszíne a testhálójának területe. Téglatest térfogata Ha a téglatest éleinek mértékegysége azonos, akkor a térfogat mérőszámát az egy csúcsba futó három él hosszának a szorzata adja. Térfogat mérése, mértékegységei Testek térfogatát úgy határozzuk meg, hogy összehasonlítjuk az egységnek választott térfogattal. Jele: V $1 \text{ km}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3$ (olvasd: egy köbkimométer, egymilliárd köbméter); $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ mm}^3$ (olvasd: egy köbméter, ezer köbdeciméter, egymilliárd köbmilliméter)

T	Természetes szám A természetes számok: 0, 1, 2, 3, ... Terület mérése, területegységek A síkidomok területét úgy határozzuk meg, hogy összehasonlítjuk az egységnek választott területtel. $1 \text{ km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$; $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 = 1\,000\,000 \text{ mm}^2$ Testháló Az a sokszög, amelyet a test bizonyos éleinek felvágásával kapunk. Tizedes tört A tizedes tört egy szám olyan tízes számrendszerbeli helyi értékes alakja, amelyben az 1-nél kisebb helyi értékű jegyek (tized, század, ezred stb.) is szerepelnek. Például: $\frac{513}{100} = 5,13$. A tizedesvessző választja el a szám egész részét a tört részétől. Tízes alapú, helyi értékes számrendszer A tízes számrendszerben tízesével csoportosítunk. A tízes számrendszerben a helyi értékek: egyes, tízes, száz, ezres, tízezres, százezres, ... Többszörös Egy pozitív egész szám a másiknak többszöröse, ha az egész számszor (maradék nélkül) megvan benne. Tömeg mértékegységei 1 tonna = 1000 kg, 1 mázsa = 100 kg, 1 kg = 100 dkg = 1000 g Tört Tört például a $\frac{3}{7}$ (az $\frac{1}{5}$, a $\frac{7}{4}$, a $\frac{6}{9}$ stb.), amely azt fejezi ki, hogy az egészet felosztottam 7 egyenlő részre, és ezekből 3 részt tekintettem. A tört felírásában szereplő vonal a törtvonal. A törtvonal alatti szám a nevező. A nevező azt mutatja meg, hogy az egészet hány egyenlő részre osztottuk. A törtvonal feletti szám a számláló. A számláló azt mutatja meg, hogy hány ilyen egyenlő tört részt vettünk. A törtet két egész szám hányadosaként is szokás értelmezni. Például a $\frac{2}{3}$ a 2 egész harmadrésze. Egy negatív törtszám az abszolút értékének az ellentette.
Ű	Űrtartalom mértékegységei 1 hl = 100 liter; 1 liter = 10 dl = 100 cl = 1000 ml 1 liter = 1 dm³ 1 ml = 1 cm³
V	Vegyes törtek (vegyes számok) Az 1-nél nagyobb abszolút értékű törtek összeg alakja. Például: $\frac{14}{3} = 4 + \frac{2}{3} = 4\frac{2}{3}$
Z	Zárójel A zárójel műveletsorban szereplő jel, amely megváltoztathatja a műveletek sorrendjét.

Tartalom

Előszó	3
--------------	---



TERMÉSZETES SZÁMOK	4
A számok alakja a tízes számrendszerben	4
A számok csoportosítása, halmazok	12
Számok ábrázolása számegyenesen	16
Kerekítés, becslés	20
Összeadás és kivonás	22
Összeg és különbség változásai	26
Szorzás	29
Osztás	32
Írásbeli osztás	35
Szorzat és hányados változásai	40
Műveletek sorrendje	43
Tudáspróba	46

ALAKZATOK	48
Geometria	48
A tér alakzatai, a testek geometriai jellemzői	54
Téglatesték és testhálók	57
A tér elemeinek megfigyelése téglatesten ...	62
A szög fogalma	71
A sík alakzatai	75
Sokszögek	77
Tudáspróba	82



EGÉSZ SZÁMOK	83
Negatív számok	84
Egész számok összeadása és kivonása	89
Egész számok szorzása és osztása természetes számmal	97
Tudáspróba	100

HELYMEGHATÁROZÁS	101
Helymeghatározás, derékszögű koordináta-rendszer	101

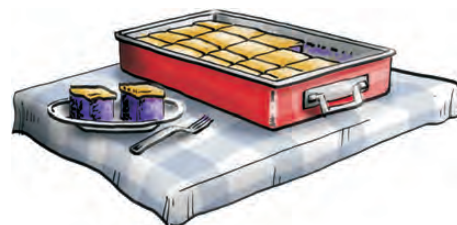


MENNYISÉGEK	107
A mennyiségek fogalma	107
A hosszúság mérése	116
A terület mérése és mértékegységei	120
A szög mérése	125



TÖRTEK	131
A törtszám fogalma és írása	132
Kisebb vagy nagyobb 1 egésznel? Pontosan 1 egész?	136
Törtek helye a számegyenesen, negatív törtek	141
A törtek sokféle arca	144
Törtek összehasonlítása	147
Törtek egyszerűsítése és bővítése	150
Törtek összeadása és kivonása	155
Törtek szorzása természetes számmal	160
Törtek osztása természetes számmal	163
Összeg és különbség szorzása és osztása természetes számmal, műveletek sorrendje	167
Tippeljünk, játsszunk!	169
Tudáspróba	173

KERÜLET, TERÜLET, FELSZÍN, TÉRFOGAT	174
A téglalap kerülete	174
A téglalap területe	174
A téglatest felszíne	179
Testek térfogata	183
A téglatest térfogata	188
Tudáspróba	191



TIZEDES TÖRTEK	193
Tizedes törtek értelmezése	193
Tizedes törtek ábrázolása a számegyenesen	200
Tizedes törtek egyszerűsítése, bővítése, összehasonlítása	203
Tizedes törtek kerekítése	206
Tizedes törtek összeadása, kivonása	210
Tizedes törtek szorzása, osztása 10-zel, 100-zal, 1000-rel	214
Tizedes törtek szorzása természetes számmal	220
Tizedes törtek osztása pozitív egész számmal	222
Az átlag kiszámítása	227
Tört alakban írt szám tizedes tört alakja	229
Tudáspróba	233

FOGALOMTÁR	234
------------------	-----

