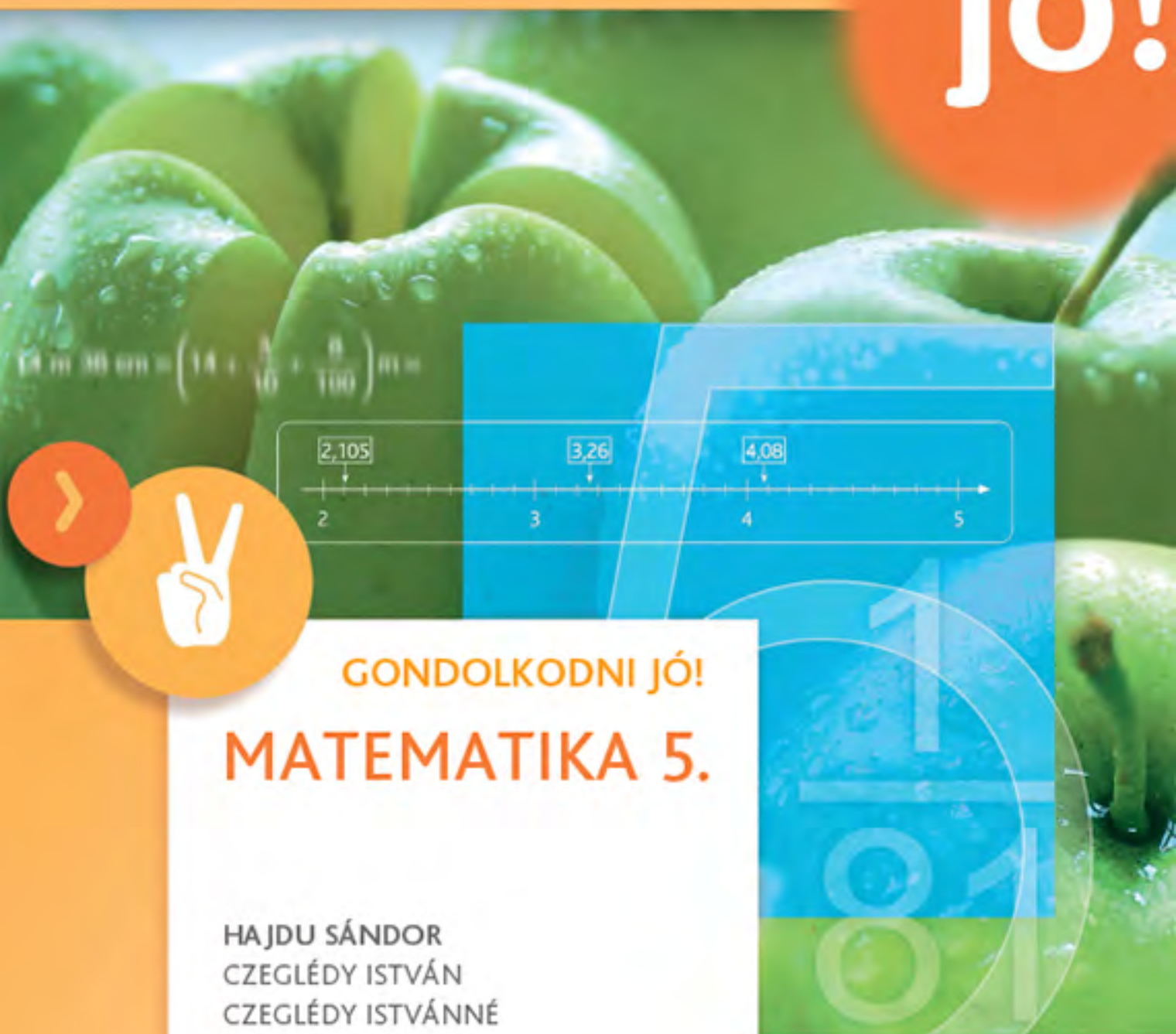


gondolkodni jó!



GONDOLKODNI JÓ!

MATEMATIKA 5.

HAJDU SÁNDOR
CZEGLÉDY ISTVÁN
CZEGLÉDY ISTVÁNNÉ
ZANKÓ ISTVÁNNÉ

Kerettanterv
2012

OFI



A kiadvány 2019. 02. 15-én tankönyvvé nyilvánítási engedélyt kapott a TKV/112-11/2019. számú határozattal.

A kiadvány megfelel az 51/2012. (XII. 21.) EMMI-rendelet
2. melléklet: Kerettanterv az általános iskola 5–8. évfolyamára – 2.2.03. (Matematika),
2.3.1.1. (Emelt matematika – A variáció), 2.3.1.2. (Emelt matematika – B variáció),
5. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 5–12. évfolyama számára –
5.2.04. (Matematika) megnevezésű kerettantervek előírásainak.

A tankönyvvé nyilvánítási eljárásban közreműködő szakértők:
GYÖRFI LÁSZLÓNÉ, KEMPFNER ZSÓFIA

Alkotószerkesztő: DR. HAJDU SÁNDOR főiskolai docens

Az előző kiadásokat bírálták:
LAJOS JÓZSEFNÉ tanár, OPI-munkatárs
DR. MAROSVÁRI MIKLÓSNÉ vezetőtanár
DR. SÜMEGI LÁSZLÓ egyetemi adjunktus
KARÁDI KÁROLYNÉ ny. tanár, szaktanácsadó
KANÁSZ LÁSZLÓ ny. vezetőtanár, okl. villamosmérnök
DR. FRIED KATALIN főiskolai docens

Lektor: TÜSKÉS GABRIELLA matematika szaktárgyi szakértő

Felelős szerkesztő: BOSZNAI GÁBOR

Szerkesztő: CSÍK ZOLTÁN

Borítóterv és tipográfia: H-MOLL GRAFIKA

Fotó és grafika: ANN LUNDIN

© dr. Czeglédy István, dr. Czeglédy Istvánné, dr. Hajdu Sándor, Zankó Istvánné,
Eszterházy Károly Egyetem, 2019

ISBN 978-963-19-8145-2 (ISBN 978-963-16-4492-0)

Eszterházy Károly Egyetem • 3300 Eger, Eszterházy tér 1.
Tel.: (+36-1) 460-1873 • Fax: (+36-1) 460-1822 • E-mail: kiado@ofi.hu

Kiadásért felel: dr. Liptai Kálmán rektor • Raktári szám: NT-4187-2/UJ-K
Műszakiiroda-vezető: Horváth Zoltán Ákos • Műszaki szerkesztő: Knausz Valéria
Terjedelem: 37,08 (A/5) ív • Tömeg: 526 gramm • 6. átdolgozott kiadás, 2019
Nyomdai előkészítés: WeeP Bt.

Nyomta:
Felelős vezető:

TARTALOMJEGYZÉK

ELŐSZÓ	7
1. A TERMÉSZETES SZÁMOK	9
A tízes számrendszer	9
Helyiértékes írásmód a tízes számrendszerben	9
A római számírás	14
Tovább lépünk a tízes számrendszerben	15
Tájékozódás a számegyenesen	18
Kisebb, nem kisebb; nagyobb, nem nagyobb	20
Szorzás és osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel, ...	23
A természetes számok kerekítése	26
Hosszúságmérés	29
Tömegmérés	32
A természetes számok összeadása	34
A természetes számok kivonása	36
A természetes számok szorzása	41
A szorzat becslése	45
Írásbeli szorzás többjegyű szorzóval	46
Az idő mérése	48
Osztó, többszörös	50
A természetes számok osztása	53
Osztás egyjegyű osztóval	56
Az összeg és a különbség osztása	57
Osztás többjegyű osztóval	58
A műveletek sorrendje	61
Gyakorlófeladatok	63
Nem tízes alapú számrendszerek	66
Törd a fejed!	70
Tudáspróba	74
2. GEOMETRIAI ALAKZATOK	75
Ismerkedés testekkel, felületekkel, vonalakkal	75
Egyenesek kölcsönös helyzete	78
Síkidomok, sokszögek	82
Egybevágó síkidomok	85

Téglalap, négyzet	87
A terület mérése, mértékegységei	89
A téglalap területe	93
Téglatest, kocka	96
Síkok és egyenesek, síkok és síkok kölcsönös helyzete a térben	98
A téglatest hálójá, felszíne	100
A téglatest térfogata	103
Az űrtartalom mérése	107
Gyakorlófeladatok	109
Törd a fejed!	112
Képességpróba	117
Tudáspróba	118
3. A TÖRTEK	119
A törtek értelmezése	119
Törtek bővítése, egyszerűsítése	126
Törtek összehasonlítása	128
Egyenlő nevezőjű törtek összeadása, kivonása	133
Különböző nevezőjű törtek összeadása, kivonása	135
Törtek szorzása természetes számmal	137
Törtek osztása természetes számmal	140
Mi a valószínűbb?	142
Gyakorlófeladatok	144
Törd a fejed!	148
Tudáspróba	152
4. GEOMETRIAI VIZSGÁLATOK, SZERKESZTÉSEK	153
Ponthalmazok, a kör és a gömb	153
Háromszög szerkesztése	156
Szakaszfelező merőleges	158
Téglalap szerkesztése	162
Testek ábrázolása	164
A szögtartomány	166
A szögek mérése szögmérővel	168
A szögek fajtái	169
Tájékozódás a terepen és a térképen	172
Tájékozódás iránytűvel, tájolóval	174
Gyakorlófeladatok	176
Törd a fejed!	178
Tudáspróba	182

5. A TIZEDESTÖRTEK	183
A tizedestörtek értelmezése	183
A tizedestörtek ábrázolása számegyenesen	187
A tizedestörtek egyszerűsítése, bővítése, összehasonlítása	188
A tizedestörtek kerekítése	191
A mérés pontosságának jelzése	193
Euróval fizetünk	195
A tizedestörtek összeadása, kivonása	197
Az összeadás és a kivonás tulajdonságai	205
A tizedestörtek szorzása, osztása 10-zel, 100-zal, 1000-rel, ...	208
A tizedestörtek szorzása természetes számmal	211
A tizedestörtek osztása természetes számmal	213
Az átlag kiszámítása	216
Törtalakban írt szám tizedestört alakja	218
Gyakorlófeladatok	220
Tudáspróba	226
6. ÖSSZEFÜGGÉSEK, NYITOTT MONDATOK	227
Táblázatok, grafikonok	227
Összefüggések, sorozatok	232
Arányos következtetések	235
Egyenlet, egyenlőtlenség	239
Gyakorló- és fejtörő feladatok	243
Tudáspróba	248
7. AZ EGÉSZ SZÁMOK	249
Nem elég a természetes szám	249
Az egész számok összehasonlítása	253
Az egész számok abszolútértéke	255
Az egész számok összeadása, kivonása	256
A derékszögű koordináta-rendszer	261
Gyakorlófeladatok	264
Törd a fejed!	266
Tudáspróba	268
8. ÖSSZEFOGLALÓ	269
Számok és műveletek	269
Mérések, mértékegységek, geometria	273
Képességpróbák	276
9. Kislexikon	277

MÉRTÉKEGYSÉGEK

Hosszúságmérés: alapegysége a **méter** (jele: m).

A Párizson átmenő délkör hossza körülbelül $40\,000\,000\text{ m} = 40\,000\text{ km}$.

Tömegmérés: alapegysége a gramm (jele: g), az SI-ben a **kilogramm** (jele: kg).

$1000\text{ g} = 1\text{ kg}$, az 1 dm^3 tiszta 4 °C -os víz tömege.

Nagyobb tömeg mérésére használják a **tonnát** (jele: t). $1\text{ t} = 1000\text{ kg}$.

A dekagrammot a legtöbb országban nem ismerik. Magyarországon a mindennapi életben a dkg rövidítést alkalmazzuk, de hivatalosan a dag rövidítés a szabványos.

Elvétve használják még a **mázsát** (jele q). $1\text{ q} = 100\text{ kg}$. A mázsza Magyarországon nem szabványos mértékegység.

Űrtartalomérés: alapegysége a **liter** (jele: l).

$1\text{ l} \approx 1\text{ dm}^3$ (nagyon kicsi az eltérés). $1000\text{ l} \approx 1\text{ m}^3$.

Az egység ezerszeresét **kilo**, százszorosát **hekto**, tízszeresét **deka**,
 tizedrészét **deci**, századrészét **centi**, ezredrészét **milli**

előtagok segítségével fejezik ki.

Az alapegység hányszorosa (mekkora része)	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
Hosszúságmérés mértékegységei Jelölés	kilo- méter km			méter m	deci- méter dm	centi- méter cm	milli- méter mm
Tömegmérés mértékegységei Jelölés	kilo- gramm kg		deka- gramm dkg, dag	gramm g	deci- gramm dg	centi- gramm cg	milli- gramm mg
Űrtartalomérés mértékegységei Jelölés		hekto- liter hl		liter l	deci- liter dl	centi- liter cl	milli- liter ml

Időmérés mértékegységei:

óra (= hora; jele: h);

$1\text{ nap} = 24\text{ h}$;

perc (= minutum; jele: min);

$1\text{ h} = 60\text{ min}$;

másodperc (= secundum; jele: s);

$1\text{ min} = 60\text{ s}$.

Nagyobb időtartam mérésére használjuk az évet:

$1\text{ év} \approx 365\text{ nap}$.

A Föld 1 nap alatt végez egy teljes fordulatot a saját tengelye körül, és 1 év (körülbelül 365 nap és 6 óra) alatt halad végig a Nap körüli pályáján.

ELŐSZÓ

KEDVES GYEREKEK!

A matematikához nincs királyi út, mondta a legenda szerint egy görög matematikus uralkodójának, aki erőfeszítés nélkül akarta megtanulni a matematikát.

Nincs királyi út, ám mégsem mindegy, hogy milyen úton próbálsz bejutni a matematika birodalmába. Vannak olyan utak, amelyek nagyon fáradságosak és mégis reménytelenek. Más utakon a munkádban örömet is találhatsz, és fáradságodat siker koronázhatja.

Ezt a könyvet úgy szerkesztettük, hogy lépésről lépésre fokozatosan nehezedő feladatokkal birkózol majd meg, miközben mindjobban megismered, és reméljük, meg is szereted a matematikát – mert GONDOLKODNI JÓ!

☉ Kék háttéren érdekes megjegyzéseket, történeti vonatkozásokat, illetve a történelem tantárgyhoz kapcsolódó ismereteket olvashatsz.

Figyeld meg!

Színes alpra nyomtattuk azokat az értelmezéseket, magyarázatokat, amelyeket nemcsak meg kell értened, hanem meg is kell tanulnod. A fontos **értelmezéseket**, **összefüggéseket** és **szabályokat** ezzel a színnel, az új **elnevezéseket**, **fogalmakat** vastag piros betűkkel emeltük ki.

☉ A margón sokszor találsz olyan példákat, amelyek segítik az új ismeretek megértését.

1. példa

A kidolgozott mintapéldákat ilyen keretbe írtuk.

Ha a mintapéldák megoldását gondosan tanulmányozod, akkor sok segítséget kaphatsz a tananyag jobb megértéséhez, illetve a feladatok megoldásához.

☉ A margón további magyarázatokat, szemléltető ábrákat is találhatsz.

FELADATOK

1

A legegyszerűbb **alapozó feladatok** sorszámát üres karikába szedtük.

5

A tanultak közvetlen alkalmazását szolgáló **gyakorlófeladatok** jele.

12

Az önálló ötletet kívánó **fejtörő feladatokat** csillag jelöli.

☉ Az itt olvasható rávezető kérdések, magyarázatok segíthetik a feladatok helyes megoldását.

Figyelempróba

30

Ilyen színű hátérre nyomtattuk azokat a feladatokat, amelyek **célja az olvasási képességed fejlesztése**. Nem csak a matematika tanulása során fontos, hogy képes legyél **a szövegeket elemezni, helyesen értelmezni**. Ezeknek a feladatoknak a megoldása általában nem különleges ötleteket, hanem figyelmes, értelmező olvasást igényel.

Kísérletezz!

31

Fontos, hogy a tanultakat nemcsak a matematikaórákon, hanem **a mindennapi életben is képes legyél alkalmazni**. A zöld hátérre nyomtatott feladatok elsősorban ezt a képességedet bontakoztathatják ki.

Többet ésszel ...



A legtöbb oldal alján érdekes, fejtörő feladatokat találsz. Ha ezeket meg tudod oldani, akkor jogosan mutathatod fel a győzelem jelét.

A könyv margóján szürke pontsor jelzi a mélyebb megfontolásokat igénylő **kiegészítő anyagrészeket**. Ezek a fejezetek kibővítik, elmélyíthetik a matematikai ismereteidet, fejleszthetik a problémameglátó és -megoldó képességedet. Ha kellően fel akarsz készülni a középiskolai tanulmányokra, akkor célszerű tanulmányoznod ezeket a fejezeteket, megoldanod az itt található feladatokat.

B7

A kiegészítő feladatok sorszáma **B** betűvel kezdődik.

☉ *A feladatgyűjteményekre a margón is felhívjuk a figyelmedet. Például:*

Gyakorló
5.46–5.47.;

Feladatgyűjtemény
3.3.29–35.

A tankönyv minden olyan szükséges tananyagrészt tartalmaz, amely az átlagos matematikatudás eléréséhez elegendő. Ha ennél többre törekszel, akkor további feladatgyűjteményekre is szükség lehet.

Hajdu Sándor (szerk.): **Matematika 5. gyakorló**
A legfontosabb ismeretek átismétlésében, gyakorlásában segít.

Hajdu Sándor (szerk.): **Matematika 5–6. Feladatgyűjtemény**
Összetett feladatokat tartalmaz. A feladatgyűjteményt 6. osztályban is használhatod.

Hajdu Sándor (szerk.): **Matematika 5. Felmérő feladatsorok**
A feladatsorok megoldásával ellenőrizheted a tudásod.

Hajdu Sándor (szerk.): **Matematika 5. tankönyv feladatainak megoldása**
Az 5. osztályos tankönyv feladatainak megoldását tartalmazza.

Czeplédy István–Hadházy Jenő: **Eszköztár. Matematika 3–5. osztály**

1. A TERMÉSZETES SZÁMOK



Ebben a fejezetben átismétljük mindazt, amit az alsó tagozatban a természetes számokról és a velük végzett műveletekről tanultunk. Közben kibővítjük ismereteinket, magasabb számkörbe lépünk.

Nagyon fontos a könyvben található szövegek (magyarázatok, példák, feladatok) figyelmes elolvasása, helyes értelmezése.

> A TÍZES SZÁMRENDSZER

Természetes számokkal fejezzük ki, hogy hány tanuló van a teremben, hányan ülnek egy-egy padban, hány könyv van egy padon stb.

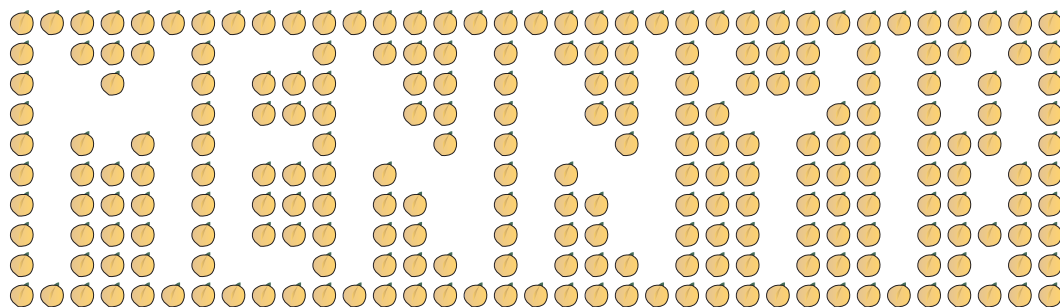
A természetes számok: $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; \dots\}$

© *Akármilyen nagy természetes számot mondunk, mindig lehet annál nagyobbat találni.*

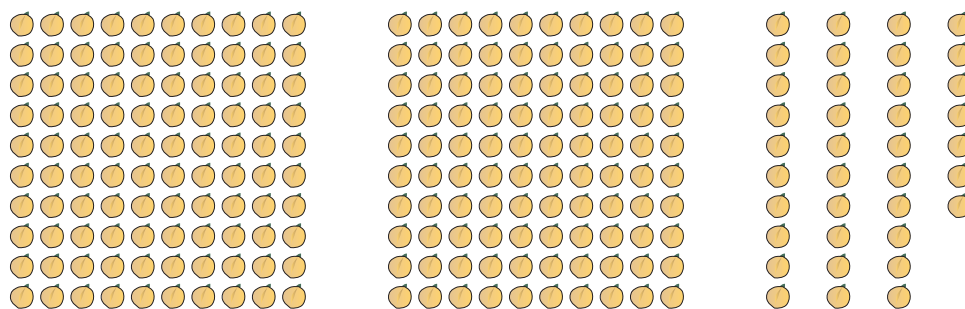
HELYIÉRTÉKES ÍRÁSMÓD A TÍZES SZÁMRENDSZERBEN

Hogyan számlálhatjuk meg az ábrán látható barackokat?

Például úgy, hogy ha számlálás közben **tízeseivel csoportosítjuk** azokat, akkor eljutunk a **tízeselekhez**.



Ha a tízes csoportokat újra tízesével csoportosítjuk, akkor eljutunk a **százakhoz**.



Ha az egész könyv barackokkal lenne tele, akkor tovább folytathatnánk a csoportosítást, így eljutnánk az **ezrekhez, tízezrekhez, százazrekhez, ...**

A régi egyiptomiak tízes számrendszerben számoltak, de nem ismerték a helyiértékes írásmódot (sem a nullát). Az egynek, tíznek stb. külön jele volt. A 205-öt úgy írták, hogy (jobbról balra) leírtak 2 százast és 5 egyest: ||||| ll

A **helyiérték-táblázatba** írjuk be különböző helyekre a 3-at.

Ezres	Százaz	Tízes	Egyes
			3
	3		
		3	
3			

Itt 3 **egyest** jelent, 3-at ér.

Itt 3 **százast** jelent, 300-at ér.

Itt 3 **tízest** jelent, 30-at ér.

Itt 3 **ezrest** jelent, 3000-et ér.

Ebben a példában a szám **alakiértéke** mindig 3, a **helyiértéke** viszont egy, száz, tíz, illetve ezer. Így a szám **tényleges (valódi) értéke** *három, háromszáz, harminc, illetve háromezer*.

Emlékeztető

Ha a számjegyek alakja mellett a számjegyek helyének is értéket adunk, akkor a **tízes számrendszerben** bármely természetes szám leírásához elegendő tízféle számjegy.

A helyiértékes írásmódban 237 tehát a következőt jelenti:

$$237 = 2 \text{ százaz} + 3 \text{ tízes} + 7 \text{ egyes}$$

$$237 = 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7 \cdot 1$$

Számírásunkat az ókori Indiában dolgozták ki. Felfedezték, hogy nemcsak a számjegyek alakjának, hanem a helyének is adhatunk értéket, és a nullát is jelölnünk kell. Később az arabok átvették ezt a számírást. Leonardo Pisano, közismerten Fibonacci (a „Bonaccio fia” becézett alakja) olasz matematikus apja kereskedelmi ügyvivő volt Észak-Afrikában. A fiú ott ismerkedett meg az indiai-arab **helyiértékes számírással**, és műveleti eljárásokkal. Hazatérve 1202-ben könyvet írt az általa tanultakról. Bemutatta, hogy az új számírás milyen jól használható a kereskedelmi és a pénzügyi számításokban. A könyv sikere ellenére több száz év telt el, amíg Európában általánossá vált a helyiértékes számírás.

A SZÁMOK 100 000-IG

☞ *Nézz utána, hogyan írták a számokat a régi görögök, babiloniak, maják!*

☞ *Sorold fel a negyvenezernél nagyobb, de kilencvenezernél kisebb kerek tízezeseket!*

Tízezer = 10 ezres = 1 tízezres:



$$10 \cdot 1000 = 1 \cdot 10\,000 = 10\,000$$

Húszezer = 20 ezres = 2 tízezres:



$$20 \cdot 1000 = 2 \cdot 10\,000 = 20\,000$$

És így tovább ...

Harmincezer = 30 ezres = 3 tízezres:



$$30 \cdot 1000 = 3 \cdot 10\,000 = 30\,000$$

Negyvenezer = 40 ezres = 4 tízezres:



$$40 \cdot 1000 = 4 \cdot 10\,000 = 40\,000$$

Kilencvenezer = 90 ezres = 9 tízezes:



$$90 \cdot 1000 = 9 \cdot 10\,000 = 90\,000$$

Százezer = 100 ezres = 10 tízezes:



$$100 \cdot 1000 = 10 \cdot 10\,000 = 100\,000$$

1. példa

Hány forint van a képen?

Helyiérték-táblázat segítségével készíthetünk leltárt.

A leltározás eredményét többféle alakban írhatjuk fel:

$$\begin{aligned} & 3 \text{ tízezes} + 2 \text{ ezres} + 4 \text{ száz} + 0 \text{ tízes} + 5 \text{ egyes} = \\ & = 3T + 2E + 4sz + 0t + 5e = \\ & = 3 \cdot 10\,000 + 2 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 5 \cdot 1 = \\ & = 30\,000 + 2000 + 400 + 5 = 32\,405 \end{aligned}$$

A képen harminckétezer-négyszázöt forint van.



Száz-ezres	Tíz-ezres	Ezres	Száz	Tízes	Egyes
	3	2	4	0	5

Magyarországon forinttal fizetünk.

Figyeld meg, hogy a forintnak milyen **címletei** vannak!

Korábban volt egyforintos és kétforintos is.



Állapodjunk meg, néhány feladatban továbbra is beszélünk egyforintosról és kétforintosról. Ezt ott jelezni fogjuk.



Anasztázia barackot vásárol, és 500 Ft-ossal fizet. Hány forintot kap vissza, ha a vásárolt barack ára

- a) 498 Ft; b) 497 Ft; c) 493 Ft; d) 492 Ft?

Nézz utána!

© A vásárláskor nincs egyforintos és kétforintos!

FELADATOK

☉ Most tételezzük fel, hogy vannak egy- és két-forintosok.

Figyeltél a helyiértékekre?

☉ Vannak egy- és két-forintosok.

☉ Rövidítések:

e: egyes;

t: tízes;

sz: százaz;

E: ezres;

T: tízezres;

Sz: százezres

☉ Figyeltél a tagok sorrendjére?

1 Írd le számokkal, hány forintot érnek a következő összegek!

a) 7 db 10 000 + 9 db 1000 + 5 db 100 + 3 db 10 + 1 db 1 ;

b) 7 db 10 000 + 9 db 100 + 5 db 10 + 3 db 1 ;

c) 7 db 1000 + 9 db 100 + 5 db 10 + 3 db 1 ;

d) 7 db 10 000 + 9 db 1000 + 5 db 100 + 3 db 1

Rendezd növekvő sorrendbe az előző összegeket!

2 a) Milyen pénzermékkal fizethető ki 168 Ft? Keress többféle megoldást!

b) Hogyan fizethető ki a lehető legkevesebb pénzerméval 168 Ft?

c) Hogyan fizethető ki 168 Ft, ha csak 100 forintosaid vannak?

3 Írd be a számokat a helyiérték-táblázatba!

Sz	T	E	sz	t	e

53 409; 49 251; 500; 48 315; 5094

a) Melyik számban mennyi az 5 tényleges értéke?

b) Karikázd be mindegyik szám legnagyobb alakiértékű számjegyét! Mondd meg, mennyi a helyiértéke!

c) Válaszd ki mindegyik szám legnagyobb helyiértékű számjegyét! Mondd meg, mennyi az alakiértéke!

4 Írd le számjegyekkel a különböző alakban adott számokat!

a) $3T + 4sz + 5t + 6e$, $3T + 4E + 5sz + 6e$, $3E + 4sz + 5t + 6e$,

b) $5 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 8 \cdot 10$, $5 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 10 + 8 \cdot 1$,
 $5 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 1000 + 8 \cdot 100$, $5 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 100 + 8 \cdot 10$,

c) $70\,000 + 300 + 5000 + 4$, $700 + 30\,000 + 50 + 4000$,
 $7000 + 30 + 50\,000 + 400$, $70 + 3000 + 5 + 40\,000$

5 a) Hány tízest jelent egy százaz, egy ezres, egy tízezres, egy százezres?

b) Hány százast jelent egy ezres, egy tízezres, egy százezres?

6 a) Hány tízforintost adnának, ha 500 Ft-ot felváltanánk tízforintosokra?

b) Hány százforintost adnának, ha 3000 Ft-ot felváltanánk százforintosokra?

c) Hány ezerforintost adnának, ha 20 000 Ft-ot felváltanánk ezerforintosokra?

Többet ésszel ...

☉ Melyik számjeggyel nem kezdődhet egy négyjegyű szám?



Hány olyan négyjegyű szám írható fel, amely balról jobbra, illetve jobbról balra olvasva ugyanazt a számot jelenti?



Melyik számot jelenti a következő összeg?

$5T + 15E + 25sz + 35t + 45e =$

7 Bontsd föl a számokat egyesek, tízesek, százask stb. összegére!

135; 306; 2345; 5008; 23 205; 20 034

© *Például*

$$703 = 7 \text{ század} + 3 \text{ egyes} = 7 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 3 \cdot 1 = 700 + 3$$

8 a) Melyik a legkisebb, illetve a legnagyobb háromjegyű szám?

b) Hány kétjegyű, háromjegyű, négyjegyű természetes szám van?

c) Hány ötjegyű **kerek tízes**, **kerek század**, **kerek ezres** van?

9 Mennyit ér?

- | | | | |
|----------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| a) 30 db 2 | 30 db 20 | 30 db 200 | 30 db 2000 |
| b) 20 db 5 | 20 db 50 | 20 db 500 | 20 db 5000 |
| c) 80 db 1 | 80 db 10 | 80 db 100 | 80 db 1000 |
| d) 50 db 2 | 500 db 2 | 500 db 200 | 50 db 2000 |
| e) 1000 db 5 | 5 db 1000 | 50 db 1000 | 1000 db 50 |
| f) 200 db 500 | 500 db 200 | 2000 db 50 | 5000 db 20 |

10 Írd le azt a számot, amely 10-zel, illetve 100-zal kisebb

- a) 65 748-nál; b) 71 020-nál; c) 35 005-nél!

Gyakorló
1.01–1.02.,
9.01–9.10.

11 Írd le azt a számot, amely 1000-rel, és azt is, amely 10 000-rel kisebb

- a) 65 748-nál; b) 71 200-nál; c) 30 321-nél!

12 Írd le azt a számot, amely 69 998-nál

- a) 10-zel nagyobb; b) 100-zal nagyobb; c) 1000-rel nagyobb!

13 Sorold fel

- a) a 20 000-nél nagyobb, de 35 000-nél **nem nagyobb** kerek ezresek,
b) a 25 000-nél kisebb, de 23 000-nél **nem kisebb** kerek századokat,
c) a 25 000-nél nem kisebb, de 52 000-nél kisebb kerek tízezresek,
d) a 20 000-nél nem nagyobb, de 24 900-nál nem kisebb kerek tízezresek,
e) a 25 000-nél nagyobb és 25 025-nél kisebb páros számokat!

© *Mit jelent az, hogy*

35 000-nél **nem nagyobb**;

23 000-nél **nem kisebb**?



Tóni egy 25-nél kisebb és 0-nál nagyobb számra gondolt. Négy állítást mond erről a számról, és elárulja, hogy ezek közül három igaz, egy nem.

A: A gondolt szám páros.

B: Két érvényben lévő magyar pénzermével fizethető ki annyi forint, mint a gondolt szám.

C: A gondolt szám nem kerek tízes.

D: Az egyesek és a tízesek helyén is páratlan szám áll.

Karikázd be a hamis állítás betűjelét! Melyik számra gondolt Tóni?

Többet ésszel ...

© *Nincs egyforintos és kétforintos!*



A RÓMAI SZÁMÍRÁS

A régi rómaiak számírását Európa nagy részében használták, és csak nehezen szorította ki az általunk ma használt „arab” számírás. A „római számokkal” ma is találkozhatunk régi órákon, házakon stb.

A régi rómaiak sem ismerték a helyiértékeket. A számok írására a következő jeleket használták:

Egy = **I** Öt = **V** Tíz = **X** Ötven = **L**
Száz = **C** Ötszáz = **D** Ezer = **M**

A többi számot az előző számokból összeadással vagy kivonással képezték. Ezt a megfelelő jelek egymás mellé írásával jelölték.

A nem növekvő érték szerint egymás után írt jelek értékét **összeadjuk**:

$2 = 1 + 1 = \text{II}$; $20 = 10 + 10 = \text{XX}$; $200 = 100 + 100 = \text{CC}$;

$2000 = 1000 + 1000 = \text{MM}$;

$7 = 5 + 1 + 1 = \text{VII}$; $70 = 50 + 10 + 10 = \text{LXX}$;

$700 = 500 + 100 + 100 = \text{DCC}$

A következő hat szám esetén a kisebb értékű megelőzi a nagyobb értékűt, ekkor az első jel értékét az utána írt jel értékéből **kivonjuk**:

$4 = 5 - 1 = \text{IV}$; $40 = 50 - 10 = \text{XL}$; $400 = 500 - 100 = \text{CD}$;

$9 = 10 - 1 = \text{IX}$; $90 = 100 - 10 = \text{XC}$; $900 = 1000 - 100 = \text{CM}$

A többi számot **összeadással** képezhetjük, ha a megfelelő számokat csökkenő érték szerint egymás után írjuk.

Például:

$2678 = 2000 + 600 + 70 + 8 = \text{MM} + \text{DC} + \text{LXX} + \text{VIII} = \text{MMDCLXXVIII}$;

$1494 = 1000 + 400 + 90 + 4 = \text{M} + \text{CD} + \text{XC} + \text{IV} = \text{MCDXCIV}$

FELADATOK

14 Írd le római számírással a következő számokat!

18; 31; 45; 94; 248; 405; 839; 1999; 2802; 3000

15 Írd le az általunk használt „arab” számírással a következő számokat!

LXVI; XLIV; CCXCVIII; DCIX; CMXI; MMMCMXCIX

© A régi rómaiak különböző trükkökkel 4000-nél nagyobb számokat is le tudtak írni.

Például föléhúzással jelölték a leírt szám 1000-szeresét. Ám ezeket a jelöléseket nem használták egységesen.

Gyakorló
1.15–1.18.

Fejtorő!



Helyezz át egy-egy ép gyufaszálat úgy, hogy helyes egyenlőséget kapj!

$\text{VII} + \text{VI} = \text{XI}$ $\text{VI} - \text{IV} = \text{VII}$ $\text{M} + \text{I} = \text{CMXCVIII}$

TOVÁBLÉPÜNK A TÍZES SZÁMRENDSZERBEN

$$100 \cdot 1000 = 10 \cdot 10\,000 = 1 \cdot 100\,000 = \mathbf{100\,000} = \text{százezer}$$

$$200 \cdot 1000 = 20 \cdot 10\,000 = 2 \cdot 100\,000 = \mathbf{200\,000} = \text{kétszázezer}$$

$$300 \cdot 1000 = 30 \cdot 10\,000 = 3 \cdot 100\,000 = \mathbf{300\,000} = \text{háromszázezer}$$

⋮

$$1000 \cdot 1000 = 100 \cdot 10\,000 = 10 \cdot 100\,000 = \mathbf{1\,000\,000} = \text{egymillió}$$

$$2 \cdot 1\,000\,000 = \mathbf{2\,000\,000} = \text{kétmillió}$$

$$3 \cdot 1\,000\,000 = \mathbf{3\,000\,000} = \text{hárommillió}$$

stb.

Figyeld meg!

A tízes számrendszerben az első tíz helyiértéket így nevezzük:

1	egy	1
10 egyes	tíz	10
10 tízes	száz	100
10 százaz	ezer	1 000
10 ezres	tízezer	10 000
10 tízezres	százezer	100 000
10 százezres	egymillió	1 000 000
10 milliós	tízmillió	10 000 000
10 tízmilliós	százmillió	100 000 000
10 százmillió	milliárd vagy ezermillió	1 000 000 000

© Megfigyelted? A könyvekben a nagy számokban a számjegyeket hármassal csoportosítva nyomtatják.

Mit gondolsz, miért?

(A négyjegyű számokat csak akkor írják így, ha egymás alá rendezve írják őket, és négyjegyűnél nagyobb szám is előfordul a számok között.)

Az ezernél nagyobb számok olvasásakor – gondolatban – az egyesektől kezdve hármassal csoportosítjuk a számjegyeket:

Egymillió-hétszázkétezer-ötvenhét

Száz-	Tíz-	(Egy)-	Száz-	Tíz-	(Egy)-	Száz-	Tíz-	(Egy)-	Százaz	Tízes	Egyes
milliárdos			milliós			ezres					
					1	7	0	2	0	5	7

Helyesírás

Ha a számokat betűvel írjuk, akkor kétezerig egybeírjuk:

120 százhusz;

1098 ezerkilencvennyolc;

2000 kétezer.

Kétezren felül az egyesektől számított hármassal csoportok szerint tagoljuk a számokat, és a csoportok közé kötőjelet teszünk:

2 013 kétezer-tizenhárom;

25 608 huszonötezer-hatszáznyolc;

3 207 005 hárommillió-kétszázhetezer-öt.

© Miben különbözik a számok helyesírása a fent megfigyelt hármassal csoportosítástól?

FELADATOK

© Tanuld meg a szám-
nevek helyesírását!

16 a) Írd le betűkkel a következő számokat!

324; 1240; 1007; 2000; 2001; 25 000; 5340; 24 003;

b) Mondd ki a számokat, majd állítsd őket növekvő sorrendbe!

28 003; 20 803; 20 008; 20 003; 208 003; 200 038; 30 208

17 Írd le számjegyekkel, majd rendezd csökkenő sorrendbe a számokat!

Ötezer-négy; ötvennégyezer; ötszázezer-négy; négyezer-ötszáz;
ötezer-négyszázöt; négyszázötvenezer-négy; négyszáznégyezer-negyven

18 Írd le a következő számokat röviden!

a) 5 tízezres + 5 száz + 2 tízes + 5 egyes;

b) 5 százezres + 5 tízes + 25 egyes;

c) 50 ezres + 52 tízes + 5 egyes;

d) 25 egyes + 50 ezres + 5 száz;

e) 5 százezres + 2 száz + 520 egyes;

f) 5 száz + 207 tízes + 5 egyes + 50 tízezres

© Hogyan tudod eldön-
teni, hogy minden kirak-
ható számot felírtál-e, és
egyetlen számot sem írtál
fel többször?

19 Az 1 2 3 4 számkártyákból rakj ki négyjegyű számot!
Minden kártyából egy van.

a) Írd fel az így kirakható számokat!

b) A kirakható négyjegyű számok közt hány olyan van, amelyben a száz helyiértékű
számjegy alakiértéke 4?

c) A kirakható négyjegyű számok közt hány olyan van, amelyben az ezres helyiértékű
számjegy alakiértéke 2?

© Melyik számjeggyel
nem kezdődhet egy
négyjegyű szám?

20 Írj fel olyan négyjegyű számokat, amelyek a következő négy számkártyából ki-
rakhatók: 0 2 5 9! Egy-egy négyjegyű számhoz bármelyik kártyát csak
egyszer használhatjuk fel.

a) A kirakható négyjegyű számok közül melyik a legkisebb? Melyik a legnagyobb?

b) Hány különböző négyjegyű számot tudnál kirakni?

c) Hány kezdődhet közülük 5-tel?

d) A kirakható számok között hány olyan van, amelyben a 9 a száz helyiértéken áll?

e) Hány páros számot tudnál kirakni?

21

Írd le a 0, 2, 4, 5, 6, 8 számkártyák felhasználásával kirakható

a) lehető legnagyobb hatjegyű számot; b) lehető legkisebb hatjegyű számot!

Fejtörő!

© Mindegyik kártyából
egy van.

22 Írj le 5 számot 45 687-től kezdve, növekvő sorrendben számolva

- a) egyesével; b) tízesével; c) százasaival;
d) ezresével; e) tízezresével; f) százezresével!

23 Írj le 5 számot 523 452-től kezdve, csökkenő sorrendben számolva

- a) egyesével; b) tízesével; c) százasaival;
d) ezresével; e) tízezresével; f) százezresével!

24 Írj le 6 számot 234 897-től kezdve, növekvő sorrendben számolva

- a) ötösével; b) ötvenesével; c) ötszázasaival;
d) ötezresével; e) ötvenezresével!

25 Hogyan és mennyivel változik a 354 068 értéke, ha a számba

- a) 4 helyett 0-t írunk; b) 0 helyett 4-et írunk; c) 5 helyett 8-at írunk;
d) 8 helyett 5-öt írunk; e) 3 helyett 6-ot írunk; f) 6 helyett 3-at írunk?

26

A táblázatban láthatod, hogy a három filmet három egymást követő hétvégén hányan látták.

- a) Melyik filmet látták többen az első héten? A Lecsó-t vagy a Shreket? Mennyivel?
b) Melyik az a film, amelyet 2000-rel többen láttak a 2. héten, mint az 1. héten?
c) A Macskafogót az 1. vagy a 3. héten látták többen, mennyivel?
d) Melyik az, amelyet a 3. héten a legkevesebben láttak közülük?
e) Melyik az, amelyet a 3. héten láttak a legkevesebben közülük?

	1. hét	2. hét	3. hét
Lecsó	18 765	18 963	19 065
Macskafogó	21 304	23 304	25 890
Shrek	32 765	28 556	27 241

27 Régen a magyar pásztorok botokra rótt írással, **rovásírással** jegyezték fel az állatok számát. A képekről leolvashatod, milyen számjegyeket használtak:

1 = 

5 = 

10 = 

50 = 

100 = 

- a) Hány állatot bízhattak arra a pásztorra, aki ezt rótt a botjára? (A rovásírást általában jobbról balra írták.)



- b) Hogyan jegyezte fel a pásztor, ha 378 állatot bízta rá?

Gyakorló
1.06–1.14.,
1.35–1.36.,
9.11–9.14.;

Feladatgyűjtemény
1.1.01–06.

Figyelempróba

☉ Minden téglalapba az alatta lévő két szám összegét írd rovásírással!

II	Λ	XX	Λ

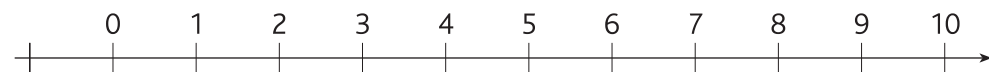


- a) Reklámújságokban nézz utána, mennyibe kerülnek azok az élelmiszerek, amelyeket szívesen megkóstolnál!
b) Újságokban, folyóiratokban, könyvekben, az interneten keress olyan cikkeket, amelyekben nagy természetes számok szerepelnek!

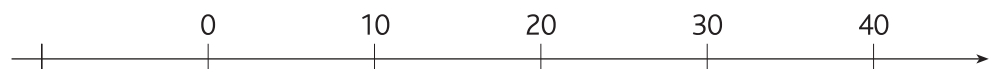
Gyűjtőmunka

TÁJÉKOZÓDÁS A SZÁMEGYENESEN

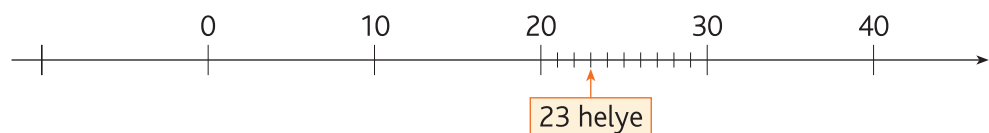
Egy egyenesen megjelöltük a 0 helyét, és ettől egyenlő távolságra osztópontokat mér-tünk föl, így kaptuk sorban a természetes számok helyét:



A következő számegyenesen az osztópontokkal a tízeseket jelöltük:

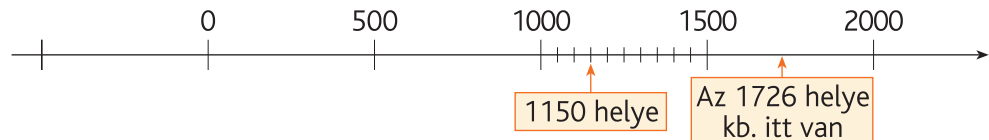


A 23 helyét például úgy kaphatjuk meg, hogy (gondolatban) 10 egyenlő részre oszt-juk a 20-hoz, illetve a 30-hoz tartozó pontok közé eső szakaszt, és megjelöljük a 20-tól számított harmadik pontot:



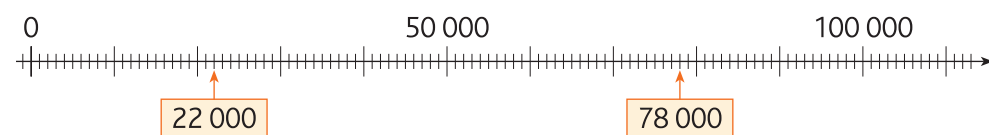
☉ Egy-egy közbülső beosztás itt 1-et jelent.

Ezen a számegyenesen ötszázásokat jelentenek az osztópontok:



☉ Egy-egy közbülső beosztás itt 500-et jelent.

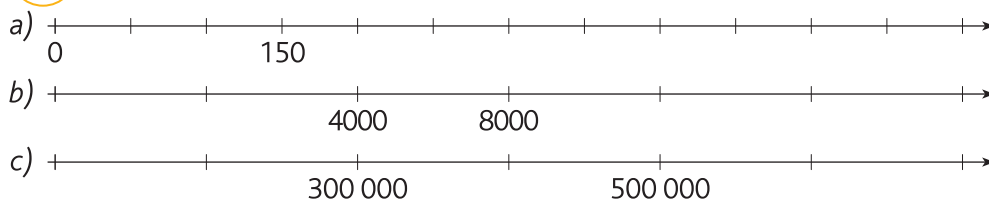
Ezen a számegyenesen egy-egy beosztás ezret jelent, a hosszabb vonallal jelzett be-osztások a tízezresek helyét jelölik:



FELADATOK

28

Írd a beosztások alá a hiányzó természetes számokat!



☉ Megfigyelted?
Egy beosztás mennyit jelent?

Figyelempróba



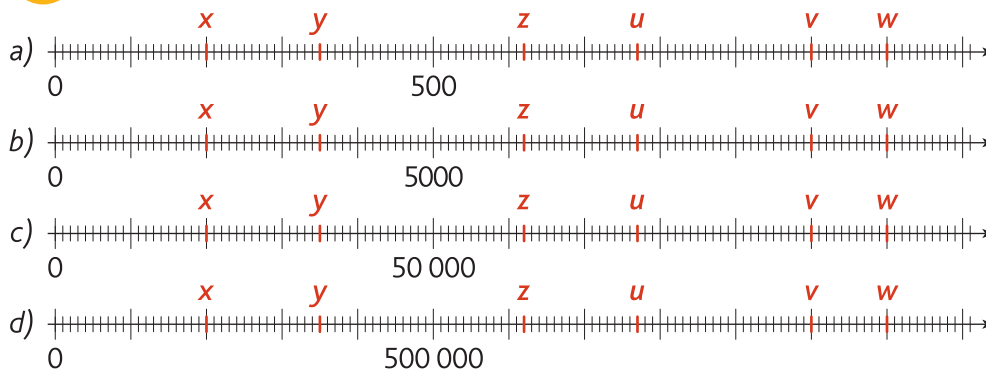
Hány milliméter hosszú a piros csík?



29

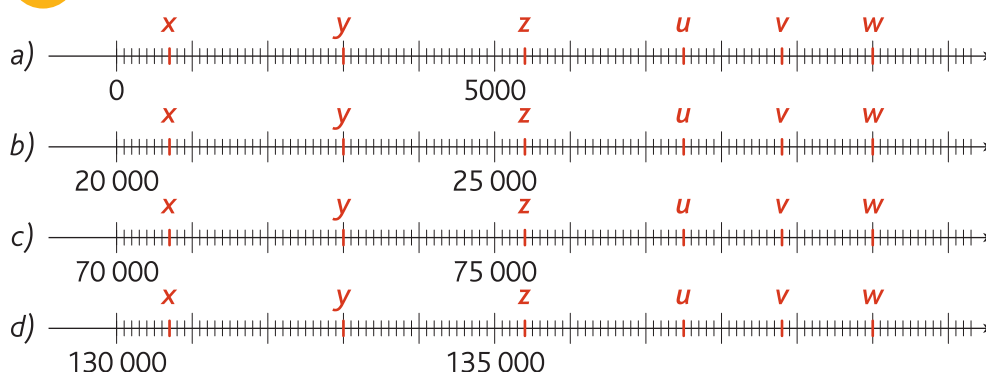
Mely számokat jelölik a betűk?

© Először a hosszabb beosztások értékét határozd meg!



30

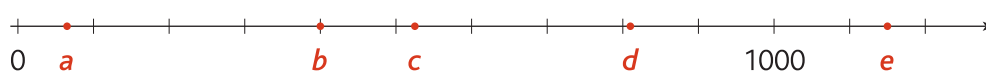
Mely számokat jelölik a betűk?



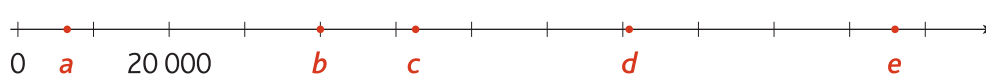
31

Melyik számot melyik színes kör és betű jelölheti a számegyenesen?

a) 65; 810; 400; 1150; 525

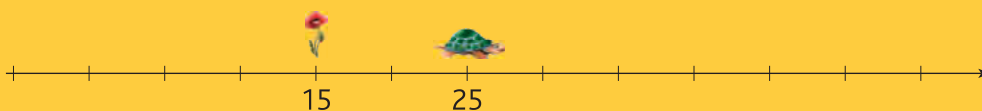


b) 6518; 40 000; 80 850; 52 480; 116 000



A teknős elindult egy egyenes ösvény mentén, és megállás nélkül egyenletes tempóban bandukolt. Így 15 lépés megtétele után a pipacsnál járt, majd az indulás után 25 lépéssel eljutott a képen látható helyre.

Fejtoró!



© Hány lépést jelenthet egy-egy beosztás?

- a) Jelöld 0-val a számegyenesnek azt a pontját, ahonnan a teknős elindult!
- b) Hová jut a teknős 45 lépés megtétele után? Rajzolj oda egy gombát!

32

Rajzolj mindegyik feladathoz számegyenest! Jelöld meg a számok helyét (közelítő helyét) a számegyenesen!

Mindegyik feladatban írd fel a számokat növekvő sorrendben!

a) A füzet egy beosztása 1-et jelentsen.

$a = 23$; $b = 12$; $c = 0$; $d = 20$; $e = 7$; $f = 10$

b) A füzet egy beosztása 10-et jelentsen.

$a = 230$; $b = 120$; $c = 0$; $d = 200$; $e = 70$; $f = 100$;
 $g = 225$; $h = 125$; $i = 5$; $j = 20$; $k = 73$; $l = 128$

c) A füzet egy beosztása 100-at jelentsen.

$a = 2300$; $b = 1200$; $c = 0$; $d = 2000$; $e = 700$; $f = 1000$;
 $g = 2250$; $h = 1250$; $i = 50$; $j = 200$; $k = 730$; $l = 128$

d) A füzet egy beosztása 1000-et jelentsen.

$a = 23\ 000$; $b = 12\ 000$; $c = 0$; $d = 20\ 000$; $e = 7000$;
 $f = 10\ 000$; $g = 22\ 500$; $h = 12\ 500$; $i = 500$; $j = 2000$

e) A füzet egy beosztása 200-at jelentsen.

$a = 4600$; $b = 2400$; $c = 0$; $d = 4000$; $e = 1400$;
 $f = 2000$; $g = 4500$; $h = 2500$; $i = 100$; $j = 400$

Gyakorló
1.19–1.26.,
9.25–9.30.

> KISEBB, NEM KISEBB; NAGYOBB, NEM NAGYOBB

1. példa

A természetes számokkal foglalkozunk, ez az **alaphalmaz**.

a) Az A címke jelentése: 10-nél kisebb természetes számok.

Soroljuk fel az A halmaz elemeit.

b) Mit jelenthet a B címke?

a) $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ Az A halmazba tartozó számokra igaz a következő **egyenlőtlenség**:

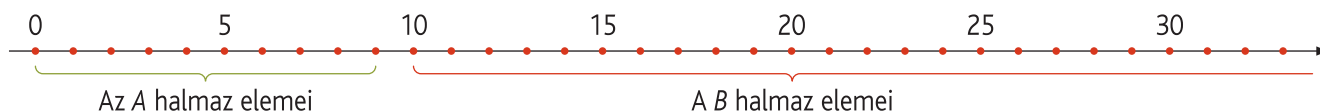
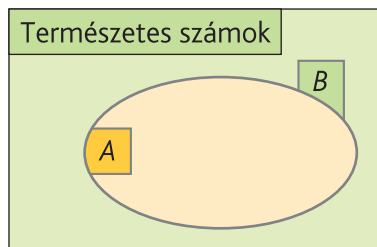
$$x < 10$$

Az A halmaz ennek az egyenlőtlenségnek az **igazsághalmaza**.

b) A B halmaz elemei azok a természetes számok, amelyek **nem elemei** az A halmaznak: $B = \{10; 11; 12; \dots\}$

Másképp felírva: $B = \{10\text{-nél nem kisebb természetes számok}\}$.

A B halmaz a következő egyenlőtlenség igazsághalmaza: $x \geq 10$



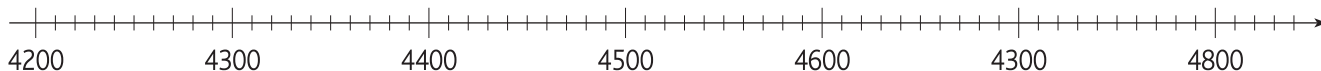
Az $x \geq 10$ jelölés azt fejezi ki, hogy az x 10-nél **nagyobb vagy** 10-zel **egyenlő**.

2. példa

Jelöljük a számegyenesen, mely természetes számok írhatók a betűk helyére.

- a) $4380 \leq a \leq 4560$; b) $4380 < b < 4560$; c) $4380 < c \leq 4560$

☉ Mit jelent a $\leq$ jel?



Az adott számegyenesen olyan kicsi lenne az egységnyi beosztás, hogy a természetes számokat már nem tudjuk egyenként ábrázolni. Ezért egy-egy szakasszal jelöljük, hogy hol helyezkednek el a keresett számok.

- a) Tele karikával jelezzük, hogy a 4380, illetve a 4560 is beírható az a betű helyére. Vagyis ez a két szám is hozzátartozik az igazsághalmazhoz.

☉ Az a nagyobb 4380-nál, vagy egyenlő vele. Az a legalább 4380.

☉ Az a kisebb 4560-nál, vagy egyenlő vele. Az a legfeljebb 4560.



- b) Üres karikával jelezzük, hogy sem a 4380, sem a 4560 nem írható be a b betű helyére.

☉ A b nagyobb 4380-nál, és kisebb 4560-nál.

Tehát nem tartoznak hozzá az igazsághalmazhoz.



- c) Üres karikával jelezzük, hogy a 4380 nem írható be a c betű helyére, nem tartozik hozzá az igazsághalmazhoz.

☉ A c nagyobb 4380-nál, de legfeljebb 4560-nal egyenlő.

Tele karikával jelezzük, hogy a 4560 beírható a c betű helyére, vagyis ez a szám hozzátartozik az igazsághalmazhoz.

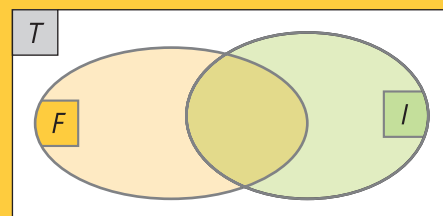


Egy ötödik osztályba 28 tanuló jár, 15 fiú és 13 lány. Az osztály tanulói közül 20-an szeretik az informatikát.

Fejtörő!

- a) **Legalább** hány lány szereti az informatikát az osztályban? Írd be a halmazábra különbözően színezett részeibe, hogy ebben az esetben hány tanuló tartozik abba a részbe. (Az F címke a fiúk halmazát, az I az informatikát szerető tanulók csoportját jelenti.)

- b) **Legfeljebb** hány lány szereti az informatikát? Készíts olyan halmazábrát, amelyik ezt az esetet szemlélteti!



FELADATOK

© Írd le számjegyekkel, majd rendezd csökkenő sorrendbe a számokat!

© Minden feladathoz rajzolj külön számegyenest, amelyen 0-tól 20-ig ábrázolod a számokat!

© Mit jelent a $<$, illetve a $\leq$ jel?

Gyakorló
1.27–1.29.,
9.31–9.32.

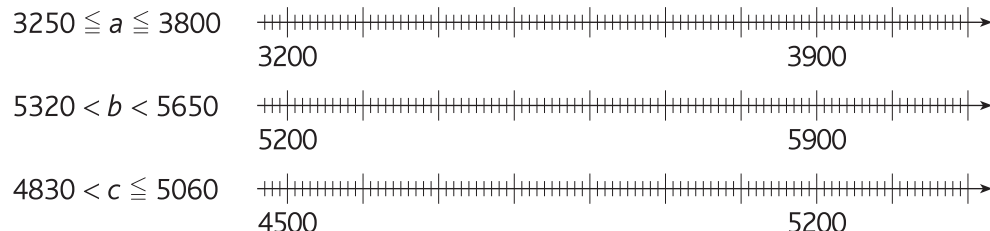
- 33 a) Sorold fel azokat a páros számokat, amelyek 245 680-nál nagyobbak, de 245 700-nál nem nagyobbak!
b) Sorold fel azokat a páratlan számokat, amelyek 46 800-nál kisebbek, de 46 787-nél nem kisebbek!
c) Sorold fel azokat a kerek tízeseket, amelyek 415 600-nál nagyobbak, de 415 700-nál kisebbek!
d) Sorold fel azokat a kerek ezresek, amelyek 645 000-nél nem kisebbek, de 652 000-nél nem nagyobbak!

34 Írd le a $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ jelek segítségével röviden!

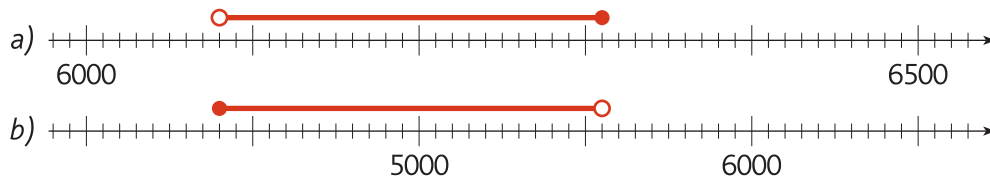
- a) Az x nagyobb 5-nél. b) Az x kisebb, mint 5.
c) Az x nem kisebb 5-nél. d) Az x kisebb, mint 5, vagy egyenlő azzal.
e) Az x legfeljebb 5. f) Az x legalább 5, de legfeljebb 10.
g) Az x nem nagyobb 5-nél. h) Az x nagyobb 5-nél, vagy egyenlő azzal.
i) Az x legalább 5. j) Az x 5-nél nagyobb, de 10-nél kisebb.

Ábrázold számegyenesen az előbbi egyenlőtlenségek igazsághalmazát! Az alaphalmaz a természetes számok halmaza. Az egyenlőtlenségek közül melyek azok, amelyeknek ugyanaz az igazsághalmazuk?

35 Jelöld a számegyenesen, mely természetes számok írhatók a betűk helyére!

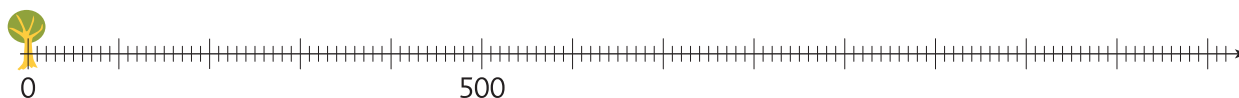


36 Mely természetes számok helyezkednek el a számegyenes megjelölt részén? Írd le egyenlőtlenséggel!



Figyelempróba

37 Ábel egy egyenes út mentén kocogott. A (0-val jelzett) fától indult, már elérte a 350 m távolságra lévő táblát, de nem jutott még el az 1050 m távolságra lévő forrásig. Jelöld meg, hogy az útvonal mely szakaszán lehet most Ábel!



Írd le egyenlőtlenséggel, mekkora utat tehetett meg Ábel! (A megtett utat jelölje u .)

SZORZÁS ÉS OSZTÁS 10-ZEL, 100-ZAL, 1000-REL, ...

FELADAT

38 a) Hány forintot ér

45 darab tízforintos; 125 darab tízforintos; 32 darab százforintos;
135 darab ezerforintos; 10 darab ezerforintos; 1000 darab tízforintos?

b) Hány darab tízforintossal fizethetünk ki

540 Ft-ot; 5400 Ft-ot; 54 000 Ft-ot; 540 000 Ft-ot?

c) Hány darab százforintossal fizethetünk ki

6300 Ft-ot; 3500 Ft-ot; 54 300 Ft-ot; 4900 Ft-ot?

d) Hány forintot ér

30 darab ötforintos; 300 darab ötvenforintos; 3000 darab ötforintos?

☉ *Megfigyelted?
Hogyan kapjuk meg az
eredményt?*

1. példa

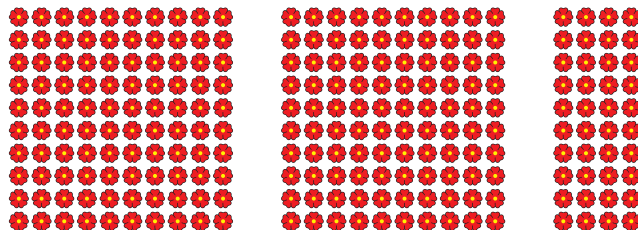
Kertész Balázs egy sorba 24 virágpalántát ültetett.
Hány palántát ültetett el tíz sorban?



A 2 tízes megtízszerezve 2 százassal egyenlő.

A 4 egyes megtízszerezve 4 tízessel egyenlő.

Tehát 240 palántát ültetett el.



2. példa

Hány palántát ültetett el Balázs, ha az ágyásban 100 sor van, és minden sorba 24 palántát ültetett?

A 2 tízes megszázsorozva 2 ezressel egyenlő.

A 4 egyes megszázsorozva 4 százassal egyenlő.

Tehát 2400 palántát ültetett el.

☉ *Egészítsük ki gondolatban az előző ábrát.*

Száz- ezres	Tíz- ezres	Ezres	Százaz	Tízes	Egyes
				2	4
			2	4	0
		2	4	0	0
	2	4	0	0	0
2	4	0	0	0	0

Figyeljük meg, hogyan **változik** a szorzatban a számok **helyi-értéke**.

$$24 \cdot 1 = 24 \text{ egyes}$$

$$24 \cdot 10 = 24 \text{ tízes}$$

$$24 \cdot 100 = 24 \text{ százaz}$$

$$24 \cdot 1000 = 24 \text{ ezres}$$

$$24 \cdot 10\,000 = 24 \text{ tízezres}$$

☉ *Például:*

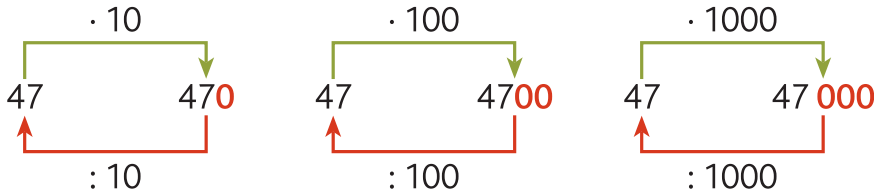
$$24 \cdot 10 = 240$$

$$24 \cdot 100 = 2400$$

Emlékeztető

Ha 10-zel szorzunk, akkor a szorzandó minden számjegye 1-gyel nagyobb helyiértékű helyre kerül, ezért a szorzatban az egyesek helyére nullát írunk.

Ha 100-zal szorzunk, akkor a szorzandó minden számjegye 2-vel nagyobb helyiértékű helyre kerül, ezért a szorzatban a tízesek és az egyesek helyére egy-egy nullát írunk (a szorzandó végére két nullát írunk).



A szorzás és az osztás közti összefüggést alkalmazva felismerhetjük, hogy mely számok oszthatók maradék nélkül 10-zel, 100-zal, 1000-rel, ...

☉ *Például:*

$$470 : 10 = 47$$

☉ *Például:*

$$4700 : 100 = 47$$

10-zel azok a számok oszthatók maradék nélkül, amelyeknek 0 az utolsó számjegye. Ha **10-zel osztunk, akkor az osztandó minden számjegye 1-gyel kisebb helyiértékű helyre kerül** (a szám végén álló nullát elhagyjuk).

100-zal azok a számok oszthatók maradék nélkül, amelyeknek az utolsó két számjegye 0. Ha **100-zal osztunk, akkor az osztandó minden számjegye 2-vel kisebb helyiértékű helyre kerül** (a szám végén álló két nullát elhagyjuk).

FELADATOK

☉ *Például:*

$$68 \cdot 1000 = ?$$

$$68 \cdot 10\,000 = ?$$

39

a) Fogalmazd meg az 1000-rel és a 10 000-rel való szorzás szabályát!

b) Szorozd 10-zel, majd 100-zal a következő számokat!

58; 604; 73; 830; 564; 7; 70;
700; 7000; 70 000; 47; 407; 4007; 4070; 47 007

c) Szorozd 1000-rel, majd 10 000-rel a következő számokat!

68; 64; 735; 803; 500; 0; 139

Figyelempróba

☉ *Gondoltál az ellenőrzésre is?*

☉ *Van-e olyan szám, amelyet bármely számmal megszorozva magát a számot kapjuk?*

☉ *Milyen tulajdonsága van a C számnak?*



a) Angi egy *A* számra gondol. Megszorozza 10-zel, a kapott szorzatot osztja 100-zal, a hányadost szorozza 1000-rel, végül a kapott számot osztja 10 000-rel. Így 45-öt kap eredményül. Melyik számra gondolt Angi?

b) Bogi egy *B* számra gondol. Megszorozza 100-zal, a kapott szorzatot osztja 10-zel, a hányadost szorozza 10 000-rel, végül a kapott számot osztja 1000-rel. Így a *B* számot kapja eredményül. Mely számra gondolt Bogi?

c) Cili egy *C* számra gondol. Megszorozza 1000-rel, a kapott szorzatot osztja 100-zal, a hányadost szorozza 10 000-rel, végül a kapott számot osztja 10-zel. Így 10 000-t kap eredményül. Mely számra gondolt Cili?

40 a) Kartonlapból ilyen számkártyákat készítünk:



Helyezd el a 35-öt a táblázatban úgy, hogy 3500-at jeleltsen, rakd ki a helypótló nullákat is!

Szorozd a 3500-at 10-zel, 100-zal!

Hogyan változik a számjegyek helyiértéke?

Hová kerül a 35-ös kártya?

Hogyan változik a szám végén álló nullák száma?

Száz- ezres	Tíz- ezres	Ezres	Százas	Tízes	Egyes

b) Oszd el a 3500-at 10-zel, 100-zal!

Hogyan változik a számjegyek helyiértéke? Hová kerül a 35-ös kártya?

Hogyan változik a szám végén álló nullák száma?

41 a) | 58 000; | 604 000; | 7800; | 830; | 564 000; | 3 500 000; |
 | 70 000; | 7000; | 700; | 70; | 70 070; | 700 700; |
 | 6000; | 66 000; | 660; | 6600; | 60 060; | 600 600 |

Gyakorló
 1.03–1.05., 2.39.,
 9.15–9.18.

Húzd alá *pirossal* a 10-zel (maradék nélkül) osztható számokat!

Végezd is el az osztást!

Húzd alá *kékkel* a 100-zal (maradék nélkül) osztható számokat!

Végezd is el az osztást!

Húzd alá *feketével* az 1000-rel (maradék nélkül) osztható számokat!

Végezd is el az osztást!

b) A halmazok címkéi a következőket jelentik:

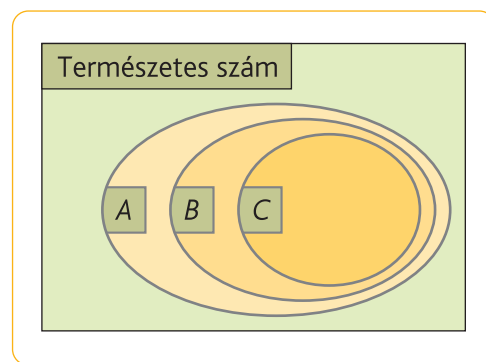
A : 10-zel osztható szám;

B : 100-zal osztható szám;

C : 1000-rel osztható szám.

Fogalmaz meg igaz és hamis állításokat a feladattal kapcsolatban!

c) Írd az a) feladat utolsó számsorának elemeit a halmazábrába!



42 A 2; 3; 4; 0; 0; 0 számjegyek mindegyikének felhasználásával írd fel két-két olyan hatjegyű számot, amely

a) osztható 10-zel; b) osztható 10-zel, de nem osztható 100-zal;

c) osztható 100-zal; d) osztható 100-zal, de nem osztható 10-zel;

e) nem osztható 10-zel!

☉ **Mely számok oszthatók 10-zel?**

Mely számok oszthatók 100-zal?



Melyik ér többet, 20 dkg tízforintos vagy 10 dkg húszforintos?

Fejtörő!

☉ **Kísérletezz, gondolkozz!**

A TERMÉSZETES SZÁMOK KERÉKÍTÉSE

FELADATOK

Például:

36 416

	kisebb szomszédok	nagyobb szomszédok
egyes	36 415	36 417
tízes	36 410	36 420
száz	36 400	36 500
ezres	36 000	37 000
tízezres	30 000	40 000

43

Írd föl a megadott számok mindegyikének a kisebb és a nagyobb **egyes szomszédait**, a kisebb és a nagyobb **tízes, száz, ezres, tízezres szomszédait**!

76 512; 42 325; 94 528; 317; 1988; 10 000

44

Brúnó 139 990 Ft-ért vásárolt egy számítógépet. A barátainak azt mondta, hogy a számítógép 140 000 Ft-ba került. Vajon nagyot mondónak tartjuk-e ezért Brúnót?

A két adat közül melyik a **pontos** és melyik a **közelítő érték**?

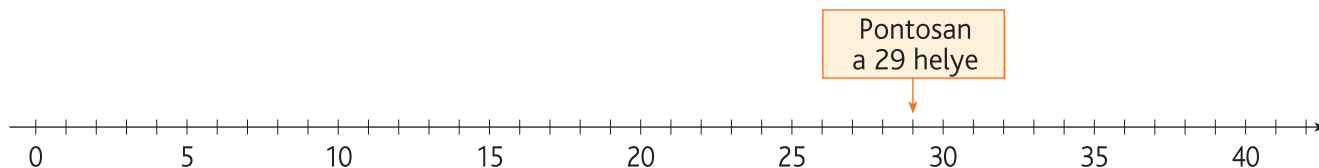
© Mikor mondhatunk közelítő értéket a pontos érték helyett?

45

A következő mondatok mindegyikében találsz egy-egy számot. Ezek közül melyek a pontos (nem közelítő) értékek?

- Gergőnek 3 testvére van.
- A gyerekek 7 éves korukban mennek iskolába.
- A tatarozás 800 000 Ft-ba került.
- Csengerben 5000 ember él.
- A futópálya hosszúsága 400 m.

Az egyik osztályba 29 tanuló jár. Ez a szám **pontos**, a helye a számegyenesen egy pont:



© Magyarországon az első népszámlálást 1784 és 1787 között hajtották végre. 1869-től mintegy tízévenként tartanak népszámlálást.

A népszámlálás adatai szerint 2001. január 1-jén 572 423 ember lakott Szabolcs-Szatmár-Bereg megyében. Ez az érték csak az első látásra pontos. Hiszen még aznap néhány gyerek született, néhány ember meghalt. Voltak olyanok is, akik már elköltöztek, vagy odaköltöztek, de még nem jelentették be. A megye ellátásához nincs is szükség ilyen „pontosságra”.

Az ehhez hasonló esetekben a pontos érték helyett célszerűbb úgynevezett **kerekített értékekkel** számolni.

Kerekítéskor használhatjuk a következő jelet: $\approx$ (**megközelítően egyenlő**).

Figyelempróba

© Karikázd be a helyes választ betűjelét!



Hány olyan természetes szám van, amelyek kisebb száz szomszédja 100, és a számjegyeinek összege 15?

A: 1;

B: 4;

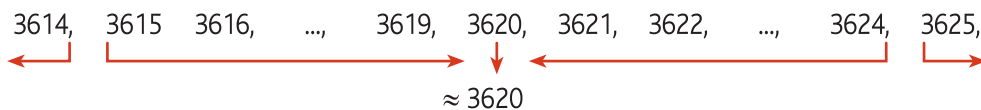
C: 5;

D: 10

Értelmezés

Tízetre úgy kerekítünk, hogy a szám helyett a legközelebbi 10-zel osztható számot vesszük. Ha a szám 10-zel osztható, akkor ez maga a szám, ellenkező esetben a közelebbi 10-es szomszéd. Ha 5-re végződik a szám, akkor „fölfelé kerekítünk”, vagyis a nagyobb tízes szomszédot vesszük a szám helyett.

☉ **Megfigyelted?**
Melyek azok a számok, amelyeknek a tízesre kerekített értéke 3620?



Százásra úgy kerekítünk, hogy a szám helyett a legközelebbi 100-zal osztható számot vesszük. Ha a szám 100-zal osztható, akkor ez maga a szám, ellenkező esetben a közelebbi 100-as szomszéd. Ha 50-re végződik a szám, akkor „fölfelé kerekítünk”, vagyis a nagyobb százás szomszédot vesszük.

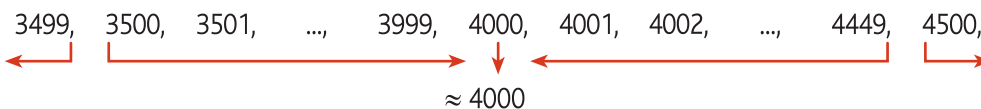
☉ **Megfigyelted?**
Melyek azok a számok, amelyeknek a százásra kerekített értéke 3600?



FELADAT

46

Fogalmazd meg az ezresre kerekítés szabályát!



Melyek azok a számok, amelyeknek az ezresre kerekített értéke 4000?

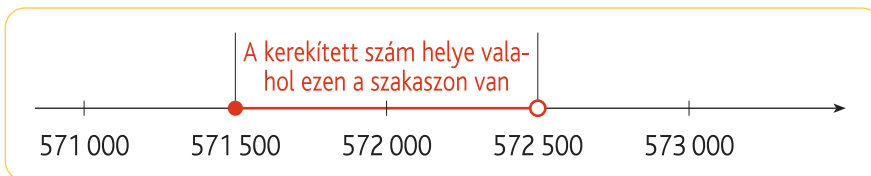
Ha azt mondjuk, hogy egy megye lakosainak a száma ezresre kerekítve 572 000, az a következőt jelenti:

A megye lakossága legalább 571 500, de kevesebb, mint 572 500.

Másképp írva: $571\,500 \leq \text{A lakosok száma} < 572\,500$

A lakosságot (egy adott pillanatban) jelentő szám helyét nem ismerjük pontosan a számegyenesen. Csak annyit tudunk, hogy a szám helye egy szakaszon van. Az 572 500 helyére üres karikát rajzoltunk.

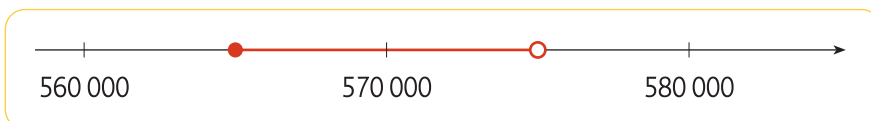
Ez jelöli, hogy ez a kerekített érték már nem jelenthet 572 500-at.



A megye lakossága tízezresre kerekítve 570 000. Ennek a jelentése:

$565\,000 \leq \text{A lakosok száma} < 575\,000$

Ezt a számegyenesen így ábrázolhatjuk.



FELADATOK

© Fogalmazd meg nyitott mondattal!

Gyakorló
1.30–1.34.;

Feladatgyűjtemény
1.1.25–26.

© A vásárlásoknál szabály szerint úgy „kerekítenek”, hogy 5-re vagy 0-ra végződjön az összeg.

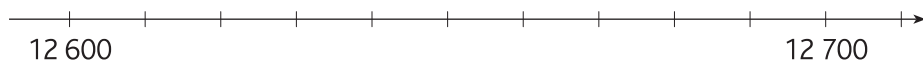


47 Írd le a matematika nyelvén, mit jelentenek a következő kerekített értékek! Ábrázold számegyenesen a nyitott mondatok megoldását!

- Egy kiránduláson tízesre kerekítve 70 ötödik osztályos tanuló vett részt. Hány ötödikes tanuló vehetett részt ezen a kiránduláson?
- Egy iskolába (tízesre kerekítve) 700 tanuló jár. Hány tanuló járhat ebbe az iskolába?
- Hány forint lehet Máté perselyében, ha százásra kerekítve 700 Ft-já van, és a legkisebb címlet 5 Ft?
- Encsen a 2001. évi népszámlálás szerint (ezresre kerekítve) 7000 ember élt. Lehetett-e 7052 lakosa Encsnek?
- Az egyik piacon tízesre kerekítve állapítja meg az árus a vásárlásokért fizetendő összeget. Mennyit mutathatott a pénztárgépe, ha 7000 Ft-ot kért?
- Legalább, illetve legfeljebb hány kilogramm lehet az a kardszárnyú delfin, amelynek a tömege százásra kerekítve 7000 kg?

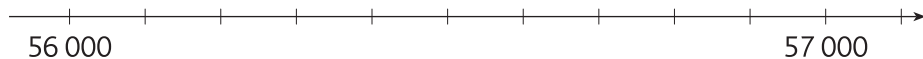
48

Keressd meg a számok közelítő helyét a számegyenesen!



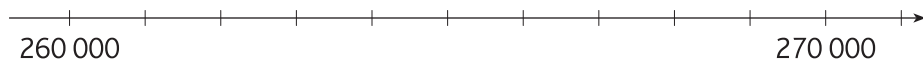
- $x = 12\,623$; $y = 12\,604$;
 $z = 12\,650$; $u = 12\,676$;
 $v = 12\,685$

Keressd meg a számokhoz legközelebb eső kerek tízest!
Kerekítsd tízesre a számokat!



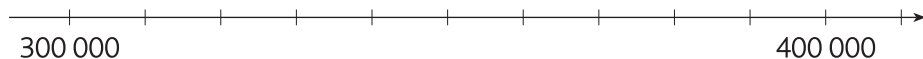
- $x = 56\,486$; $y = 56\,648$;
 $z = 56\,850$; $u = 56\,020$;
 $v = 56\,980$

Keressd meg a számokhoz legközelebb eső kerek százast!
Kerekítsd százásra a számokat!



- $x = 262\,540$; $y = 265\,500$;
 $z = 267\,405$; $u = 260\,499$;
 $v = 269\,504$

Keressd meg a számokhoz legközelebb eső kerek ezrest!
Kerekítsd ezresre a számokat!



- $x = 342\,500$; $y = 365\,000$;
 $z = 387\,102$; $u = 304\,999$;
 $v = 395\,042$

Keressd meg a számokhoz legközelebb eső kerek tízezrest! Kerekítsd tízezresre a számokat! Fogalmazd meg a tízezresre kerekítés szabályát!

© Pontosan egy érték hibás, karikázd be a betűjelét!



Melyik kerekítés hibás? (Állapítsd meg, mire kerekítünk!)

- A: $4658 \approx 0$; B: $4658 \approx 4600$; C: $4658 \approx 4660$; D: $4658 \approx 5000$

> HOSSZÚSÁGMÉRÉS

FELADAT

49

a) Ki a magasabb? Te vagy a padszomszédod?

Hogyan hasonlítható össze két tanuló magassága?

b) Rendezd hosszúság szerint növekvő sorrendbe az íróeszközeidet!

Melyik a leghosszabb, melyik a legrövidebb?

c) Mérd meg, hány arasz hosszúságú a padod!

Ha a tanárod mérné meg a pad hosszúságát, akkor ugyanazt az eredményt kapná, mint te?

d) Rajzolj a füzetedbe 10 cm hosszú vonalat! Használd a vonalzódat!



1. példa

Helyezzünk el egy sötétkék rúd mellé világoskék rudakat a színesrúdkészletből. Hányszorosa a sötétkék rúd hossza a világoskék rúd hosszának?

Hasonló módon mérjük meg, hogy hányszorosa a sötétkék rúd hossza a fehér rúd hosszának.

Amikor azt vizsgáljuk, hogy hányszor tudjuk a világoskék rudat elhelyezni a sötétkék rúd mentén, akkor a sötétkék rúd hosszát összehasonlítjuk a világoskék rúd hosszával. Ebben az esetben a világoskék rúd hossza a mértékegység.

A mérés mindig összehasonlítás, a mérendő mennyiséget összehasonlítjuk a választott mértékegységgel.

Ha különböző mértékegységet választunk, akkor ugyanannak a mennyiségnek a mérésekor más és más mérőszámot kapunk.



1 sötétkék rúd hossza = 3 világoskék rúd hossza

mért mennyiség

mértékegység

mérőszám

Régen sokféle mértékegységet használtak, országoként, vidékenként másfélet. Ez akadályozta az ipar és a tudomány fejlődését. Mintegy 210 éve, a francia forradalom idején egységes, **tízes beosztású mértékrendszert** vezettek be. Ezt azóta majdnem minden országban elfogadták.



a) Tudod-e, hogy milyen kapcsolat volt a Magyarországon régen használt hosszúság-mértékegységek között?

1 öl = láb; 1 láb = hüvelyk; 1 hüvelyk = vonás

b) Az angolok milyen hosszúság-mértékegységeket használnak ma is?

Nézz utána!

© Az interneten megtalálhatod a választ.

☉ Figyeljük meg a **méter-rúd** hosszát, beosztását.

Emlékeztető

A hosszúság alapegysége a **méter** (jele: **m**).

Az 1 métert 10 egyenlő részre osztva **1 decimétert** kapunk:



1 tized méter = 1 deciméter (jele: **dm**) $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$

Az 1 deciméter tényleges hosszúsága:



Emlékeztető

Az 1 métert 100 egyenlő részre osztva **1 centimétert** kapunk:



☉ Figyeljük meg a **mérő-szalag** beosztásait!

1 század méter = 1 centiméter (jele: **cm**) $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$

Az 1 métert 1000 egyenlő részre osztva **1 millimétert** kapunk:

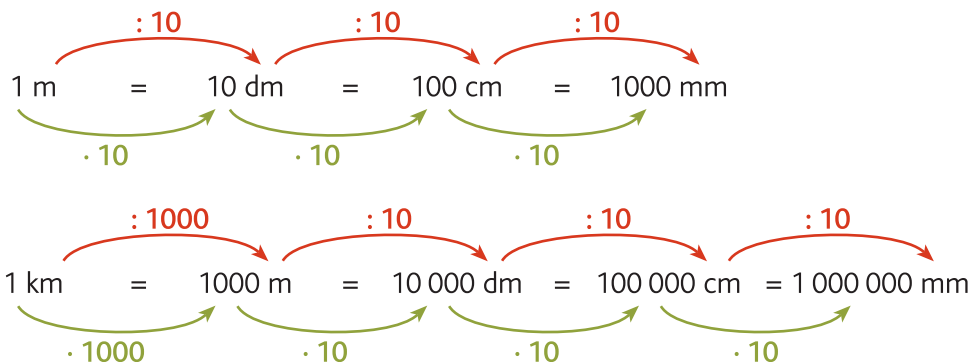


1 ezred méter = 1 milliméter (jele: **mm**) $1 \text{ m} = 1000 \text{ mm}$

A méternél nagyobb mértékegység:

Ezer méter = 1 kilométer (jele: **km**) $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$

Kapcsolatok a mértékegységek és a mérőszámok között:



☉ Megfigyelted? Hogyan változik a mérőszám, ha a mértékegységet 1 tizedszerezésre, 1 századszorosára, 1 ezredszerezésre stb. változtatjuk?

Figyelempróba



Anikó 3 m távolságra, Cili pedig 4 m távolságra áll Beától.

Anikó legalább, illetve legfeljebb mekkora távolságra állhat Cilitől?

Lehet-e Anikó és Cili távolsága 5 m?

FELADATOK

50

Becsüljétek meg

- a) padtársatok testmagasságát, b) araszotok hosszúságát;
c) egy szelet kenyér hosszúságát, d) a szelet kenyér vastagságát;
e) a tízforintos érme vastagságát; f) a tízforintos érme „szélességét”!

Csoportmunka

51

Becsüljétek meg, majd mérjétek meg a tanterem, az asztal, a padotok, a tábla, a füzetetek stb. hosszát!

☉ *Közös munkával hasonlítsátok össze a becsült értékeket a megfelelő mérési eredményekkel!*

52

Tegyétek magatok elé a mérőszalagot! Keressétek meg, milyen hosszú

- a) 1 dm; 3 dm; 6 és fél dm; 10 dm;
b) 1 cm; 12 cm; 43 cm; 88 cm; 100 cm;
c) 1 mm; 5 mm; 100 mm; 275 mm; 1000 mm;
d) 2 cm 5 mm; 3 dm 8 cm; 4 dm 65 mm; 5 dm 3 cm 2 mm!

Gyakorló
7.01–7.08.,
9.19., 9.71.;
Feladatgyűjtemény
6.1.03–04.

53

Megmértünk néhány hosszúságot.

A kapott értékek: 3 dm, 30 mm, 300 cm, 3 km.

Melyik adat melyik hosszúsághoz tartozhat?

Egy bekötőút hossza: Egy radír szélessége:

Egy szoba magassága: Egy papírlap hossza:

☉ *Írd be az egyes hosszúságok után a megfelelő adatot!*

54

Írd be a hiányzó mérőszámokat!

- a) 6 m 10 cm = dm = cm = mm;
b) 3500 cm = mm = dm = m;
c) 5060 m = km m = dm = cm

☉ *Emlékszel?*

1 m = dm;

1 m = cm;

1 m = mm

55

3 m 60 cm hosszú csőre van szükségünk. A megfelelő átmérőjű csövekből raktáron lévő darabok hosszúsága:

⋮ 3 és fél m; ⋮ 37 és fél dm; ⋮ 3 m 75 mm; ⋮ 30 dm 6 cm; ⋮ 367 cm ⋮

- a) Mely csődarabokból vágható le a szükséges méretű cső?
b) Melyik csődarabból célszerű levágni a szükséges csövet?

Figyelempróba

☉ *Figyelmesen hasonlítsd össze az adatokat.*

56

Kata 1 méteres mérőszalagjának mindkét felén van beosztás, csak a sárga oldal számozása a mérőszalag egyik, a zöld oldal számozása a másik végétől indul. Kata fejkörméretét 52 cm-nek mérte, de rájött, hogy rossz oldalon olvasta le az eredményt. Hány centiméter a helyes eredmény?

TÖMEGMÉRÉS

FELADAT



57

- a) Melyik a nehezebb, a matematikakönyved vagy a matematikafüzeted?
 b) Rendezd tömegük szerint növekvő sorrendbe az íróeszközeidet!
 c) Két egyforma tálat tölts meg darával, illetve konyhasóval! Hasonlítsd össze a tömegüket!



☉ Például a zacskókban lévő fűszerek tömegét grammal adják meg.

☉ A gyógyszerek hatóanyagait, az ásványvizekben lévő ásványok mennyiségét milligrammmal adják meg.

☉ A dekagrammot a legtöbb országban nem ismerik. Magyarországon a mindennapi életben a **dkg** rövidítést alkalmazzuk, de a hivatalos rövidítés a **dag**.

☉ A tehergépkocsik, a hidak teherbírását tonnával adják meg.

☉ Megfigyelted? Hogyan változik a mértékegység és a mérőszám?

Emlékeztető

Kisebb tömegek mérésére használt egység a **gramm** (jele: g).

1 cm élű, kocka alakú edénybe 1 g tömegű víz fér.

A grammnál kisebb tömeg egységei:

1 tized gramm = 1 decigramm (jele: **dg**) 1 g = 10 dg

1 század gramm = 1 centigramm (jele: **cg**) 1 g = 100 cg

1 ezred gramm = 1 milligramm (jele: **mg**) 1 g = 1000 mg

A grammnál kisebb mértékegységek közül a gyakorlatban csak a milligrammot használjuk.

Emlékeztető

A grammnál nagyobb tömeg egységei:

Tíz gramm = 1 dekagramm (jele: **dag** vagy **dkg**) 1 dag = 10 g

Ezer gramm = 1 kilogramm (jele: **kg**) 1 kg = 1000 g

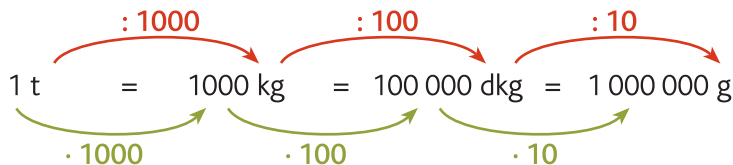
A nemzetközi szabvány szerint a **tömeg alapegysége a kilogramm**.

1 liter 4 °C hőmérsékletű tiszta víz tömege 1 kg.

Nagyobb tömegek mérésére a kilogramm ezerszeresét használjuk:

Ezer kilogramm = 1 tonna (jele: **t**) 1 t = 1000 kg = 1 000 000 g

Kapcsolat a fontosabb tömegmértékegységek és a mérőszámok között:



Gyűjtőmunka



- a) Milyen tömegmértékegységeket használtak régen Magyarországon?
 b) Milyen tömegmértékegységeket használnak ma is más országokban?

Például az interneten megtalálhatjátok, hogy mi a font, mi a mázsa stb.

FELADATOK

58

Mérjétek meg egy szelet kenyér, egy alma, a tankönyv stb. tömegét!

59

Írd be a hiányzó mérőszámokat!

- a) $4000 \text{ g} = \text{ } \text{ dkg (dag)} = \text{ } \text{ kg};$
 b) $16 \text{ kg} = \text{ } \text{ dkg (dag)} = \text{ } \text{ g};$
 c) $2500 \text{ dkg (dag)} = \text{ } \text{ g} = \text{ } \text{ kg};$
 d) $40 \text{ t} = \text{ } \text{ kg} = \text{ } \text{ dkg};$
 e) $20\,060 \text{ kg} = \text{ } \text{ t } \text{ } \text{ kg} = \text{ } \text{ dkg}$

☉ Emlékszel?

$1 \text{ kg} = \text{ } \text{ dkg};$

$1 \text{ dkg} = \text{ } \text{ g};$

$1 \text{ t} = \text{ } \text{ kg}$

60

Megmértük néhány gyerek, illetve anyag tömegét.

A kapott értékek: 3 t , 3 dkg (dag) , 30 kg , 30 mg , 3000 g .

Melyik adat melyik mennyiség tömege lehet a fentiek közül?

Egy ötödikes tanuló tömege:

Egy újszülött csecsemő tömege:

Egy tablettában lévő C-vitamin tömege:

Egy teherautón szállított homok tömege:

Egy doboz tea tömege:

☉ Segít-e, ha végiggondolod, hogy milyen mértékegységgel szoktuk megadni ezeket a tömegeket?

☉ Írd be az egyes tömegek után a megfelelő adatot!

61

Az egyik természetes ásványvíz 1 kg -jának ásványtartalma:

nátrium 19 mg , kálium 1 mg , magnézium 25 mg , kalcium 55 mg , klorid 5 mg , hidrogén-karbonát 395 mg , szén-dioxid 2 és fél g .

Hány gramm víz van ennek az ásványvíznek 1 kg -jában?

62

Egy kis tehergépkocsin legfeljebb 2 és fél tonna anyag szállítható.

Hogyan oldható meg ezzel a teherautóval a következő anyagok elszállítása?

100 db, egyenként 12 kg tömegű téglák; 6 zsák cement, zsákonként 50 kg ,
 6 db 150 kg tömegű gerenda, 1 db 2600 kg tömegű gránittömb.

Figyelempróba

☉ Vajon minden anyag elszállítható?

63

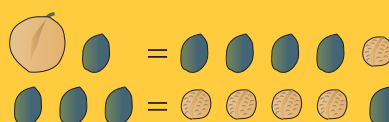
Keressetek otthon olyan anyagokat, amelyek tömegét

- a) grammal adták meg; b) kilogrammal adták meg!

Gyűjtőmunka



Egy barack tömege hány dió tömegével egyezik meg, ha igazak az ábrán látható, tömegek közötti összefüggések?



Fejtörő!

A TERMÉSZETES SZÁMOK ÖSSZEADÁSA

1. példa

Annának 758 Ft-ja, Beának 1439 Ft-ja, Cilinek 549 Ft-ja, Daninak 928 Ft-ja van. Hány forintja van a három lánynak együttvéve?

☉ A 928 Ft a kérdés szempontjából felesleges adat.

☉ A becsléskor százakra kerekített értékekkel „fejben” számolunk.

Adatok: $A = 758 \text{ Ft}$, $B = 1439 \text{ Ft}$, $C = 549 \text{ Ft}$

Terv: $\ddot{O} = A + B + C$

Becslés: $\ddot{O} \approx 800 + 1400 + 500 = 2700 \text{ (Ft)}$

Számolás:

A „leltárak” egyesítésével írásban végezzük el az összeadást:

Az egyeseket összegezve 26 egyest kapunk.

Ezt 2 tízesre és 6 egyesre váltjuk át.

Leírjuk a 6 egyest, a 2 tízest a tízesekhez adjuk. Így 14 tízeshez jutunk. Ez 1 századra és 4 tízesre váltható.

Leírjuk a 4 tízest.

A százások összege 17. Ez 1 ezresre és 7 századra váltható.

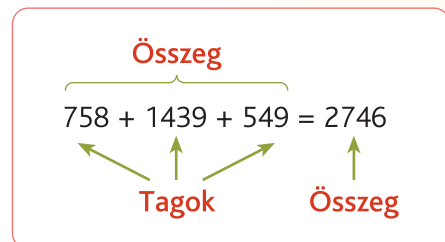
Leírjuk a 7 százast.

Végül az ezreseket is összegezzük.

Válasz: A három lánynak összesen 2746 Ft-ja van.

Ellenőrzés: Az eredmény összhangban van a becslült értékkel.

☉ Az ellenőrzéskor az eredményt összehasonlítjuk a becslült értékkel, illetve fordított sorrendben is elvégezzük az összeadást.



Elnevezések

Figyeld meg az összeadásban szereplő számok nevét!

FELADATOK

64

a) A Pöttyös Iskolába 548 alsó és 426 felső tagozatos tanuló jár. Hány tanulója van ennek az iskolának?

b) A Pöttyös Iskolában 243 diákkal kevesebb tanul, mint a Kertvárosi Iskolában. Hány tanulója van a Kertvárosi Iskolának?

☉ Miben segít, ha előzetesen megbecsüljük az eredményt?



Vajon jól számolt Ödömér?

	5	2	2
+	4	8	5
9	1	0	7

	5	8	
+	7	2	5
1	2	0	5

	6	7	8
+	7	9	6
	13	16	14

	4	6	
+		3	5
	4	9	5

65 Lehetőleg szóban („fejen”) végezd el az összeadást!

- a) $500 + 600 + 900 + 2000$; b) $203 + 50 + 90 + 247$;
 c) $40 + 1600 + 360 + 100$; d) $300 + 5070 + 700 + 4930$;
 e) $4400 + 600 + 960 + 1040$; f) $7305 + 95 + 551 + 1049$

66 Százásra kerekített értékekkel számolva ezres pontossággal becsüld meg az összeget! Add össze a számokat!

- | | | | | |
|---------|--------|-----------|-----------|----------|
| a) 5675 | b) 453 | c) 45 098 | d) 56 709 | e) 3 567 |
| 4560 | 709 | 2 890 | 230 567 | 34 |
| +5782 | 3456 | 300 467 | 3 567 | 11 589 |
| | + 90 | + 3 333 | + 45 798 | + 9 078 |

☉ **Miért fontos a becslés?**

Gyakorló

2.01., 2.06–2.13.,
9.33.;

Feladatgyűjtemény

1.2.01., 1.2.06.,
1.2.09–11.

67 Becsüld meg az összeget, majd végezd el írásban az összeadást!

- a) $345 + 267 + 516 + 1018$; b) $2305 + 4076 + 291 + 1000$;
 c) $2007 + 12\,346 + 28 + 875$; d) $6010 + 48 + 264 + 43\,040$;
 e) $5077 + 9246 + 260 + 8705$; f) $0 + 7478 + 24 + 92\,500$

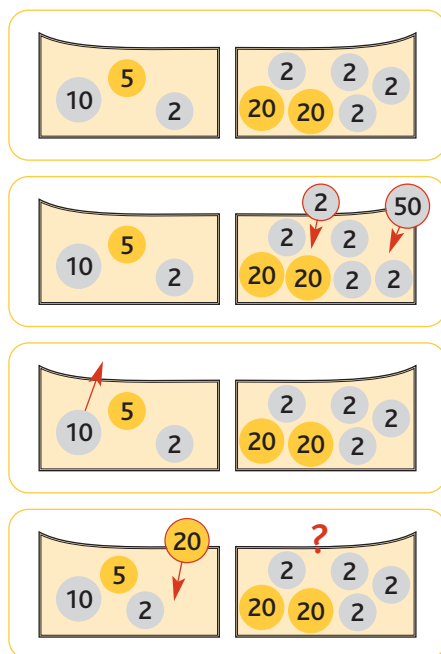
68 Add össze a számokat! Az összeget írd le betűkkel!

Ötvenkilencezer-hatszáznyolc; hétszáznégyezer-tizenhárom;
 kilencszáztíz; tizenötezer-negyvennyolc

69 Figyeld meg **az összeg változásait!**
Zárójelek alkalmazásával írd le a matematika nyelvén!

A jobb zsebemben 48 Ft, a bal zsebemben 17 Ft van.
 Mennyi van a két zsebemben összesen?

- a) Hogyan változik az összeg, ha még 52 Ft-ot teszek a jobb zsebembe, és a bal zsebemhez nem nyúlok?
- b) Hogyan változik az összeg, ha 10 Ft-ot kiveszek a bal zsebeből, és a jobbhoz nem nyúlok?
- c) Hogyan kell változtatnom a jobb zsebemben levő értéket, ha a bal zsebembe 20 Ft-ot teszek, és azt akarom, hogy a két zsebemben levő pénzösszeg ne változzék?



Töhötöm írásban 15 számot adott össze, és 5746-ot kapott eredményül. Ekkor észrevette, hogy két tagot hibásan írt le, 948 helyett 848-at, illetve 1000 helyett 100-at írt. Vajon Töhötömnek újra kell kezdenie a számolást?

Tudsz-e segíteni Töhötömnek, ki tudod-e számítani a helyes összeget?

Többet ésszel ...

☉ **Megfigyelted a tagok változásait?**

☉ Találsz több megoldást? Fogalmazd meg a tapasztaltakat!

☉ Többet ésszel, mint erővel!

- 70 A $143 + 72$ összeg tagjait változtasd úgy, hogy az összeg
a) 100-zal növekedjen; b) 75-tel csökkenjen; c) ne változzon!

- 71 Add össze fejben!
a) $198 + 202$; b) $149 + 150$; c) $517 + 1002$; d) $627 + 998$

> A TERMÉSZETES SZÁMOK KIVONÁSA

1. példa

Pál 1300 Ft-ért vásárolt egy könyvet. Hány forintot kapott vissza a pénztárban, ha egy 5000 forintossal fizetett?

Pál visszakapta az 5000 Ft és a 1300 Ft különbségét, 3700 Ft-ot.

Elnevezések

Figyeld meg a kivonásban szereplő számok nevét!

$$\begin{array}{ccccccc} & \text{Különbség} & & & & & \\ & \text{-----} & & & & & \\ 5000 & - & 1300 & = & 3700 \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \text{Kisebbitendő} & & \text{Kivonandó} & & \text{Különbség} \end{array}$$

FELADATOK

☉ Figyeld meg a különbség változásait!

- 72 Jutkának 235 Ft van a pénztárcájában, 160 Ft-ért újságot vásárol. Mennyi pénze marad a pénztárcában?
a) Mennyi pénze maradna, ha 25 Ft-tal olcsóbb újságot venne?
b) Mennyi pénze maradna, ha 55 Ft-tal drágább újságot venne?

Többet ésszel ...

☉ Hogyan határozod meg a helyes különbséget?

Fejtörő!



Segítesz a fiúknak a helyes eredmény meghatározásában?

- a) Pali írásban kivonást végzett, az eredmény 3456 lett. Ekkor észrevette, hogy a **kivonandót** hibásan írta le, 5640 helyett 5740-et írt.
b) Robi írásban kivonást végzett, az eredmény 3456 lett. Ekkor észrevette, hogy a **kisebbitendőt** hibásan írta be, 5640 helyett 5740-et írt.



Írj be a bűvös négyzetek üres rovataiba egy-egy számot úgy, hogy minden sorban, minden oszlopban és a két átlóban a számok összege megegyezzek!

a)

	8	60
	40	
20		

b)

	34	
24	50	28

c)

	12	
	20	
15	28	

d)

80	70	60
45		

e)

		27
	22	20
17		

73

Figyeld meg a **különbség változásait!**Készíts kartonból két kis nyilat, és írd rá a **kisebbitendő**, illetve a **kivonandó** elnevezést!

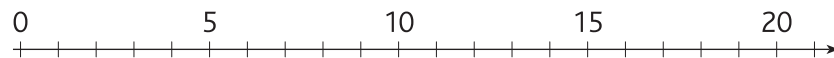
- a) Mutass a megfelelő nyíllal a számegyenesen a kisebbítendőre, illetve a kivonandóra! Olvasd le a **különbséget!**

8 – 3; 15 – 5; 10 – 10; 11 – 0

A kartonnyilacskák segítségével szemléltesd a számegyenes mentén a következőket!

- b) A kisebbítendő: 13; a kivonandó: 6. Mennyi a különbség?

Hogyan változik a különbség,
ha a *kisebbitendőt* 1-gyel, 2-vel,
3-mal stb. *növeled*;
ha a *kisebbitendőt* 1-gyel, 2-vel,
3-mal stb. *csökkentet*?

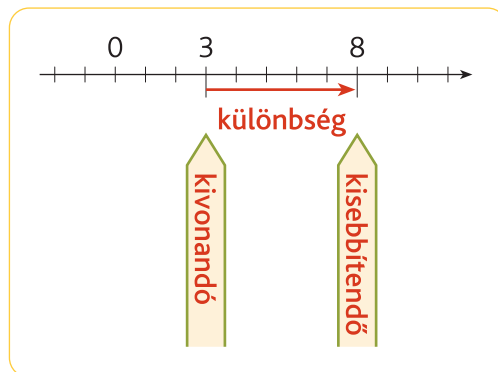


- c) A kisebbítendő: 16; a kivonandó: 10. Mennyi a különbség?

Hogyan változik a különbség,
ha a *kivonandót* 1-gyel, 2-vel, 3-mal stb. *növeled*;
ha a *kivonandót* 1-gyel, 2-vel, 3-mal stb. *csökkentet*?

- d) A kisebbítendő: 15; a kivonandó: 10. Mennyi a különbség?

Hogyan változik a különbség, ha egyidejűleg
a kisebbítendőt és a kivonandót 1-gyel, 2-vel, 3-mal stb. *növeled*;
a kisebbítendőt és a kivonandót 1-gyel, 2-vel, 3-mal stb. *csökkentet*?



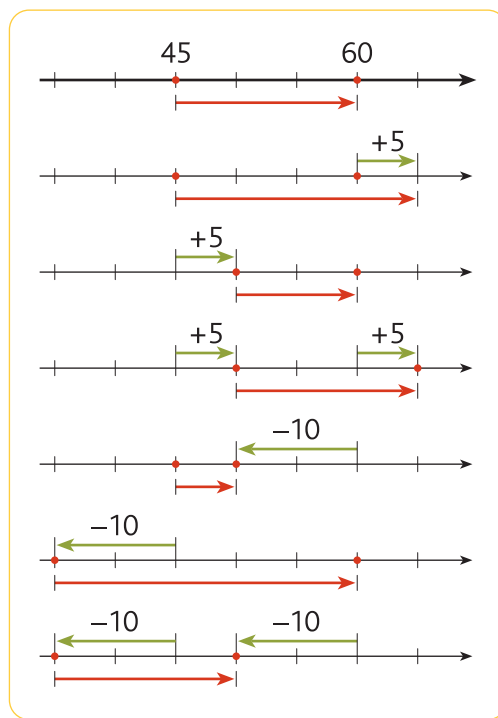
© Mindegyik feladatban
írd le a számítások tervét a
matematika nyelvén!

74

Marinak 60 Ft-ja van, Áginak 45 Ft-ja.

Írd le a számítások tervét a matematika nyelvén!

- a) Mennyi Mari és Ági pénzének a különbsége?
- b) Ha Mari kap 5 Ft-ot, és Ági nem, akkor mennyi különbség lesz a pénzük között?
- c) Ha Ági kap 5 Ft-ot, és Mari nem, akkor mennyi különbség lesz a pénzük között?
- d) Ha mindkét lány kap 5 Ft-ot, akkor mennyi különbség lesz a pénzük között?
- e) Ha Mari elkölt 10 Ft-ot, és Ági nem, akkor mennyi lesz a különbség a pénzük között?
- f) Ha Ági elkölt 10 Ft-ot, és Mari nem, akkor mennyi lesz a különbség a pénzük között?
- g) Ha mindkét lány elkölt 10 Ft-ot, akkor mennyi lesz a különbség a pénzük között?



Móni 16 éves, és a tömege 54 kg. 10 éves korában 36 kg volt a tömege. Mennyi volt a tömege 6 éves korában?

Többet ésszel ...

2. példa

Andrisék külföldi barátjukhoz utaztak. Induláskor az autójuk kilométert számláló órája 1284 km-t, odaérkezéskor 3237 km-t mutatott. Milyen távolságra lakott Andriséktől a barátjuk?

Adatok: $A = 1284 \text{ km}$, $B = 3237 \text{ km}$

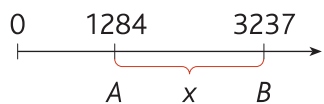
Terv: $1284 + x = 3237$

A 3237 km és 1284 km különbségét tették meg az út során:

$$x = 3237 - 1284$$

Becslés: $x \approx 3200 - 1300 = 1900 \text{ (km)}$

Számolás:



☉ Sokszor segíti az összefüggések felismerését, ha az adatokról ábrát rajzolunk.

☉ Milyen értékekkel számolunk a becslés során?

Nem változik a különbség, ha a kisebbítendőhöz és a kivonandóhoz ugyanannyit adunk. A számolásakor a kisebbítendőben a 3 tízeshez hozzáadunk 10 tízest és a kivonandóban a 2 százashoz 1 százast. Majd a kisebbítendőben a 2 százashoz hozzáadunk 10 százast és a kivonandóban az 1 ezreshez 1 ezrest.

	Ezres	Száz	Tízes	Egyes
	3	12	13	7
-	1	2	8	4
	1	9	5	3

4-hez, hogy 7 legyen, kell **3**.

8 tízeshez, hogy $(10 + 3 =)$ 13 tízes legyen, kell **5** tízes.

$(1 + 2 =)$ 3 százashoz, hogy $(10 + 2 =)$ 12 száz

$(1 + 1 =)$ 2 ezreshez, hogy 3 ezres legyen, kell **1** ezres.

Válasz: Andriséktől 1953 km-re lakott a barátjuk.

Ellenőrzés:

$$\begin{array}{r} 1284 \\ + 1953 \\ \hline 3237 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3237 \\ - 1953 \\ \hline 1284 \end{array}$$

A kivonás eredményét ellenőrizhetjük összeadással vagy kivonással. A kerekítés során a kisebbítendőt csökkentettük, a kivonandót növeltük, ezért a becsült érték kisebb, mint a valódi érték.

Az eredmény összhangban van a becsült értékkel.

FELADATOK

75 Lehetőleg szóban („fejben”) végezd el a kivonást!

- a) $1500 - 800$; b) $2050 - 80$; c) $2050 - 580$;
d) $4000 - 3700$; e) $6000 - 3700$; f) $7000 - 3700$;
g) $4000 - 2700$; h) $5000 - 3700$; i) $7000 - 5700$

Fejtrő!



Zita olyan számításokat talált, amelyekben egyes számjegyek és műveleti jelek elmosódtak. Vajon pótolhatók-e a hiányzó számjegyek, műveleti jelek?

☉ Ellenőrizted a megoldásod?

	6	3	0			1	2	5			8		4	5	0		5		9	3		6	5	8			
+				7	4	-		8		7				1	7		5			3	7		8		5		
	2	0			0					9	3			0	4	5	7			8	8	8		8		9	4

76 Végezd el a kivonásokat!

a) $\begin{array}{r} 5675 \\ -4563 \\ \hline \end{array}$	b) $\begin{array}{r} 4453 \\ -709 \\ \hline \end{array}$	c) $\begin{array}{r} 75\,038 \\ -2\,890 \\ \hline \end{array}$	d) $\begin{array}{r} 56\,709 \\ -30\,567 \\ \hline \end{array}$	e) $\begin{array}{r} 13\,067 \\ -6\,094 \\ \hline \end{array}$
---	--	--	---	--

☉ Százasa kerekített értékekkel számolva ezres pontossággal becsüld meg a különbséget! Ellenőrizd az eredményt!

77 Becsüld meg a különbséget, majd végezd el írásban a kivonást!

a) $5678 - 2451$;	b) $2657 - 1334$;	c) $6950 - 550$;
d) $4742 - 3415$;	e) $8636 - 3452$;	f) $7085 - 3740$;
g) $9654 - 2604$;	h) $5555 - 3556$;	i) $7000 - 5789$

78 a) Mennyi 8675 és 3456 különbsége?

- b) A kivonandó 6579, a kisebbítendő pedig 17 532. Számítsd ki a különbséget!
- c) A különbség 359, a kisebbítendő pedig 65 008. Számítsd ki a kivonandót!
- d) A kivonandó 567, a különbség 465. Számítsd ki a kisebbítendőt!
- e) Számítsd ki 4652 és 3756 összegének és különbségének az összegét!
- f) Számítsd ki 4508 és 3972 összegének és különbségének a különbségét!
- g) Melyik az a szám, amelyik ugyanannyival nagyobb 382-nél, mint amennyivel kisebb 734-nél?

79 a) Az egyik ötödik osztályba 14 fiú és 12 lány jár. Hány tanuló jár ebbe az osztályba?

- b) Beának az edzésen 2500 m-t kell úsznia. Hány métert úszott eddig, ha még hátravan 1750 m?
- c) Bélának 525 Ft-ja van, 235 Ft-tal kevesebb, mint Áginak. Hány forintja van Áginak?
- d) Egy lap szélessége 78 mm-rel kevesebb, mint a hosszúsága. Milyen hosszú a lap, ha a szélessége 195 mm?
- e) Dani 38 cm-rel magasabb Évánál. Milyen magas Éva, ha Dani 126 cm magas?
- f) Egy város lakossága az elmúlt évben a következőképpen változott: 314-en születtek, 289-en meghaltak; elköltöztek 617-en, beköltöztek a városba 942-en. Mennyi lakosa van így a városnak?

☉ Rögzítsd az adatokat!
Mit ismerünk?
Mit keresünk?
Hiányzik-e adat?
Van-e felesleges adat?
Az adatok közti összefüggést írd le a matematika nyelvén!
Oldd meg a feladatot!
Ellenőrizd a megoldást!
Válaszolj a kérdésre!

80 Mely természetes számok írhatók a négyzetek helyére úgy, hogy az egyenlőségek, illetve az egyenlőtlenségek igazak legyenek?

a) $58 + \square = 196$;	b) $5712 + \square = 5812$;	c) $\square + 6515 = 6000$;
d) $\square + 73 < 81$;	e) $2348 + \square \geq 2358$	f) $\square + 7500 > 7400$;
g) $75 - \square = 28$;	h) $8656 - \square = 3656$;	i) $\square - 4248 = 1252$;
j) $\square - 46 \leq 10$;	k) $2000 - \square < 5$;	l) $\square - 1000 > 1000$

☉ Minden megoldásra gondoltál?
Nem feledkeztél meg az ellenőrzésről?



Budán 29 °C-ot mértek, Pesten 32 °C-ot. Hány fokot mértek Budapesten?

☉ A hőmérséklet egyik mértékegysége a Celsius-fok. Jele: °C. Úgy mondjuk: celziuszfok.

Többet ésszel ...

81

Figyelempróba

Szükséges adatok	Felesleges adatok



Gyakorló
2.02–2.05.,
2.14–2.37., 9.34.;
Feladatgyűjtemény
1.2.02–05.,
1.2.07–08.,
1.2.12–21.

© **Hogyan módosíthatja a zárójel a műveletvégzés sorrendjét? Mikor hagyható el a zárójel, és mikor nem?**

© **Többféleképpen is gondolkodhatsz.**

© **Az adatok között talál-sz-e feleslegeset? A megoldáshoz hiányzik-e adat?**

Írjátok le az összefüggéseket! Oldjátok meg a feladatokat!

Az adatok rendezésére mindegyik feladathoz készítsünk ilyen táblázatot.

- Vali 3 nap alatt 3280 forintot gyűjtött össze. A szüreten 15 órát segített, ezért nagymamájától 4280 forintot kapott. 12 000 forintos gördeszkat szeretne vásárolni. Hány forintot kell kérnie szüleitől?
- Laci 35 kg és 138 cm magas. Édesapja 37 éves és 75 kg. Édesanyja 162 cm és 58 kg. Két vendégük érkezett, mindkettőjüknek nagyobb a tömege, mint Laci édesapjának. Beszállhatnak-e mindnyájan a liftbe, ha a lift teherbírása 300 kg?
- Zitáék szombaton autóval a lakóházuktól 87 km-re fekvő üdülőjükbe utaztak. Reggel fél hétkor indultak, és 90 percig tartott az út. Megérkezésük után 20 perc elteltével az üdülőből a 4500 m távolságra lévő strandra mentek az autóval. Ez az út 10 percig tartott. A strandon (a sorban állást és az öltözködést is be-számítva) 4 és fél órát tartózkodtak. Ezután (ugyanolyan sebességgel, mint reg-gel) először az üdülőbe, majd 1 óra pihenés után a lakásukra hajtottak. Összesen milyen hosszú utat tettek meg az autójukkal?
- Attilának 3850 forintja van, 1270 forinttal kevesebb, mint Bélának, Kati megta-karított pénze 820 forint. Hány forintja van a két fiúnak együtt?
- Egy iskolába 413 fiú jár, 28-cal több, mint ahány lány. Az elmúlt évben 50 fiúval kevesebb járt ebbe az iskolába, mint most. Hány lány jár ebben az évben az is-kolába?

82

Zárójel használatával írd le a matematika nyelvén!

- Áginak 8000 Ft-ja volt. Vásárolt egy 4500 Ft-os pulcsit, de szerencséjére árleszállí-tás miatt 1000 Ft-tal olcsóbban kapta meg. Ezután kapott nagymamájától 2000 Ft-ot, de ebből a húgának odaadott 500 Ft-ot. Hány forintja maradt Áginak?
- Beának is 8000 Ft-ja volt. 4500 Ft-ért szandált vásárolt. A maradék pénzéből 1000 Ft-ért könyvet vett, majd egy 2000 Ft-os játékból lealkudott 500 Ft-ot, és azt is megvásárolta. Hány forintja maradt Beának?

Fejtörő!



Gondolj egy kétjegyű számra! Vond ki belőle a számjegyei összegét! A kapott számból ismét vond ki a számjegyei összegét. Addig folytasd ezt az eljárást, amíg egyjegyű számot nem kapsz! Ugye 9-et kaptál? Vajon hogyan találtam ki?



Két természetes számra gondoltam, az egyik 0-ra végződik. Ha elhagyom ezt a 0-t, akkor a másik számot kapom. Ha az egyik számból kivonom a másikat, akkor 1458-at kapok eredményül. Mi a két gondolt szám?



Flóra 12 éves, a bátyja 16, édesapja 44. Az édesanyja életkorát nem árulta el, csak annyit mondott, hogy négyőjük életkorának összege 110 év. Mennyi volt a négy családtag éveinek összege 5 évvel ezelőtt?

A TERMÉSZETES SZÁMOK SZORZÁSA

1. példa

Az ötödikesek így álltak fel az ünnepélyen. Hányan voltak?

Számolhatunk így is: 7 oszlopban oszloponként 4 tanuló áll.

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 7 \cdot 4 = 28$$

Ezt az ismételt összeadást nevezzük szorzásnak.

Számolhatunk így is: 4 sorban soronként 7 tanuló van.

$$7 + 7 + 7 + 7 = 4 \cdot 7 = 28$$

Tehát 28 tanuló volt az ünnepélyen.



☉ Egyes országokban a szorzás jele: $\times$
A számológépen is ez a jel található.

Emlékeztető

A szorzat tényezői felcserélhetők:

$$7 \cdot 4 = 4 \cdot 7$$

Ezért a szorzat **tényezőit** nem szükséges megkülönböztetnünk, akármelyik lehet a **szorzó**, illetve a **szorzandó**.

Szorzat

4 · 7

= 28

Tényezők

Szorzat

2. példa

a) Mennyi a 0-nak a 8-szorosa? Mennyi az 1-nek a 8-szorosa?

b) Mennyi a 8-nak a 0-szorosa? Mennyi a 8-nak az 1-szerese?

a) $8 \cdot 0 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0;$
 $8 \cdot 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$

b) Az ismételt összeadást 0 tagú és 1 tagú összegre nem értelmeztük. Ezért más-képp okoskodunk. Azt szeretnénk, hogy a szorzat tényezőit ebben az esetben is felcserélhessük. Tehát megállapodunk abban, hogy:

$$0 \cdot 8 = 8 \cdot 0 = 0;$$

$$1 \cdot 8 = 8 \cdot 1 = 8$$



Zénó számolási trükköt szeretne bemutatni Virágnak.

- Gondolj egy természetes számra! Szorozd meg 2-vel, majd a kapott számot szorozd meg 5-tel! Az eredményt úgy kapod meg, ha az eredetileg gondolt szám végére egy 0-t írsz. Igaz?
- Nem. Nem kell írnom a gondolt szám végére semmit, mégis megkapom az eredményt – mondta Virág.

Melyik természetes számra gondolhatott Virág?

Fejtörő!

☉ Van-e olyan természetes szám, amelyet bármely számmal megszorozva magát a számot kapjuk?



3. példa

Egy dobozban 6 játék van. A játékok ára darabonként 100 Ft.
Mennyibe kerül 8 doboz játék?

Többféleképpen számolhatunk.

Egy doboz játék ára $(100 \cdot 6)$ Ft, és 8 dobozzal veszünk:

$$(100 \cdot 6) \cdot 8 = 600 \cdot 8 = 4800 \text{ (Ft)}$$

Összesen $6 \cdot 8 = 48$ játékot veszünk, és ez darabonként 100 Ft:

$$100 \cdot (6 \cdot 8) = 100 \cdot 48 = 4800 \text{ (Ft)}$$

Mindkét számolási mód ugyanarra az eredményre vezet: 4800 Ft-ba kerültek a játékok.

Emlékeztető

A szorzat tényezőit tetszőlegesen csoportosíthatjuk, ezért a zárójeleket el is hagyhatjuk:

$$(100 \cdot 6) \cdot 8 = 100 \cdot (6 \cdot 8) = 100 \cdot 6 \cdot 8$$

4. példa

Egy kertben 10 sor barackfát és 3 sor meggyfát ültettek. Minden sorban 7 fa van.
Hány fa van a kertben?

Többféleképpen számolhatunk:

Egyik irányból nézve:

Soronként 10 barackfa és 3 meggyfa van, tehát 7 ilyen fasorban

$$(10 + 3) \cdot 7 = 13 \cdot 7 = 91 \text{ fa van.}$$

Más okoskodás:

Van $10 \cdot 7$ barackfa meg $3 \cdot 7$ meggyfa, tehát

$$10 \cdot 7 + 3 \cdot 7 = 70 + 21 = 91 \text{ fa van.}$$

Így is számolhatunk:

Soronként 7 fával 10 meg 3 sor fa van, tehát

$$7 \cdot (10 + 3) = 7 \cdot 13 = 91 \text{ fa van.}$$

A következő számítás is jó:

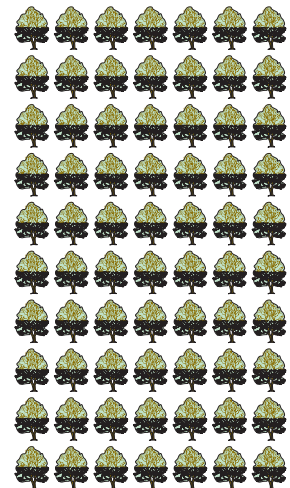
Soronként 7 fával 10 sor barackfa és 3 sor meggyfa van, tehát

$$7 \cdot 10 + 7 \cdot 3 = 70 + 21 = 91 \text{ fa van.}$$

Emlékeztető

Összeget szorozhatunk úgy is egy számmal, hogy a tagokat külön-külön megszorozzuk a számmal, és a kapott szorzatokat összegezzük.

$$(10 + 3) \cdot 7 = 10 \cdot 7 + 3 \cdot 7$$



5. példa

Kati és barátai egy büfében 7 üveg ásványvizet vásároltak, amely üvegenként 100 Ft-ba került, de az üres üvegekért 35-35 Ft-ot visszakaptak. Mennyit költöttek összesen?

Számolhatott így is az eladó:

Az ásványvíz az üveg nélkül $(100 - 35)$ Ft, és 7 üveg ásványvíz fogyott.

$$(100 - 35) \cdot 7 = 65 \cdot 7 = 455 \text{ (Ft)}$$

Másképp is számolhatott az eladó:

A 7 üveg ásványvíz $7 \cdot 100$ Ft. Ebből visszajár $7 \cdot 35$ Ft.

$$7 \cdot 100 - 7 \cdot 35 = 700 - 245 = 455 \text{ (Ft)}$$

Mindkét esetben 455 Ft az eredmény.



☉ Milyen sorrendben végezzük el a műveleteket?

Emlékeztető

Különbséget szorozhatunk úgy is egy számmal, hogy a tagokat külön-külön megszorozzuk a számmal, és az így kapott szorzatok különbségét vesszük.

$$(100 - 35) \cdot 7 = 100 \cdot 7 - 35 \cdot 7$$

A szorzás műveleti tulajdonságait alkalmazva szorozhatjuk össze a nagyobb számokat.

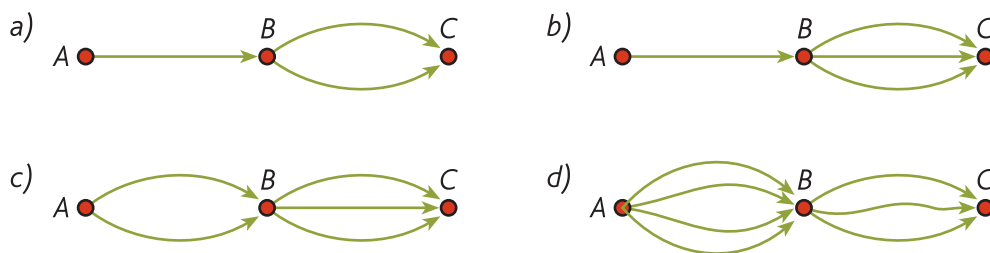
FELADATOK

83 Az ábrák segítségével válaszolj a kérdésekre!

Hányféle útvonalon juthatunk A-ból B-be? (Csak a nyilak irányában mozgunk.)

Hányféle útvonalon juthatunk B-ből C-be?

Hányféle útvonalon juthatunk A-ból C-be B-n keresztül?



Egy palota bejáratától két úton juthatunk az első terembe, innen három út vezet a második terembe, majd innen négy út a harmadikba. Hányféle úton juthatunk el az első teremről a harmadikba?

A: 4;

B: 7;

C: 9;

D: 12;

E: 24

Fejtörő!

84 Keresd a megoldásokban a közös gondolatot!



© Rajzolj! Számolj!
Indokold megoldásod!

© Többet ésszel,
mint erővel!

© A tényezők sorrendjének megváltoztatása is előnyös lehet.

© Szóban („fejben”) számolva határozd meg az eredményt!

- a) Petra babájának 3 szoknyája és 4 blúza van. Hányféleképp öltöztetheti fel Petra a babáját?
- b) Az állomástól a térig 3 út vezet. A tértől a múzeumig 4. Hányféle útvonalon juthatunk el az állomástól a múzeumig a tér érintésével?
- c) Képezz kétjegyű számokat úgy, hogy a tízes helyiértékű számjegy alakiértéke 1; 2 vagy 3, az egyes helyiértékű számjegy alakiértéke 4; 5; 6 vagy 7 legyen! Hány ilyen szám van? Írd le ezeket a kétjegyű számokat növekvő sorrendben!

85 Szóban vagy írásban végezd el a szorzásokat!

- | | | | |
|-------------------|--------------------|---------------------|-------------------|
| a) $70 \cdot 4$; | b) $82 \cdot 10$; | c) $68 \cdot 100$; | d) $25 \cdot 8$; |
| $75 \cdot 4$; | $82 \cdot 5$; | $68 \cdot 99$; | $250 \cdot 8$; |
| $75 \cdot 8$ | $82 \cdot 500$ | $68 \cdot 990$ | $25 \cdot 800$. |

86 Csoportosítsd ügyesen a tényezőket, majd számítsd ki az eredményt!

- | | | |
|-----------------------------|-------------------------------------|--|
| a) $13 \cdot 4 \cdot 25$; | b) $25 \cdot 30 \cdot 15 \cdot 4$; | c) $50 \cdot 34 \cdot 20 \cdot 2$; |
| d) $5 \cdot 63 \cdot 20$; | e) $2 \cdot 19 \cdot 5 \cdot 100$; | f) $8 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 125$; |
| g) $63 \cdot 77 \cdot 0$; | h) $7 \cdot 125 \cdot 4 \cdot 2$; | i) $3 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 125 \cdot 4$; |
| j) $5 \cdot 195 \cdot 20$; | k) $2 \cdot 8 \cdot 125 \cdot 4$; | l) $11 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 250$ |

87 a) Mennyibe kerül 8 db zöldpaprika, ha egy darabnak az ára 85 Ft?

- b) Bea mindennap 200 Ft-ért vásárol tízórait. Mennyit költ tízóraitra 31 nap alatt?
- c) Egy 25 fős és egy 16 fős kirándulócsoporthal találkozott. Összesen hány kézfogás történt a bemutatkozás során, ha az egyik csoport minden tagja kezét fogott a másik csoport minden tagjával?
- d) Hány szőlőtőke van Dénesék kertjében, ha 100 sor van és minden sorban 250 tőke?
- e) Körülbelül mekkora a tömege 250 darab tojáshoz, ha egy tojás tömege körülbelül 6 dkg (dag)?
- f) Gézának 3500 Ft zsebpénze volt. Mennyi pénze maradt másra, ha 22 napon át napi 150 Ft-ot költött tízóraitra?
- g) Egy szakosztály 20 sífelszerelést vásárolt. Mennyit költött a szakosztály összesen, ha egy pár lécső ára 35 000 Ft, a kötése 12 500 Ft, egy pár síbot 2500 Ft volt?

Fejtrő!



Hogyan számítanád ki fejben a következő szorzatok értékét?

$A = 45 \cdot 999$; $B = 25 \cdot 120$; $C = 125 \cdot 88$; $D = 199 \cdot 50$



Ági leírt 90 db (nem feltétlenül különböző) természetes számot, majd ezeket összeadta, illetve összeszorozta. Mindkét esetben 100-at kapott eredményül. Melyek lehettek az Ági által leírt természetes számok?

Figyeld meg **a szorzat változásait!**

88 Indulj ki ebből a szorzásból: $50 \cdot 40 = 2000$. Hogyan változik a szorzat, ha

- a) az első tényező 2-szeresére nő, a másik nem változik;
- b) az első tényező ötödére csökken, a másik nem változik;
- c) a második tényező felére csökken, az első nem változik;
- d) a második tényező 3-szorosára nő, az első nem változik;
- e) az első tényező tizedrészére, a második 10-szeresére változik;
- f) az első tényező felére, a második 2-szeresére változik;
- g) mindkét tényező 2-szeresére változik?

89 A gyerekek közül ki állított igazat a szorzásról, ha a tényezők természetes számok? Ki tévedett? Ki fogalmazott pontatlanul?

- a) *Anna*: Ha a szorzat egyik tényezőjét 3-szorosára növeljük, akkor a szorzat 3-szorosára nő.
- b) *Bea*: Ha a szorzat egyik tényezőjét harmadrészére csökkentjük, és a másikat nem változtatjuk, akkor a szorzat is harmadrészére csökken.
- c) *Cili*: Ha a szorzat egyik tényezőjét ötszörösére növeljük, a másikat ötödrészére csökkentjük, akkor a szorzat nem változik.
- d) *Dóri*: Ha az egyik tényezőt 10-zel növeljük, a másikat 10-zel csökkentjük, akkor a szorzat nem változik.
- e) *Enikő*: Ha a szorzat egyik tényezője nő, a másik meg csökken, akkor a szorzat nem változik.
- f) *Flóra*: Ha a szorzat egyik tényezője nő, a másik meg csökken, akkor a szorzat változik.
- g) *Gizi*: Egy szorzat értéke csak akkor lehet 0, ha valamelyik tényezője 0.

› A SZORZAT BECSLÉSE

6. példa

Becsüljük meg a $286 \cdot 624$ szorzás eredményét.

Százásra kerekített értékekkel számolhatunk:

$$286 \cdot 624 \approx 300 \cdot 600$$

Számolhatunk így:

$$300 \cdot 600 = (3 \cdot 100) \cdot (6 \cdot 100) = (3 \cdot 6) \cdot (100 \cdot 100) = 18 \cdot 10\,000 = 180\,000;$$

$$286 \cdot 624 \approx 180\,000$$

☉ *A számítások előtt ismételjük át, hogyan szorozzuk a természetes számokat 10-zel, 100-zal, 1000-rel, 10 000-rel (23–24. oldal).*



Melyik becslés hibás?

A: $596 \cdot 774 \approx 500 \cdot 700$;

B: $345 \cdot 64 \approx 300 \cdot 100$;

C: $487 \cdot 174 \approx 500 \cdot 200$

Fejtörő!

☉ *Karikázd be a hibás becslés betűjelét!*



ÍRÁSBELI SZORZÁS TÖBBJEGYŰ SZORZÓVAL

7. példa

Az iskola tanulói fejenként 285 Ft értékben gyűjtöttek vadgesztenyét.

Mennyi pénzt keresett az iskola, ha 624 tanulója van?

A számítás terve:

Kiszámíthatjuk először, hogy mennyit kapott 600, majd 20, végül 4 tanuló:

$$285 \cdot (600 + 20 + 4) = 285 \cdot 600 + 285 \cdot 20 + 285 \cdot 4$$

A 285-öt szorozzuk 6-tal, majd ezt a részletszorzatot 100-zal. A részletszorzat minden számjegye kettővel nagyobb helyiértékre kerül.

☉ Helyiérték-táblázat segítségével vizsgáljuk meg, hogyan írhatók egymás alá a részletszorzatok.

	Száz- ezres	Tíz- ezres	Ezres	Százas	Tízes	Egyes
$285 \cdot 600 =$	1	7	1	0	0	0
$285 \cdot 20 =$			5	7	0	0
$285 \cdot 4 =$			1	1	4	0
	1	7	7	8	4	0

$$285 \cdot 600 = 285 \cdot (6 \cdot 100) = (285 \cdot 6) \cdot 100$$

$$285 \cdot 20 = 285 \cdot (2 \cdot 10) = (285 \cdot 2) \cdot 10$$

A 285-öt szorozzuk 2-vel, majd ezt a részletszorzatot 10-zel. A részletszorzat minden számjegye eggyel nagyobb helyiértékre kerül.

☉ Helyiérték-táblázatba írva vizsgálhatjuk a részletszorzatok elhelyezkedését.

	Száz- ezres	Tíz- ezres	Ezres	Százas	Tízes	Egyes
$285 \cdot 4 =$			1	1	4	0
$285 \cdot 20 =$			5	7	0	0
$285 \cdot 600 =$	1	7	1	0	0	0
	1	7	7	8	4	0

A számítást másképp is megtervezhetjük:

Először kiszámítjuk, hogy mennyit kapott 4, majd 20, végül 600 tanuló:

$$285 \cdot (4 + 20 + 600) = 285 \cdot 4 + 285 \cdot 20 + 285 \cdot 600$$

A számítást írásban így végezzük:

	2	8	5	·	6	2	4
1	7	1	0				
		5	7	0			
		1	1	4	0		
1	7	7	8	4	0		

		2	8	5	·	6	2	4
		1	1	4	0			
		5	7	0				
1	7	1	0					
1	7	7	8	4	0			

☉ A számolás során a helypótló nullákat nem írjuk ki.

Többet ésszel ...



Egy gyertya 42 perc alatt ég el. Mennyi ideig világíthatunk, ha 35 gyertyát gyűjtünk meg egyszerre?

FELADATOK

90 Végezd el a kijelölt szorzásokat!

- a) $538 \cdot 7$; $538 \cdot 73$; $538 \cdot 703$; $538 \cdot 71$;
 $538 \cdot 70$; $538 \cdot 730$; $538 \cdot 7003$; $538 \cdot 711$;
 $538 \cdot 700$; $538 \cdot 7300$; $538 \cdot 7030$; $538 \cdot 731$;
- b) $847 \cdot 4$; $847 \cdot 38$; $847 \cdot 3803$; $847 \cdot 41$;
 $847 \cdot 400$; $847 \cdot 380$; $847 \cdot 3083$; $847 \cdot 401$;
- c) $456 \cdot 8$; $456 \cdot 78$; $456 \cdot 708$; $456 \cdot 7081$;
 $456 \cdot 80$; $456 \cdot 789$; $456 \cdot 807$; $456 \cdot 7801$;
 $456 \cdot 8000$; $456 \cdot 7890$; $456 \cdot 8007$; $456 \cdot 7810$

☉ A szorzás elvégzése előtt kerekített értékekkel szóban számolva becsüld meg az eredményt!

91 Számítsd ki és hasonlítsd össze az összetartozó szorzatok értékét!

- a) $\left. \begin{array}{l} 84 \cdot 25 \\ 88 \cdot 25 \end{array} \right\}$; b) $\left. \begin{array}{l} 70 \cdot 39 \\ 70 \cdot 40 \end{array} \right\}$; c) $\left. \begin{array}{l} 921 \cdot 39 \\ 921 \cdot 29 \end{array} \right\}$; d) $\left. \begin{array}{l} 333 \cdot 75 \\ 313 \cdot 75 \end{array} \right\}$; e) $\left. \begin{array}{l} 541 \cdot 17 \\ 541 \cdot 1700 \end{array} \right\}$;
f) $\left. \begin{array}{l} 84 \cdot 50 \\ 168 \cdot 50 \end{array} \right\}$; g) $\left. \begin{array}{l} 700 \cdot 39 \\ 7 \cdot 39 \end{array} \right\}$; h) $\left. \begin{array}{l} 921 \cdot 30 \\ 921 \cdot 10 \end{array} \right\}$; i) $\left. \begin{array}{l} 333 \cdot 25 \\ 111 \cdot 75 \end{array} \right\}$; j) $\left. \begin{array}{l} 541 \cdot 117 \\ 541 \cdot 234 \end{array} \right\}$

☉ Megfigyelted a szorzat változásait?

92 a) Ha egy törülköző ára 785 Ft, akkor mennyibe kerül 51 törülköző?

- b) Ha 1 m vászon ára 385 Ft, akkor mennyibe kerül 71 m vászon?
- c) Mennyibe kerül 1 kg paradicsom, ha 6 kg ára 1200 Ft?
- d) Petra édesanyja lágy tojást főz. Ha 1 db tojást tesz a forró vízbe, akkor 3 perc alatt készül el. Hány perc alatt készül el, ha 5 tojást tesz a forró vízbe?
- e) Balázs egyedül 6 óra alatt ássa fel a kertet. Mennyi idő alatt készülnek el, ha két barátjával együtt dolgozik?
- f) Egy diótortához 250 g dióra van szükség. Hány kilogramm dió fogy el egy év alatt, ha minden héten sütünk egy diótortát?
- g) Egy méter vitorlaskötél ára 225 Ft. Mennyibe kerül ebből a kötélből
 $\left. \begin{array}{l} 2 \text{ m, } 3 \text{ m, } 10 \text{ m, } 11 \text{ m, } 27 \text{ m, } 35 \text{ m, } x \text{ m?} \end{array} \right\}$
- h) Egy gyorsvonat átlagosan 85 km-t tesz meg egy óra alatt, egy autó pedig 110 km-t. Hány kilométerrel tesz meg nagyobb utat az autó a gyorsvonatnál 11 óra alatt?
- i) Csaba különböző dolgokat gyűjt. 3450 Ft-tal a zsebében elment a bolhapiacra. Ott eladott 134 bélyeget, darabját 170 Ft-ért, majd vásárolt 251 db matricát, darabonként 75 Ft-ért. Mennyi pénze maradt?

☉ Figyelmesen olvasd el a szöveget!

Gyakorló
2.38., 2.41–2.53.,
3.05–3.06., 3.17.,
9.35.;

Feladatgyűjtemény
1.2.30–31.,
1.2.33–42.



Bíbor szorzásokat végzett, majd a számításokban szereplő számok nagy részét letörölte.

Tudod-e pótolni a letörölt számjegyeket?

		8		.			3
			7				
		9		1			
		4	0				

6			.		2		
		3					
		2	1	0			
					0		
			4	4			

AZ IDŐ MÉRÉSE

☉ A Föld 1 nap, azaz 24 óra alatt tesz meg egy fordulatot a tengelye körül. Körülbelül 365 nap, vagyis 1 év alatt kerüli meg a Napot. A Hold a Föld körüli pályáját mintegy 28 nap (4 hét) alatt futja be.

Emlékeztető

Mértékegységek:

1 másodperc $\xrightarrow{\cdot 60}$ 1 perc $\xrightarrow{\cdot 60}$ 1 óra $\xrightarrow{\cdot 24}$ 1 nap $\xrightarrow{\cdot 7}$ 1 hét

A hétnél nagyobb egység a hónap. A hónapok hossza változó. A február 28 napos (szökőévben 29 napos), az április, a június, a szeptember és a november 30 napos, a többi hónap 31 napos.

Közelítő számításokban: 1 hónap $\approx$ 4 hét $\approx$ 30 nap.

Az 1 év = 12 hónap = 365 nap (szökőévben 366 nap).

Már az őskori vadászok, illetve az ókori földművesek számára is fontos volt, hogy megfigyeljék az évszakok változását. A nap folyamán az idő múlását a Nap állása segítségével mérték. Később egyre pontosabb mérőeszközöket (napórát, vízórát, ingaórát stb.) találtak fel. Ma az atomórák a másodperc milliárdod részénél is pontosabban mérnek.

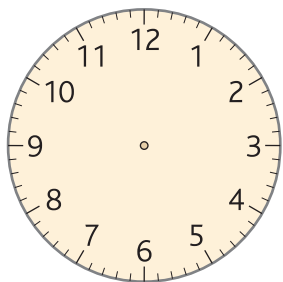
FELADATOK

93 Mérjétek meg közösen!

- Hány másodperc alatt számoltok 1-től 20-ig?
- Hány perc alatt írtok le még 5 tagot a következő sorozatból?
16; 21; 31; 46;;;;;
- Üljetek 1 percig csendben! Aki úgy érzi, hogy letelt az 1 perc, jelentkezzen!
- 1 perc alatt mennyit dobban a szíved?
- Mennyi idő telik el, amíg végigsétálsz a termen?



Gyakorló
7.24–7.28.,
9.36–9.37.



- Hány éves vagy? Hány hónapos vagy? Hány napos vagy?
(A szökőévekre is gondolj!)
- Hány napból áll egy szökőév első 5 hónapja?
- Ági 75 percig, Bea fél óráig, Cili 1 óra 20 percig rendezte a könyvtár könyveit. Melyikük dolgozott a leghosszabb ideig? Mennyi időt dolgozott a három gyerek összesen?
- Hány perc telik el délelőtt fél tíztől ugyanaznap délután negyed kettőig?
- Hány másodperc van egy negyedórában?
- Hány óra telik el október 9-e déli 12 órától október 21-e hajnali 4 óráig?
- Tíz napnál több vagy kevesebb az egymillió másodperc?

Többet ésszel ...



Egy autó 100 kilométert 85 perc alatt tett meg. Másnap ugyanehhez az úthoz 1 óra 25 percre volt szüksége. Mikor ért hamarabb célhoz az autó utasa?

95

A Nemzetközi Űrállomást 16 ország összefogásával építik. Az első két modulját 1998 novemberében orosz űrhajó, illetve 1998 decemberében amerikai űrrepülőgép juttatta el a Föld körüli pályára. Az űrállomás azóta is fokozatosan épül. Az űrállomáson egyszerre 7 űrhajós dolgozhat.



A margón a Nemzetközi Űrállomás 2009. december 6-i napirendjét látod.

Például a 21 óra 30 perc jelölése 21:30.

- Naponta mennyi időt biztosítanak az alvásra, ha mindig 21 óra 30 perckor van „takarodó” és reggel 6 órakor van ébresztő?
- Az űrhajósok mennyi időt fordítottak egészségük és erőnléti állapotuk megóvására?
- Az űrhajósok mennyi időt fordítottak a munkavégzéssel kapcsolatos tennivalókra (az előkészületeket, megbeszéléseket, ellenőrzéseket stb. is beleértve)?
- Az űrállomás másodpercenként körülbelül 7800 m-t tesz meg. Körülbelül hány kilométert tesz meg az űrhajó addig, amíg az űrhajósok a családtagjaikkal beszélgetnek? Az eredményt ezresre kerekítve add meg!
- Az űrhajósok a súlytalanság miatt speciális zacskókból isznak. Az egyik zacskóban 250 ml, egy másikban 3 és fél dl víz van. Ha össze tudnák ezeket tölteni egy fél-literes edénybe, hány deciliter víz hiányozna még, hogy tele legyen az edény?
- A 18 óra előtti vizsgálaton háromszor megmérték, hogy mennyit ver egy perc alatt az egyik űrhajós szíve. A mérések eredménye: 67; 72; 71. Összesen körülbelül mennyit verhetett az űrhajós szíve a teljes egészségügyi vizsgálat alatt?

96

- Hány napból áll összesen az első 6 hónap?
- Hány óra egy hét? Hány perc egy nap?
- Aladár ezen a héten 5 és fél órát foglalkozott a matematikával. A 4 tanóra egyenként 45 percig tartott, a szakkör 90 percig. A többi időt a házi feladatok elkészítésére fordította. Mennyi volt ez az idő?
- A gyorsvonat egy és fél óra alatt 127 km-t tett meg, majd 12 percig állt. További 65 perc alatt 102 km volt a megtett út. Összesen mennyi ideig tartott az út?
- Az 515 m tengerszint feletti magasságú hegyre 1 óra 25 percig tartott a felfelé vezető út. A csúcson 2 óra 40 percet pihentünk, játszottunk. A lefelé vezető, 5 km hosszú úthoz 65 perc elegendő volt. Mennyi ideig tartott a túránk?
- A vonat indulásáig 6 és háromnegyed óránk van. Az állomásig vezető utat 2 óra 50 perc alatt szeretnénk megtenni. Legkésőbb mennyi idő múlva kell indulnunk?
Mennyi idő jutna játékra, ha az utat 13 perccel rövidebb idő alatt tennénk meg?
Mennyi jutna játékra, ha az utat fél órával hosszabb idő alatt tennénk meg?
- Flóra minden héten négy alkalommal 45 perces edzésen vesz részt. Hány órát edz összesen egy év (52 hét) alatt?

6:00	Alvás
6:30	Egészségügyi vizsgálat
6:35	Mosakodás, rendrakás
7:05	Reggeli
8:00	Ellenőrzés
8:05	A napi munka egyeztetése a Földdel
8:20	Felkészülés a napi munkára
10:30	Torna, az izom- és keringési rendszer karbantartása
13:00	Ebéd
14:00	Egészségügyi vizsgálat
14:25	Munka
17:50	Egészségügyi vizsgálat
18:00	Eszközök elpakolása
18:50	A munka megbeszélése a Földdel
19:25	Ellenőrzés
19:30	Vacsora, pihenés
19:45	Beszélgetés a családdal
20:00	Pihenés, mosakodás
21:30	Alvás

☉ **A számítások tervét írd le a matematika nyelvén!**



Készíts feladatot az ábra alapján!



OSZTÓ, TÖBBSZÖRÖS

1. példa

60 tanulót hányféleképpen lehet sorba állítani úgy, hogy minden sorba ugyanannyi tanuló jusson?

☉ *Megtalálod a többi megoldást?*

Felállíthatjuk 4 sorban a tanulókat úgy, hogy minden sorba 15 tanuló jusson:

$$60 = 15 \cdot 4$$

A tanulók felállhatnak így is:

$$60 = 10 \cdot 6$$



Emlékeztető

A feladat megoldása során olyan számpárokat keresünk, amelyeket összeszorozva 60-at kapunk eredményül. Például: $60 = 15 \cdot 4$.

Ilyenkor azt mondjuk, hogy **a 60 osztható 15-tel és 4-gyel**.

A 15 és a 4 a 60 két **osztója** (mégpedig **osztópárja**), illetve a **60 többszöröse a 4-nek és a 15-nek**.

A feladatot megoldva megkapjuk 60 **összes** (természetes szám) **osztóját**:

1 és 60; 2 és 30; 3 és 20; 4 és 15; 5 és 12; 6 és 10.

Megfigyelted?

Az 1 minden természetes számnak osztója.

Minden pozitív egész szám osztható saját magával.

FELADATOK

☉ *Osztópárokkal célszerű dolgozni.*

97

Sorold fel a következő számok összes osztóját!

a) 20; b) 36; c) 48; d) 47; e) 49; f) 50

98

Sorold fel azokat a 40-nél kisebb pozitív egész számokat, amelyeknek

a) egy b) kettő; c) kettőnél több osztójuk van!

Fejtörő!

☉ *Karikázd be a helyes válasz betűjelét!*



Mindig kimarad egy tanuló, ha az osztály tanulói kettesével, vagy hármával, vagy négyesével, vagy hatosával állnak sorba. Ha ötösével állnak sorba, akkor nem marad ki senki. Hány tanuló járhat ebbe az osztályba?

A: 15;

B: 20;

C: 24;

D: 25

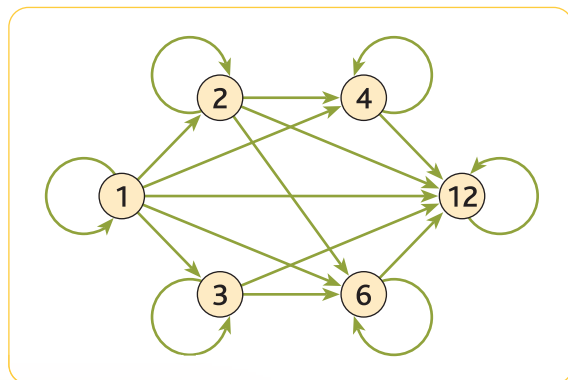
99 Sorold fel 24, illetve 20 összes osztóját!

a) Írd be a 30-nál kisebb természetes számokat a táblázatba!

b) Milyen kapcsolatokat jelenthet a nyíl? Minden nyilat megrajzoltunk.

Gyakorló
9.38–9.39.

		A 24-nek	
		osztója	nem osztója
A 20-nak	osztója		
	nem osztója		



2. példa

Egy órát úgy állítottak be, hogy minden ötödik percben csenget. Csenget-e az óra 60 perc múlva?

Jelöljük a számegegyesen, hogy mely időpontokban csenget az óra!

Csenget az óra, mert a 60 osztható 5-tel, vagyis többszöröse 5-nek.



Megfigyelted?

Megkapjuk az 5 többszöröseit, ha az 5-öt rendre megszorozzuk a természetes számokkal:

$$5 \cdot 0 = 0; \quad 5 \cdot 1 = 5; \quad 5 \cdot 2 = 10; \quad 5 \cdot 3 = 15; \quad 5 \cdot 4 = 20; \quad 5 \cdot 5 = 25; \quad \dots$$

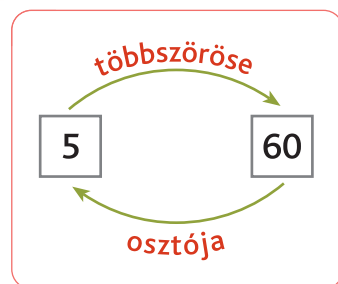
A 0 mindegyik természetes számnak többszöröse.

Minden természetes szám többszöröse saját magának.

A 0-nak csak a 0 a többszöröse.

Minden más természetes számnak végtelen sok többszöröse van.

Az 5-nek a 60 többszöröse, a 60-nak az 5 osztója.



☉ A „többszörös” a matematikában jelenthet 0-szorost és 1-szerest is.

FELADATOK

100 Andinak 2500 Ft-ja, Beának 4000 Ft-ja, Csabának 3200 Ft-ja, Dezsőnek 2850 Ft-ja, Emilnek 5840 Ft-ja, Fanninak 2645 Ft-ja van. Ki válthatja be a pénzét csupa

☉ **Tételezzük fel, hogy van kétforintos.**

- a) 2 -osra; b) 5 -osra; c) 10 -osra; d) 20 -osra;
e) 50 -osra; f) 100 -osra; g) 200 -osra; h) 500 -osra?



Hányféle különböző méretű téglalap alakú terület rakható ki 144 db egyforma méretű négyzetes betonlappal?

Fejtörő!

☉ **A négyzet is téglalap?**

101 Nullától kezdve számolj 600-ig

- a) 20-asával; b) 25-ösével; c) 30-asával!

102 Rajzolj a füzetedbe egy számegyenest és egy halmazábrát!

Az alaphalmaz: a 0 és 30 közé eső egész számok halmaza ($0 \leq x \leq 30$).

a) Jelöld meg a számegyenesen *sárgával* a 3 többszöröseit, *zölddel* a 9 többszöröseit! Melyek azok a számok, amelyeket csak sárgával, csak zölddel, mindkét színnel, egy színnel sem jelöltél meg?

b) Írd be a halmazábrába 0-tól 30-ig a természetes számokat!

A címkék jelentése: $A = \{3 \text{ többszöröse}\};$

$B = \{9 \text{ többszöröse}\}$

103 Rajzolj a füzetedbe egy számegyenest és egy halmazábrát!

Az alaphalmaz: a 0 és 30 közé eső egész számok halmaza ($0 \leq x \leq 30$).

a) Jelöld meg a számegyenesen *sárgával* a 2 többszöröseit, *zölddel* az 5 többszöröseit! Mely számokat jelölted meg mindkét színnel?

b) Írd be 0-tól 30-ig a természetes számokat a halmazábrába megfelelő részeibe!

A címkék jelentése: $A = \{2 \text{ többszöröse}\};$

$B = \{5 \text{ többszöröse}\}$

Mit jelent a C és a D címke?

c) Az ábra milyen színű részébe írtad be a következő halmazok elemeit:

$X = \{2\text{-nek többszöröse, de az } 5\text{-nek nem többszöröse}\};$

$Y = \{2\text{-nek és az } 5\text{-nek is többszöröse}\};$

$W = \{5\text{-nek többszöröse, de a } 2\text{-nek nem többszöröse}\};$

$Z = \{\text{a } 2\text{-nek vagy az } 5\text{-nek többszöröse}\}$

104 Rajzolj egy számegyenest, és tüntesd fel rajta az egész számokat 0-tól 30-ig!

Jelöld a számegyenesen *sárgával* a 4 többszöröseit, *kékkel* a 6 többszöröseit!

Melyek azok az egész számok, amelyeket csak sárgával, csak kékkel, mindkét színnel, egy színnel sem jelöltél meg?

Gyakorló

6.46–6.49., 9.38–9.39.;

Feladatgyűjtemény

1.3.02.

Fejtrő!



Keress olyan 4-re végződő természetes számot, amelynek ha az utolsó számjegyet letöröljük, és a szám elejére írjuk, akkor 4-szer akkora számot kapunk!

					6	4	·	4
					6			



Mi lesz a 150. ábra, ha az ábrák ismétlődésének szabálya nem változik?

© Folytasd az elkezdett ábrát!



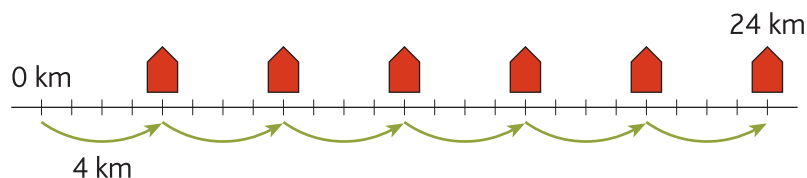
A TERMÉSZETES SZÁMOK OSZTÁSA

1. példa

Az erdészet dolgozói a 24 km hosszú turistaösvényt 6 egyenlő részre osztották, és minden szakasz végpontjára egy kis faházat építettek. Hány kilométer hosszú egy-egy szakasz?

Hány kilométert kell 6-szor vennünk, hogy 24 km-t kapjunk?

$$\square \cdot 6 = 24$$



Ismerjük a szorzót és a szorzatot, a szorzandó ismeretlen.

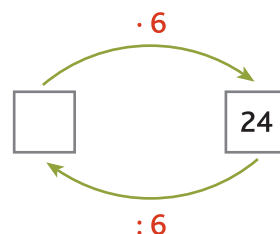
A 24-et 6 egyenlő részre kell osztanunk:

$$24 : 6 = \square \text{ vagy } 24 / 6 = \square$$

$$\square = 4. \text{ Egy-egy szakasz 4 km hosszú.}$$

Az osztást ellenőrizhetjük szorzással: $4 \cdot 6 = 24$,

vagy egy másik osztással: $24 : 4 = 6$



Emlékeztető

Figyeld meg az osztással kapcsolatos elnevezéseket!

Az osztásban az osztandó és az osztó nem cserélhető fel.

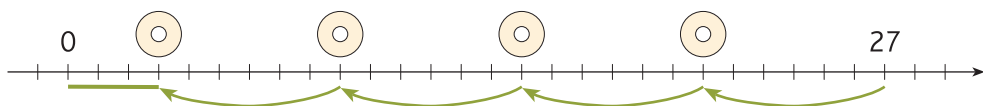
$$\begin{array}{ccccc} & & \text{Hányados} & & \\ & \swarrow & & \searrow & \\ 24 & : & 6 & = & 4 \\ \text{Osztandó} & & \text{Osztó} & & \end{array}$$

2. példa

Klárának 27 €-ja van. Hány 6 €-s CD-t vásárolhat belőle?

$$27 : 6 = 4$$

3 ← **Maradék**



4 CD-t vásárolhat, és megmarad 3 €-ja.

Az ilyen osztást **maradékos osztásnak** nevezzük.

A maradékos osztást úgy ellenőrizzük, hogy a hányados és az osztó szorzatához hozzáadjuk a maradékot:

$$6 \cdot 4 + 3 = 27$$



Budapesten 6 órakor 72 mm eső hullott. Hány milliméter eső esett 1 órakor?

Többet ésszel ...

3. példa

Oldjuk meg az egyenletet: $0 : 3 = x$.

Az alaphalmaz a természetes számok halmaza.

A hányados az a szám lesz, amelynek a 3-szorosa 0.

Csak a 0-nak a 3-szorosa egyenlő 0-val, ezért $x = 0$. Lássunk erre példát:

Három barát 0 Ft-ot kap semmittevésért. Ha megosztoznák rajta, hány forintja lesz egynek-egynek?

Bizony, ha 0 Ft-ot háromfelé osztunk, egy-egy rész 0 Ft lesz.

Vagyis $0 : 3 = 0$.

Emlékeztető

Ha az osztandó 0, és az osztó 0-tól különböző szám, akkor elvégezhetjük az osztást, a hányados minden esetben 0 lesz.

Például:

$$0 : 3 = 0; \quad 0 : 17 = 0$$

4. példa

Oldjuk meg az egyenletet: $y \cdot 0 = 5$.

Az alaphalmaz a természetes számok halmaza.

Az y olyan számot jelent, amelynek 0-szorosa 5.

Ilyen szám nincs. Az egyenlet nem oldható meg.

Ezért **az $5 : 0$ hányados nem értelmezhető.**

5. példa

Oldjuk meg az egyenletet: $z \cdot 0 = 0$.

Az alaphalmaz a természetes számok halmaza.

Ebben az esetben a z helyére bármilyen számot írhatunk.

Például: z lehet 17; $17 \cdot 0 = 0$

z lehet 7; $7 \cdot 0 = 0$

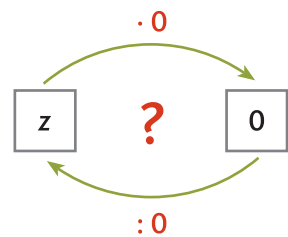
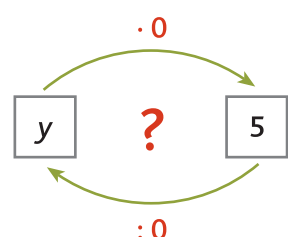
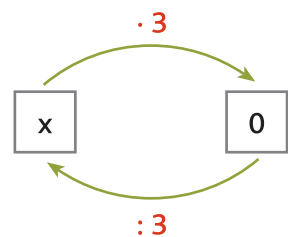
z lehet 0; $0 \cdot 0 = 0$

Ha a $0 : 0$ hányadost értelmezni akarnánk, akkor bármely számot eredménynek kellene elfogadnunk.

Ezért (megállapodás szerint) **a $0 : 0$ hányados sem értelmezhető.**

Emlékeztető

0-val nem lehet osztani.



FELADATOK

- 105** a) Számoljunk ki 21 borsószemet. Vegyünk el belőle 3-at egymás után annyi-szor, ahányszor lehet. Hányszor ismételhetjük meg az elvételt?
Mondjuk, hogy ez a 21 borsószem 21 bonbon, amelyet 3 kis óvodás akar egyenlően elosztani. Mutassuk meg, hogy a számolni nem tudó kisgyerekek bennfoglalással elvégezhetik a részekre osztást.
- b) Hány sorban állíthatunk fel 96 tanulót, ha mindegyik sorban 8 tanuló van?
- c) 15 m hosszú zsinógot 6 egyenlő részre vágunk. Hány deciméter hosszú egy-egy darab?
- d) Az osztály tanulóit 3 csoportra osztották. Mindegyik csoportba 11 tanuló jutott. Hányan voltak az osztályban?
- e) Hány egyenlő részre osztottak 56 bonbont, ha egy adagba 7 szem jutott?

☉ *Írd fel a számítás tervét egyenlettel, többféleképpen! Ellenőrizd a számítást!*

- 106** Mely természetes számok írhatók a betűk helyébe úgy, hogy az egyenlőség igaz legyen? Oldd meg az egyenleteket!

☉ *Ellenőrizted a megoldásokat?*

- a) $12 \cdot \boxed{a} = 96$; b) $\boxed{b} \cdot 15 = 75$; c) $36 \cdot \boxed{c} = 108$; d) $91 : \boxed{d} = 7$;
e) $125 : \boxed{e} = 5$; f) $128 : \boxed{f} = 8$; g) $\boxed{g} : 8 = 17$; h) $\boxed{h} : 6 = 25$;
i) $\boxed{i} : 100 = 23$; j) $2300 : \boxed{j} = 23$; k) $\boxed{k} : 10 = 40$; l) $100 \cdot \boxed{x} = 4000$;
m) $0 : \boxed{m} = 25$; n) $\boxed{n} : 37 = 0$; o) $12 : 0 = \boxed{y}$; p) $\boxed{p} : 0 = 0$

- 107** Ábrázold számegegyenesen a 20-nál kisebb természetes számokat!

- a) Karikázd be pirossal a számegegyenesen a 3 többszöröseit! Ezek a számok mennyit adnak maradékkal, ha 3-mal osztjuk őket?
- b) Karikázd be kékkel a számegegyenesen azokat a számokat, amelyek 3-mal osztva 1-et adnak maradékkal!
- c) Van-e olyan szám, amelyet pirossal és kékkel is be kellett karikáznunk?
- d) Mit mondhatunk azokról a számokról, amelyeket sem kékkel, sem pirossal nem karikáztunk be?

- 108** Induljunk ki ebből az osztásból: $48 : 8 = 6$
Hogyan változik a hányados, ha

*Gyakorló
2.40., 2.55., 2.70.;
Feladatgyűjtemény
1.3.07–08.*

- a) csak az osztandót változtatjuk, mégpedig 2-szeresére;
- b) csak az osztót változtatjuk, mégpedig 3-szorosára;
- c) csak az osztandót változtatjuk, mégpedig harmadrészére;
- d) csak az osztót változtatjuk, mégpedig negyedrészére;
- e) az osztandót és az osztót is 2-szeresére változtatjuk;
- f) az osztandót és az osztót is negyedrészére változtatjuk;



Egy csiga 60 arasz mély kútból akar kimászni. Mindennap nappal 20 arasznyit csúszik felfele, de éjjelenként 15 arasznyit csúszik vissza. Hány nap alatt ér fel a kút felső peremére?

A: 3;

B: 9;

C: 10;

D: 12

Fejtörő!

☉ *Karikázd be a helyes válasz betűjelét!*

OSZTÁS EGYJEGYŰ OSZTÓVAL

6. példa

☉ Feltételezzük, hogy van egy- és kétforintos.



Négy testvér a közös perselyben 2435 Ft-ot gyűjtött össze. Hány forint jut egynek-egynek, ha egyenlően osztják el a pénzt?

Hány forint marad az osztás után?

Adatok: 4 fő 2435 Ft
1 fő x Ft

Terv: $2435 : 4 = x$
m

Becslés a számolás első lépése után:

$24'35 : 4 = 6 \dots$ $600 < x < 700$

Számolás:

E	sz	t	e		sz	t	e
2	4	3	5	: 4 =	6	0	8
-	2	4		← 6 sz · 4			
	0	3					
-		0		← 0 t · 4			
		3	5				
	-	3	2	← 8 e · 4			
			3				

608 Ft jut egy testvérnek. 3 Ft marad.

Számolás röviden:

2'	4'	3'	5'	:	4	=	6	0	8	
	0	3								
		3	5							
			3							

A nullát is leírjuk!

Ellenőrzés:

	6	0	8	·	4			2	4	3	2
2	4	3	2				+				3
								2	4	3	5

FELADATOK

☉ Ellenőrizd a számítást!

109 Számítsd ki a hányados és a maradék értékét!

- | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| a) $978 : 6$; | b) $795 : 5$; | c) $392 : 7$; | d) $567 : 9$; | e) $572 : 8$; |
| $379 : 6$; | $640 : 5$; | $807 : 7$; | $999 : 9$; | $575 : 8$; |
| $7218 : 6$; | $304 : 5$; | $735 : 7$; | $4503 : 9$; | $460 : 8$; |
| $4205 : 6$; | $5080 : 5$; | $1035 : 7$; | $6093 : 9$; | $7372 : 8$; |
| $6038 : 6$; | $7809 : 5$; | $4589 : 7$; | $1000 : 9$; | $1000 : 8$ |

☉ A feladat megoldása után többféleképpen ellenőrizd a számítást!

110 a) Mennyibe kerül 1 kg alma, ha 6 kg ára 750 Ft?

- b) Bélának 6705 Ft-ja van, 9-szer annyi, mint Elemérnek. Hány forintja van Elemérnek?
- c) Elosztható-e 143 szem cukorka 5 gyerek között úgy, hogy mindegyikük ugyanannyi cukorkát kapjon?
- d) Hét munkatárs közösen lottózott, és 3-as találattal 3570 Ft-ot nyertek. Hány forint jutott egynek-egynek?
- e) Emma megkapta egy nyeremény egyötöd részét, 940 Ft-ot. Mekkora volt a nyeremény?

Fejtorő!



Mi lehet az 57 8 négyjegyű szám hiányzó számjegye, ha 4-gyel osztva 2 a maradék?

☉ Hány megoldást találtál? Ellenőriztél?

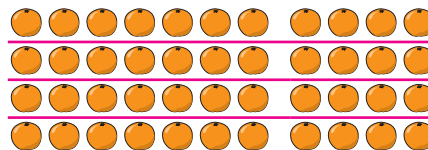
AZ ÖSSZEG ÉS A KÜLÖNBSÉG OSZTÁSA

7. példa

Négy gyerek 2 zacskó narancsot kapott Mikulásra. Az egyik zacskóban 28 darab, a másikban 16 darab volt. Igazságosan szétosztották az ajándékot. Hány narancs jutott egy-egy gyereknek?

1. megoldási terv:

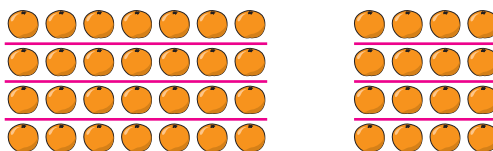
A gyerekek a narancsot először egy kupacba öntik, és azután osztják négy egyenlő részre. 11 narancs jutott egy gyereknek.



$$(28 + 16) : 4 = 44 : 4 = 11$$

2. megoldási terv:

Először az egyik zacskó narancsot osztják négy egyenlő részre, majd a másik zacskó narancsot is negyedelik, és a negyedrészek összegét kapja egy-egy gyerek.



$$(28 + 16) : 4 = 28 : 4 + 16 : 4 = 7 + 4 = 11$$

Emlékeztető

Összeg osztásakor vagy a kiszámított összeget osztjuk el, vagy pedig tagonként végezzük az osztást, és a kapott hányadosokat összegezzük.

☉ *Például*

$$(28 + 16) : 4 = 28 : 4 + 16 : 4$$

8. példa

Öt fiú 1550 Ft-ért vásárolt uzsonnát, majd az uzsonna elfogyasztása után összesen 50 Ft üvegbetétet kaptak vissza. Mennyibe került egy-egy fiú uzsonnája, ha egyenlően osztották meg a költségeket?

1. megoldási terv:

Kiszámítjuk, hogy mennyi a tényleges költség, és azt osztjuk öt egyenlő részre.

$$(1550 - 50) : 5 = 1500 : 5 = 300 \text{ (Ft)}$$

300 Ft-ba került egy uzsonna.

2. megoldási terv:

Először minden fiú kifizeti a vásárlási költség ötödrészét, majd később visszakapja az üvegbetét egyötödét.

$$1550 : 5 - 50 : 5 = 310 - 10 = 300 \text{ Ft}$$

Emlékeztető

Különbség osztásakor vagy a kiszámított különbséget osztjuk el, vagy pedig tagonként végezzük az osztást, és a kapott hányadosok különbségét vesszük.

☉ *Például*

$$(36 - 16) : 4 = 36 : 4 - 16 : 4$$



Legfeljebb hány olyan hónap lehet egy (nem szökő-) évben, amelyben 5 csütörtök van?

A: 3;

B: 4;

C: 5;

D: 12

Fejtrő!

☉ *Karikázd be a helyes választ betűjelét!*

FELADATOK

☉ Találsz kétféle megoldási tervet?

- 111 a) 4 gyerek egy alkalommal 16 rágógumit rejtő csomagot és 36 drázsét tartalmazó dobozt kapott. Mennyivel több drázsé jutott egy-egy gyermeknek, mint rágógumi?
- b) Hét turista előre befizetett 24 500 Ft-ot szállásra. A túrán gyengébb minőségű szállást kaptak, mint amilyent előre lefoglaltak, ezért visszakaptak 3500 Ft-ot. Mennyibe került egy-egy személynek a szállása?
- c) 8 tanuló 5720 Ft-ot kapott fémhulladékért, 2280 Ft-ot papírhulladékért. Hány forint jutott egy-egy tanulónak, ha egyenlően osztották szét a pénzt?

112 Lehetőleg kétféle terv szerint számold ki az eredményt!

- a) $(156 + 204) : 6$; b) $(2015 + 410) : 5$; c) $(6506 + 3318) : 8$;
 d) $(456 - 234) : 3$; e) $(4185 - 918) : 9$; f) $(6506 - 4931) : 5$;
 g) $4536 : (6 + 2)$; h) $225 : (3485 - 3480)$; i) $5075 : (5 - 5)$

☉ Többet ésszel!

113 Számold ki szóban!

- a) $148 \cdot 4$; $96 : 4$; $2985 : 5$;
 b) $72 \cdot 81 + 28 \cdot 81$; $68 : 4 - 28 : 4$; $1896 : 8 - 16 : 8 + 120 : 8$

Gyakorló
3.25–3.27.

114 Egy sorozat első tagja 32. Folytasd a sorozatot 5 taggal a szabály alapján!

A rá következő tagot úgy kapjuk, hogy

- a) az előzőt osztjuk 2-vel, és hozzáadunk 48-at;
 b) az előzőhöz 48-at adunk, és az összeget osztjuk 2-vel;
 c) az előzőt osztjuk 2-vel, és hozzáadjuk 48 felét.

» OSZTÁS TÖBBJEGYŰ OSZTÓVAL

FELADATOK

- 115 15 dm-es szakaszra hányszor mérhető fel egy 3 dm hosszú szakasz?
 150 cm-es szakaszra hányszor mérhető fel egy 30 cm hosszú szakasz?
 1500 mm-es szakaszra hányszor mérhető fel egy 300 mm hosszú szakasz?

116 Mennyi a hányados és a maradék?

- $27 : 3$; $270 : 30$; $2700 : 300$; $27\ 000 : 3000$;
 $29 : 3$; $290 : 30$; $294 : 30$; $2900 : 300$; $2940 : 300$

☉ Megfigyelted a törvényszerűséget?

☉ Végezd el szóban az osztásokat és az ellenőrzést!

Többet ésszel ...



Egy tavon a móló 2 m-re, a mellé kikötött halászhajó 160 cm-re emelkedik ki a vízből. Az esőzések hatására a tó vízszintje óránként 80 mm-rel nő. A móló, illetve a hajó oldalának felső peremét éri-e el korábban a vízszint? Hány órával korábban?



9. példa

14 ötödikes tanuló kamillagyűjtésért 3760 Ft-ot kapott. Hogyan osztottak a pénzen, ha mindegyikük ugyanannyit kapott?



☉ *Tételezzük fel, hogy van egyforintos is.*

Becsüljük meg a hányados nagyságrendjét. 3 ezres nem osztható átváltás nélkül 14 részre, ezért a hányados kevesebb, mint ezer. Az ezreseket százasokra váltva a 37 százason már tudnak 14-en osztani, egynek-egynek 2 százast jut. Így a hányados legnagyobb helyiértéke százast, a hányados háromjegyű szám, nagyobb 200-nál, de kisebb 300-nál:

$$200 < x < 300$$

Számolás:

A 3 ezres nem osztható 14 felé, ezért fölváltották, hozzávették a többi százast, és ezt osztották el.

A maradék 9 százast tízesekre váltották, hozzávették a meglévő 6 tízest, és szétoztották.

A maradék 12 tízest egyesekre váltották, más egyforintosuk nem volt, így ezen osztottak.

A maradék 8 Ft-ot nem osztották tovább.

Rövidebben így számolunk:

268 Ft-ot kapott egy-egy tanuló, és maradt 8 Ft.

Ellenőrizzük a maradékos osztást.

A számítás szerint egy tanuló 268 Ft-ot kapott, 14 tanuló 268 · 14 Ft-ot.

A szorzathoz hozzáadjuk a 8 Ft maradékot:

Tehát helyesen végezték el az osztást.

E	sz	t	e		sz	t	e
3	7	6	0	: 14 =	2	6	8
-	2	8		← 2 sz · 14			
	9	6					
-	8	4		← 6 t · 14			
	1	2	0				
-	1	1	2	← 8 e · 14			
			8				

3	7	6	0	:	1	4	=	2	6	8
	9	6								
	1	2	0							
			8							

2	6	8	·	1	4					
1	0	7	2							
3	7	5	2							
3	7	5	2	+	8	=	3	7	6	0

FELADATOK

117 Végezd el az osztásokat!

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|---------------|
| a) 967 : 23; | b) 745 : 68; | c) 456 : 63; | d) 4652 : 18; |
| 568 : 41; | 808 : 39; | 2368 : 45; | 2328 : 76; |
| 745 : 25; | 560 : 28; | 6052 : 79; | 8200 : 39; |
| 630 : 15; | 984 : 48; | 6409 : 52; | 6784 : 48; |
| 632 : 28; | 635 : 27; | 7000 : 63; | 3565 : 71 |

- ① Állapítsd meg a hányados számjegyeinek számát, majd végezz becslést!
- ② Határozd meg, legfeljebb mekkora szám lehet az osztás maradéka!
- ③ Végezd el a számítást!
- ④ Ellenőrizd számításod!



Vajon jól számolt-e Ödömér? Észrevehető-e a hiba, ha megbecsüljük az eredményt? Tudsz segíteni Ödömérnek?

4	9	8	:	1	5	=	3	2	1
	4	8							
	1	8							
		3							

3	4	5	7	:	3	2	=	1	8
	2	5	7						
			1						

☉ A feladatok megoldása előtt becsüld meg az eredményt!

Oldd meg a feladatokat!

Ellenőrizd a megoldást!



Gyakorló

2.54., 2.56–2.73.;

Feladatgyűjtemény

1.2.32., 1.2.43–46.,

1.2.48–49.

- 118 a) Mennyibe kerül 1 m vezeték, ha 45 m vezeték ára 9315 Ft?
- b) 28 lelkes szurkoló közösen totózott, és 11-es találatuk volt, amellyel 10 235 Ft-ot nyertek. Ha egyenlően szétosztották a nyereményt, akkor hány forintot kapott egy-egy ember?
- c) Egy bonbon 25 g-ot nyom. Hány bonbont csomagoltak abba a dobozba, amelyre azt írták, hogy töltő tömege 75 dkg?
- d) 35-ször annyi zsebpénzem van, mint a húgomnak. Mennyi pénze van a húgomnak, ha nekem 2030 Ft-om van?
- e) Egy darab csempe 425 Ft. Hány darab csempét vehet Karcsi édesapja, ha 65 000 Ft-juk van erre a célra, és a szállításra is félre kell tenni 1200 Ft-ot?
- f) Egy eszköz ára 310 Ft, a hozzá tartozó csatlakozó 60 Ft. Hány eszközt vehet csatlakozóval együtt egy kereskedő 74 000 Ft-ért?

- 119 a) A malom 123 t lisztet őrölt. Ebből hány zsákot tölthettek meg, ha egy zsákba 78 kg liszt fér?
- b) 10 080 perc hány nap?
- c) Csaba átlagos lépéshossza 55 cm. Hány lépéssel tesz meg 3 km 450 m utat? Mennyi idő alatt járja végig ezt az utat, ha 2 másodperc alatt átlagosan hármát lép?
- d) 12 km 342 m hosszú út mentén 45 méter hosszú, 20 cm átmérőjű csöveket fektetnek le. Hány darab csőre van szükségük?
- e) 1050 másodpercig esett az eső. Fejezd ki ezt az értéket perccel is!

- 120 a) Egy vég vászon értéke 6480 Ft volt. A vászon métere 240 Ft-ba került. Hány méter hosszú a vég vászon?
- b) 5 km 860 m hosszú járdát kívánnak készíteni úgy, hogy két lap szélességben 55 cm oldalú négyzetes betonlapokat raknak le. Hány lapra van szükség?
- c) Egy dolgozó 12 hét alatt 330 420 Ft-ot keresett. Mennyit keresett egy hét alatt, ha minden héten ugyanannyi volt a bére?
- d) Dezső édesanyja 26 410 Ft-ot kapott egy heti munkájáért. Mennyi az órabére, ha 38 órát dolgozott ezen a héten?
- e) 39 és fél tonna terményt 78 egyenlő részre kívánnak osztani kilogramm pontossággal. Mekkora lesz egy-egy rész? Hogyan oszthatnánk tovább a maradékot?
- f) Melyik az a legnagyobb egész szám, amelynek 57-szerese kisebb 17 625-nél?
- g) A 36 550 mennyivel nagyobb egy egész szám 87-szeresénél, ha kisebb a 88-szorosánál?

Fejlesztő!



Hedvig elvégzett egy osztást, majd néhány számjegyet letakart.

Kitalálod-e a letakart számjegyeket?

7	2			:			=	2	9	
2		6								
		1								
			5							

> A MŰVELETEK SORRENDJE

Foglaljuk össze a műveletek sorrendjéről korábban tanultakat.

1. példa

a) Mennyi 60-nak és 40 felének az összege?

b) Mennyi 60 és 40 összegének a fele?

Először tervezzük meg a műveletek sorrendjét!

a   $60 + 40 : 2 = 60 + 20 = 80$

b   $(60 + 40) : 2 = 100 : 2 = 50$

Emlékeztető

A zárójelek módosíthatják a műveletek elvégzésének sorrendjét.

Ha a műveletsorban nincs zárójel, akkor a következő megállapodások szerint dolgozunk:

Megoldhatjuk a műveletsort balról jobbra haladva, ha csak összeadást és kivonást tartalmaz:

$$\begin{array}{r} 140 - 56 - 4 + 60 = 140 \\ \underbrace{}_{84} \\ \underbrace{}_{80} \\ \underbrace{}_{140} \end{array}$$

Megoldhatjuk a műveletsort balról jobbra haladva, ha csak szorzást és osztást tartalmaz:

$$\begin{array}{r} 12 \cdot 28 : 6 : 14 = 4 \\ \underbrace{}_{336} \\ \underbrace{}_{56} \\ \underbrace{}_4 \end{array}$$

Ha a műveletsor vegyesen tartalmazza a négy alpműveletet, akkor először a szorzásokat és az osztásokat végezzük el. Azután a kapott eredményekkel az összeadásokat és a kivonásokat:

$$\begin{array}{r} 110 + 56 \cdot 2 - 70 : 10 = 215 \\ \underbrace{}_{112} \quad \underbrace{}_7 \\ \underbrace{}_{222} \\ \underbrace{}_{215} \end{array}$$

FELADATOK

- 121** a) Novemberben 7800 Ft értékű áramot és 13 200 Ft értékű gázt fogyasztott egy család. Mennyit költöttek átlagosan naponta áramra és gázra ebben a hónapban?
- b) Valaki abbahagyta a dohányzást. Eddig hétköznaponként 645 Ft-ot, szombaton, illetve vasárnap 680-680 Ft-ot költött cigarettára. Az egészségének megőrzése mellett hány forintot takarított meg februárban?

☉ *Írd le a megoldás tervét a matematika nyelvén!*



Számítsd ki a műveletsor eredményét!

$$[145 - (6 \cdot 12 + 28) - 4 \cdot 11] \cdot (200 - 8 \cdot 25) = ?$$

Többet ésszel ...

☉ *Körültekintően számoltál?*

© Írd a műveleti jelek föléti karikákba, hogy milyen sorrendben számolsz!

122 Hasonlítsd össze az egy-egy feladathoz tartozó eredményeket!

a) $(12 + 10) \cdot 5;$	$12 + 10 \cdot 5;$	$12 \cdot 5 + 10 \cdot 5;$
b) $32 \cdot 3 - 10 \cdot 3;$	$(32 - 10) \cdot 3;$	$32 - 10 \cdot 3;$
c) $20 \cdot (60 - 30 : 3);$	$20 \cdot 60 - 30 : 3;$	$(20 \cdot 60 - 30) : 3;$
d) $(258 - 8) \cdot (25 + 15);$	$258 - 8 \cdot 25 + 15;$	$258 - (8 \cdot 25 + 15);$
e) $120 + 60 : 15 \cdot 4;$	$(120 + 60) : (15 \cdot 4);$	$(120 + 60) : 15 \cdot 4;$
f) $(120 + 60 : 15) \cdot 4;$	$120 + 60 : (15 \cdot 4);$	$120 + (60 : 15 \cdot 4)$

Gyakorló
3.09–3.14.,
9.40–9.42.;

Feladatgyűjtemény
1.2.56–59.

123 Figyelj a műveletek sorrendjére! Számítsd ki az eredményt!

a) $25 \cdot 40 - 70 + 4000 : 100;$ $25 \cdot 40 - (70 + 4000 : 100);$	b) $720 : 8 - 54 : 6;$ $(720 : 8 - 54) : 6;$
c) $235 + 465 + 40 \cdot 7 + 3;$ $235 + (465 + 40) \cdot (7 + 3);$	d) $23 \cdot 100 - 1010 + 50 : 2;$ $23 \cdot 100 - (1010 + 50) : 2;$
e) $1273 - 27 \cdot 19 - 8;$ $1273 - (27 \cdot 19 - 8);$	$(1273 - 27) \cdot (19 - 8);$ $1273 - 27 \cdot (19 - 8);$
f) $(2137 - 72) \cdot (17 - 8);$ $2137 - 72 \cdot (17 - 8);$	$2137 - 72 \cdot 17 - 8;$ $2137 - (72 \cdot 17 - 8)$

Fejtrő!

© Az interneten további adatokat találhatsz a bolygókról.

© A szöveg alapján a leírt számokban hányszor fordulhat elő egy-egy adott számjegy?

Többet ésszel ...



A Neptunuszon egy év hossza mintegy 60 223 földi nap, egy neptunuszi nap hossza 16 óra. Körülbelül hány neptunuszi napból áll egy neptunuszi év?



A 3 5 7 9 számkártyákból összeállítunk egy négyjegyű számot, és leírjuk. Ha az összes így kirakható számot egymás alá leírjuk és összeadjuk, akkor mit kapunk eredményül? (Minden kártyából egy van.)



A folyótól 320 m-re elterülő réten Nyuszi és Süni versenyeznek. Nyuszi 105 dm-t képes futni másodpercenként. Süni csak 5 dm-t, ezért Nyuszi 450 m előnyt ad Süninek. Ha egyszerre indulnak, mennyire csökken fél perc múlva Süni előnye?



GYAKORLÓFELADATOK

124 a) Írd le betűkkel a számokat!

5377; 156; 356 893; 170; 23 905; 10 803; 1995

b) Írd le számjegyekkel, majd írd növekvő sorrendbe a számokat!

Négyezer-harminc; ötszázkilencvenezer-háromszázöt; kétezer-kettő;
hárommillió-hatszázharminc; egymillió.

c) A 3; 6; 9; 0; 1; 4 számjegyekből készíts két háromjegyű számot úgy, hogy az egyik a lehető legnagyobb, a másik a lehető legkisebb legyen!

125 Kerekítsd tízesre, százasa, ezresre, tízezresre a

a) 606 823-at;

b) 455-öt;

c) 9996-ot!

126 Melyik az a legkisebb, illetve legnagyobb természetes szám, amelynek

tízesre kerekített értéke 310;

ezresre kerekített értéke 15 000;

százasa kerekített értéke 0;

tízezresre kerekített értéke 20 000?

127 Az **1 0 9 6** számkártyákból hány négyjegyű szám rakható ki?

Írd le a kirakható számok közül a legnagyobb páratlan számot és a legkisebb páros számot!

128 Ábrázold számegyenesen a természetes számokat 0-tól 25-ig!

Ezek a számok alkotják az alaphalmazt.

a) Az A halmaz elemei 4-gyel osztható számok; karikázd be *kékkel* ezeket a számokat!

$A \setminus B$ halmaz elemei a 8-cal osztható számok; karikázd be *zölddel* ezeket a számokat!

b) Az A halmaz elemei a 9-cel osztható számok; karikázd be *pirossal* ezeket a számokat!

$A \setminus B$ halmaz elemei a 3-mal osztható számok; karikázd be *barnával* ezeket a számokat!

129 Becsüld meg az eredményt, majd írásban végezd el a műveleteket!

a) $3456 + 234 + 23\,456 + 56$;

b) $46 + 2345 + 209 + 34\,035$;

c) $406 + 2034 + 2457 + 56\,001$;

d) $198 + 2040 + 99\,999 + 34$;

e) $8478 + 530 + 342\,346 + 5678$;

f) $36 + 9048 + 20\,948 + 1035$

130 Becsüld meg az eredményt, majd írásban végezd el a műveleteket!

a) $3456 - 234$;

b) $56\,678 - 3456$;

c) $13\,200 - 7089$;

d) $4489 - 935$;

e) $15\,607 - 6759$;

f) $63\,201 - 4086$;

g) $3800 - 888$;

h) $58\,900 - 7777$;

i) $33\,245 - 8009$

☉ *Mindkét feladathoz rajzolj számegyenest, illetve halmazábrát! Írd be a halmazábrába az alaphalmaz elemeit!*

☉ *Hogyan ellenőrizheted az eredményt?*

☉ *Hogyan ellenőrizheted az eredményt?*

☉ *Miért végzünk becslést?*

131 Becsüld meg az eredményt, majd írásban végezd el a műveleteket!

- a) $306 \cdot 35$; b) $7896 \cdot 67$; c) $5005 \cdot 83$; d) $2098 \cdot 56$;
 e) $716 \cdot 30$; f) $1806 \cdot 60$; g) $6834 \cdot 80$; h) $5703 \cdot 50$;
 i) $452 \cdot 300$; j) $2456 \cdot 604$; k) $1302 \cdot 800$; l) $3400 \cdot 209$;
 m) $117 \cdot 126$; n) $3583 \cdot 102$; o) $6609 \cdot 431$; p) $1839 \cdot 751$

☉ *Hogyan ellenőrizheted a munkád helyességét?*

132 Becsüld meg az eredményt, majd írásban végezd el a műveleteket!

- a) $306 : 35$; b) $7896 : 67$; c) $5005 : 83$; d) $2098 : 56$;
 e) $2508 : 37$; f) $1096 : 76$; g) $1301 : 87$; h) $56\,204 : 65$;
 i) $201 : 43$; j) $4089 : 61$; k) $1983 : 63$; l) $71\,712 : 28$;
 m) $5377 : 356$; n) $356\,893 : 170$; o) $23\,905 : 803$; p) $278\,190 : 5250$

☉ *Hogyan szorzunk, illetve hogyan osztunk 10-zel; 100-zal; 1000-rel; ...*

- 133** a) $778 \cdot 10$; b) $9806 \cdot 100$; c) $334 \cdot 1000$; d) $703 \cdot 10\,000$;
 $474 \cdot 10$; $2005 \cdot 100$; $1037 \cdot 1000$; $69 \cdot 10\,000$;
 e) $4002 : 10$; f) $52\,000 : 100$; g) $140\,000 : 1000$; h) $300\,400 : 1000$;
 $3110 : 10$; $10\,005 : 100$; $20\,000 : 500$; $1\,400\,000 : 10\,000$

134 Készíts ilyen helyérték-táblázatot! 12 szám beírásához legyen benne hely!

Millió	Száz- ezres	Tíz- ezres	Ezres	Száz	Tíz	Egyes

- a) Írd be a táblázatba a 36-ot;
 a 36 tízszeresét;
 a 36 százszorosát;
 a 36 ezerszeresét;
 a 36 tízezerszeresét!

- b) Írd be a táblázatba azt a számot, amely
 18 tízesből áll; 25 százsból áll; 130 tízesből áll; 250 százsból áll;
 40 ezresből áll; 482 ezresből áll; 60 tízezből áll!

135 Az egyik iskolában két ötödik osztály van. Az 5. a osztályba 28, az 5. b-be 34 tanuló jár.

- a) Hány tanuló jár a két osztályba összesen?
 b) Hány tanulóval jár több az 5. b-be, mint az 5. a-ba?
 c) Az 5. a-ból 13 lány fogorvosi vizsgálatra ment. Hány tanuló maradt az osztályban?
 d) Tanév közben néhány tanuló jött az 5. a-ba, így az osztálylétszám 32-re változott. Hány tanuló iratkozott be pótlólag az 5. a-ba?
 e) Az 5. b-ben 29-en vannak jelen. Hányan hiányoznak?
 f) 14 ötödikes jár matematika-szakkörre, 18-an báboznak. Hány olyan tanuló lehet, aki a két foglalkozás közül legalább az egyikre jár?

Többet ésszel ...



Márk 12 lakatot vásárolt. A hozzájuk tartozó kulcsokat külön zacskóban vitte haza. Legrosszabb esetben hány próbálkozással találja meg, hogy melyik kulcs melyik lakatba való?

- 136** a) Pál tízóraira szendvicset és gyümölcslevet vásárolt. A szendvics 190 Ft-ba került, a gyümölcslé ennél 35 Ft-tal olcsóbb volt. Mennyit költött összesen?
- b) Petinek 145 forintja van, 280 forintért szeretne tollat vásárolni. Hány forintot kell még gyűjtenie? Írd fel nyitott mondattal is!
- c) Katinak 3100 forintja van. Szeretne 650 forintért labdát, 1970 forintért társasjátékot vásárolni. Hány forintot kell kérnie szüleitől?
- d) Károlyék kertjében 258 kg körte termett. Mennyit kaptak érte, ha kilogrammonként 145 Ft-ért sikerült eladniuk?
- e) 500 Ft-ot ossz el két gyerek között úgy, hogy az egyik 200 Ft-tal többet kapjon!

☉ *A megoldás során nem feledkeztél meg egyetlen lépésről sem?*

- 137** a) Egy ünnepségen körülbelül 2500-an vettek részt. Ott volt az általános iskola 817 tanulója is a résztvevők között. A többiek felnőttek voltak. Körülbelül hány felnőtt volt az ünnepségen?
- b) Egy lift 500 kg tömeget szállíthat. Egy férfi 76 kg, társai is körülbelül ekkora tömegűek, de inkább nehezebbek, mint ő. Hányan szállhatnak be a liftbe?
- c) Pista édesanyja 129 690 forintot kap kézhez havonta. Édesapja jövedelme változó. Például májusban 150 380 forintot kapott. Máskor hol többet, hol kevesebbet, de körülbelül ennyit keres havonta. Körülbelül mennyi a család éves jövedelme?

☉ *Kerekített értékekkel számolj, így akár szóban is elvégezheted a számításokat!*

138 Írd be a hiányzó mérőszámokat, mértékegységeket!

☉ *Emlékszel?*

a) 15 m 8 cm = cm; 30 400 mm = m cm;

1 m = dm

b) 40 dm 50 mm = 4 5 ; 605 cm = 6 50 ;

1 dm = cm

c) 7 km 50 m = m; 4360 m = km m

1 cm = mm

1 km = m

139 Írd be a hiányzó mérőszámokat, mértékegységeket!

☉ *Emlékszel?*

a) 35 kg 4 dkg = dkg; 25 300 g = kg dkg;

1 kg = dkg

b) 450 dkg = 4 500 ; 1508 dkg = kg g

1 dkg = g

140 Írd be a hiányzó mérőszámokat, mértékegységeket!

☉ *Emlékszel?*

a) 5 nap 6 óra = óra 50 óra = 2 2 = perc;

1 óra = perc

b) Fél óra = perc = másodperc;

1 perc = másodperc

c) 1 év $\approx$ 52 ; 3 (normál) év 100 nap = nap

1 nap = óra

1 év = nap



Pesten déli 12 órakor nyári zivatar van. Lehetséges-e, hogy 132 óra múlva Budán sütni fog a nap?

Mit válaszolnál, ha Buda helyett Északi-sarkot mondtunk volna? Miért?

Fejtörő!

☉ *Az Északi-sarkon nyáron mikor nyugszik le a Nap?*

NEM TÍZES ALAPÚ SZÁMRENDSZEREK

A tízes számrendszer kialakulása az ember 10 ujjával függ össze. A ma szokásos tízes alapú helyiértékes számírás indiai eredetű. Régen más népek a lábukat is igénybe vették a számoláshoz, így alakulhatott ki (például a majáknál) a húszas számrendszer. Az ókori Babilóniában 60-as számrendszerben számoltak. (Lásd az időmérést.) Egyes elzárt őserdei népek ma is kettes rendszerben csak hatig képesek számolni.

1. példa

Írjuk fel a következő számok tízes számrendszerbeli alakját!

a) Az a szám a négyes számrendszerben így írható fel: $a = 1123_{(4)}$

b) A b szám az ötös számrendszerben így írható fel: $b = 1123_{(5)}$

Különböző számrendszerekben az $1123_{(4)}$ (olvasd: egy-egy-kettő-három) alakban leírt szám mást jelent, ezért a szám után a kis karikába írjuk, hogy milyen számrendszerben értjük a számot.

Például: $1123_{(4)}$; $1123_{(5)}$

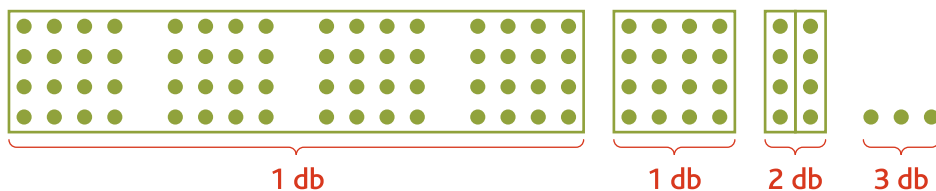
a) **Négyes számrendszerben** 4 egységből egy négyes csoportot, 4 négyes csoportból egy tizenhatost készítnék stb. Ezért a négyes számrendszerben így írhatjuk fel rendre a természetes számokat:

$0 = 0_{(4)}$	$1 = 1_{(4)}$	$2 = 2_{(4)}$	$3 = 3_{(4)}$
$4 = 10_{(4)}$	$5 = 11_{(4)}$	$6 = 12_{(4)}$	$7 = 13_{(4)}$
$8 = 20_{(4)}$	$9 = 21_{(4)}$	$10 = 22_{(4)}$	$11 = 23_{(4)}$
$12 = 30_{(4)}$	$13 = 31_{(4)}$	$14 = 32_{(4)}$	$15 = 33_{(4)}$
$16 = 100_{(4)}$	$17 = 101_{(4)}$	$18 = 102_{(4)}$	$19 = 103_{(4)}$
$20 = 110_{(4)}$	$21 = 111_{(4)}$	$22 = 112_{(4)}$	$23 = 113_{(4)}$ stb.

A négyes számrendszerben tehát négy **alakiérték** van: 0, 1, 2, 3.

A négyes számrendszer **helyiértékei**:

egyes, négyes, tizenhatos ($4 \cdot 4 = 16$), hatvannégyes ($4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$) stb.



Hatvannégyes	Tizenhatos	Négyes	Egyes
1	1	2	3

Az $1123_{(4)}$ 1 db hatvannégyes, 1 db tizenhatos, 2 db négyes csoportot és 3 db egyest jelent:

$$a = 1123_{(4)} = 1 \cdot 64 + 1 \cdot 16 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = 91$$

Tízes számrendszerben írva 91-et jelent.

- b** **Ötös számrendszerben** 5 egységből egy ötös csoportot, 5 ötös csoportból egy huszonötöst készítünk stb. Ezért az ötös számrendszer **helyiértékei**: egyes, ötös, huszonötös ($5 \cdot 5 = 25$), százhuszonötös ($5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$) stb.

Az ötös számrendszerben öt **alakiérték** van: 0, 1, 2, 3, 4

Az $1123_{(5)}$ 1 db százhuszonötöst, 1 db huszonötöst, 2 db ötöst és 3 db egyest jelent:

125	25	5	1
1	1	2	3



$$b = 1123_{(5)} = 1 \cdot 125 + 1 \cdot 25 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 1 = 163$$

Tíz-es számrendszerben írva: $b = 163$.

2. példa

Hogyan határozhatók meg a kettes számrendszer helyiértékei? Írjuk be a kettes számrendszer helyiérték-táblázatába a következő számokat:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 15, 16, 25, 30

A kettes számrendszerben 2 egységből egy **kettes** csoportot, 2 kettes csoportból egy **négyes** csoportot, 2 négyes csoportból egy **nyolcas** csoportot stb. alakíthatunk ki.

A kettes számrendszer **helyiértékei**:

egyes, kettes, négyes ($2 \cdot 2 = 4$), nyolcas ($2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$), tizenhatos ($2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$) stb.

A kettes számrendszerben két **alakiérték** van: 0, 1

16	8	4	2	1	
				0	= 0
				1	= 1
			1	0	= 2
			1	1	= 3
		1	0	0	= 4
		1	0	1	= 5
		1	1	0	= 6
		1	1	1	= 7
	1	0	0	0	= 8
	1	0	0	1	= 9
	1	1	1	1	= 15
1	0	0	0	0	= 16
1	1	0	0	1	= 25
1	1	1	1	0	= 30

3. példa

Írjuk fel a 47-nek a kettes számrendszerbeli alakját.

Kiszámítjuk a kettes számrendszer szükséges helyiértékeit:

$$1; \quad 2; \quad 2 \cdot 2 = 4; \quad 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8; \quad 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16; \quad 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

(A következő helyiérték: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$)

$$\begin{array}{cccccc} 47 : 32 = 1 & 15 : 16 = 0 & 15 : 8 = 1 & 7 : 4 = 1 & 3 : 2 = 1 \\ 15 & 15 & 7 & 3 & 1 \end{array}$$

$$47 = 1 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1$$

$$47 = 101111_{(2)}$$

A kettes számrendszert Leibniz német matematikus fedezte fel 1679-ben.



4. példa

Írjuk fel a 47-nek a hármas számrendszerbeli alakját.

Kiszámítjuk a hármas számrendszer szükséges helyiértégeit:

$$1; \quad 3; \quad 3 \cdot 3 = 9; \quad 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27.$$

A következő helyiérték: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$, erre már nincs szükségünk.

$$47 : 27 = 1 \quad 1 \text{ db } 27\text{-es csoportot kapunk.}$$

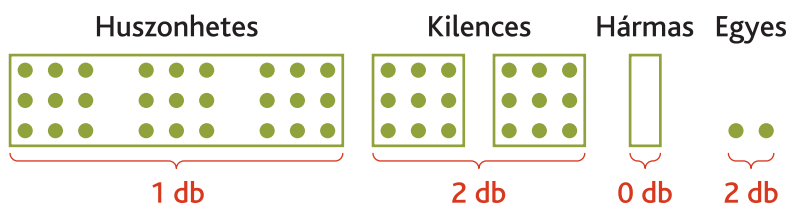
20

$$20 : 9 = 2 \quad \text{A maradék 20 egyesből 2 db 9-es csoport készíthető.}$$

2

$$2 : 3 = 0 \quad \text{A maradék 2 egyesből 0 db hármas csoport lesz.}$$

$$2 \quad \text{Végül marad még 2 db egyes.}$$



$$47 = 1 \cdot 27 + 2 \cdot 9 + 0 \cdot 3 + 2 \cdot 1$$

$$47 = 1202_{(3)}$$

5. példa

Írjuk fel 2001-nek a tizenhatos számrendszerbeli alakját.

A 16-os számrendszerben 16 alakiértékre van szükség.

Megállapodás szerint ezek legyenek:

$$0, \quad 1, \quad 2, \quad 3, \quad 4, \quad 5, \quad 6, \quad 7, \quad 8, \quad 9,$$

$$A = 10, \quad B = 11, \quad C = 12, \quad D = 13, \quad E = 14, \quad F = 15.$$

A 16-os számrendszer szükséges helyiértékei: 1, 16, $16 \cdot 16 = 256$.

(A következő helyiérték: $16 \cdot 16 \cdot 16 = 4096$.)

$$2001 : 256 = 7$$

209

$$209 : 16 = 13$$

1

$$2001 = 7 \cdot 256 + 13 \cdot 16 + 1 \cdot 1;$$

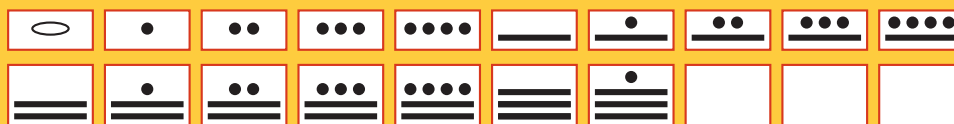
A 13-nak megfelelő alakiérték: D

$$2001 = 7D1_{(16)}$$



Ezek itt a maja számírás számjegyei.

Tudod pótolni a hiányzó számjegyeket?



Melyik számrendszert követhették a maják a számjegyek kialakításakor?

FELADATOK

- B1** a) Jani babszemeket csoportosított ötösével. Hány darabot csoportosított, ha ezt a leltárt készítette?
- b) Ha hatosával csoportosítanád a babszemeket, akkor mi lenne a leltározás eredménye?

125	25	5	1
1	0	4	3

- B2** A kettes számrendszer helyiérték-táblázatába beírtunk számokat. Melyik szám mennyit ér a tízes számrendszerben?

64	32	16	8	4	2	1	
				1	0	1	= a
	1	1	0	1	1	0	= b
1	1	0	1	1	0	1	= c
1	0	0	0	0	0	0	= d
	1	0	0	0	0	1	= e
		1	1	1	1	1	= f
1	1	1	1	1	1	1	= g

B3 Készíts ilyen helyiérték-táblázatot!

A tízes számrendszerben megadtuk a következő számokat:

10, 17, 32, 33, 59, 129.

Írd be ezek kettes számrendszerbeli alakját a helyiérték-táblázatba!

128	64	32	16	8	4	2	1

- B4** a) Írd fel 0-tól 20-ig a természetes számok hármasszámrendszerbeli alakját!
- b) Számítsd ki a hármasszámrendszer első öt helyiértékét!
- c) Milyen alakiértékek fordulhatnak elő a hatos számrendszerben?
- d) Írd fel a 87-et ötös; hármasszámrendszerben!

- B5** a) Írd fel a 73-at kettes és négyes számrendszerben! Hasonlítsd össze a két alakot!
- b) Írd fel a 111-et kettes; majd nyolcas számrendszerben! Hasonlítsd össze a két alakot!
- c) Írd fel a 285-öt tizenkettes és tizenhatos számrendszerben!
- Szükség esetén találj ki új számjegyeket!
- d) Írd fel a következő számok tízes számrendszerbeli alakját!

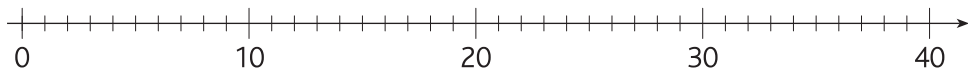
$$11010_{(2)} = g; \quad 3041_{(5)} = h; \quad 205_{(8)} = i; \quad B8E2_{(16)} = j$$

*Feladatgyűjtemény
1.4.01–12.*



TÖRD A FEJED!

B6 Rajzolj ilyen számegyeneset!



a) Jelöld a számegyenesen *pirossal* a 3 többszöröseit, *kékkel* az 5 többszöröseit!

b) Határozd meg a következő nyitott mondatok **megoldáshalmazát**!

Alaphalmaz: {40-nél nem nagyobb természetes számok}.

A: Az a szám a 3 többszöröse.

B: A b szám az 5 többszöröse.

K: A k szám a 3-nak és az 5-nek többszöröse.

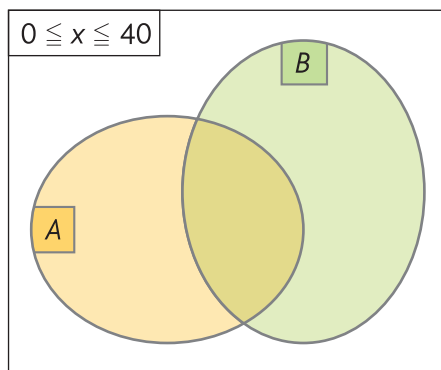
L: Az l szám a 3-nak többszöröse, de az 5-nek nem.

M: Az m szám az 5-nek többszöröse, de a 3-nak nem.

N: Az n szám sem 5-nek, sem 3-nak nem többszöröse.

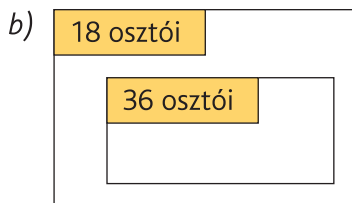
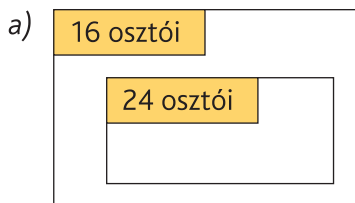
c) Írd be az alaphalmaz elemeit a halmazábrákba!

	A 3-nak többszöröse	A 3-nak nem többszöröse
Az 5-nek többszöröse		
Az 5-nek nem többszöröse		



$A = \{3 \text{ többszörösei}\}$

$B = \{5 \text{ többszörösei}\}$



B7 Keress olyan számokat, amelyeket nem lehet elhelyezni az ábrán!

Készíts jó ábrát, és írd be minden részbe néhány számot!

☞ *Megfigyelted már, hogy a szabályos dobókockán hogyan helyezkednek el a pontok?*

☞ *Karikázd be a helyes válasz betűjelét!*



Ági öt szabályos dobókockából tornyot épített úgy, hogy egymásra rakta őket, és a legfelső kockán 5 pont volt felül. Megszámlálta (a többi kockán is) a látható lapokon lévő pontok számát, majd a kapott értékeket összeadta.

Mennyi volt a látható lapokon lévő pontok számának összege?

A: 45;

B: 55;

C: 65;

D: 75

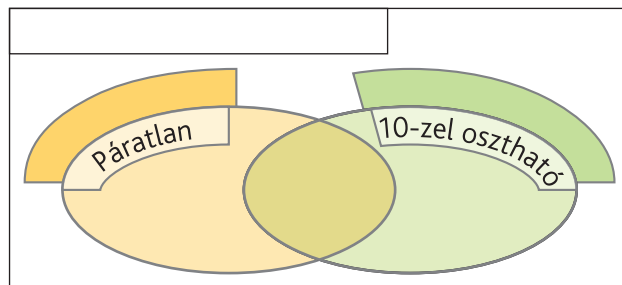
B8 Melyik állítás igaz, melyik hamis?

A: A 36 minden osztója 18-nak is osztója.

B: A 36 egyik osztója sem osztója 18-nak.

B9 Másold le a halmazábrát! Írd bele a 20-nál nem nagyobb természetes számokat!

Töltsd ki az üres címkéket!



B10 Határozd meg a szorzatok eredményét!

a)	$1 \cdot 9;$	b)	$3367 \cdot 33;$	c)	$3125 \cdot 32;$
	$12 \cdot 9;$		$3367 \cdot 66;$		$3125 \cdot 48;$
	$123 \cdot 9;$		$3367 \cdot 99;$		$3125 \cdot 64;$
	$1\ 234 \cdot 9;$		$3367 \cdot 132;$		$3125 \cdot 80;$
	$12\ 345 \cdot 9;$		$3367 \cdot 165;$		$3125 \cdot 96;$
	$123\ 456 \cdot 9;$		$3367 \cdot 198;$		$3125 \cdot 112;$
	$1\ 234\ 567 \cdot 9;$		$3367 \cdot 231;$		$3125 \cdot 128;$
	$12\ 345\ 678 \cdot 9;$		$3367 \cdot 264;$		$3125 \cdot 144;$
	$123\ 456\ 789 \cdot 9$		$3367 \cdot 297$		$3125 \cdot 160$

☉ *Többet ésszel,
mint erővel!
Mit tapasztalsz?*

B11 Becsüld meg és számítsd ki az első művelet eredményét! A további eredményeket az első eredményéből kiindulva határozd meg!

a)	$5784 + 4278;$	$5744 + 4278;$	$5284 + 5278;$
b)	$8524 - 3462;$	$8494 - 3462;$	$8524 - 3262;$
	$6524 - 1462;$	$8724 - 3662;$	$8504 - 3492$

☉ *Hogyan változnak meg
a műveletben előforduló
számok?*

B12 Becsüld meg, majd számítsd ki a szorzatot! $4800 \cdot 25$

Határozd meg a következő szorzatokat az előző szorzásból kiindulva!

$a = 480 \cdot 25;$	$b = 4800 \cdot 50;$	$c = 48 \cdot 2500$
---------------------	----------------------	---------------------

☉ *Megfigyelted a tényező-
k változását?*

B13 Becsüld meg, számítsd ki, majd ellenőrizd az eredményt! $15\ 750 : 25$

Az előző osztás eredménye alapján határozd meg a következő hányadosok értékét!

$a = 157\ 500 : 25;$	$b = 15\ 750 : 75;$	$c = 157\ 500 : 250$
----------------------	---------------------	----------------------

☉ *Mi változott?
Hogyan?*

B14 Tervezd meg a műveletek sorrendjét! Számítsd ki az eredményeket!

$a = 3975 - 25 \cdot 40 - 30;$ $b = (3975 - 25) \cdot (40 - 30)$

B15 Írd le a matematika nyelvén, tervezd meg a műveletek sorrendjét! Mennyi

- a) 5300-nak és 2300 meg 1800 összegének a különbsége;
b) 5300 és 2300 különbségének meg 1800-nak az összege;
c) 5300-nak meg 2300 és 1800 különbségének az összege?

B16 $6 \cdot 7$, $9 \cdot 3$, $32 : 4$, $96 : 8$

A fenti kitöltött téglalapokat helyezd el az üres téglalapokban úgy, hogy mindig ugyanaz legyen az eredmény!

a) $26 + \square = A$; $11 + \square = A$; $41 + \square = A$; $45 + \square = A$

b) $67 - \square = B$; $33 - \square = B$; $37 - \square = B$; $52 - \square = B$

c) $\square - 5 = C$; $\square - 9 = C$; $\square - 39 = C$; $\square - 24 = C$

B17 A felsorolt **nyitott mondatok** közül válasszuk ki azokat, amelyek az egyes feladatok megoldását adják. Alaphalmaz a természetes számok halmaza.

$\square \cdot (2 + 5) = 70$; $(\square + 2) \cdot 5 = 70$; $\square \cdot 2 + 5 = 70$; $\square + 2 \cdot 5 = 70$

a) Gondoltam egy számot, hozzáadtam a 2 és az 5 szorzatát, ekkor 70-et kaptam. Melyik számra gondoltam?

b) Gondoltam egy számot, megszoroztam a 2 és az 5 összegével, ekkor 70-et kaptam. Melyik számra gondoltam?

c) Gondoltam egy számot, hozzáadtam 2-t, majd az összeget megszoroztam 5-tel, ekkor 70-et kaptam. Melyik számra gondoltam?

d) Gondoltam egy számot, megszoroztam 2-vel, majd hozzáadtam 5-öt, ekkor 70-et kaptam. Melyik számra gondoltam?

B18 Írd le a számítás tervét a matematika nyelvén!

a) $650 \xrightarrow{\cdot 2} \square \xrightarrow{+ 100} \square \xrightarrow{: 2} \square$

b) $650 \xrightarrow{+ 100} \square \xrightarrow{\cdot 2} \square \xrightarrow{: 2} \square$

c) $650 \xrightarrow{: 2} \square \xrightarrow{+ 100} \square \xrightarrow{\cdot 2} \square$

B19 A könyvesboltban 1200 Ft-ért és 1800 Ft-ért könyvet, majd 4000 Ft-ért DVD-t vásároltam; az áruházban 3000 Ft-ért vettem DVD-t és 1500 Ft-ért tolltartót.

Pista a könyvesboltban 1200 Ft-ért és 1800 Ft-ért vásárolt könyvet, továbbá az áruházban 4000 Ft-ért és 3000 Ft-ért DVD-t és 1500 Ft-ért tolltartót.

Melyikünk költött többet?

Fejtörő!



Írj be egy-egy számot a téglalapokba úgy, hogy az egyenlőség igaz legyen!

a) $\square : (40 - 4 \cdot 4) = 1$;

e) $40 : 4 + (4 + \square) = 40$;

b) $(\square - 4 \cdot 4) \cdot 40 = 160$;

f) $(\square + 4) \cdot (4 - 2) = 40$;

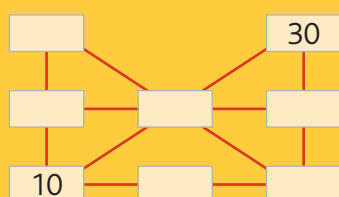
c) $4 \cdot (4 + \square) : 40 = 4$;

g) $\square \cdot 4 : (4 + 26) = 4$;

d) $(56 - 4 \cdot 4) \cdot \square = 400$;

h) $40 - (4 : 4 + 25) = \square$

Az eredményül kapott nyolc számot írd be az ábrába úgy, hogy az egyenes vonalak mentén a 3-3 szám összege 60 legyen! (Két számot beírtunk.)



B20 Miért nem nehéz megtalálnunk, hogy mit kell írunk a betűk helyére, hogy igaz legyen az egyenlőség? Az alaphalmaz a természetes számok halmaza.

a) $567 \cdot d = 0$; b) $0 \cdot e + 45 = 45$; c) $(34 - f) \cdot 579 = 0$

B21 Sorold fel növekvő sorrendben azokat az 50-nél nem nagyobb természetes számokat, amelyek 6-tal oszthatóak

a) 0; b) 1; c) 2; d) 3; e) 4; f) 5; g) 6; h) 7
maradékot adnak! Mennyi lehet a maradék, ha 6-tal osztunk egy számot?

B22 Fejezd ki

- a) kilogrammal: 5 t; 7 t 25 kg; 13 t 13 kg; 5 tized t;
b) dekagrammal: 20 kg; 3 t 2 kg; negyed kg; 3 negyed kg;
c) méterrel: 300 cm; 300 dm; 2000 mm; 6000 cm; 250 dm; 250 cm;
d) kilogrammal: 1000 dkg (dag); 2000 g; 3400 dkg; 3500 g!

B23

- a) Egy iskolai büfébe 35 „csomag” (nagy doboz) rostos gyümölcslevet rendeltek. Mindegyik csomagban ugyanannyi (kis) doboz gyümölcslé volt. 1344 kis doboz gyümölcslevet le is szállítottak. A hátralévő 7 csomag körtelét szállítását későbbre ígérték. Hány kis doboz gyümölcslevet rendelt a büfé?
- b) A burgonyát teherautóval szállították el. Ha 5 autóval szállították volna, még 8 t maradt volna a raktárban. Amikor 8 autóval szállították, akkor az utolsó autóba 1 t-val kevesebb burgonya jutott. Mennyi burgonyát szállítottak el? (Minden autóra ugyanannyi burgonyát raktak.)
- c) Az udvarban hosszú láncra ki van kötve egy hamis kutya. Bemehet-e a kislány a házba kutyaharapás veszélye nélkül, ha a kutyaól és a kapu távolsága 10 m?
- d) Peti 10 éves, Zsolt 12. Ketten ássák a kertet. Együtt 4 óra alatt végeznének a munkával. Odajön a barátjuk, aki 11 éves, és segít nekik. Így mennyi idő alatt készülnek el?
- e) 102 km-es útra indultunk autóval. Az első kilométert 48 másodperc alatt, a másodikat 54 másodperc alatt, a harmadikat 47 másodperc alatt tettük meg. Körülbelül mennyi ideig tart az út, ha hasonló tempóban haladunk?

Figyelempróba

☉ *Vizsgáld meg, hogy az adatok mindegyike szükséges-e a megoldáshoz! Hiányzik-e adat? Szükség esetén készíts rajzot, táblázatot!*



Egy futballmeccsen a lelátó egyik részén először öten ültek egy-egy padra, de így 98 nézőnek nem jutott hely. Ezért összébb húzódtak, és hatan ültek egy-egy padra. Így mindenkinek jutott hely, sőt még két hely üresen is maradt.

Hány pad volt a lelátónak ezen a részén, és hány néző nézte innen a mérkőzést?



Adj össze egymást követő természetes számokat úgy, hogy az eredmény 225 legyen! Legfeljebb hány tagból állhat az összeg?

Fejtrőő!

TUDÁSPRÓBA

141

1 Írd le számjegyekkel a következő számokat!

Négyzázhétezer-hatszázöt:

Hétmillió-ötvenhat:

2 Kerekítsd az 560 782-t

tízre:

százra:

ezresre:

3 Ábrázold számegyenesen, írd le a matematika nyelvén!

Az x pozitív egész szám nem nagyobb 9-nél:



4 Írd be a hiányzó mérőszámokat, mértékegységeket!

a) $7\text{ m } 8\text{ cm} = \text{ cm} = \text{ mm}$; $34\,500\text{ mm} = 34 \text{ } 5 \text{ };$

b) $4\text{ t } 5\text{ kg} = \text{ kg} = \text{ dkg}$; $405\text{ dkg} = 4 \text{ } 50 \text{ };$

c) $1\text{ nap } 12\text{ óra} = \text{ óra} = \text{ perc}$; $75\text{ óra} = 3 \text{ } 3 \text{ }$

5 Becsüld meg, számítsd ki, ellenőrizd az eredményt!

$x = 6343 - 2857$; $y = 6517 \cdot 51$; $z = (5428 + 3571) \cdot 18$; $w = 5648 : 27$

6 Tervezd meg a műveletek sorrendjét! Számítsd ki az eredményeket!

$a = 5600 - 600 \cdot 5 = \text{ }$ $b = (5600 - 600) \cdot 5 = \text{ }$

© A szöveges feladat megoldásakor ne feledkezz meg egyetlen lépésről sem!

© Tudod-e, hogy a helyes válasz történelmünk nevezetes évszáma? Mi történt ebben az évben?



Melyik számra igazak a következő állítások?

A tízesre kerekített értéke megegyezik a százra kerekített értékével.
10-zel osztva nem nulla a maradék.

A szám ezresre kerekített értéke nagyobb a számnál.

A: 895; B: 1000; C: 1848; D: 2004

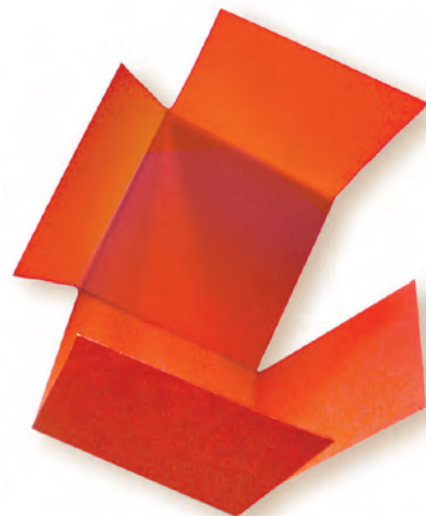
Karikázd be a helyes válasz betűjelét!

2.

GEOMETRIAI ALAKZATOK

A geometriát már az ókori birodalmakban alkalmazták a termőföldek felméréséhez, az építkezések megtervezéséhez. (A **geometria** szó földmérést jelent.) Az ókori görögök 2300 évvel ezelőtt már mindazt tudták (sőt többet is), amit mi az általános iskolában tanulni fogunk.

Nagyon fontos, hogy a geometriai feladatok megoldásakor sokat kísérletezz (papírlapok hajtogatása, mérések, testek építése stb.), hogy **fejlődjön a térszemléleted**, amely nélkül nehezen boldogulhatsz a geometriai ismeretek elsajátításakor és a geometriai feladatok megoldása során.



ISMERKEDÉS TESTEKKEL, FELÜLETEKKEL, VONALAKKAL

A mindennapi életben különböző tárgyak vesznek körül bennünket. Például:

A tárgyat a matematikában (mértani) **testnek** nevezzük, ha csak az alakja és a méretei fontosak számunkra. A testet **felület** határolja (vagy felületek határolják). A felületet úgy képzeljük el, hogy nincs vastagsága.



①



②



③



④



⑤

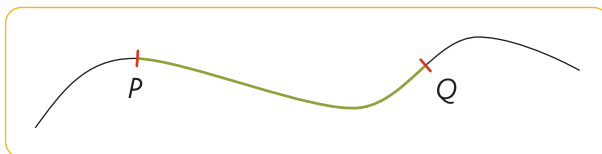


☉ Melyik test alakja melyik tárgy alakjára emlékeztet?
Milyen felületdarabok határolják a fenti testeket?

Rajzoljunk egy „vonalat”. A matematikában ezt csak akkor nevezzük **vonálnak**, ha úgy képzeljük el, hogy nincs vastagsága. Ha egy felületet feldarabolunk, akkor a darabokat vonalak határolják.



A **pontról** képet adhat a tű hegye, ha úgy képzeljük el, hogy semmilyen kiterjedése sincs. Ha egy vonalat feldarabolunk, a darabokat pontok határolják. A pontokat általában latin nagybetűkkel (itt *P* és *Q*) jelöljük.

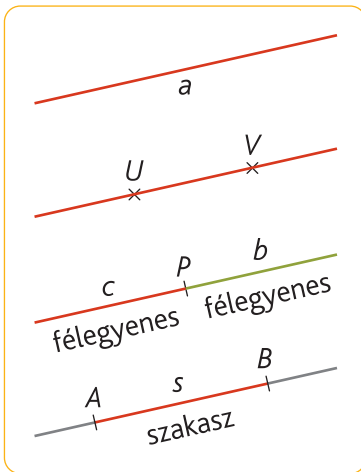


Ha a padra helyezett sima papírlapot minden irányban végtelen, vastagság nélküli ponthalmaznak tekintjük, akkor az így elképzelt felület a **sík**.



Ha **testnek** tekintjük a porszemet, akkor mit gondolunk róla?
Ha **pontnak** tekintjük a porszemet, akkor mit gondolunk róla?

Mit gondolsz?

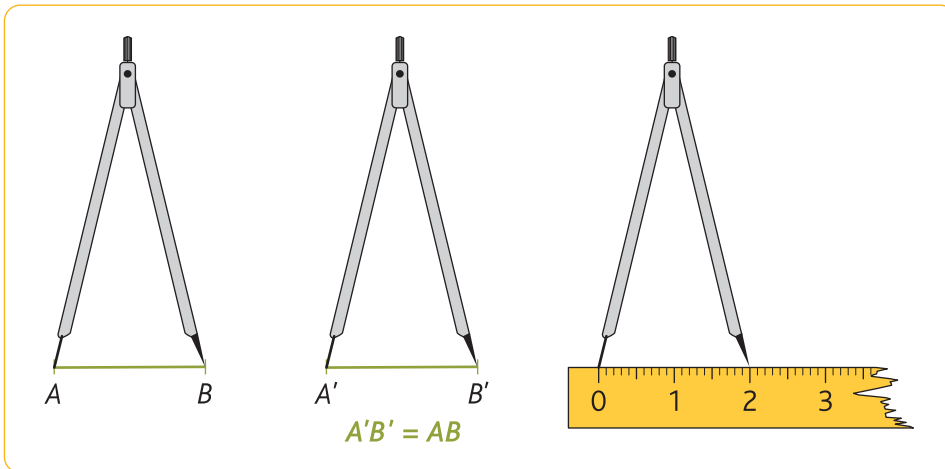


Hajtsuk ketté a papírlapot. Ha a hajtásélt mindkét irányban végtelennek képzeljük el, akkor ez a vonal **egyenes**. Az egyenesnek csak véges részét, egy szakaszát rajzolhatjuk meg (vonalzóval). Az egyenest jelölhetjük a mellé írt kisbetűvel. (Például az ábrán az egyenes jele: a .)

Két ponton át pontosan egy egyenes húzható. Ezért az egyenest jelölhetjük két pontjával is (például: UV egyenes vagy VU egyenes).

Az egyenest egy pontja két **félegyenesre** bontja. (Az ábrán zöld vonallal jelöltük a P kezdőpontú b félegyenest; piros vonallal a P kezdőpontú c félegyenest. A P pont mindkét félegyeneshez hozzátartozik.)

Az egyenes két pontja közé eső darabját **szakasznak** nevezzük. A szakaszt jelölhetjük a két ponthoz, a szakasz végpontjaihoz írt nagybetűkkel (például: AB szakasz) vagy a mellé írt kisbetűvel (például: s szakasz).



Hogyan másolhatunk le egy szakaszt?

Szakaszmásolás segítségével mérhetjük meg a szakasz hosszát is. Az ábrán lévő AB szakasz mért hossza 2 cm.

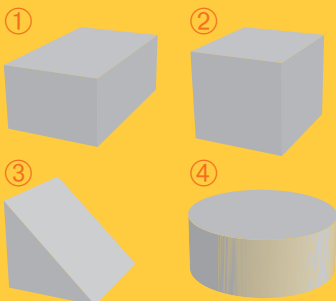
Ezt így is jelölhetjük: $AB = 2 \text{ cm}$.

(Az AB a szakasz hosszát is jelölheti.)

FELADATOK

1 Melyik alakzat **test**, melyik **felület**, melyik **vonat**?

- A szék.
- A szőlőszem.
- A hajszál.
- A papírlap, ha a vastagságát nem vesszük figyelembe.
- A papírlap, ha a vastagságát figyelembe vesszük.
- A szőlőszem héja, ha úgy képzeljük el, hogy nincs vastagsága.
- A kifeszített húr, ha a vastagságától eltekintünk.
- A papírlapra rajzolt körvonal.



Többet ésszel ...



Anti, Bálint, Cili és Dóra az itt látható négy test közül ugyanarról mondtak egy-egy állítást. Hárman igazat mondtak, egyikük állítása pedig hamis volt. Kinek volt igaz az állítása, kié hamis? Melyik testre gondoltak?

Anti: Csak síklapok határolják.

Bálint: **Legalább** hét csúcsa van.

Cili: A határoló lapjai között van olyan, amelyik nem téglalap.

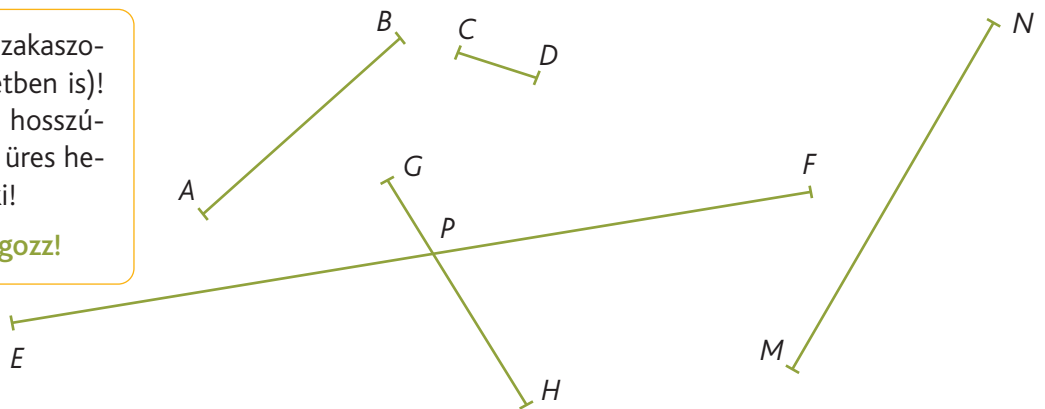
Dóra: **Legfeljebb** hat csúcsa van.

2

Becsüld meg centiméter pontossággal, majd mérd meg milliméter pontossággal a szakaszok hosszát! Töltsd ki a táblázatot!

Másold le a füzetedbe a szakaszokat (lehetnek más helyzetben is)! Rajzolj még 4 különböző hosszúságú szakaszt! A táblázat üres helyeit ezek alapján töltsd ki!

Körzővel, vonalzóval dolgozz!



	AB	CD	EF	GH	MN	EP	PF	GP	PH				
Becslés (cm)													
Mérés (mm)													
Eltérés (mm)													

3

a) Húzz egy egyenest! Jelöld egy pontját Q-val! Színezd *pirosra* az egyik, *zöldre* a másik félegyenest! Milyen színűre festetted a Q pontot?

Gyakorló
8.01–8.06.;

Feladatgyűjtemény
6.2.01.

b) Húzz egy egyenest! Jelölj meg rajta két pontot!

Nevezd el az egyenest és a két pontot is!

Színezd *pirosra* a két pont által meghatározott szakaszt!

Becsüld meg, majd mérd meg a hosszát!

Írd le a mérési eredményt a tanult jelöléssel!

4

Gyűjts össze különböző testeket (kavics, golyó, dobókocka stb.)! Csoportosítsd őket különböző szempontok szerint!



Meg tudod rajzolni az állatokat? Minden vonalat körzővel rajzolj meg!

Ügyes légy!

Tervezz te is csak körzővel megrajzolható érdekes **alakzatokat**, díszítőmintákat, és rajzold is le őket!



➤ EGYENESEK KÖLCSÖNÖS HELYZETE

Alsó tagozatban már foglalkoztunk az egyenesek kölcsönös helyzetével.



Végý a kezédbé két szívószálat!

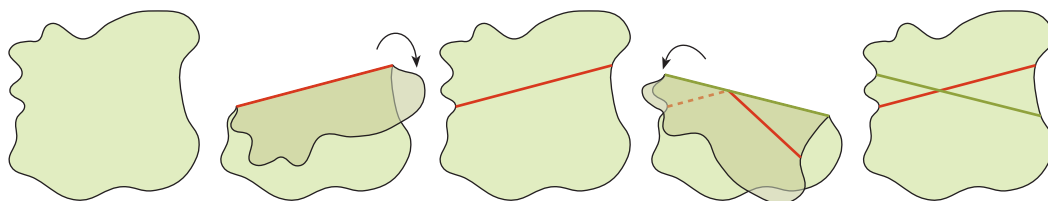
Helyezd el a padon úgy, hogy **egymással párhuzamosak** legyenek!

Másik két szívószálat is helyezz a padra úgy, hogy **egymásra merőlegesek** legyenek!

1. példa

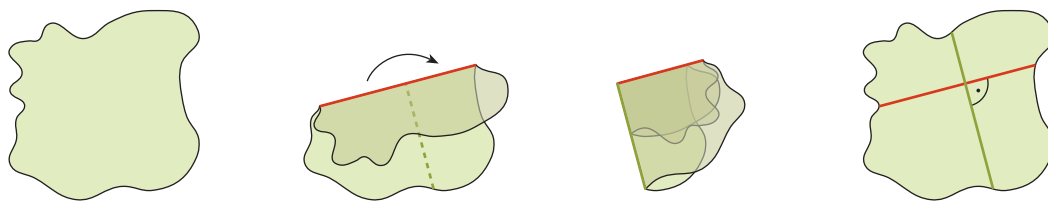
Papírlapot hajtogatva hozzunk létre egymást metsző egyenes hajtásvonalakat, egymást merőlegesen metsző egyenes hajtásvonalakat, egymással párhuzamos egyenes hajtásvonalakat!

A papírlapot összehajtva, majd kiterítve egyenes hajtásvonalat kapunk.



Más irányban megismételve a hajtogatást a két hajtásvonal **metszi** egymást.

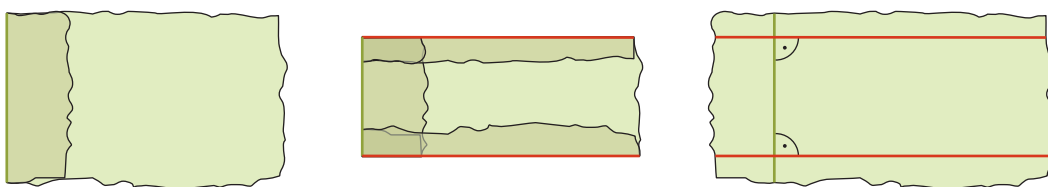
Hajtsuk össze a papírlapot kétszer a következő ábra szerint. Terítsük ki a lapot, a két metsző egyenes hajtásvonal **merőleges** egymásra.



A merőlegességet az ábrákon egy körívbe tett kis ponttal jelöljük.

➊ Mire vigyázzunk a hajtogatás során?

Hajtsuk be a papírlapot. Ezután a hajtásvonalra hajtsunk két különböző merőleges hajtásért.



Terítsük ki a lapot. A két utolsó hajtásvonal **párhuzamos** egymással.

Fejtörő!



Ábel 2 db 18 cm hosszú szívószálat 3 cm hosszú darabokra vág. Hány darabot kap? Összesen hány vágást kell végrehajtania ehhez?

„Felépíthető-e” ezekből a darabokból 4 db 3 cm oldalhosszúságú négyzet?

„Felépíthető-e” ezekből a darabokból 6 db 3 cm oldalhosszúságú négyzet?

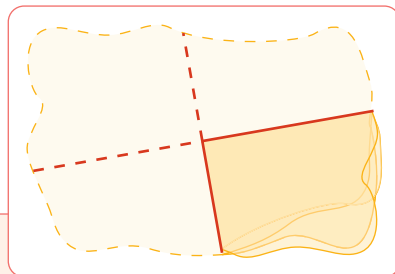
➊ Csak a síkban lehet építkezni?

Képzeld el, hogy egy végtelen nagy papírlapra hajtogatunk két egymásra merőleges hajtvonalat. Azt figyelhetjük meg, hogy a hajtvonalak négy egymást pontosan fedő, vagyis négy **egybevágó** részre osztják a síkot.

Hajtsd végre a hajtogatást!

Értelmezés

Egymásra merőlegesnek nevezünk két egyenest, ha a síkot négy egybevágó síknegyedre darabolja.



2. példa

Rajzoljunk egy egyenest és rajta kívül egy pontot. Az egyenes jele legyen e , a pontot jelöljük P -vel. Határozzuk meg az e egyenes és a P pont távolságát.

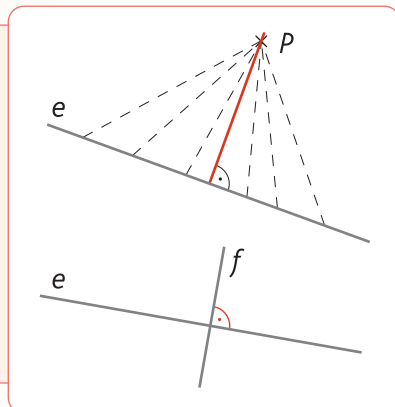
Kössük össze az egyenes pontjait a P ponttal. Válasszuk ki a P pont és az e egyenes között húzható legrövidebb szakaszt. Ennek a legrövidebb szakasznak a hossza az e egyenes és a P pont **távolsága**.

Figyeld meg!

Az egyeneshez a nem rajta fekvő P pontból húzott szakaszok közül a legrövidebb az **egyenesre merőleges** szakasz.

A pont és az egyenes távolsága a ponttól az egyenesig húzott merőleges szakasz hossza.

Ha az e és az f egyenes egymásra merőleges, akkor azt így jelöljük: $e \perp f$
(Az ábrán  jelenti ugyanezt.)

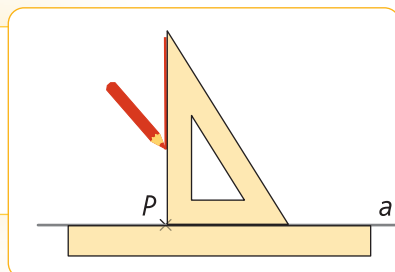


3. példa

Tanuljuk meg a derékszögű vonalzó használatát.

Rajzoljunk egy egyenest, jelöljük a -val, és tűzzünk ki rajta egy P pontot.

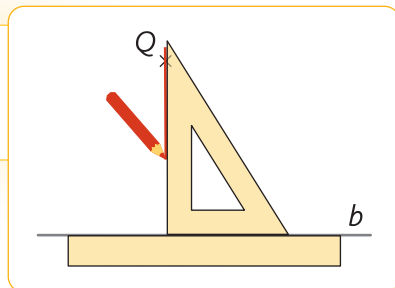
Húzzunk **merőlegest** az a egyenesre a P pontjában.



4. példa

Rajzoljunk egy egyenest, jelöljük b -vel, és tűzzünk ki rajta kívül egy Q pontot.

Bocsássunk **merőleges egyenest** a Q pontból a b egyenesre.



Építs 12 gyufaszázból 6 olyan háromszöget, amelyek minden oldala gyufaszál hosszúságú!

Fejtrőő!

Emlékeztető

Két egyenes metszi egymást, ha pontosan egy közös pontjuk van.

Metszi-e egymást a c és a d egyenes? Van metszéspontjuk, bár lapunkra nem fér rá, hiszen a végtelen egyeneseknek csak rövid szakaszát rajzoltuk meg.

Az e és az f egyenest úgy rajzoltuk meg, hogy ne legyen sehol közös pontjuk.

A g és a h egyenest úgy rajzoltuk meg, hogy legalább két közös pontjuk legyen (akkor végtelen sok közös pontjuk van).

Párhuzamosnak nevezünk két egyenest, ha egy síkban vannak, és nem metszik egymást (nincs közös pontjuk, vagy legalább két közös pontjuk van).

Ha az e és az f egyenes párhuzamos, akkor azt így jelöljük: $e \parallel f$.

Két egyenes pontosan akkor párhuzamos, ha minden pontjuk ugyanakora távolságra van a másik egyenestől. (Ez a távolság 0 is lehet.)

PÁRHUZAMOS EGYENESEK SZERKESZTÉSE

A szerkesztést egy derékszögű és egy tetszőleges (egyenes) vonalzó segítségével végezzük.

Az ötödik osztályban ezt az eljárást is szerkesztésnek nevezzük. Később már körzővel és „egyélű” vonalzóval szerkesztünk párhuzamosokat.

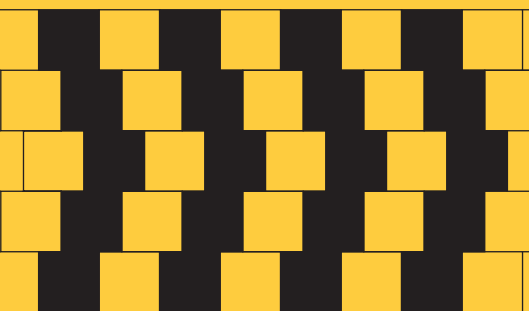
Fejtörő!



Figyeld meg az ábrán látható „csempeburkolatot”!

Úgy rajzoltuk meg, hogy egymástól 8 mm távolságra párhuzamos egyeneseket szerkesztettünk. Ezután minden „sort” 8 mm-es négyzetekre bontottunk. Arra vigyáztunk, hogy az „osztóvonalakat” egymástól eltolva vegyük fel. Végül minden második négyzetet kiszíneztünk.

Az érdekes optikai jelenségre először egy angliai kávézó külső csempeborítását szemlélve figyeltek föl. Innen kapta az angol **Café Wall Illusion** elnevezést.



A képen az út és a vasút nem párhuzamos egymással. Mégsem ütközik össze a gépkocsi és a vonat. Miért?

Értelmezés

A térben vannak olyan egyenesek, amelyek nem párhuzamosak, és nem is metszik egymást. Ezeket **kitérő egyeneseknek** nevezzük.



☉ Vigyázz, az egyenesnek nincs „vége”!

FELADATOK

5

Tégy a padra egy szívószálat! Képzeld el, hogy a szívószál mindkét irányban a végtelenségig folytatódik! Helyezz el sárgaborsószemeket a szívószáltól 2 cm távolságra!

6

Rajzolj egy egyenest! Rajzolj olyan pontokat, amelyek az egyenestől 2 cm távolságra vannak!

7

Tégy a padra egy szívószálat! Helyezz el egy másik szívószálat úgy, hogy mindegyik pontja 5 cm távolságra legyen a padra letett szívószáltól!

- Hányféleképp helyezhető el a pad síkjában a második szívószál?
- Hányféleképp helyezhető el a második szívószál, ha nem csak a padon helyezhetjük el?

8

Rajzolj egy egyenest!

- Színezd *pirossal* azoknak a pontoknak a halmazát, amelyek az egyenestől 32 mm távolságra vannak!
- Színezd *kékkel* azoknak a pontoknak a halmazát, amelyek az egyenestől 32 mm-nél kisebb távolságra vannak!
- Színezd *zölddel* azoknak a pontoknak a halmazát, amelyek az egyenestől 32 mm-nél nagyobb távolságra vannak!

9

Válassz ki egy-egy sárga, piros, kék, illetve fehér szívószálat!

- Helyezd el a padon a sárgát és a pirosat úgy, hogy **párhuzamosak** legyenek!
Jegyezd le ezt a füzetedben!
- Tedd rá a sárgára a fehérét úgy, hogy teljesüljön a következő: $f \perp s$! Írd le szavakkal, hogy a fehér és a piros szívószál milyen helyzetben van!
- Tedd a padra a kékét úgy, hogy teljesüljön a következő: $k \parallel f$! Jegyezd le szavakkal és jelekkel, hogy a kék szívószál milyen viszonyban van a többi szívószállal!

Gyakorló
8.89., 8.92–8.94.



Feloszthatja-e a síkot két egymást metsző kör és egy egyenes

5 részre; 6 részre; 7 részre; 8 részre; 9 részre; 10 részre?

Fejtörő!

☉ Rajzold le!

SÍKIDOMOK, SOKSZÖGEK

FELADAT

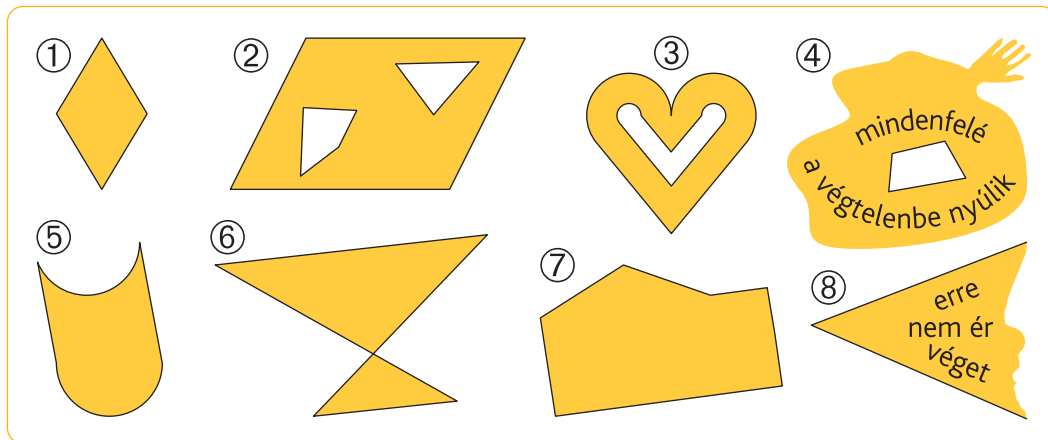
☉ Szempontok lehetnek:

Véges vagy végtelen?

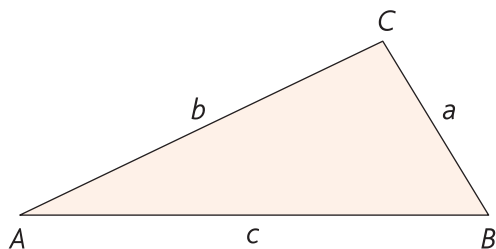
Egy vagy több határoló vonala van?

Csak egyenes vonalak határolják vagy sem?

10 Csoportosítsátok a kiszínezett síkidomokat különböző szempontok szerint!



Értelmezés



Ez a síkidom **háromszög**:

A háromszögnek **3 csúcsa és 3 oldala** van.

A háromszög oldalai **záródó töröttvonalat** (háromszögvonalat) alkotnak. A háromszög a síknak az a része, amely ezen a töröttvonalon belül van.

A háromszög mindegyik csúcsához két oldal csatlakozik, és az oldalai csak a csúcsokban találkoznak.

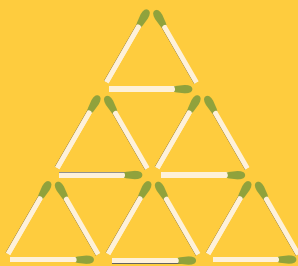
Ezek **négyszögek**:

A négyszögnek **4 csúcsa és 4 oldala** van.

A négyszög oldalai záródó töröttvonalat (négyszögvonalat) alkotnak. A négyszög a síknak az a része, amely ezen a töröttvonalon belül van.

A **téglalap** és a **négyzet** is négyszög.

A négyszög mindegyik csúcsához két **szomszédos oldal** csatlakozik, és az oldalai csak a csúcsokban találkoznak.



Fejtörő!



Csengé gyufákból **egybevágó** (egyenlő méretű) háromszöget rakott ki.

a) Hány háromszöget látsz az ábrán? (Nem föltétlenül egybevágókat.)

b) Hány négyszöget látsz az ábrán? (Nem föltétlenül egybevágókat.)

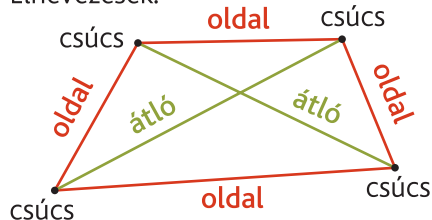
c) Vegyél el 3 gyufaszálat úgy, hogy a látható (nem föltétlenül egybevágó) háromszögek száma kevesebb, mint felére csökkenjen!

Emlékeztető

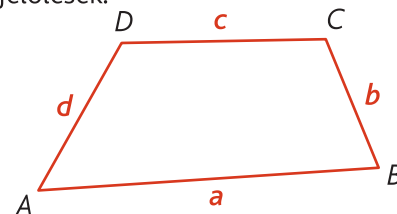
A négyszög minden oldala két-két **szomszédos csúcsot** köt össze.

A nem szomszédos csúcsokat összekötő szakaszt **átlónak** nevezzük.

Elnevezések:

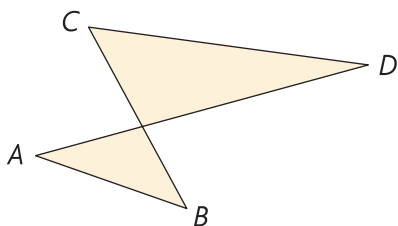


Jelölések:

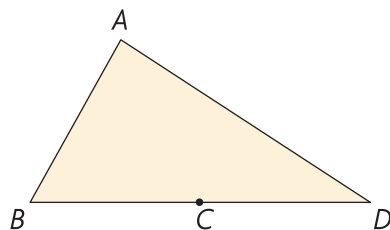


Ezeket a síkidomokat nem tekintjük négyszögnek:

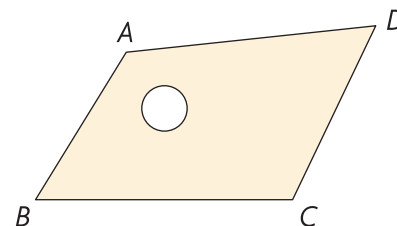
Van két olyan oldala, amely metszi egymást.



Két szomszédos oldala egy egyenesbe esik.

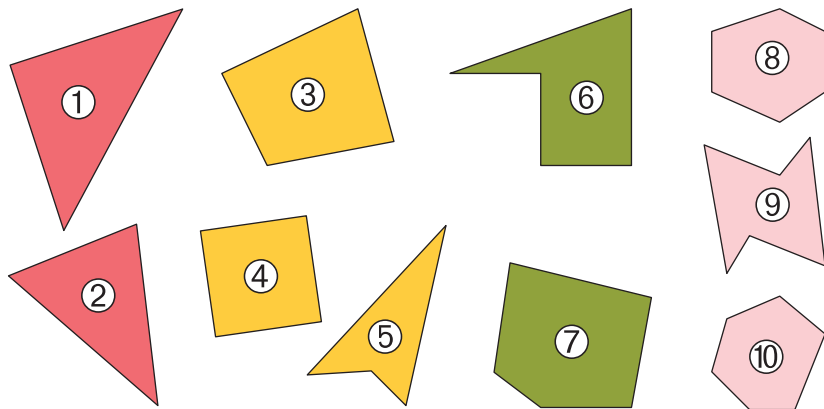


Nem csak egy határvonala van.



Értelmezés

A háromszöget, a négyszöget, az ötszöget, a hatszöget stb. közös néven **sokszögnek** nevezzük.



Az (egyszerű) sokszöget egyetlen záródó töröttvonal (sokszögvonál) határolja, és a sokszög a síknak az a része, amely ezen a töröttvonalon belül van.

A sokszögnek ugyanannyi oldala van, mint ahány csúcsa.

Szomszédos oldalai nem esnek egy egyenesbe.

A sokszög mindegyik csúcsához két oldal csatlakozik, és az oldalai csak a csúcsokban találkoznak.



Hány oldalú sokszög egy nyolcágú csillag?

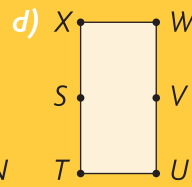
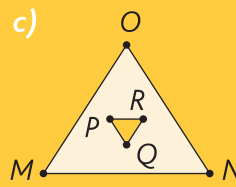
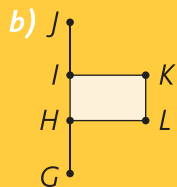
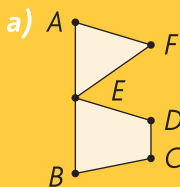
Többet ésszel ...



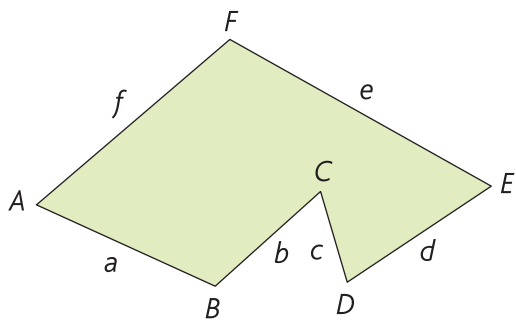
Ödömérnek hatszögeket kellett rajzolnia.

Segíts Ödömérnek kijavítani a hibásakat!

Magyarázd el, melyik ábra miért hibás!



1. példa



Az ábrán egy vadaspark kicsinyített alaprajza látható.

Milyen hosszú **kerítéssel keríthető** körül a vadaspark, ha az oldalainak a hossza rendre:

$$a = 245 \text{ m}; b = 178 \text{ m}; c = 120 \text{ m};$$

$$d = 216 \text{ m}; e = 370 \text{ m}; f = 320 \text{ m}?$$

A kerítés hossza (a kapukkal együtt):

$$K = 245 + 178 + 120 + 216 + 370 + 320 = 1449 \text{ (m)}$$

☉ Például a fenti ábrán látható hatszög kerülete:

$$K = a + b + c + d + e + f$$

Értelmezés

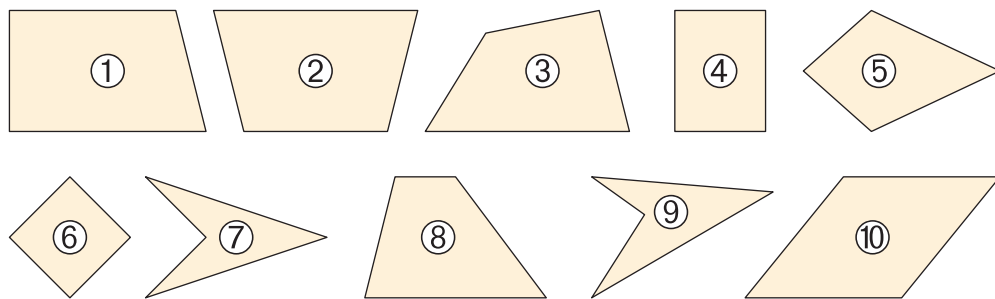
A sokszöget határoló oldalak hosszúságának összegét a sokszög **kerületének** nevezzük.

FELADATOK

11 Figyeld meg az elnevezéseket! Kiszíneztük a négyszög **a** oldalát.

- Színezd pirosra az **a** oldallal szemközti oldalt!
- Színezd zöldre az **a**-val szomszédos oldalakat!
- Kösd össze vonalzóval az **A** csúcsot és a vele szemközti csúcsot! Hogyan nevezzük azt a szakaszt, amelyet megrajzoltál?
- Mérd meg a négyszög oldalainak a hosszúságát, majd számítsd ki a **négyszög kerületét**!

12 Sorold fel azoknak a négyszögeknek a sorszámát, amelyekre igaz az állítás!



A: Van merőleges oldalpárja.

B: Van párhuzamos oldalpárja.

C: Minden oldala egyenlő.

D: Két-két szemközti oldala egyenlő.

E: Két-két szemközti oldala egymással párhuzamos.

F: Szomszédos oldalai egymásra merőlegesek.

Gyakorló

8.07–8.10., 8.95–8.97.,
8.116–8.119.

☉ Jól megfigyelted az elnevezéseket?

☉ Rajzold be, hol állhattak!



Képzeld el, hogy a **12.** feladatban látható négyszögek magas fallal körülvett, fűvel borított várkertek alaprajzai!

Melyik kertekben bújhatott el egymás elől a kis herceg és a hercegisaszony?

EGYBEVÁGÓ SÍKIDOMOK

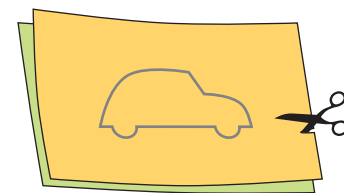
Ismételjük át, mit tanultunk korábban a síkidomok egybevágóságáról.

1. példa

Rajzoljunk egy lapra síkidomot.

Helyezzük a rajzot egy másik lapra, majd vágjuk ki a síkidomot egyszerre a két lapból.

Hasonlítsuk össze a keletkezett két síkidomot. Mit tapasztalunk?



Az egyszerre kivágott két síkidom egymással fedésbe hozható. Alakjuk és méretük megegyezik.

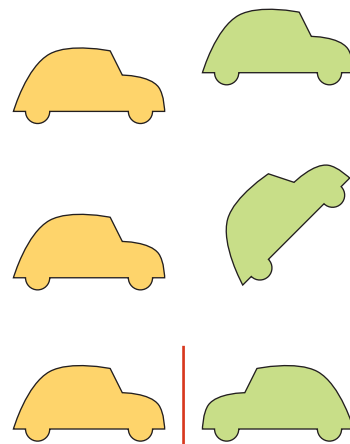
Ezek a síkidomok **egybevágók**.

Egymásra helyezve őket **kölcsönösen fedik egymást**.

Forgassuk el az egyik síkidomot. Az alakjuk és méretük továbbra is megegyezik. A két síkidom így is egybevágó.

Fordítsuk át az egyik síkidomot. A két síkidom **tükröképe egymásnak**, de az alakjuk és méretük továbbra is megegyezik.

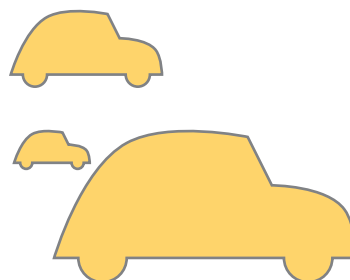
A két síkidomot így is egybevágónak tekintjük.



2. példa

Fényképezzük le a síkidomot, majd készítsünk róla **kicsinyített**, illetve **nagyított** képet. Mit tapasztalunk?

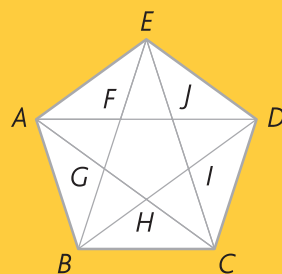
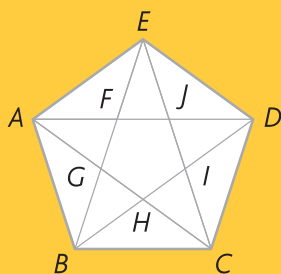
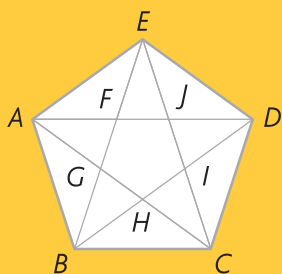
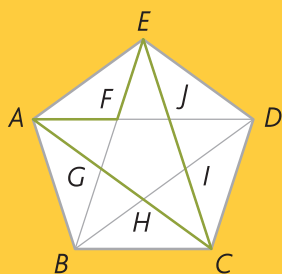
A keletkezett képek ugyanolyan alakúak, mint az eredeti ábra, de a méretük nem egyezik meg. Ezek nem egybevágók az eredeti síkidommal.



Az első ötszögben zölddel jelöltünk egy négyszöget. Hány olyan síkidomot látsz az ötszögben, amely egybevágó a zöld négyszöggel?

Fejtörő!

Hány olyan négyszöget látsz az ötszögben, amelyek nem egybevágók egymással?



FELADATOK

13

Színezd ki egyforma színűre az egybevágó sokszögeket!

Vajon mindig egybevágó két téglalap?

Lehet-e egybevágó egy háromszög és egy négyszög? Miért?

14

a) Másold le a füzetedbe a „vízben úszó kacsát” úgy, hogy az eredeti ábrával **egybevágó képet** kapj!

b) Másold le a kacsát úgy, hogy az eredeti ábra **kétszeresre nagyított képet** kapd!

c) Rajzold le a kacsá „vízben” tükörződő képét! Hasonlítsd össze az eredeti ábra, illetve a **tükörkép** méretét és alakját!

Mit tapasztalsz?

d) Készítsd el a füzetbe rajzolt kacsá tükörképét úgy, hogy a tükör merőleges legyen a vízszintre („függőlegesen” álljon)!

Mit tapasztalsz?

15 Mikor egybevágó két négyszög?

Mérd meg a két négyszög oldalait!

Hasonlítsd össze az eredményeket!

Mit tapasztalsz?

Egybevágó-e a két négyszög?

Indokold válaszod!

Gyűjtőmunka



Az alábbi hímzések készítője újra és újra (változtatás nélkül) kivarrta ugyanazt a mintát. Mit mondhatunk ezekről a mintákról?



Keress a környezetedben, illetve az interneten népi hímzéseket! Figyeld meg a hímzés geometriai tulajdonságait!



> TÉGLALAP, NÉGYZET

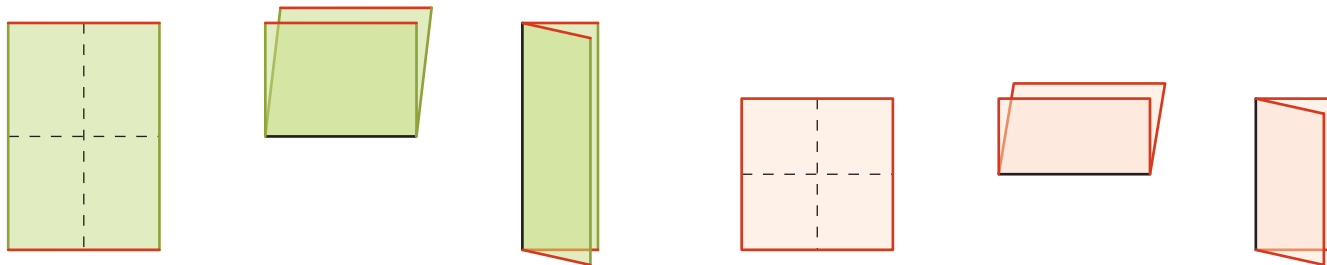
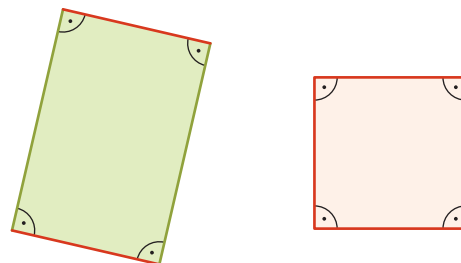
1. példa

Vágjunk ki egy **téglalapot**, amelynek oldalai 2 cm és 3 cm.

Vágjunk ki egy **négyszetet** is, amelynek oldalai 2 cm-esek.

Vizsgáljuk meg, milyen tulajdonságokkal rendelkezik ez a két síkidom.

- 1 Négy oldaluk és négy csúcsuk van, a téglalapok négyszögek.
- 2 Szomszédos oldalai egymásra merőlegesek.
- 3 Két-két szemközti oldaluk párhuzamos egymással, és egyenlő.
- 4 Az átlóik felezik egymást.
- 5 Oldalaik felezőpontjánál félbehajtva a két rész fedi egymást, a téglalapok **ten-gelyesen tükrös** négyszögek:



Emlékeztető

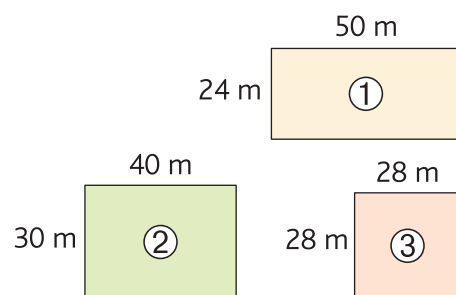
Téglalapnak nevezzük az olyan négyszöget, amelynek szomszédos oldalai egymásra merőlegesek.

A **négyszet** is rendelkezik ezzel a tulajdonsággal, tehát a **négyszet** olyan téglalap, amelynek minden oldala egyenlő.

FELADAT

16 Az ábrán látható téglalapok egy-egy kert kicsinyített térképei.

- a) Milyen hosszú kerítéssel keríthetők körül ezek a kertek?
- b) Hány tartóoszlop szükséges a kertek bekerítéséhez, ha az oszlopokat 2 m-enként helyezik el?
- c) Csaba átlagos lépésének hosszúsága 50 cm. Hány lépéssel járhatja körül az egyes kerteket?



Egy téglalap alakú kert kerítése (kapuval együtt) 140 m hosszú. Az utcára merőleges oldalak hossza két és félszer akkora, mint az utcára néző oldalé.

Milyen hosszú a kert utcára néző oldala?

A: 40 m; B: 20 m; C: 50 m; D: 25 m

Többet ésszel ...

© Karikázd be a helyes válasz betűjelét!

Jegyezd meg!

Ha a téglalap szomszédos oldalainak hossza a , illetve b , akkor a **téglalap kerülete**:

$$K = a + b + a + b$$

Csoportosíthatjuk így is: $K = (a + b) + (a + b)$

Tömörebben: $K = 2 \cdot (a + b)$

Csoportosíthatjuk így is: $K = (a + a) + (b + b)$

Vagyis: $K = 2 \cdot a + 2 \cdot b$

A négyzet oldalai egyenlők. Ha a **négyzet** oldalainak hosszúsága a , akkor a kerülete:

$$K = a + a + a + a$$

Rövidebben: $K = 4 \cdot a$

FELADATOK

17

Mérd meg a 83. oldalon lévő tíz sokszög oldalainak hosszát, majd számítsd ki a sokszögek területét!

18

Számítsd ki a téglalap területét, ha

- egyik oldala $a = 17$ cm, a másik oldala $b = 23$ cm;
- egyik oldala $a = 25$ dm, a másik oldala $b = 50$ cm;
- egyik oldala $a = 70$ dm, a másik oldala $b = 560$ cm;
- mindegyik oldala 23 cm! Hogyan nevezzük ezt a téglalapot?

19

Számítsd ki a téglalap ismeretlen oldalát, ha

- az ismert oldala $a = 70$ cm, és a kerülete $K = 350$ cm;
- az ismert oldala $a = 65$ mm, és a kerülete $K = 130$ mm;
- az ismert oldala $a = 15$ dm, és a kerülete $K = 6$ m;
- az egyik oldala 5 cm-rel nagyobb a másiknál, és a kerülete $K = 34$ cm;
- az egyik oldala kétszerese a másiknak, és a kerülete $K = 48$ cm!

20

Számítsd ki a négyzet oldalát, ha

- a kerülete $K = 360$ cm;
- a kerülete $K = 1$ m 40 mm!

☉ Átváltottad a mértékegységet, ha az oldalakat különböző egységgel adtuk meg?

Gyakorló
8.11–8.17.;
Feladatgyűjtemény
6.3.11.

Többet ésszel ...



Bea gyufaszálakból 13 egybevágó kis négyzetet rakott ki.

- Hányféle (nem egybevágó) téglalap látható a képen? A négyzet is téglalap! Hány gyufaszál hosszúságú ezeknek a kerülete?
- Rakd be a számkártyákat egy-egy négyzetbe úgy, hogy oszloponként, illetve soronként megegyezzen az összeg!

5 9 10 11 12 13 14 15 16 19 22 24 25

- Helyezz át 4 gyufaszálát úgy, hogy 2-vel csökkenjen a kis egybevágó négyzetek száma!

A TERÜLET MÉRÉSE, MÉRTÉKEGYSÉGEI

A területmérés fontosságát már az ókorban felismerték. Nagyobb földterületen például több árpa termett, a fáraó több adót szedhetett be utána. Mivel a Nílus áradása évente elmosta a parcellák határait, minden évben újra ki kellett mérni, hogy kinek mekkora területű föld jár.



Ha befestենék a padot, illetve a táblát, akkor melyikhez lenne több festékre szükségünk?

FELADATOK

- 21 Állítsd a téglalapokat területük szerint növekvő sorrendbe!

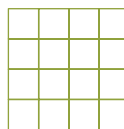
1



2



3

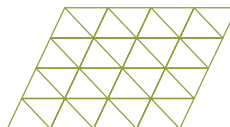


4



- 22 Mekkora a négyszög területe, ha

- a) a területegység ennek a háromszögnek a területe:
- b) a területegység ennek a négyszögnek a területe:



Azt vizsgáljuk, hogy az egységnyi területű lap hányszor helyezhető rá a síkidomra „egyrétűen és hézagtalanul”.

- 23 Négyzetrácsos lapra rajzolj olyan téglalapokat, amelyeknek 16 hosszúság-egység a kerülete!

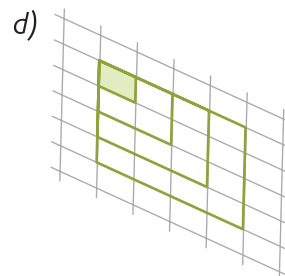
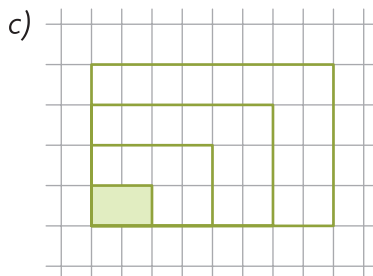
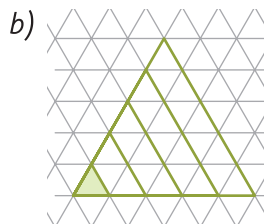
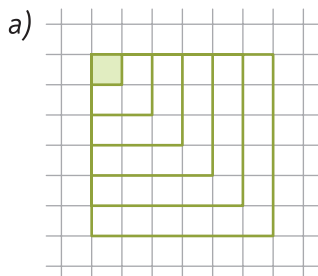
Hányféle téglalapot találsz? Mekkora ezeknek a téglalapoknak a területe, ha

a **hosszúságegység**: , a **területegység**:

☉ Figyeld meg az összefüggéseket!

Gyakorló
8.18–8.24.

- 24 Hogyan változik a terület, ha a vonalrácsokra rajzolt síkidomok minden oldalát **ugyanannyiszorosára** növeljük a hálózat mentén? A beszínezett terület az egység.



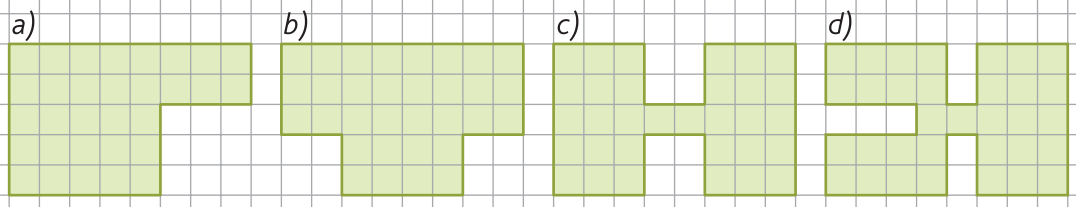
Mit jelentettek régen a **lánctalja**, a **vékás**, a **négyszögöl**, a **magyar hold**, a **köblös** kifejezések? Az interneten megtalálhatjátok a választ.

Keressetek még népi terület-mértékegységeket!

Nézz utána!

25

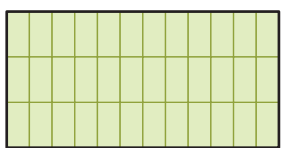
Határozd meg a síkidomok kerületét, majd területét!



1. példa

Egy 60 cm széles és 120 cm hosszú fülke padlóját kerámia padlólappal fedik le. Hány lapot kell vásárolniuk, ha egy lap mérete:

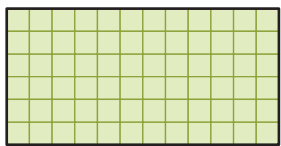
- a) 20 cm-szer 10 cm; b) 10 cm-szer 10 cm; c) 20 cm-szer 30 cm?



Azt vizsgáljuk, hogy hányszor rakható az egységül választott lap a padlóra úgy, hogy a lapok között ne legyen hézag, de ne is fedjék egymást.

- a) A rövidebb oldal mentén 3 lap helyezhető el egy sorban, és 12 ilyen sor van. $3 \cdot 12 = 36$ lapra van szükség.

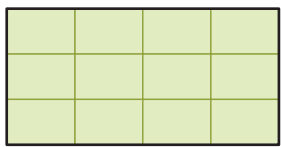
Ha ennek a lapnak a területe az egység: , akkor a fülke padlójának területe 36 területegység.



- b) A rövidebb oldal mentén 6 lap helyezhető el egy sorban, és 12 ilyen sor van. $6 \cdot 12 = 72$ lapra van szükség.

Ha ennek a lapnak a területe az egység: , akkor a fülke padlójának területe 72 területegység.

A lapok mérete feleakkora, mint az a) példában, ezért kétszer annyi lapra van szükség, mint ott.



- c) A rövidebb oldal mentén 3 lap helyezhető el egy sorban, és 4 ilyen sor van. $3 \cdot 4 = 12$ lapra van szükség.

Ha ennek a lapnak a területe az egység: , akkor a fülke padlójának területe 12 területegység.

A lapok mérete 3-szor akkora, mint az a) példában, ezért a szükséges lapok száma egyharmad része az ott kiszámított mennyiségnek.

Figyeld meg!

A sokszög területét úgy mérjük meg, hogy összehasonlítjuk az egységül választott területtel.



Az ábrán a zöldre színezett hatszög területe 1 egység. Hány egység a nagy háromszög területe?

- A: 12 egység; B: 9 egység; C: 8 egység; D: 6 egység

• A helyes válasz betűjelét karikázd be!



Emlékeztető

A területmérés egységéül az egységnyi oldalhosszúságú négyzet területét szokták választani.

Az 1 mm oldalhosszúságú négyzet területe: **1 mm²** (négyzetmilliméter);

az 1 cm oldalhosszúságú négyzet területe: **1 cm²** (négyzetcentiméter);

az 1 dm oldalhosszúságú négyzet területe: **1 dm²** (négyzetdeciméter);

az 1 m oldalhosszúságú négyzet területe: **1 m²** (négyzetméter).

☉ *Megfigyelted a jelöléseket?*

❶ Ennek a négyzetnek a területe 1 mm²: □ Ennek pedig 1 cm²:



1 cm = 10 mm, ezért az 1 cm²-es négyzet egy oldala mentén 10 darab

1 mm²-es kis négyzet fér el. 10 ilyen sor van, tehát

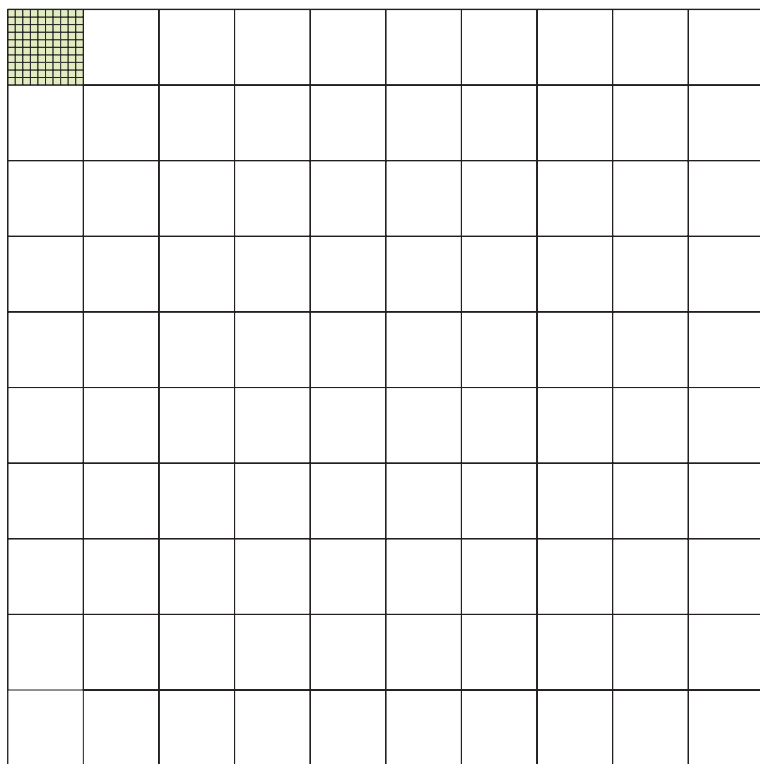
$$1 \text{ cm}^2 = 10 \cdot 10 \text{ mm}^2 = 100 \text{ mm}^2.$$

❷ Ennek a négyzetnek a területe 1 dm²:

1 dm = 10 cm, vagyis az 1 dm²-es négyzet egy oldala mentén 10 darab 1 cm²-es négyzet fér el.

10 ilyen sor van, tehát

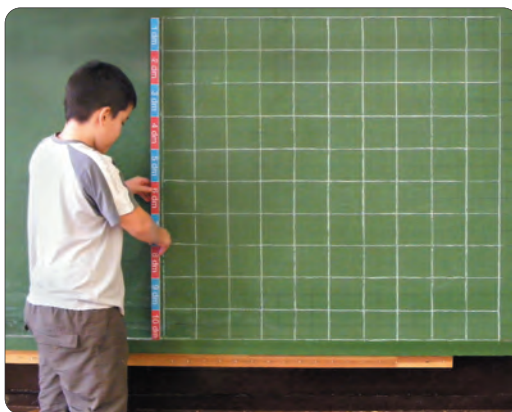
$$1 \text{ dm}^2 = 10 \cdot 10 \text{ cm}^2 = 100 \text{ cm}^2.$$



❸ 1 m = 10 dm, vagyis az 1 m²-es négyzet egy oldala mentén 10 db 1 dm²-es négyzet fér el.

10 ilyen sor van, tehát

$$1 \text{ m}^2 = 10 \cdot 10 \text{ dm}^2 = 100 \text{ dm}^2.$$



☉ *Megfigyelted a jelöléseket?*

További területegységek

A 10 m oldalhosszúságú négyzet területe: **1 a** (ár);
a 100 m oldalhosszúságú négyzet területe: **1 ha** (hektár);
az 1 km oldalhosszúságú négyzet területe: **1 km²** (négyzetkilométer).
A terület mértékegységei közti összefüggések:

$$1 \text{ mm}^2 \xrightarrow{\cdot 100} 1 \text{ cm}^2 \xrightarrow{\cdot 100} 1 \text{ dm}^2 \xrightarrow{\cdot 100} 1 \text{ m}^2 \xrightarrow{\cdot 100} 1 \text{ a} \xrightarrow{\cdot 100} 1 \text{ ha} \xrightarrow{\cdot 100} 1 \text{ km}^2$$



A lakások, telkek területét négyzetméterrel, szántók, legelők területét hektárral, megyék, országok, földrészek területét négyzetkilométerrel szokás megadni. Az ár mértékegységet Magyarországon nem használják.

A 100 m oldalhosszúságú négyzet egy oldala mentén 100 db 1 m²-es négyzet rakható le.

100 ilyen sor van, tehát

$$1 \text{ ha} = 100 \cdot 100 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ m}^2.$$

$$1 \text{ km}^2 = 1000 \cdot 1000 \text{ m}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2.$$

Gyakorló
8.25–8.29.

FELADATOK

26 Pótold a hiányzó mérőszámokat!

a) 1 dm² = cm² = mm²;

1 m² = cm²;

b) 6 dm² = cm² = mm²;

16 m² = cm²;

c) 1 ha = m²;

9 ha = m²;

15 ha = m²;

d) 4 ha 45 m² = m²;

200 000 m² = ha;

e) 1 km² = ha = m²;

f) 6 km² 20 ha = ha = m²

☉ *A világtatlasz vagy az internet segíthet.*



A földrészek, országok területét négyzetkilométerrel adják meg. Területének nagysága alapján Európa hányadik a földrészek között? Területének nagysága alapján Magyarország hányadik helyen áll az európai országok között?

☉ *A helyes válasz betűjelét karikázd be!*



A XIX. században a területet „négyyszögöllel” (jele: □ öl), illetve „négyyszöglábal” (jele: □ láb) mérték. 1 öl hosszúsága 6 láb volt. Hány négyyszögláb volt egy négyyszögöl?

A: 1 □ öl = 6 □ láb;

B: 1 □ öl = 12 □ láb;

C: 1 □ öl = 36 □ láb

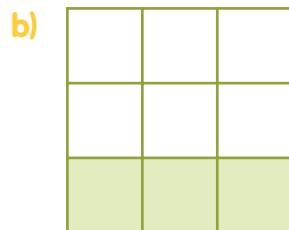
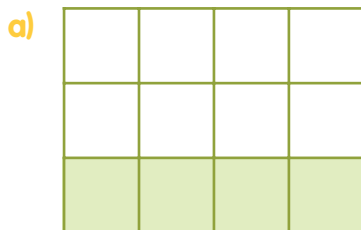
> A TÉGLALAP TERÜLETE

1. példa

Határozzuk meg a következő két téglalap területét.

- a)** A 3 cm-es és 4 cm-es oldalú téglalap egyik oldala mentén
 1 sorba 4 területegység (cm^2) fér;
 3 sorba $4 \cdot 3 = 12$ területegység (cm^2) fér.

- b)** A 3 cm-es oldalú négyzet egyik oldala mentén
 1 sorba 3 területegység (cm^2) fér;
 3 sorba $3 \cdot 3 = 9$ területegység (cm^2) fér.



Emlékeztető

A téglalap területét úgy számítjuk ki, hogy az egy sorba férő területegységek (négyzetmilliméterek, négyzetcentiméterek stb.) számát megszorozzuk a sorok számával.

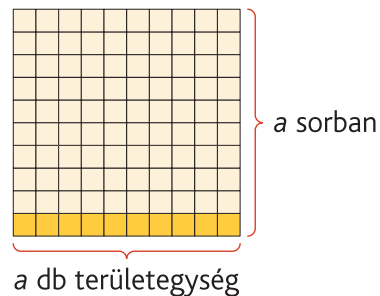
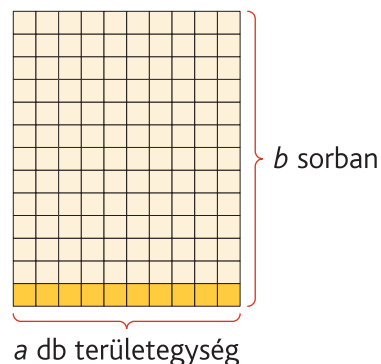
Legyen a téglalap egyik oldala **a** egység hosszúságú, a másik oldala **b** egység hosszúságú. Ekkor az egyik oldala mentén **a** területegység rakható le egy sorba. Mivel a másik oldal hosszúsága **b**, ezért **b** sorral fedhető le a téglalap (hézagmentesen és egyrétűen).

A téglalap területe:

$$T = a \cdot b$$

A négyzet olyan téglalap, amelynek minden oldala egyenlő, ezért a **négyzet területe:**

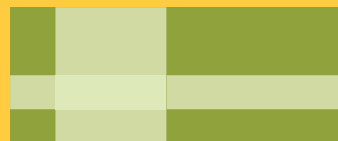
$$T = a \cdot a$$



Balambér egy téglalap alakú, 600 m^2 területű park fűvének levágására vállalkozott. Az első félórán a park hosszabbik oldalával párhuzamosan tolta végig a fűnyírót, és így levágott 150 m^2 fűvet. (A levágott részt az ábrán világosabb zöld színnel jelöltük.) A második félórán meggondolta magát, és a park rövidebb oldalával párhuzamosan 200 m^2 területen haladt végig a fűnyírójával.

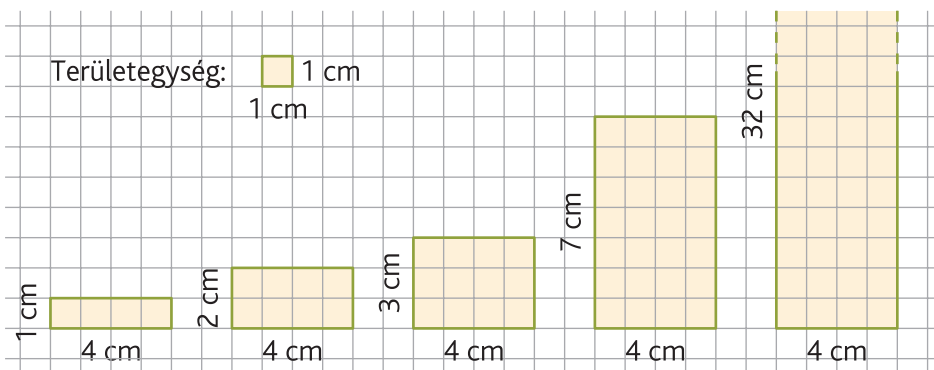
Hány négyzetméter fűvet vágott le összesen az első órában?

Többet ésszel ...



1. példa

Határozzuk meg az alábbi ábrán (kicsinyítve) látható téglalapok területét.



A téglalapok egyik oldala: $b = 4$ cm. A másik oldal:

- ① $a = 1$ cm; ② $a = 2$ cm; ③ $a = 3$ cm ④ $a = 7$ cm; ⑤ $a = 32$ cm

☉ A területet a gyakorlatban nem borítjuk be a területegység példányaival, hanem kikövetkeztetjük, hogy a terület hányszorosa a területegységnek. Így módon majd akkor is kiszámíthatjuk a téglalap területét, ha az oldalainak mérőszáma nem egész szám lesz.

☉ Megfigyelted? Ha az egyik oldal változatlan, és a másik oldal valahányszorosára változik, akkor a terület is ugyanannyiszorosára változik.

- ① A téglalap területe: $T_1 = a \cdot b = 1 \cdot 4 \text{ cm}^2 = 4 \text{ cm}^2$
- ② A b oldal hossza megmaradt, az a oldalé 2-szeresére változott, a terület is 2-szeresére nő:
- $$T_2 = a \cdot b = 2 \cdot 4 \text{ cm}^2 = 8 \text{ cm}^2$$
- ③ A b oldal hossza megmaradt, az a oldalé 3-szorosára változott, a terület is 3-szorosára nő:
- $$T_3 = a \cdot b = 3 \cdot 4 \text{ cm}^2 = 12 \text{ cm}^2$$
- ④ A b oldal hossza megmaradt, az a oldalé 7-szeresére változott, a terület is 7-szeresére nő:
- $$T_4 = a \cdot b = 7 \cdot 4 \text{ cm}^2 = 28 \text{ cm}^2$$
- ⑤ A b oldal hossza megmaradt, az a oldalé 32-szeresére változott, a terület is 32-szeresére nő:
- $$T_5 = a \cdot b = 32 \cdot 4 \text{ cm}^2 = 128 \text{ cm}^2$$

☉ Emlékszel?

$$1 \text{ cm}^2 = \boxed{} \text{ mm}^2$$

FELADATOK

- 27 a) Rajzolj milliméterpapírra 6 cm^2 területű téglalapokat! Add meg a területüket négyzetmilliméterrel is!
- b) Rajzolj milliméterpapírra 1200 mm^2 területű téglalapokat! Add meg a területüket négyzetcentiméterrel is!

28 Számítsd ki a téglalap területét, ha az

- a) egyik oldala 15 cm, a másik oldala 21 cm hosszú;
- b) egyik oldala 30 cm, a másik oldala 21 cm hosszú;
- c) egyik oldala 45 cm, a másik oldala 21 cm hosszú;
- d) egyik oldala 30 cm, a másik oldala 42 cm hosszú!

29

Számítsd ki a téglalapok területét!

A területet többféle mértékegységgel is add meg!

- a) A téglalap egyik oldala 7 cm 5 mm, a másik oldala 21 cm 6 mm.
- b) A téglalap alakú szőnyeg egyik oldala 7 dm 5 cm, a másik oldala 200 cm.
- c) A téglalap alakú könyvjelző egyik oldala 6 cm, a másik oldala 2 cm 5 mm.
- d) A téglalap alakú terítő egyik oldala 105 cm, a másik oldala 2 m.
A téglalap területét négyzetdeciméterrel is add meg!
- e) A téglalap alakú repülőtér egyik oldala 2 km, a másik oldala 175 m.
A repülőtér területét hektárral is add meg!
- f) Egy téglalap alakú kartonlap egyik oldala 250 mm, másik oldala 8 cm. Mekkora a területe? Add meg az eredményt négyzetmilliméterrel, négyzetdeciméterrel is!
- g) Egy erdősáv 200 m széles és 15 km hosszú. Hány négyzetméter a területe? Add meg a területét négyzetkilométerrel és hektárral is!

30

Számítsd ki a téglalap ismeretlen oldalát, ha

- a) az ismert oldala 70 cm, és a területe 3500 cm^2 ;
- b) az ismert oldala 65 mm, és a területe 7800 mm^2 ;
- c) az ismert oldala 47 m, és a területe 9635 m^2 !

31

Egy téglalap alakú kert szélessége 18 m, hosszúsága 42 m. Az épületek 140 m^2 területen fekszenek, az utak 52 m^2 területet foglalnak el.

Mekkora terület marad egyéb célokra?

32

- a) Mérjétek meg a füzetlapotok oldalait előbb centiméter pontossággal, majd milliméter pontossággal! Számítsátok ki mindkét esetben a területét is és a kerületét is!
- b) Mérjétek meg a padotok hosszúságát, szélességét centiméter pontossággal! Számítsátok ki a területét! A kapott eredményt kerekítsétek századra, majd adjátok meg a pad területét négyzetdeciméterrel is!

☉ *Milyen összefüggés van az egyes téglalapok adatai közt?*

☉ *Vigyázz, az oldalak hosszát nem ugyanazzal a mértékegységgel adtuk meg!*

☉ *Emlékszel?*

1 ha = m^2

1 dm^2 = cm^2

1 cm^2 = mm^2

Gyakorló
8.30–8.37.;
6.20–6.21.

☉ *Ha van kertetek, akkor végezz hasonló méréseket, számításokat!*

Gyűjtőmunka

☉ *Közösen dolgozzatok. Készítsetek vázlatot. Írjátok rá a mért adatokat.*



Rajzold le a lakások alaprajzát! Számítsd ki az egyes helyiségek alapterületét (deciméter pontossággal mérj)! Az eredményt fejezd ki négyzetméter és négyzetdeciméter segítségével!



Az ács egy 4 és fél m hosszú, 4 m széles szoba padlózatát „hajópadlóval” szeretné beborítani. Ehhez 20 cm széles, 2 cm vastag és 3 m hosszú deszkákat talál. Hány szál deszkát kell megvásárolnia a padlóhoz?

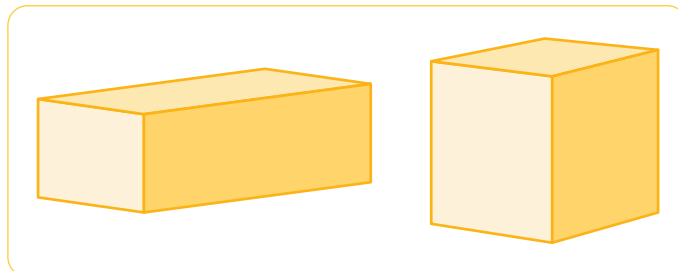
Gyűjtőmunka

Többet ésszel ...

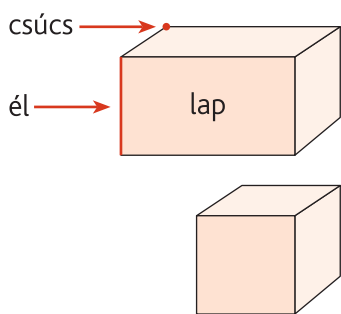
TÉGLATEST, KOCKA



A képen téglát, különböző dobozokat stb. látunk. Ha ezeknek a tárgyaknak csak az alakját és a méretét vesszük figyelembe, akkor **téglatesteket** kapunk. A téglatest lapjai téglalapok:



Figyeljük meg, hogy a **kocka** is téglatest (mivel a négyzet is téglalap).



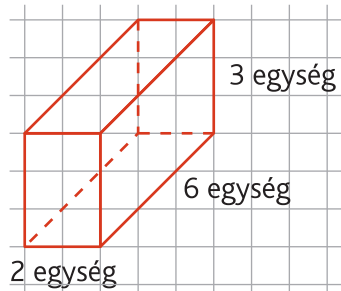
Jegyezd meg!

A **téglatestet** hat téglalap határolja.

Két-két szomszédos lapja élben találkozik.

Három-három éle egy **csúcban** fut össze.

A **kocka** olyan téglatest, amelynek minden éle egyenlő hosszú, így a lapjai egybevágó négyzetek.



☉ Mely élek hossza mérhető meg az ábrán a valódi hosszuknak megfelelően?

A téglatest élvázának szemléltetése

Célszerű olyan ábrázolásmódban megállapodnunk, amelyről jól leolvashatók a térbeli viszonyok (például az élek párhuzamossága) és a méretek. Ilyen ábrázolást mutat az ábra.

Hogyan szemléltethető a négyzetrácsos füzetben egy olyan téglatest élváza, amely éleinek hossza: 4 cm; 8 cm és 6 cm?

Hány 3 cm hosszú szívószáldarabkából építhetnéd fel egy kocka élvázának modelljét?

☉ Lapozz vissza a 78. oldal alján lévő feladathoz! Sikerült akkor megoldanod?

Többet ésszel ...



Tihamér ajándékot készített Cilinek, amelyet téglatest alakú dobozba csomagolt be. A doboz éleinek hossza: 10 cm; 20 cm és 30 cm volt. Milyen hosszú szalagot használt fel Tihamér a doboz képen látható átkötéséhez, ha a masni elkészítéséhez további 50 cm szalagra volt szüksége?

2. példa

Vizsgáljuk meg, milyen tulajdonságokkal rendelkezik a téglatest.

Hány lapja, hány csúcsa, hány éle van a téglatestnek?

Figyeljük meg a lapok alakját, méretét, egymáshoz való viszonyát.

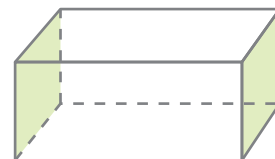
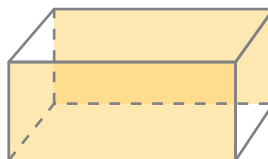
Figyeljük meg az élek méretét, egymáshoz való viszonyát.

Figyeljük meg a lapok és az élek egymáshoz való viszonyát.

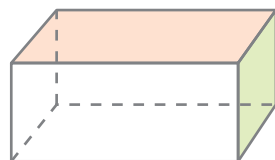
☉ Vegyünk a kezünkbe különböző téglatesteket.

1 A téglatestnek 6 lapja van.

Közülük két-két szemköztü lap egymással párhuzamos, ugyanolyan alakú és méretű, vagyis **egybevágó**.

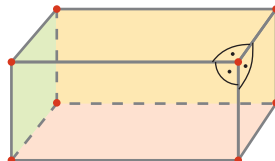


2 A téglatest szomszédos lapjai egymásra merőlegesek.



3 A téglatestnek 8 csúcsa van. Egy-egy csúcsban három lap és három él találkozik.

4 Az egy csúcsban találkozó három él **páronként merőleges** egymásra.



5 A téglatestnek 12 éle van.

Közülük négy-négy egyenlő hosszúságú. Ez a négy-négy él egymással párhuzamos.



FELADAT

- 33 a) Rajzolj egy téglatestet! Színezd ki egy lapját! Színezd pirosra a kiválasztott lapra merőleges éleket, kékre a lappal párhuzamos éleket!
- b) Rajzolj egy téglatestet! Színezd egy élet pirosra! Színezd kékre azokat a lapokat, melyek párhuzamosak a kiválasztott éllel!
- c) Rajzolj egy téglatestet! Színezd ki két olyan élet, amelyekre kitérő egyenesek fektethetők!

☉ Könnyebb a megoldás, ha kezvedbe veszel egy dobót?
A nem látható éleket szaggatott vagy halványabb vonalakkal jelezd!



Építs 8 kockacukorból egy nagyobb kockát! Hány éle, lapja, csúcsa van a kockának? Vegyél el a kocka egyik csúcsából egy kis kockát! Hány éle, lapja, csúcsa lesz a megmaradt testnek?



SÍKOK ÉS EGYENESEK, SÍKOK ÉS SÍKOK KÖLCSÖNÖS HELYZETE A TÉRBEN

FELADAT



B1

- A színesrúdkészletből állíts fel néhány citromsárga rudat az asztalra! Fektesz rájuk egy lapot! Fogalmazd meg igaz és hamis állításokat az asztal és a lap síkjával kapcsolatban!
- Állíts a padra néhány lila színes rudat! Fektesz rájuk rajzlapot! Keresd meg azoknak a pontoknak a halmazát, amelyek egyenlő távolságra vannak a rajzlap, illetve a pad síkjától! Készíts olyan „építményt”, amely szemlélteti ezt a keresett ponthalmazt!
- Egy hatemeletes ház emeletei egyenlő magasak. Hol helyezkednek el azok a pontok, amelyek egyenlő távolságra vannak a második, illetve a hatodik emelet padlósíkjától?

Figyeld meg!

Két sík metszi egymást, ha pontosan egy közös egyenesük van.

Párhuzamos két sík, ha nem metszik egymást (nincs közös egyenesük, vagy egybeesnek).

Két sík pontosan akkor párhuzamos, ha minden pontjuk ugyanakkora távolságra van a másik síktól. (Ez a távolság 0 is lehet.)

Metszi egy egyenes a síkot, ha pontosan egy közös pontja van a síkkal.

Párhuzamos egy egyenes a síkkal, ha nem metszi a síkot (nincs közös pontja, vagy benne fekszik a síkban).

Egy egyenes akkor párhuzamos a síkkal, ha minden pontja ugyanakkora távolságra van a síktól.

FELADAT

B2

Vegyetek a kezetekbe téglatest alakú dobozokat!

- Keressetek a téglatesten merőleges, párhuzamos és kitérő éleket!
- Keressetek a téglatesten párhuzamos lapokat!
- Válasszátok ki a téglatest egy lapját! Keressétek meg azokat az éleket, amelyek párhuzamosak ezzel a lappal!
- Válasszátok ki a téglatest egy élét! Keressétek meg azokat a lapokat, amelyek párhuzamosak ezzel az éllel!

Csoportmunka

© **Közösen dolgozzatok!**
Vitassátok meg a tapasztaltakat!

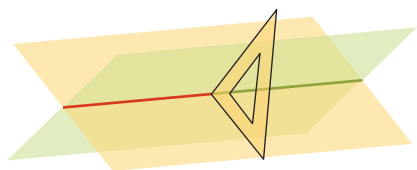
Keressetek a terem falait vizsgálva merőleges, illetve párhuzamos éleket, lapokat!



Két félig bevágott kartonlapból olyan eszközt készítünk, amellyel vizsgálható két egymást **metsző** sík kölcsönös helyzete.

Vizsgáljuk meg a két sík **metszésvonalát**!

Állítsuk be a modellt úgy, hogy a két sík merőleges legyen egymásra.



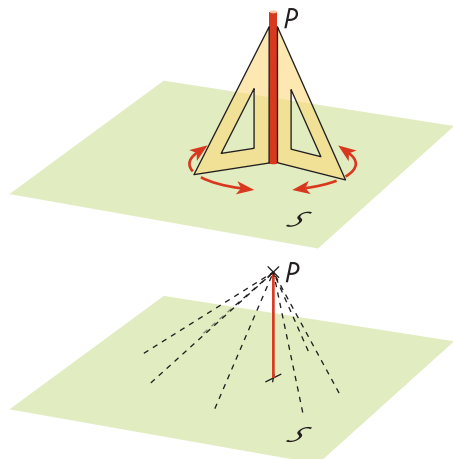
Figyeld meg!

Akkor mondjuk, hogy egy szívószál egyenese merőleges az asztallap síkjára, ha a szívószálhoz minden oldalról hozzáilleszthető derékszögű háromszög.

A sík különböző pontjait (gondolatban) kössük össze a P ponttal. Az így kapott szakaszok közül a legrövidebbnek a hossza a sík és a P pont távolsága.

Egy síkon kívüli P pontot és a sík pontjait összekötő szakaszok közül a legrövidebb a síkra merőleges szakasz.

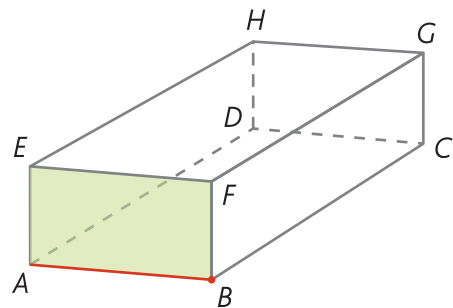
A pont és a sík távolsága a pontból a síkra bocsátott merőleges szakasz hossza.



Gyakorló
8.39., 8.120.

FELADAT

- B3** a) Milyen helyzetűek a téglatest B csúcsában találkozó élei?
- b) Kiszíneztük a téglatest egy lapját. Keresd meg azokat a lapokat, amelyek merőlegesek a kiszínezett lapra!
- c) Kiszíneztük a téglatest egy lapját. Keresd meg azokat az éleket, amelyek merőlegesek a kiszínezett lapra!
- d) Kiszíneztük a téglatest egy élét. Keresd meg azokat a lapokat, amelyek merőlegesek a kiszínezett élre!



Az éleket és a lapokat a csúcsaik segítségével jelöljük. Az ábrán a pirosra színezett él jele: AB ; a zöldre színezett téglalap jele: $ABFE$.

- a) Jelöld a végpontjai segítségével az AB éllel párhuzamos éleket!
- b) Jelöld a csúcspontjai segítségével az AB éllel párhuzamos lapokat!



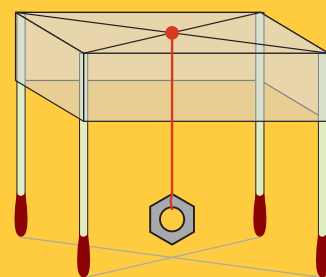
A függőleges és a vízszintes merőleges egymásra. A vízszintes meghatározására többféle műszer van, készítsünk mi is egyet!

Gyufásdoboz, gyufa, ● cérna és egy csavaranya ● segítségével elkészíthetjük az ábrán látható eszközt. A gyufásdoboz aljának húzzuk meg az át-lóit, és ezek metszéspontjában rögzítsük a cérnán lógó csavaranyát.

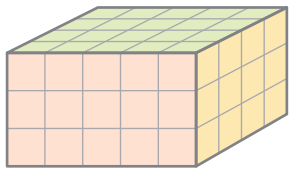
Állítsd a szerkezet négy lábát az itt található négy piros körre! Akkor vízszintes a könyved, ha a csavaranya pont a szürke köröcskére mutat.

Figyelempróba

Kísérletezz!



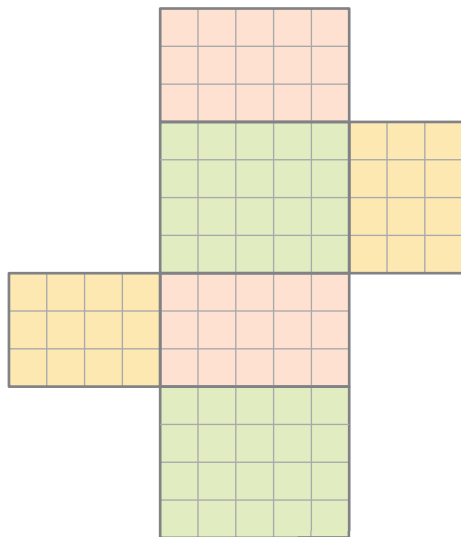
A TÉGLATEST HÁLÓJA, FELSZÍNE



1. példa

Számítsuk ki az ábrán látható téglatest lapjainak területét.

Mennyi a lapok területének összege, vagyis a téglatest felszíne?



Vágjuk fel a téglatest 7 élét úgy, hogy kiteríthessük a lapokat a síkban. A **téglatest hálóját** kaptuk.

A lapok területének összege:

$$3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 3 + 5 \cdot 3 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Figyeljük meg, hogy két-két téglalap méretei megegyeznek, ezek a lapok **egybevágók**, ezért egyszerűsíthetjük a számítást:

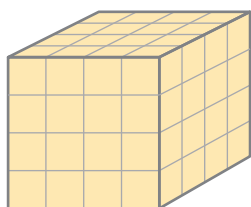
$$2 \cdot (3 \cdot 4) + 2 \cdot (4 \cdot 5) + 2 \cdot (5 \cdot 3) \text{ (cm}^2\text{)}$$

Másképpen is csoportosíthatjuk a tagokat:

$$(3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 3) + (3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 3) \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Tömörebben felírva: } 2 \cdot (3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 3) \text{ cm}^2$$

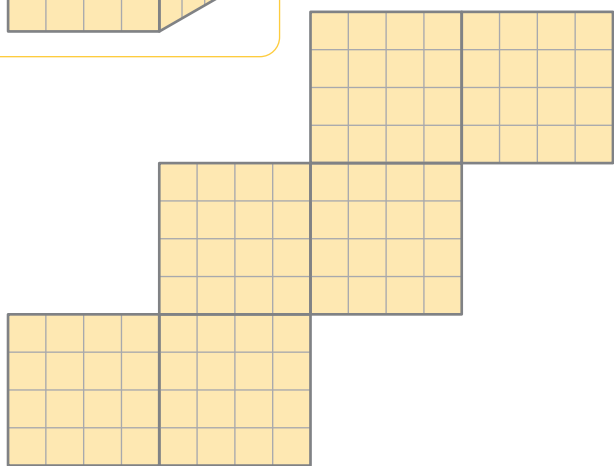
$$\text{A téglatest felszíne: } A = 2 \cdot (12 + 20 + 15) \text{ cm}^2 = 2 \cdot 47 \text{ cm}^2 = 94 \text{ cm}^2$$



2. példa

Számítsuk ki az ábrán látható kocka lapjainak a területét.

Mennyi a lapok területének az összege, vagyis a kocka felszíne?



A kocka is téglatest, de minden éle egyenlő.

Vágjuk fel a kocka 7 élét úgy, hogy kiteríthessük a lapokat a síkban. A **kocka hálóját** kaptuk.

A lapok területének összege:

$$4 \cdot 4 + 4 \cdot 4 + 4 \cdot 4 + 4 \cdot 4 + 4 \cdot 4 + 4 \cdot 4 \text{ (cm}^2\text{)}$$

A kocka lapjai egybevágó négyzetek, ezért egyszerűsíthetjük a számítást:

$$6 \cdot (4 \cdot 4) \text{ cm}^2$$

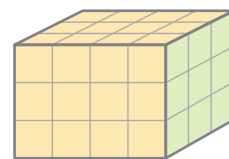
$$\text{A kocka felszíne: } A = 6 \cdot 16 \text{ cm}^2 = 96 \text{ cm}^2$$



Építs 27 kockacukorból egy nagyobb kockát! Mekkora a felszíne ennek a kockának, ha a kis kocka egy lapjának a területe a területegység? Vegyél el a kocka egyik csúcsából egy kis kockát! Mekkora lesz a felszíne az új testnek?

3. példa

Számítsuk ki az ábrán látható téglatest (négyzetes hasáb) felszínét.



A lapok területének összege:

$$3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 \text{ (cm}^2\text{)}$$

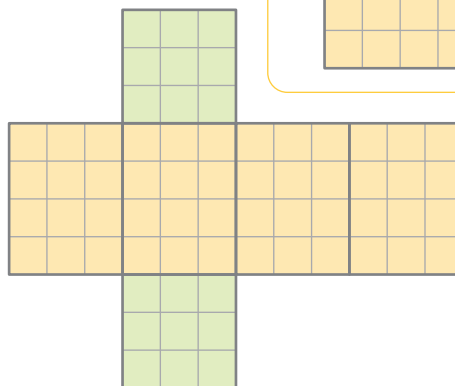
Figyeljük meg, hogy a lapok között két **egybevágó** négyzet és négy **egybevágó** téglalap van.

Ezért egyszerűsíthetjük a számítást:

$$4 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 3 \text{ (cm}^2\text{)}$$

A négyzetes hasáb felszíne:

$$A = (4 \cdot 12 + 2 \cdot 9) \text{ cm}^2 = (48 + 18) \text{ cm}^2 = 66 \text{ cm}^2$$



Jegyezd meg!

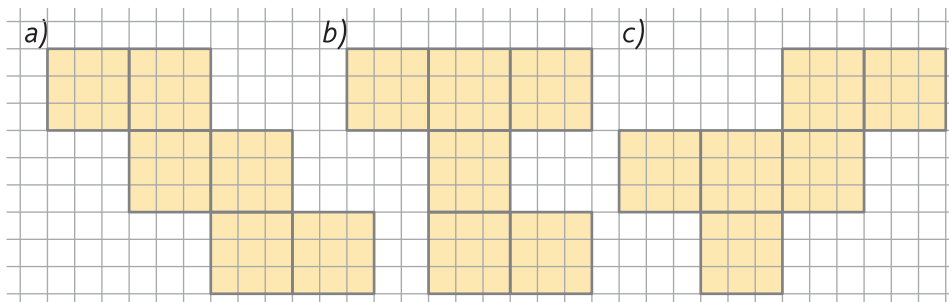
Ha a téglatest (kocka) lapjainak területét összeadjuk, akkor a téglatest (kocka) felszínét kapjuk. A felszín jele: **A** (area = terület).

FELADATOK

34

Másold le négyzetrácsos lapra, majd vágd ki az ábrán látható hálókát!

Melyik hálóból lehet kockát összehajtogatni?

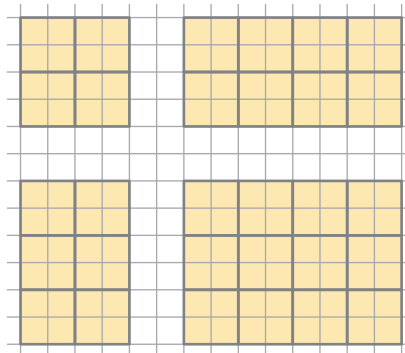


35

Másold le négyzetrácsos lapra az ábra téglalapjait, és vágd ki! Mind-egyikből többet készíts, hogy a feladatot többféleképp megoldhasd! Válogass össze lapokat úgy, hogy téglatestet építhess belőlük! Készítsd el a testhálót!

Ragaszd össze a lapokat, próbáld ki, hogy valóban téglatestet kapsz-e! Ha igen, másold le a füzetbe a testhálót, és számítsd ki a téglatest felszínét!

☉ **Keress minél több megoldást!**



36

Határozd meg a mérőszámokat!

a) $5 \text{ cm}^2 = \text{ } \text{mm}^2$;

$25 \text{ cm}^2 = \text{ } \text{mm}^2$;

két és fél $\text{cm}^2 = \text{ } \text{mm}^2$;

b) $1500 \text{ mm}^2 = \text{ } \text{cm}^2$;

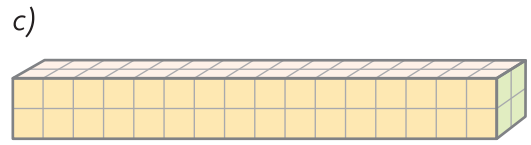
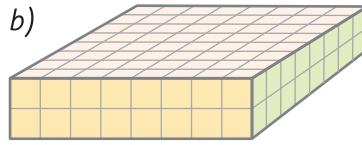
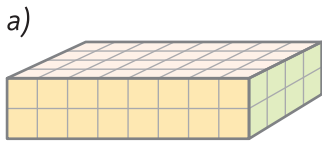
$20\,500 \text{ mm}^2 = \text{ } \text{cm}^2$;

c) $3 \text{ dm}^2 = \text{ } \text{cm}^2 = \text{ } \text{mm}^2$;

$32 \text{ dm}^2 = \text{ } \text{cm}^2 = \text{ } \text{mm}^2$

☉ Mekkora téglalapok határolják a testeket?

37 Négyzetrácsos lapra rajzold le az ábrán látható téglatestek hálóját, számítsd ki a felszínüket!



☉ Mekkora a határoló téglalapok oldalainak a hosszúsága?

Gyakorló
8.38–8.61.;
Feladatgyűjtemény
6.5.01.,
6.5.04–06., 6.5.11.

☉ Hány egybevágó lapja van a kockának?

38 Számítsd ki a téglatest felszínét, ha élei:

- a) $a = 2$ cm; $b = 5$ cm; $c = 3$ cm; b) $a = 4$ cm; $b = 10$ cm; $c = 6$ cm;
c) $a = 6$ cm; $b = 15$ cm; $c = 9$ cm; d) $a = 5$ dm; $b = 5$ dm; $c = 2$ dm;
e) $a = 30$ dm; $b = 30$ dm; $c = 30$ dm; f) $a = 7$ m; $b = 3$ m; $c = 5$ m;
g) $a = 28$ mm; $b = 31$ mm; $c = 50$ mm; h) $a = 7$ dm; $b = 15$ dm; $c = 20$ dm!

39 Megadtuk a téglatest éleit. Számítsd ki a felszínét!

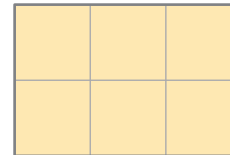
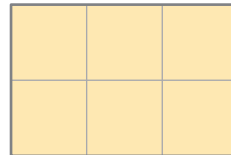
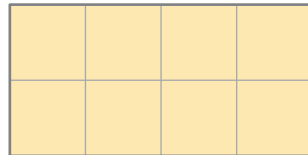
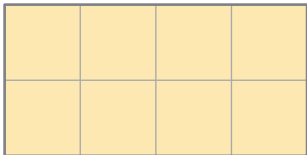
- a) $a = 5$ cm; $b = 17$ mm; $c = 4$ cm 3 mm;
b) $a = 82$ cm; $b = 2$ m; $c = 14$ dm;
c) $a = 32$ dm; $b = 7$ dm; $c = 70$ cm

40 Számítsd ki a kocka felszínét, ha egy éle:

- a) $a = 2$ cm; b) $a = 4$ cm; c) $a = 20$ cm;
d) $a = 8$ cm 3 mm; e) $a = 5$ dm 4 mm; f) $a = 5$ és fél cm!

Csoportmunka

41 Vágjátok ki négyzetrácsos papírból a következő lapokat!



2 cm

Milyen lapok hiányoznak még, hogy téglatesthálót lehessen összeállítani?

Készítsétek el a hiányzó lapokat is!

Számítsátok ki az összeállítható téglatest felszínét!

Fejtörő!



Lotte ezt a hálót készítette el.
Melyik kockát hajtotta össze belőle?

A:



B:



C:



D:



☉ Karikázd be a helyes válasz betűjelét!

A TÉGLATEST TÉRFOGATA

FELADATOK

42 Építs fel kockákat rendre a rózsaszín, a világoskék, a piros és a lila rudakból!

Ha kevés rudad van egy színből, akkor *gondolatban* folytasd az építkezést!

Hány színesrúd szükséges egy-egy kocka felépítéséhez?

Hány *fehér kockára* lenne szükséged ugyanakkora kockák felépítéséhez, mint amilyeneket a többi színesrúdból készítettél!

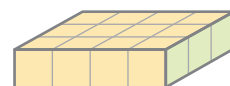


43

a) Egy téglatest élei 5 cm, 4 cm és 3 cm hosszúak. Rakj ki 5 egységkockából egy „rudat”. (Az 1 cm élhosszúságú fehér kocka legyen az egységkocka.) 4 ilyen rudat egymás mellé építve a téglatest egy rétegét kapod. Hány kis egységkocka szükséges ehhez? Hány ilyen réteget kell egymásra építened, hogy megkapd a téglatestet?

b) Peti téglatestet épít. Az alapját már kirakta. Milyen magasra építheti, ha 72 egységkockája van?

c) Hányféle téglatestet építhetsz föl 64 egységkockából? Lesz-e az így fölépített téglatestek között kocka?



Értelmezés

A térfogatmérés egysége az egységnyi élhosszúságú kocka térfogata.

Az 1 mm élhosszúságú kocka térfogata: **1 mm³** (köbmilliméter);

az 1 cm élhosszúságú kocka térfogata: **1 cm³** (köbcentiméter);

az 1 dm élhosszúságú kocka térfogata: **1 dm³** (köbdeciméter);

az 1 m élhosszúságú kocka térfogata: **1 m³** (köbméter).

☉ *Megfigyelted a jelöléseket és az elnevezéseket?*

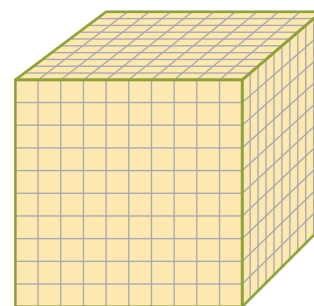
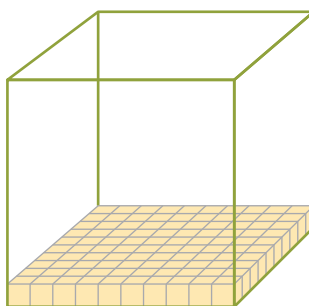
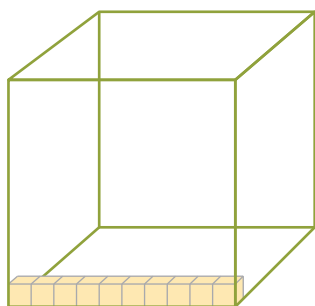
Rakjuk ki az 1 dm³-es kockát 1 cm³-es kis kockákból.

Egy éle mentén 10 db kis kocka fér el.

Az alaplagra (10 · 10) = 100 db kis kockát rakhatunk.

A teljes kocka 10 ilyen rétegből épül föl, így a nagy kockába

(10 · 10 · 10) = 1000 db kis kocka fér. **1 dm³ = 1000 cm³**



☉ *Későbbi tanulmányaink során foglalkozunk azzal az esettel, amikor a téglatest élének mérőszáma nem egész szám.*

Ugyanígy kirakhatjuk az 1 cm^3 -t 1 mm^3 -es kockákból:

$$1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$$

Az 1 m^3 -t is kirakhatjuk 1 dm^3 -es kockákból:

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ mm}^3 \xrightarrow{\cdot 1000} 1 \text{ cm}^3 \xrightarrow{\cdot 1000} 1 \text{ dm}^3 \xrightarrow{\cdot 1000} 1 \text{ m}^3$$

A téglatest térfogatának kiszámításakor azt határozzuk meg, hogy hány egységkocka fér bele. A térfogat jele: V (volumen = térfogat).

☉ *Figyeld meg a számítás gondolatmenetét!*

1. példa

Mekkora annak a téglatestnek a térfogata, amelynek élei 8 cm , 5 cm és 4 cm hosszúak?

A 8 cm -es éléhez 8 db egységkockát rakhatunk.

5 ilyen sort helyezhetünk egymás mellé.

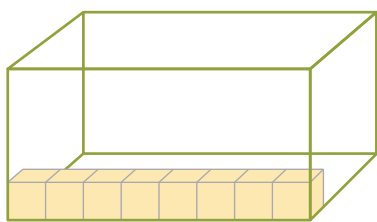
Ez $8 \cdot 5$ db egységkocka.

(Pontosan annyi egységkocka rakható az alapra, amennyi az alap területének a mérőszáma.)

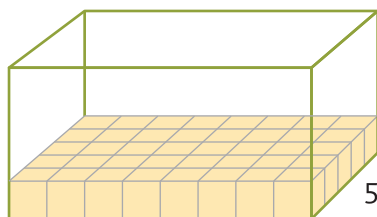
Egymásra 4 réteget rakhatunk, vagyis a téglatest térfogata:

$$V = 8 \cdot 5 \cdot 4 \text{ db egységkocka térfogata;}$$

$$V = 160 \text{ cm}^3$$

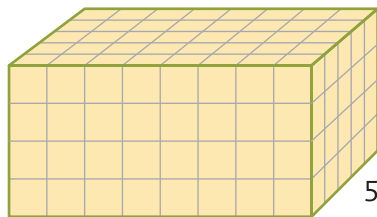


8 cm



5 cm

8 cm



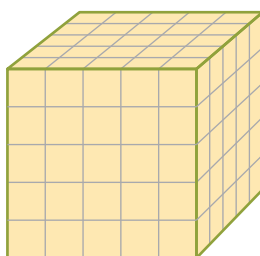
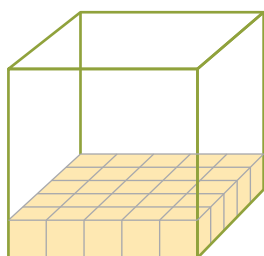
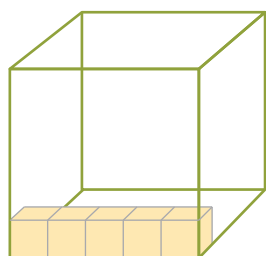
4 cm

5 cm

8 cm

2. példa

Mekkora annak a kockának a térfogata, amelynek az éle 5 cm ?



Ez a kocka olyan téglatest, amelynek minden éle 5 cm hosszú. Megismételhetjük a téglatest térfogatának kiszámításánál tanult gondolatmenetet. A kocka térfogata:

$$V = 5 \cdot 5 \cdot 5 \text{ db egységkocka térfogata;}$$

$$V = 125 \text{ cm}^3$$

Emlékeztető

Jelöljük a téglatest éleinek a hosszát a -val, b -vel és c -vel.

Ekkor az egyik éle mentén a db térfogategység (köbmilliméter vagy köbcentiméter stb.) rakható le egy sorba.

A másik él hosszúsága b , ezért b sorral, vagyis $a \cdot b$ egységkockával fedhető le a téglatest egyik lapja (nevezzük ezt alaplapnak).

Tehát pontosan annyi egységkocka rakható az alaplapra, amennyi a területének a mérőszáma.

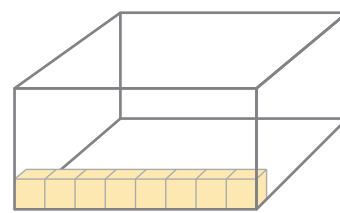
A harmadik él hossza c (nevezhetjük ezt a téglatest magasságának), ezért c ilyen réteg rakható egymásra.

A téglatest térfogata:

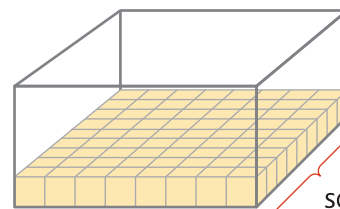
$$V = a \cdot b \cdot c$$

A kocka olyan téglatest, amelynek minden éle egyenlő, ezért a **kocka térfogata:**

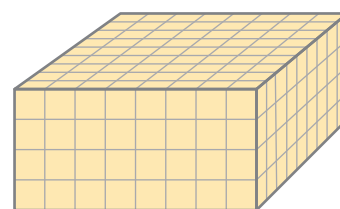
$$V = a \cdot a \cdot a$$



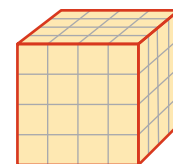
a db térfogategység



b sorban



c rétegben



FELADATOK

44 Négy rózsaszínű rúdból építs téglatesteket!

Fogalmaz meg igaz állításokat az így felépített testek

- a) térfogatáról; b) felszínéről!



45 Egy 3 cm-es élhosszúságú kockát gondolatban vágj fel egységkockákra!

- a) Hány egységkockát kapsz?
b) Hányszorosa a nagy kocka térfogata az egységkockák együttes térfogatának?
c) Hányszorosa a nagy kocka felszíne az egységkockák együttes felszínének?



1 cm-es kis kockákból 5 cm élhosszúságú kockát állítunk össze, majd mind-egyik élének közepéről kiemelünk egy-egy egységkockát.

Mekkora lesz a felépített test térfogata?

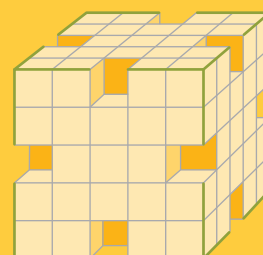
A: 119 cm³; B: 117 cm³; C: 113 cm³; D: 105 cm³

Mekkora lesz a felépített test felszíne?

A: 150 cm²; B: 126 cm²; C: 174 cm²; D: 198 cm²

© Jelöld meg a helyes válasz betűjelét!

Többet ésszel ...



© *Odafigyeltél arra, hogy milyen mértékegységgel adtuk meg az éleket?*

Gyakorló
8.62–8.71.;
Feladatgyűjtemény
6.5.09–10.

46 Számítsd ki a téglatest térfogatát, ha az egy csúcsban találkozó éleinek hossza:

- | | | |
|--------------------------|-----------------------|------------------------|
| a) $a = 3 \text{ cm}$, | $b = 5 \text{ cm}$, | $c = 2 \text{ cm}$; |
| b) $a = 6 \text{ cm}$, | $b = 10 \text{ cm}$, | $c = 4 \text{ cm}$; |
| c) $a = 5 \text{ dm}$, | $b = 5 \text{ dm}$, | $c = 10 \text{ dm}$; |
| d) $a = 5 \text{ dm}$, | $b = 5 \text{ dm}$, | $c = 2 \text{ dm}$; |
| e) $a = 30 \text{ dm}$, | $b = 30 \text{ dm}$, | $c = 30 \text{ dm}$; |
| f) $a = 7 \text{ m}$, | $b = 3 \text{ m}$, | $c = 5 \text{ m}$; |
| g) $a = 28 \text{ mm}$, | $b = 31 \text{ mm}$, | $c = 50 \text{ mm}$; |
| h) $a = 7 \text{ dm}$, | $b = 15 \text{ dm}$, | $c = 20 \text{ dm}$; |
| i) $a = 27 \text{ cm}$, | $b = 6 \text{ dm}$, | $c = 220 \text{ mm}$; |
| j) $a = 20 \text{ dm}$, | $b = 2 \text{ m}$, | $c = 200 \text{ cm}$! |

47 Milyen hosszú a téglatest harmadik éle, ha két élének hossza és a térfogata:

- | | | |
|---------------------------------------|-----------------------|------------------------------|
| a) $a = 25 \text{ cm}$, | $b = 8 \text{ cm}$, | $V = 3600 \text{ cm}^3$; |
| b) $a = 5 \text{ dm}$, | $b = 10 \text{ dm}$, | $V = 400 \text{ dm}^3$; |
| c) $a = 1 \text{ dm } 5 \text{ cm}$, | $b = 1 \text{ dm}$, | $V = 1500 \text{ cm}^3$; |
| d) $a = 20 \text{ cm}$, | $b = 5 \text{ dm}$, | $V = 12\,000 \text{ cm}^3$; |
| e) $a = 50 \text{ cm}$, | $b = 8 \text{ dm}$, | $V = 1 \text{ m}^3$? |

48 14 cm oldalú, négyzet alakú kartonpapírból készíts fölül nyitott dobozt úgy, hogy mindegyik sarkából vágj ki egy-egy 3 cm oldalú négyzetet, majd a négy oldalt hajtsd föl és ragaszd össze!

Hány darab kis fehér kocka fér a dobozba (hézagmentesen rakva)?

Több vagy kevesebb kis kocka fért volna a dobozba, ha 3 cm helyett 4 cm oldalú négyzeteket vágsz ki a kartonból? Számold ki!

Gyűjtőmunka

49 Mérd meg különböző téglatest alakú dobozok, ládák, szobák stb. éleit! Számítsd ki a térfogatukat!

Többet ésszel ...



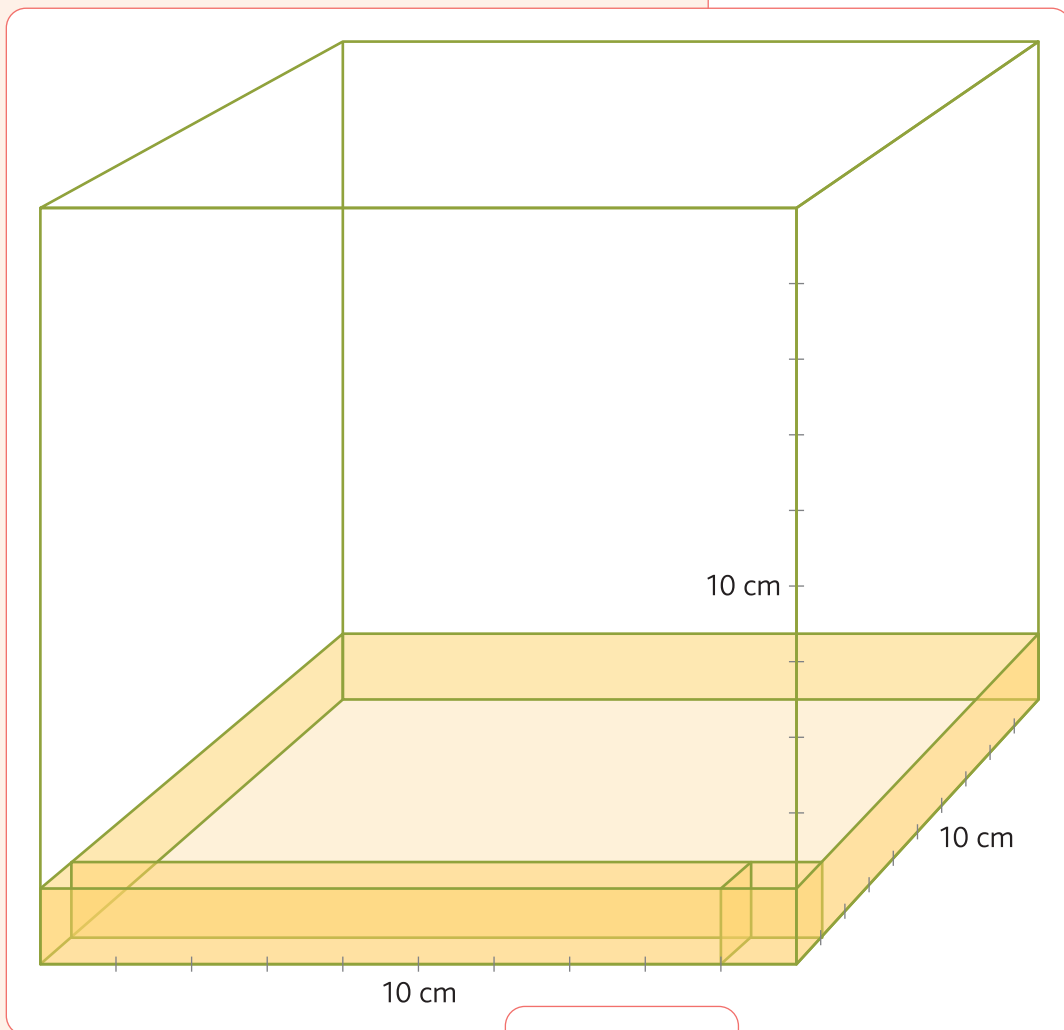
Egységkockákból építettük föl az ábrán látható lépcsős piramist.

- Ábrázold fölülről, illetve oldalról nézve!
- Számítsd ki a felszínét, minél egyszerűbben!
- Számítsd ki a térfogatát, minél egyszerűbben!

AZ ŰRTARTALOM MÉRÉSE

Emlékeztető

Az 1 dm^3 -es kocka térfogatát másképp **1 liternek** nevezzük, jele: **1 l**.



A kisebb mértékegységeket a már tanult szavak segítségével nevezzük el:

1 **tized** liter = 1 **deciliter**, jele: **1 dl**; 1 liter = 10 deciliter.

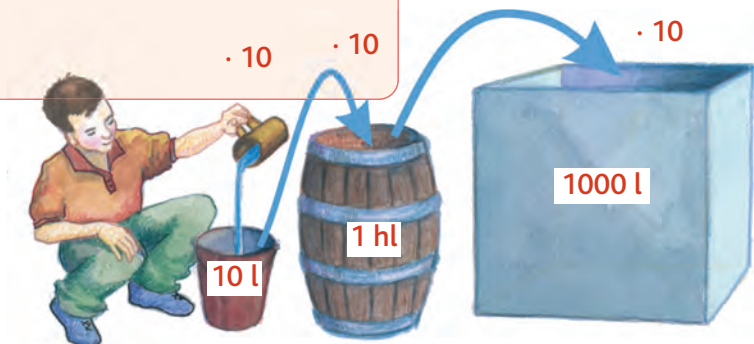
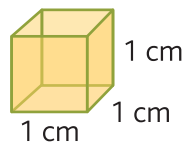
1 **század** liter = 1 **centiliter**, jele: **1 cl**; 1 liter = 100 centiliter.

Az 1 cm^3 -es kocka térfogata: **1 ml**. $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$

Az űrtartalom nagyobb egysége a **hektoliter**, jele: **1 hl**

1 **hektoliter** = **100** liter; $1 \text{ hl} = 100 \text{ dm}^3$;

$1 \text{ m}^3 = 10 \text{ hl} = 1000 \text{ l}$



☉ Megfigyelted?

Egy kisebb vödörbe 10 l víz fér. 10 ilyen vödörrel megtölthetjük az 1 hl-es (hektoliteres) hordót. Végül 10 ilyen hordó vízzel tölthető meg az 1 m^3 -es tartály.

Tekintsük át a hosszúság, az űrtartalom és a tömeg mértékegységeit:

Az alapegység hányszorosa (mekkora része)	1000 kilo-	100 hekto-	10 deka-	1	tized deci	század centi	ezred milli-
A hosszúságmérés mértékegységei	kilométer km	–	–	méter m	deciméter dm	centiméter cm	milliméter mm
Az űrtartalom-mérés mértékegységei	–	hektoliter hl	–	liter l	deciliter dl	centiliter cl	milliliter ml
A tömegmérés mértékegységei	kilogramm kg	–	dekagramm dkg, dag	gramm g	decigramm dg	centigramm cg	milligramm mg

FELADATOK

50 Az előző oldalon lévő ábrákon figyeld meg, hogy az 1 dm³-es kocka térfogatának mekkora része az 1 dl, az 1 cl és az 1 ml! Írd be a hiányzó mérőszámokat!

a) 1 l = dl;

100 dl = l;

170 dl = l;

5 dl = l;

b) 1 l = dm³ = cm³;

1 dl = cl = cm³;

c) 1 cl = ml = cm³;

1 ml = cm³ = mm³;

d) 5 l = dl = cl = ml;

300 cl = dl = cm³;

e) 500 l = hl = m³;

20 000 dm³ = m³ = l;

f) 4 m³ = hl = l;

500 hl = l = m³

Gyakorló
7.12–7.17.; 7.41.

51 Megmértünk néhány űrtartalmat. A kapott értékek:

5 l; 5 hl; 5 dl; 5 ml; 5 cl

Melyik adat melyik „edény” űrtartalma lehet?

fazék: ; orvosságosüveg: ; bögre: ; hordó: ; kis pohár:

Csoportmunka

© A különböző csoportok más-más mérést végezzenek, majd az eredményeket hasonlítsátok össze.

52 Becsüljétek, majd mérjétek meg

- egy nagy vödör térfogatát; adjátok meg a térfogatot köbdeciméterrel is;
- egy kis pohár, egy kanál, egy kavics térfogatát; adjátok meg a térfogatokat centiliterrel, milliliterrel, illetve köbcéntiméterrel is!

Melyik méréshez melyik módszert alkalmaznátok?

- Egy egyliteres palackot vagy egy félliteres bögrét megtöltünk vele.
- Egy 1 literes palack segítségével megtöltjük.
- Mérőpohárban, adott térfogatú vízbe süllyesztjük.

GYAKORLÓFELADATOK

53 Írd be a hiányzó mérőszámokat!

☉ *Lásd 108. oldal.*

a) $1\text{ m} = \square\text{ dm} = \square\text{ mm} = \square\text{ cm};$

$1\text{ dm} = \square\text{ cm} = \square\text{ mm};$

b) $80\text{ dm} = \square\text{ m} = \square\text{ cm} = \square\text{ mm};$

$500\text{ cm} = \square\text{ mm} = \square\text{ dm} = \square\text{ m};$

c) $1\text{ km} = \square\text{ m};$

$2\text{ és fél km} = \square\text{ m};$

$45\,000\text{ m} = \square\text{ km};$

d) $1\text{ l} = \square\text{ dl} = \square\text{ cl} = \square\text{ ml};$

$1\text{ dl} = \square\text{ ml} = \square\text{ cl};$

e) $100\text{ l} = \square\text{ dl} = \square\text{ hl};$

$2500\text{ l} = \square\text{ hl} = \square\text{ dl};$

f) $1\text{ l} = \square\text{ dm}^3 = \square\text{ cm}^3;$

$250\text{ hl} = \square\text{ m}^3 = \square\text{ l};$

g) $40\text{ dl} = \square\text{ dm}^3 = \square\text{ cm}^3;$

$250\text{ cl} = \square\text{ cm}^3 = \square\text{ dl};$

h) $1\text{ kg} = \square\text{ g} = \square\text{ dkg (dag)};$

$250\text{ t} = \square\text{ kg};$

i) $2500\text{ g} = \square\text{ kg} = \square\text{ dkg};$

$2500\text{ dkg} = \square\text{ kg} = \square\text{ g};$

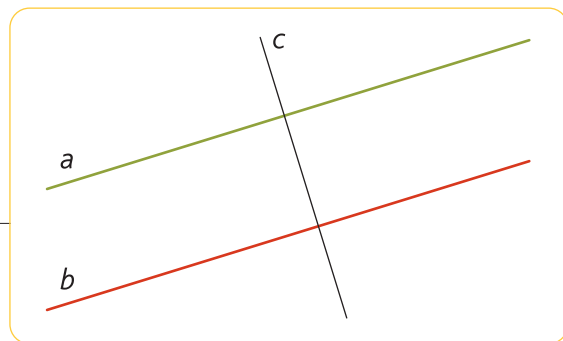
j) $1\text{ óra} = \square\text{ perc} = \square\text{ másodperc};$

$1\text{ nap} = \square\text{ óra} = \square\text{ perc}$

54 Másold le az ábrát a füzetedbe!

A párhuzamosság és a merőlegesség jelét alkalmazva írd le a matematika nyelvén az egyenesek egymáshoz való viszonyát!

Szerkessz olyan e egyenest, amely párhuzamos a c egyenessel!



55 Végezd a kezedbe egy téglatestet! Mik határolják?

Hány **lapja**, **éle**, **csúcsa** van?

Hány lap találkozik egy-egy élben? Hány él találkozik egy-egy csúcson?

Keress egymásra merőleges éleket! Keress egymással párhuzamos éleket!

Keress olyan éleket, amelyek nem párhuzamosak, és mégsem metszik egymást!

Mérd meg és hasonlítsd össze a lapok oldalait, vagyis a test éleit!

Számítsd ki a lapok területét!



Egy kockavárárpító versenyen mindenkinek 8 db 1 cm élű kockája van. A kockákat csak úgy tehetjük egymás mellé vagy egymásra, hogy teljes oldal-lapok érintkezzenek egymással. A várban nem lehet lyuk, és a legmagasabb pontjára fel kell tudni lépegetni a talajról egyesével.

Egy építmény pontszámát magasságának és alapterülete mérőszámának szorzata adja. Próbáld megépíteni a győztes várat!

Fejtörő!

☉ *Fellépegetés közben egy lépés alatt egy kockányit lehet csak emelkedni.*

☉ Emlékszel a párhuzamosság és a merőlegesség jelölésére?

☉ Területszámítással hogyan határozható meg a „váltószám”?

56 A derékszögű és egy másik vonalzó segítségével szerkessz egyeneseket, amelyek eleget tesznek a következő követelményeknek!

- a) $a \parallel b$, $a \parallel c$, $a \perp d$. b) $a \perp b$, $b \perp c$, $c \perp d$.
c) $a \perp b$, $b \parallel c$, $d \parallel c$. d) $a \perp b$, $b \parallel c$, $a \parallel c$.

Ahol tudsz, írd fel további összefüggéseket a $\parallel$, illetve a $\perp$ jelek segítségével! Sikerült-e minden követelménynek eleget tenni?

57 Írd le négyzetmilliméterrel:

- a) 7 cm^2 ; b) 2 dm^2 ; c) $12 \text{ cm}^2 \ 45 \text{ mm}^2$; d) $1 \text{ dm}^2 \ 34 \text{ cm}^2$; e) $2 \text{ dm}^2 \ 4 \text{ mm}^2$!

58 Írd le négyzetcentiméterrel:

- a) 3000 mm^2 ; b) 12 dm^2 ; c) $10 \text{ dm}^2 \ 4 \text{ cm}^2$;
d) $3 \text{ dm}^2 \ 7 \text{ cm}^2$; e) $45 \ 000 \text{ mm}^2$!

59 Írd le négyzetdeciméterrel:

- a) 3 m^2 ; b) 12 m^2 ; c) $2 \text{ m}^2 \ 34 \text{ dm}^2$; d) $2 \text{ m}^2 \ 7 \text{ dm}^2$; e) $65 \ 000 \text{ cm}^2$!

60 Írd le négyzetméterrel:

- a) 5000 dm^2 ; b) 250 dm^2 ; c) 2 ha ;
d) fél ha 20 m^2 ; e) $450 \ 000 \text{ cm}^2$!

61 a) Egy négyzet kerülete 24 cm . Mekkora a területe?

b) Egy négyzet területe 64 cm^2 . Mekkora a kerülete?

62 a) Édesanya $1 \text{ m } 15 \text{ cm}$ -t vásárolt 70 cm széles vászonból. Hány 35 cm oldalú, négyzet alakú törölruhát tud belőle kivágni? Milyen széles és hosszú csík marad meg?

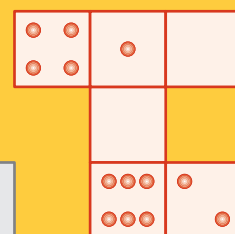
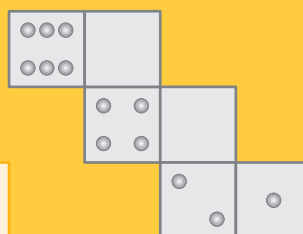
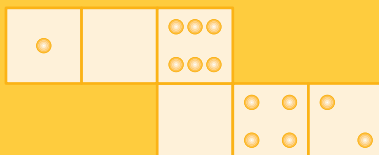
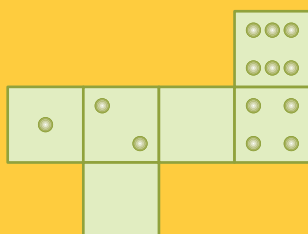
b) Hány cölöp kell egy négyzet alakú gyümölcsös bekerítéséhez, ha a négyzet oldalainak hossza 45 m , és a cölöpöket egymástól 5 m távolságra helyezzük el?

c) Mekkora a téglalap alakú kert oldalai, ha kerülete 96 m , és az egyik oldala 8 m -rel hosszabb, mint a másik? Mennyi a területe?

Fejtörő!



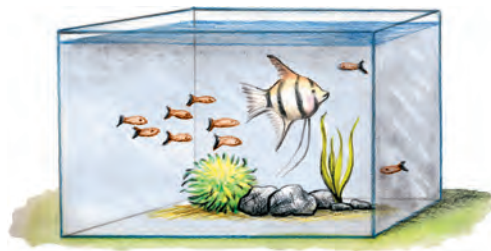
Melyik „hálóból” hajtható össze szabályos dobókocka úgy, hogy a szemben fekvő lapokon a számok összege mindig 7 legyen? Fejezd be a helyes hálón a pontok berajzolását!



63

a) Egy téglatest alakú akvárium éleinek hossza 50 cm, 35 cm és 80 cm. Hány négyzetcentiméter üveg szükséges az elkészítéséhez? Hány liter víz fér bele?

b) Egy téglatest egy csúcsba futó éleinek hossza: 15 mm, 3 cm, 2 és fél cm. Vázold föl a téglatest hálóját! Számítsd ki a felszínét és a térfogatát!



64

a) Egy téglalap alakú udvar oldalai 45 m és 15 m. Hány méter drótfonat kell a körülkerítéséhez, ha kapunak 3 m-t kihagyunk?

b) Egy virágágyás 250 cm széles és 365 cm hosszú téglalap. Hány méter és hány centiméter zsineggel keríthető körül?

c) Egy téglalap egyik oldala 20 cm 5 mm, a másik oldala 2 dm 95 mm. Mekkora a kerülete? Fejezd ki a kerületét centiméterrel, deciméterrel, milliméterrel!

65

a) Egy téglalap alapú szoba egyik oldala 4 m 5 dm, a másik oldala 6 m. Hány négyzetméter, illetve hány négyzetdeciméter a területe?

☉ *Készíts ábrát!*

b) Egy füzetlap egyik oldala 2 dm, másik oldala 125 mm. Add meg a területét különböző mértékegységekkel!

c) Egy téglalap alakú kert területe 1488 m^2 . Az egyik oldala 24 m. Mekkora a másik oldala?

66

Írd be az adott élhosszúságú kockák felszínét (A) és térfogatát (V) a táblázatba!

☉ *Milyen összefüggéseket figyelhetsz meg?*

Él (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A (cm ²)													
V (cm ³)													

67

Becsüljétek meg!

a) Hány négyzetméter az osztályterem befestett falfelülete?

b) Hány négyzetméter a labdarúgópálya, az iskolaudvar, egy közeli tér vagy park területe?

c) Hány köbméter az osztályterem térfogata?
Hány liter víz férne bele?

Gyűjtőmunka

☉ *Mit gondolsz, hány liter folyadékot iszik meg átlagosan egy ember élete során?*

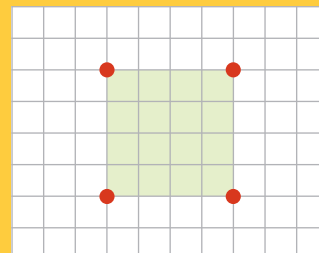


Egy négyzet alakú füves park négy csúcsában vízcsap áll, ahonnan öntözni lehet a park fűvét.

A kertész szeretné megkészszerezni a füves területet úgy, hogy a park továbbra is négyzet alakú maradjon, és a vízcsapok továbbra is a füves terület szélén helyezkedjenek el. (A fű között a csapok akadályoznák a fűnyírást.)

Segíts a kertésznek megtervezni az új, kétszer ekkora területű, négyzet alakú parkot!

Fejtörő!



TÖRD A FEJED!

Kísérletezz!

B4

Vágj le szívószálból 8-8 darab 2 cm, 3 cm, 5 cm hosszú pálcikát!

Állíts össze belőlük téglalapokat úgy, hogy a területük 15 cm-nél kevesebb legyen! Hány különböző alakú téglalap rakható ki? Rajzold le ezeket négyzetrácsos füzetbe!

B5

Rajzolj négyzetrácsos füzetbe 20 cm területű, különböző alakú téglalapokat!

Hány ilyen van, ha az oldalak centiméterekkel adott mérőszáma csak egész szám lehet? Rakd sorba őket területük nagysága szerint!

B6

Rajzolj téglalapot úgy, hogy

- az egyik oldala kétszerese legyen a másiknak;
- az egyik oldala fele legyen a másiknak;
- az egyik oldala 2 cm-rel hosszabb legyen, mint a másik;
- az egyik oldala a másik oldal 3-szorosánál 2 cm-rel rövidebb legyen!

B7

Rajzolj négyzetrácsos lapra téglalapot!

Hogyan változik a téglalap területe, ha

- az egyik oldalát 3-szorosára növeljük, a másikat nem változtatjuk;
- mindkét oldalát megkétszerezzük;
- az egyik oldalát felére csökkentjük, a másikat nem változtatjuk;
- az egyik oldalát 2-szeresére növeljük, a másikat felére csökkentjük?

B8

Számítsd ki a téglalap ismeretlen oldalát!

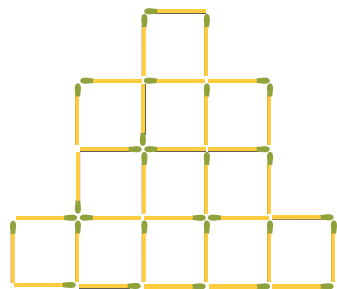
- A téglalap ismert oldala 70 cm, és a területe 3 és fél m^2 .
- A téglalap ismert oldala 13 cm, és a területe 39 m^2 .
- A téglalap ismert oldala 700 m, és a területe 35 ha.
- A téglalap ismert oldala 50 m, és a területe 47 ha.
- A téglalap ismert oldala 12 km, és a területe 36 ha.
- A téglalap ismert oldala 43 dm, és a területe 3 m^2 100 cm^2 .

B9

Rakd ki gyufaszálakból a 12 kicsi négyzetet!

- Végy el 11 gyufaszálát úgy, hogy pontosan 8 kicsi négyzet maradjon!
- Végy el 3 gyufaszálát úgy, hogy pontosan 8 kicsi négyzet maradjon!

© Andrásfai Béla Versenymatek gyerekeknek című könyvében szereplő feladat. Mindenkinek ajánljuk ezt a könyvet!



B10 Ne feledkezz meg a szöveges válaszról sem!

- a) Egy téglalap alakú kert egyik oldala 23 m, a másik oldala 41 m. Milyen hosszú kerítés kell a bekerítéséhez, ha az egyik 41 m hosszú oldal mentén már a szomszéd elkészítette a kerítést?
Hány négyzetméter a kert területe?
- b) Egy téglalap alakú, 36 m kerületű belső udvart hány darab 1 m^2 -es betonlappal fedhetünk le, ha tudjuk, hogy az udvar oldalainak mérőszáma (méterrel mérve) egész szám?
- c) Egy 5 m hosszú, 4 m széles, téglalap alakú szobában úgy helyeznek el egy szőnyeget, hogy a fal mellett körben mindenütt 5 dm széles sáv marad befedetlenül. Mekkora a szőnyeg oldalai? Hány négyzetméter területű a szőnyeg, illetve a befedetlenül maradt terület?
- d) Egy téglalap alakú kártyalap egyik oldala 4 cm, kerülete 22 cm. Számítsd ki a területét!
- e) Egy téglalap alakú sportpálya területe 5460 m^2 , szélessége 52 m. Milyen hosszú a sportpálya?
- f) Egy téglalap alakú játszópark szomszédos oldalának méretei 58 m és 72 m. A játszóparkban labdajátékokra alkalmas füves terület és görkorcsolyapálya van. A füves terület 8-szor akkora, mint a görkorcsolyapálya területe. Mekkora területű pályán lehet görkorcsolyázni? Milyen hosszú ez a pálya, ha a szélessége 16 m?
- g) Egy kocka felszíne 13 m^2 50 dm^2 . Mekkora egy lapjának a területe?
Mekkora a kocka éle?
- h) A téglalap egyik oldala 3 dm 8 cm 6 mm, másik oldala ennek a kétszerese. Mennyi a kerülete?
- i) Egy téglalatest alakú akvárium egyik éle 2 és fél dm, a másik éle ennek kétszerese, a harmadik éle a hatszorosa. Hány liter víz fér az akváriumba? Mekkora üvegfelület határolja a felül nyitott akváriumot?
- j) Egy hordóban 2 hl 25 l bor van. Hány liter bor marad a hordóban, ha 1 hl 52 l-t eladnak belőle?

☉ *Rajzolj a négyzetrácsos füzetedben! (1 m legyen egy kis négyzet-oldal!)*



☉ *Hogyan célszerű megválasztani a mértékegységeket?*

☉ *Add meg az eredményt többféle mértékegységgel!*

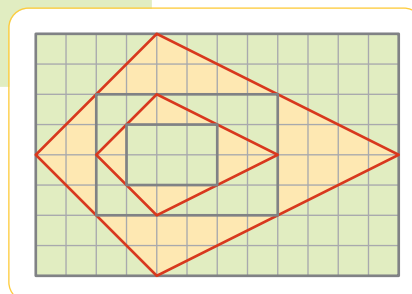
- B11** a) Egy téglalap alakú park területe 76 m^2 -rel több fél hektárnál, az egyik oldala 47 m. Mekkora a másik oldala?
- b) Egy téglalap alakú rét hossza 1 km 800 m, szélessége 1 és fél kilométer. A rét minden hektárjáról 12 t füvet kaszáltak. Mennyi szénát nyertek, ha 4 t 800 kg fűből lett 1 t széna?

B12

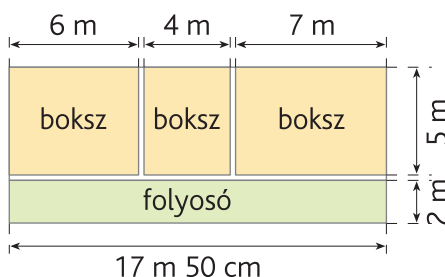
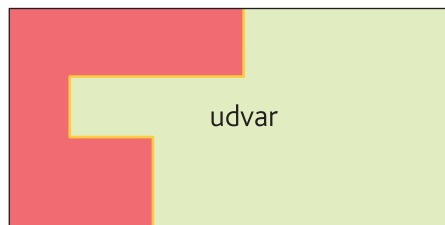
Hány kis négyzet a területe az ábrán látható egymásba írt 5 négyszögnek külön-külön?

☉ *Andrásfai Béla Versenymatek gyerekeknek című könyvéből vettük ezt a feladatot is.*

Többet ésszel ...



B13 Készíts többféle megoldási tervet! Zárójelek alkalmazásával ésszerűsítsd a számítás menetét!



a) Az első ábrán egy fedett lovarda alaprajzának vázlatát látod. Számítsd ki az ismeretlen oldalának hosszát!

b) A második ábrán a lovardához tartozó épület és udvara látható, úgy kicsinyítve, hogy ami a rajzon 1 mm, az a valóságban 1 m. Számítsd ki az udvar területét!

c) A harmadik ábra az istálló egy részletének alaprajzát mutatja. Számítsd ki a helyiségek alapterületének összegét! (A folyosó teljes hosszában a 25 cm-es válaszfalak vastagsága is benne van.)

Emlékszel?

$$1 \text{ ha} = \boxed{} \text{ m}^2$$

$$1 \text{ km}^2 = \boxed{} \text{ ha}$$

B14 Hány hektár a téglalap területe, ha az

a) egyik oldala 600 m, a másik oldala 500 m;

b) egyik oldala 17 km, a másik oldala 17 km?

B15 Határozd meg a hiányzó mérőszámokat!

$$a) 4 \text{ ha} = \boxed{} \text{ m}^2;$$

$$5 \text{ és fél ha} = \boxed{} \text{ m}^2;$$

$$b) 70\,000 \text{ m}^2 = \boxed{} \text{ ha};$$

$$35\,000 \text{ m}^2 = \boxed{} \text{ ha};$$

$$c) 1 \text{ km}^2 = \boxed{} \text{ ha} = \boxed{} \text{ m}^2;$$

$$d) 6 \text{ km}^2 = \boxed{} \text{ ha} = \boxed{} \text{ m}^2;$$

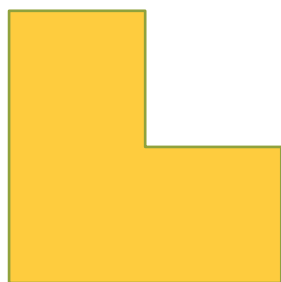
$$2 \text{ és fél km}^2 = \boxed{} \text{ ha} = \boxed{} \text{ m}^2;$$

$$e) \boxed{} \text{ m}^2 = 300 \text{ ha} = \boxed{} \text{ km}^2;$$

$$4\,500\,000 \text{ m}^2 = \boxed{} \text{ ha} = \boxed{} \text{ km}^2$$

B16

Darabold négy egybevágó síkidomra az ábrán látható sokszöget!



B17 Írd le négyzetkilométerrel:

- a) 7000 ha b) 50 ha; c) 2 000 000 m²; d) 500 000 m²

☉ Emlékszel?

1 km² = ha

1 km² = m²

B18 8 kis fehér kockából rakj össze kockát!

- a) Hányszorosa a nagyobb kocka felszíne egy kis fehér kocka felszínének?
b) Hányszorosa a nagyobb kocka felszíne a kis fehér kockák együttes felszínének?

B19 Egységkockákból építs 3 egység élhosszúságú kockát!

- a) Hány kis kockára van szükséged?
b) Hány térfogategység a nagy kocka térfogata?
c) Hány területegység a nagy kocka felszíne?
d) Fesd be a nagy kocka felületét pirosra, majd bontsd szét egységkockákra!
Csoportosítsd az egységkockákat aszerint, hogy hány lapjuk piros!

☉ Festés helyett elég kis pöttyöket rajzolni.

B20 a) Egy kocka felszíne 150 cm². Mennyi a térfogata?

☉ Mekkora a kocka éle?

b) Egy kocka térfogata 64 cm³. Mennyi a felszíne?

B21 1 dm élhosszúságú üres fagyisdobozba vizet öntünk.
Hány deciliter vizet töltöttünk bele, ha a víz

☉ Segíthet, ha vissza-lapozol a 107. oldalra.

- a) 10 cm; b) 5 cm; c) 3 cm; d) 4 cm 5 mm
magasan áll a kockában?

B22 Hogyan változik a téglatest felszíne, ha éleit

☉ Hogyan változik egy-egy lap területe?

2-szeresükre, illetve

3-szorosukra növeljük?

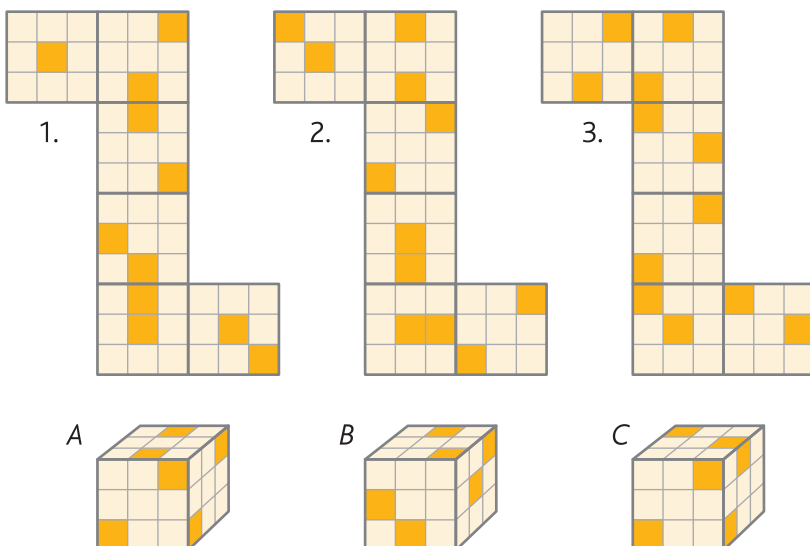
B23

Melyik háló melyik kockáé?

☉ *Andrásfai Béla Versenymatek gyerekeknek című könyvéből vettük ezt a feladatot is.*

B24

6 db egyforma szívószálból állíts össze 4 olyan háromszöget, amelynek minden oldala olyan hosszú, mint egy szívószál!



B25 Hányszorosára változik az egységkocka térfogata, ha éleit 2-szeresükre, 3-szorosukra, 4-szeresükre növeljük?

Figyelempróba

☉ Egy jó vázlat segíthet!

☉ Add meg a területeket többféle mértékegységgel!

B26 Egy téglalap alakú telek egyik oldala 41 m, a telek körüli kerítés hosszúsága kapuval együtt 126 m. A telken álló téglatest alakú kis ház alapélei: 3 m és 4 m hosszúak. Térfogata: 36 m^3 . A házban lévő két egyforma téglalap alakú szőnyeg szomszédos oldalainak hossza 125 cm és 40 dm, vastagsága 12 mm. A falon egy 28 cm széles polc van, területe 3024 cm^2 . A polcon egy cserépben piros muskátli díszlik.

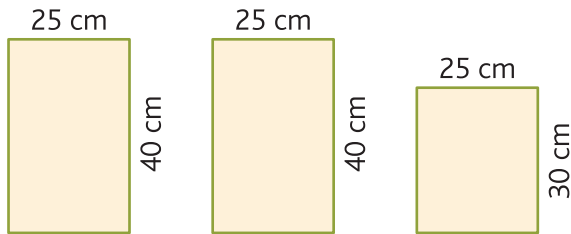
- Hány méter a telek többi oldalának hosszúsága?
- Hány négyzetméter a telek területe?
- Hány négyzetméter a két szőnyeg együttes területe?
- Milyen hosszú a polc?
- Hány liter levegő fér a szobába? Mekkora a szoba magassága?

B27 Andor egy felülről nyitott dobozt készít. Három lapot már kivágott:

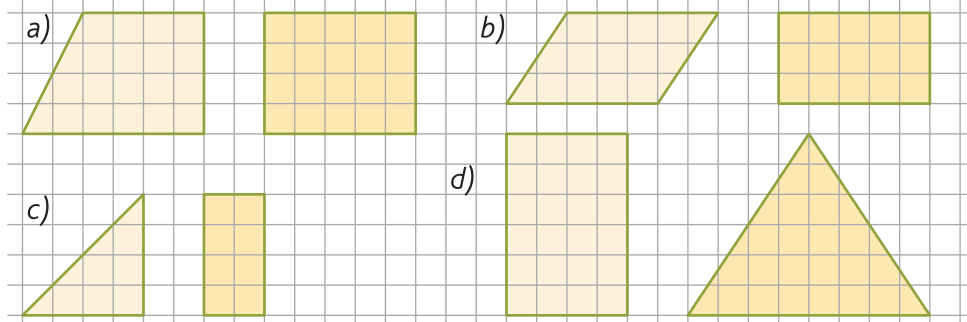
Vázold fel a hiányzó lapokat és a doboz „hálóját”!

Hány megoldást találtál?

Mi van „alul”?



B28 Négyzetrácsos lapra másold le, majd vágd szét a bal oldali síkidomot úgy, hogy a darabokból a jobb oldalit rakhasd össze!



☉ Az egybevágó alakzatokat nem tekintjük különböző megoldásnak.

B29 Vágj ki kartonpapírból sok egybevágó négyzetet! Ragassz össze ezekből (például öntapadó ragasztószalaggal) minél többféle olyan hálót, amelyből kockát lehet hajtogatni, és készítsd is el a kockákat! Minden újabb sikeres hálót rajzolj le a füzetedbe!

Kísérletezz!



Vágj fel a mezők oldalai mentén egy papír sakktáblát úgy, hogy a darabokból minél több kockát lehessen hajtogatni! Kinek hányat sikerült?

☉ Érdemes vágás előtt az egész táblát felosztani.

KÉPESSÉGPRA

B30

- 1 Négy gyerek közül mindegyik más-más sokszöget rajzolt. Megkérdeztük, ki melyiket rajzolta, ők az alábbiakat választották. Később kiderült, a válaszok közül három igaz volt, egy pedig hamis.

Andi: Sem a háromszöget, sem a hatszöget nem én rajzoltam.

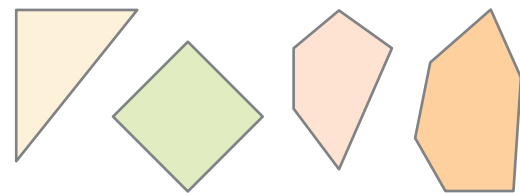
Berta: Háromszöget én sem rajzoltam.

Cili: A háromszöget én rajzoltam.

Dóra: A hatszöget pedig én.

Melyik lány rajzolta a hatszöget? Írd a hatszögre a nevét!

Ki mondott valótlant? Karikázd be a nevét!



- 2 Ábel egy téglatest alakú doboz lapjait színes papírlapokkal fedte le. A doboz élei egész centiméter hosszúságúak voltak.

A doboz egyik lapjára 88 cm^2 területű, téglalap alakú sárga lapot ragasztott, egy másikra 99 cm^2 területű zöld lapot, majd az összes többire is valamilyen színűt. Ezek pontosan fedték a doboz megfelelő lapjait. Összesen hány négyzetcentiméter volt a területe azoknak a színes lapoknak, amelyekkel Ábel a dobozt teljesen lefedte?

A: 187 cm^2 ; B: 259 cm^2 ; C: 374 cm^2 ; D: 518 cm^2

- 3 Petra fél óra alatt járja körül a téglalap alakú erdőt az oldalai mentén vezető utakon.

Percenként 100 lépést tesz meg, és átlagosan 60 cm hosszú egy-egy lépése.

Az erdő egyik oldala mentén haladó út hossza 400 m.

Mekkora a szomszédos oldala mentén vezető ösvény hosszúsága?

A: 500 m; B: 600 m; C: 800 m; D: 1400 m

- 4 Egy akváriumba 10 l vizet töltöttünk, így 20 cm magasan áll benne a víz. Milyen magasan fog állni benne a víz, ha még hozzáöntünk 5 dl-t?

A: 30 cm; B: 25 cm; C: 21 cm; D: 20 és fél cm

- 5 Egy 4 cm élhosszúságú kockát pirosra festünk, majd (a száradás után) feldarabolunk 1 cm-es élű kis kockákra.

a) Hány olyan kis kockát kapunk, amelynek egyik lapja sem piros?

b) Hány olyan kis kockát kapunk, amelynek egy lapja piros?

c) Hány olyan kis kockát kapunk, amelynek két lapja piros?

d) Hány olyan kis kockát kapunk, amelynek három lapja piros?

e) Hány olyan kis kockát kapunk, amelynek négy lapja piros?

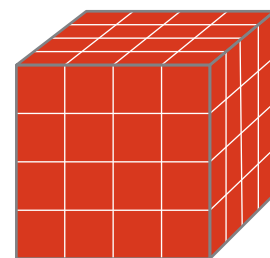
f) Mekkora az így létrejött kis kockák felszínének az összege?

cm^2

☉ Mekkoraak lehetnek a doboz élei?

☉ Karikázd be a helyes válaszok betűjelét!

☉ Segít a megoldásban, ha jó vázlatot készítesz?



☉ Hány kis kockát kapunk a feldarabolással?

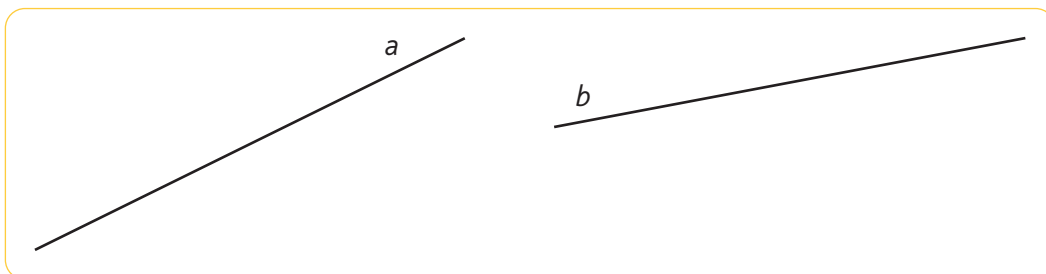
TUDÁSPRÓBA

68

1 Háromszögvonalzó segítségével rajzolj

az a egyenesre merőleges egyenest;a b egyenessel párhuzamos egyenest!

☉ Két vonalzóval dolgozol?



2 Írd be a hiányzó mérőszámokat!

a) $1 \text{ m}^2 = \text{ } \text{dm}^2 = \text{ } \text{cm}^2 = \text{ } \text{mm}^2$;

b) $50 \text{ dm}^2 = \text{ } \text{cm}^2 = \text{ } \text{mm}^2 = \text{ } \text{m}^2$;

c) $50 \text{ ha} = \text{ } \text{m}^2 = \text{ } \text{km}^2$;

$15\,000 \text{ m}^2 = \text{ } \text{ha}$;

d) $1 \text{ m}^3 = \text{ } \text{dm}^3 = \text{ } \text{cm}^3$;

$1 \text{ cm}^3 = \text{ } \text{mm}^3 = \text{ } = \text{ml}$;

e) $1 \text{ m}^3 = \text{ } \text{hl} = \text{ } \text{l} = \text{ } \text{dl}$;

$15 \text{ cm}^3 = \text{ } \text{ml}$

☉ Segíthet, ha vázlatot rajzolsz.

3 Egy téglalap alakú kert egyik oldala 17 m, a másik oldala 48 m.

Milyen hosszú kerítés kell a bekerítéséhez, ha 2 métert kapunak hagyunk ki?

Hány négyzetméter ennek a kertnek a területe?

4 Számítsd ki a téglalap területét, ha oldalai 15 m és 37 m!

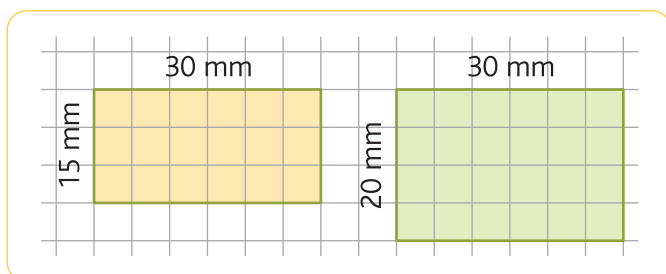
5 Számítsd ki a téglalap ismeretlen oldalának a hosszát, ha az egyik oldala 27 cm, a területe 3024 cm^2 !

6 Egy téglatest alakú tartály élei: 1 és fél m, 2 m, 3 m. Hány köbméter, illetve hány köbdeciméter a térfogata?

a) Hány liter víz fér a tartályba?

b) Hány hektoliter víz fér a tartályba?

7 Egy téglatest két lapja látható az ábrán.



Vázold föl a téglatest hálóját!

Határozd meg a felszínét és a térfogatát!

☉ Leolvashatók az ábráról a többi lap méretei?

3. A TÖRTEK



> A TÖRTEK ÉRTELMEZÉSE

Ebben a fejezetben nemcsak átismételjük, hanem ki is bővítjük az alsó tagozatban a törtekről tanultakat.

1. példa

Szívószálakból vágj le 1 db 12 cm-es, 4 db 4 cm-es és 4 db 3 cm-es darabot! A különböző hosszúságú darabok különböző színűek legyenek!

- a) Rakd ki a 12 cm-es szálát 3 cm-es darabokkal!
Hányszorosa a hosszabb szál a rövidebbnek?
Mekkora része a rövidebb szál a hosszabbnak?
- b) Rakd ki a 12 cm-es darabokat 4 cm-esekkel!
Hányszorosa a hosszabb szál a rövidebbnek?
Mekkora része a rövidebb szál a hosszabbnak?
Két rövidebb szál mekkora része a hosszabbnak?

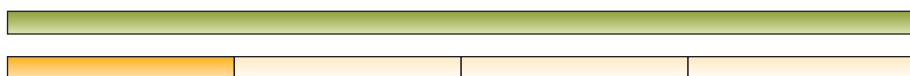
Már az ókorban (a babiloniak, az egyiptomiak, a görögök stb.) felismerték, hogy a mennyiségek nagysága nem mindig fejezhető ki egész számmal. Sokszor az egészeket egyenlő részekre kell osztanunk. Így jutottak el a törtek fogalmához.

- a) A 12 cm-es szál 4 db 3 cm-es szállal rakható ki.

A hosszabb szál hossza 4-szerese a rövidebbnek.

A rövidebb szál **1 negyed része** a hosszabbnak.

Az egészet **4 egyenlő részre osztottuk**.



Ha a 12 cm-es szál az 1 egész, akkor a 3 cm-es szál az **1 negyed**. Jelölés: $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$ jelentése: az egészet 4 egyenlő részre osztottuk, és abból vettünk 1 részt.

- b) A 12 cm-es szál 3 db 4 cm-es szállal rakható ki. A hosszabb szál 3-szorosa a rövidebbnek. A rövidebb szál **1 harmada** a hosszabbnak.

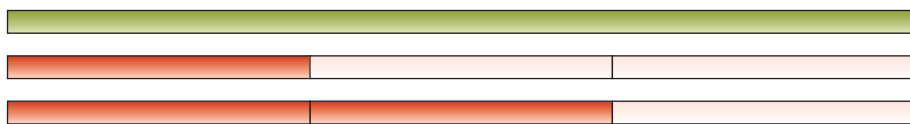
Két rövidebb szál **2 harmad része** a hosszabbnak.

Ha a 12 cm-es szál az egész, akkor a 4 cm-es szál az

1 harmad,

a 2 db 4 cm-es szál a **2 harmad** (kétszer 1 harmad). Jelölés: $\frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$ jelentése: az egészet 3 egyenlő részre osztottuk, és abból vettünk 2 részt.



2. példa

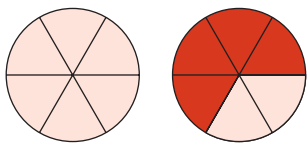


Péter és Pál ikrek. Tizedik születésnapjukra édesanyjuk epertortát sütött. Meghívták négy barátjukat az ünnepi uzsonnára. Igazságosan – azaz 6 egyenlő részre – osztották a tortát.

A torta mekkora része jutott egy-egy gyereknek?

A torta mekkora részét kapták a vendégek?

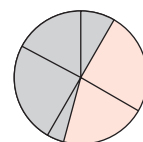
A torta mekkora részét ették meg az ikrek?



Mindenkinek 1 hatod torta jutott.

A négy vendég a torta 4 hatod részét kapta.

Péter és Pál a torta 2 hatod részét ette meg.



☉ Ha nem 6 egyenlő részre osztották volna fel a tortát, akkor nem beszélhetnénk hatodokról. Az ábra szürkére színezett része nem 4 hatod.

$$\frac{4}{6} \leftarrow \begin{array}{l} \text{számláló} \\ \text{törtvonal} \\ \text{nevező} \end{array} \rightarrow \frac{4}{10}$$

Ha 6 egyenlő részre osztjuk az egységet, akkor egy rész neve **hatod**, ha 10 egyenlő részre osztjuk, akkor egy rész neve **tized**. Ha 4 darabot választunk ki a **hatodokból**, akkor **4 hatodról** van szó, és azt $\frac{4}{6}$ formában írjuk le.

Jegyezd meg!

Az itt látható elnevezéseket használjuk.

Az ilyen alakban írt számokat **törteknek** nevezzük.

A **nevező** azt mutatja, hogy **hány egyenlő részre osztjuk az egységet**. A **nevező nem lehet 0**. (Miért?)

A **számláló** „számlálja” meg azt, hogy **hány darabot választunk ki az egyenlő részekből**.

FELADATOK

1 Írd le a következő törteket számokkal!

Három nyolcad,	négy kilenced,	két harmad,	két tizenegyed,
nyolc ötöd,	tizenkét negyed,	hat hatod,	két tizenegyed,
hat tized,	tizenhárom század,	öt ezred,	tizenöt tized.

2 Írd le betűkkel ezeket a törteket!

$\frac{1}{8}$; $\frac{2}{16}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{8}{3}$; $\frac{7}{7}$; $\frac{14}{7}$; $\frac{8}{8}$; $\frac{2}{11}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{12}{100}$; $\frac{125}{100}$; $\frac{2}{1000}$

Kísérletezz!

3 Vágj le egy 12 cm-es szívószálat! Milyen egyenlő hosszúságú szálakból tudod pontosan kirakni, ha a kisebb szívószálak hosszának mérőszáma egész szám? Milyen összefüggést veszel észre a szálak hossza, illetve a szálak száma között?

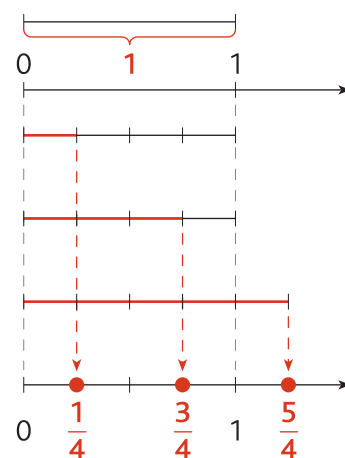
4 Négyzetrácsos lapból vágj ki néhány 12 cm hosszú, 8 cm széles téglalapot és néhány 10 cm oldalú négyzetet! Hajtogasd őket különbözőféleképpen **feleakkorára**, **negyedakkorára**, **nyolcadakkorára**!

3. példa

Az egységnyi szakasz hosszának mérőszámát így ábrázoljuk a számegyenesen:

A szakasz $\frac{1}{4}$ részének
 $\frac{3}{4}$ részének
 $\frac{5}{4}$ részének

mérőszáma is ábrázolható a számegyenesen.



4. példa

Rajzoljunk négy számegyenest.

Jelöljük ki rajtuk egy-egy 49 mm hosszúságú szakaszt.

Legyen ez az egység. Osszuk az egységeket 7 egyenlő részre.

Jelöljük rendre a számegyeneseken az egység $\frac{5}{7}$; $\frac{7}{7}$; $\frac{9}{7}$; $\frac{15}{7}$ részét.

Hasonlítsuk össze az adott törtszámokat az egységgel.

Hasonlítsuk össze a törtek számlálóját és nevezőjét.

Fogalmazzuk meg a tapasztaltakat.

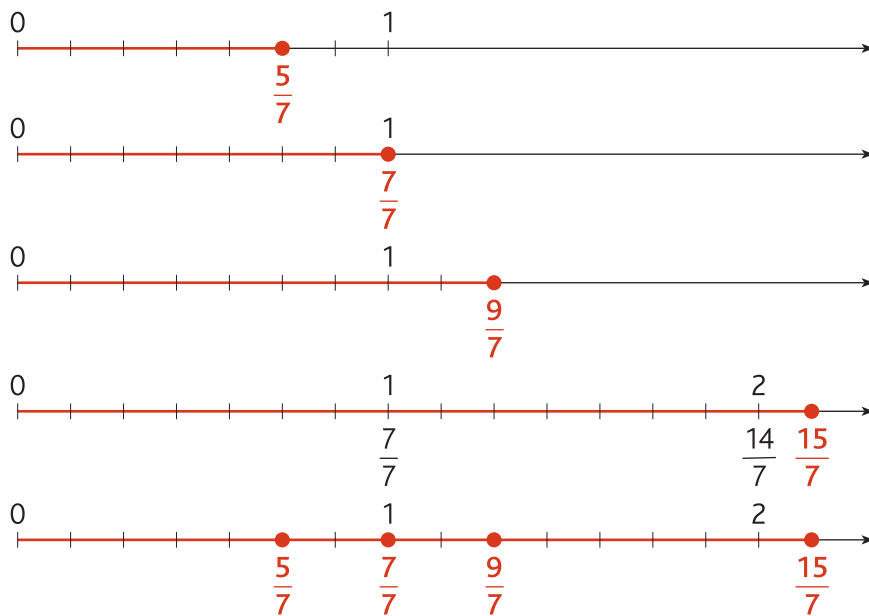
$$1 > \frac{5}{7} \quad 5 < 7$$

$$1 = \frac{7}{7} \quad 7 = 7$$

$$1 < \frac{9}{7} = 1 + \frac{2}{7} = 1\frac{2}{7} \quad 9 > 7$$

$$1 < \frac{15}{7} = 2 + \frac{1}{7} = 2\frac{1}{7} \quad 15 > 7$$

$$\frac{5}{7} < 1 = \frac{7}{7} < \frac{9}{7} < \frac{15}{7}$$



Figyeld meg!

Ha egy pozitív tört értéke

kisebb 1-nél, akkor a tört számlálója kisebb, mint a nevezője;

egyenlő 1-gyel, akkor a számlálója egyenlő a nevezőjével;

nagyobb 1-nél, akkor a számlálója nagyobb, mint a nevezője.

© 5. osztályban olyan törtekkel foglalkozunk, amelyeknek számlálója természetes szám, nevezője pozitív egész szám.

Az 1-nél nagyobb törteket felírhatjuk vegyszám alakban.

$$\frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}; \quad \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$$

5. példa

☉ Szükség esetén hosszabbítsuk meg a szakaszt.

☉ Mivel egyenlő az $\frac{1}{10}$ tört $\frac{1}{10}$ része?

☉ Megfigyelted?
 $\frac{3}{10}$ rész $\neq$ $\frac{3}{10}$ cm!

☉ Lásd az ábrán a zöldre színezett pontokat.

Rajzoljunk egy 10 cm hosszú szakaszt (legyen ez az egység), és osszuk fel 10 egyenlő részre. Jelöljük meg a szakaszon a következő törtéknek megfelelő osztópontokat: $\frac{1}{10}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{11}{10}$.

Ábrázoljuk a következő törték helyét is: $\frac{19}{100}$; $\frac{43}{100}$; $\frac{85}{100}$.

A 10 cm-nek az $\frac{1}{10}$ része 1 cm. Így például a $\frac{3}{10}$ a nullától 3 cm távolságra van.



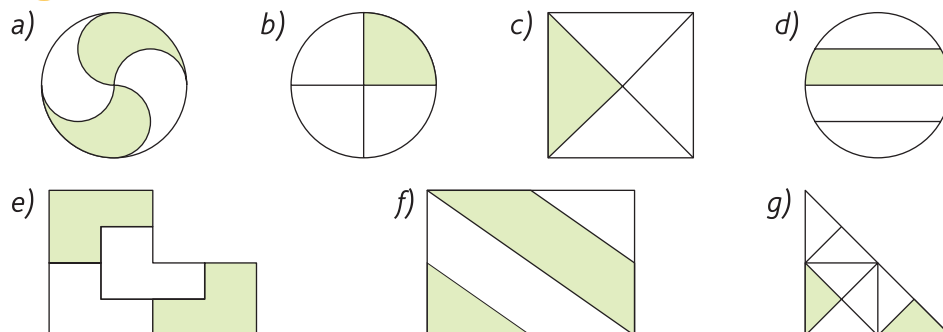
1 cm-nek az $\frac{1}{10}$ része 1 mm, azaz a 10 cm-nek az $\frac{1}{100}$ része 1 mm.

Így például a $\frac{19}{100}$ a nullától 19 mm távolságra van.

FELADATOK

☉ Mit mondhatunk a d) ábráról?

5 Mindegyik rajz egy egészet jelent. Melyiknek mekkora része színezett?



☉ A gólyák mindennapjait a www.kki-darany.hu oldalon nyomon követhetitek.

Többet ésszel ...

☉ Melyek azok a törték, amelyek értéke 0?



A darányi iskola kéményén fészkelő gólyapár 6 fiókát költött ki. Sajnos a fiókákból csak három nőtt fel.

Kinek a megállapítása igaz, kinek hamis? Írd mögé!

Andi: A kis gólyák fele maradt meg őszre.

Biri: A kis gólyák 1 ketted része elpusztult.

Cili: A kis gólyák 6 harmad része nőtt fel.



Keresd meg az összes olyan törtet, amelynek a számlálója és a nevezője is egyjegyű szám!

a) Hány ilyen tört van?

b) Hány ilyen 1-gyel egyenlő tört van?

c) Hány ilyen 1-nél nagyobb tört van?

6 a) Rajzolj egy 12 cm hosszú szakaszt!

Rajzold meg az $\frac{1}{6}$ részét; az $\frac{5}{6}$ részét; a $\frac{7}{6}$ részét!

b) Hány centiméter hosszú a 12 cm hosszú szakasz $\frac{1}{6}$ része; $\frac{5}{6}$ része; $\frac{7}{6}$ része?

c) Hasonlítsd össze a szakasz hosszát az $\frac{5}{6}$ részének, illetve a $\frac{7}{6}$ részének hosszával!

Mit tapasztalsz?

7 Hány centiméter hosszú a 72 cm hosszú szakasz

$\frac{1}{6}$ része; $\frac{2}{6}$ része; $\frac{5}{6}$ része; $\frac{9}{6}$ része?

8 Rajzolj a füzetedbe egy szakaszt, amelynek a hossza 6 kis négyzetoldal! Rajzolj egy számegyeneset is, amelyen az egység szintén 6 négyzetoldal!

a) Ábrázold kékkel a szakasz $\frac{5}{6}$ részét!

Jelöld kék ponttal a számegyenesen az $\frac{5}{6}$ helyét!

b) Ábrázold zölddel a szakasz $\frac{5}{2}$ részét!

Jelöld zöld ponttal a számegyenesen az $\frac{5}{2}$ helyét!

c) Ábrázold pirossal a szakasz $\frac{3}{3}$ részét!

Jelöld piros ponttal a számegyenesen a $\frac{3}{3}$ helyét!

9 Figyeld meg a méterrúd beosztását! Írd be a hiányzó számokat!

a) Az 1 méter mekkora része az 1 **deciméter**?

$$\frac{1}{10} \text{ m} = \square \text{ dm}; \quad \frac{3}{10} \text{ m} = \square \text{ dm}; \quad 5 \text{ dm} = \frac{\square}{10} \text{ m}; \quad 1 \text{ m} = \square \text{ dm} = \frac{\square}{10} \text{ m}$$

b) Az 1 méter mekkora része az 1 **centiméter**?

$$\frac{1}{100} \text{ m} = \square \text{ cm}; \quad \frac{3}{100} \text{ m} = \square \text{ cm}; \quad 53 \text{ cm} = \frac{\square}{100} \text{ m}; \quad 1 \text{ m} = \square \text{ cm} = \frac{\square}{100} \text{ m}$$

☉ *Hogyan ábrázolható a szakasz $\frac{7}{6}$ része?*

☉ *Fogalmazd meg szóban is, hogy mivel egyenlő az egység $\frac{5}{6}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{3}{3}$ része!*

Gyakorló
5.01–5.03., 5.11–5.12.,
9.51–9.54.



Nagymama 15 egész pisztáciás süteményt egyenlően szétoszt unokái között úgy, hogy minden unoka csak egész süteményt kap. Hány unokája lehet, ha több unokája van?

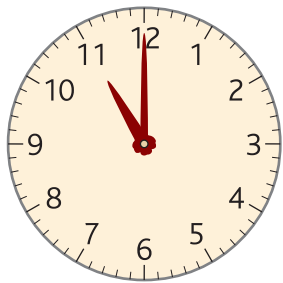
Kaphatnak-e az unokák 2-2 egész sütit (ha nem marad meg sütemény)?

Hány unokája van a nagymamának, ha egy-egy unokának 3 süti jut?



Egy egyliteres edényt feléig megtöltünk vízzel, majd 6 dl vizet töltünk hozzá. Mi történik?

Többet ésszel ...



10 Figyeld meg az óra számlapját! Írd be a hiányzó számokat!

a) $\frac{1}{4}$ óra = perc; $\frac{1}{2}$ óra = perc; $\frac{3}{4}$ óra = perc

b) $\frac{5}{6}$ óra = perc; $\frac{3}{10}$ óra = perc; $\frac{1}{60}$ óra = perc

6. példa

Rajzoljunk egy 35 mm hosszúságú szakaszt, legyen ez az egység (azaz 1 egész), majd ez alá egy 105 mm hosszú 3 egységnyit.

Osszuk az 1 egység hosszúságú szakaszt 5 egyenlő részre.

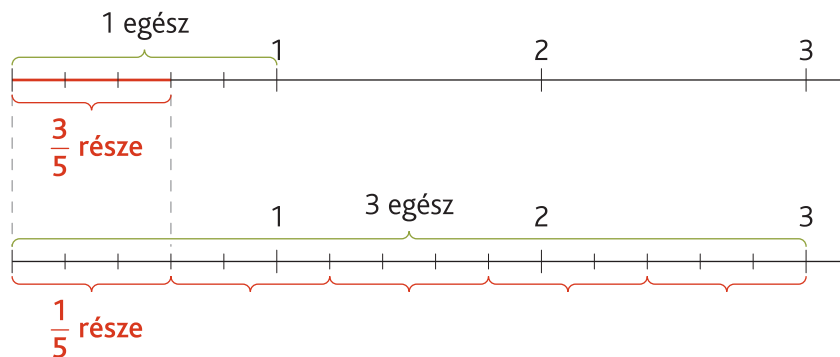
Jelöljük az 1 egész $\frac{3}{5}$ részét.

Osszuk a 3 egység hosszúságú szakaszt 5 egyenlő részre.

Jelöljük a 3 egész $\frac{1}{5}$ részét.

Hasonlítsuk össze az 1 egész $\frac{3}{5}$ részét a 3 egész $\frac{1}{5}$ részével.

Fogalmazzuk meg a tapasztaltakat.



Az 1 egésznek a $\frac{3}{5}$ része éppen annyi, mint a 3 egésznek az $\frac{1}{5}$ része.

Többet ésszel ...

© Karikázd be a helyes választ betűjelét!



Hány óra van most, ha $\frac{9}{2}$ óra múlva délután fél 5 lesz?

A: Déli 12 óra;
C: Délután fél 1;

B: Délelőtt fél 12 óra;
D: Délután 1 óra



Hány olyan 2-nél kisebb pozitív tört van, amelynek a számlálója egyjegyű természetes szám, és 4-gyel nagyobb, mint a nevezője?

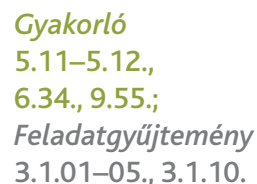
A: 0; B: 1; C: 3; D: 5



Meseországban a pénzegység az 1 tallér. A váltópénzek: az $\frac{1}{2}$, az $\frac{1}{3}$, az $\frac{1}{4}$ és az $\frac{1}{5}$ tallér. Egy vándor a lehető legtöbb váltópénzt vitte magával úgy, hogy mégsem tudott váltópénzeiből pontosan kifizetni 1 tallért. Milyen és mennyi váltópénzt vitt magával a mesebeli vándor?

11 Feladatonként hasonlítsd össze a két-két részeredményt!

- d) Hány centiméter az $1 \text{ dm } \frac{13}{10}$ -e? Hány centiméter a $13 \text{ dm } \frac{1}{10}$ -e?



c) 1 egységnek a $\frac{13}{10}$ része annyi, mint egységnek az $\frac{\text{}{\text{}}$ része. Azaz: $\frac{\text{}}{\text{}}$

☉ *Meg tudod magyarázni, miért nem lehet a nevező 0?*

Igaza van-e Taszilónak és Arisztidnek? Indokold meg a válaszod!



TÖRTEK BŐVÍTÉSE, EGYSZERŰSÍTÉSE

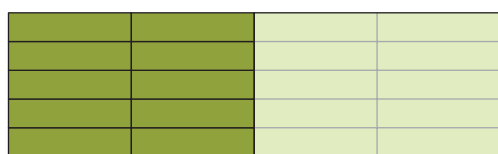
1. példa



Nagymama egy tepszi piskótás süteményt sütött.
Két egyenlő darabra vágta, az egyik darabot egy tálcára tette.
A tepszi sütemény mekkora részét tette a tálcára?



A tálcán lévő darabot újra két egyenlő részre vágta.
A tepszi sütemény mekkora része volt így a tálcán?



A tálcán lévő darabokat öt-öt egyenlő részre vágta.
A sütemény mekkora része lett így egy-egy darab?
A tepszi sütemény mekkora része volt így a tálcán?

☉ **Megfigyelted?**
A tepszi süteményt 4 egyenlő részre vágta.

Az $\frac{1}{4}$ rész $\frac{1}{5}$ része $\frac{1}{20}$ rész.

A tepszi süteményt 20 egyenlő részre vágta.

A tálcára a sütemény $\frac{1}{2}$ részét tette nagymama.

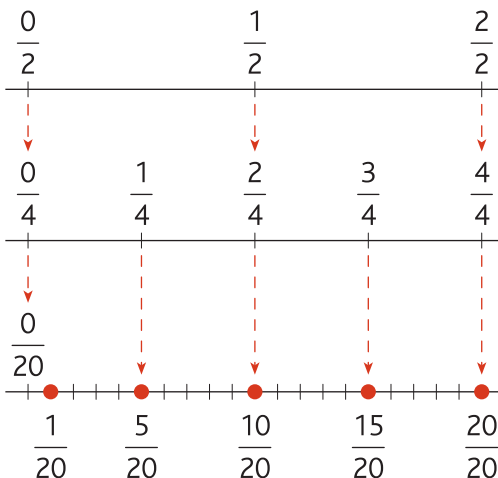
A tálcán lévő $\frac{1}{2}$ rész kettévágása után egy-egy darab a tepszi sütemény $\frac{1}{4}$ -e lett.

A tálcára így a sütemény $\frac{2}{4}$ része került.

Az $\frac{1}{4}$ részek öt-öt egyenlő részre vágása után egy-egy darab a tepszi sütemény $\frac{1}{20}$

része lett. A tálcára így a sütemény $\frac{10}{20}$ része került.

A tálcán végig ugyanannyi sütemény volt: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{10}{20}$



Sok feladat megoldásában segít, ha egy törtet más alakban is felírunk.
Bármely törtrész további kisebb részekre bontható.

Ha például a negyedeket öt-öt egyenlő részre osztjuk, huszadrészeket kapunk.

Figyeld meg!

$$\frac{1}{4} \xrightarrow{\cdot 5} \frac{5}{20}; \quad \frac{1}{2} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{2}{4} \xrightarrow{\cdot 5} \frac{10}{20}; \quad \frac{3}{4} \xrightarrow{\cdot 5} \frac{15}{20} \dots$$

A rajzról több egyenlőség is leolvasható. Például:

$$0 = \frac{0}{4} = \frac{0}{20}; \quad \frac{1}{4} = \frac{5}{20}; \quad \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{10}{20}; \quad 1 = \frac{2}{2} = \frac{4}{4} = \frac{20}{20}$$

Minden törtet végtelen sokféleképpen elő lehet állítani több kisebb részből. Ekkor a törtek **bővített alakjait** írjuk fel. Például:

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \dots; \quad \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \dots; \quad \frac{7}{10} = \frac{70}{100} = \frac{700}{1000} = \dots$$

Értelmezés

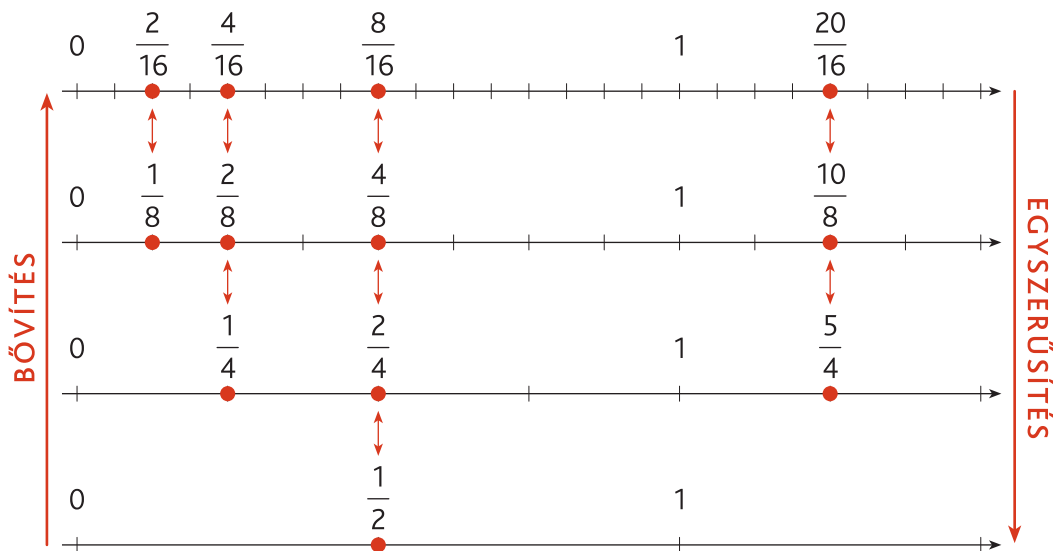
A törtet **bővítjük**, ha több (kisebb) egyenlő részből állítjuk elő.

Vannak olyan törtek, amelyeket nagyobb törtreszekből (kisebb nevezőjű törtkekből) is elő tudunk állítani. Ekkor a törtek **egyszerűsített alakjait** írjuk fel. Például:

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}; \quad \frac{6}{18} = \frac{1}{3}; \quad \frac{3}{15} = \frac{1}{5}; \quad \frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; \quad \frac{300}{1000} = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

Értelmezés

A törtet **egyszerűsítjük**, ha kevesebb (nagyobb) egyenlő részből állítjuk elő.



◎ Például:

$$\begin{array}{ccc} \frac{5}{4} & \xrightarrow{\cdot 2} & \frac{10}{8} & \xrightarrow{\cdot 2} & \frac{20}{16} \\ \frac{5}{4} & = & \frac{10}{8} & = & \frac{20}{16} \\ \frac{20}{16} & \xrightarrow{: 2} & \frac{10}{8} & \xrightarrow{: 2} & \frac{5}{4} \\ \frac{20}{16} & = & \frac{10}{8} & = & \frac{5}{4} \end{array}$$

Megjegyezted?

A tört értéke nem változik, ha számlálóját és nevezőjét ugyanazzal a 0-tól különböző számmal szorozzuk vagy osztjuk.

Bővítjük a törtet, ha a tört számlálóját és a nevezőjét ugyanazzal az 1-nél nagyobb természetes számmal megszorozzuk.

Egyszerűsítjük a törtet, ha a tört számlálóját és a nevezőjét ugyanazzal az 1-nél nagyobb természetes számmal elosztjuk (ha a számláló és a nevező is maradék nélkül osztható azzal a számmal).



18 darab hímes tojásból 3 megrepedt. Melyik állítás igaz, melyik hamis?

Tímea: A tojások $\frac{18}{15}$ része hibátlan. ☐

Ubul: A tojások $\frac{3}{18}$ része hibás. ☐

Vanda: A tojások $\frac{1}{3}$ része megrepedt. ☐

Zalán: A tojások $\frac{5}{6}$ része maradt ép. ☐

Az előző állítások mekkora része igaz?



FELADATOK

Gyakorló
5.08–5.10., 9.56.

- 13 Mely számmal szorozzuk, illetve osztjuk a számlálót és a nevezőt a bővítés és az egyszerűsítés során? Pótold a hiányzó számlálót vagy nevezőt!

a) $\frac{3}{7} = \frac{\square}{28}$; $\frac{4}{9} = \frac{12}{\square}$; $\frac{15}{8} = \frac{\square}{40}$; $\frac{5}{12} = \frac{35}{\square}$; $\frac{5}{12} = \frac{\square}{60}$

b) $\frac{12}{18} = \frac{\square}{9}$; $\frac{12}{18} = \frac{4}{\square}$; $\frac{12}{18} = \frac{\square}{3}$; $\frac{25}{75} = \frac{5}{\square}$; $\frac{25}{75} = \frac{\square}{3}$

- 14 Írd fel a törtet legalább ötféle alakban! $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{9}{3}$; $\frac{0}{5}$; $\frac{13}{13}$

- 15 Egyszerűsítsd a törtet! Ha lehet, többféleképpen.

a) $\frac{8}{10}$; b) $\frac{24}{72}$; c) $\frac{15}{45}$; d) $\frac{7}{5}$; e) $\frac{25}{100}$; f) 1500

Írd fel mindegyik törtnek a tovább már nem egyszerűsíthető alakját is!

TÖRTEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA

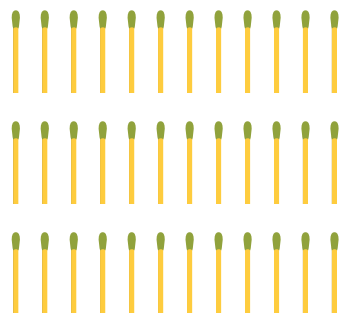
EGYENLŐ NEVEZŐJŰ TÖRTEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA

- 16 Tégy 12 pálcikát (gyufaszálat) a padodra! Legyen ez az egység.

- a) Rakd külön az $\frac{1}{6}$ részét! Hány pálcikát raktál külön?
- b) Most a 12 pálcikának a $\frac{3}{6}$ részét rakd külön! Hány pálcika ez?
- c) A 12 pálcikának az $\frac{5}{6}$ részét rakd külön! Ezt is számold meg!
- d) Rakd külön a 12 pálcika $\frac{9}{6}$ részét! (Ezt hogyan lehet megtenni?)

- e) Hasonlítsd össze a pálcikák számát!

Írd a törtet közé a < ; > = jelek közül a megfelelőt! $\frac{1}{6}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{9}{6}$



© Hogyan rakható ki a
pálcikák $\frac{9}{6}$ része?

Többet ésszel ...

© Segít, ha bővítet a törtet?

- a) Írj fel 10 olyan törtet, amely $\frac{3}{4}$ -nél nagyobb és $\frac{5}{4}$ -nél kisebb! Hány ilyen tört van?

- b) Mely természetes számok írhatók az $\frac{n}{6}$ betű helyére úgy, hogy az egyenlőtlenség igaz legyen?

$$\frac{3}{12} < \frac{n}{6} < \frac{9}{12}$$

1. példa

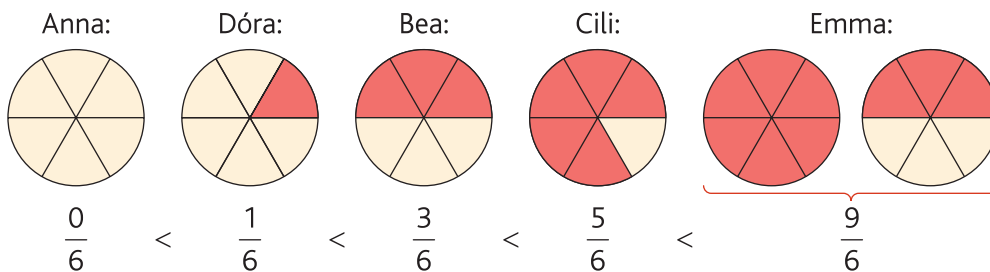
Öt lány kertjében egyforma méretű, kör alakú virágágyak vannak. Egy-egy virágágy területe legyen egységnyi. A lányok a virágágyakat 6-6 egyenlő területű cikkre osztották.

Anna még nem ültetett virágot az ágyásába. Bea $\frac{3}{6}$ részbe, Cili $\frac{5}{6}$ részbe, Dóra $\frac{1}{6}$ részbe, Emma $\frac{9}{6}$ részbe már elültette a virágokat.

Rendezzük nagyság szerint a beültetett területeket.



☉ Emma két ágyásba is ültetett már.



Mindegyik esetben 6 egyenlő részre osztottuk az egységet. Például az $\frac{5}{6}$ tört számlálója nagyobb, mint a $\frac{3}{6}$ -é, ami azt jelenti, hogy az $\frac{5}{6}$ több hatodrészt tartalmaz, mint a $\frac{3}{6}$. Tehát az $\frac{5}{6}$ nagyobb, mint a $\frac{3}{6}$.

Megfigyelted?

Egyenlő nevezőjű pozitív törtek közül az a nagyobb, amelyiknek a számlálója nagyobb.

☉ Olyan törtekkel foglalkozunk, amelyek számlálója természetes szám, nevezője pozitív egész szám.

EGYENLŐ SZÁMLÁLÓJÚ TÖRTEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA

17

Mindegyik feladathoz rajzolj négy téglalapot az ábra szerint!

Egy-egy téglalap területe legyen az egység.

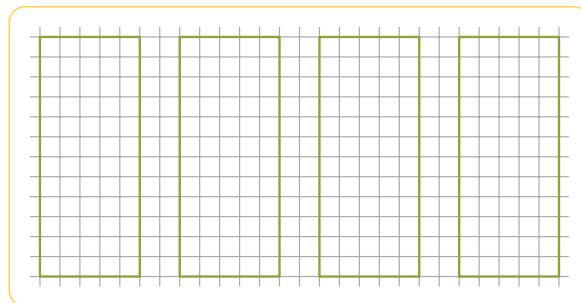
Az egyiket oszd 3 egyenlő területű részre, a másikat 4 egyenlő területű részre, a harmadikat 6 egyenlő területű részre, a negyediket 12 egyenlő területű részre!

a) Mindegyik téglalapon jelölj meg 1 részt pirossal!

Hasonlítsd össze a területeket! $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$

b) Mindegyik lapon jelölj meg 2 részt zölddel! Írd le a mérőszámukat! Rendezd nagyság szerint sorba!

c) Mindegyik lapon jelölj meg 3 részt kékkel! Írd le a mérőszámukat! Rendezd nagyság szerint sorba!



☉ Fogalmazd meg az észrevételed!

☉ Írd a törtek közé a $<$; $>$; $=$ jelek közül a megfelelőt!



Egy iskolában 100-nál kevesebb ötödikes tanuló van. 3 heted részük megoldotta a fejtörő feladatot, 3 nyolcad részük nem is foglalkozott vele. Kik voltak többen? Mennyivel?

Többet ésszel ...

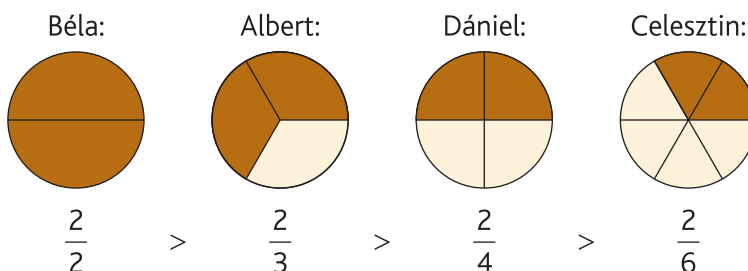


2. példa

Albert, Béla, Celesztin és Dániel versenyeztek, hogy egy-egy kör alakú, egységnyi területű virágágy mekkora részét tudják 10 perc alatt felásni.

Albert felásította az ágyás $\frac{2}{3}$ részét, Béla a $\frac{2}{2}$ részét, Celesztin a $\frac{2}{6}$ részét, Dániel a $\frac{2}{4}$ részét.

Rendezzük nagyság szerint csökkenő sorba a felásított területeket.



Mindegyikük 2 részt ásott fel, a törték számlálója megegyezik. Például Celesztin 6 egyenlő részre osztotta az egységet, tehát kisebb részekből, hatodokból ásott fel kettőt. Dániel 4 egyenlő részre osztotta az egységet, nagyobb részekből, negyedekből ásott fel 2 részt.

Tehát $\frac{2}{6}$ kisebb, mint $\frac{2}{4}$.

☉ Olyan törtékkel foglalkozunk, amelyek számlálója természetes szám, nevezője pozitív egész szám.

Megfigyelted?

Egyenlő számlálójú pozitív törték közül az a nagyobb, amelyiknek a nevezője kisebb.

FELADATOK

18

Rajzolj a füzetedbe egy 3 cm oldalú négyzetet! Legyen ez az egység! Az oldalait oszd fel 3-3 egyenlő részre, majd az osztópontokat kösd össze az ábra szerint!

a) Mekkora része (hányad része) egy (feketével rajzolt) kis négyzet területe az egységnek?

b) Tedd ki a < ; > ; = jelek közül a megfelelőt a következő törték közé!

$$\frac{1}{9} \square \frac{2}{9}; \quad \frac{5}{9} \square \frac{3}{9}; \quad \frac{6}{9} \square \frac{9}{9}; \quad \frac{9}{9} \square \frac{7}{9}; \quad \frac{4}{9} \square 1\frac{2}{9}; \quad \frac{11}{9} \square \frac{15}{9}$$

19

Rajzolj vonalzóval egymás alá négy 10 cm hosszú szakaszt! Oszd az első 2, a második 4, a harmadik 5, a negyedik 10 egyenlő részre!

a) Válassz ki egy-egy részt mindegyik szakasról! Írd le a mérőszámukat! Rendezd ezeket nagyság szerint sorba!

b) Válassz ki két-két részt mindegyik szakasról! Írd le a mérőszámukat! Rendezd ezeket nagyság szerint sorba!

☉ Hasonlítsd össze a szakaszok hosszát! Mindkét esetben fogalmazd meg a szabályt!

20 Melyik betű mely törtet jelenti a számegyenesen?

☉ Például $c = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$

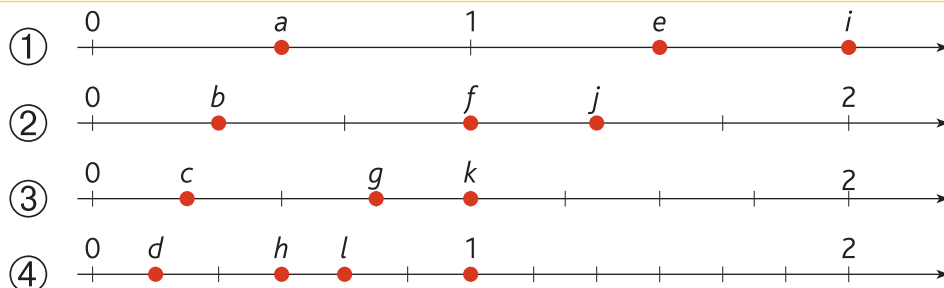
Rendezd növekvő sorrendbe a törtket!

Az 1-nél nagyobb törtket írd fel vegyszám alakban is!



21 Melyik betű melyik számot jelenti a számegyenesen?

Hány egyenlő részre osztottuk az egységet?



22 Rendezd növekvő sorrendbe a törtket!

- a) $\frac{7}{8}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{9}{8}$; $\frac{2}{8}$; $\frac{11}{8}$; $1\frac{7}{8}$; $\frac{6}{8}$
- b) $\frac{5}{2}$; $\frac{5}{11}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{5}{1}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{5}{8}$; $1\frac{1}{4}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{5}{10}$
- c) $\frac{7}{10}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{11}{10}$; $\frac{2}{10}$; $\frac{23}{10}$; $1\frac{4}{10}$; $\frac{80}{100}$; $\frac{5}{10}$

☉ Megfigyelted?

Azonos nevezőjű törték közül melyik a nagyobb?

Azonos számlálójú törték közül melyik a nagyobb?

KÜLÖNBÖZŐ SZÁMLÁLÓJÚ ÉS NEVEZŐJÚ TÖRTEK ÖSSZEHA-SONLÍTÁSA

3. példa

Állapítsuk meg a növekvő sorrendet. Tegyük ki a törték közé a megfelelő jelet is. $\frac{2}{3}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{5}{6}$

„Ránézésre” nem tudjuk eldönteni, hogy ezek közül a törték közül melyik nagyobb a másíknál.

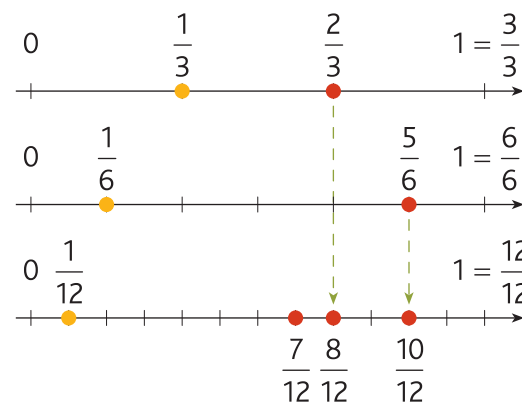
Ábrázolhatjuk mindhármát számegyenesen. (Ez akkor célszerű, ha könnyen és pontosan ábrázolhatók a számok.)

A számegyenesről leolvasható, hogy

$$\frac{7}{12} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$$

Összehasonlíthatók úgy is a törték, hogy **azonos nevezőjű törtékké alakítjuk őket.**

Azonos nevezőjű törték közül melyik a nagyobb?



$$\begin{array}{ccc} \frac{2}{3} & \frac{7}{12} & \frac{5}{6} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \frac{8}{12} & \frac{7}{12} & \frac{10}{12} \end{array} \quad \text{tehát} \quad \begin{array}{ccc} \frac{7}{12} & < & \frac{8}{12} < \frac{10}{12} \\ & \downarrow & \\ \frac{7}{12} & < & \frac{2}{3} < \frac{5}{6} \end{array}$$

$$\frac{2}{3} \quad \frac{7}{12} \quad \frac{5}{6}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\frac{70}{105} \quad \frac{70}{120} \quad \frac{70}{84}$$

azaz

$$\frac{70}{120} < \frac{70}{105} < \frac{70}{84}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{7}{12} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$$

Összehasonlíthatók úgy is a törtek, hogy **azonos számlálójú törtekké alakítjuk őket.**

Azonos számlálójú törtek közül melyik a nagyobb?

Összefoglaló

Különböző számlálójú és nevezőjű törtekről úgy is eldönthetjük, hogy melyik a nagyobb, hogy

**azonos számlálójú törtekké vagy
azonos nevezőjű törtekké alakítjuk azokat,
vagy ábrázoljuk őket számegyenesen.**

A törteket azonos nevezőjű vagy számlálójú törtekké tudjuk alakítani:
bővítéssel vagy egyszerűsítéssel.

FELADATOK

☉ A bővítés vagy az egyszerűsítés vezet célra?

23

Pótold a hiányzó számlálót vagy nevezőt!

a) $\frac{8}{10} = \frac{\square}{5} = \frac{24}{\square} = \frac{\square}{60}$;

b) $\frac{4}{6} = \frac{12}{\square} = \frac{\square}{9} = \frac{\square}{36}$;

c) $\frac{3}{10} = \frac{30}{\square} = \frac{\square}{1000}$

24

Alakítsd azonos nevezőjű törtekké a következőket, és tedd közéjük a < ; > ; = jelek közül a megfelelőt!

a) $\frac{7}{6} \square \frac{69}{60}$;

b) $\frac{6}{15} \square \frac{12}{30}$;

c) $\frac{7}{10} \square \frac{69}{60}$;

d) $\frac{18}{45} \square \frac{30}{50}$;

e) $\frac{25}{15} \square \frac{32}{24}$;

f) $\frac{48}{56} \square \frac{35}{49}$;

g) $\frac{8}{10} \square \frac{80}{100}$;

h) $\frac{14}{100} \square \frac{141}{1000}$;

i) $\frac{542}{10} \square \frac{5420}{1000}$

25

Alakítsd azonos számlálójú törtekké a következőket, és tedd közéjük a < ; > ; = jelek közül a megfelelőt!

a) $\frac{7}{6} \square \frac{70}{50}$;

b) $\frac{6}{14} \square \frac{12}{30}$;

c) $\frac{21}{18} \square \frac{14}{10}$;

d) $\frac{18}{24} \square \frac{30}{40}$;

e) $\frac{24}{15} \square \frac{32}{12}$;

f) $\frac{42}{60} \square \frac{28}{32}$

Gyakorló
5.13–5.21.,
9.57.;
Feladatgyűjtemény
3.2.01–03.

Fejtörő!



Melyik szám áll a számegyenesen a $\frac{3}{5}$ -től és az $\frac{5}{3}$ -tól ugyanakkora távolságra?



EGYENLŐ NEVEZŐJŰ TÖRTEK ÖSSZEADÁSA, KIVONÁSA

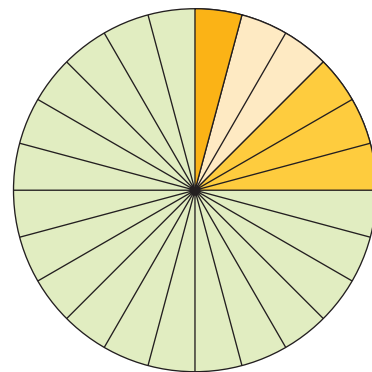
1. példa

Gergő születésnapjára csokitortát 24 egyforma szeletre vágta. Gergő 3 szeletet, nővére 2 szeletet, kishúga 1 szeletet evett belőle. A torta mekkora részét ették meg hárman? A torta mekkora része maradt meg?

$$\frac{3}{24} + \frac{2}{24} + \frac{1}{24} = \frac{6}{24}. \quad \frac{6}{24} \text{ részét, azaz } \frac{1}{4} \text{ részét ették meg hárman.}$$

A tortának 24 szelete volt, vagyis az egész torta $\frac{24}{24}$ rész.

Ennek megették a $\frac{6}{24}$ részét. $\frac{24}{24} - \frac{6}{24} = \frac{18}{24}$. A torta $\frac{18}{24}$ része maradt meg.



$$\begin{array}{ccc} & : \square & \\ \frac{6}{24} & \xrightarrow{\quad} & \frac{1}{4} \\ & = & \\ & : \square & \end{array}$$

2. példa

A torta megmaradt $\frac{18}{24}$ részéből 5 szeletet Gergő barátai ettek meg.

Mekkora része maradt meg a tortának?

$$\frac{18}{24} - \frac{5}{24} = \frac{13}{24}. \quad \text{Azaz } \frac{13}{24} \text{ része maradt meg a tortának.}$$

3. példa

Válaszd ki a törtek közül azokat, amelyeket más alakba való átírás nélkül össze tudsz adni! Add össze őket! Miért volt könnyű ezeket összeadni?

$$\frac{1}{8}; \frac{2}{4}; \frac{3}{2}; \frac{5}{8}; \frac{7}{2}; \frac{1}{2}; \frac{4}{4}; \frac{6}{6}; \frac{3}{8}; \frac{7}{9}; \frac{8}{8}; \frac{7}{6}; \frac{11}{10}; \frac{5}{10}$$

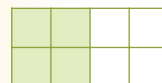
$$\text{Könnyen összeadhatók: } \frac{1}{8} + \frac{5}{8} + \frac{3}{8} + \frac{8}{8} = \frac{17}{8}; \quad \frac{2}{4} + \frac{4}{4} = \frac{6}{4};$$

$$\frac{3}{2} + \frac{7}{2} + \frac{1}{2} = \frac{11}{2}; \quad \frac{4}{4} + \frac{6}{6} + \frac{8}{8} = 1 + 1 + 1 = 3; \quad \frac{11}{10} + \frac{5}{10} = \frac{16}{10}$$

Az azonos nevezőjű törtek összeadásakor elég a számlálók összegét venni, a nevező marad változatlan.

☉ **Megfigyelted?**
Azonos nevezőjű törteteket hogyan adunk össze, illetve hogyan vonunk ki egymásból?

☉ **Például:**



$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{\square}{8}$$



Két kis süni, Simi és Tüsi ballagott egymás után úgy, hogy Tüsi 2 m-rel Simi mögött járt. Ekkor Tüsi megszaporázta lépteit, $\frac{9}{4}$ m-t tett meg, mialatt Simi csak $\frac{3}{4}$ m-t. Mekkora maradt így Simi előnye?



Többet ésszel ...



Megjegyezted?

Két egyenlő nevezőjű törtet úgy is összeadhatunk, hogy a számlálójukat összeadjuk, ez lesz az összeg számlálója, és a közös nevező az összeg nevezője.

Két egyenlő nevezőjű törtet úgy is kivonhatunk, hogy a kisebbítendő számlálójából kivonjuk a kivonandó számlálóját, ez lesz a különbség számlálója, s a közös nevező a különbség nevezője.

☉ Például:

$$\frac{3}{7} + \frac{5}{7} = \frac{3+5}{7} = \frac{8}{7}$$

$$\frac{8}{7} - \frac{3}{7} = \frac{8-3}{7} = \frac{5}{7}$$

A kivonandó számlálója nem nagyobb, mint a kisebbítendőé.

☉ Keress több megoldást!

Gyakorló

5.24–5.30.,

9.58–9.59.;

Feladatgyűjtemény

3.3.01–02.

☉ $1 = \frac{4}{4} = \frac{5}{5}$

☉ Például:

$$5 = \frac{\boxed{}}{7}; \quad 6 = \frac{\boxed{}}{9}$$

☉ Például:

$$1\frac{3}{8} = \frac{\boxed{}}{8}$$

FELADATOK

26

Írd át a törtet összegalakba úgy, hogy az egyik tag egész, a másik tag tört legyen!

Például: $\frac{7}{3} = \frac{3}{3} + \frac{4}{3} = 1 + \frac{4}{3}; \quad \frac{7}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3}$

$$\frac{9}{7};$$

$$\frac{16}{5};$$

$$\frac{4}{3};$$

$$\frac{49}{22};$$

$$\frac{13}{4}$$

27

Végezd el a műveleteket!

a) $\frac{3}{4} + \frac{5}{4} + \frac{1}{4} + \frac{7}{4};$

b) $\frac{7}{3} - \frac{2}{3};$

c) $\frac{5}{13} + \frac{3}{13} + \frac{1}{13};$

d) $\frac{9}{22} + \frac{3}{22} - \frac{1}{22} - \frac{5}{22};$

e) $\frac{170}{55} - \frac{51}{55} + \frac{34}{55};$

f) $\frac{1}{137} + \frac{2}{137} + \frac{5}{137}$

28

a) Mennyit kell adni $\frac{3}{7}$ -hez, hogy $\frac{5}{7}$ -et kapjunk?

b) Mennyivel több a $\frac{4}{9}$ az $\frac{1}{9}$ -nél?

d) $\frac{9}{5}$ mennyivel több 1 egésznél?

c) 1-hez mennyit kell adni, hogy $\frac{5}{4}$ -et kapjunk?

29

Írd fel az összegeket törtalakban, minél többféleképpen! Például:

$2 + \frac{4}{5} = \frac{10}{5} + \frac{4}{5} = \frac{14}{5} = \frac{28}{10} = \frac{42}{15}$. (Legalább 3 alakban írd fel mindegyiket!)

$$1 + \frac{1}{2};$$

$$1 + \frac{2}{3};$$

$$3 + \frac{1}{5};$$

$$5 + \frac{2}{7};$$

$$3 + \frac{7}{4};$$

$$6 + \frac{2}{9}$$

30

Végezd el kivonásokat!

$$1 - \frac{1}{2};$$

$$1 - \frac{3}{4};$$

$$3 - \frac{7}{4};$$

$$5 - 1\frac{3}{8};$$

$$2\frac{1}{3} - \frac{2}{3};$$

$$1\frac{3}{12} - \frac{6}{12}$$

31

Mi írható a betű helyére úgy hogy az egyenlőség igaz legyen?

a) $\frac{1}{2} + x = \frac{2}{2};$

b) $\frac{3}{4} - y = \frac{1}{4};$

c) $\frac{7}{8} + z = \frac{11}{8};$

d) $a - \frac{3}{7} = \frac{2}{7}$

KÜLÖNBÖZŐ NEVEZŐJŰ TÖRTEK ÖSSZEADÁSA, KIVONÁSA

1. példa

Péter születésnapjára narancstortájából a gyerekek különböző részeket ettek meg.

Péter a torta $\frac{1}{6}$ részét, nővére az $\frac{1}{8}$ részét, kishúga a torta $\frac{1}{12}$ részét ette meg.

A torta mekkora részét ették meg hárman?



Annak kiszámolásához, hogy az egész torta mekkora része fogyott el, a következő összeadást kell elvégeznünk:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12}$$

Milyen részekből kellene összeraknunk az $\frac{1}{6}$ -ot, az $\frac{1}{8}$ -ot és

az $\frac{1}{12}$ -et, hogy elvégezhessük az összeadást? Bővítsük a törteteket!

$$\frac{1}{6} = \frac{2}{12} = \frac{3}{18} = \boxed{\frac{4}{24}} = \frac{5}{30} = \dots; \quad \frac{1}{6} \xrightarrow{\cdot 4} \frac{4}{24}$$

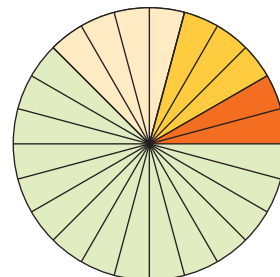
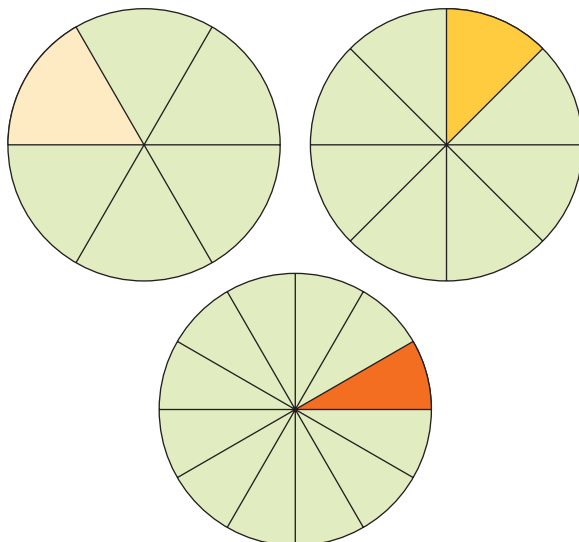
$$\frac{1}{8} = \frac{2}{16} = \boxed{\frac{3}{24}} = \frac{4}{32} = \frac{5}{40} = \dots; \quad \frac{1}{8} \xrightarrow{\cdot 3} \frac{3}{24}$$

$$\frac{1}{12} = \boxed{\frac{2}{24}} = \frac{3}{36} = \frac{4}{48} = \frac{5}{60} = \dots; \quad \frac{1}{12} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{2}{24}$$

Észrevehetjük, hogy huszonegyedekké érdemes a törteteket bővítenünk. Így a három tagot azonos nevezőjű alakban írhatjuk fel.

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{4}{24} + \frac{3}{24} + \frac{2}{24} = \frac{9}{24}$$

Azaz a gyerekek a torta $\frac{9}{24}$ részét, vagy másképpen $\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$ részét ették meg.



Pazony lakosainak $\frac{2}{5}$ része 20 évesnél nem idősebb, $\frac{7}{20}$ része 20 évesnél

idősebb és 40 évesnél fiatalabb, $\frac{9}{50}$ része 40 évesnél nem fiatalabb és 60 évesnél nem idősebb. A lakosság mekkora része idősebb 60 évesnél?

Hány 20 évesnél nem idősebb ember él Pazonyban, ha 3000 lakosa van a községnek?

Figyelempróba

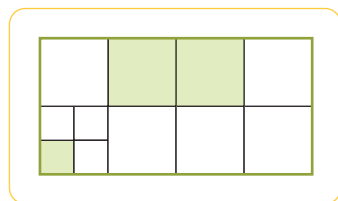
Megjegyezted?

Különböző nevezőjű törteket úgy is összeadhatunk, illetve úgy is kivonhatunk, hogy először azonos nevezőjű törtekké alakítjuk őket.

Ezt egyszerűsítéssel vagy bővítéssel érhetjük el.

Például:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$$



Ha lehetséges, egyszerűsítsd az eredményt!

Minden feladathoz új téglalapot rajzolj!

Hány egyenlő területű négyzetre osszuk a téglalapokat?

Milyen szabály szerint követi egymást a három elem?

Ahol lehet, egyszerűsítsd a törteket!

Gyakorló

5.31–5.38., 9.60;

Feladatgyűjtemény

3.3.11., 3.3.13–15.,

3.3.22.

FELADATOK

32 A nagy téglalap területét tekintjük egységnek.

a) Határozd meg a színezett területek összegét!

Írd le az összeadást számokkal is!

b) Ha a terület 32 m^2 , hány négyzetméter a kiszámolt összeg?

33 Végezd el az összeadásokat, kivonásokat!

a) $\frac{2}{5} + \frac{5}{10}$; b) $\frac{3}{8} + \frac{1}{2}$; c) $\frac{5}{12} + \frac{3}{4}$; d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$;

e) $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{5}{18}$; f) $\frac{4}{7} - \frac{3}{21}$; g) $\frac{4}{5} - \frac{3}{10}$; h) $\frac{7}{8} - \frac{1}{2}$

34 Rajzolj olyan téglalapot, amelynek oldalai 4 cm, illetve 7 cm hosszúak! Legyen ennek a téglalaprak a területe az egység. Színezd ki a törteknek megfelelő területeket, s ezek segítségével hajtsd végre a műveleteket!

a) $\frac{1}{7} + \frac{3}{4}$; b) $\frac{2}{7} + \frac{1}{4} + \frac{3}{14}$; c) $\frac{6}{7} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{5}{14}$

Fogalmazd meg a tapasztaltakat! Hogyan hajthatók végre a műveletek?

35 Keresz olyan sorozatokat, amelyeknek ez az első három elemük! Írd föl a sorozatok soron következő három elemét!

a) $\frac{1}{7}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{\square}{\square}$; $\frac{\square}{\square}$; $\frac{\square}{\square}$;

b) $\frac{28}{3}$; $\frac{25}{3}$; $\frac{22}{3}$; $\frac{\square}{\square}$; $\frac{\square}{\square}$; $\frac{\square}{\square}$

36 Végezd el a műveleteket! Add meg vegyszám alakban az eredményt, ha 1-nél nagyobb!

a) $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{4}{8} + \frac{8}{16}$; b) $\frac{1}{3} + \frac{5}{6} + \frac{7}{12}$; c) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4}$;

d) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{12} - \frac{1}{24}$; e) $1 - \frac{1}{3} + \frac{5}{6} + \frac{7}{12}$; f) $4 + \frac{1}{5} - \frac{1}{2} + \frac{5}{10}$

37 Végezd el a műveleteket! Add meg vegyszám alakban is az eredményt!

a) $1\frac{1}{5} + 2\frac{3}{5} - 1\frac{4}{5} + \frac{7}{5}$; b) $3\frac{1}{4} + 2\frac{5}{8} - 3\frac{7}{8} - 1\frac{1}{2}$; c) $4\frac{5}{6} - 1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{12} - 3\frac{5}{6}$

Többet ésszel ...



Számítsd ki!

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \left\{ \frac{1}{3} + \left[\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) \right] \right\}$$



TÖRTEK SZORZÁSA TERMÉSZETES SZÁMMAL

1. példa

Rajzoljunk egy olyan téglalapot, amelynek oldalai 3 cm és 7 cm hosszúak. Ennek a téglalapnak a területe legyen az egység!

- a) Színezzük be az egységnyi terület $\frac{2}{7}$ részét, majd ennek a háromszorosát.

Írjuk le számokkal is a műveletet, illetve a művelet eredményét.

Fogalmazzuk meg, hogyan számítjuk ki $\frac{2}{7}$ háromszorosát.

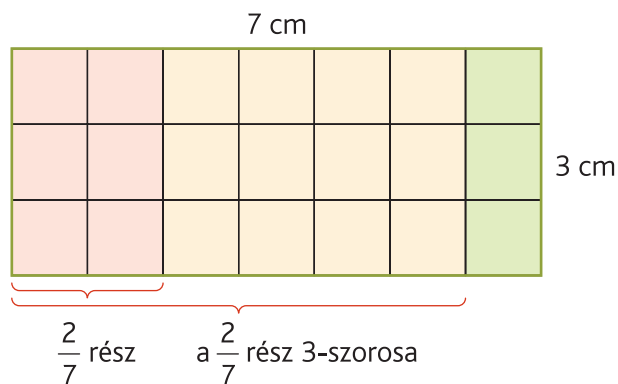
- b) Számítsuk ki a rajz segítségével a következő szorzatot: $\frac{2}{3} \cdot 2$

- a) Osszuk fel a téglalapot 1 cm-es oldalú négyzetekre.

Az ábráról leolvasható:

$$\frac{2}{7} \text{ rész } 3\text{-szoros} \frac{6}{7} \text{ rész. } \frac{2}{7} \cdot 3 = \frac{2 \cdot 3}{7} = \frac{6}{7}$$

A tört számlálóját szorozzuk 3-mal, a nevezőjét változtatlanul hagyjuk.

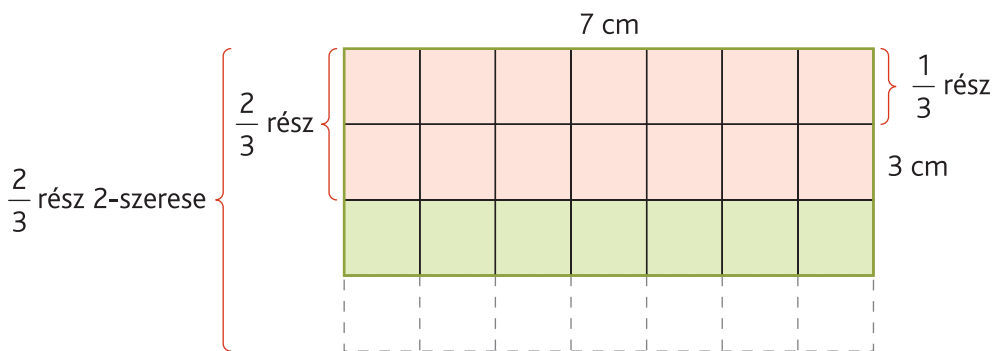


- b) Ahhoz, hogy a $\frac{2}{3}$ rész 2-szeresét ábrázolni tudjuk, ki kell egészítenünk a rajzot.

Az ábráról leolvasható:

$$\frac{2}{3} \text{ rész } 2\text{-szerese } \frac{4}{3} \text{ rész.}$$

$$\frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{2 \cdot 2}{3} = \frac{4}{3}$$



A tört számlálóját szorozzuk 2-vel, a nevezőjét változtatlanul hagyjuk.



Egy 6 és fél méter hosszú deszka hány kilogramm, ha ugyanilyen fajta, fél méter hosszú deszka 2 kilogramm?

Többet ésszel ...



Alíz névnapi bulijára 3 tepszi sütemény készül. Egy tepszi süteményhez $\frac{6}{10}$ kg lisztre van szükség. Mennyi liszt marad a sütemények elkészítése után, ha 2 kg liszt van otthon? Melyik válasz hibás?

A: $\frac{18}{10}$ kg;

B: $\frac{2}{10}$ kg;

C: $\frac{1}{5}$ kg;

D: 20 dkg

© A hibás válasz betűjét karikázd be!

2. példa

Írjuk a következő összegeket szorzat formába. Számítsuk ki a szorzatok értékét.

a) $\frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7}$; b) $\frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8}$; c) $\frac{4}{3} + \frac{4}{3} + \frac{4}{3}$

☉ *Hogyan adunk össze azonos nevezőjű törtet?*

a) $\frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{2}{7} \cdot 5 = \frac{2 \cdot 5}{7} = \frac{10}{7}$

A $\frac{2}{7}$ 5-ször szerepel tagként, tehát a $\frac{2}{7}$ 5-szörösét kell kiszámítanunk.

☉ *Egyszerűsíthetjük az eredményt.*

b) $\frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{3}{8} \cdot 6 = \frac{3 \cdot 6}{8} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$

☉ *A szorzandó nevezőjét és a szorzót osztjuk ugyanazzal a számmal, 3-mal.*

c) $\frac{4}{3} + \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \cdot 3 = \frac{4 \cdot \cancel{3}^1}{\cancel{3}_1} = 4$ **Figyeljünk rá! Könnyebbé válhat a munkánk, ha a szorzás elvégzése előtt egyszerűsíthetünk.**

Megjegyezted?

Ha törtalakban felírt számot természetes számmal szorzunk, akkor a szorzatot úgy is megkaphatjuk, hogy a tört számlálóját megszorozzuk a természetes számmal, ez lesz a tört számlálója, a nevezőt pedig változatlanul hagyjuk.

☉ *Például:*

$\frac{2}{7} \cdot 3 = \frac{2 \cdot 3}{7} = \frac{6}{7}$

FELADATOK

☉ *Ahol lehet, egyszerűsíts minden feladatban!*

38 Írd fel szorzatalakban, és számítsd ki a szorzatot!

a) $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$; b) $\frac{5}{9} + \frac{5}{9} + \frac{5}{9} + \frac{5}{9} + \frac{5}{9} + \frac{5}{9}$

39 Írd fel összegalakban, és számítsd ki!

a) $\frac{3}{4} \cdot 4$; b) $\frac{2}{3} \cdot 5$; c) $\frac{4}{7} \cdot 6$; d) $\frac{2}{9} \cdot 3$; e) $\frac{7}{6} \cdot 12$

☉ *Mennyi a 3 cm $\frac{1}{6}$ része?
Fél cm = mm*

40 Rajzolj egy 3 cm hosszú szakaszt! Jelöld meg az $\frac{5}{6}$ -át! Rajzold meg ennek kétszeresét! A 3 cm-es szakasznak mekkora része ez?

Hány centiméteres a 3 cm hosszú szakasz $\frac{5}{6}$ részének kétszerese?

41 Végezd el a szorzásokat!

a) $\frac{4}{7} \cdot 2$; b) $\frac{5}{3} \cdot 4$; c) $\frac{7}{8} \cdot 3$; d) $6 \cdot \frac{9}{7}$; e) $\frac{4}{5} \cdot 10$; f) $\frac{5}{4} \cdot 8$

☉ *Írd be a hiányzó számokat!*

42 Egy nyomtató 3 perc alatt 8 fotót nyomtat ki.
Hány perc szükséges 1; 5; 18 fotó kinyomtatásához?

1 fotóhoz: $\frac{\text{perc}}{\text{fotó}}$; 5 fotóhoz: $\cdot$ = (perc); 18 fotóhoz: $\cdot$ = (perc)

43 Mit írhatunk a betűk helyére?

a) $\frac{3}{7} \cdot a = \frac{15}{7}$; b) $\frac{7}{9} \cdot b = \frac{21}{9} = \frac{c}{3}$; c) $\frac{4}{10} \cdot x = \frac{40}{10} = y$; d) $\frac{5}{8} \cdot d = \frac{e}{f} = \frac{5}{4}$

44 Végezd el a műveleteket kétféleképp!

☉ *Például:*

a) $\left(\frac{3}{4} + \frac{7}{4}\right) \cdot 2$; b) $\left(\frac{1}{2} + \frac{7}{3}\right) \cdot 6$; c) $\left(\frac{3}{2} + \frac{3}{4}\right) \cdot 8$;

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{7}{3}\right) \cdot 6 = \frac{1}{2} \cdot 6 + \frac{7}{3} \cdot 6 =$$

d) $\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right) \cdot 30$; e) $\left(\frac{7}{4} - \frac{5}{3}\right) \cdot 3$; f) $\left(\frac{3}{2} - \frac{5}{6}\right) \cdot 9$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{7}{3}\right) \cdot 6 = \left(\frac{3}{6} + \frac{14}{6}\right) \cdot 6 = \frac{17}{6} \cdot 6 =$$

45

Egy rejtvényűjság annyiba kerül, mint a zsebpénzem $\frac{2}{9}$ része. A pénzem mekkora része marad meg, ha 4 rejtvényűjságot veszek?

46

Tas és Huba kártyavárakat építettek. Tas 15 szintes várának egy emelete $\frac{2}{3}$ dm, Huba 13 szintes várának egy emelete $\frac{3}{4}$ dm magas volt. Melyikük épített magasabb várat?

47

Breki és Kruki kimerészkednek a tóból. Breki 18-szor $\frac{7}{4}$ dm hosszút ugrik, Kruki pedig 14-szer $\frac{11}{5}$ dm hosszút. Ki jut messzebb? Mennyivel?

48

Add meg percekkel a következő időtartamokat!

☉ 1 óra = perc

a) 1 óra; b) 3 óra; c) $\frac{3}{4}$ óra; d) $\frac{3}{2}$ óra; e) $\frac{2}{3}$ óra; f) $\frac{3}{5}$ óra

49

a) Melyik az a tört, amelyet ha 4-gyel megszorunk, akkor $\frac{8}{5}$ -öt kapunk?

b) Mennyivel kell megszorozni a $\frac{7}{3}$ -ot, hogy 7 egész legyen a szorzat?

50

Melyik több: a) $\frac{2}{3}$ tizenötszöröse vagy $\frac{3}{5}$ tizenötszöröse;

b) $\frac{4}{5}$ hatszorosa vagy $\frac{6}{5}$ négyszerese; c) $\frac{3}{7}$ hétszerese vagy $\frac{7}{3}$ háromszorosa?

51

Számítsd ki mindkettőt, majd hasonlítsd össze az eredményeket!

a) $\frac{1}{4}$ háromszorosa; 3-nak az egynegyed része. b) $\frac{2}{3}$ ötszöröse; 5-nek a $\frac{2}{3}$ része.

Gyakorló

5.39–5.40.,

5.44–5.45.;

Feladatgyűjtemény
3.3.26.



1 másodperc alatt Nyuszi $\frac{3}{5}$ m-t, Gidus $\frac{8}{5}$ m-t tesz meg. 1 másodperc alatt melyikük jut messzebb? Mennyivel? 1 perc múlva mekkora lesz Gidus előnye, ha egyszerre indulnak el a forrás felé?

Többet ésszel ...

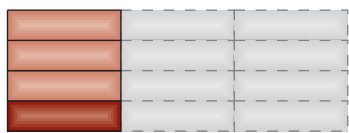


TÖRTEK OSZTÁSA TERMÉSZETES SZÁMMAL

1. példa

Egy csokoládé $\frac{2}{3}$ részét már megették.

A megmaradt részt hogyan oszthatjuk el egyenlően 4 gyerek között?



Az $\frac{1}{3}$ csokoládét 4 egyenlő részre osztjuk.

Így egy-egy rész $\frac{1}{12}$ lesz. $\frac{1}{3} : 4 = \frac{1}{12}$.

☉ Megfigyelted?

$\frac{1}{3}$ rész $\frac{1}{4}$ része

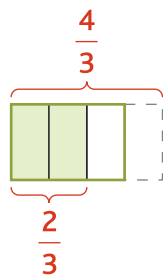
az egésznek $\frac{1}{12}$ része.

2. példa

Osszuk a $\frac{4}{3}$ -ot két egyenlő részre.

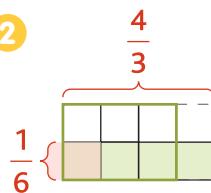
Ezt az osztást kétféleképpen is elvégezhetjük:

1



$$\frac{4}{3} : 2 = \frac{4 : 2}{3} = \frac{2}{3}$$

2



$$\frac{4}{3} : 2 = \frac{4}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

☉ Így csak akkor oszthatunk, ha a tört számlálója maradék nélkül osztható a természetes számmal.

☉ Így mindig elvégezhető az osztás.

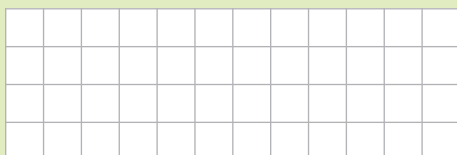
Tanuld meg!

Törtet (nem 0) természetes számmal úgy is oszthatunk, hogy a tört számlálóját osztsuk a természetes számmal, ez lesz a hányados számlálója, a nevezőjét pedig változatlanul hagyjuk.

Törtet (nem 0) természetes számmal úgy is oszthatunk, hogy a tört nevezőjét szorozzuk a természetes számmal, ez lesz a hányados nevezője, számlálóját pedig változatlanul hagyjuk.

FELADATOK

52



A téglalap területe az egység. Kerítsd körül az $\frac{5}{6}$ részét, majd színezd ki az $\frac{5}{6}$ rész egytizedét!

A lap mekkora részét színezted ki?

53

Vágj ki két egyforma, 48 cm^2 területű, téglalap alakú négyzetrácsos lapot!

a) Vágd le az egyik lap negyedének az egyharmad részét és a másik lap harmadának az egynegyed részét!

b) Melyik nagyobb területű? Egészítsd ki a mondatokat!

Az egész negyedének harmada = az egész harmadának

Az egész harmadának negyede = az egész

c) Mennyi egy-egy levágott rész területe?

Kísérletezz!

54

Oszd el a törtet – ahol lehet, kétféleképpen –, majd ha lehet, egyszerűsítsd a hányadost!

a) $\frac{6}{4} : 2$; b) $\frac{3}{7} : 4$; c) $\frac{4}{5} : 4$; d) $\frac{5}{3} : 6$; e) $\frac{18}{7} : 6$;

f) $\frac{9}{2} : 3$; g) $\frac{8}{3} : 16$; h) $\frac{16}{10} : 6$; i) $\frac{25}{10} : 10$; j) $\frac{0}{9} : 139$

☉ Ha kétféleképpen osztottál, állapítsd meg, hogy melyik eljárás volt az egyszerűbb!

55

Számolj többféle terv szerint!

a) $\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5}\right) : 3$; b) $\left(\frac{4}{7} + \frac{5}{7}\right) : 6$; c) $\left(\frac{5}{2} + \frac{3}{4}\right) : 5$; $\left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5}\right) : 7 = \frac{2}{3} : 7 - \frac{2}{5} : 7 =$
d) $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) : 4$; e) $\left(\frac{16}{7} - \frac{3}{5}\right) : 8$; f) $\left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5}\right) : 7$ $\left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5}\right) : 7 = \left(\frac{10}{15} - \frac{6}{15}\right) : 7 = \frac{4}{15} : 7 =$

☉ Például:

56

Keress olyan sorozatokat, amelyeknek ez a 4., az 5. és a 6. eleme!

Írd fel a sorozatok első tíz elemét!

a) $\dots; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}; \frac{16}{3}; \dots$; b) $\dots; \frac{3}{5}; \frac{6}{5}; \frac{12}{5}; \dots$; c) $\dots; \frac{3}{7}; \frac{4}{7}; \frac{5}{7}; \dots$;
d) $\dots; \frac{2}{5}; \frac{6}{5}; \frac{18}{5}; \dots$; e) $\dots; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots$; f) $\dots; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$

☉ Mi lehet a szabály?

57

a) A kert $\frac{3}{5}$ részén 6 egyenlő területű ágyást alakítanak ki. Egy-egy ágyás területe mekkora része a kert területének?

b) Betti madártejet főz. Az üres lábasba 9 pohár tejet önt, így a lábas $\frac{3}{4}$ része telik meg tejjel. A lábas mekkora részét töltötte meg 1 pohár tej, 12 pohár tej?

c) 20 kiránduló tanuló összesen $10\frac{3}{5}$ kgogyorót gyűjtött össze, amelyet egyenlően osztottak el egymás között. Hány kilogrammogyoró jutott egynek-egynek?

Gyakorló
5.41–5.43.,
5.46–5.47.;
Feladatgyűjtemény
3.3.29–35.



Egy ötödik osztályban a tanulók fele magasabb 150 cm-nél. Ezeknek a gyerekeknek az egyharmad része alacsonyabb 155 cm-nél. 8 tanuló van, aki 155 cm-nél nem alacsonyabb. Hányan járnak ebbe az osztályba?

A: 16;

B: 20;

C: 24;

D: 28

☉ Karikázd be a helyes választ betűjelét!

> MI A VALÓSZÍNŰBB?

1. példa

Egy dobozba 4 fehér, 1 piros és 5 kék egyenlő nagyságú golyót teszünk. Találomra kihúzunk egy-egy golyót, megnézzük, majd visszatesszük. Végezzük el a kísérletet, és válaszoljunk a kérdésekre. Tételezzük fel: Minden golyó kihúzásának ugyanolyan a valószínűsége.

a) Lehetséges-e, hogy egymás után ötször piros golyót húzunk ki?

Válasz: Igen, de nem gyakran fordul elő, **kicsi a valószínűsége**.

b) Milyen színű golyó kihúzása a legvalószínűbb?

Válasz: A kék golyóé, mert ebből van a legtöbb.

c) **Biztos-e** az, hogy ha 10-szer húzunk ki golyót a dobozból (és mindig vissza is tesszük), akkor kéket húzunk legtöbbször?

Válasz: Nem biztos.

d) A piros vagy a fehér golyó kihúzása a valószínűbb?

Válasz: A fehér golyó kihúzása (ebből van több).

e) Mi a sejtésed? Ha 1000-szer megismételnénk a kísérletet, akkor körülbelül hány-szor húznánk ki fehér golyót?

Válasz: Körülbelül 400-szor. A fehér golyók száma $\frac{4}{10}$ része az összes golyók számának. Ha nagyon sokszor ismételjük meg a kísérletet, akkor körülbelül a húzások számának $\frac{4}{10}$ részében lesz fehér a golyó.

f) Hány golyót kellene egyszerre kivennünk (visszatevés nélkül), hogy biztosan legyen köztük fehér?

Válasz: Hetet. A legrosszabb esetet feltételezve az első hat húzással kihúzzuk az 1 pirosat és az 5 kéket.

Tanuld meg!

Ha egy **esemény** bekövetkezése valószínűbb egy másik esemény bekövetkezténél, az még nem jelenti azt, hogy a valószínűbb esemény hamarabb és többször következik be.

Minél többször végezzük el a kísérletet, annál inkább várható, hogy a valószínűbb esemény többször következik be, mint a kevésbé valószínű.



☉ **Közös munkával végezzétek el egymás után 20-szor ezt a kísérletet! Táblázatba jegyezzétek fel a húzások eredményét!**

☉ **Karikázd be a betűjelét annak az állításnak, amely szerinted igaz!**



Egy dobozban 10 piros és 10 kék golyó van. Kiveszünk egy golyót, felírjuk a színét, majd visszatesszük a dobozba. Ötször egymás után pirosat vettünk ki. A hatodik esetben melyik eseménynek nagyobb a valószínűsége?

A: Nagyobb a valószínűsége annak, hogy újra piros golyót veszünk ki.

B: Nagyobb a valószínűsége annak, hogy most már kék golyót veszünk ki.

C: A kék, illetve a piros golyó kivételének egyforma a valószínűsége.

2. példa

Két szabályos dobókockával dobunk. A két dobott érték összegét vizsgáljuk. A következő eseménypárok közül melyik esemény bekövetkezése valószínűbb?

- a) **M**: A dobott értékek összege páros.
N: A dobott értékek összege páratlan.
- b) **P**: A dobott értékek összege 7.
Q: A dobott értékek összege 3.
- c) **R**: A dobott értékek összege 2-nél kisebb.
S: A dobott értékek összege 12-nél nem nagyobb.



A valószínűség-számításról szóló első könyvet Cardano olasz orvos-matematikus írta az 1500-as években. Megrögzött szerencsejátékosként a nyerési esélyeket vizsgálta a kockajátékban.

Foglaljuk táblázatba a dobható összegeket! A táblázatból leolvasható a válasz.

- a) Ugyanannyiféleképpen kaphatunk páros összeget, mint páratlant.
Az **M** és az **N** esemény valószínűsége megegyezik.
- b) A **P** esemény valószínűsége nagyobb, mint a **Q** eseményé.
- c) Az **R** esemény nem következhet be; **lehetetlen esemény**.
Az **S** esemény mindig bekövetkezik; **biztos esemény**.

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

FELADATOK

58 Dobókockával dobunk. Mi a valószínűbb a következő esetek közül?

- a) Párosat vagy páratlant dobunk.
- b) 3-ast vagy 6-ost dobunk.
- c) 3-nál kisebbet vagy 4-nél nagyobbat dobunk.

59 1-től 20-ig felírtuk a számokat egy-egy kártyára, és egy dobozba tettük őket. Találomra kihúzzunk egyet a dobozból. Valószínűségük szerint állítsd sorba az egyes eseményeket!

- a) 20-nál nem nagyobb számot húzzunk ki. b) Páros számot húzzunk ki.
- c) 20-nál nagyobb számot húzzunk ki. d) 5-tel osztható számot húzzunk ki.
- e) 5-nél nagyobb és 10-nél kisebb számot húzzunk ki.

☉ *Válaszaidat indokold, majd végezd el a kísérleteket legalább 50-szer! A tapasztalatokat vedd össze a válaszokkal!*

☉ *Végezzük el a kísérletet.*



Két kockával 20-szor dobva végezzetek kísérletet (párosan vagy kis csoportokban). Ha bekövetkezik az esemény, akkor húzzatok a megfelelő rovatba egy kis függőleges vonalat. A 20 dobás után összesítsétek az egész osztályban elért eredményeket.

Kísérletezz!

☉ *Találjatok ki ti is megfigyelendő eseményeket!*

ESEMÉNY	BEKÖVETKEZETT	ÖSSZESEN
A dobott számok szorzata páros		
A dobott számok szorzata páratlan		
A dobott számok szorzata 24-nél nagyobb, 30-nál kisebb		

Szerintetek melyik eseménynek legnagyobb a valószínűsége?



GYAKORLÓFELADATOK

60

- a) Írd le a következő törtet számmal:
nyolc harmad, kilenc ötöd, tizenhárom kilenced, hat heted!
Írd le az előbbi sorrendben a nevezőket!
Melyik az előbbi törték közül a legkisebb?

- b) A következő törték közül válaszd ki azokat, amelyek az állításoknak megfelelnek!

(Sorold fel a füzetedben a megfelelő betűk után!)

 $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{5}{3}; \frac{7}{2}; \frac{8}{3}; \frac{6}{6}; \frac{7}{7}; \frac{14}{7}; \frac{25}{5}; \frac{6}{3}; \frac{8}{6}$

B: Értéke egész szám;

D: Nem kisebb 1-nél, és a nevezője nem kisebb 6-nál.

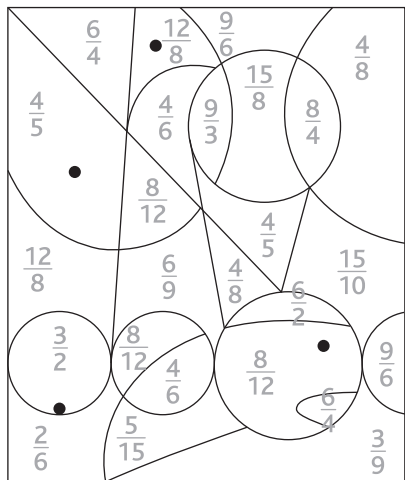
- c) Színezd ki a rajz egyes részeit a következők szerint:

Kékek legyenek azok a részek, ahol a tört $\frac{1}{3}$ -al egyenlő.

Rózsaszínek legyenek a $\frac{2}{3}$ -al egyenlő részek.

Sárgák legyenek azok a részek, ahol a tört értéke egész szám.

Fehér maradjon minden más terület. Mit látsz a képen?



61

Fejezd ki a perceket órával!

- a) 30 perc, 45 perc, 15 perc, 5 perc, 10 perc, 12 perc;
b) 60 perc, 25 perc, 40 perc, 24 perc, 90 perc, 70 perc;
c) 125 perc, 6 perc, 55 perc, 156 perc, 360 perc, 900 perc

62

Fejezd ki az órákat perccel!

- a) $\frac{1}{3}$ óra, $\frac{1}{5}$ óra, $\frac{2}{12}$ óra, $\frac{3}{6}$ óra, $\frac{4}{5}$ óra, $\frac{1}{4}$ óra;
b) $\frac{3}{4}$ óra, $\frac{4}{3}$ óra, $\frac{7}{60}$ óra, $\frac{61}{60}$ óra, $\frac{13}{12}$ óra, $\frac{1}{20}$ óra;
c) $\frac{22}{20}$ óra, $\frac{32}{30}$ óra, $\frac{4}{15}$ óra, $\frac{7}{20}$ óra, $\frac{10}{3}$ óra, $\frac{17}{15}$ óra

63

Tégy az asztalra egy marék sárgaborsót!

- a) Válaszd külön körülbelül: az $\frac{1}{3}$ részét; a $\frac{2}{3}$ részét; a $\frac{3}{3}$ részét!
b) Hogyan rakható ki az eredeti mennyiség $\frac{4}{3}$ része; $\frac{5}{3}$ része; $\frac{6}{3}$ része?



Többet ésszel ...

Jelöld meg a helyes választ!


A $\frac{2}{3}$ melyik számnak a $\frac{2}{3}$ része?

A: $\frac{3}{2}$;

B: $\frac{4}{3}$;

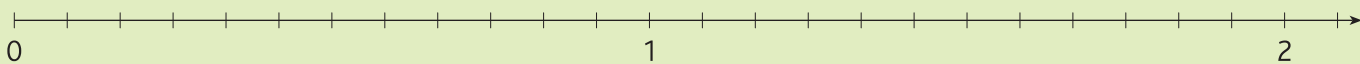
C: 1-nek;

D: 2-nek

64

Írd a számegyenes megfelelő pontja fölé a tört betűjelét, majd írd fel növekvő sorrendben a törtet!

$$a = \frac{9}{6}; \quad b = \frac{17}{12}; \quad c = \frac{3}{4}; \quad d = \frac{1}{2}; \quad e = \frac{2}{3}; \quad f = \frac{5}{3}; \quad g = \frac{4}{12}$$



65

a) Rajzolj olyan számegyenest, amelyen 1 egységnek 3 cm felel meg!

Ábrázold a következő törtet ezen a számegyenesen!

$$\frac{1}{6}; \quad \frac{1}{2}; \quad \frac{4}{3}; \quad \frac{12}{6}; \quad \frac{6}{12}; \quad \frac{9}{6}; \quad \frac{48}{16}; \quad 2\frac{1}{3}$$

b) Rajzolj olyan számegyenest, amelyen 1 egésznek 4 cm felel meg!

Ábrázold a következő törtet ezen a számegyenesen!

$$\frac{3}{4}; \quad \frac{5}{10}; \quad 1\frac{3}{8}; \quad 2\frac{5}{10}; \quad 1\frac{3}{12}; \quad \frac{14}{16}; \quad \frac{42}{21}; \quad \frac{7}{28}$$

66

Figyeld meg a különbséget a tört mint szám és a tört mint egy mennyiség valamekkora része között!

a) Rajzolj 10 cm hosszúságú szakaszt! Színezd ki *kékkel* a szakasz $\frac{1}{5}$ részét!

Rajzolj egy $\frac{1}{5}$ cm hosszúságú szakaszt! Hasonlítsd össze a két szakasz hosszát!

b) Színezd *zölddel* a 10 cm-es szakasz $\frac{3}{5}$ részét! Hány centiméter hosszú?

Rajzolj egy $\frac{3}{5}$ cm hosszú szakaszt! Hasonlítsd össze a két szakasz hosszát!

$$\odot \text{ A } 10 \text{ cm } \frac{1}{5} \text{ része} =$$

$$= \boxed{} \text{ cm}$$

$$1 \text{ cm} = \boxed{} \text{ mm}$$

$$\frac{1}{5} \text{ cm} = \boxed{} \text{ mm}$$

67

a) Rajzolj egy 12 cm hosszú szakaszt! Színezd *pirossal* a $\frac{2}{3}$ részét!

Színezd *kékkel* a $\frac{2}{3}$ részének az $\frac{1}{4}$ részét! Hány centiméter hosszú szakasz ez?

b) Rajzolj egy 12 cm hosszú szakaszt! Színezd *pirossal* az $\frac{1}{4}$ részét!

Színezd *kékkel* az $\frac{1}{4}$ részének a $\frac{2}{3}$ részét! Hány centiméter hosszú szakasz ez?

$\odot$ A szakasz mekkora része maradt színezetlen?

68

Végezd el a műveleteket!

$$\begin{array}{lllll} \text{a) } \frac{3}{6} + \frac{5}{16}; & \text{b) } \frac{5}{6} + \frac{1}{9}; & \text{c) } \frac{3}{10} + \frac{7}{15}; & \text{d) } \frac{1}{7} + \frac{1}{8}; & \text{e) } \frac{3}{4} - \frac{4}{8}; \\ \text{f) } \frac{7}{9} - \frac{1}{3}; & \text{g) } \frac{13}{15} - \frac{3}{5}; & \text{h) } \frac{3}{8} - \frac{3}{12}; & \text{i) } \frac{7}{6} \cdot 6; & \text{j) } \frac{3}{2} \cdot 4; \\ \text{k) } \frac{4}{9} \cdot 6; & \text{l) } \frac{3}{8} \cdot 4; & \text{m) } \frac{6}{5} : 3; & \text{n) } \frac{8}{9} : 6; & \text{o) } \frac{7}{6} : 4 \end{array}$$



Gyermeknapon Ábel és Máté egy pizzát ebédel.

Ábel megejtette a $\frac{9}{15}$ részét, Máté a $\frac{4}{10}$ részét.

Ketten együtt a pizza mekkora részét ették meg?



☉ Ha lehet, egyszerűsítsd az eredményt!

Ügyelj a műveletek sorrendjére!

☉ Emlékszel?

10 cm = mm



☉ Mely műveleti jelet írhatjuk a keretbe, és melyik számot a keretbe?

☉ Emlékszel?

$$1 = \frac{9}{9} = \frac{5}{5} = \frac{6}{6}$$

☉ Karikázd be a helyes válasz betűjelét!

69 Hajtsd végre a műveletsort!

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \frac{3}{2}; & \text{b) } \frac{1}{3} - \frac{3}{4} + 1; & \text{c) } \frac{3}{5} + 5 + \frac{5}{2}; & \text{d) } \frac{7}{6} + \frac{1}{4} - \frac{4}{3}; \\ \text{e) } \frac{3}{4} : 3 \cdot 8; & \text{f) } \frac{7}{3} : 3 : 14; & \text{g) } \frac{6}{5} \cdot 5 : 12; & \text{h) } \frac{9}{6} : 6 \cdot 4; \\ \text{i) } \frac{3}{4} : (6 - 3); & \text{j) } \frac{3}{4} \cdot (2 + 6); & \text{k) } \frac{3}{5} : (5 - 2); & \text{l) } \frac{9}{6} \cdot (8 - 5); \\ \text{m) } \frac{3}{4} \cdot 8 + \frac{3}{2}; & \text{n) } \left(\frac{8}{3} - \frac{3}{4} \right) \cdot 6; & \text{o) } \frac{3}{5} : 5 + \frac{1}{2}; & \text{p) } \frac{7}{6} + \frac{8}{3} : 4 \cdot 3; \end{array}$$

70 a) Rajzolj egy 10 cm hosszú szakaszt! Vastagítsd meg a $\frac{25}{100}$ részét! Hány centiméter ez a szakasz?

b) Egyliteres doboz tejből kiöntöttem $\frac{2}{5}$ litert pudingnak.

Mekkora része maradt benne? Hány tized rész, illetve hány század rész ez? Hány deciliter ez?

c) Egy háromliteres meggyiszörpös „hordót” megcsapoltam, kitöltöttem $\frac{3}{5}$ litert. Hány liter szörp maradt a hordóban? Hány század része ez a 3 liternek?

71 a) Pisti két hetet volt táborban. A két hét $\frac{3}{14}$ részén volt rossz idő, amikor nem tudtak fürdeni. Hány olyan nap volt, amikor fürödhettek?

b) Az év 7 hónapjában kell fűtenünk. Az év mekkora részében nem kell fűtenünk lakásunkat?

c) Karcsi a nap egynegyed részét az iskolában tölti, egyharmad részét átalussza. Hány órája marad otthoni tanulásra, egyéb munkára, pihenésre, szórakozásra?

72 Keress szabályt! Pótold a hiányzó számokat!

V	$\frac{21}{3}$	14	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{10}$		
W	1	2	$\frac{1}{35}$			$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{21}$

$$14 \cdot \frac{\square}{\square} = 2$$

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{1}{35}$$

73 Mit írhatunk a betűk helyére, hogy igaz legyen az egyenlőség?

$$\text{a) } b + \frac{7}{9} = 1; \quad \text{b) } 1 + c = \frac{6}{5}; \quad \text{c) } 2 - d = \frac{7}{5}; \quad \text{d) } \frac{11}{6} - e = 1;$$



Egy 30 fős osztály tanulójának $\frac{2}{3}$ része közepesnél nem rosszabb, míg $\frac{3}{5}$ része közepesnél nem jobb tanuló. Hány közepes tanuló van az osztályban?

A: 6;

B: 8;

C: 10;

D: 12

74

Végezd el a műveleteket! Írd át vegyszám alakba az eredményt, ha egynél nagyobb!

a) $\frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{5}{4};$

b) $\frac{1}{2} + \frac{5}{2} + \frac{3}{2} + \frac{7}{2};$

c) $\frac{5}{4} + \frac{7}{4} - \frac{3}{4};$

d) $\frac{7}{3} + \frac{1}{3} - \frac{2}{3} - \frac{4}{6};$

e) $\frac{5}{8} - \frac{1}{8} + \frac{7}{8} - \frac{3}{8};$

f) $\frac{4}{9} - \frac{1}{9} + \frac{5}{9} - \frac{8}{9}$

75

a) Lotte a kiránduláson zsebpénzének $\frac{1}{6}$ részét „csemegékre”, $\frac{1}{3}$ részét belépőjegyekre költötte. Pénzének mekkora része maradt meg?

b) Hédi szombaton a nappal $\frac{3}{8}$ részében a Csodák Palotájában volt, $\frac{1}{4}$ részében olvasott. A nappal mekkora részét töltötte egyéb tevékenységgel?

c) Megettem egy zacskó pisztácia $\frac{2}{5}$ részét, a barátomnak adtam az $\frac{1}{3}$ részét. A pisztácia mekkora része maradt meg másnapra?

d) Egy edényben $2\frac{3}{4}$ l tej, egy másikban $7\frac{1}{2}$ l tej van. Összeöntjük őket egy 10 literes edénybe. Mennyit tudnánk még a 10 l-es edénybe tölteni, hogy tele legyen?

e) Egy sorozat első eleme $3\frac{1}{4}$. Minden más elem az őt megelőzőnél $\frac{3}{2}$ -del több. Határozd meg a sorozat negyedik elemét!

76

a) Egy téglalap alakú virágágyás oldalai $\frac{6}{5}$ m; 15 m. Hány négyzetméter a területe?

b) Egy téglalap alakú erdő egyik oldala 3 km hosszú. A területe $3\frac{3}{4}$ km². Hány kilométer, illetve hány méter hosszú a többi oldala?

77

Egy téglatest alakú tartály élei: $1\frac{6}{10}$ m, 2 m, 3 m. Hány köbméter, illetve hány köbdeciméter a térfogata? Hány liter, hány hektoliter víz fér a tartályba?

78

Egy méhészt 8 $\frac{7}{10}$ kg mézet üvegekbe önt. 6 db kis üvegbe egyenként $\frac{3}{4}$ kg-ot, 3 db nagy üvegbe egyenként $\frac{6}{5}$ kg-ot tölt. Mennyi méz marad ki?

79

Egy kert egyik oldala $16\frac{1}{4}$ m hosszú. Tihamér ezt a távolságot 25 lépés hosszúnak mérte. Hány méter, illetve hány centiméter Tihamér egy-egy lépése?

80

Ha egy számnak a felét veszem, akkor $\frac{3}{4}$ -nél $\frac{2}{5}$ -del kevesebbet kapok. Melyik ez a szám?

☉ Ahol lehet, egyszerűsíts!

☉ Hogyan írhatjuk fel a vegyszámot törtalakban? Például:

$$2\frac{3}{4} = \frac{\boxed{}}{4}$$

☉ Hogyan számítható ki a téglalap területe? (Tankönyv 93. oldal.)

☉ Hogyan számítható ki a téglatest térfogata? (105. oldal.)

$$1 \text{ m} = \boxed{} \text{ cm}$$

☉ Írd fel egyenlettel az adatok közti összefüggést!



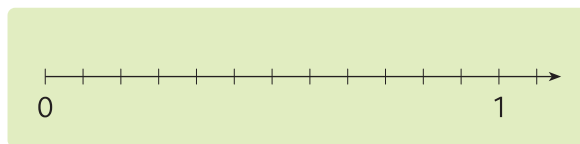
Írd fel az összes olyan törtet, amelynek a számlálója is és a nevezője is 0-nál nagyobb egész szám, a számlálója **legalább** 3, a nevezője **legfeljebb** 5, és a tört értéke nem nagyobb 5-nél!

Figyelempróba

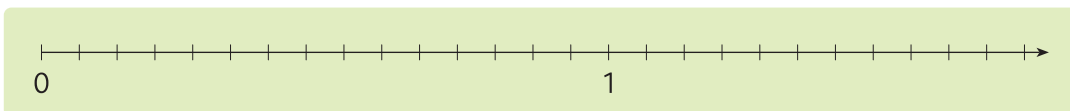
TÖRD A FEJED!

☉ Ábrázold a számegeyenesen a törtet!

B1 Írj öt olyan számot, amely a számegeyenesen $\frac{1}{3}$ és $\frac{3}{4}$ között van!



B2 Ábrázold számegeyenesen a $\frac{3}{5}$ és az $\frac{5}{3}$ törtet! Oszd 8 egyenlő részre a két tört közti távolságot! Írd a számegeyenes fölé, mely törtnek a helyét jelölik ezek az osztópontok!



☉ Írd az állítások után az **I** (igaz) vagy a **H** (hamis) betűt!



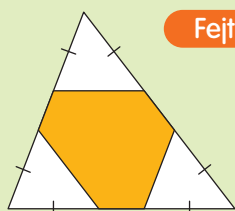
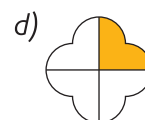
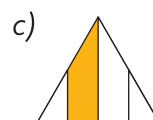
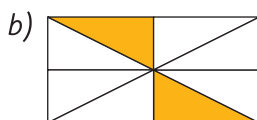
B3 $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{9}{2}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{11}{37}$; $\frac{18}{14}$; $\frac{33}{33}$; $\frac{35}{33}$; $\frac{32}{33}$; $\frac{8}{8}$; $\frac{5}{4}$

Vizsgáld meg az itt felírt törtet, majd a következő állításokról dönts el, hogy igazak vagy hamisak!

- P:** A legnagyobb nevezőjű tört 1-nél nagyobb. ☐
- R:** A legnagyobb számlálójú tört egyenlő 1-gyel. ☐
- S:** A legkisebb nevezőjű tört 1-nél nagyobb. ☐
- T:** Az 1-nél kisebb tört számlálója mindig kisebb, mint a nevezője. ☐
- U:** Az 1-nél nagyobb tört nevezője kisebb, mint a számlálója. ☐

- B4** a) Hány perc egy óra? Hány óra egy perc?
 b) Hány másodperc egy perc? Hány perc egy másodperc?
 c) Hány óra egy nap? Hány nap egy óra? d) Hány hónap egy év? Hány év egy hónap?
 e) Hány nap egy hét? Hány hét egy nap? f) Hétfő, kedd, szerda együtt hány hét?
 g) Hány évvel egyenlő a január és február hónap? (Megközelítő pontossággal.)

B5 A következő síkidomok területének mekkora része a kiszínezett terület?



Fejtörő!

B6 Az ábrán látható háromszög minden oldalát 5 egyenlő részre osztottuk. A háromszög területének mekkora része a kiszínezett terület?

☉ Két-két oldal megfelelő osztópontjait összekötve húzz a harmadik oldallal párhuzamos szakaszokat!

Hány kis háromszögre bontottad így a nagy háromszöget?

B7

A 2; 3; 4; 6 számjegyekből állíts elő két kétjegyű természetes számot úgy, hogy minden számban minden számjegyet csak egyszer használj!

Ezekből alkoss törtet!

Hány különböző **törtalakú** számot tudsz előállítani?

Hány különböző **törtszámot** tudsz előállítani?

Melyik ezek közül a legnagyobb, illetve a legkisebb?

☉ Például a következő számok törtalakú számok, de nem törtszámok:

$$\frac{3}{1}; \frac{6}{2}; \frac{15}{3}; \text{ stb.}$$

B8

Az 1 m élű kockába vizet töltünk. Hány liter víz lesz benne,

- a) ha teletöltjük; b) ha $\frac{1}{2}$ m magasan áll a víz;
 c) ha $\frac{3}{4}$ m magasan áll a víz; d) ha 25 cm magasan áll a víz;
 e) ha $\frac{3}{2}$ dm magasan áll a víz; f) ha $\frac{6}{10}$ m magasan áll a víz;
 g) ha $\frac{3}{100}$ m magasan áll a víz; h) ha $\frac{1}{200}$ m magasan áll a víz?

☉ Készíts rajzot!

☉ Emlékszel?

$$1 \text{ m} = \boxed{} \text{ dm}$$

$$1 \text{ m} = \boxed{} \text{ cm}$$

$$1 \text{ m}^3 = \boxed{} \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ dm}^3 = \boxed{} \text{ liter}$$

B9

Az 1 dm élű kockába vizet töltünk. Hány centiméter magasan áll a víz, ha

$\frac{1}{2}$ liter; $\frac{3}{4}$ liter; 25 centilitert; 800 cm^3 -t; $\frac{3}{2}$ liter; $\frac{1}{200}$ hektolitert
 öntöttünk bele? Készíts rajzot!

☉ Készíts rajzot!

B10

Egy téglalap alakú játszótér hossza 72 m, szélessége 60 m.

$\frac{1}{8}$ részét sétány, $\frac{2}{3}$ -át pázsit, a fennmaradó részt homokozó foglalja el.

Hány négyzetméter a homokozó területe?

Mekkora része a homokozó területe a játszótér területének?

☉ Hogyan számolható ki a téglalap területe?

B11

Írj olyan természetes számokat a keretek helyébe, hogy igaz állításokat kapj!

a) A $\frac{12}{\boxed{}}$ tört értéke egész szám. b) $\frac{\boxed{}}{12} \geq 1$.

c) A $\frac{\boxed{}}{12}$ tört értéke egész szám. d) $\frac{\boxed{}}{12} \leq 1$.

Hány szám tette igazgá az a), a b), a c), illetve a d) nyitott mondatot?

☉ Mindig van az egyenlőtlenségnek megoldása?

B12

Keresd meg az összes olyan természetes számot, amely igazgá teszi az egyenlőtlenséget!

a) $\frac{\boxed{}}{8} < \frac{11}{8}$; b) $\frac{10}{53} > \frac{\boxed{}}{8} > \frac{5}{53}$; c) $\frac{7}{10} < \frac{7}{\boxed{}} < \frac{7}{15}$



Egy dobozban piros és kék golyók vannak. Ha kiveszek két piros golyót a dobozból, akkor a dobozban maradt golyók $\frac{1}{7}$ része lesz piros. Viszont ha két kék golyót veszek ki, akkor a dobozban maradt golyók $\frac{1}{5}$ része lesz piros. Hány golyó van összesen a dobozban?

Fejtörő!

B13 Az AB szakaszt öt egyenlő részre osztottuk. Az osztópontokat C, D, E, F betűvel jelöltük.



- a) Mekkora része az AB szakasznak az AC szakasz; AE szakasz; DE szakasz; CF szakasz; AB szakasz?
- b) Keresd meg a DE szakasszal megegyező hosszúságú összes szakaszt!
- c) Az AB szakasznak mekkora része a CE szakasz kétszerese?
- d) Az AB szakasznak mekkora része az AE szakasz kétszerese?

B14 Egy sorozat első eleme $\frac{1}{3}$. Minden más elem az előtte lévőnél $\frac{1}{2}$ -del több. Határozd meg a sorozat 5. elemét! Mennyi az öt szám összege?

☉ 1 óra = perc

B15 Kirándulni mentünk busszal, és az utazást 3 órára megszakítottuk. A 3 óra $\frac{1}{5}$ részében fociztunk, $\frac{1}{3}$ részében hegyet másztunk. Hány percünk maradt a szalonnasütésre?

B16 15 m hosszú zsinegnek levágtuk a $\frac{2}{5}$ részét, majd a maradék felét. Hány méter zsineg maradt? Mekkora része ez a 15 m-nek?

☉ Emlékszel?

$K =$

b

a

$T =$

B17 Egy téglalap egyik oldala 9 cm, a másik ennek a $\frac{2}{3}$ része. Rajzold meg a téglalapot! Számítsd ki a kerületét (K) és a területét (T)!

B18 Egy téglalap kerülete $\frac{38}{3}$ cm, egyik oldala 5 cm. Mekkora a területe?

B19 Egy téglalap területe $\frac{20}{3}$ dm², egyik oldala 6 dm. Mekkora a kerülete?

B20 Rajzolj olyan téglalapot, amelynek a területe 6 cm²! Vonalkázd be területének a $\frac{3}{4}$ részét! Mekkora a bevonalkázott rész területe?

Rajzolj olyan téglalapot, amelynek a területe $\frac{3}{4}$ cm²!

Hasonlítsd össze a két területet!



Többet ésszel ...

B21 Van 3 db ötliteres edényünk. Az első félig, a második $\frac{1}{3}$ -áig, a harmadik $\frac{1}{4}$ részéig van vízzel. Ha az egyik edénybe öntjük valamennyit, mekkora részéig lesz benne víz? Hány deciliter víz lesz az edényben?

Fejtörő!



Írjuk fel 1-től 20-ig az egész számokat egy-egy kártyára. Állítsuk párba a kártyákat úgy, hogy 10 törtszámot kapjunk, azaz a páros egyik tagja legyen a tört számlálója, a másik a nevezője. **Legfeljebb** hány egész értékű törtet kaphatunk?

B22

A következő törtek közül válaszd ki azokat, amelyeknek az értéke egész szám, a törtszámokról pedig állapítsd meg, melyik két egész szám közé esnek!

$$\frac{5}{60}; \quad \frac{60}{6}; \quad \frac{6}{5}; \quad \frac{17}{4}; \quad \frac{51}{3}; \quad \frac{16}{5}; \quad \frac{91}{7}; \quad \frac{13}{8}; \quad \frac{9}{10}; \quad \frac{91}{13}$$

Az 1-nél nagyobb törtszámokat írd fel egy egész szám és egy 1-nél kisebb pozitív törtszám összegeként!

☉ Így: $1 < \frac{5}{4} < 2$

☉ Így:

$$\frac{5}{4} = \frac{5}{4} + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4}$$

B23

Célszerű sorrendben és csoportosítással hajtsd végre a műveleteket!

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \frac{5}{3} - \frac{2}{6} + \frac{1}{4} - \frac{2}{4} - \frac{6}{3} + \frac{1}{4}$$

B24

Ödömér különböző nevezőjű törteket adott össze, de nem figyelt eléggé, ezért több hibát is elkövetett. Keresd meg ezeket a hibákat! Indokold meg, hogy miért hibás! Ezután végezd el helyesen a műveleteket!

a) $\frac{2}{3} + \frac{2}{5} = \frac{2}{8}$; b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$; c) $\frac{1}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{6}$; d) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{5}$;
e) $2 + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$; f) $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$; g) $\frac{7}{14} - \frac{1}{2} = 0$; h) $\frac{10}{9} - 1 = \frac{9}{9}$

B25

Oldd meg a nyitott mondatokat! Az alaphalmaz: az eddig tanult számok halmaza. Ellenőrizd megoldásod helyességét!

a) $\frac{1}{2} + x = 1$; $\frac{2}{3} + y = 1$; $\frac{3}{5} + z = 1$;
b) $1 - n = \frac{3}{7}$; $1 - y = \frac{4}{9}$; $1 - v = \frac{11}{13}$;
c) $\frac{5}{4} + p = 3$; $\frac{5}{3} - y = 1$; $\frac{4}{7} + q = 7$

☉ Ellenőrzésként írd be a betű helyére a megoldásként kapott törtet, majd végezd el a műveletet!

B26

a) Gerzson gazdának 120 m drótfonatra van szüksége a telke körülkerítéséhez. Első nap elkészítette a kerítés $\frac{3}{5}$ részét. Hány méter drótfonatot kell még kifizetnie, hogy biztonságban tudja a termést?

b) Gerzson gazda 24 dinnyének eladta a harmadát, majd még 12-t. A dinnyék mekkora része maradt meg? Hány dinnyéje maradt?

B27

Almaszedésen 3 brigád dolgozott. Az 1. brigád a kijelölt rész $\frac{1}{4}$ részéről, a 2. brigád a $\frac{3}{40}$ részéről, a 3. brigád a $\frac{2}{5}$ részéről szedte le az almát.

Jelöld a kert térképén, hogy az egyes brigádok mekkora területet szüreteltek le! A kijelölt fák mekkora része maradt szedetlen?



Egy tört számlálójának és nevezőjének összege 8. A tört számlálója és nevezője is 0-nál nagyobb természetes szám. A tört tizedekre bővíthető.

Hány ilyen tulajdonságú tört van? Sorold fel ezeket!

TUDÁSPRÓBA

81

1 Írd le a következő törtet számmal:

hét harmad, kilenc ötöd, tizenhárom tized, hat heted!

Írd le az előbbi sorrendben a számlálókat!

Melyik az előbbi törték közül a legnagyobb?

2 Válaszd ki a törték közül azokat, amelyek az állításoknak megfelelnek!

$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{7}{2}$; $\frac{8}{3}$; $\frac{6}{6}$; $\frac{7}{7}$; $\frac{12}{6}$; $\frac{15}{3}$; $\frac{6}{3}$; $\frac{8}{6}$

A: 1-nél nem nagyobb:

B: 2-nél nem kisebb:

3 Számítsd ki az eredményeket!

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$;

b) $\frac{2}{5} + \frac{1}{10}$;

c) $\frac{1}{5} \cdot 10$;

d) $\frac{5}{6} : 3$

4 Pótold a hiányzó mérőszámokat, mértékegységeket!

$\frac{2}{5}$ m = cm = dm; $\frac{2}{5}$ óra = perc = másodperc;

$\frac{3}{4}$ t = kg = dkg (dag); $\frac{3}{4}$ hl = l = dl

5 A kalózok elássák kincsüket. Tigris Jakab már elásta a kincs $\frac{1}{3}$ részét, Vipera Alfonz az $\frac{1}{4}$ részét, Ördög Tom a $\frac{2}{6}$ részét.

A kincs mekkora részét ásták el eddig? Mekkora része vár még elásásra?

6 Egy hosszú hajókötélnek levágták az $\frac{5}{8}$ részét, majd a levágott hajókötelet 15 egyenlő darabra vágták. Az eredeti hajókötélnek mekkora része lett a fel-darabolással kapott egy-egy darab?

7 Mely 0-nál nagyobb számok írhatók a keret helyébe úgy, hogy az egyenlőség, illetve az egyenlőtlenség igaz legyen?

- $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$;

$\frac{7}{3} - \text{$ > 1

☉ Ha lehet, egyszerűsítsd az eredményt!

☉ Karikázd be a helyes sorrend betűjelét!



Arisztid, Bonifác és Cecília növekvő sorrendbe kívánt rendezni 3-3 törtet. Kinek sikerült ezt hibátlanul végrehajtania?

A: $\frac{3}{2} < \frac{3}{5} < \frac{3}{7}$;

B: $\frac{3}{10} < \frac{15}{10} < \frac{9}{10}$;

C: $\frac{9}{12} < \frac{5}{6} < \frac{4}{3}$

4.

GEOMETRIAI VIZSGÁLATOK, SZERKESZTÉSEK

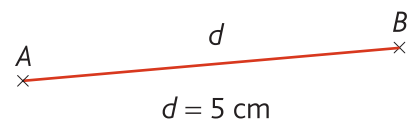


Ebben a fejezetben magasabb szintre emelhetjük geometriai ismereteinket. A szerkesztések végrehajtásával nemcsak a körző és a vonalzó használatát gyakoroljuk, hanem fejlődik a képi problémamegoldó képességünk és a térszemléletünk is. Foglalkozunk a geometria gyakorlati alkalmazásaival is.

> PONTHALMAZOK, A KÖR ÉS A GÖMB

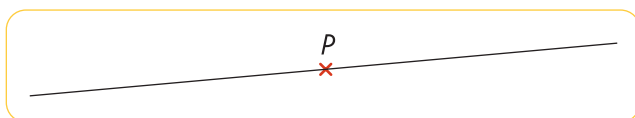
Emlékeztető

Két pont távolsága a két pontot összekötő szakasz hossza.



FELADATOK

- 1 Rajzolj egy egyenest, és jelöld ki rajta egy P pontot! Jelöld ki az egyenesen egy Q pontot is úgy, hogy a P és a Q távolsága 3 cm legyen! Hány megoldás van?



A P és a Q közötti pontokat színezd *pirossal*, a többi pontot *kékkel*! Hogyan nevezzük az egyenes pirossal, illetve kékkel színezett részeit?

- 2 Milyen távol van Magyarország térképén

a) Szeged és Debrecen; b) Szolnok és Nyíregyháza?

Mekkora ezek a távolságok a valóságban?

☉ *Hogyan mérhetők körző segítségével a távolságok?*

- 3 Egy hangya szeretne a boly bejáratához eljutni. Az illatnyomok alapján három út között választhat:

- a) Melyik útvonalon érhet leghamarabb a boly bejáratához?
b) Mekkora távolságra van a hangya a boly bejáratától?



4

- a) Rajzolj a füzetedbe egy pontot! Rakj sárgaborsószemeket az adott ponttól 3 cm távolságra!

Sejtésed szerint hol helyezkednek el ezek a borsószemek?

- b) Rakj borsószemeket a füzetlapra úgy, hogy az adott ponttól legfeljebb 3 cm távolságra legyenek! Hol helyezkednek el ezek a borsószemek?
c) Rajzolj a füzetedbe egy pontot! Jelöld P -vel! Rajzolj olyan pontokat, amelyek 3 cm távolságra vannak a P -től! Hány ilyen pont van?

Kísérletezz!

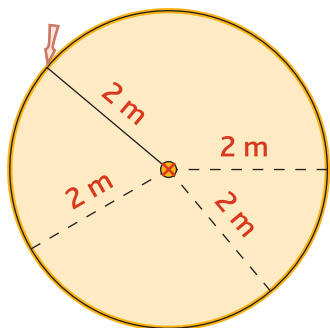
☉ *A b) feladatban helyükön maradhatnak-e az a) feladatban lerakott borsószemek?*

☉ *Hogyan rajzolható meg az összes ilyen pont?*

1. példa

Egy táborban egy zászlórúd körül kör alakú virágágyást szeretnénk kialakítani, amelynek az átmérője 4 m. Hogyan jelöljük ki a virágágyás határát, ha csak egy gombolyag zsineg, ásó, kalapács és néhány cövek áll rendelkezésünkre?

Legfeljebb mekkora távolságra lehetnek a virágok a zászlórúd középpontjától?



A zászlórúd „töve” legyen a kör alakú virágágyás **középpontja**.

A virágágyást határoló vonal pontjai minden irányban 2 m távolságra vannak a középponttól.

Kössük a zsineg egyik végét lazán a zászlórúd tövére úgy, hogy elfordulhasson. A zsineget 2 m hosszúra hagyva kössünk a másik végére egy cövet, amellyel megrajzolható a határoló vonal.

Egy **körvonal** lesz a virágágyás határoló vonala. Legfeljebb 2 m távolságra lehetnek a virágok a zászlórúd középpontjától.

☉ A mindennapi szóhasználatban a „kör” szónak két jelentése van: **körvonalat és körlapot egyaránt jelenthet, ha nem okoz félreértést.**

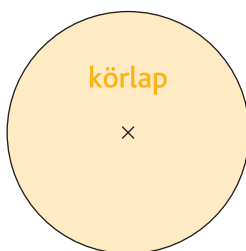
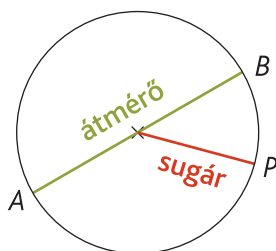
Elnevezések

A **körvonal** azoknak a síkbeli pontoknak a halmaza, amelyek a sík egy pontjától (a kör középpontjától) **adott (nem nulla) távolságra vannak.**

Azt a szakaszt, amely a kör **középpontját** a körvonal tetszőleges P pontjával köti össze, a kör **sugarának** nevezzük.

Azt a szakaszt, amely a kör középpontján áthaladva a kör két áttelletes pontját köti össze, a kör **átmérőjének** nevezzük.

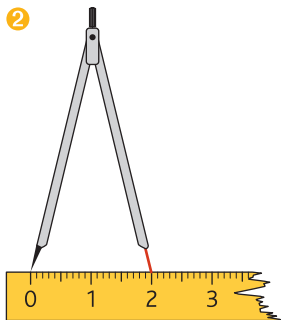
Az A pont és a B pont a kör két áttelletes pontja.



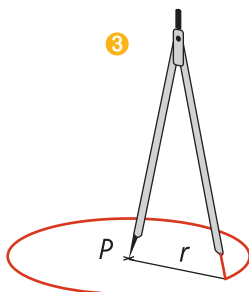
A **körlap** azoknak a síkbeli pontoknak a halmaza, amelyek a sík egy pontjától, a körlap középpontjától egy adott (nullától különböző) távolságnál nem nagyobb távolságra vannak.

1 $P \times$

2



3



A KÖR SZERKESZTÉSÉNEK LÉPÉSEI

- 1 Kijelöljük a kör középpontját.
- 2 Körzőnyílásba vesszük a kör sugarának hosszát.
- 3 Megszerkesztjük a körvonalat.

FELADATOK

5

- a) Szerkeszd meg azokat a pontokat, amelyek egy adott R ponttól 4 cm távolságra vannak!

Színezd *pirossal* azoknak a pontoknak a halmazát, amelyeknek az R ponttól mért távolsága nem nagyobb, mint 4 cm!

- b) Rajzolj egy O középpontú, 4 cm sugarú kört!

Színezd *pirossal* a kör belsejében levő pontok közül azokat, amelyeknek O -tól mért távolsága 3 cm-nél nem kisebb,

kékkel azokat, amelyeknek O -tól mért távolsága 1 cm-nél nem nagyobb!

A többi pontot ne színezd!

Milyen tulajdonságúak a be nem színezett pontok?

6

- Fogalmazd meg, hogy milyen tulajdonságokkal rendelkeznek a következő pontok!

- A P középpontú, 4 cm sugarú körvonal pontjai.
- A P középpontú, 4 cm sugarú körlap pontjai a határoló körvonal pontjaival együtt.
- A P középpontú, 4 cm sugarú körlap pontjai a határoló körvonal pontjai nélkül.
- A síknak azok a pontjai, amelyeket a P középpontú, 4 cm sugarú körlap és a határoló körvonal elhagyásával kapunk.

Gyakorló

8.74–8.80.;

Feladatgyűjtemény

6.2.09–10., 6.2.20.

7

- Rajzolj a füzetedbe egy P pontot és a P pont köré egy 3 cm sugarú kört!

- Helyezz el borsószemeket a körvonalról 1 cm távolságra!
- Rajzolj pontokat a körvonalról 1 cm távolságra!
- Rajzolj pontokat a körlaptól 1 cm távolságra!

Kísérletezz!

☉ **Miben különbözhethet a b) és a c) feladat megoldása?**

8

- Rajzolj egy a) 2 cm sugarú; b) 3 cm sugarú; c) 4 cm sugarú kört!

Szerkeszd meg a körvonalról 3 cm távolságra levő pontok halmazát!

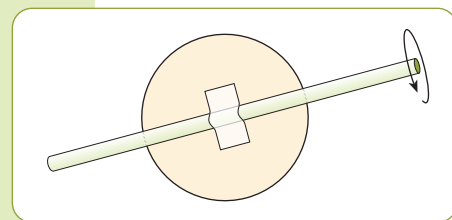
☉ **Miben különbözhethet a három eset?**

9

- Vágj ki kartonpapírból egy 5 cm sugarú körlapot!

Ragassz rá szívószálat úgy, ahogy az ábra mutatja, és forgasd meg!

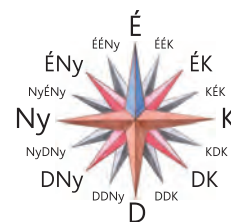
- Milyen testet söpör végig a körlap?
- Milyen felületet söpör végig a körlap határoló körvonal?
- Milyen távol vannak ennek a felületnek a pontjai a középponttól?

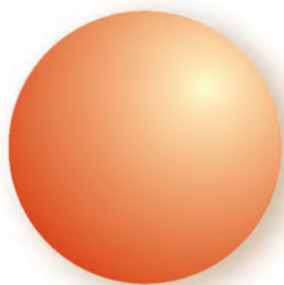


10

- Készíts térképet! Ami a valóságban 5 km, az a térképen legyen 1 cm.

- A tengeren van egy kis sziget, jelölje az S pont. Hol tartózkodhat az a hajó, amely a szigettől legalább 15 km-re, legfeljebb 20 km-re van?
- Hol lehet a hajó, ha azt is tudjuk, hogy a szigettől keletre helyezkedik el?





Elnevezések

A **gömbfelület** azoknak a pontoknak a halmaza a térben, amelyek egy ponttól (a gömb középpontjától) **adott (nem nulla) távolságra** vannak.

A **gömbtest** azoknak a pontoknak a halmaza a térben, amelyek egy ponttól (a gömb középpontjától) **egy adott (nullától különböző) távolságnál nem nagyobb távolságra** vannak.

➤ HÁROMSZÖG SZERKESZTÉSE

☉ Az általános iskolában használhatjuk a derékszögű vonalzót is a geometriai szerkesztésekhez.

☉ A matematikus nevét eredetileg görög betűkkel írták (Ευκλειδης). Régebben ezt Euklidész alakban írták át a magyar nyelvű könyvekben, sokan ma is ezt a formát használják. A szerkesztési módot egyszerűen, mindig a hagyományos alakban írjuk.

A geometria tudománya az ókori görög matematikusok munkásságával jött létre mintegy 2600–1800 évvel ezelőtt. Ők jöttek rá arra, hogy a geometriában nem elég meglátni az összefüggéseket, azokat logikai úton bizonyítanunk is kell. **Eukleidész** dolgozta ki az **euklideszi szerkesztés** szabályait. A szerkesztésekhez csak **egyélű vonalzót** (bármilyen vonalzó egy élét) és **körzőt** használt.

1. példa

Egy parkban egy kút és egy emlékmű áll. Egy kertész két utasítást kapott:

I. A tulipánokat ültesse el az emlékműtől 3 m távolságra.

II. A piros virágokat a kúttól 2 m távolságra ültesse el.

Hová ültesse a kertész a piros tulipánt, ha a kút és az emlékmű távolsága

a) 4 m;

b) 6 m;

c) 5 m?

a Készítsük el a tervrajzot úgy, hogy 1 cm jelentsen a valóságban 1 m-t!

➊ Értelmezd a feladatot!

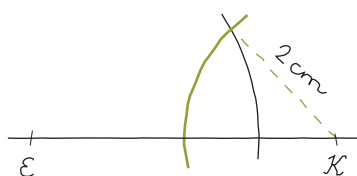
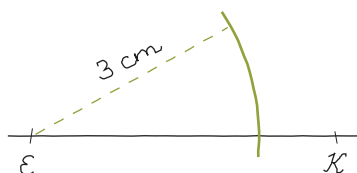
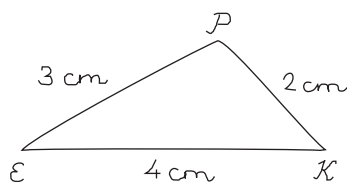
Próbáljuk lerajzolni, mint ha már megszerkesztettük volna a tervrajzot. Vezessünk be jelöléseket. Például az E , K , P nagybetűkkel jelöljük a rajzon az emlékműnek, a kútnak, illetve a piros tulipánnak a helyét.

A tervrajz egy olyan háromszög, amelynek csúcsai: E , K , P , oldalai: 3 cm, 2 cm, 4 cm.

➋ Keress összefüggést az adatok között!

A P pont 3 cm távolságra van az E ponttól, tehát rajta van azon a körvonalon, amelynek a középpontja az E pont, és a sugara 3 cm hosszú.

A P pont 2 cm távolságra van a K ponttól, tehát rajta van azon a körvonalon is, amelynek a középpontja K , és a sugara 2 cm, ezért a P pont a két körvonal metszéspontja.



3 Készíts tervet!

- ① Megrajzoljuk az EK szakaszt, $EK = 4$ cm.
- ② Az E pont körül 3 cm-es sugárral körívet húzunk.
- ③ A K pont körül 2 cm-es sugárral körívet húzunk.
- ④ A P pont a két körvonal metszéspontja.

Írjuk rá a vázlatra a szerkesztés lépéseit!

4 A terv alapján végezd el a szerkesztést!

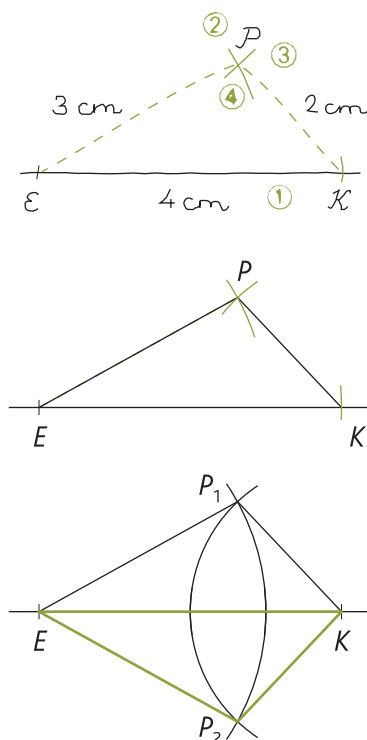
5 Bizonyítsd szerkesztésed helyességét!

A P valóban a piros tulipán helye, mert mindkét feltételnek eleget tesz ez a pont.

6 Mi mondható még el a feladatról?

A két körvonal két pontban metszi egymást, ezért a piros tulipán helyét az EK szakasz másik oldalán is megszerkeszthetjük (P_1 és P_2).

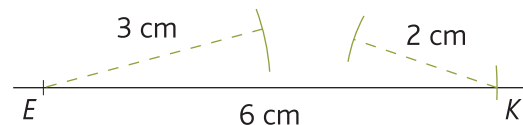
A létrejött két háromszög egymásra hajtva fedi egymást, ezért a két háromszög egybevágó.



b $3 \text{ cm} + 2 \text{ cm} < 6 \text{ cm}$

Ezért a két körvonal nem metszi egymást.

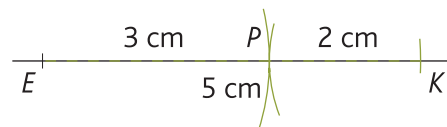
A P pont nem szerkeszthető meg.



c $3 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$

A két körvonal érinti egymást.

Csak egy P pont van, azaz a három pont egy egyenesbe esik.



Hányféle helyzetben **érintheti** egymást három kör, amelyek sugara 1 cm, 2 cm és 3 cm hosszú? Mindegyik kör legalább egy másikat érintsen. Próbáld lerajzolni az összes lényegében különböző helyzetet!

● Például



Labdajátékhoz egy ötödik osztály tanulói névsor szerint egy körvonalra álltak úgy, hogy a szomszédok egyenlő távolságra voltak egymástól. (A névsor szerinti első és utolsó tanuló természetesen egymás mellé került.) A felállítás úgy sikerült, hogy a körvonal két átellenes pontján, a körvonal átmérőjének két végpontján állt egy-egy tanuló. Például a névsorban a 8. helyet elfoglaló Ábellel átellenben a névsor 22. helyén szereplő Virág állt. Az osztály minden tanulója részt vett a játékban.

Hány tanuló járt ebbe az 5. osztályba?

Többet ésszel ...



Összegzés

Három oldalával adott háromszög szerkesztése:

- ① Felmérjük az a szakaszt. Két végpontja: B , C .
- ② A B pont körül c sugárral körívet húzunk.
- ③ A C pont körül b sugárral körívet húzunk.
- ④ Az A csúcspon a két körvonal metszéspontja.

Összekötjük az A pontot a B és a C ponttal.

A **háromszög-egyenlőtlenség**:

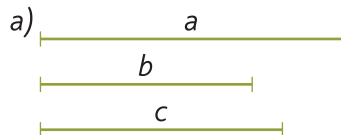
A háromszög bármelyik oldala kisebb, mint a másik két oldal összege.

FELADATOK

11 Szerkeszd meg a háromszöget, és határozd meg a kerületét!

- a) $a = 2$ cm, $b = 4$ cm, $c = 4$ cm; b) $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 5$ cm;
 c) $a = 4$ cm, $b = 4$ cm, $c = 4$ cm; d) $a = 24$ mm, $b = 42$ mm, $c = 48$ mm;
 e) $a = 7$ cm, $b = 3$ cm, $c = 4$ cm; f) $a = 2$ dm, $b = 4$ cm, $c = 5$ mm

12 Szerkessz háromszöget, ha oldalai:



Gyakorló
 8.82–8.88.;
 Feladatgyűjtemény
 6.4.27.

☉ **Bontsd két utasításra ezt az utasítást!**

☉ **Színezd ki ezt a halmazt!**

SZAKASZFELEZŐ MERŐLEGES

FELADAT

13 Rajzolj egymástól 6 cm távolságra két pontot! (Alul, felül maradjon hely!) Jelöld A -val, illetve B -vel!

- a) Rakj a füzetlapra borsószemeket úgy, hogy egyenlő távolságra legyenek az A -tól és a B -től!
- b) Szerkessz P pontot úgy, hogy az A -tól és a B -től is 5 cm távolságra legyen! Hány olyan pontot találtál, amely az A -tól és a B -től is 5 cm távolságra van?
- c) Szerkessz pontokat úgy, hogy az A -tól és a B -től egyenlő távolságra, például 40 mm-re; 45 mm-re; 30 mm-re legyenek!

Mi a sejtésed, mi azoknak a pontoknak a halmaza, amelyek egyenlő távolságra vannak az A -tól és a B -től?



Ami a valóságban 10 m, az a térképen 1 cm legyen.

Egy 30 m széles egyenes csatornában egy kajakos evez úgy, hogy a két parttól mindig egyenlő távolságra legyen. Rajzold le a csatorna „térképét” és benne a kajakos útvonalát!

1. példa

A Mars bolygó egyik síkságára egymástól 3 km távolságra két adóállomást telepítettek. Jelöljük ezeket A -val és B -vel. A bolygó felszínét kutató járművet úgy programozták, hogy mindig egyenlő távolságra legyen a két adóállomástól.

Szerkesszük meg a marsjáró útvonalát.

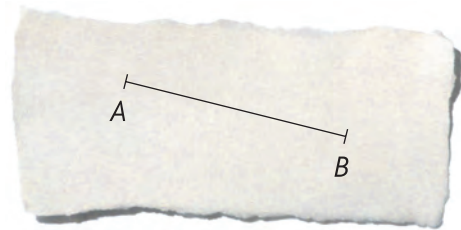


1. Értelmezzük a feladatot

Rajzoljunk áttetsző papírra „térképet.”

Ami a térképen 1 cm, az a valóságban 1 km.

A két adóállomás helyét jelöljük egy-egy ponttal.

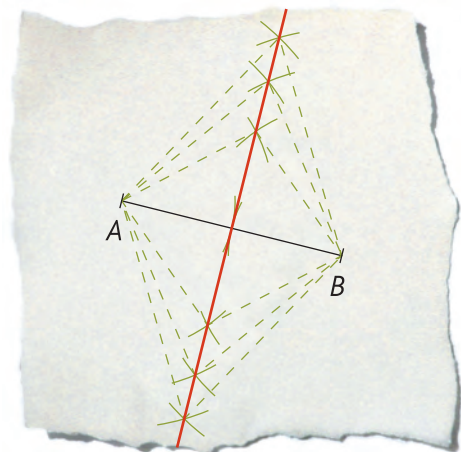


2. Keressük az összefüggéseket

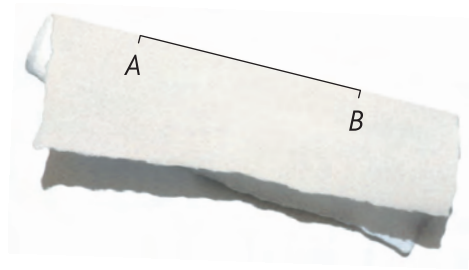
Próbaképpen szerkesszünk a térképen olyan pontokat, amelyek az A és a B ponttól is 3 cm; 2 és fél cm; 2 cm; 1 és fél cm távolságra vannak.

Alkalmazhatjuk a **háromszögek szerkesztésénél tanult eljárást**.

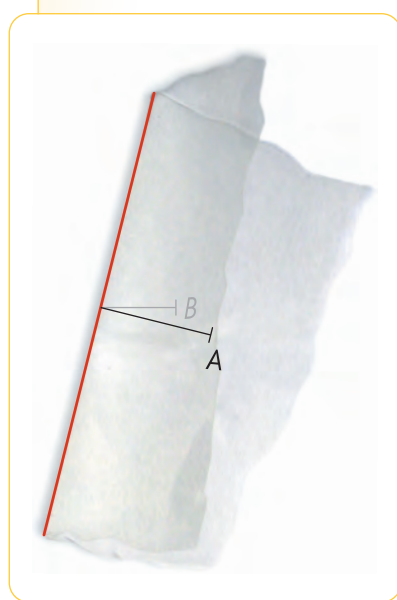
Az a sejtésünk, hogy az adott tulajdonságú pontok egy olyan egyenesre illeszkednek, amely merőlegesen felezi az AB szakaszt.



Hajtsuk össze a lapot az AB szakasz mentén.



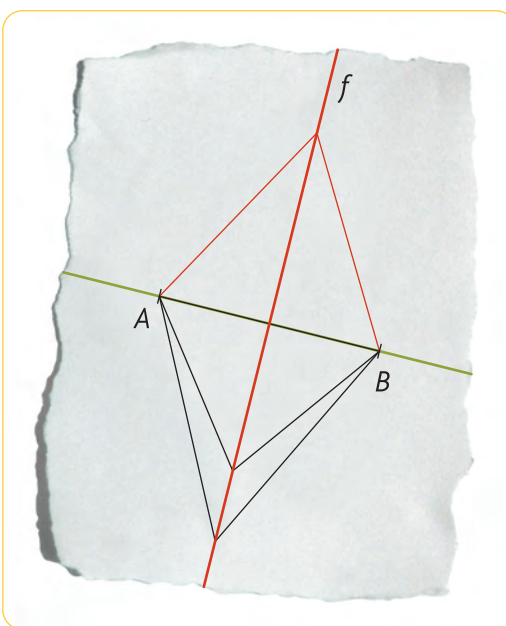
Hajtsuk össze a lapot most úgy, hogy az A pont és a B pont fedje egymást.

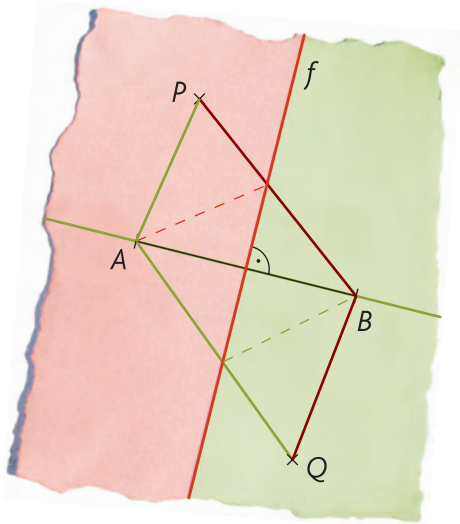


A két hajtásél négy egybevágó részre osztja a síkot. A második (f) hajtásél **merőlegesen felezi** az AB szakaszt.

Az AB szakaszt merőlegesen felező f hajtásél tetszőleges pontját kössük össze az A , illetve a B ponttal.

A lapot f mentén kettéhajtva látható, hogy az összekötő szakaszok fedik egymást, tehát a hajtásél pontjai egyenlő távolságra vannak az A és a B ponttól.





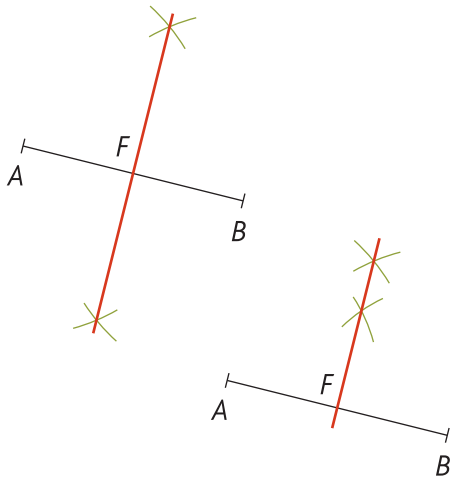
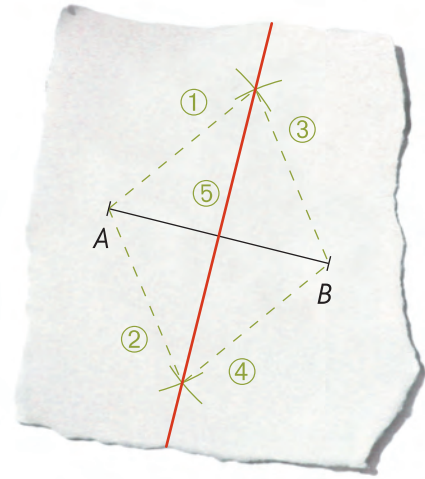
Színezzük rózsaszínűre azt a síkrészt, amelyik az A pontot tartalmazza, zöldre azt a síkrészt, amelyben a B pont van.

A lap kettéhajtásával belátható az is, hogy ha a rózsaszínűre színezett síkrészből választunk egy P pontot, akkor az közelebb van az A ponthoz, mint a B -hez: $AP < BP$

Ha a zöldre színezett síkrészből választunk egy Q pontot, akkor az közelebb van a B ponthoz, mint az A -hoz: $BQ < AQ$

3 Készítsünk tervet

Mivel az egyenest két pontja meghatározza, elegendő két olyan pontot megszerkesztenünk, amely az A ponttól és a B ponttól egyenlő távolságra van.



4 A terv alapján végezzük el a szerkesztést

5 Bizonyítás

A szerkesztés helyességét az összefüggések keresése során bizonyítottuk.

6 Mi mondható még el a feladatról?

Ezzel a módszerrel az AB szakasz **felezőpontját** is megszerkeszthetjük.

Tanuld meg!

Az A és a B ponttól egyenlő távolságra lévő pontok halmaza a síkban az AB szakasz felezőmerőlegese.

© A tapasztaltak hogyan alkalmazhatók szerkesztési feladatokban?



Vágj le egy papírlap széléről egy körülbelül fél centiméter széles csíkot!

Hajtogatással jelöld meg az $\frac{1}{2}$ részét; az $\frac{1}{4}$ részét; az $\frac{1}{8}$ részét;
a $\frac{3}{8}$ részét; a $\frac{7}{8}$ részét!

2. példa

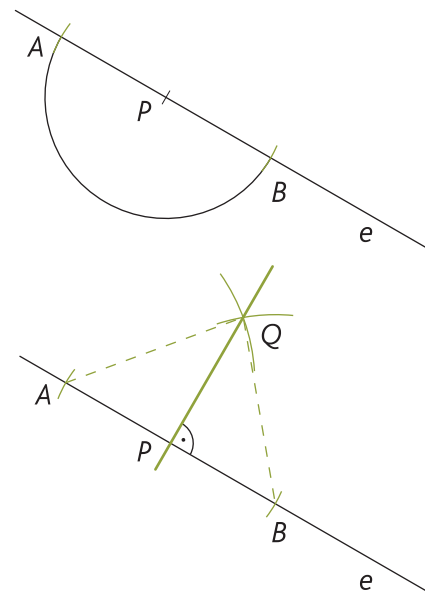
Szerkesszünk adott e egyenesre merőlegest az egyenes P pontjában!

A derékszögű vonalzó most nem használhatjuk.

Alkalmazhatjuk a körvonalról, illetve a szakasz felezőmerőlegeséről tanultakat:

Rajzoljunk P középpontú körvonalat, amely az e egyenest az A és a B pontban metszi. A körvonal pontjai egyenlő távolságra vannak a P -től, ezért a P egyenlő távolságra van az A -tól és a B -től, vagyis rajta van az AB szakasz felezőmerőlegesén.

Elegendő a felezőmerőlegesnek még egy (Q) pontját megszerkeszteni. A P és a Q pontot összekötve kapjuk az e egyenesre P -ben emelt merőleges egyenest.



FELADATOK

14 Melyik állítás igaz, melyik hamis? A sík pontjai alkotják az alaphalmazt.

K: Ha a P pont egyenlő távol van az A és a B ponttól, akkor rajta van az AB szakasz felezőmerőlegesén.

L: Ha a P pont rajta van az AB szakasz felezőmerőlegesén, akkor egyenlő távol van az A -tól és a B -től.

15 Rajzolj egy 9 cm hosszú szakaszt! Szerkeszd meg

az $\frac{1}{2}$ részét; az $\frac{1}{4}$ részét; az $\frac{1}{8}$ részét; a $\frac{3}{8}$ részét; a $\frac{7}{8}$ részét!

☉ Segíthet az előző oldal alján lévő feladat!

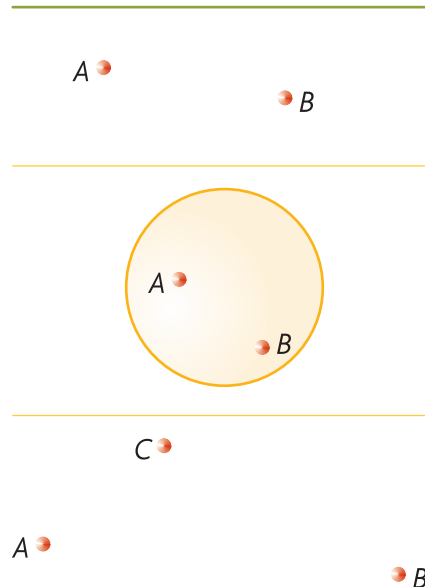
16

a) A marsjáró továbbra is úgy mozog, hogy mindig egyenlő távol van a két (A és B) adóállomástól. Az adóállomásoktól nem messze egy egyenes sziklapárkány húzódik. Szerkeszd meg, hogy hol érheti el a sziklapárkányt a jármű!

b) A marsjáró most egy kör alakú kráterből halad kifelé. Hol érheti el a szélét?

c) Egy következő Mars-expedíció során egy újabb adóállomást telepítettek (C), és most már két kutatójárművet irányítanak az adók. Az 1. jármű mindig egyenlő távolságra halad az A és a B állomástól. Rajzold le *kékkel* az 1. jármű útját! A 2. jármű mindig egyenlő távol van a B és a C állomástól. Rajzold le *pirossal* a 2. jármű útját!

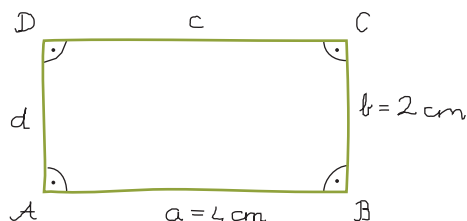
Hogyan helyezkedik el a három adóállomás, ha összeütközhet, illetve ha nem ütközhet össze a két jármű? Milyen tulajdonságú az ütközési pont?



TÉGLALAP SZERKESZTÉSE

1. példa

Szerkesszünk olyan téglalapot, amelynek két szomszédos oldala 4 cm, illetve 2 cm hosszú!



1 Értsd meg a feladatot!

Rajzolj vázlatot (próbáld lerajzolni a téglalapot, mint ha már megszerkesztetted volna)!

Vezess be jelöléseket!

2 Keresd összefüggést az adatok között!

A téglalap két-két szemközti oldala egyenlő hosszúságú:

$$a = c = 4 \text{ cm}; \quad b = d = 2 \text{ cm}$$

A téglalap két-két szemközti oldala párhuzamos:

$$a \parallel c; \quad b \parallel d$$

A téglalap szomszédos oldalai merőlegesek egymásra:

$$a \perp b; \quad b \perp c; \quad c \perp d; \quad d \perp a$$

3 Készíts tervet!

Írd rá a vázlatodra a szerkesztés lépéseit!

① Megszerkesztjük (körző segítségével) a 4 cm hosszú AB szakaszt, ez a téglalap a oldala.

② Az a oldal egyenesére merőlegest húzunk az A pontból, majd erre rámérjük a 2 cm hosszú AD szakaszt. Ezzel megszerkesztjük a d oldalt; $d \perp a$.

③ A D ponton át párhuzamos egyenest húzunk az a oldal egyenesével, ez a c oldal egyenese; $a \parallel c$ és $d \perp c$.

④ A c oldal egyenesére rámérjük a 4 cm hosszú DC szakaszt, megkapjuk a c oldalt és a C csücsöt.

⑤ Összekötjük a B és a C pontot, ez a b oldal.

4 Végezd el a szerkesztést!

5 Igazold szerkesztésed helyességét!

Úgy szerkesztettük, hogy a következő összefüggések teljesüljenek:

$$a = c = 4 \text{ cm}; \quad d = 2 \text{ cm}; \quad a \parallel c; \quad d \perp a, \text{ valamint } d \perp c$$

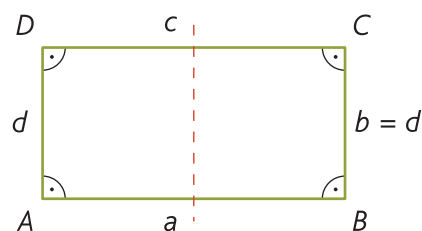
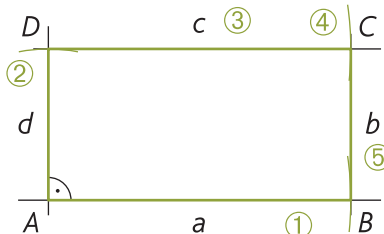
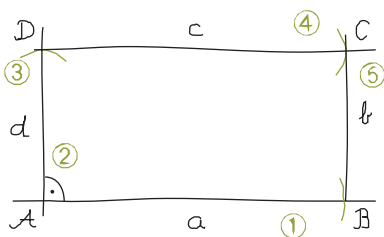
Ha az AB oldal, illetve DC oldal felezőpontjánál „összehajtogatjuk” a téglalapot, akkor a B csúcs az A csúcsra, a C csúcs a D csúcsra kerül, vagyis a b és a d oldal fedésbe hozható egymással. Ezért:

$$b = d = 2 \text{ cm}; \quad a \perp b; \quad b \perp c \text{ és } b \parallel d$$

Valóban téglalapot kaptunk.

6 Mi mondható még el a feladatról?

Más megoldási terveket is készíthetünk, de a kapott téglalapok egybevágók lesznek.



FELADATOK

B1

Szerkeszd meg a téglalapot, majd határozd meg a kerületét és a területét, a téglalap szomszédos oldalainak hosszúsága:

- a) $a = 3 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$; b) $a = 54 \text{ mm}$, $b = 26 \text{ mm}$;
c) $a = 4 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$; d) $a = 47 \text{ mm}$, $b = 3 \text{ cm } 4 \text{ mm}$!

B2

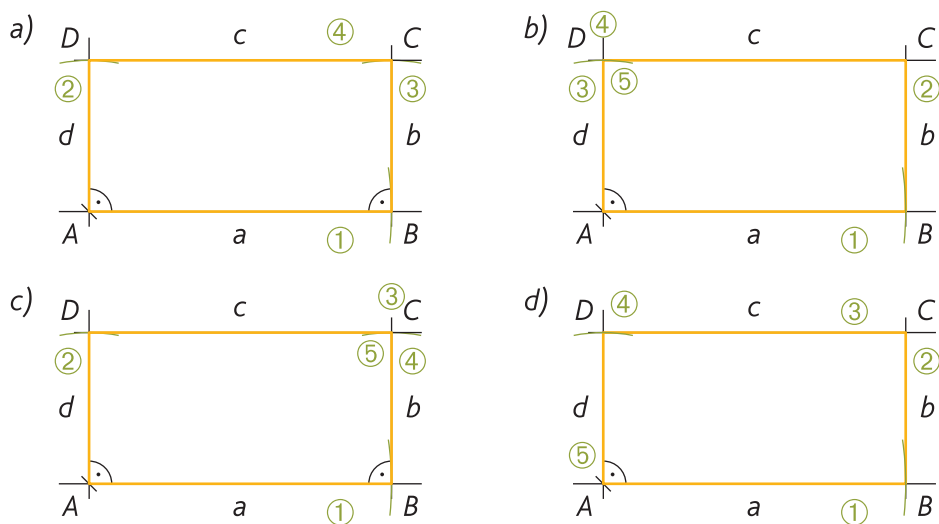
a) Szerkessz négyzetet, amelynek a kerülete 16 cm !

b) Szerkessz téglalapot, amelynek két szomszédos oldala közül az egyik 2 cm -rel hosszabb, mint a másik, és a kerülete 16 cm !

B3

Különböző rajzos terveket adtunk meg a téglalap megszerkesztésére.

$a = 4 \text{ cm}$, $b = 2 \text{ cm}$. Szerkeszd meg a téglalapot az adott tervek alapján!



☉ *Próbáld meg csak körzővel és a vonalzó egy élével végrehajtani a szerkesztéseket! Ha nem sikerül, akkor derékszögű vonalzót is használhatsz.*

☉ *Ha jól megfigyeled a lépések sorrendjét, akkor meg tudod szólni is fogalmazni a szerkesztés menetét.*



a) Húzz egy körülbelül (de ne „pontosan”) 13 cm hosszúságú szakaszt! Szerkessz olyan négyzetet, amelynek a kerülete pontosan akkora, mint a felvett szakasz hosszúsága. A szakasz hosszát nem mérheted meg!

b) Húzz egy körülbelül (de ne „pontosan”) 17 cm hosszúságú szakaszt! Szerkessz olyan téglalapot, amelynek a kerülete pontosan akkora, mint a felvett szakasz hosszúsága, és szomszédos oldalai közül az egyik 3-szor akkora, mint a másik. A szakasz hosszúságát nem mérheted meg!

c) Szerkessz olyan négyzetet, amelynek az oldala pontosan ekkora: Szerkessz olyan négyzetet is, amely oldalának hosszúsága $\frac{5}{4}$ része az adott szakasz hosszának! (Szerkesztéssel határozd meg az oldal hosszát!) Számítsd ki mindkét négyzet területét (most mérd meg az oldalak hosszát!)

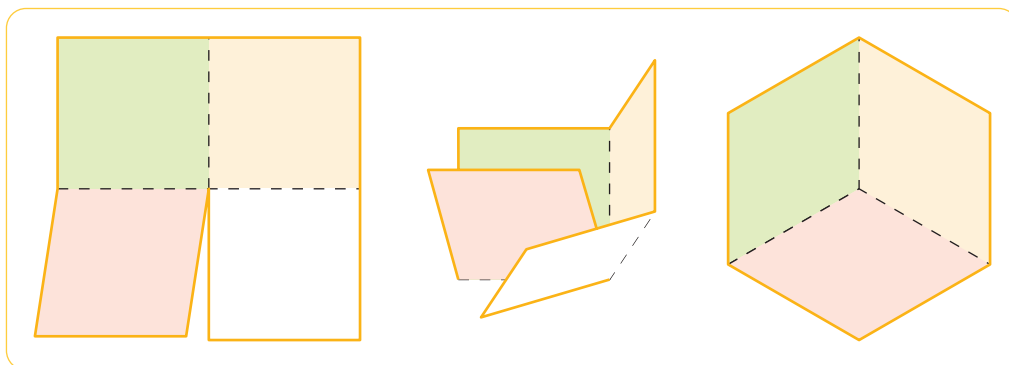
Fejezd ki tovább nem egyszerűsíthető törtalakban, hogy a második négyzet területe mekkora része az első négyzet területének!

☉ *Hány részre kell osztani a kerületet?*

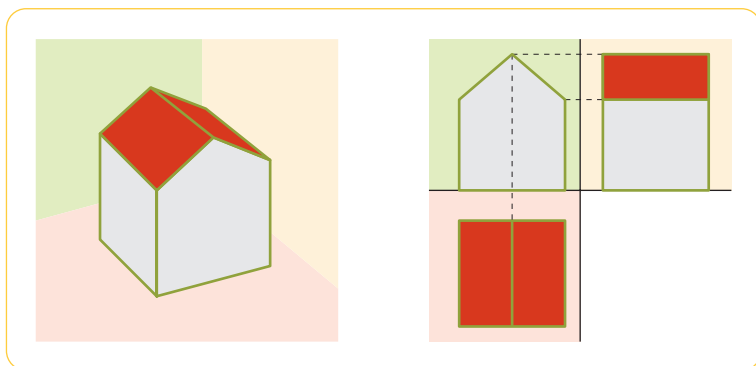
☉ *Ha pontosan szerkesztesz, akkor fontos összefüggést fedezhetsz fel!*



TESTEK ÁBRÁZOLÁSA



Készítsük el rajzlapból az ábrán látható „sarkot”. Vágjuk ki, hajtsuk fel a szaggatott vonalak mentén, és a találkozó lapokat gemkapoccsal fogjuk össze.



Helyezzük el egy kis ház modelljét az így elkészített „eszközben”.

Figyeljük meg és rajzoljuk le, hogy milyen síkidomnak látszik a test **felülről**, **elölről**, illetve **oldalról** nézve.

Olyan rajzot készítünk, mint ha a „sark” lapjaira, a **képsíkokra** rajzoltuk volna le a különböző nézeteket, és azután kiterítettük volna ezt az „eszközt”.

FELADATOK

Kísérletezz!

• Például:



B4

a) Gyűjts össze különböző testeket!

Helyezd el ezeket (egyenként) a fenti „eszközben”!

Rajzold le a **felülnézetüket**, az **előlnézetüket** és az **oldalnézetüket**!

b) Ragassz össze csöppnyi gyurmával két-három színesrudat!

Helyezd el ezt is a fenti „eszközben”!

Rajzold le a felülnézetét, az előlnézetét, az oldalnézetét a „sark” segítségével!

B5

Végy a kezvedbe egy téglatest alakú dobozt (például üres orvosságdobozt)! Mérd meg az éleit!

a) Rajzold meg az előlnézetét, felülnézetét, oldalnézetét!

b) Rajzold meg a téglatest hálóját! Hasonlítsd össze a test hálóját az előlnézettel, felülnézettel, oldalnézetével!

c) Számítsd ki a téglatest térfogatát és a felszínét!



A felsorolt testek közül melyek azok, amelyek valamerről nézve körnek látszanak; *téglalapnak* látszanak?

labda
tojás

kihagyozetlen színes ceruza
pénzérme

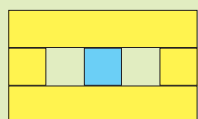
gyufásdoboz
fagylalttölcsér

B6

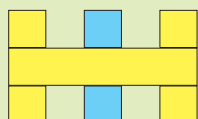
Megrajzoltuk különböző testek felül-, elől-, oldalnézetét.

Készítsd el ezeket a testeket színesrudakból!

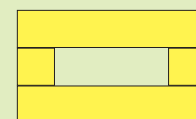
a) Előlnézet



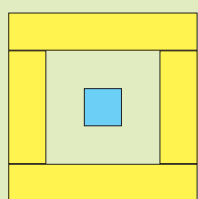
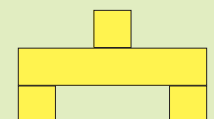
Oldalnézet



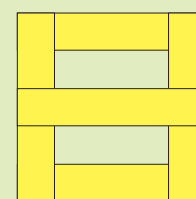
b) Előlnézet



Oldalnézet



Felülnézet



Felülnézet

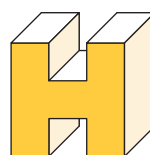
B7

3 cm élű kockákból kivágtunk néhány 1 cm^3 térfogatú kis kockát. Hányat?

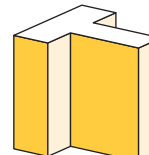
Így kaptuk az ábrán látható testeket. Számítsd ki a térfogatukat!

Rajzold meg az előlnézetüket, felülnézetüket, oldalnézetüket!

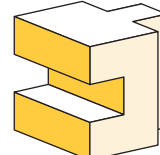
a)



b)



c)



B8

Ha az ábra kockájára rajzolt vastag piros vonalat a kocka lapjaira merőlegesen vetítjük, a mellékelt három vetületet kapjuk.

Vagyis ha a kockát üvegből képzeled, ezeket láthatod előlről, felülről, illetve oldalról.

Megadjuk két esetben a vetületeket. Rajzold rá a kockára a folytonos vastag vonalakat!

© Ez a szép feladat is Andrásfai Béla Versenymatek gyerekeknek című könyvében található.

Gyakorló

8.100–8.102.;

Feladatgyűjtemény

6.5.07–08.



a)



b)

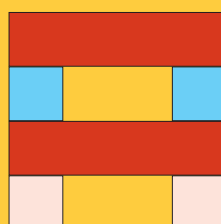


Ödömér egy „építmény” nézeteit így rajzolta meg. Melyik nézet rajza helyes, melyiké hibás? Mutasd meg Ödömérnek, hogy hol hibázott!

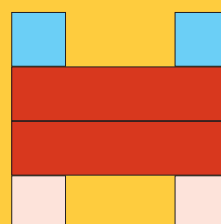
Javítsd a hibát!



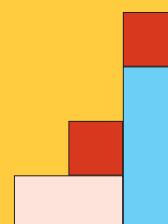
Előlnézet:



Felülnézet:



Oldalnézet:



A SZÖGTARTOMÁNY

1. példa

© Rajzold meg a bal szem látómezejét is!

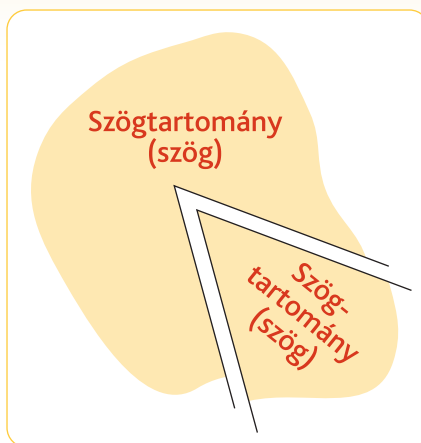
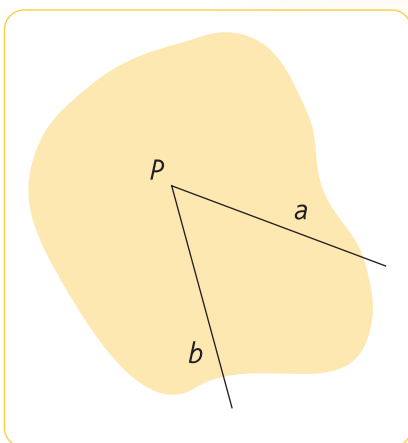
Az állatoknál különösen fontos, mekkora területet fog be a szemük, azaz mekkora a látómezejük. A rajzon a szavannán élő gazella és gepárd egy-egy szemének látómezejét láthatjuk.



A fej elmozdítása nélkül melyik állat tekintheti át a síkság nagyobb hányadát?

A gepárd ragadozó állat. Szemét a prédaállatra szegezi, ezért nem kell, hogy szemei a síkság nagy hányadát fogják át.

A gazella prédaállat. Akkor tud megmenekülni a ragadozók elől, ha szemei egy pillantásával a síkság minél nagyobb részét mérheti fel.

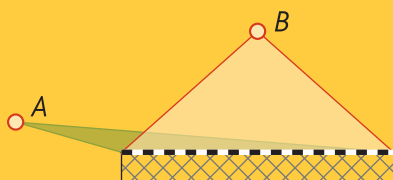


Az első ábra a síkot szemlélteti, ezért képzeljük el, hogy minden irányban végtelen. Vegyünk fel rajta egy P pontot, és húzzunk ebből a pontból kiindulva két félegyeneset. Jelöljük ezeket a -val, illetve b -vel.

Vágjuk el a síkot a félegyenesek mentén. (Lásd a második ábrát.) Hány részre esik szét így a sík?

Tanuld meg!

Az egy pontból kiinduló két félegyenes a síkot két **szögtartományra**, röviden **szögre** bontja. Az a pont (az ábrán P), amelyből a két félegyenes kiindul, a **szög csúcsa**. A szöget határoló két félegyenes (az ábrán a és b) a **szög két szára**.



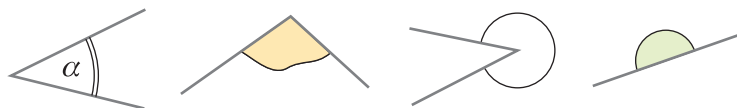
Kézilabdakapuban állsz. Az A vagy a B helyről érkező dobást tudod könnyebben védeni, ha a két pont ugyanakkora távolságra van a kaputól?

Miért?

Jelölések

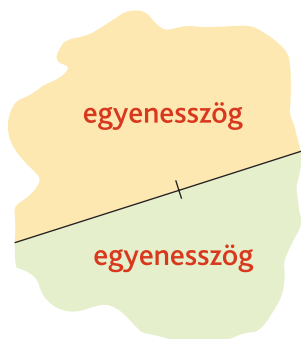
A szögeket a görög ábécé betűivel szoktuk jelezni. **Tanuljunk meg néhány görög betűt.**

α = alfa; β = béta; γ = gamma; δ = delta;
 ε = epszilon; φ = fi; π = pi; ω = ómega

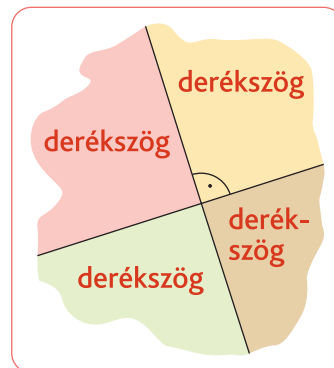


Elnevezések

Ha a szög két szára egy egyenest alkot, akkor e két félegyenes által meghatározott félsíkok is szögtartományok. Ezeket a szögeket **egyenesszögnek** nevezzük.



Ha két egyenes merőleges egymásra, akkor a síkot négy egybevágó részre, síknegyedre darabolja. Az így keletkezett szögeket **derékszögnek** nevezzük, és a $\perp$ jellel jelöljük.



A két egyenesszög (négy derékszög) együtt lefedi a teljes síkot, **teljesszöget** alkot.

17

Papírlapból kitépett idommal szemléltetjük a síkot.

- Hajtsd ketté a papírlapot, majd vágd szét a hajtásél mentén! Hogyan nevezzük a keletkezett szögtartományokat?
- Hajtsd ketté az a) feladatban létrehozott egyik **félsíkot** úgy, hogy két egybevágó szögtartományt kapj, majd vágd szét a hajtásél mentén! Hogyan nevezzük a keletkezett szögtartományokat?
- A törtekről tanultak segítségével hajtogasd meg az egyenesszög:
 felét; 1 negyedét; 1 nyolcadát; 3 negyedét!

☉ **Kísérletezz!**



☉ **Hány perc alatt teszt meg az óra kismutatója egy beosztást?**



Ábel egyik délután rápillantott az órára, és észrevette, hogy az óra két mutatója úgy osztotta két szögtartományra az óra számlapját, hogy a két tartományban lévő számok összege megegyezett. Megfigyelte azt is, hogy a nagy-mutató 4-gyel osztható percre mutatott. Hány óra hány perc volt ekkor?

Melyik számok voltak az egyenesszögnél kisebb szögtartományban?



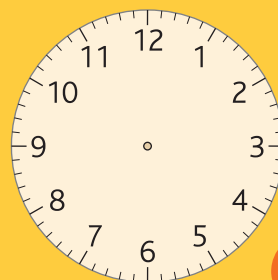
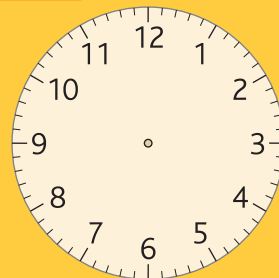
Emma viszont reggel azt tapasztalta, hogy az óra két mutatója úgy osztotta két szögtartományra a számlapot, hogy a nagyobb tartományban a számok összege kétszer annyi volt, mint a kisebb tartományban lévőké. Ő is megfigyelte, hogy a nagymutató 4-gyel osztható percre mutatott.

Hány óra hány perckor nézett Emma az órára?

Melyik számok voltak ekkor a nagyobb szögtartományban?

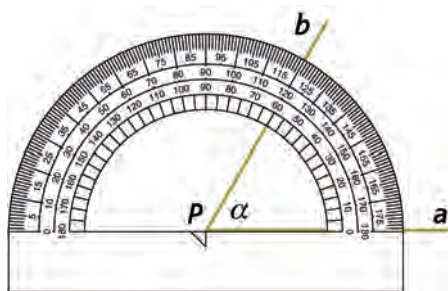
Hány megoldás lenne, ha nem tudnánk, hogy reggel nézett Emma az órára?

Fejtörő!



A SZÖGEK MÉRÉSE SZÖGMÉRŐVEL

Tanuld meg!



A szögmérés egyik mértékegysége a **fok** (jele: °).

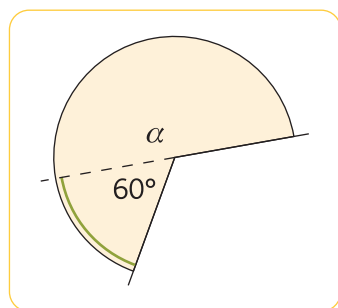
Az **egyenesszög** 180°, tehát a fok az egyenesszög $\frac{1}{180^\circ}$ része.

A szögmérőn is fokbeosztás látható.

A foknál kisebb mértékegységek:

a **szögperc** (jele: '), $1^\circ = 60'$;

és a **szögmásodperc** (jele: "), $1' = 60''$.



Figyeld meg, hogy hogyan kell a **szögmérőt** használni! Állapítsuk meg, hogy a mérendő szög derékszögnél (90°-nál) nagyobb vagy kisebb. Erre azért van szükség, hogy jó skálát használjunk. Ezután a szögmérő „középpontját” ráillesztjük a szög csúcsára úgy, hogy a szög egyik szára a szögmérő skálájának 0-jára illeszkedjék. A szög másik szára mutatja a szögmérőn, hogy hány fokos az egyenesszögnél nem nagyobb szög.

Az egyenesszögnél nagyobb szöget úgy mérjük meg, hogy az egyik szögszár meghosszabbításával két szögre bontjuk. Egy egyenesszögre és egy másik, az egyenesszögnél kisebb szögre.

☉ Az ábrán a szög nagysága:

$$\alpha = 180^\circ + 60^\circ = 240^\circ$$

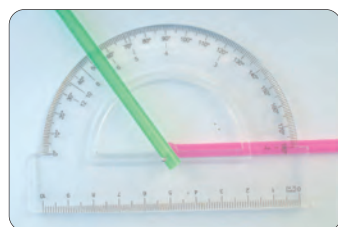
FELADATOK

18

Tanuld meg a szögmérő használatát! Ismerkedj a szögmérőddel!

Tűzz össze gombostűvel két szívószálát! Nyisd szét ezeket a szögmérő mellett úgy, hogy

- | | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|
| a) 25°-os; | b) 75°-os; | c) 90°-os; | d) 125°-os; | e) 0°-os; |
| f) 180°-os; | g) 195°-os; | h) 270°-os; | i) 300°-os; | j) 360°-os |
- szöget zárjon be a két szár!



A szög méréséhez egységül kellett választani egy szöget, amelyhez viszonyítani lehetett a szögek nagyságát. A teljes síkot, pontosabban a **teljesszöget** a babiloni csillagászok osztották 360 egyenlő részre több ezer évvel ezelőtt. Így kapták az 1 fokot. Azóta is használjuk ezt az egységet.

19

Rajzold meg vonalzó és szögmérő segítségével a szögeket!

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| a) 25°-os és 155°-os; | b) 60°-os és 120°-os; |
| c) 95°-os és 105°-os; | d) 50°-os és 230°-os; |
| e) 90°-os és 270°-os; | f) 135°-os és 225°-os |

Színezd a szögek közül *pirosra* a derékszögnél kisebb szögeket; *kékre* a derékszögnél nagyobb, de az egyenesszögnél kisebb szögeket; *zöldre* az egyenesszögnél nagyobb szögeket!

Hogyan nevezzük a be nem színezett szöget?

Fejtrőő!



Hány fokos szöget „súrol” az óra nagymutatója

1 perc; 5 perc; egynegyed óra; fél óra; háromnegyed óra alatt?

20 Rajzolj tetszőleges téglalapot! Mekkora a szögei? Mennyi a szögek összege?

21 Rajzolj körzővel kört! Sugár nagyságú körzőnyílással oszd egymáshoz csatlakozó, egyenlő részekre a körívet! A kör középpontjából az osztópontokon át húzz félegyeneseket!

- Hány egyenlő szöget kapsz, ha e félegyenések mentén feldarabolod a sítot?
- Fejezd ki ezeket a szögeket az egyenesszög segítségével!
- Hány fokosak ezek a szögek?

22 A derékszög jele ebben a feladatban: dsz, az egyenesszög jele: esz. Írd be a hiányzó mérőszámokat! Például: $\frac{1}{6} \text{ dsz} = \frac{90^\circ}{6} = 15^\circ$; $60^\circ = 2 \cdot \frac{90^\circ}{3} = \frac{2}{3} \text{ dsz}$

a) $1 \text{ dsz} = \boxed{}^\circ$; $2 \text{ dsz} = \boxed{}^\circ$; $\frac{1}{2} \text{ dsz} = \boxed{}^\circ$; $\frac{3}{2} \text{ dsz} = \boxed{}^\circ$;

$\frac{1}{3} \text{ dsz} = \boxed{}^\circ$; $\frac{5}{3} \text{ dsz} = \boxed{}^\circ$; $\frac{1}{6} \text{ dsz} = \boxed{}^\circ$; $\frac{5}{6} \text{ dsz} = \boxed{}^\circ$;

b) $30^\circ = \boxed{} \text{ dsz}$; $45^\circ = \boxed{} \text{ dsz}$; $80^\circ = \boxed{} \text{ dsz}$; $270^\circ = \boxed{} \text{ dsz}$;

c) $\frac{1}{6} \text{ esz} = \boxed{}^\circ = \boxed{} \text{ dsz}$; $\frac{1}{4} \text{ esz} = \boxed{}^\circ = \boxed{} \text{ dsz}$

23 Rajzolj vonalzóval négy, szemre egyenlő nagyságú, de különböző helyzetű szöget! Méressel ellenőrizd, jó volt-e a szemmértéked!

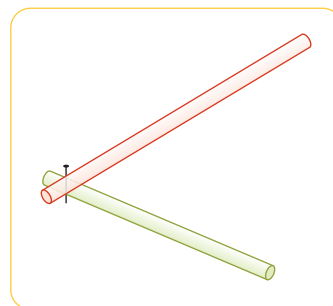
> A SZÖGEK FAJTÁI

FELADATOK

24 Tűzz össze gombostűvel két szívószálat! Állítsd be az „eszközt” úgy, hogy a keletkező szög legyen

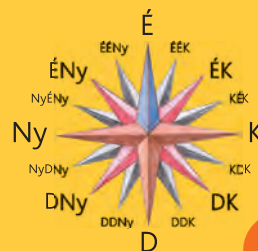
- kisebb, mint a derékszög (Mutasd, hogy melyik szögre gondolsz!);
- nagyobb, mint a derékszög, de kisebb, mint két derékszög;
- két derékszög nagyságú;
- három derékszög nagyságú;
- négy derékszög nagyságú (Hogyan nevezzük ezt a szöget?);
- nagyobb, mint az egyenesszög, de kisebb, mint a teljesszög.

Kísérletezz!



Repülő hollandi típusú vitorlásával Viki észak felé halad. Hány fokos szöggel fordul el ettől az iránytól, ha

- jobbra fordulva keletnek tart;
- balra fordul addig, amíg kelet felé nem tart;
- jobbra fordulva délkeletnek (DK) tart;
- balra fordulva észak-északnyugatra (É-Ény) tart?

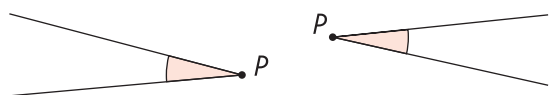


Tanuld meg!



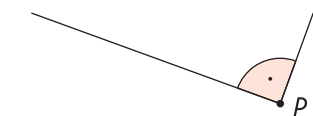
Ha két szögcsár egybeesik, a keletkezett kisebb szög a: **nullszög**.

$$\text{nullszög} = 0^\circ$$



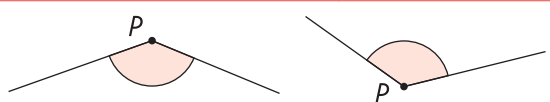
A nullszögnél nagyobb, de a derékszögnél kisebb szög a: **hegyesszög**.

$$0^\circ < \text{hegyesszög} < 90^\circ$$



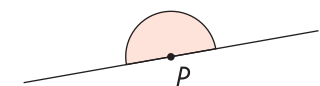
Derékszög:

$$\text{derékszög} = 90^\circ$$



A derékszög és az egyenesszög közé eső szög a: **tompaszög**.

$$90^\circ < \text{tompaszög} < 180^\circ$$



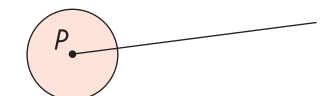
A derékszög kétszerese az: **egyenesszög**.

$$\text{egyenesszög} = 180^\circ$$



Az egyenesszögnél nagyobb, de a teljesszögnél kisebb szög a: **homorúszög**.

$$180^\circ < \text{homorúszög} < 360^\circ$$



A derékszög négyszerese, azaz az egyenesszög kétszerese a: **teljesszög**.

$$\text{teljesszög} = 360^\circ$$

FELADATOK

Kísérletezz!

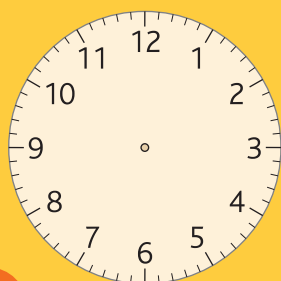
25

Tűzz össze gombostűvel két szívószálat! Nyisd szét úgy, hogy hegyesszöget; derékszöget; tompaszöget; egyenesszöget; homorúszöget; teljesszöget kapj! Rajzold le ezeket a füzetedbe! Színezd ki a szögtartományt!

Fejtorő!



☉ Lásd a 167. és a 168. oldal alján lévő feladatokat is.



Máté a tízórai után pont akkor nézett az órára, amikor az óra két mutatója úgy osztotta két szögtartományra a számlapot, hogy a kisebb tartományban a számok összege feleannyi volt, mint a nagyobb tartományban. Megfigyelte azt is, hogy a percmutató pont hárommal osztható számra mutat.

Hány óra hány perckor nézett Máté az órára? óra perckor

Mely számok voltak a kisebb szögtartományban?

Hány fokal volt a kisebb szögtartomány?

26

Vágj ki rajzlapból tompaszöget; derékszöget; egyenesszöget; homorúsöget; hegyesszöget; teljesszöget! Rendezd a szögeket nagyság szerint!

Hány fokok lehet egy hegyesszög, tompaszög, homorúszög?

Kísérletezz!

27

a) Rajzolj három hegyesszöget! Becsléssel állapítsd meg, hogy hány fokokak!

Szögmérővel mérd meg ezeket a szögeket!

b) Rajzolj egy-egy hegyes-, tompa-, derék-, illetve homorúsöget!

Szögmérővel mérd meg ezeket a szögeket!

☉ **Hasonlítsd össze a becsült és a mért eredményt!**

28

Rajzolj

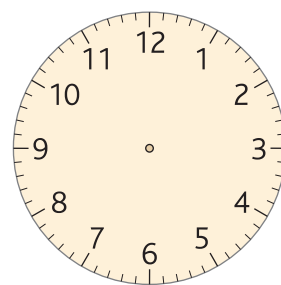
a) 65° -os; b) 100° -os; c) 73° -os; d) 220° -os; e) 179° -os; f) 270° -os szöget szögmérő segítségével! Milyen fajtájú szögeket rajzoltál?

29

Hány fokok szöget ír le az óra kismutatója

- a) 12 órától 2 óráig; b) 12 órától fél ötig; c) fél öttől 12 óráig;
d) 12 órától 3 óráig; e) déltől éjfélig; f) 30 perc alatt;
g) reggel 6 órától délig; h) 1 perc alatt?

Milyen fajtájú szögek ezek?



30

Rajzolj olyan négyszöget (ha tudsz!), amelynek

- a) pontosan egy derékszöge van; b) pontosan három derékszöge van;
c) két szomszédos szöge derékszög, másik két szöge nem derékszög;
d) négy derékszöge van!

Gyakorló
8.103–8.109.;
8.113–8.115.

31

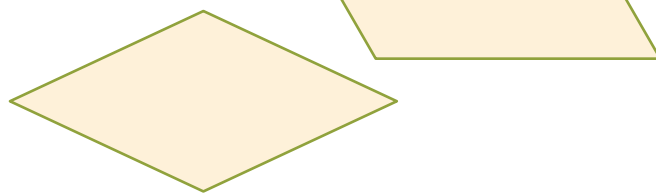
Rajzolj olyan téglalapot, amelynek a két szomszédos oldala 8 cm és 6 cm hosszú! Húzd meg az átlóit! Mérd meg az átlók által meghatározott szögeket!

32

Mérd meg ezeknek a négyszögeknek a szögeit!

Hasonlítsd össze a szemkötti szögek nagyságát!

Számítsd ki a szomszédos szögek összegét! Mi a sejtésed?



Négy fiú mondott egy-egy állítást. Írd utánuk, hogy melyik igaz (I), melyik hamis (H). Az igaz állításra rajzolj példát! A hamis állítás esetén mutasd meg, hogy miért nem lehet igaz!

Arisztid: Van olyan háromszög, amelynek 2 tompaszöge van.

Balambér: Van olyan négyszög, amelynek 3 tompaszöge van.

Coborján: Van olyan ötszög, amelynek 2 homorúsöge van.

Dömötör: Van olyan hatszög, amelynek 6 derékszöge van.

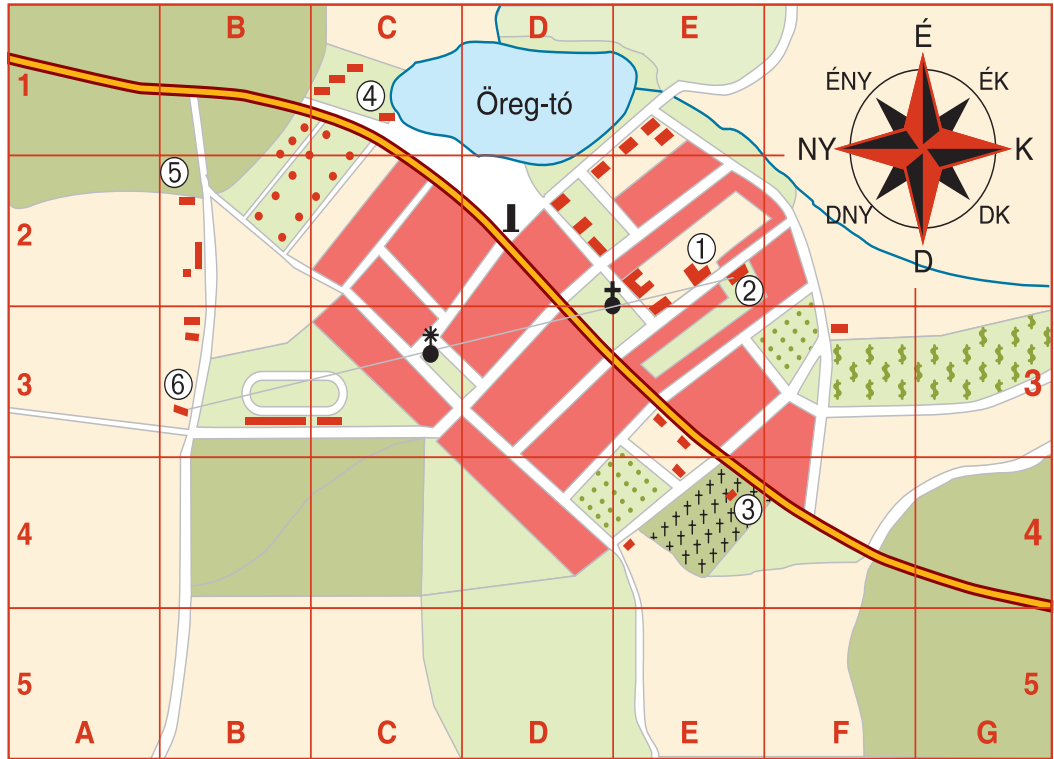
Fejtörő!

TÁJÉKOZÓDÁS A TEREPEEN ÉS A TÉRKÉPEN

☉ Megfigyelted a különböző tereptárgyak jelölését a térképen?

☉ A matematikaórákon tanultakat alkalmazhatjuk a természetismeret és majd a földrajz tanulásakor.

Az ember korábban feltalálta a „térképrajzolást”, mint az írást. A Törökországban, Çatal Hüyükben végzett ásatásokban előkerült egy 8200 évvel ezelőtt készült térkép-szerű falfestmény, amely a település házait és utcáit alaprajzszerűen ábrázolta (háttérben egy vulkán).



1. példa

A fenti ábrán Nekeressdfalva és környékének térképe látható.

Ami a térképen 1 cm, az a valóságban 100 m.

A könnyebb tájékozódás kedvéért a térképet mezőkre osztották. Ezeket a mezőket egy nagybetűből és egy számból álló **rendezett párral** jelöljük.

a) A ✠ vagy a ✙ jellel jelölt templom van-e a (C, 3) mezőben?

b) Melyik mezőben van az ① számmal jelölt községháza?

c) Figyeljük meg a fő- és mellékégtájak elnevezését és irányát.

Melyik irányba fogunk nézni, ha az északi irányból balra elfordulunk

45°-kal; 90°-kal; 135°-kal; 180°-kal; 225°-kal; 270°-kal?

d) Ha a ✠ jellel jelölt templom tornyából az északi irányba nézünk, majd balra elfordulunk 75°-kal, akkor a vadászházat látjuk. Mely szám jelöli a vadászházat? (A torony a kis körlap középpontjában áll.)

e) Légvonalban milyen távol van egymástól a ② és a ⑥ számmal jelölt tereptárgy?

f) A ✠ toronytól délnyugatra van a Kiserdő. (Jele: ■) Hány hektár ennek az erdőnek a területe?

a) A (C, 3) mező a C-vel jelölt oszlop és a 3. sor közös része. Itt a ✙ jelű templom található.

b) Az ① jelű községháza az (E, 2) mezőben található.

c) Rendre: északnyugati, nyugati, délnyugati, déli, délkeleti, keleti irányba.

>>>

»»

d) A ☙ templom tornyából az északi iránytól balra 75° -kal elfordulva az ⑤ jelű ház látható.

e) A ② és a ⑥ jelű épület a térképen 7 cm 4 mm távolságra van egymástól.

Ami a térképen 1 cm, az a valóságban 100 m;

ami a térképen 1 mm, az a valóságban 10 m;

ami a térképen 7 cm 4 mm, az a valóságban 740 m.

f) A ☙ templomtól délnyugatra egy téglalap alakú erdő terül el, amely oldalainak hosszúsága a térképen 3 cm, illetve 2 cm. A valóságban az erdő oldalai: 300 m, illetve 200 m.

A 100 m oldalhosszúságú négyzet területe 1 ha (hektár). Tehát a Kiserdő területe 6 ha.

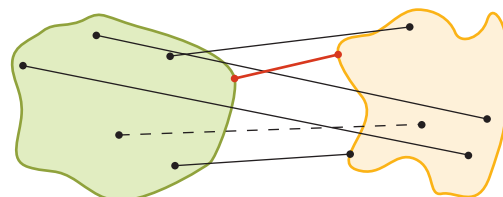
A 3300 éves egyiptomi térképek az aranybányákhoz vezető utakat rajzolták meg.

Az ókori görögök már igyekeztek az irányokat és a távolságokat is híven visszaadni.

Ma már a műholdak segítségével rendkívül pontos térképek készíthetők.

Megfigyelted?

Két pontthalmaz pontjait egymással összekötő szakaszok közül a legrövidebb szakasz hosszúságát nevezzük a két pontthalmaz távolságának.



FELADATOK

33 Az előző oldalon lévő térkép segítségével dolgozz!

a) Határozd meg további tereptárgyak helyzetét!

b) Határozd meg különböző tereptárgyak egymástól való távolságát!

c) A ☙ jelű templomtoronyban nyugat felé nézünk. Merre és hány fokkal kell elfordulnunk, hogy az ⑤, a ⑥, a ② és a ③ jelű tereptárgyat lássuk?

d) Határozd meg az Öreg-tó és a templomtorony távolságát!

34 Milyen távol van Magyarország térképén

a) Zala megye és Kecskemét;

b) Szabolcs-Szatmár-Bereg megye és a Duna;

c) Szolnok megye és a Tisza;

d) Békés megye és Komárom megye;

e) Csongrád megye és Szeged;

f) a Tisza és a Duna magyarországi szakasza?

Gyakorló

8.06., 8.72–8.73.;
8.110–8.112.



Nyomtassátok ki lakóhelyetek (nagyobb település esetén iskolátok vagy lakásotok környezetének) térképét! Tájékozódjatok a térképen! Például:

a) Jelöljétek meg a térképen az iskolátoknak, a lakásotoknak, a települések nevezetességeinek (emlékműveknek, szobroknak, áruházaknak stb.) a helyét!

b) Állapítsátok meg, hogy ami a valóságban 100 m, az a térképen mekkora távolság!

c) Színezzétek ki azokat az útvonalakat, amelyeken közlekedni szoktatok! Határozzátok meg az útvonalak hosszúságát!

Csoportmunka

☉ Az internetről bármelyik magyar település térképe letölthető.

TÁJÉKOZÓDÁS IRÁNYTŰVEL, TÁJOLÓVAL



Kirándulásokon az irányokat **iránytű** segítségével határozhatjuk meg. A Földnek mágneses tulajdonsága van. Ezért ha egy vékony, megmágnesezett acélapot függőleges tengelyre szerelünk, akkor az észak–dél irányba fog beállni. Ezen az elven működik az iránytű.

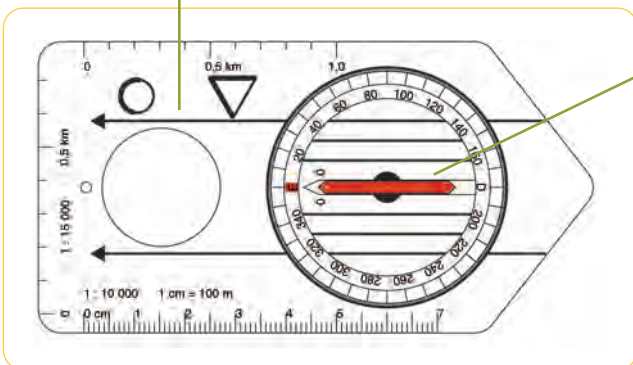
Az iránytűt a kínaiak találták fel. Először az időszámításunk előtti 3. században található róla leírás. Többféle megoldást alkalmaztak. Például mágneses ércel bedörzsölt tűt fadarabkára szerelve vízzel telt edénybe tettek. Így a mágneses tű a hegyével vagy délre, vagy északra mutatott. Az európaiak az arabok közvetítésével ismerték meg az iránytűt a 12–13. században.

A Föld mágneses északi sarka körülbelül 700 km távolságra van a Föld földrajzi északi sarkától. Ráadásul a mágneses északi sark helyzete állandóan változik. Ezért ma már a repülőgépek vagy a tengerjáró hajók (sőt a gépkocsizók is) inkább a műholdak segítségével tájékozódnak.

Az iránytűvel csak hozzávetőlegesen állapíthatjuk meg az irányokat. Ezért a pontosabb iránymeghatározáshoz **tájélot** célszerű használnunk.

A tájoló az iránytűnek olyan továbbfejlesztett változata, amellyel **irányszög** is mérhető.

iránynyíl



Forgatható szelence fokbeosztással.

Benne az iránytű.

A szelence átlátszó fedőlapjára párhuzamos vonalakat rajzoltak.

Ez az „irányhárfa”.

☉ Az ábrát lásd a következő oldal tetején.

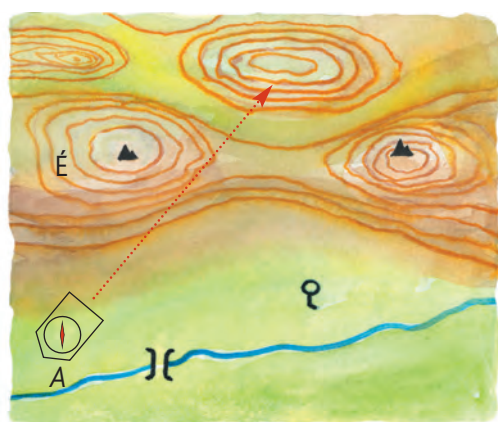
☉ Megfigyelted a földrajzi nevek helyesírását?

2. példa

A térképen A-val jelöltük azt a helyet (a híd mellett), ahol állunk. Az Ördög-hegyre szeretnénk eljutni. Válasszuk ki a csúcsok közül!

A térképen a tájoló szélét az Ördög-hegy irányába helyezzük. A szelencét addig forgatjuk, amíg az irányhárfa északi jele a térkép északi irányába esik. Az így beállított tájolóval addig forgunk, míg a mágneses tű északi pólusa az irányhárfa É jeléhez kerül.

Ekkor a tájoló iránynyila éppen az Ördög-hegy irányába mutat.



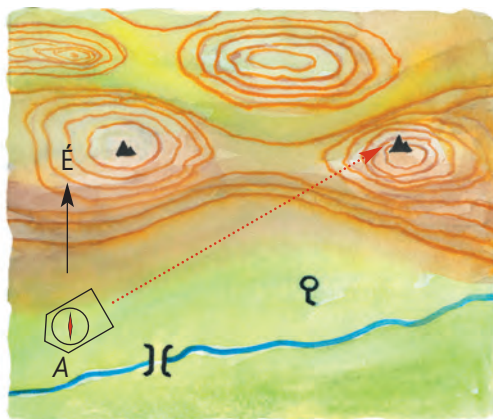
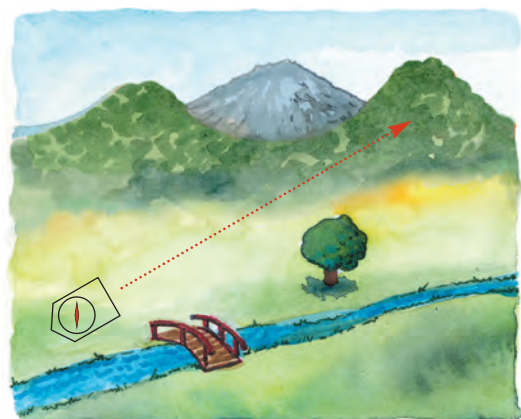
3. példa

A távolban tetszik egy sziklás hegycsúcs, szeretnénk a térképen megkeresni.

A tájoló iránynyilával beállunk a hegycsúcs irányába, majd a szelencét addig forgatjuk, amíg az irányhárfa északi jele az iránytű északi pólusára nem kerül.

Az így rögzített tájoló szélét ráhelyezzük a térképen az álláspontunkra úgy, hogy a tájoló irányhárfájának az északi jele a térkép északi irányába mutasson. Ekkor a tájoló széle a meghatározandó tereptárgy (a Látó-kő) irányába mutat.

© Az előbb a térképből indultunk ki, most a valóságot „visszük” a térképre. Ez lényegében az előző probléma „fordítottja”.



FELADAT

B9

Tájoló segítségével tájékozódj!

- Határozd meg a fő égtájak irányát!
- Hány fokkal kell elfordulnod az északi iránytól, hogy délnyugat, északkelet, délkelet, kelet stb. felé fordulj?
- Milyen tereptárgyakat látsz álláspontodtól északi, déli, délkeleti stb. irányban? Becsüld meg a távolságukat is!
- Tájolóval mérd meg, hogy egyes tereptárgyak a tartózkodási helyedtől milyen irányban helyezkednek el! Becsüld meg a távolságukat is! **Mindig az északi iránytól kezd az irányszög mérését!**

GYAKORLÓFELADATOK

Figyelempróba

☉ Minden állításhoz új rajzot készíts!

- 1 Itt Hosszú Fül már hallaná a mozdonyt.
- 2 400 m-nél nagyobb távolságra vannak a mozdonytól.
- 3 Itt Hosszú Fül még nem hallaná a mozdonyt.
- 4 Pontosan 400 m távolságra vannak a mozdonytól.
- 5 Itt hallaná meg Hosszú Fül először a mozdonyt.
- 6 Legfeljebb 400 m távolságra vannak a mozdonytól.

35 Rajzolj egy s egyenest, és jelöld ki rajta egy M pontot. Ez legyen egy sín és rajta egy mozdony. Ami a rajzodon 1 cm, a valóságban 100 m. Hosszú Fül, az indián a fülét a sínre helyezve pont 400 m távolságból hallja meg először a mozdonyt.

Jelöld különböző színnel a sínnek azokat a pontjait, amelyekre igaz az állítás!

Kösd össze az azonos ponthalmazokat értelmező mondatokat!

☉ Körzővel és vonalzóval is szerkeszthetsz.

36 Rajzolj derékszögű vonalzó segítségével 6 cm oldalhosszúságú négyzetet! Számítsd ki a kerületét és a területét!

37 Egy téglatest élei 3 cm, 4 cm és 5 cm hosszúak.

- a) Szerkeszd meg a téglatest felülnézetét, előlnézetét és oldalnézetét!
- b) Szerkeszd meg a téglatest hálóját! Készítsd el a téglatestet!
- c) Számítsd ki a felszínét!
- d) Mondj igaz állításokat a téglatest éleiről, lapjairól, csúcsairól!
- e) Számítsd ki a téglatest térfogatát, űrtartalmát!

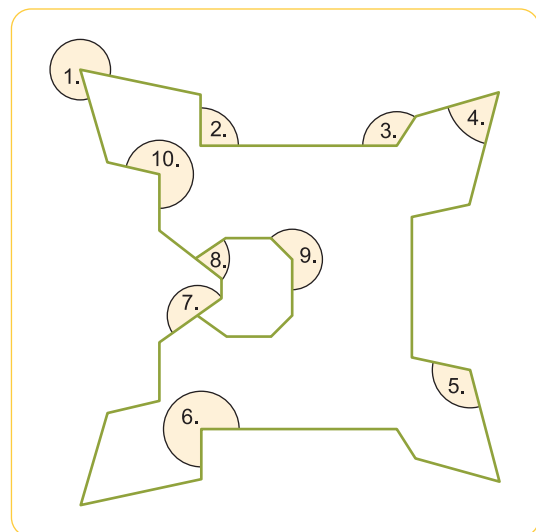
☉ A térfogatot cm^3 -rel és mm^3 -rel, az űrtartalmat ml -rel és cl -rel is add meg!

38 A rajzon a komáromi csillagerőd falainak néhány szögét jelöltük.

a) Sorold fel a derékszögnél kisebb szögeket!

b) Sorold fel az egyenesszögnél nagyobb szögeket!

c) Hány fokos a 6. szög?



☉ Megfigyelted a szemközti szögek nagyságát? Két szomszédos szög együtt milyen szöget alkot?

39 Rajzolj két metsző egyenest!

- a) A keletkezett négy szög közül az egyik 75° -os legyen. Mekkora a másik három szög?
- b) Az egyik szög 90° -os legyen. Mekkora a másik három szög?

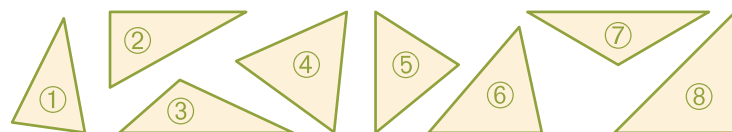
- 40 a) Rajzolj szögmérő segítségével 60° -os szöget! Milyen fajtájú szög ez?
- b) Rajzolj szögmérő segítségével 270° -os szöget! Milyen fajtájú szög ez?

- 41** Vizsgáld a négyszögek szögeit, oldalait!
Sorold fel azoknak a négyszögeknek a sorszá-
mát, amelyeknek



- a) minden szöge egyenlő; b) minden oldala egyenlő;
c) van homorúszöge; d) konkáv négyszögek;
e) két-két szomszédos oldala egyenlő (figyeld meg ezek szögeit);
f) két-két szemben fekvő szöge egyenlő (figyeld meg ezek oldalait)!

- 42** Vizsgáld a következő háromszögek szö-
geit, oldalait!
Sorold fel azoknak a háromszögeknek a sorszá-
mát, amelyeknek



- a) van derékszöge; b) van tompaszöge;
c) van homorúszöge; d) két derékszöge van;
e) minden szöge hegyesszög; f) van két egyenlő oldala;
g) minden oldala egyenlő; h) minden oldala különböző!

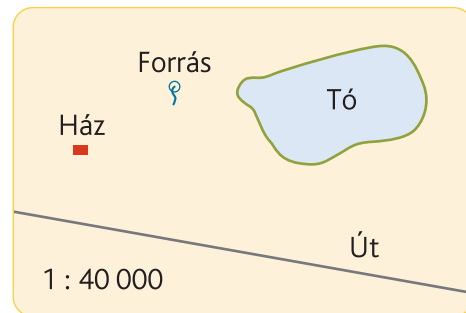
- 43** Egy térkép részletét látod.

A valóságban minden távolság 40 000-szer nagyobb, mint a térképen.
Milyen távol van a térképen, illetve a valóságban

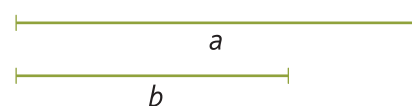
a forrás és a ház; mm; m

a forrás és az út; mm; m

a ház és a tó? mm; m



- 44** Szerkessz derékszögű vonalzó segítségével téglalapot, ha oldalai:
Az adatok megmérése után számítsd ki a téglalap kerületét, területét!



Kisebb vagy nagyobb szögben látom-e Katit (a feje búbjától a talpáig),
ha a fényképezőgéppel

- a) távolabb megyek tőle; b) közelebb megyek hozzá?
A fényképen Kati környezetéből mikor fog több (kevesebb) látszani?



TÖRD A FEJED!

B10 Rajzolj egy 5 cm hosszú szakaszt!

- Rajzolj pontokat az 5 cm-es szakasztól 2 cm távolságra! A végpontoknál vigyázz!
- Szerkeszd meg azoknak a pontoknak a halmazát, amelyek egy 5 cm hosszú szakasztól 2 cm távolságra vannak!
- Igazold szerkesztésed helyességét!

B11 a) Tegy le a padra két szívószálat egymással párhuzamosan, 4 cm távolságra! (Tekintsd ezeket egyeneseknek!) Rakj a padra borsószemeket úgy, hogy egyenlő távolságra legyenek a két szívószáltól!

- Szerkessz két párhuzamos egyenest! Rajzolj pontokat, amelyek a két egyenestől egyenlő távolságra vannak!
- Szerkessz egymástól 4 cm távolságra két egymással párhuzamos egyenest! Szerkeszd meg a síkban azoknak a pontoknak a halmazát, amelyek a két egyenestől egyenlő távolságra vannak!

B12 a) Rajzolj egy egyenest! Rajzolj 2 cm sugarú köröket úgy, hogy érintsék az egyenest! Színezd kékre azt a ponthalmazt, amely az összes ilyen 2 cm sugarú körnek a középpontjából áll!

- Rajzolj egy 4 cm sugarú kört! Rajzolj 1 cm sugarú köröket úgy, hogy érintsék a 4 cm sugarú körvonalat. Színezd kékre azt a ponthalmazt, amely az összes ilyen 1 cm sugarú körnek a középpontjából áll!

B13 a) Szerkessz háromszöget, amelynek kerülete 12 cm, és mindhárom oldala egyenlő hosszú!

- Szerkessz háromszöget, amelynek kerülete 12 cm! A legrövidebb és a leghosszabb oldala között 2 cm különbség van, a harmadik oldala pedig 1 cm-rel hosszabb, mint a legrövidebb oldala.
- Szerkessz háromszöget, amelynek kerülete 15 cm! Két oldala egyenlő hosszú, a harmadik oldala pedig feleakkora, mint a másik kettő.

☉ Minden pont 2 cm távolságra van a szakasztól? Minden pontot megtalál-tál?

☉ Sikertült megfigyelned és alkalmaznod az össze-függéseket?

☉ Segíthet, ha pénzérmé-vel modellezed, vagy az autó kerekére gondolsz.

☉ Hogyan számítható ki a háromszög kerülete? (Megkeresheted a tan-könyv végén található Kislexikonban.)

Fejtrő!

☉ Írd be, hogy mely ada-tok tartozhatnak az egyes sorokhoz!

☉ Ismered a mondást? Nem esik messze az alma a fájától. Karikázd be a helyes válasz betűjelét!



Melyik adat mit jelenthet? 37°; 90°; 180°

A: Irányváltás mértéke szögfokkal mérve lehet:

B: Tea hőfoka Celsius-fokkal mérve lehet:

C: Futó hőmérséklete Celsius-fokkal mérve lehet:

D: Lejtő vízszintessel bezárt szögének mértéke lehet:



a) Hány fokos szöget zár be a vízszintes talajjal (esés közben) a fáról leeső alma útja?

A: 25°-os;

B: 100°-os;

C: 90°-os;

D: 180°-os

b) Emelkedőn könnyedén kaptatsz felfelé. Szerinted a következők közül hány fokos lehet az útnak a vízszinteshez viszonyított emelkedése?

A: 0°-os;

B: 10°-os;

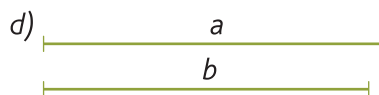
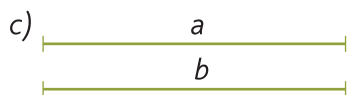
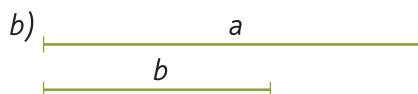
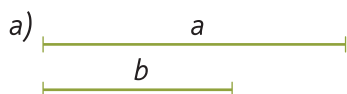
C: 80°-os;

D: 105°-os

B14

A szakaszok átmásolásával szerkeszd meg a téglalapot!
Mérd meg az oldalait! Számítsd ki a kerületét és a területét!

☉ *Megpróbálsz körzővel és a vonalzó egy élével elvégezni a szerkesztéseket?*

**B15**

a) Szerkessz négyzetet, ha egy oldala:

b) Szerkessz olyan négyzetet is, amelynek minden oldala $\frac{3}{4}$ része az előbbi négyzet oldalának!

c) Számítsd ki mindkét négyzet kerületét! Mit tapasztalsz?

d) Számítsd ki mindkét négyzet területét! Mit veszel észre?

**B16**

a) Rajzolj egy e egyenest és rajta kívül egy A pontot! Szerkessz az e egyenessel párhuzamos egyenest az A ponton keresztül!

b) Rajzolj egy egyenest! Szerkessz ettől az egyenestől 24 mm távolságra egy pontot!

c) Rajzolj egy egyenest! Szerkessz ezzel az egyenessel párhuzamosan egy másik egyenest! Szerkessz meg és mérd meg a két egyenes távolságát!

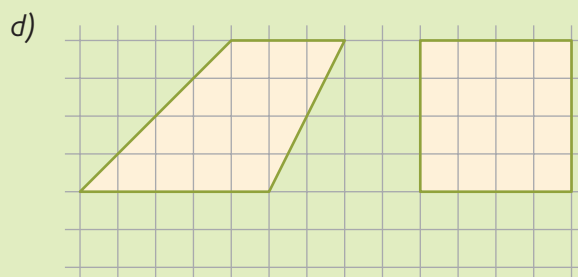
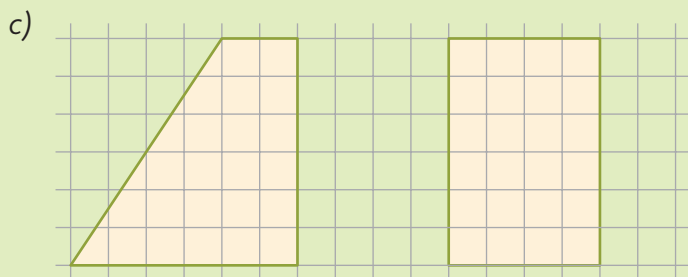
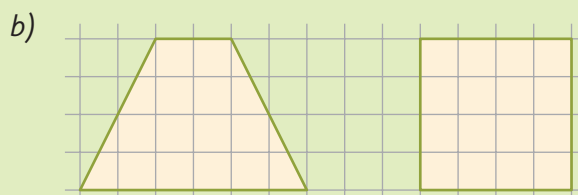
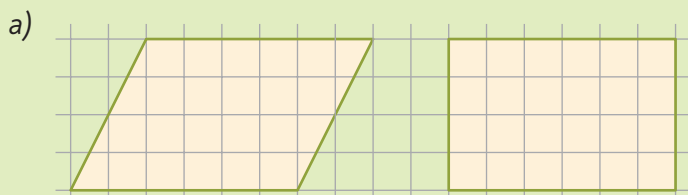
d) Rajzolj egy egyenest! Szerkessz ettől az egyenestől 4 cm 3 mm távolságra fekvő párhuzamos egyenest! Dolgozz ki többféle szerkesztési eljárást!

☉ *Lehetőleg körzővel és a vonalzó egy élével végezd a szerkesztéseket!*

B17

Négyzetrácsos lapra rajzold le a bal oldali négyszögeket!

Vágd szét ezeket úgy, hogy a darabokból a jobb oldalit rakhasd össze!



Milyen típusú szöget zár be a repülőgép útvonala a kifutópályával

a) felszálláskor;

b) leszálláskor?

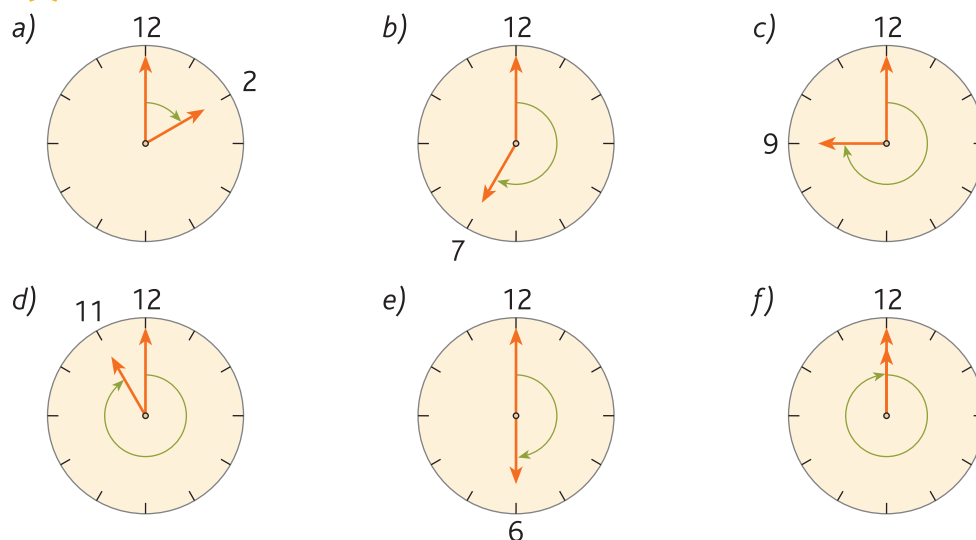
Fejtörő!

☉ Mostantól „hagyományos”, fokokkal mért szögre gondolunk.

B18 Legyen egy új mértékegység az a szög, amelyet a nagymutató súrol 1 időperc alatt! Nevezzük ezt tik-tak szögnek. Hány tik-tak szöget zár be az óra nagy- és kismutatója

- a) 1 órákor, b) 3 órákor, c) 4 órákor, d) 10 órákor?

B19 Hány fokos szöget zárnak be az óramutatók?



B20 Hány óra lehetett, amikor az óra nagy- és kismutatója

- a) 30° -os; b) 45° -os; c) 60° -os; d) 90° -os; e) 135° -os; f) 180° -os szöget zárt be, és a nagymutató valamelyik egész számmal jelzett beosztásnál állt?

B21 Lehet-e két hegyesszög összege

- a) hegyesszög; b) derékszög; c) tompaszög; d) egyenesszög?

B22 Lehet-e két tompaszög összege

- a) tompaszög; b) egyenesszög; c) homorúszög?

B23 Lehet-e egy hegyesszög és egy derékszög összege

- a) tompaszög; b) egyenesszög; c) homorúszög?

B24 Lehet-e egy tompaszög és egy derékszög különbsége

- a) hegyesszög; b) derékszög; c) tompaszög; d) homorúszög?



Négy gyerek egy-egy távirányítható hajómodellel játszik. Mindegyikük hajója kelet felé indul el, majd mind a négyen négy-négy különböző nagyságú elfordulást hajtanak végre (mindig jobb felé). A négy fordulat után melyikük hajója nem tart kelet felé, ha az elfordulások mértéke

Andris: 25° , 35° , 120° , 180° ;
Cili: 40° , 50° , 90° , 140° ;

Bea: 130° , 130° , 10° , 90° ;
Dani: 25° , 25° , 145° , 165° ?

B25

- a) Két szög közül az egyik háromszor akkora, mint a másik. A két szög összesen 92° . Mekkora külön-külön? Rajzold meg őket!
- b) Két szög közül az egyik 15° -kal nagyobb a másiknál. A két szög összesen 101° . Mekkora külön-külön? Rajzold meg őket!
- c) Egy szög 4-szereséhez hozzáadtunk egy 36° -os szöget, így teljesszöghöz jutottunk. Mekkora az eredeti szög? Rajzold meg!

☉ *Egy jó vázlat biztosan segít!*

B26

Ödömrér néha pontatlanul fogalmaz, hibásan használja a matematikai kifejezéseket. Javítsd ki a hibákat! Írd le a helyes mondatokat!

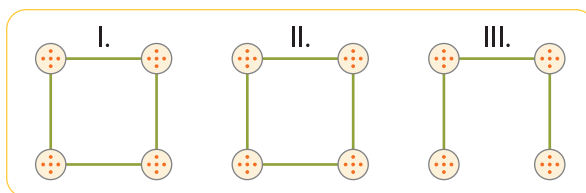
☉ *Miért fontos az elnevezések precíz használata?*

- a) A téglalap szemközti élei merőlegesek egymásra.
- b) A kocka felületét megkapjuk, ha egy oldalának területét 6-tal megszorozzuk.
- c) Ha egy téglalap oldalegyenesei 5 cm és 10 cm hosszúak, akkor a téglalap kerülete 30 cm^2 .
- d) A háromszöget három él határolja.
- e) A kockának 8 szöge, 12 oldala és 6 lapja van.

B27

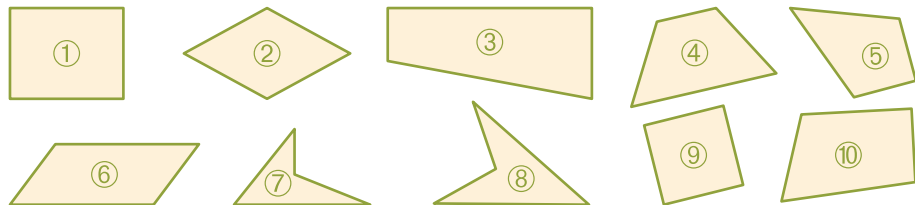
A Babilon-készletből összeállított kockaélvázból kivettünk valahány élt, és így olyan vázlat kaptunk, amelynek I. a felülnézete, II. az elölnézete, III. az oldalnézete.

Legfeljebb hány pálcát vehettünk ki, ha nem vettünk ki feleslegesen?

**B28**

Az alaphalmaz ezeknek a négyszögeknek a halmaza:

Sorold fel a következő halmazokhoz tartozó négyszögek sorszámát!



a) $A = \{\text{Van párhuzamos oldalpárja}\}$

b) $B = \{\text{A szemben fekvő oldalai egyenlők}\}$

c) $C = \{\text{A szemben fekvő oldalai párhuzamosak}\}$

d) $D = \{\text{Minden oldala egyenlő}\}$

e) $E = \{\text{Van merőleges oldalpárja}\}$

f) $F = \{\text{Minden szöge egyenlő}\}$

B29

Határozd meg az előző feladathoz tartozó négyszögek kerületét!



Egy kiállításon egy festmény keretének felső és alsó vonalát (tetejét és alját) először 85° -os szögben láttam, azután 35° -os szögben. Közelebb mentem a festményhez vagy távolabb mentem tőle?

Kísérletezz!

TUDÁSPRÓBA

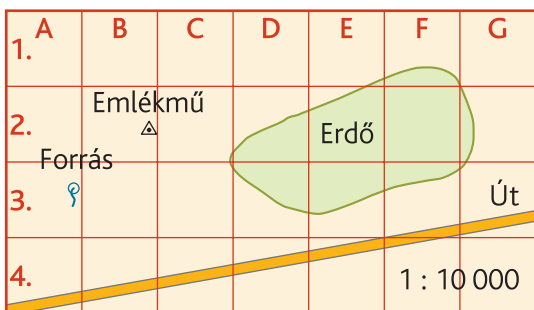
45

1

Rajzolj egy a egyenest! Szerkessz b és c egyenest úgy, hogy $a \perp b$ és $a \parallel c$ teljesüljön! Milyen helyzetben van a b és a c egyenes egymáshoz viszonyítva?

2

Egy térkép részletét látod. Milyen távol van a térképen, illetve a valóságban



a forrás és az emlékmű; mm; m

a forrás és az út; mm; m

az emlékmű és az erdő; mm; m

ha a valóságban minden távolság 10 000-szer nagyobb, mint a térképen? A távolságokat add meg méterrel!

Mely tereptárgy jele van a térkép (B, 2) mezőjében?

3

Szerkessz háromszöget, amelynek oldalai $a = 3$ cm, $b = 5$ cm 2 mm, $c = 6$ cm hosszúak!

Mérd meg a háromszög szögeit!

Számítsd ki a háromszög területét!

4

Rajzolj egy 5 cm hosszú szakaszt! Szerkessz meg a szakasz felezőmerőlegesét!

5

Rajzolj szögmérő segítségével 45° -os szöget!

Milyen fajtájú szög ez?

6

Rajzolj szögmérő segítségével 200° -os szöget!

Milyen fajtájú szög ez?

7

Rajzolj olyan négyzetet, amelynek az oldala 7 cm! Húzd meg az átlóit! Mérd meg az átlók hosszát és a keletkezett szögeket!

8

Hány fokok lehet egy hegyesszög?

9

Hány fok a derékszög fele; egyharmad része;

kétszerese; egytized része?



5. A TIZEDESTÖRTEK



A természetes számok segítségével kifejezhettük, hogy hány dolog tartozik egy-egy halmazba. A mennyiségek nagyságának meghatározásához már törtekre volt szükségünk. Ebben a fejezetben a törtek olyan helyiértékes írásmódjával ismerkedünk meg, amely összhangban van a tízes mértékegységrendszerrel. Az így felírt törtekre alkalmazhatjuk a természetes számokra tanult számolási eljárásokat.

A TIZEDESTÖRTEK ÉRTELMEZÉSE

FELADATOK

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 Legyen ennek a téglalpnak a területe az egység:

a) Vonalkázd be a terület 1 tizedét, vagyis $\frac{1}{10}$ részét!

b) Jelöld kékkel a terület $\frac{1}{10}$ -ének az $\frac{1}{10}$ -ét! Mekkora része ez az egységnek?

c) Színezd pirossal az egység $\frac{5}{100}$ (5 század) részét!

☉ Mekkora részt, illetve hányszorost jelentenek a következő szavak (előtagok)?
Milli-, deka-, centi-, kilo-, hekto-, deci-
 Mondj példát mindegyikre a mértékegységek köréből!

2 Mérőszalag segítségével egészítsd ki a következő egyenlőségeket!

1 m = dm = cm = mm; 1 dm = cm = mm; 1 cm = mm

Legyen az 1 m hosszúság az egység. Írd be a hiányzó számokat!

1 dm = $\frac{1}{\text{input}}$ m; 1 cm = $\frac{1}{\text{input}}$ m; 1 mm = $\frac{1}{\text{input}}$ m

3 Egészítsd ki a következő egyenlőségeket! Írd be a hiányzó számokat!

1 l = dl = cl = ml; 1 dl = cl = ml; 1 cl = ml

Legyen az 1 l űrtartalom az egység.

1 dl = $\frac{1}{\text{input}}$ l; 1 cl = $\frac{1}{\text{input}}$ l; 1 ml = $\frac{1}{\text{input}}$ l

4 Egészítsd ki a következő egyenlőségeket! Írd be a hiányzó számokat!

1 kg = dkg (dag) = g; 1 dkg (dag) = g; 1 t = kg

Legyen az 1 kg tömeg az egység.

1 g = $\frac{1}{\text{input}}$ dkg (dag); 1 dkg (dag) = $\frac{1}{\text{input}}$ kg; 1 g = $\frac{1}{\text{input}}$ kg



Európában a **tizedes-törteket** először a XVI. században alkalmazták a számításokban. Bűrgi (csillagász, matematikus) 1592-ben először írta le úgy a tizedestörteket, ahogy ma írjuk.

1. példa

Egy gyógyszerész 3 dkg 4 g szirupot mért ki köhögéscsillapító orvossághoz.
Hány centigramm szirupot mért ki?
Hány gramm szirupot mért ki?
Hány dekagramm szirupot mért ki?

$$3 \text{ dkg } 4 \text{ g} = 3000 \text{ cg} + 400 \text{ cg} = 3400 \text{ cg}; \quad \text{most centigramm az egység;}$$

$$3 \text{ dkg } 4 \text{ g} = 34 \text{ g}; \quad \text{most gramm az egység;}$$

$$3 \text{ dkg } 4 \text{ g} = \left(3 + \frac{4}{10}\right) \text{ dkg}; \quad \text{most dekagramm az egység.}$$

Így is írhatjuk: 3 dkg 4 g = **3,4** dkg; olvasd: **3 egész 4 tized** dekagramm.

2. példa

Hány méter

2 m 3 dm; 14 m 38 cm; 25 m 654 mm; 3 m 2 dm 7 cm 8 mm?

Írjuk helyiérték-táblázatba az adott mennyiségeket.

Százaz (100 m)	Tízes (10 m)	Egyes (1 m)	Tized (1 dm)	Század (1 cm)	Ezred (1 mm)
		2	3		
	1	4	3	8	
	2	5	6	5	4
		3	2	7	8

$$2 \text{ m } 3 \text{ dm} = \left(2 + \frac{3}{10}\right) \text{ m}$$

Helyiértékes írásmóddal: **2,3** m;
olvasd: **2 egész 3 tized** méter.

$$14 \text{ m } 38 \text{ cm} = \left(14 + \frac{3}{10} + \frac{8}{100}\right) \text{ m} = \left(14 + \frac{38}{100}\right) \text{ m} = \mathbf{14,38} \text{ m}$$

Olvasd: **14 egész 38 század** méter.

$$25 \text{ m } 654 \text{ mm} = \left(25 + \frac{6}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000}\right) \text{ m} = \left(25 + \frac{654}{1000}\right) \text{ m} = \mathbf{25,654} \text{ m}; \text{ olvasd: } \mathbf{25 \text{ egész } 654 \text{ ezred}} \text{ méter.}$$

$$3 \text{ m } 2 \text{ dm } 7 \text{ cm } 8 \text{ mm} = \left(3 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100} + \frac{8}{1000}\right) \text{ m} = \left(3 + \frac{278}{1000}\right) \text{ m} = \mathbf{3,278} \text{ m}; \text{ olvasd: } \mathbf{3 \text{ egész } 278 \text{ ezred}} \text{ méter.}$$

$$1 \text{ deciméter} = \frac{1}{10} \text{ m};$$

$$1 \text{ centiméter} = \frac{1}{100} \text{ m};$$

$$1 \text{ milliméter} = \frac{1}{1000} \text{ m}$$

☉ **Megfigyelted a tizedestörtek helyiértékes írásmódját?**

Többet ésszel ...

☉ **Karikázd be a helyes válasz betűjelét!**



Egy zsákban 10 kg burgonya van.

Ha kivesszük a tizedrészét, hány dekagramm burgonya marad a zsákban?

A: 90 dkg (dag); B: 99 dkg; C: 900 dkg; D: 990 dkg

Értelmezés

A számokat helyiérték-táblázatba írva az egyesnél alacsonyabb (kisebb) helyiérték felé is folytathatjuk a táblázat kitöltését.

A táblázatba írt szám jelentése:

2 ezres + 0 száz + 1 tízes + 3 egyes + 0 tized + 3 század

$$\text{Azaz: } 2 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 3 \cdot 1 + 0 \cdot \frac{1}{10} + 3 \cdot \frac{1}{100}$$

A tízes számrendszerben ezt a számot **tizedestört alakban** is írhatjuk.

A törtrészt **tizedesvessző** választja el az egésztől.

...	Ezres	Száz	Tízes	Egyes	Tized	Század	Ezred	...
	2	0	1	3	0	3		

2013,03

egészrész  törtrész
tizedesvessző

2013.03

Egyes országokban a tizedesvessző helyett tizedespontot írnak. A számológépen is tizedespont található.

FELADATOK

- 5 Írd fel összegalakban (tört segítségével) a helyiérték-táblázatba írt számokat! Olvasd ki őket! Írd fel **tizedestört** alakban is!

Száz	Tízes	Egyes	Tized	Század	Ezred
	5	6	3	4	7
		3	0	2	
			7	3	5
	3	0	4	6	
5	0	0	8		
1	0	0	0	0	9

Például:

$$5 \cdot 10 + 6 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{1}{10} + 4 \cdot \frac{1}{100} + 7 \cdot \frac{1}{1000} = 56 + \frac{347}{1000} = 56,347; \text{ 56 egész 347 ezred}$$

- 6 Készíts helyiérték-táblázatot, és írd bele a számokat!

$\frac{5}{10}$;	$\frac{3}{100}$;	471;	$83 + \frac{5}{100}$;	$17 + \frac{2}{10} + \frac{9}{100}$;
$5 + \frac{4}{10}$;	$5 + \frac{4}{1000}$;	$\frac{620}{100}$;	$52 + \frac{345}{1000}$;	$2 + \frac{3}{10} + \frac{5}{1000}$

☉ **Hogyan írhatók fel tizedestört alakban ezek a számok?**



Írd le a következő számokat számjegyekkel!

Hat egész hat ezred.

Kétezer-két egész kétszázkét tízezred.

Nulla egész tizenöt ezred.

Mennyi a leírt nullák száma összesen?

A: 6;

B: 8;

C: 10;

D: 5

Figyelempróba

☉ **Karikázd be a helyes válasz betűjelét!**

Gyakorló

5.48–5.56.,

7.29–7.39.,

9.75., 9.78.;

Feladatgyűjtemény

4.1.01–03.

Például: a) 98,57

Például:

8,6 m = 8 m 6 dm =

86 dm = 0,0086 km =

860 cm = 8600 mm



Gyűjtőmunka

7 a) Mennyit ér az ötös számjegy az egyes számokban?
3,05; 305; 50 000,05; 600,005; 3 545 000; 0,505

b) Készíts helyiérték-táblázatot! Írd bele azt a számot, amelyben pontosan:
5 tízes és 4 tized van; 7 száz és 7 század van; 13 egyes és 9 tized van;
20 tízes és 13 század van; 30 tized és 1 század van; 13 tized és 25 ezred van!

8 Olvasd ki a tizedestörteket!
5,4; 5,04; 3,121; 112,01; 0,13; 0,037; 0,37; 3765,101

9 Írd le számmal!
a) kilencvennyolc egész ötvenhét század; b) tizenkét egész tizenkét ezred;
c) három egész százkét ezred; d) öt egész két ezred;
e) nulla egész hat tized; f) nulla egész három század;
g) száz egész egy század; h) kétszáz egész két ezred;
i) egy egész tizenegy ezred; j) huszonhét egész két tized

10 A következő számok közül melyikben milyen helyiértékű helyen van a 6-os számjegy? Mennyi a tényleges értéke?

200,062; 192,609; 162,043; 0,0162; 1643,17; 5346,28

11 Írd át a mennyiségeket többféle mértékegységet használva!
a) 3,6 t; b) 8,054 km; c) 64,75 dm; d) 54,06 m;
e) 7,2 cm; f) 137,4 dkg; g) 127,65 kg; h) 54,06 dkg

12 Megmértünk néhány hosszúságot.
Írd le a kapott adatokat többféle mértékegységgel!
1,5 m = _____ dm = _____ cm; 0,12 dm = _____ cm = _____ mm;
0,002 km = _____ m = _____ cm; 21,0 cm = _____ cm = _____ mm

Írd be, a fentiek közül melyik adat melyik hosszúsághoz tartozhat!

A tankönyv szélessége: A tankönyv vastagsága:
A tábla szélessége: Olga magassága:

13 Megmértünk néhány tömeget.
Írd le a kapott adatokat többféle mértékegységgel!
0,6 kg = _____ dkg; 3,5 dkg = _____ g; 0,045 t = _____ kg

Írd be, hogy a fentiek közül melyik adat melyik tömeghez tartozhat!

A tankönyv tömege: Olga tömege:
Egy gombóc fagyi tömege:

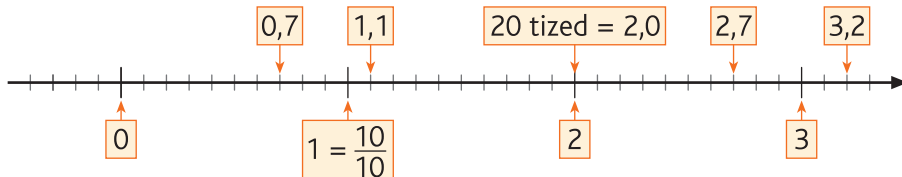
14 Hol találkozhatunk a mindennapi életben tizedestörtekkel?

A TIZEDESTÖRTEK ÁBRÁZOLÁSA SZÁMEGYENESEN

1. példa

Ábrázoljuk számegyenesen a tizedek helyét.

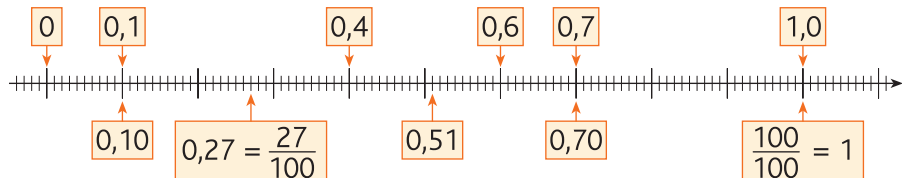
A szomszédos egészek közti szakaszt 10-10 *egyenlő* részre osztjuk.



2. példa

Ábrázoljuk számegyenesen a századok helyét.

A szomszédos tizedek közti szakaszt 10-10 *egyenlő* részre osztjuk.



FELADATOK

15 Keresd meg a mérőszalagon a következő értékeket!

- a) 0,2 m; 0,3 m; 0,23 m; 0,24 m; 0,236 m;
b) 0,3 m; 0,4 m; 0,36 m; 0,37 m; 0,365 m

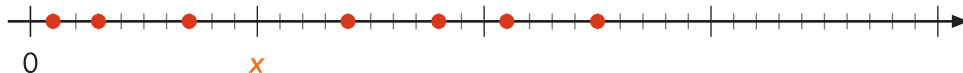
16 Írd a megfelelő pontokhoz a számokat!

1,3; 1,7; 3,45; 0,80; 2,6; 0,35; 2,13



17 Rajzoltunk egy számegyenest, megjelöltünk rajta piros pöttyökkel számokat. Írd le sorban, mely számokat jelöltük piros pöttyökkel!

Hasonlítsd össze a számok *alakiértékét* és *helyiértékét*!



- a) Az x -szel jelölt szám 10-et jelent. b) Az x -szel most az 1-et jelöltük.
c) Az x most 0,1-et jelöl. d) Most $x = 0,01$.

☉ *Megfigyelted, hogy az egyes esetekben mi az egység?*



Hány olyan 2 és 4 közötti tizedestört van, amelyek számjegyeinek összege 20, és a legkisebb helyiértéke század?

- A: 1; B: 2; C: 3; D: 4

Többet ésszel ...

☉ *Karikázd be a helyes válasz betűjelét!*

A TIZEDESTÖRTEK EGYSZERŰSÍTÉSE, BŐVÍTÉSE, ÖSSZEHASONLÍTÁSA

1. példa

Legyen ennek a szakasznak a hossza pontosan 1 dm 2 cm.

Írjuk fel ezt másképpen.



• 2 cm *hány* dm?

• 20 mm *hány* dm?

Felírhatjuk így: $1 \text{ dm } 2 \text{ cm} = 1,2 \text{ dm}$;

ez ugyanannyi, mint $1 \text{ dm } 20 \text{ mm} = 1,20 \text{ dm}$.

Vagyis tizedestört alakban: $1,2 \text{ dm} = 1,20 \text{ dm}$

2. példa

Egy érzékeny mérleggel 2 kg 500 g lisztet mérünk ki. Ezt a kimért lisztet más mérleggel megmérve milyen eredményt kapunk,

ha dekagramm pontossággal mérő háztartási mérleggel mérünk;

ha tized kilogramm beosztású rugós mérleggel mérünk?

Fejezzük ki kilogrammmal is a mérési eredményeket.

Az érzékeny mérleg kijelzőjén olvasható érték:

$$2 \text{ kg } 500 \text{ g} = 2,500 \text{ kg}$$

A háztartási mérleg 2 kg 50 dkg-ot mutat:

$$2 \text{ kg } 50 \text{ dkg} = 2,50 \text{ kg}$$

A rugós mérleg mutatója a 2,5 kg-on áll.

Mindhárom esetben ugyanazt a tömeget mértük:

$$2,500 \text{ kg} = 2,50 \text{ kg} = 2,5 \text{ kg}$$



• *Megoldás a következő oldalon.*

3. példa

Határozzuk meg a 0,25-nak néhány bővített alakját.

Egyszerűsítsük a 3,400-et.

Fejtörő!

• Egy mérőszalag segítségével?

• Karikázd be a helyes válasz betűjelét!



Hány olyan különböző méretű, egész milliméter hosszúságú szalagot tudnál készíteni, amelynek méretét beírva a keretbe, igaz egyenlőtlenséget kapnál?

$$7,8 \text{ dm} < \boxed{} < 8,9 \text{ dm}$$

A: 150;

B: 100;

C: 109;

D: 101

$$0,25 = \frac{25}{100} \xrightarrow{\cdot 10} \frac{250}{1000} \xrightarrow{\cdot 10} \frac{2500}{10\,000} = \dots$$

Tizedestört alakban:
 $0,25 = 0,250 = 0,2500 = \dots$

$$3,400 = \frac{3400}{1000} \xrightarrow{:10} \frac{340}{100} \xrightarrow{:10} \frac{34}{10} = \dots$$

Tizedestört alakban:
 $\dots = 3,400 = 3,40 = 3,4$

Ha a tizedestörtet bővítjük, akkor kisebb egyenlő részekből állítjuk elő. Például tizedeket századokból (10-szer olyan sokból), ezredekől (százszor annyiból) állítotunk elő. Ezt a matematikai írásmód esetén a tizedestört végére írt nullák jelölik. A 0,25 bővített alakjai a 0,250, a 0,2500, a 0,250 00, ...

Egyszerűsítéskor a tizedestörtet nagyobb egyenlő részekből állítjuk elő, ezt a vége-ről elhagyott nullák jelölik. A 3,400 egyszerűsített alakjai a 3,40 és a 3,4.

☉ A törtek bővítésére, illetve egyszerűsítésére megismert szabályt alkalmazhatjuk a tizedestörtek bővítésére, illetve egyszerűsítésére.

4. példa

Melyik nagyobb: 1,6 vagy 1,493?

1. megoldás

Melyik hosszabb: az 1,6 m-es vagy az 1,493 m-es szakasz?

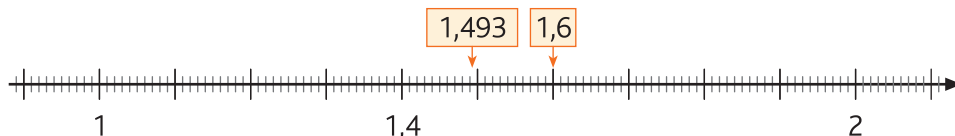
$$1,6 \text{ m} = 1 \text{ m } 6 \text{ dm} = 1 \text{ m } 60 \text{ cm} = 1 \text{ m } 600 \text{ mm} = 1,600 \text{ m}$$

$$1,493 \text{ m} = 1 \text{ m } 493 \text{ mm}. \quad 1,493 < 1,600$$

☉ Alakítsuk át a mennyiségeket úgy, hogy összehasonlíthatók legyenek!

2. megoldás

Ábrázoljuk számegyenesen a két szám helyét:



3. megoldás

Írjuk fel a tizedestörteket törtalakban, majd bővítéssel írjuk őket összehasonlítható alakba.

$$1,6 = 1 \frac{6}{10} = \frac{16}{10} = \frac{160}{100} = \frac{1600}{1000} = \dots \quad 1,493 = 1 \frac{493}{1000} = \frac{1493}{1000}$$

Mivel a nevezők azonosak, és $1600 > 1493$, így

$$1,6 = \frac{1600}{1000} > \frac{1493}{1000} = 1,493, \text{ ezért } 1,6 > 1,493.$$

Mindhárom megoldásból következik: $1,493 < 1,600$

☉ A tizedestörtek is törtek, követhetjük a törtek összehasonlításánál tanultakat.

Például

bővítés:

$$1,2 = 1,20 = 1,200;$$

egyszerűsítés:

$$1,200 = 1,20 = 1,2$$

Gyakorló

5.56–5.58.,

5.61–5.62.

☉ *Hogyan célszerű bővítenünk a törteket, hogy az összehasonlítást biztosan el tudjuk végezni?*

Figyeld meg!

A tizedestört végére (pontos érték esetén) akárhány 0-t írhatunk, illetve onnan akárhány 0-t elhagyhatunk, a nagysága nem változik.

Ha a tizedestört végére 0-kat írunk, **bővítjük** a tizedestörtet.

Ha a tizedestört végétől 0-kat elhagyunk, **egyszerűsítjük** a tizedestörtet.

FELADATOK

18 Írd föl a következő számok két-két bővített alakját!

- a) 4,8; b) 15,90; c) 15,09; d) 38

19 Írd föl a következő számok két-két egyszerűsített alakját (ha lehet)!

- a) 5,600; b) 15,000; c) 650,0; d) 28 000

20 Írd a számok közé a <, >, = jelek közül a megfelelőt!

- a) 0,6 0,06; b) 0,5 0,50; c) 0,12 0,1;
d) 0,03 0,4; e) 0,04 0,3; f) 0,3 0,29

21 Írd a számok közé a <, >, = jelek közül a megfelelőt!

- a) 0,6 0,059; b) 0,32 0,129; c) 0,05 0,072;
d) 0,005 0,1; e) 0,105 0,15; f) 0,01 0,010

22 Írd a számokat növekvő sorrendbe!

- 0,2; 0,202; 2,02; 2,22; 20,2; 20,02; 2,002; 202,2

23 Keress olyan számokat, amelyek igazá teszik az egyenlőtlenségeket!

- a) $0,03 < \square < 0,04$; b) $0,21 < \square < 0,22$; c) $3,008 < \square < 3,01$;
d) $0,99 < \square < 1$; e) $1,9 < \square < 1,99$; f) $2,05 < \square < 2,055$

24

A Forma–1-es autóversenyen időmérő edzésen dől el, hogy hányadik helyről indul másnap a versenyző. A leggyorsabb indul az első helyről, a második leggyorsabb a másodikról, és így tovább.

Az egyik időmérő edzésen az első négy helyezett ezeket az eredményeket érte el.

Állapítsd meg a rajtsorrendet!

Button	1 perc 34,044 másodperc
Glock	1 perc 33,712 másodperc
Trulli	1 perc 33,431 másodperc
Vettel	1 perc 34,015 másodperc

Figyelempróba



A TIZEDESTÖRTEK KERÉKÍTÉSE

1. példa

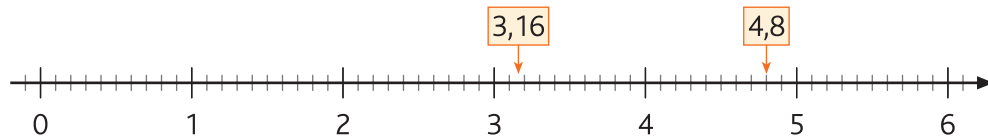
Határozzuk meg azt a két-két szomszédos egész számot, amely közrefogja a 4,8-et; illetve a 3,16-ot.

Ábrázoljuk számegyenesen a számok (közelítő) helyét.

$$4 < 4,8 < 5;$$

$$3 < 3,16 < 4;$$

a 4,8 **egész szomszédai**: a 4 és az 5;
a 3,16 egész szomszédai: a 3 és a 4.



2. példa

Határozzuk meg azt a két-két tizedestörtet, amelyeknek a legkisebb helyiértékük tized, és közrefogják a 3,28-ot; a 2,105-et; a 4,08-ot.

Ábrázoljuk számegyenesen a számok (közelítő) helyét.

$$3,2 < 3,28 < 3,3;$$

$$2,1 < 2,105 < 2,2;$$

$$4,0 < 4,08 < 4,1;$$

a 3,28 **tizedszomszédai**: a 3,2 és a 3,3;
a 2,105 tizedszomszédai: a 2,1 és a 2,2;
a 4,08 tizedszomszédai: a 4,0 és a 4,1.



FELADATOK

25 Írd le a következő számok egész szomszédait!

5,18; 10,106; 0,09; 101,01; 105,501; 99,99

☉ Lásd 1. példa.

26 Írd le a számok tizedszomszédait! (Használd az egyenlőtlenségjeleket is!)

2,15; 3,86; 15,06; 0,33; 10,95; 9,999

Például:
 $2,1 < 2,15 < 2,2$

27 Fogalmazd meg, mit nevezünk egy tizedestört **századszomszédainak**, majd írd le a számok századszomszédait!

0,075; 3,818; 18,561; 103,995; 5,006; 3,456

Például:
 $2,10 < 2,105 < 2,11$

28 Kerekítsd tízesre a mennyiségek mérőszámát, ezután váltsd át a kerekített értéket az adott mértékegységekre!

Például:
 $527 \text{ cm} \approx 530 \text{ cm} =$
 $= 53 \text{ dm} = 5,3 \text{ m}$

a) $5466 \text{ mm} \approx \text{ } \text{ mm} = \text{ } \text{ cm} = \text{ } \text{ dm} = \text{ } \text{ m};$

b) $641 \text{ dkg (dag)} \approx \text{ } \text{ dkg} = \text{ } \text{ kg};$

c) $570 \text{ m} \approx \text{ } \text{ m} = \text{ } \text{ km}; \quad 7 \text{ m} \approx \text{ } \text{ m} = \text{ } \text{ km}$

Például:

$$527 \text{ cm} \approx 500 \text{ cm} = \\ = 50 \text{ dm} = 5 \text{ m}$$

29

Kerekítsd százra a mennyiségek mérőszámát, ezután váltsd át a kerekített értéket az adott mértékegységekre!

a) $5466 \text{ mm} \approx \boxed{} \text{ mm} = \boxed{} \text{ cm} = \boxed{} \text{ dm} = \boxed{} \text{ m};$

b) $641 \text{ dkg (dag)} \approx \boxed{} \text{ dkg} = \boxed{} \text{ kg};$

c) $570 \text{ m} \approx \boxed{} \text{ m} = \boxed{} \text{ km}$

30

Kerekítsd ezresre a mennyiség mérőszámát, ezután váltsd át a kerekített értéket az adott mértékegységekre!

$5466 \text{ mm} \approx \boxed{} \text{ mm} = \boxed{} \text{ cm} = \boxed{} \text{ dm} = \boxed{} \text{ m}$

☉ *Egy Forma–1-es pilóta egy futam alatt akár 2–3 kg-nyit is fogyhat a vízvesztés miatt.*

☉ *Az $m \approx 32 \text{ kg}$ közelítő érték, amelynek a hibája legfeljebb 0,5 kg.*

Nagyon érzékeny mérleggel Ferkó tömegét $32 \text{ kg } 4 \text{ dkg } 3 \text{ g}$ -nak mértük. Jelöljük ezt a mennyiséget m -mel! Tizedestörttel felírva: $m = 32,043 \text{ kg}$

A gyakorlatban felesleges Ferkó tömegét ilyen pontossággal mérnünk. Vegyük figyelembe, hogy Ferkó tömege $40\text{--}50 \text{ dkg}$ -mal is nőhet, illetve csökkenhet egy nap folyamán. Ezért a $32,043 \text{ kg}$ helyett célszerű **kerekített értéket** írni, vagyis $m \approx 32 \text{ kg}$ -ot. Ez azt jelenti, hogy $31,5 \text{ kg} \leq m < 32,5 \text{ kg}$.

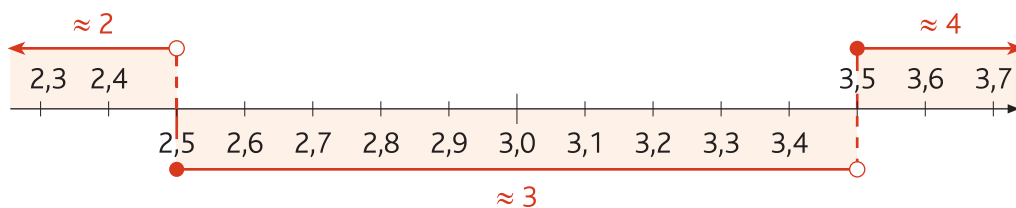
Jegyezd meg!

Egyesre a következőképpen **kerekítünk**:

Ha a szám egész, akkor készen vagyunk;

ha a tizedestört alakban írt szám nem egész, akkor helyette a közelebbi **egész szomszédját** vesszük;

ha a törtrész 0,5 vagy annál nagyobb, akkor „fölfelé kerekítünk”.



Például:

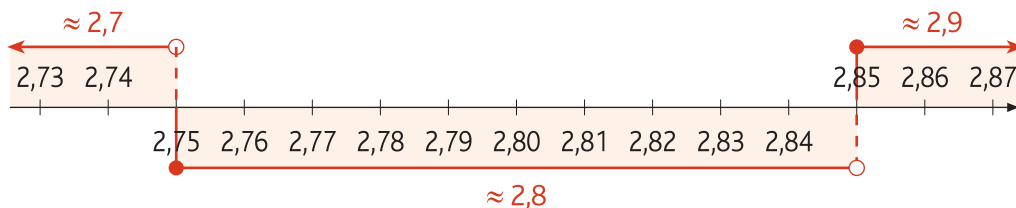
$$\begin{array}{ll} 2,8 \approx 2,8; & 2,80 \approx 2,8; \\ 2,75 \approx 2,8; & 2,78 \approx 2,8; \\ 2,84 \approx 2,8; & 2,849 \approx 2,8; \\ 2,85 \approx 2,9; & 2,95 \approx 3,0 \end{array}$$

Tizedre a következőképpen **kerekítünk**:

Ha a szám felírható olyan alakban, hogy nincs tizednél kisebb helyiértékű számjegye, akkor készen vagyunk;

ha van, akkor a tizedestört helyett a közelebbi **tizedszomszédját** vesszük;

ha a törtrészben a század helyén 5 vagy annál nagyobb szám áll, akkor „fölfelé kerekítünk”.



FELADATOK

31 Kerekítsd a tizedestörteket *egyesre*!

$a = 2,4;$ $b = 6,8;$ $c = 42,5;$ $d = 269,0;$ $e = 99,65;$ $f = 108,325$

Gyakorló
5.63–5.67.,
9.63–9.65.

32 Kerekítsd a tizedestörteket *tízesre*!

$a = 2,4;$ $b = 36,7;$ $c = 42,5;$ $d = 235,0;$ $e = 95,3;$ $f = 104,895$

☉ Mi lehet a tizedestörtek
tízesre kerekítésének
szabálya?

33 Kerekítsd a tizedestörteket *tizedre*!

$a = 7,34;$ $b = 5,56;$ $c = 8,4;$ $d = 7,55;$ $e = 10,20;$ $f = 1,96;$
 $g = 3,02;$ $h = 4,16;$ $i = 4,106;$ $j = 0,008;$ $k = 15,005;$ $l = 0,5$

Feladatgyűjtemény
4.1.09–10.,
6.1.01–02.

34 Kerekítsd a tizedestörteket *századra*!

$a = 1,464;$ $b = 3,141;$ $c = 3,146;$ $d = 3,145;$ $e = 4,603;$ $f = 2,999;$
 $g = 3,002;$ $h = 4,006;$ $i = 0,0046;$ $j = 6,4083;$ $k = 5,4645;$ $l = 0,0505$

☉ Mi lehet a tizedestörtek
századra kerekítésének
szabálya?

➤ A MÉRÉS PONTOSSÁGÁNAK JELZÉSE

3. példa

Egy lécs hosszúsága becslésünk szerint 1 m 6 dm. Ezt a hosszúságot deciméter pontossággal becsültük meg.

Egy cső hosszúságát centiméter pontossággal 1 m 60 cm-nek mértük.

Fejezzük ki méterrel az előző adatokat úgy, hogy jelezzük az adatok pontosságának mértékét is.

☉ Megfigyelted?
A lécs hosszát tized méter
pontossággal, a cső
hosszát század méter pon-
tossággal adtuk meg.

A becsléssel, illetve a méréssel kapott két eredmény mást jelent:

A lécs hossza: $l \approx 1,6$ m

Ez a becslés deciméter pontosságú: $1,55 \text{ m} \leq l < 1,65 \text{ m}$

A becslés lehetséges hibája legfeljebb $5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$ lehet.

A cső hossza: $c = 1,60$ m.

Ez a mérés centiméter pontosságú: $1,595 \text{ m} \leq c < 1,605 \text{ m}$

A mérés lehetséges hibája legfeljebb $5 \text{ mm} = 0,005 \text{ m}$ lehet.

A gyakorlatban a tizedestörtek végére kiírt nullák a **mérés pontosságát** is jelzik.



Anita egy tizedestörtre gondolt, amelyről négy igaz állítást mondott:

Század a legkisebb helyiértéke.

A tízesre kerekített értéke 0.

A tizedre kerekített értéke 5,0.

Az előző három tulajdonsággal rendelkező számok közül ez a szám a legnagyobb.

Melyik számra gondolt Anita?

☉ Mi lehet a szám első
számjegye?
A szám törtrésze hány
számjegyből állhat?
Közülük melyeknek lehet
a tizedre kerekített értéke
5,0?

FELADATOK

35 | 4,497; | 4,974; | 4,947; | 4,5; | 5; | 5,048; | 5,004; | 5,04; | 5,45; | 5,501 |

- A fenti adatok közül melyeknek lehet az *egyesre kerekített* értéke 5?
- A fenti adatok közül melyeknek lehet a *tizedre kerekített* értéke 5,0?
- A fenti adatok közül melyeknek lehet a *századra kerekített* értéke 5,00?

© Írjuk fel a megfelelő egyenlőtlenségeket.

36 Miben térhetnek el a következő mérési eredmények? A tele iskolatáskám

- 4,8 kg;
 - 4,80 kg;
 - 4,800 kg.
- Legalább mekkora lehet, illetve minél kisebb a tömeg pontos értéke?

37 A *mérés pontosságát* is jelezve írd föl a mérési eredményeket! Legalább mekkora lehet, illetve minél kisebb a tömeg pontos értéke?

- Rugós mérleggel 3 kg-nak mérünk egy dinnyét. A mérleg tized kilogramm pontossággal mér.
- Háztartási mérleggel szintén 3 kg-nak mérünk egy másik dinnyét. A mérleg század kilogramm pontossággal mér.
- Egy boltban kimérnek 3 kg cukrot. A mérleg 1 gramm pontossággal mér.

38 A *mérés pontosságát* is jelezve írd föl a mérési eredményeket! Legalább mekkora lehet, illetve minél kisebb a valódi hosszúsága?

- 200 m hosszúságúnak becsültünk meg egy útszakaszt. A becslést 10 m pontosságúnak tekinthetjük.
- Méterrúddal 200 m hosszúságúnak mértünk egy kerítést. A mérést 1 m pontossággal végeztük el.
- Mérőszalaggal 200 m hosszúságúnak mértünk meg egy huzalt. A mérést 1 dm pontossággal végeztük el.
- Lézeres műszerrel két épület távolságát 200 m-nek mértük. A műszer 1 milliméter pontossággal mér.

39 a) Egy torony távolsága becslésünk szerint 5 km. Mekkora lehet a távolság pontos értéke, ha helyes volt a becslésünk, és az adat pontosságát is jelöli a fenti adat?

- A földmérők szerint két oszlop közti távolság 5,000 km. Ha helyes ez az adat, akkor legfeljebb mekkora lehet a mérés hibája?



Gyűjtőmunka

40 Mérd meg a szobátok, az ágyad, a takaród stb. hosszát, szélességét! Add meg ezeket az értékeket méter, deciméter, centiméter pontossággal!

Fejtörő!

© Hány méter hosszú út megtétele után váltott a kilométer-számláló?



Alfonz, amikor célba ért, autójának a kilométer-számlálója éppen 85,0 km-re váltott. Bella máshová autózott, de az ő kilométer-számlálója is 85,0 km-t mutatott a célba éréskor. Igaz, Bella kilométer-számlálója már korábban átváltott erre az értékre. Ki tett meg nagyobb utat, és legfeljebb mekkora lehet a két távolság közti különbség?

EURÓVAL FIZETÜNK

Ismerkedjünk meg!

Az Európai Unió legtöbb tagállamában 2002. január 1-jétől közös fizetőeszközt használnak, az **eurót**. Néhány év múlva Magyarországon is az euró lesz a hivatalos fizetőeszköz.

Hivatalos jelölése: **EUR**. Jelképe: **€**

Sok áru értéke kisebb, mint 1 €, ezért bevezették az euró váltópénzét.

Az euró váltópénze az eurocent, röviden cent. 1 EUR = 100 cent.



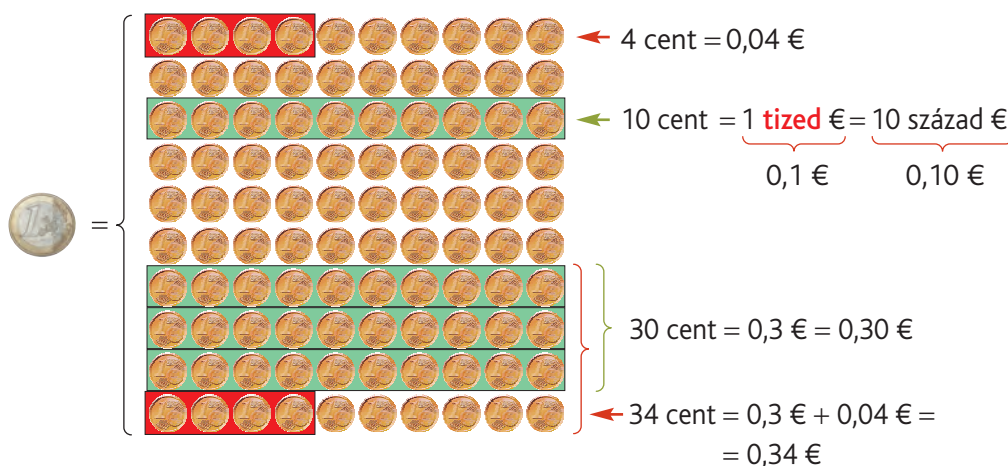
☉ Az euró papírpénzek minden országban egyformák. A fém pénzek egyik oldala szintén. Azonban a másik oldalukat a kibocsátó nemzet tervezi meg. Nézz utána, hányféle nemzeti hátoldalú 1 eurós érme van!

☉ Mi lehet a kapcsolat a „cent” szó és a „centi” előtag jelentése között?

1. példa

Hány euró 1 cent; 4 cent; 10 cent; 30 cent; 34 cent?

1 cent = 1 század EUR, vagyis 1 cent = 0,01 €



FELADATOK

41 Hány cent : 5 €; : 54 €; : 537 €; : 2000 €?

42 Hány cent : 6 € 45 cent; : 76 € 53 cent; : 37 € 5 cent; : 400 € 50 cent?

1 € = 100 cent

$\frac{1}{10}$ € = ? cent

$\frac{1}{100}$ € = ? cent



Axelnak december 31-én 4,65 € van a perselyében. Elhatározta, hogy az új évben mindennap 15 centet hozzátesz a meglévő pénzéhez.

Mikor lesz pontosan 6 € a perselyben, ha közben nem vesz ki pénzt belőle?

A: Január 8-án; B: Január 9-én; C: Január 10-én; D: Január 11-én

Fejtörő!

☉ Karikázd be a helyes választ betűjelét!

2. példa

Hány euró és hány cent 45,38 €; 219,8 €; 657 cent?

Százas (100 €)	Tízes (10 €)	Egyes (1 €)	Tized (10 cent)	Század (1 cent)
	4	5	3	8
2	1	9	8	0
		6	5	7

Írjuk helyiérték-táblázatba az adott mennyiségeket.

45,38 € = 45 € 38 cent;

219,8 € = 219 € 80 cent;

657 cent = 6 € 57 cent

0,01 € = ? cent

0,1 € = ? cent

FELADATOK

43 Hány euró 500 cent; 1300 cent; 13 000 cent; 500 000 cent?

44 Hány cent $\frac{5}{100}$ €; $\frac{35}{100}$ €; $\frac{48}{100}$ €; $\frac{80}{100}$ €?

45 Hány cent $\frac{5}{10}$ €; $\frac{3}{10}$ €; $\frac{48}{10}$ €; $\frac{80}{10}$ €?

© Pótold a hiányzó számokat!

46 Hány euró?

a) 60 cent = €

b) 8 cent = €

c) 68 cent = €

47 Hány euró?

a) 4 € 38 cent = €

b) 15 € 90 cent = €

c) 15 € 9 cent = €

d) 3852 cent = €

48 Hédinek megtetszett egy póló. A vásárláskor 5 euróval fizetett.

Mennyibe került a póló, ha a következő érméket kapta vissza?



Fejtorő!

© Mennyit fizetett volna Emma, ha az ásványvíz is annyiba került volna, mint a palack?



Emma Németországban egy palack ásványvizet vásárolt 0,44 €-ért. A palack ára 6 centtel többbe került, mint a benne lévő ásványvíz. Ám a palack az ásványvíz elfogyasztása után az üzletben visszaváltható, vagyis az árát visszafizetik. Hány centet kapott Emma a palackért, amikor visszaváltotta azt?

A: 38 centet; B: 28 centet; C: 25 centet; D: 19 centet

A TIZEDESTÖRTEK ÖSSZEADÁSA, KIVONÁSA

1. példa

A királylány szökni készül. A toronyból való leereszkedéshez a következő hosszúságú anyagokat akarja összevarrni:

lepedő: 2 m 75 cm; palást: 38 dm; függöny: 4 m; terítő: 3 m 6 dm 6 cm.

Hány méter, centiméter, deciméter lesz az összevarrt anyagok hossza?

Az eredményt a négy hosszúság összege adja.

Az összeadás során: (5 cm + 6 cm =) 11 cm-t átváltjuk

1 dm 1 cm-re, és az 1 dm-t a deciméterekhez adjuk;

(7 dm + 8 dm + 6 dm + 1 dm =) 22 dm-t átváltjuk 2 m 2 dm-re, és a 2 m-t a méterekhez adjuk.

Hogyan írhatjuk le ezt az összeadást tizedestörtekkel?

Ha **centiméter az egység**, akkor ez a táblázat felső sora, és ezt az összeadást végezzük:

$$\begin{array}{r} 275 \\ 380 \\ 400 \\ + 366 \\ \hline 1421 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \text{ m } 75 \text{ cm} = 275 \text{ cm} \\ 38 \text{ dm} = 380 \text{ cm} \\ 4 \text{ m} = 400 \text{ cm} \\ 3 \text{ m } 6 \text{ dm } 6 \text{ cm} = 366 \text{ cm} \end{array}$$

Az eredmény: 1421 cm

Ha **deciméter az egység**, akkor ez a táblázat felső sora, és ezt az összeadást végezzük:

$$\begin{array}{r} 27,5 \\ 38,0 \\ 40,0 \\ + 36,6 \\ \hline 142,1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \text{ m } 75 \text{ cm} = 27 \text{ dm } 5 \text{ cm} = 27,5 \text{ dm} \\ 38 \text{ dm} = 38 \text{ dm} + 0 \text{ cm} \\ 4 \text{ m} = 40 \text{ dm } 0 \text{ cm} \\ 3 \text{ m } 6 \text{ dm } 6 \text{ cm} = 36 \text{ dm } 6 \text{ cm} = 36,6 \text{ dm} \end{array}$$

Az eredmény: 142,1 dm.

Ha **méter az egység**, akkor ez a táblázat felső sora, és ezt az összeadást végezzük:

$$\begin{array}{r} 2,75 \\ 3,80 \\ 4,00 \\ + 3,66 \\ \hline 14,21 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \text{ m } 75 \text{ cm} = 2,75 \text{ m} \\ 38 \text{ dm} = 3 \text{ m} + 0,8 \text{ m} = 3,8 \text{ m} = 3,80 \text{ m} \\ 4 \text{ m} = 4,00 \text{ m} \\ 3 \text{ m } 6 \text{ dm } 6 \text{ cm} = 3,66 \text{ m} \end{array}$$

Az eredmény: 14,21 m.

A törteket, tehát a tizedestörteket is úgy adhatjuk össze, hogy először azonos nevezőjű törtekké alakítjuk őket. Majd a számlálójukat összeadjuk, ez lesz az összeg számlálója, és a közös nevező az összeg nevezője.

$$\begin{aligned} 2,75 + 3,8 + 4 + 3,66 &= \frac{275}{100} + \frac{380}{100} + \frac{400}{100} + \frac{366}{100} = \\ &= \frac{275 + 380 + 400 + 366}{100} = \frac{1421}{100} = \frac{1400}{100} + \frac{21}{100} = 14,21 \end{aligned}$$

	10 m	m	dm	cm
		2	7	5
		3	8	
		4		
+		3	6	6
	1	4	2	1

Ezres	Százás	Tízes	Egyes
-------	--------	-------	-------

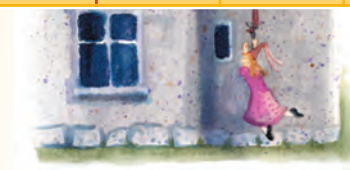
Beírjuk a 0-t.



Százás	Tízes	Egyes	Tized
--------	-------	-------	-------



Tízes	Egyes	Tized	Század
-------	-------	-------	--------



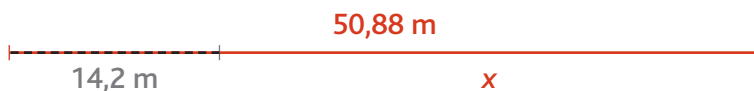
© Alkalmazzuk a törtek összeadásáról tanultakat.

© Legyen most is az 1 m az egység.

2. példa

	10 m	m	dm	cm
	5	0	8	8
–	1	4	2	0
	3	6	6	8

Horgász Hugó 50,88 m hosszú horgászszinórjából egy óriási harcsa leszakított egy 14,2 m hosszú darabot. Milyen hosszú szinórja maradt meg Horgász Hugónak?



Írjuk táblázatba az adatokat.

Hogyan írhatjuk le ezt tizedestörtekkel?

Ezres	Százas	Tízes	Egyes
-------	--------	-------	-------

Ha **centiméter az egység**, akkor ez a táblázat felső sora. Ekkor egész számokat vonunk ki:

$$\begin{array}{r} 5088 \\ - 1420 \\ \hline 3668 \end{array} \quad \begin{array}{l} 50,88 \text{ m} = 5088 \text{ cm} \\ 14,2 \text{ m} = 1420 \text{ cm} \end{array}$$

Az eredmény: 3668 cm

Százas	Tízes	Egyes	Tized
--------	-------	-------	-------

Ha **deciméter az egység**, akkor ez a táblázat felső sora. Ekkor ezt a kivonást végezzük:

$$\begin{array}{r} 508,8 \\ - 142,0 \\ \hline 366,8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 50,88 \text{ m} = 508,8 \text{ dm} \\ 14,2 \text{ m} = 142 \text{ dm} = 142,0 \text{ dm} \end{array}$$

Az eredmény: 366,8 dm

Tízes	Egyes	Tized	Százas
-------	-------	-------	--------

Ha **méter az egység**, akkor ez a táblázat felső sora. Ekkor ezt a kivonást végezzük:

$$\begin{array}{r} 50,88 \\ - 14,20 \\ \hline 36,68 \end{array} \quad \begin{array}{l} 14,2 \text{ m} = 14,20 \text{ m} \end{array}$$

Az eredmény: 36,68 m

Az egység megválasztásától függően más-más tizedestört alakban írhatjuk fel ugyanazt a számot:

$$3668 \text{ cm} = 366,8 \text{ dm} = 36,68 \text{ m}$$

A törtekkel, tehát a tizedestörtekkel is úgy végezhetjük el a kivonást, hogy először azonos nevezőjű törtekké alakítjuk őket. Majd a kisebbítendő számlálójából kivonjuk a kivonandó számlálóját, ez lesz a különbség számlálója, és a közös nevező lesz a különbség nevezője.

$$\begin{aligned} 50,88 - 14,2 &= 50 \frac{88}{100} - 14 \frac{2}{10} = \frac{5088}{100} - \frac{1420}{100} = \frac{5088 - 1420}{100} = \\ &= \frac{3668}{100} = \frac{3600}{100} + \frac{68}{100} = 36,68 \end{aligned}$$

Ellenőrzés összeadással:

$$\begin{array}{r} 36,68 \\ + 14,20 \\ \hline 50,88 \end{array}$$

Ellenőrzés kivonással:

$$\begin{array}{r} 50,88 \\ - 36,68 \\ \hline 14,20 \end{array}$$



© Alkalmazhatjuk a törtek kivonásáról tanultakat. Legyen most is az 1 m az egység.

Figyeld meg!

A tizedestörtek összeadásakor, kivonásakor követhetjük az egészeknél tanult szabályt:

Írásban úgy is összeadhatunk, illetve vonhatunk ki tizedestörteket, hogy az azonos helyiértékű számokat írjuk egymás alá, és amikor a művelet során a tizedesvesszőhöz érünk, kiírjuk azt.

A tizedestörtek összeadásának és kivonásának szabálya igazolható a törtek összeadására, illetve kivonására tanult szabályok segítségével.

☉ *A tizedestörtekekkel való számolás az egész számoknál használt műveleti szabályoktól csak a tizedesvessző használatában tér el.*

3. példa

Ábelék külföldön voltak. A szállásért (a reggelivel együtt) 219,58 €-t, az ebédért 48 €-t, ásványvízért 96 centet fizettek. Hány eurót fizettek összesen?

Emlékezzünk a szöveges feladat megoldásának lépéseire:

Adatok: $s = 219,58 \text{ €}; e = 48 \text{ €}; a = 96 \text{ cent} = 0,96 \text{ €}$

Terv: $\ddot{o} = s + e + a$

Becslés: $s + e + a \approx 220 + 48 + 1 = 269 \text{ (€)}$

Számolás: Írásban végezzük el az összeadást.

	2	1	9	5	8
		4	8		
+			0	9	6
	2	6	8	5	4

Ellenőrzés: Az eredmény összhangban van a becsült értékkel és a feladat szövegével.

Válasz: Összesen 268,54 €-t fizettek.

	Százas (100 €)	Tízes (10 €)	Egyes (1 €)	Tized (10 cent)	Század (1 cent)
	2	1	9	5	8
		4	8		
+			0	9	6
	2	6	8	5	4

- 1 A szöveg értelmezése, a szükséges adatok kigyűjtése.
- 2 Tervkészítés.
- 3 Becslés (pl. egyesekre kerekített értékekkel számolva).
- 4 A számítások elvégzése.
- 5 Ellenőrzés a szöveg alapján.
- 6 Szöveges válasz.

☉ *Megfigyelted? Az azonos helyiértékeket írjuk egymás alá.*



Zsuzsi elvesztette a pénztárcáját, amelyben 187,75 € volt. Így panaszkodott barátnőjének: Elveszett kedvenc pénztárcám, amelyben benne volt Panni 75 €-ja és 80 centje és Gabi 22,06 €-ja is.

Hány euró Zsuzsi vesztesége, ha barátnőinek odaadja a nekik járó összeget, és a pénztárcáját másnap üresen megtalálja?

A: 187,75 €; B: 97,86 €; C: 285 € és 61 cent; D: 89,89 €

Többet ésszel ...

☉ *Karikázd be a helyes válasz betűjelét!*



Vajon jól számolt Ödömér?

	3	2	7
+	4	8	5
	8	1	2

	5		8
+	7	2	5
	1	2	3

	5	7	8
-	7	1	5
	2	6	3

	4	6	8
-		3	5
	4	3	3

☉ *Mire kell ügyelnünk a számítások során?*

4. példa

Bea 22 € 83 centtel a pénztárcájában bement egy áruházba, és 13 €-ért egy könyvet vásárolt. Mennyi pénze maradt?

Adatok: $b = 22 \text{ € } 83 \text{ cent} = 22,83 \text{ €}; k = 13 \text{ €}$

Terv: $m = b - k$

Becslés: $m = b - k \approx 23 - 13 = 10 \text{ (€)}$

Számolás:

A 13-ban törtrészek nincsenek, vagyis 0-val egyenlők, ezért a törtrészek helyére gondolatban 0-kat írhatunk. ($13 = 13,00$)

Elvégezve a kivonást:
$$\begin{array}{r} 22,83 \\ - 13,00 \\ \hline 9,83 \end{array}$$
 Ellenőrzés:
$$\begin{array}{r} 9,83 \\ + 13,00 \\ \hline 22,83 \end{array}$$

Az eredmény összhangban van a becsült értékkel.

Válasz: Beának 9,83 €-ja maradt.

5. példa

Emmának 22 €-ja van, 13 € 83 centtel több, mint Flórának.

Mennyi pénze van Flórának?

Adatok: $e = 22 \text{ €}; e > f, 13 \text{ € } 83 \text{ centtel több.}$

Terv: $k = e - f$

Becslés: $k = e - f \approx 22 - 14 = 8 \text{ (€)}$

Számolás:

Gondolatban a kisebbítendőben a tizedek és a századok helyére 0-t írunk. ($22 = 22,00$)

Elvégezve a kivonást:
$$\begin{array}{r} 22,00 \\ - 13,83 \\ \hline 8,17 \end{array}$$
 Ellenőrzés:
$$\begin{array}{r} 13,83 \\ + 8,17 \\ \hline 22,00 = 22 \end{array}$$

Az eredmény összhangban van a becsült értékkel.

Válasz: Flórának 8,17 €-ja van.

☉ A becsléskor egyesre kerekítve számolunk.

	Tízes	Egyes	Tized	Század
	2	2	8	3
–	1	3	0	0
		9	8	3

☉ A becsléskor egyesre kerekítve számolunk.

	Tízes	Egyes	Tized	Század
	2	2	0	0
–	1	3	8	3
		8	1	7

☉ Tudsz önállóan 3-szor 3-as bűvös négyzetet szerkeszteni?



Írj be a bűvös négyzetek üres rovataiba egy-egy számot úgy, hogy minden sorban, minden oszlopban és a két átlóban a számok összege megegyezzek!

A:

2,6	0,4	3
	3,6	

B:

3,8		
	3,2	
	4,8	2,6

C:

	0,8	
	1,6	
1,1	2,4	

D:

0,81	0,71	0,61
0,46		

E:

		2,75
	2,25	2,05
1,75		

FELADATOK

49 Egészekre kerekítve becsüld meg az eredményt, majd végezd el írásban az összeadást!

- a) $1,12 + 42,65 + 0,83$; b) $8,05 + 17,6 + 7,615 + 78,17$;
c) $62 + 6,2 + 0,62 + 0,062$; d) $42,209 + 158,02 + 17 + 0,0635$

50 Egészekre kerekítve becsüld meg az eredményt, majd végezd el írásban a kivonást!

- a) $27,78 - 18,25$; b) $43,76 - 36,68$; c) $25,23 - 16,82$;
d) $78,68 - 4,8$; e) $95,79 - 16$; f) $61,516 - 6,9$;
g) $27,5 - 9,47$; h) $16,03 - 8,796$; i) $83 - 17,085$

51 Végezd el az összeadásokat!

- | | | | | |
|---|---|---|--|--|
| a) $\begin{array}{r} 2,05 \\ 13,005 \\ + 23,17 \\ \hline \end{array}$ | b) $\begin{array}{r} 42,016 \\ 5,63 \\ + 28,47 \\ \hline \end{array}$ | c) $\begin{array}{r} 132,6 \\ 17,075 \\ + 495,85 \\ \hline \end{array}$ | d) $\begin{array}{r} 53,6 \\ 2,48 \\ + 0,19 \\ \hline \end{array}$ | e) $\begin{array}{r} 65,045 \\ 3,1 \\ + 34,51 \\ \hline \end{array}$ |
| f) $\begin{array}{r} 10,5 \\ 4,651 \\ + 87,05 \\ \hline \end{array}$ | g) $\begin{array}{r} 52,63 \\ 0,005 \\ + 7,618 \\ \hline \end{array}$ | h) $\begin{array}{r} 13 \\ 48,65 \\ + 4,7 \\ \hline \end{array}$ | i) $\begin{array}{r} 40 \\ 0,8 \\ + 3,05 \\ \hline \end{array}$ | j) $\begin{array}{r} 13,756 \\ 0,013 \\ + 5,4 \\ \hline \end{array}$ |

52 Végezd el a kivonásokat!

- | | | | | |
|--|--|---|---|--|
| a) $\begin{array}{r} 49,56 \\ - 16,23 \\ \hline \end{array}$ | b) $\begin{array}{r} 89,56 \\ - 52,63 \\ \hline \end{array}$ | c) $\begin{array}{r} 42,105 \\ - 8,9 \\ \hline \end{array}$ | d) $\begin{array}{r} 73,84 \\ - 28,9 \\ \hline \end{array}$ | e) $\begin{array}{r} 64,46 \\ - 43,7 \\ \hline \end{array}$ |
| f) $\begin{array}{r} 85,4 \\ - 16,27 \\ \hline \end{array}$ | g) $\begin{array}{r} 65,64 \\ - 39,3 \\ \hline \end{array}$ | h) $\begin{array}{r} 39,85 \\ - 19,876 \\ \hline \end{array}$ | i) $\begin{array}{r} 40 \\ - 35,53 \\ \hline \end{array}$ | j) $\begin{array}{r} 53,2 \\ - 34,201 \\ \hline \end{array}$ |

53 Felismerhető-e a becslés segítségével, hogy hibás a számítás?

- a) $3,48 + 12 = 3,60$; b) $5,47 + 3,2 = 8,49$; c) $52,8 - 0,62 = 46,6$

54 Hajtsd végre a műveleteket!

- a) $46 - (3,5 + 16,26)$; b) $5,6 + (3,08 - 2,2)$;
c) $58,26 - (52,06 - 0,08) + 3$; d) $(102,06 - 49,1) + (1,06 - 0,8)$

☉ **Ügyeltél a helyi-értékekre?**

*Az ellenőrzésnél gondoltál a **becsült értékre**?*

☉ **Hogyan ellenőrizheted munkád helyességét a **becsült érték**, illetve **művelet** segítségével?**

☉ **Szerinted mi a célja a becslésnek?**

Milyen eredményt kapnál, ha fordított sorrendben adnád össze a tagokat? Hogyan használhatod fel ezt az ellenőrzéshez?

☉ **Nem feledkeztél meg a becslésről és az ellenőrzésről?**

Gyakorló
5.68–5.75., 5.77–5.79.;
Feladatgyűjtemény
4.2.06.

☉ **Hogyan végzed a becslést? Írd le!**

☉ **Hogyan számolunk, ha zárójel van a művelet-sorban?**



Zénó régi számításokat talált, amelyekben egyes számjegyek, esetleg a műveletjel elmosódtak. Vajon pótolhatók-e a hiányzó számjegyek, illetve a hiányzó műveleti jel?

$\begin{array}{ c c c c } \hline 6 & 5 & 0 & \\ \hline + & & & 5 & 3 \\ \hline 1 & 2 & & 0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c c } \hline 1 & 2 & 5 & \\ \hline - & & 8 & 7 \\ \hline & & & 8 & 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c c c } \hline 8 & & 6 & 5 & \\ \hline & & 3 & 9 & \\ \hline 1 & 7 & & 5 & \\ \hline & & 0 & 6 & 3 & 7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c c c } \hline 4 & 4 & 8 & 2 & \\ \hline 3 & 7 & & 5 & \\ \hline & & & 7 & 7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c c c } \hline 4 & 4 & 8 & 2 & \\ \hline 3 & 7 & & 5 & \\ \hline & & & 9 & 7 \\ \hline \end{array}$
---	---	---	---	---

Fejtörő!

☉ **Ellenőrizted a megoldásod?**



☉ A forintnak is volt váltópénze, a fillér.



A filléres érméket már kivonták a forgalomból, de például a benzinkutaknál vagy a bankokban számolnak a forint törtrészeivel.

1 Ft = 100 fillér

Például:

58 Ft 70 fillér = 58,70 Ft

	Magyar	Kínai
Szakítás		
Lökés		
Összesen		
Tömeg		

☉ A táblázatba rendezett adatok jobban áttekinthetők.

☉ Mi lesz a két kerekített érték? Karikázd be a helyes válasz betűjelét!

55 Ne feledd meg a feladat megoldásának egyik lépéséről sem!

- Ábel 25,8 kg epret szedett eddig, 6,9 kg-mal többet, mint Máté. Mennyit szedtek ketten együtt? Mennyit kell még szedniük, hogy elérjék a 0,1 tonnát?
- A Föld napján a 6. osztályos tanulók 54,4 kg szemetet gyűjtöttek össze az erdőben, 4,9 kg-mal kevesebbet, mint az 5. osztályosok. A két osztály együtt mennyi szemetet szedett össze eddig? Mennyit kell még gyűjteniük, ha összesen 0,15 t szemetet összegyűjtését vállalták?
- Az 5. osztályos tanulók összesen 0,250 t papírt gyűjtöttek össze. Ebből a fiúk 125,6 kg-ot. Hány tonna papírt gyűjtöttek össze a lányok?

56 Vásárlásaimról évekkal ezelőtt a következő feljegyzést készítettem:

- Kenyér: 39 Ft 80 fillér; tej: 27,6 Ft; sajt: 40,5 Ft; üdítő: 38 Ft 50 fillér.
Készíts helyiérték-táblázatot, írd bele a számokat!
Hány forintot költöttem összesen? Fejezd ki fillérrel is az elköltött összeget!
- Ha 200 Ft volt nálam, akkor hány forintot vittem haza?

57 Pótold a hiányzó mérőszámokat, mértékegységeket!

a) 75,6 kg = 75 kg dkg = dkg; 75,6 kg = t

b) 7,56 kg = kg dkg = dkg = g

c) 1256 dm = m dm = m = cm

d) 2,574 km = km m = m = dm

e) 2,308 t = t kg = kg = dkg

58 a) 25,80 dm hány méterrel több, mint 17,9 cm?

- 50 m-es fonalból levágunk 5,6 m-t, majd 28 dm-t. Hány méter hosszú fonal marad?
- Megtettem 12,85 km-t, 3,95 km-rel többet, mint Pál. Hány métert tett meg ő?

59 2000-ben Sidneyben, az olimpián súlyemelésben Márkus Erzsébet szakításban új világcúcst, 112,5 kg-ot, lökésben 130 kg-ot ért el. A kínai Lin Vej-ning teljesítménye 110 kg, illetve 132,5 kg volt. (A többiek gyengébben teljesítettek.) A kínai versenyző tömege 66,74 kg, a magyaré 68,52 kg volt. Súlyemelésben az nyer, akinek a két fogásnemből elért eredményének összege nagyobb. Ha az összeg megegyezik, akkor a könnyebb versenyzőé az elsőség. Ki kapta az arany-, illetve az ezüstérmét ezen az olimpián?



Mennyivel nagyobb 1,795 tizedre kerekített értéke a századra kerekített értékénél?

A: 0,5-del; B: 0,05-del; C: 0,005-del; D: 0-val

60

„A grund maga üres volt, mint ahogy ez üres telekhez illik is. A palánkja a Pál utca felől húzódott végig. Jobbról-balról két nagy ház határolja, s hátul... igen, hátul volt az, ami a grundot nagyszerűvé, érdekessé tette. [...] Szabályos kockákba rakva állott itt az ölfá, s a hatalmas kockák közt kis utcák voltak.”

Aki a farakások körül járőrözni akart, annak egy olyan téglalap mentén kellett körbejárnia, melynek oldalai 18,6 m és 0,015 km.

Hány métert kellett megtennie a járőrnek, mialatt egyszer körüljárta a farakásokat?

61

Melyik több, mennyivel? Írd a számpárok közé a megfelelő jelet!

- a) 0,14 0,8; b) 5,2 3,9; c) 0,308 0,25; d) 1,02 1,2;
e) 0,101 0,11; f) 0,2 0,85; g) 0,35 0,5; h) 1,62 0,63

62

Melyik a nagyobb? Mennyivel? Írd a műveletsorok közé a megfelelő jelet!

- a) $57,85 + 28,47$ $57,35 + 28,97$; c) $46,35 - 25,05$ $46,05 - 25,35$;
b) $23,73 - 13,15$ $23,73 + 13,6$; d) $96,82 - 50,6$ $96,7 - 59,48$

63

- a) Mennyit kell adnunk 1,2-hez, hogy 1,7-et kapjunk?
b) Mennyit vegyünk el 3,5-ből, hogy 3,50-ot kapjunk?
c) Mennyit vegyünk el 3,58-ből, hogy 3,08-ot kapjunk?
d) Mennyit adjunk 1,25-hoz, hogy 1,35-öt kapjunk?

64

- a) Ha egy számhoz hozzáadunk 1,85-öt, 3,76-ot kapunk. Melyik ez a szám?
b) Ha egy számhoz 13,48-ot adunk, 72,25-öt kapunk. Melyik ez a szám?
c) Ha 18,6-ből kivonunk egy számot, akkor 3,1-et kapunk. Melyik számot vonjuk ki?

65

Mely szám írható be a téglalapba úgy, hogy az egyenlőség igaz legyen?

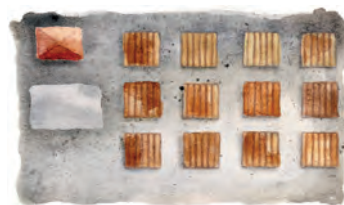
- a) + 3,4 = 5,67; b) - 3,18 = 0; c) + 5,6 = 8,5;
d) 2,6 + = 2,78; e) - 2,63 = 3,7; f) - 1 = 3,1

66

Az iskolaorvos megvizsgálta az osztály atlétikaversenyre készülő tanulóit, megmérte a tömegüket és a magasságukat is. Írd be a táblázatba magasságuk szerint növekvő sorrendben a tanulók adatait, majd válaszolj a kérdésekre!

Ádám 1 m 36 cm és 40 kg 8 dkg volt. Bea 1,5 dm-rel magasabb és 140 dkg-mal könnyebb volt, mint Ádám. Csaba Beánál 0,6 kg-mal nehezebb, Ádámnál viszont 0,25 m-rel magasabb volt. Végül Dia 0,05 m-rel alacsonyabb és 0,05 kg-mal könnyebb volt, mint Csaba.

- a) Mekkora a magasságkülönbség a legmagasabb és a legalacsonyabb diák között?
b) Mennyit mutatna a mérleg, ha négyen együtt állnának fel rá?
c) Mikor mutatna kevesebbet a mérleg, ha a két fiú, illetve ha a két lány állna fel rá? Mennyivel?



© *Részlet Molnár Ferenc A Pál utcai fiúk című regényéből.*

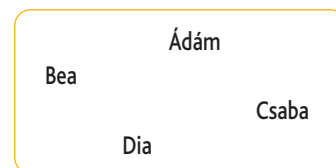
© *Többet ésszel!*

© *Nem feledkezel meg a becslésről és az ellenőrzésről?*

© *A feladatok megoldásához hozzátartozik a megoldás ellenőrzése!*

Figyelempróba

© *Húzzál nyilat az alacsonyabbtól a magasabb felé!*



Név	Magasság (m)	Tömeg (kg)

☉ 1 € = 100 cent



☉ A meséből kimaradt!

☉ Mekkora lehet az út hosszúsága méter pontossággal megadva?

☉ Mennyivel lehet több az egyes tömegek értéke az a), illetve a b) feladatban?

- 67 a) Egon és Lotte összesen 52,45 €-ért vásárolt DVD-t. Egon 45 centtel többet költött, mint Lotte. Mennyit költött Lotte, és mennyit Egon?
- b) Egy pizza ára házhoz szállítással együtt 9,80 €. A szállítás ára 3,2 €-val kevesebb, mint a pizza ára. Mennyibe kerül a pizza, és hány euró a házhoz szállítás?
- c) Egy négytagú család 6,50 kg-os dinnyét vásárolt. Az ebédnél az anya megevett 50 dkg-ot, Orsi 0,75 kg-ot, Pisti 1,2 kg-ot. Az apa, aki csak délután 5 órakor jött haza, 1,50 kg-ot. Hány kilogramm dinnyét hagytak meg vacsorára? Jutott-e még mindenkinek fél kilogramm?

- 68 A királylány a toronyból való leereszkedés után a reá váró 1 m 83 cm magas királyfival 2 km 48 m-t lovagolt a poros országúton, majd 5,976 km-t hajózott a háborgó tengeren, végül 406 m-t sétált a holdfényes fövényen. Így elérték a királyfi várához. Mindketten megbecsülték tized kilométer pontossággal az útvonal teljes hosszát. Melyikük becslése helyes?

Királylány: $M \approx 2,5 \text{ km} + 5,9 \text{ km} + 4,1 \text{ km} = 12,5 \text{ km}$

Királyfi: $M \approx 2,0 \text{ km} + 6,0 \text{ km} + 0,4 \text{ km} = 8,4 \text{ km}$

- 69 Egy lift 400,00 kg-nál nagyobb terhelés esetén nem indul el. Beszáll a liftbe öt ember.

- a) Előfordulhat-e, hogy nem indul el a lift, ha a tömegük kilogrammra kerekítve rendre: 84 kg, 77 kg, 72 kg, 87 kg és 79 kg? Hogyan?
- b) Előfordulhat-e, hogy nem indul el a lift, ha a tömegük tized kilogrammra kerekítve rendre: 84,4 kg, 77,3 kg, 71,7 kg, 87,2 kg és 79,0 kg?

- 70 Eugénia műveleteket végzett úgy, hogy félig titkosírással írta a számokat. Egy feladaton belül az azonos betűk azonos számokat, a különböző betűk különböző számokat jelentenek.

Melyik betű melyik számot jelöli a következő műveletekben?

$$\begin{array}{r} a) \quad 22,A5 \\ + 1,5B \\ \hline 23,67 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b) \quad 103,05 \\ + AB,C \\ \hline 174,2D \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c) \quad AA,AA \\ A,AA \\ + AAA,A \\ \hline 739,92 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d) \quad 54,025 \\ - A,14B \\ \hline 46,881 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} e) \quad 100,001 \\ - AA,AA \\ \hline 44,451 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} f) \quad AAA,A \\ - AA,AA \\ \hline CBB,B4 \end{array}$$

Figyelempróba

- 71 Mennyi a következő összeg értéke?

$$1,1 + 1,01 + 1,001 + 1,0001 + 1,00001$$

A: 5,100 01; B: 5,110 01; C: 5,000 11; D: 5,111 11

☉ Karikázd be a helyes válasz betűjelét!

Fejtörő!



Kenguru mama első ugrása 3,50 m. Ám amikor belelendül, egyre nagyobbakat ugrik, 10 ugráson keresztül minden ugrása 0,35 m-rel nagyobb az előző ugrásánál.

Mekkora távolságra jut a kiindulóponttól 2, 3, 5, 10 ugrással, ha egyenes vonalban halad?

AZ ÖSSZEADÁS ÉS A KIVONÁS TULAJDONSÁGAI

1. példa

Ágoston 6 szelet mákos és 9 szelet diós bejglit evett meg az ünnepek alatt.

Baldvin viszont 9 szelet dióst és 6 szelet mákosat.

Melyikük evett több szelet bejglit?

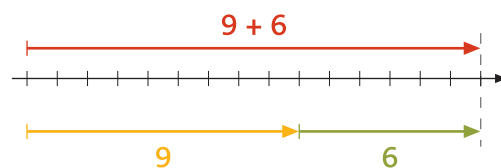
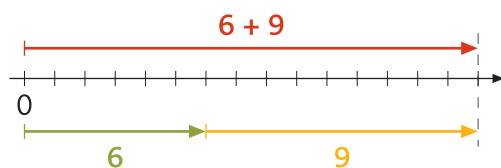
Ágoston: $6 \text{ szelet} + 9 \text{ szelet} = 15 \text{ szelet}$. 15 szeletet evett összesen.

Baldvin: $9 \text{ szelet} + 6 \text{ szelet} = 15 \text{ szelet}$. 15 szeletet evett összesen.

Ugyanannyi szeletet ettek.

Emlékeztető

Az összeadásban felcserélhetjük a tagokat.



A kivonásban nem cserélhető fel a kisebbítendő és a kivonandó.

Például:

Ha 1500 Ft-om volt, és 900 Ft-ért könyvet vettem, akkor még maradt 600 Ft-om.

Ha viszont 900 Ft-om volt, és 1500 Ft-ért vásároltam volna, akkor 600 Ft-tal adós maradtam volna.

$$1500 - 900 \neq 900 - 1500$$

2. példa

Ági az egyik kosarába 10,50 kg almát és 2,15 kg körtét tett, a másikba pedig 4,85 kg szilvát.

Berti az egyik kosarába 10,50 kg almát tett, a másikba pedig 2,15 kg körtét és 4,85 kg szilvát.

Melyikük cipelt több gyümölcsöt?

Ági: $(10,50 + 2,15) + 4,85 = 12,65 + 4,85 = 17,50$

Ági összesen 17,50 kg-ot cipelt.

Berti: $10,50 + (2,15 + 4,85) = 10,50 + 7,00 = 17,50$

Berti összesen 17,50 kg-ot cipelt.

Ugyanannyit cipeltek.



© Mindkét esetben először a zárójelben adott összeget határoztuk meg.

Emlékeztető

Az összeadás során a tagokat tetszőlegesen csoportosíthatjuk, a zárójelet el is hagyhatjuk, az összeg nem változik.

Például:

$$(10,50 + 2,15) + 4,85 = 10,50 + (2,15 + 4,85) = 10,50 + 2,15 + 4,85$$

3. példa

Anna, Benő, Cili és Dani bevásárláskor 800-800 Ft-ot vitt magával.

A bevásárlás után leírták a matematika nyelvén, hogyan költek.

Anna: $800 - 500 - 130$; Benő: $800 - 500 + 130$;

Cili: $800 - (500 + 130)$; Dani: $800 - (500 - 130)$

Fogalmazzuk meg szóban, hogy mit jelenthetnek ezek a feljegyzések.

Melyikük mennyit költött?

Anna először 500 Ft-ot, azután 130 Ft-ot költött el:

$$800 - 500 - 130 = 300 - 130 = 170. \quad 170 \text{ Ft-ja maradt.}$$

Benő ötszázforintossal fizetett, és 130 Ft-ot kapott vissza:

$$800 - 500 + 130 = 300 + 130 = 430. \quad 430 \text{ Ft-ja maradt.}$$

Cili és Dani feljegyzésében a **zárójelezés módosítja a műveletek sorrendjét!**

Cili a 800 Ft-ból 500 Ft-ért és 130 Ft-ért vásárolt:

$$800 - (500 + 130) = 800 - 630 = 170. \quad 170 \text{ Ft-ja maradt.}$$

Dani 500 Ft-nál 130 Ft-tal kevesebbet költött el:

$$800 - (500 - 130) = 800 - 370 = 430. \quad 430 \text{ Ft-ja maradt.}$$

☉ **Megfigyelted?**
Hogyan módosítja a zárójelezés a műveletek sorrendjét?

Megfigyelés

A kivonás esetén, ha megváltoztatjuk a csoportosítást, vagy elhagyjuk a zárójeleket, akkor az eredmény megváltozhat.

Például:

$$\begin{aligned} (20 - 6) + 4 &= 18; & 20 - (6 + 4) &= 10; & 20 - 6 + 4 &= 18; \\ (20 - 6) + 4 &\neq 20 - (6 + 4); & 20 - (6 + 4) &\neq 20 - 6 + 4 \end{aligned}$$

FELADATOK

72 Hedvig egy kirándulásra szüleitől kapott 368,70 €-t. Neki is volt 54,60 €-ja.

Első nap a szállásra kifizetett 25,80 €-t, élelemre pedig 23 €-t. Este elszámolást készített. Mely sorok jelenthetik Hedvig elszámolását?

- a) $368,70 + 54,60 - 25,80 - 23$; b) $368,70 + (54,60 - 25,80 - 23)$;
c) $(368,70 + 54,60) - (25,80 - 23)$; d) $368,70 + 54,60 - (25,80 + 23)$

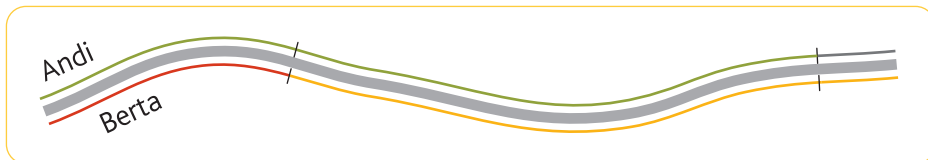
☉ **A zárójel segítségével mit fejezhet ki Hedvig?**

73

Egy útvonal három egymáshoz csatlakozó szakasza 2 km 48 m, 5,976 km és 406 m.

Andi uzsonna előtt járja végig az első két szakaszt, utána végiggyalogol a harmadik szakaszon is.

Berta uzsonna előtt csak az első szakasszal végez, és utána megy végig a második és a harmadik szakaszon.



Melyikük hány kilométert gyalogolt összesen?

☉ *Hogyan írható le zárójel segítségével az Andi és Berta túrája közti különbség?*

74

A tagok ügyes csoportosításával gyorsítsd meg a számolást!

a) $49 + 63 + 17$;

b) $55,7 + 12,0 + 3,7 + 4,3$;

c) $4,7 + 2,1 + 5,3 + 1,9$;

d) $3,54 + 1,06 + 0,14 + 0,46$

☉ *Jelöld zárőjelezéssel a számolás tervét!*

75

Igazak-e az egyenlőségek?

a) $200 - (40 - 10) = 200 - 40 - 10$;

b) $200 - (40 + 10) = 200 - 40 - 10$;

c) $200 + (40 + 10) = 200 + 40 + 10$;

d) $200 + (40 - 10) = 200 + 40 - 10$;

e) $200 - (40 + 10) = 200 - 40 + 10$;

f) $200 - (40 - 10) = 200 - 40 + 10$

☉ *Gyakorló
3.01–3.04.,
3.15–3.16.,
3.21–3.24.;
Feladatgyűjtemény
1.2.27.*

76

Írj olyan szöveges feladatot, amelynek ez lehetne a megoldási terve!

a) $1,50 - 0,43 - 0,10$;

b) $1,50 - (0,43 + 0,10)$;

c) $1,50 - (0,43 - 0,10)$

77

a) Gabi számológéppel több számot adott össze, és 205,476-et kapott eredményül. Ekkor észrevette, hogy az egyik tagot hibásan írta be, 23,29 helyett 23,79-et ütött be. Határozd meg a helyes összeget!

b) Hédi számológéppel kivonást végzett, az eredmény 251,07 lett. Ekkor észrevette, hogy a kisebbítendőt hibásan írta be, 405,92 helyett 403,92-et ütött be. Határozd meg a helyes különbséget!

c) Klára számológéppel kivonást végzett, az eredmény 50,457 lett. Ekkor észrevette, hogy a kivonandót hibásan írta be, 326,502 helyett 326,052-et ütött be. Határozd meg a helyes különbséget!

d) Luca számológéppel több számot adott össze, és 310,746-et kapott eredményül. Ekkor észrevette, hogy két tagot hibásan írt be, 25,92 helyett 28,92-et, illetve 36,724 helyett 33,724-et ütött be. Határozd meg a helyes összeget!

Többet ésszel ...

☉ *Végiggondoltad, hogyan változik az összeg, ha valamelyik tagját megváltoztatod?*

Hogyan változik a különbség, ha a kisebbítendőt, illetve ha a kivonandót megváltoztatod?



a) Ha van gázórátok, akkor egyik este, majd másnap este ugyanabban az időpontban olvasd le az állását! Állapítsd meg, hány köbméter gázt fogyasztottatok egy nap alatt!

b) A villanyóra segítségével határozd meg, hogy egy nap alatt mennyi elektromos energiát fogyasztottatok!

Gyűjtőmunka

☉ *Az energia mennyiségének mértékegységét késsőbb, fizikaórán fogod megismerni.*

A TIZEDESTÖRTEK SZORZÁSA, OSZTÁSA 10-ZEL, 100-ZAL, 1000-REL, ...

FELADAT

- 78** a) „Valahol Európában” egy kifli 0,12 €. Mennyibe kerül 10 db, 100 db kifli?
b) 1 l olaj tömege 0,81 kg. Mekkora a tömege 10 l, 100 l, 1000 l olajnak?

1. példa

Egy papírlap 0,065 mm vastag.

Milyen vastag egy 10 lapos füzet;
egy 100 lapos könyv;
egy 1 000 lapos lexikon;
a 10 000 lapot tartalmazó csomag?

Alkalmazhatjuk a törtek szorzásáról tanultakat:

$$0,065 \cdot 10 = \frac{65}{1000} \cdot 10 = \frac{650}{1000} = \frac{65}{100} = 0,65$$

$$0,065 \cdot 100 = \frac{65}{1000} \cdot 100 = \frac{6500}{1000} = \frac{65}{10} = 6,5$$

$$0,065 \cdot 1000 = \frac{65}{1000} \cdot 1000 = \frac{65000}{1000} = 65$$

$$0,065 \cdot 10\,000 = \frac{65}{1000} \cdot 10\,000 = \frac{650\,000}{1000} = 650$$

$$0,065 \cdot 1 = 0,0\mathbf{65} \text{ (mm)}$$

$$0,065 \cdot 10 = 0,\mathbf{65} \text{ (mm)}$$

$$0,065 \cdot 100 = \mathbf{6,5} \text{ (mm)}$$

$$0,065 \cdot 1000 = \mathbf{65} \text{ (mm)}$$

$$0,065 \cdot 10\,000 = \mathbf{650} \text{ (mm)}$$

Emlékszel?

Törtet egészzel úgy is szorozhatunk, hogy a számlálót szorozzuk az egészszel, és a nevezőt változatlanul az új tört nevezőjébe írjuk.

Foglaljuk táblázatba.

Százas	Tízes	Egyes	Tized	Század	Ezred
		0	0	6	5
		0	6	5	
		6	5		
	6	5			
6	5	0			

$$3,547 \xrightarrow{\cdot 10} 35,47$$

$$3,547 \xrightarrow{\cdot 100} 354,7$$

$$23,5 \xrightarrow{\cdot 100} 2350$$

$$\begin{aligned} 3,547 \cdot 1000 &= ? \\ 3,547 \cdot 10\,000 &= ? \\ 3,547 \cdot 100\,000 &= ? \end{aligned}$$

Figyeld meg!

Ha 10-zel szorzunk egy számot, akkor a szorzandó minden számjegye 1-gyel nagyobb helyiértékű helyre kerül a szorzatban, a tizedesvesszőt 1 hellyel jobbra írjuk.

Ha 100-zal szorzunk egy számot, akkor a szorzandó minden számjegye 2-vel nagyobb helyiértékű helyre kerül a szorzatban, a tizedesvesszőt 2 hellyel jobbra írjuk.

A hiányzó számjegyet 0-val pótoljuk.

Korábban tanultuk, hogyan szorzunk egy természetes számot 10-zel, 100-zal, 1000-rel, ... Megfigyelted, hogy a tizedestörteknél is hasonló a szabály?

Szerinted hogyan szorzunk tizedestörtet 1000-rel, 10 000-rel, 100 000-rel?

FELADAT

- 79** a) 10 db sajtot vettem Hollandiában 2,80 €-ért. Mennyibe került 1 db sajt?
 b) 100 m cső tömege 246,5 kg. Mennyi a tömege 10 m, 1 m csőnek?

2. példa

1000 egyforma gyöngyszem tömege 480 dkg. Mekkora a tömege 100 gyöngyszemnek; 10 gyöngyszemnek; 1 gyöngyszemnek?

$$\begin{aligned} 480 \text{ dkg} : 1 &= 480 \text{ (dkg)} \\ 480 \text{ dkg} : 10 &= 48 \text{ (dkg)} \\ 480 \text{ dkg} : 100 &= 4,8 \text{ (dkg)} \\ 480 \text{ dkg} : 1000 &= 0,48 \text{ (dkg)} \end{aligned}$$

Százaz	Tízes	Egyes	Tized	Század
4	8	0		
	4	8		
		4	8	
		0	4	8

3. példa

Foglaljuk táblázatba az előző feladat mennyiségeit úgy, hogy az 1 kg legyen az egység!

$$\begin{aligned} 4,8 \text{ kg} : 1 &= 4,8 \text{ (kg)} \\ 4,8 \text{ kg} : 10 &= 0,48 \text{ (kg)} \\ 4,8 \text{ kg} : 100 &= 0,048 \text{ (kg)} \\ 4,8 \text{ kg} : 1000 &= 0,0048 \text{ (kg)} \end{aligned}$$

$$4,8 : 10 = \frac{48}{10} : 10 = \frac{48}{100} = 0,48$$

$$4,8 : 100 = \frac{48}{10} : 100 = \frac{48}{1000} = 0,048$$

$$4,8 : 1000 = \frac{48}{10} : 1000 = \frac{48}{10\,000} = 0,0048$$

Egyes	Tized	Század	Ezred	Tízezred
4	8	0		
0	4	8		
0	0	4	8	
0	0	0	4	8

☉ Számításaink helyességét a törtek osztásáról tanultak alkalmazásával igazolhatjuk:

Törtet egésszel úgy osztunk, hogy az osztandó nevezőjét szorozzuk az osztóval.

Figyeld meg!

Ha 10-zel osztunk egy számot, akkor az osztandó minden számjegye 1-gyel kisebb helyiértékű helyre kerül a hányadosban, a tizedesvesszőt 1 hellyel balra írjuk.

Ha 100-zal osztunk egy számot, akkor az osztandó minden számjegye 2-vel kisebb helyiértékű helyre kerül a hányadosban, a tizedesvesszőt 2 hellyel balra írjuk.

A hiányzó számjegyet 0-val pótoljuk.

$$75,4 \xrightarrow{: 10} 7,54$$

$$75,4 \xrightarrow{: 100} 0,754$$

Szerinted hogyan osztunk tizedestörtet 1000-rel, 10 000-rel, 100 000-rel?

Figyeld meg a mértékegységek átváltását!

Hogyan változik a mérőszám, ha a mértékegységet 1 tizedszerezésre, 1 századszorosára stb. változtatjuk?

$$0,25 \text{ m} \xrightarrow{\cdot 10} 2,5 \text{ dm} \xrightarrow{\cdot 10} 25 \text{ cm} \xrightarrow{\cdot 10} 250 \text{ mm}$$

$$\xrightarrow{: 10} \xrightarrow{: 10} \xrightarrow{: 10}$$

Hogyan változik a mérőszám, ha a mértékegységet tízszeresére, százszorosára stb. változtatjuk?

$$54,6 \text{ g} \xrightarrow{: 10} 5,46 \text{ dkg} \xrightarrow{: 100} 0,0546 \text{ kg}$$

$$\xrightarrow{\cdot 10} \xrightarrow{\cdot 100}$$

FELADATOK

☉ Emlékszel?

- 1 km = m;
 1 m = km;
 1 m = dm;
 1 dm = m;
 1 m = mm;
 1 mm = m

☉ Emlékszel?

- 1 t = kg;
 1 kg = dkg;
 1 dkg = g

Gyakorló
 5.82–5.83.,
 9.66–9.67.

80

- a) 1 m vezeték tömege 0,85 kg. Mekkora a tömege 10 m, 100 m, 1000 m vezetéknek? Mekkora a tömege 1 dm, 1 cm, 1 mm vezetéknek?
 b) Egy járólap szélessége 0,33 m. Milyen hosszú a 10 db, 100 db, 1000 db szorosan egymás mellé lerakott járólapból készült járda?
 c) 100 db kerámialap egymásra téve 0,73 m magas oszlopot alkot. Mekkora egy-egy lap vastagsága? Fejezd ki különböző mértékegységekkel az eredményt!
 d) Egy gépkocsi egyenletes sebességgel haladva 10 perc alatt 14,05 km-t tett meg. Mekkora utat tett meg 1 perc alatt, 100 perc alatt?
 e) Hány eurót ér 10 db; 100 db; 1000 db ötcentes?

81

Írd be a hiányzó mérőszámokat!

a) 0,548 km = m = dm = cm;

b) 0,256 t = kg = dkg (dag) = g;

c) 20,45 cm = m = dm = mm

82

Végezd el a következő szorzásokat és osztásokat!

- a) $0,2 \cdot 100$; b) $4,53 \cdot 1000$; c) $506 : 1000$; d) $47,5 : 100$;
 e) $0,83 \cdot 1000$; f) $53,02 \cdot 10\,000$; g) $0,23 : 100$; h) $3,02 : 1000$

Többet ésszel ...

☉ Mindkét feladatban karikázd be a helyes válasz betűjelét!



Hány méter a fél méter felének a század része?

- A: 0,5 m; B: 0,005 m; C: 0,0025 m; D: 0,025 m



Egy szám 2-szeresének és 8-szorosának összege 38. Melyik ez a szám?

- A: 1,9; B: 3,8; C: 380; D: 48

A TIZEDESTÖRTEK SZORZÁSA TERMÉSZETES SZÁMMAL

1. példa

Egy négyzet alakú játszótér oldala 48,6 m.

Hány méter hosszú kerítés szükséges a körülkerítéséhez?

1. megoldás $48,6 + 48,6 + 48,6 + 48,6 = 194,4$

A kerítés hossza: 194,4 m

2. megoldás Alakítsuk a métert deciméterre: $48,6 \text{ m} = 486 \text{ dm}$

Tehát a kerítés hossza: $\frac{486 \text{ dm} \cdot 4}{1944 \text{ dm}}$

Alakítsuk vissza méterre: $K = 1944 \text{ dm} = 194,4 \text{ m}$

3. megoldás Figyeljük meg, hogyan változik a szorzat, ha a tényezőt változtatjuk!

4. megoldás: Alkalmazhatjuk a törtek szorzásáról tanultakat.

$$48,6 \cdot 4 = \frac{486}{10} \cdot 4 = \frac{486 \cdot 4}{10} = \frac{1944}{10} = \frac{1940}{10} + \frac{4}{10} = 194,4 \text{ (m)}$$



$$\begin{array}{ccc} & : 10 & \\ \frac{486 \cdot 4}{1944} & & \frac{48,6 \cdot 4}{194,4} \\ & : 10 & \end{array}$$

☉ A tört számlálóját szorozzuk a természetes számmal, a nevező változatlan.

Figyeld meg!

Tizedestörtet természetes számmal úgy szorzunk, mint ahogyan természetes számot szorzunk, de a szorzatban annyi tizedesjegyet jelölünk, amennyi a szorzandóban van.

FELADATOK

83 Ha 1 liter tej ára 250 Ft, akkor hány forintba kerül

1 dl; 5 dl; 8 dl; 12 dl; 0,3 liter; 0,7 liter; 100 liter tej?

84 Végezd el a műveleteket!

- | | | | |
|----------------------|---------------------|-----------------------|------------------------|
| a) $1,8 \cdot 3;$ | b) $2,56 \cdot 5;$ | c) $15,065 \cdot 7;$ | d) $102,103 \cdot 10;$ |
| e) $49,06 \cdot 58;$ | f) $0,06 \cdot 45;$ | g) $42,68 \cdot 109;$ | h) $0,65 \cdot 103;$ |
| i) $26,5 \cdot 10;$ | j) $26,5 \cdot 5;$ | k) $265 \cdot 50;$ | l) $2,65 \cdot 100$ |

85 A következő szorzatok értékét szóban határozd meg!

- | | | | | |
|--------------------|-----------------|------------------|-----------------|-----------------|
| a) $1,2 \cdot 4;$ | $3,6 \cdot 2;$ | $0,2 \cdot 3;$ | $3,2 \cdot 4;$ | $0,03 \cdot 3$ |
| b) $0,09 \cdot 7;$ | $0,06 \cdot 9;$ | $0,004 \cdot 2;$ | $3,02 \cdot 4;$ | $2,002 \cdot 3$ |

☉ Emlékszel?

1 l = dl;

1 dl = l

Gyakorló

5.84–5.88., 9.68.

© *Figyelmesen olvasd el és értelmezd a feladatot! Kerekített értékekkel „fejben” számolva becsüld meg az eredményt! Vigyázz, a forintnak nincs váltópénze, és nincs 1 forintos és 2 forintos sem! Ezért a vásárlásnál ötre „kerekítünk”. Nézz utána, mit jelent ez!*

© *Milyen szabályt figyelhetünk meg?*

© *Ügyesen csoportosíthatasz!*



Figyelempróba

86 Melyik több és mennyivel?

- a) $3,4 \cdot 7$ $1,7 \cdot 14$; b) $3,4 \cdot 7$ $1,8 \cdot 13$; c) $13,8 \cdot 12$ $1,2 \cdot 138$;
d) $29,8 \cdot 6$ $28,9 \cdot 7$; e) $29,8 \cdot 6$ $25,5 \cdot 7$; f) $102,06 \cdot 5$ $10,20 \cdot 60$

87 Megadtuk a sorozatnak a 2., a 3. és a 4. elemét.
Keress szabályt a sorozathoz, majd írd fel az 1., az 5. és a 6. elemét!

- a) ; 2,4; 4,8; 9,6; ; ; b) ; 0,5; 2,5; 12,5; ; ;
c) ; 6,1; 61; 610; ; ; d) ; 125; 12,5; 1,25; ; ;

- 88** a) Gabi nagypapája emlékezett rá, hogy 1 hold szántónak a hossza 320 öl, szélessége 5 öl volt. Hány méter hosszú és milyen széles volt az 1 hold szántó, ha egy öl hossza 1,896 m?
b) Panninak egy kiránduláson 5,82 €-ja maradt. Ez egy hetvenötöd része a család még meglévő valutájának. Hány eurójuk van összesen?
c) Mennyit fizetünk 1,349 kg tömegű virsliért, ha 1 kg virsli ára 845 Ft?
d) Mennyit fizetünk a piacon 18,48 kg tömegű barackért, ha 1 kg barack ára 305 Ft?
e) Egy pénzügyintézetben 2009. május 4-én a 12 napos túránkhoz 520 eurót (jele: EUR), továbbá 1000 svájci frankot (jele: CHF) vásároltunk. Hány forintot kellett fizetnünk, ha 1 EUR 295,20 Ft-ba és 1 CHF 196,51 Ft-ba került?

89 Számolj kétféle terv szerint! Hasonlítsd össze a kapott eredményeket!

- a) Anna 5,38 kg szilvát, Gábor 8,62 kg szilvát vásárolt. Hány forintot fizettek összesen, ha 1 kg szilva 150 Ft-ba került?
b) Bálint külföldön 25 DVD-t vásárolt darabonként 13,98 €-ért. Mivel ilyen sokat vásárolt, minden egyes DVD-re 2,43 € visszatérítést kapott. Mennyit fizetett végül a 25 DVD-ért?

90 Határozd meg a következő művelet sor eredményét!

$$1,357 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 25 : (10 \cdot 100) = \boxed{}$$

- 91** a) Barna a 12 napja vásárolt piros kerékpárjával a 6,345 km távolságra lakó barátjához indult. 17 percen át egyenletes sebességgel haladva percenként 0,328 km-t tett meg. Ezután megállt pihenni. Mekkora távolságra volt ekkor a barátja lakásától?
b) Piroskának 24-es barna kerékpárja van. Ez azt jelenti, hogy a kerék átmérője 24 inch. Hány centiméter a kerék átmérője, ha 1 inch = 2,54 cm?

Angliában ma is használt hosszúság-mértékegység az inch. Nézz utána, Magyarországon hogyan nevezik az inch-nek megfelelő mértékegységet!

A TIZEDESTÖRTEK OSZTÁSA TERMÉSZETES SZÁMMAL

1. példa

Játék pénzből tegyük az asztalra 7 tízeuróst, 1 egyeuróst, 8 tízcentest és 2 egycentest!

Osszuk 5 egyenlő részre. $71,82 : 5 =$

7 **tízes** : 5 = 1 **tízes**

$\begin{array}{r} - 5 \\ 2 \text{ tízes} \end{array}$

A maradék 2 tízest felváltjuk egyesekre, hozzáadjuk az 1 egyest, és ezt osztjuk tovább.

21 **egyes** : 5 = 4 **egyes**

$\begin{array}{r} - 20 \\ 1 \text{ egyes} \end{array}$

A maradék 1 egyest felváltjuk tizedekre (tízcentesekre), hozzáadjuk a 8 tizedet, és ezt osztjuk tovább.

18 **tized** : 5 = 3 **tized**

$\begin{array}{r} - 15 \\ 3 \text{ tized} \end{array}$

A maradék 3 tizedet felváltjuk századokra (egycentesekre), hozzáadjuk a 2 századot, és ezt osztjuk tovább.

32 **század** : 5 = 6 **század**

$\begin{array}{r} - 30 \\ 2 \text{ század} \end{array}$

A maradék 2 század euró nem osztható tovább.

Írjuk le összefüggően az osztást.

	tízes	egyes	tized	század				tízes	egyes	tized	század
	7	1	8	2	:	5	=	1	4	3	6
-	5										
	2	1									
-	2	0									
		1	8								
-		1	5								
			3	2							
			-	3	0						
				2							

kiírjuk a tizedesvesszőt

A **hányados**: 14,36

A **maradék**: 0,02

kiírjuk a tizedesvesszőt

A **hányados**: 14,36

A **maradék**: 0,02

Rövidítve:

	tízes	egyes	tized	század				tízes	egyes	tized	század
	7	1	8	2	:	5	=	1	4	3	6
	2	1									
		1	8								
			3	2							
				2							

kírjuk a tizedesvesszőt

kiírjuk a tizedesvesszőt

Ellenőrzés:

1	4	3	6	·	5		7	1	8	0
7	1	8	0			+		0	0	2
							7	1	8	2



Gábor gazdának 85 állata volt: lovak, tehenek, juhok és libák. Ezek naponta összesen 55,25 kg takarmányt fogyasztottak. Mennyi takarmányt fogyasztott el egy-egy állat?

Többet ésszel ...

© Vajon minden állat ugyanannyit fogyasztott?

2. példa

Végezzük el az osztást, a hányadost **három tizedesjegyig** számoljuk ki!

$$389,6 : 14 =$$

Ellenőrizzük az eredményt!

[illegible]

A $0,4 = 0,40$.

A $0,12 = 0,120$, így tovább folytatható az osztás.

A hányados: 27,828; a maradék: 0,008

Ellenőrzés:

2	7,8	2	8	.	1	4			3	8	9,5	9	2
1	1	1	3	1	2			+		0,0	0	8	
3	8	9,5	9	2					3	8	9,6	0	0

$$389,600 = 389,6$$

Megfigyelted?

Tizedestörtek természetes számmal való osztásakor követjük azt az eljárást, amelyet a természetes számok osztásakor tanultunk, de amikor az osztandóban elérünk a tizedesvesszőhöz, a hányadosban is kiírjuk azt.

FELADATOK

☉ *Ellenőrizted a munkád helyességét?*

91 Végezd az osztásokat addig, amíg 0 maradékot nem kapsz!

- a) 9 : 24; b) 5,9 : 25; c) 0,6 : 15; d) 0,032 : 16; e) 29,5 : 125;
f) 48,12 : 12; g) 8,97 : 48; h) 136 : 32; i) 1,44 : 15; j) 0,6 : 64

Fejtörő!

© Gondoltál a tört bővített alakjára?
Hogyan bővítjük a tizedestörteket?



Balambér elvégzett egy osztást, három tizedesjegyre számolt, majd néhány számjegyet letakart.

Kitalálod-e a letakart számjegyeket?

	,7	:	6	=	0,9		
	8						
	2						

92

a) Egy tizedesjegyig végezd el az osztásokat!

52,8 : 7; 432,2 : 13; 1225 : 17; 18,96 : 32; 4,56 : 22

b) Két tizedesjegyig végezd el az osztásokat!

133,56 : 3; 4567,6 : 29; 548,13 : 56; 0,23 : 12; 0,09 : 6

c) Három tizedesjegyig végezd el az osztásokat!

572,63 : 28; 4,826 : 13; 63,63 : 8; 846 : 126; 0,295 : 7

☉ Nem feledkezel meg a munkád helyességének ellenőrzéséről?

93

Lehetőleg kétféle terv szerint számold ki az eredményt!

a) $(45,84 + 50,4) : 6$; b) $(21,25 + 42) : 5$; c) $(6506 + 3318) : 8$;d) $(59,4 - 35,46) : 36$; e) $(269,5 - 208,25) : 49$; f) $(5,04 - 0,768) : 24$

☉ Milyen összefüggést figyelhetünk meg?

94

a) Az egyik megye tanulói 65,520 t vadgesztenyét gyűjtöttek össze. Ennek a mennyiségnek az 1 hatod részét egy kozmetikumokat gyártó cég vásárolta meg. Hány tonna vadgesztenyét vásárolt meg ez a cég?

b) Bea 3,45 kg vadgesztenyét gyűjtött, 1 tizenketted részét annak, mint amennyit Csenge szedett össze. Hány kilogramm vadgesztenyét gyűjtött Csenge?

c) A vadasparkban 204,90 kg vadgesztenyét tettek ki 5 nap alatt. Mennyit kaptak az állatok naponta, ha mindennap ugyanakkora adagot tettek az etetőkbé?

d) Dia 8,505 km-re lakik a vadaspark bejáratától, 15-ször akkora távolságra, mint Eta. Hány kilométerre lakik Eta a vadaspark bejáratától?

e) Dia 8 óra 46 perckor indult kerékpárjával Etához, aki tőle 8,775 km távolságra lakott. Egyenletes sebességgel haladva 9 óra 13 perckor már meg is érkezett hozzá. Percenként átlagosan hány kilométert tett meg?

f) A d) és az e) feladatban adott, illetve kiszámított távolságokat kerekítsd tized kilométerre. Szerkessz „térképet”, amely megmutatja Dia (D) és Eta (E) lakhelyének, valamint a vadaspark (V) bejáratának az elhelyezkedését!

Ami a valóságban 1 km, az a térképen legyen 1 cm.

g) Egy 25 fős kiránduláson 371,25 €-t fizettek az ebédért és 49,50 €-t fagyaltért. Mennyi volt egy-egy személynek a költsége, ha mindenki ugyanannyit fogyasztott?

☉ Ne feledkezz meg a szöveges feladat megoldásának egy lépéséről sem!

☉ Télen az etetőkbé kiszórt vadgesztenye tápláló eledel a szarvasok, vaddisznók számára. Külföldre is sok vadgesztenyét szállítunk, ahol fontos gyógyszereket gyártanak belőle.

Gyakorló
5.89–5.91., 5.93–5.97.,
6.53., 9.69.;

Feladatgyűjtemény
4.2.16.

95

Három barát egy négynapos téli túrán vett részt.

A sífelvonóra menetenként jegyet kellett váltaniuk.

A táblázatból leolvasható, hogy ki melyik nap hány jegyet váltott.

a) Mennyibe került egy jegy, ha négy nap alatt 74,88 €-t fizettek összesen a jegyekért?

b) Melyik napon használták fel a legtöbb jegyet? Ezen a napon mennyit költöttek felvonójegyre összesen?

c) Melyik fiú költött legtöbbet felvonóra a 4 nap alatt? Hány eurót?

	Hétfő	Kedd	Szerda	Csütörtök
Antal	5	8	12	10
Bálint	8	10	7	5
Csaba	7	6	10	8



AZ ÁTLAG KISZÁMÍTÁSA

1. példa

Két csapat abban vetélkedik egymással, hogy melyiknek jobb a tanulmányi eredménye matematikából. Mindegyik csapatban 8-8 tanuló van, de az érdemjegyek nagyon különbözők.

Valamilyen egységes „mérce” kellett találniuk ahhoz, hogy eredményeiket össze tudják hasonlítani.

Ehhez hívták segítségül az **átlagszámítást**.

Az 1. csapat tanulójának érdemjegyei: 5; 5; 4; 2; 3; 5; 3; 4

A 2. csapat tanulójának érdemjegyei: 3; 3; 3; 4; 3; 4; 5; 5

Az 1. csapat átlagát így számolták ki:

$$\frac{5 + 5 + 4 + 2 + 3 + 5 + 3 + 4}{8} = \frac{31}{8} = 3,875$$

A 2. csapat átlagát így:

$$\frac{3 + 3 + 3 + 4 + 3 + 4 + 5 + 5}{8} = \frac{30}{8} = 3,75$$

Így az első csapat bizonyult jobbnak.

2. példa

Másik két csapat kamillagyűjtésben mérte össze erejét. Az A csapat létszáma 6 fő volt, a B csapaté pedig 8.

Az A csapat tagjai a következő mennyiségeket gyűjtötték:

1,2 kg; 0,8 kg; 1,6 kg; 2,4 kg; 0,6 kg; 0,9 kg

A B csapat tagjai a következő mennyiségeket gyűjtötték:

0,9 kg; 1,4 kg; 1,2 kg; 0,6 kg; 2 kg; 1 kg; 0,45 kg; 0,7 kg

Melyik csapat dolgozott jobban?

Itt is az átlag segít az elsőség eldöntésében.

Az A csapat egy tanulóra jutó átlaga:

$$\frac{1,2 + 0,8 + 1,6 + 2,4 + 0,6 + 0,9}{6} = \frac{7,5}{6} = 1,25 \text{ (kg)}$$

A B csapat egy tanulóra jutó átlaga:

$$\frac{0,9 + 1,4 + 1,2 + 0,6 + 2 + 1 + 0,45 + 0,7}{8} = \frac{8,25}{8} \approx 1,03 \text{ (kg)}$$

Ez olyan, mint ha az A csapatban mindenki 1,25 kg-t, a B-ben mindenki 1,03 kg-ot szedett volna. Ezért bár a B csapat több kamillát gyűjtött, az egy tanulóra jutó átlaga mégis az A csapatnak volt jobb.



☉ *A kamilla gyógynövény. Frissen és szárítva használhatjuk. Teája nemcsak a légutakat tisztítja, hanem gyulladást gátló és nyugtató anyagokat is tartalmaz.*



Jegyezd meg!

Több mennyiség átlagát úgy számítjuk ki, hogy a mennyiségek összegét osztjuk a mennyiségek számával.

◎ Például 10; 15; 20; 35 átlaga:

$$\frac{10 + 15 + 20 + 35}{4} = \frac{80}{4} = 20$$

FELADATOK

96

Hasonlítsd össze az egyes eredményeket! Számítsd ki mindkét családban a családtagok átlagos életkorát!

A Káposztási család tagjainak életkora:

1 év; 3 év; 11 év; 33 év; 34 év; 65 év

A Babosi család tagjainak életkora:

10 év; 12 év; 19 év; 21 év; 42 év; 43 év

Mindkét család a veteményeskertben tevékenykedik.

Vajon ugyanannyi munkát tudnak elvégezni egy délután?



97

Egy szem lencse tömege nagyon kicsi, a háztartási mérlegünk nem eléggé érzékeny ahhoz, hogy megmérjük.

Keress módszert a lencseszem átlagos tömegének mérésére!

Gyűjtőmunka

◎ Csoportokban dolgozzatok! Hasonlítsátok össze az egyes csoportok eredményét!

98

- Mérjétek meg a csoport tagjainak magasságát!
Mekkora a csoport tagjainak átlagos testmagassága?
A lányok vagy a fiúk átlagos testmagassága nagyobb?
- Becsüljétek meg a csoport tagjainak tömegét!
A becsült értékekből számítsátok ki a csoport tagjainak átlagos tömegét!
- Adjátok meg hónapokkal a csoport tagjainak életkorát!
Mennyi az átlagos életkor években számolva?



99

Mérd meg ötször, hogy mennyit ver egy perc alatt a szíved!

A méréseket különböző helyzetekben végezzétek (például fekvés közben, torna után)!

Percenként átlagosan mennyit ver a szíved?

Az átlag segítségével becsüld meg, hogy egy nap alatt hányat dobban a szíved!



Ákos tömege 37,5 kg, Bendegúzá 40,0 kg, Csabáé 42,5 kg. Emma nem mondja meg, hogy mennyi a tömege, csak annyit árul el, hogy négyőjük tömegének átlaga megegyezik a három fiú tömegének átlagával.

Vajon mennyit mutathat a mérleg, ha Emma áll rá?

Többet ésszel ...

TÖRTALAKBAN ÍRT SZÁM TIZEDESTÖRT ALAKJA

1. példa

Írjuk tizedestört alakba a $\frac{3}{8}$ -ot.

1. megoldás

Bővítsük a törtet úgy, hogy a nevezője vagy 10, vagy 100, vagy 1000 stb. legyen!

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{375}{1000} = 0,375$$

2. megoldás

A $\frac{3}{8}$ azt is jelenti, hogy 3 egészet 8 egyenlő részre osztunk.

A törtvonal egyben az osztás műveletét is jelenti.

$$\frac{3}{8} = 3 : 8 \qquad 3 : 8 = 0,375 \qquad \text{Tehát } \frac{3}{8} = 0,375.$$

Itt a maradék a 4. lépés után 0 lesz, **véges tizedestörtet** kaptunk.

2. példa

Írjuk tizedestört alakba a $\frac{13}{6}$ -ot.

Nem tudjuk úgy bővíteni a törtet, hogy a nevező vagy 10, vagy 100, vagy 1000 stb. legyen. Ezért a másik átírási módot választjuk:

$$\frac{13}{6} = 13 : 6$$

$$13 : 6 = 2,166...$$

$$10$$

$$40$$

$$40$$

$$4$$

$$...$$

Az osztást folytathatjuk, de a végére sohasem érünk.

Ezt így is jelölhetjük: $\frac{13}{6} = 2,1\dot{6}$

A század fölötti pont azt jelzi, hogy a 6-os a végtelenségig ismétlődik.

Végtelen szakaszos tizedestörtet kaptunk eredményül.

☉ Szerinted miért így bővíjtük a törtet?

© Megfigyelted? A 8 osztója az 1000-nek.

© A tizedestörtek osztásáról tanultak alapján elvégezhetjük az osztást.

☉ **Megfigyelted?**
A 6 nem osztója sem a 10-nek, sem a 100-nak, sem az 1000-nek stb.

Megfigyelted?

Egy törtalakban adott számot mindig felírhatunk tizedestört alakban úgy, hogy a számlálóját osztjuk a nevezőjével.

Ha bővíthető (vagy egyszerűsíthető) a tört úgy, hogy a nevező vagy 10, vagy 100 vagy 1000 stb. legyen, akkor az így bővített (vagy egyszerűsített) törtet felírhatjuk **véges tizedestört** alakban. Ellenkező esetben a tört **végtelen szakaszos tizedestört** alakban írható fel.

☉ **Miért lehet hasznos, ha fel tudod sorolni a 10, a 100, az 1000 stb. osztóit?**

3. példa

Írjuk tizedestört alakba az $\frac{1}{7}$ -et.

☉ **Osztója-e a 7 a 10, a 100 stb. valamelyikének?**

Nem tudjuk úgy bővíteni a törtet, hogy a nevező vagy 10, vagy 100, vagy 1000 stb. legyen.

$$\frac{1}{7} = 1 : 7 \quad 1 : 7 = 0,142857\overline{142857} \dots \quad \text{Így jelöljük: } \frac{1}{7} = 0,14285\dot{7}$$

$\begin{array}{r} 10 \\ 30 \\ 20 \\ 60 \\ 40 \\ 50 \\ 1 \dots \end{array}$

Ez a szakasz újra és újra ismétlődik

Innen ismétlődnek a maradékok

☉ **Megfigyelted?**
Az ismétlődő szakasz első és utolsó számjegye fölé pontot teszünk.

Ha az osztó (nevező) 7, és az osztási maradék sohasem 0, akkor legfeljebb 6 különböző maradék lehet, így a szakasz sem lehet hosszabb 6 jegyűnél. Ez is végtelen szakaszos tizedestört.

FELADATOK

B1 Írd tizedestört alakba a következő törtet!

a) $\frac{1}{2}; \frac{8}{5}; \frac{6}{15}; \frac{9}{6}; \frac{13}{20}; \frac{49}{28}; \frac{13}{50}; \frac{18}{8}; \frac{9}{8}; \frac{3}{40}$

Az (esetleges) egyszerűsítések után mi a közös tulajdonsága a törtnek nevezőjének?

b) $\frac{1}{3}; \frac{2}{7}; \frac{7}{15}; \frac{8}{6}; \frac{14}{18}; \frac{48}{28}; \frac{50}{13}; \frac{8}{18}; \frac{1564}{93}$

Tudod-e úgy bővíteni (egyszerűsíteni) ezeket a törtet, hogy a bővítés (egyszerűsítés) után már leolvasható legyen a szám tizedestört alakja?

☉ **Hasonlítsd össze az a), illetve a b) feladatban felírt számok tizedestört alakját! Milyen alapvető különbséget veszel észre? Mi lehet ennek az oka?**

B2 Az osztás elvégzése nélkül válaszd ki azokat a törtet, amelyek véges tizedestört, illetve amelyek végtelen szakaszos tizedestört alakba írhatók át!

a) $\frac{3}{2};$ b) $\frac{2}{3};$ c) $\frac{20}{18};$ d) $\frac{18}{20};$ e) $\frac{12}{15};$ f) $\frac{21}{16};$ g) $\frac{16}{21}$

Gyakorló
5.55., 5.92

Megkerestél a célszerű egyszerűsítéseket, illetve bővítéseket?

GYAKORLÓFELADATOK

- 100** a) Írd le betűkkel a számokat! 20,01; 5,0702
b) Írd le számjegyekkel! Nulla egész huszonhat század; három egész négy ezred
c) Mondd ki a számokat! 2000,2; 10,01; 101,01; 3,031; 0,2001; 80 001,081

☉ Hány milliméter, centiméter, deciméter, méter?

- 101** Mérd meg az AB szakasz hosszát! 

- 102** Kerekítsd egyesre, tízesre, illetve tizedre, századra a következő számokat!

a) 25,463; b) 26,354; c) 24,635; d) 19,996

- 103** Váltsd át többféleképpen a következő mennyiségeket!

a = 15 m 6 cm; b = 5 t 45 kg; c = 630 000 g; d = 135 dkg (dag)

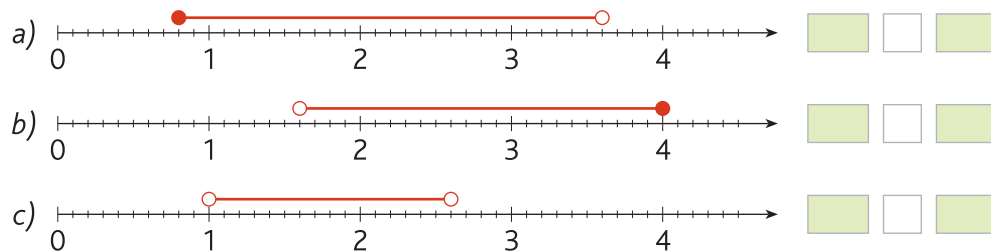
☉ Emlékszel a tizedestörtek bővítésére?

- 104** Keress számokat, amelyek igazá teszik az egyenlőtlenségeket!

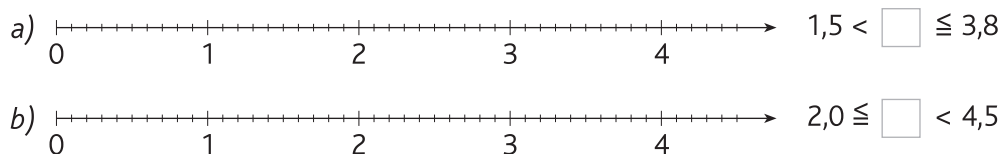
a) $1,65 < \square < 1,66$; b) $0,48 < \square < 0,5$; c) $1,596 < \square < 1,6$;
d) $0,01 < \square < 0,2$; e) $3,2 < \square < 3,3$; f) $0,999 < \square < 1$

☉ Mit jelent az üres, illetve a tele karika?

- 105** Írd le egyenlőtlenséggel, mely számok helyét ábrázoltuk a számegyenesen!



- 106** Jelöld a számegyenesen azoknak a számoknak a helyét, amelyek igazá teszik az egyenlőtlenséget!



Fejtörő!

☉ Karikázd be a helyes válasz betűjelét!



Írd le az összes olyan tizedestörtet, amely 1-nél nagyobb és 3-nál kisebb, valamint tized a legkisebb helyiértéke!

Hányadik helyen áll ebben a sorban a 2,6?

A: 16,;

B: 15,;

C: 8,;

D: 14

107 Végezd el szóban a műveleteket!

- a) $12,2 + 14,8$; b) $328,2 + 20,8$; c) $12,7 - 10,2$; d) $40,3 - 5,3$;
e) $8,34 - 1,7$; f) $13,024 - 10,02$; g) $1,7 - 0,5$; h) $60,35 + 40,35$

108 Számolj visszafelé

- a) 5-től 0,5-esével 0-ig; b) 9-től 0,7-esével, amíg el nem hagyod a 3-at;
c) 6,25-től 0,25-osával! Hány lépéssel éred el a 3-at?

109 Írd le számjegyekkel egymás alá és add össze a következő négy számot:

hét egész tizenhét század; kétszáz egész hét ezred;
nulla egész tizenöt század; ezereg egész kilenc század

110 Legfeljebb 3 tizedesjegyre végezd el az osztást!

- a) $624 : 6$; b) $2164 : 8$; c) $392,98 : 7$; d) $0,0288 : 8$;
e) $574 : 7$; f) $574 : 70$; g) $574 : 700$; h) $574 : 7000$;
i) $6948 : 75$; j) $296,4 : 16$; k) $23,89 : 625$; l) $204,02 : 64$

☉ Az ellenőrzés hozzátartozik a megoldáshoz.

111 A tanult számok közül melyek írhatók a betűk helyébe úgy, hogy igaz állítást kapj? Oldd meg az egyenleteket, egyenlőtlenségeket!

- a) $x \cdot 53 = 190,8$; b) $y \cdot 80 < 18$; c) $35 \cdot z \geq 749$;
d) $u : 18 = 4,45$; e) $v : 63 > 1,575$; f) $w : 47 \leq 30,5$

☉ Ellenőrizted a megoldást?

112 Melyik több? Írd be a $<$, $>$, $=$ jelek közül a megfelelőt!

- a) $(5,28 + 3,04) \cdot 10$ ☐ $52,8 + 30,4$; b) $(5,28 + 3,04) \cdot 100$ ☐ $5,28 + 304$;
c) $5,28 + 3,04 \cdot 100$ ☐ $5,28 + 304$; d) $(13,75 + 0,25) : 10$ ☐ $1,375 + 0,25$;
e) $13,75 + 0,25 : 10$ ☐ $1,375 + 0,025$

☉ Hogyan kell megszoznunk, illetve elosztanunk a zárójelben lévő összeget?

113 Melyik szorzat nagyobb? Hányszorosa? Mennyivel nagyobb?

- a) $38,25 \cdot 725$ vagy $382,5 \cdot 725$; b) $0,456 \cdot 38$ vagy $456 \cdot 38$;
c) $1,01 \cdot 27$ vagy $20,2 \cdot 27$; d) $44,4 \cdot 30$ vagy $2220 \cdot 0,6$

☉ Megfigyelted a szorzat változásait?

114 a) Az összeadásban mit írhatunk a betűk helyére, ha az azonos betűk azonos, a különböző betűk különböző számjegyeket jelentenek, továbbá tudjuk a következőket:

$$60 < AB; \quad 42 < EF; \quad CD < 63; \quad EG < 44; \quad C < 7?$$

b) Mindkét műveletben azonos betűk azonos számjegyeket jelölnek, a különböző betűk pedig különbözőket. A B mindenhol 6-ot ér.

Mely számjegyeket jelenthetik a betűk?

	A	B	C	D
+	E	F	E	G
D	G	C	H	D

	A	A	B	C
+	B	C	A	A
D	B	C	B	E

	A	A	B	C
-	B	C	A	A
F	F	B	B	

- 115 Írd a műveleti jelek fölötti karikákba, hogy milyen sorrendben számolsz! Hasonlítsd össze az egy-egy feladathoz tartozó eredményeket!

a) $3,6 : 10 + 6,4 : 10;$	$(3,6 + 6,4) : 10;$	$3,6 + 6,4 : 10;$
b) $7,2 : 16 + 7,2 : 4;$	$7,2 : (16 + 4);$	$7,2 : 16 + 4;$
c) $(4 \cdot 5,8) \cdot (25 \cdot 5,8);$	$4 \cdot (25 \cdot 5,8);$	$4 \cdot 25 \cdot 5,8$

- 116 a) Mennyi pénzt gyűjtött Peti, ha már csak 215 forint szükséges ahhoz, hogy megvegye az 1520 forintos DVD-t? Írd fel nyitott mondatl is!
- b) Hédi 2 tucat filctollat vett 49 € 20 centért. Mennyibe került egy-egy filctoll, ha mindegyiknek ugyanannyi volt az ára?

- 117 a) Egy király a lánya 16. születésnapja előtt 12 egyforma tortát hozatott. Ezek együttes tömege a tortadobozokkal együtt 104,40 kg volt. A 12 üres doboz összesen 7,80 kg-ot nyomott. Mennyi volt egy torta tömege doboz nélkül?
- b) 16 évvel ezelőtt 10 egyforma rokkát vitetett el a király, melyek tömege a csomagolásukra használt 10 ládával együtt 226,70 kg-ra rúgott. Egy üres láda tömege 7,62 kg-ot tett ki. Mennyi volt egy rokka tömege láda nélkül?

- 118 a) Pistinek 36 € 50 centje volt, Orsinak kétszer ennyi, Zsuzsának háromszor ennyi. Ha pénzüket összeadták, meg tudták-e venni a 210 €-s kenut?
- b) Péternek 14 darab húszcentes, 34 darab tízcentes, 43 darab ötcentes és még egy- és kétcentesekben 35 cent gyűlt össze a perselyében. Robinak feleannyi pénze volt, mint Péternek. Mennyi pénze volt Robinak?
- c) Pista és Saci vásárolt 3 üveg üdítőt. Az üdítő üvegenként 2,30 €-ba került, az üvegbetét 30 centbe. Pista és Saci más-más módon számította ki, hogy mennyit kell fizetniük. **Írj fel te is kétféle számítási tervet!**

☉ 1 tucat = 12 darab

☉ 1 € = 100 cent

☉ A meséből kimaradt!

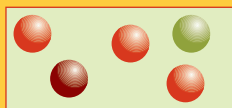
☉ Próbálj kétféle megoldási terv alapján számolni. Melyik szerint egyszerűbb a számolás?



Figyelempróba



☉ A piros golyók teljesen egyformák.



- Egy bátor hangyaexpedíció a 22,11 m magas Pot-Roh hegycsúcs meghódítására indult. Az expedíció harmadik napján végre kedvező volt az időjárás, így aznap 14 óra 35 perckor elérték a 13,5 m magasságot, ahol felépítették a második alaptábor.

- a) Hány méter szintet kell még megmászniuk a csúcsig?
- b) Arányosan milyen magas hegycsúcs felelne meg a Pot-Rohnak, ha emberek másznák meg? Tegyük fel, hogy a feladatban szereplő hangyák magassága 400-ad része az emberek magasságának.

Hallottál már ilyen magas hegycsúcsról a Földön?

- Egy dobozban 5 egyforma méretű színes golyó van az ábra szerint. Sötétben legalább hány golyót kell kivenni a dobozból, hogy biztosan legyen köztük piros? Miért?

Ha az összes lehetséges módon sorba rendezzük az 5 golyót, akkor a lehetséges sorrendek mekkora részében lesz középen a 3 piros golyó?

- 119** A táblázatból leolvasható, hogy hány fiú és hány lány írt 5-ös, 4-es stb. matematikadolgozatot.

	5	4	3	2	1
Lányok	4	3	5	1	2
Fiúk	3	4	4	1	1

Állapítsd meg, hogy a lányok vagy a fiúk szerepeltek-e jobban ebben a dolgozatban!

- 120** a) Fejezd ki méterrel: 1,32 km; 0,9 km; 0,09 km; 0,009 km!
 b) Fejezd ki deciméterrel: 7,25 m; 1,5 m; 0,15 m; 0,015 m!
 c) Fejezd ki centiméterrel: 1,54 m; 0,05 dm; 353 mm; 0,1 mm!
 d) Fejezd ki deciliterrel: 7,5 l; 0,34 l; 315 cl; 3,01 l; 520 ml!
 e) Fejezd ki literrel: 4 dl; 250 cm³; 3 l 5 cm³; 1,25 m³!
 f) Fejezd ki kilogrammal: 2,5 t; 725 dkg; 13 g; 2 dkg 5 g!
 g) 1 cm³ higany tömege kb. 13 és fél g. Hány kilogramm 1 dm³ higany tömege?

☉ Lásd a 107., 108. oldalt.

- 121** a) Hány négyzetcentiméter Pöttöm Panna téglalap alakú kertjének területe, ha szomszédos oldalainak hossza: 5,8 cm, 25 cm?
 b) Hány négyzetdeciméter Hüvelyk Matyi téglalap alakú földjének területe, ha szomszédos oldalainak hossza: 7,2 dm, 30 cm?
 c) Hány négyzetméter Babszem Jankó téglalap alakú szántójának területe, ha szomszédos oldalainak hossza: 105 cm, 2 m?

☉ A meséből kimaradt.

☉ Hogyan számítjuk ki a téglalap területét? (Lásd a 93. oldalon.)

- 122** a) Egy téglatest alakú esővíztartály élei: 1,65 m, 2 m, 3 m. Hány köbméter, illetve hány köbdeciméter a térfogata?
 Hány liter, hány hektoliter víz fér a tartályba?
 b) Egy téglatest alakú fogadóterem alapélei: 12,5 m, 8 m. Térfogata: 325 m³.
 Hány liter levegő fér a terembe? Mekkora a terem magassága?
 c) Csengé egy téglatest alakú doboz felületére színes papírlapokat ragaszt. Hány négyzetdeciméter papírt használ fel, ha a doboz éleinek hossza: 2,4 dm; 5 dm; 2 dm?
 d) Egy kocka alakú zárt láda 13,5 m² deszkából készült. Mekkora egy lapjának a területe? Mekkora a kocka éle? **Válaszd meg célszerűen a mértékegységet!**
 e) Erik felül nyitott, téglatest alakú akváriumának élei 3 dm; 5 dm; 4,72 dm hosszúak. Hány liter víz van benne, ha negyedrészig van megtöltve?

☉ Hogyan számítjuk ki a téglatest térfogatát? (Lásd a 105. oldalon.)

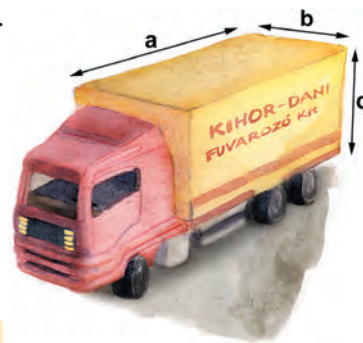
☉ Hogyan számítjuk ki a téglatest felszínét? (Lásd a 100. oldalon.)

☉ Egymásba tehetők-e, és ha igen, milyen sorrendben a feladatban szereplő téglatestek?

- 123** A Kihor-Dani Fuvarozó Kft. háromféle ponyvás teherautójának méreteit látod. Számítsd ki, melyik típust hány négyzetméter ponyva takarja!

- a) $a = 3$ m; $b = 2$ m; $c = 2$ m 10 cm;
 b) $a = 4$ m 2 dm; $b = 2$ m; $c = 2$ m;
 c) $a = 13$ m; $b = 255$ cm; $c = 20$ dm

Hol nincs ponyva?



☉ Írd fel az adatok közti összefüggést egyenlettel is!

- 124** Melyik számra gondoltam?

- a) Ha a gondolt számnak a felét veszem, akkor 3,8-nél 2,3-del többet kapok.
 b) Ha a gondolt számhoz hozzáadok 2,7-et, majd szorzom 3-mal, 9,81-et kapok.



☉ Emlékszel?
1 óra hány perc?
1 perc hány másodperc?

Gyűjtőmunka

☉ Dolgozzatok közösen a következő két feladatban is!

☉ Vigyázzatok, a tankönyv lapjainak mindkét oldalán van oldalszám!



125 14 lány és 16 fiú 8 óra alatt összesen 1,65 t epert szedett le, amely 220 ládában fért el.

- Átlagosan mennyi eper fért egy-egy ládába?
- Hány tonna epert szedtek le a fiúk, illetve a lányok, ha feltételezzük, hogy egyforma ütemben dolgoztak?
- A csoport összesen 15 525 Ft-ot kapott munkájáért. Mennyit kerestek összesen a lányok, illetve összesen a fiúk?

126 Egy terem háromszor olyan hosszú, mint amilyen széles. Alapterülete 75 m^2 , három ablaka és egy ajtaja $1,5 \text{ m}$ -szer 2 méteres . Oldalfalait $224,4 \text{ m}^2$ tapéta borítja. Milyen magas a terem?

- 127**
- Egy teherautó óránként $68,4 \text{ km}$ utat tesz meg.
Mekkora utat tesz meg 1 perc; 55 perc alatt?
 - Egy kerékpáros 1 másodperc alatt átlagosan $6,5 \text{ m}$ utat tesz meg.
Ugyanilyen sebességgel haladva mekkora utat tesz meg
1 perc alatt; 1 óra alatt; 3 és fél óra alatt?
 - Kerékpártúrán $12,600 \text{ km}$ -t tettek meg az első órában.
Ugyanilyen sebességgel haladva mekkora utat tettek meg
1 perc alatt; 1 másodperc alatt; $\frac{3}{4}$ óra alatt?

- 128**
- Becsüljétek meg, hogy milyen hosszú az araszotok! Mérjétek ki 5 arasz hosszúságot! Mérjétek meg, hogy hány centiméter ez a távolság! Majd számítsátok ki az araszotok átlagos hosszúságát!
 - Mérjétek meg a pad (asztal) lapjának vastagságát! Milyen magas lenne 100 ilyen lapból álló rakomány?
 - Mérjétek meg (jól összenyomva) a tankönyv vastagságát, borító nélkül! Számítsátok ki egy lap vastagságát!
 - Becsüljétek meg, hogy hány könyvet kellene egymás után hosszában lerakni, hogy 10 m hosszú „csíkot” kapjatok! Ezután mérjétek meg a tankönyv hosszúságát! Számítással ellenőrizzétek becslésetek helyességét!

- 129**
- Becsüljétek meg, hogy mekkora egy átlagosan használt radír tömege! Majd mérjétek meg 10 db használt radír együttes tömegét! Számítsátok ki a radírok átlagos tömegét!
 - Becsüljétek meg, hogy átlagosan mekkora a tankönyv egy lapjának a tömege! Méréssel és számítással ellenőrizzétek becslésetek helyességét!

- 130**
- Mérd meg, hogy 1 perc alatt hány métert tudsz gyalog megtenni! Számítsd ki, hogy 1 óra alatt, $0,5$ óra alatt hány kilométert tennél meg ekkora sebességgel!

131

A gémfélék gázlómadarak. Sekély vizekben gázolva hosszú, hegyes csőrüket csi-peszként és törként is használva keresik zsákmányukat. A bakcsó átlagos testhossza 5,2 dm. Este indul vadászatra. A többi gémféléhez viszonyítva rövidek a lábai. A dobosgém, más néven bölömbika a hangjáról kapta a nevét, átlagos testhossza 74 cm. A kis kócsag átlagos testhossza 0,56 m, a nagy kócsagé 0,92 m. Mindkét gémfélét ragyogó fehér tollak borítják. A kis kócsag összetéveszthető az átlagosan 0,46 m hosszú üstökös gémmel, de ennek a tolla sárga. A 36 cm hosszú pocgém kisebb tocsogókban keresi az élelmét. Az átlagosan 0,95 m hosszú szürke gém és a 0,78 m hosszú vörös gém viszont sokszor megdézsmálja a halastavak halait is.

A szöveg alapján oldd meg a következő feladatokat!

- Írd fel átlagos testhosszuk szerint csökkenő sorrendben a madarak nevét!
- Mekkora a legnagyobb és a legkisebb gémféle átlagos testhossza közti különbség?
- Melyik gémféle átlagos testhossza feleakkora, mint a nagy kócsagé?

Figyelempróba



132

Egy tavaszi napon a következő hőmérsékleti adatokat jegyezték fel:

Időpont (óra)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
Hőmérséklet (°C)	8,5	6,3	4,2	5,0	9,6	11,4	12,6	12,0	10,2	9,0	8,4	7,3

A feljegyzett adatok alapján válaszolj a kérdésekre!

- Hány órákor volt 9,6 °C a hőmérséklet?
- Vajon máskor is volt-e 9,6 °C a hőmérséklet a nap folyamán? Mikor?
- Hány Celsius-fok a legmagasabb és a legalacsonyabb hőmérsékleti adat közti különbség?
- 0 órától 20 óráig négyóránként mért hőmérsékletadatokból számítsd ki a „napi középhőmérsékletet”, vagyis ezeknek az adatoknak az átlagát!
- Mi a sejtésed? Körülbelül hány °C lehetett a hőmérséklet reggel 7 órákor?

☉ **A hőmérséklet egyik mértékegysége a Celsius-fok (olvasd: celziuszfok). Jele: °C**

133

A síugrásban az ugrás hosszából és a stílusából kiszámított pontok alapján hirdetnek győztest. Például „nagysánc” esetében az elugrás helyétől 120 m távolságban van a K-vonal (kalkulációs vonal). Ha a versenyző a K-vonalra érkezik, akkor 60 pontot kap. Ahány méterrel távolabbra ugrik, annyszor 1,8 pontot hozzáadnak a 60-hoz, illetve ahány méterrel rövidebbre sikerül az ugrása, annyszor 1,8 pontot levonnak a 60 pontból. Emellett öt bíró pontozza az ugrás stílusát. Legfeljebb 20 pontot adhatnak a stílusra, de a legkevesebb és a legtöbb pontot adó bíró pontszámát törlik.

Hány pontot kapott Simon, illetve Toni erre az ugrására?



Név	Ugrás	Stílusra kapott pontok						Összesen
Simon	127 m	18	16	19	13	15		
Toni	116 m	19	17	15	18	16		

TUDÁSPRÓBA

134

1 Írd növekvő sorrendbe a következő számokat!

4,6; 0,406; 40,06; 4,06; 400,6; 0,4006

--	--	--	--	--	--

2 Egy terem deciméterre kerekített hossza: 92 dm.

Mekkora a méterre kerekített hossza?

Mekkora értékek között változhat a hossza egész centiméterrel kifejezve?

3 Kerekítsd a következő számokat! $x = 24,74$; $y = 8,453$; $z = 47,957$

Egyesre: $x \approx$ $y \approx$ $z \approx$

Tizedre: $x \approx$ $y \approx$ $z \approx$

Századra: $x \approx$ $y \approx$ $z \approx$

4 Pótold a hiányzó mérőszámokat, mértékegységeket!

a) 5 m 40 cm = m = cm = dm = mm

b) 80 m = 8000 = dm = mm = 0,08

c) 0,85 kg = dkg (dag) = g = 850 000

d) 0,04 t = kg = 4000 = g

5 Végezd el a műveleteket! Ellenőrizd az eredményt!

a) $14,6 - 2,038$; b) $42,07 : 5$

6 Renáta vásárolt egy 1 kg tömegű kenyeret, 5 csomag egyenként 0,125 kg tömegű pudingot és 10 darab 0,15 kg tömegű sajtot.

Hány kilogramm árut vásárolt Renáta? Add meg a tömeget grammal is!

7 Számítsd ki mindkét tanuló osztályzatainak átlagát!

Albert jegyei matematikából: 5; 1; 5; 5; 2; 1; 5; 4

Béla jegyei matematikából: 3; 3; 4; 3; 3; 5; 3; 4

© Szerinted melyikükre mondható, hogy nem mindig szorgalmas?

Fejtrő!

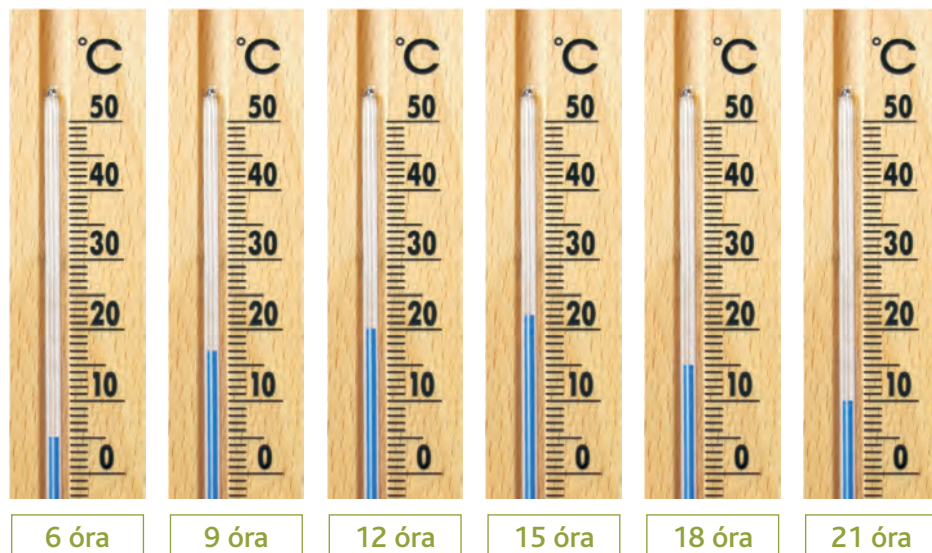


				0		.	7	
		5	2		6			
+					4	0		
			0			0		

A ráfröccsenő víz egy szorzásban a tizedesvesszőt és néhány számjegyet elmosott. Vilma pótolni szeretné ezeket. Tudsz segíteni neki?

6. ÖSSZEFÜGGÉSEK, NYITOTT MONDATOK

A matematika egyik fontos feladata az összefüggések matematika nyelvén történő leírása. Ebben a fejezetben a törtokról és a tizedestörtokról tanultakat is alkalmazva foglalkozunk ezzel a témakörrel. Törekedjünk arra, hogy képessé váljunk a szövegek, diagramok, táblázatok önálló értelmezésére, elemzésére, a tanultak alkalmazására.



TÁBLÁZATOK, GRAFIKONOK

1. példa

Háromóránként megmértük a levegő hőmérsékletét (lásd a fenti ábrát).

Olvassuk le, majd rögzítsük a mért adatokat.

Az ábráról leolvasható, hogy a hőmérőnk hány **Celsius-fokot** (jele: °C) mutatott az egyes időpontokban.

☉ Az ábra a hőmérőnek csak egy részét mutatja.

Az összetartozó mérési adatokat rögzíthetjük **táblázatban**:

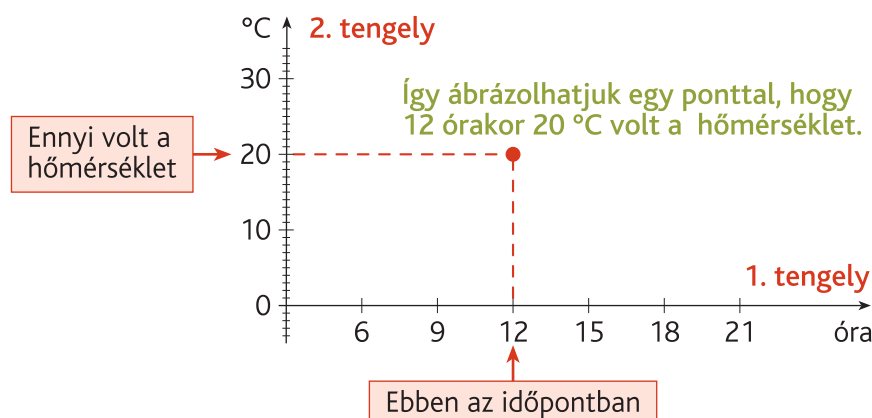
Az első sorba írjuk be az időpontokat, a másodikba az adott időpontban mért hőmérsékleteket.

Két mennyiség értékei közti kapcsolatot **grafikonnal** is ábrázolhatunk.

Egymásra merőlegesen rajzolunk két **tengelyt**.

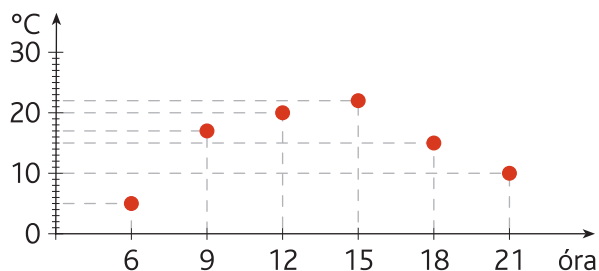
Az egyik tengelyen az egyik mennyiség értékeit, a másikon a másik mennyiség értékeit jelöljük.

Időpont (óra)	6	9	12	15	18	21
Hőmérséklet (°C)	5	18	20	22	15	10

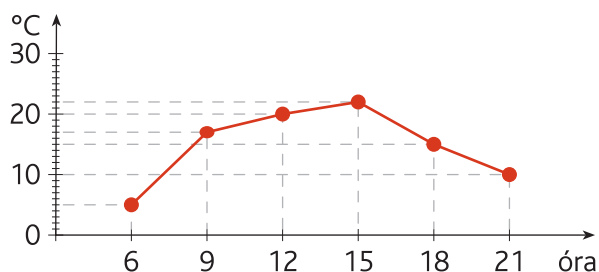
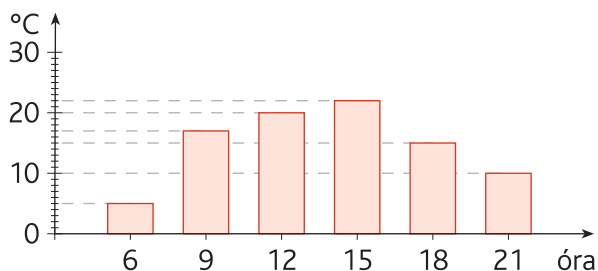


☉ Hová rajzolnád be a többi pontot?

A teljes méréssort
ábrázoló grafikon:



A pontok helyett oszlopokat is rajzolhatunk.
Így **oszlopdiagramot** kapunk:



Ha a fenti (bal oldali) grafikonban kapott pontokat összekötjük, akkor leolvashatjuk, hogyan változhatott a hőmérséklet két-két mérés között.

❶ **Megfigyelted? Ebben a példában a pontokat összekötő szakaszoknak jelentésük van.**

Hogyan becsülnéd meg, hogy két mérés közti időpontban mennyi lehetett a hőmérséklet? Biztosan helyes értéket ad ez a becslés? Miért?

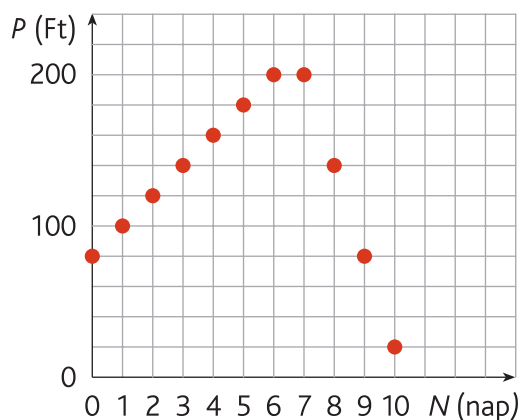
2. példa

Áronnak 80 Ft volt a perselyében. Hat napon át mindennap 20 Ft-ot tett bele, a következő napon nem tett bele semmit, majd három napon át mindennap kivett belőle 60 Ft-ot. Hány forint volt a perselyben az egyes napokon?

N (nap)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P (Ft)	80	100	120	140	160	180	200	200	140	80	20

Foglaljuk táblázatba az adatokat.

Készítsünk grafikonot a táblázat alapján.



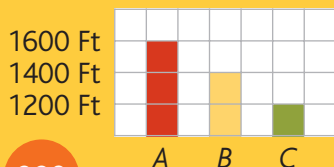
A grafikonról leolvasható:

A 6. és a 7. napon volt a legtöbb pénz a perselyben, 200 Ft.
2 nap alatt vett ki annyit, mint amennyit 6 nap alatt berakott.
20 Ft-ja maradt a 10. nap végére.

Mi olvasható még le?

Mettől meddig növekedett a pénze?

A növekedés vagy a fogyás üteme volt-e gyorsabb?



A diagram segítségével válaszolj! Melyik igaz, melyik hamis?

P: Annának (A) háromszor annyi pénze van, mint Cilinek (C).

R: Beának (B) annyi pénze van, mint a három lány pénzének átlaga.

❶ **Miért félrevezető ez a diagram?**

FELADATOK

- 1 Egy iskola 5. a osztályában a táblázatba foglaltak szerint sikerült a matematikadolgozat.

Ábrázold grafikonon az eredményeket!

Az 5. b osztály eredményeit ez az oszlopdiagram szemlélteti.

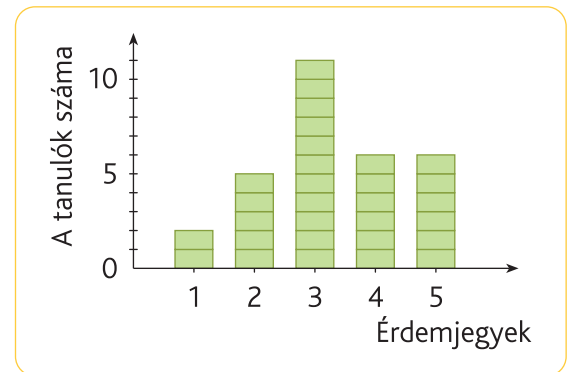
- Hányan írtak dolgozatot az 5. a, illetve az 5. b osztályban?
- Hányan írtak 2-es dolgozatot az 5. b osztályban?
- Melyik osztályban írtak több jó (5-ös vagy 4-es) dolgozatot?
- Melyik osztályban lett jobb a tanulók dolgozatjegyeinek átlaga?

☉ Megfigyelted?

Mit jelent a diagram „vízszintes” tengelyén egy-egy beosztás?

Mit jelent a diagram „függőleges” tengelyén egy-egy beosztás?

Érdemjegyek	1	2	3	4	5
A tanulók száma	2	4	12	7	5



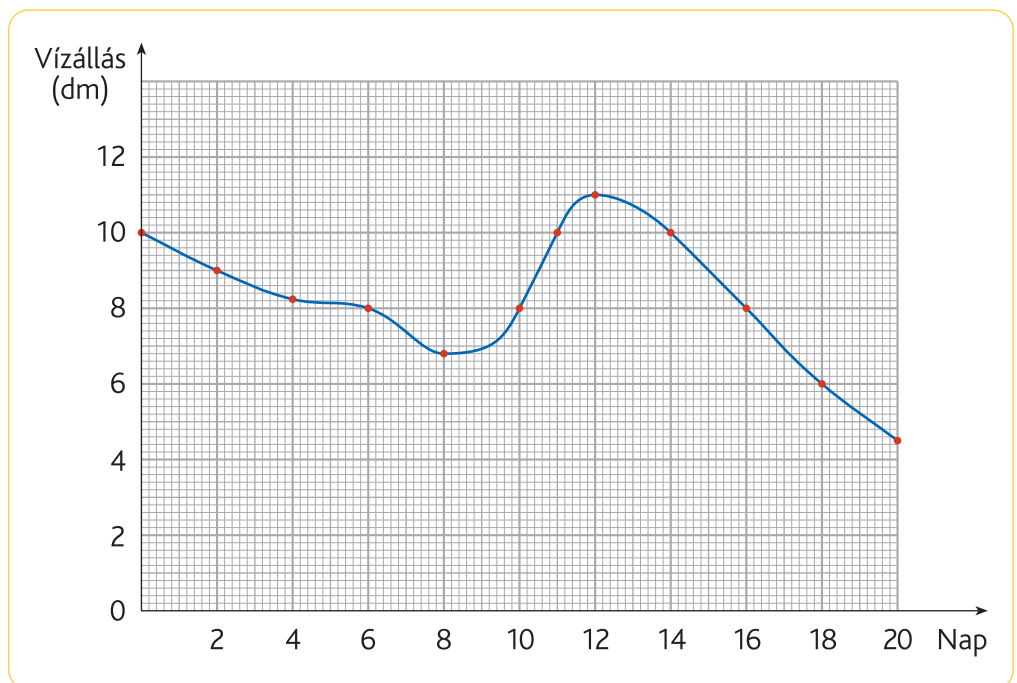
- 2 Egy szerkezet folyamatosan mérte egy folyó vízállását.

A grafikon alapján készíts táblázatot!

Például: a vízszintes tengely 6-os beosztása a 6. napi mérést jelzi.

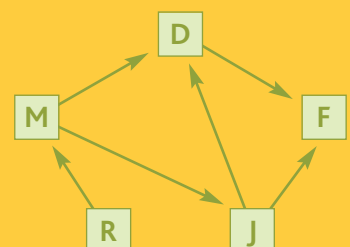
- A 10. napon hány deciméter magas volt a vízszint?
- Az első 7 nap alatt növekedett vagy csökkent a vízszint?
- Mikor volt a legalacsonyabb a vízállás?
- Mikor volt a legmagasabb a vízállás? Hány deciméter volt?
- Hogyan változott a vízállás a 6. és a 14. nap között?

Nap	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Vízállás (dm)											

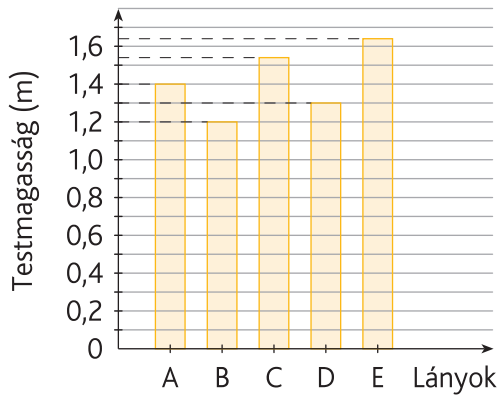


- ☹ Zsombor vásárolt egy videojátékot (J), egy rejtvényűságot (R), egy magazint (M), egy dinókról szóló filmet (D) és egy festékkazettát (F).

A számlán a következő összegek szerepeltek: 500 Ft; 1250 Ft; 300 Ft; 5000 Ft; 2500 Ft. Mi mennyibe került, ha az ábrán a nyilak az olcsóbbtól a drágább áru felé mutatnak? Írd be a táblázatba értékük növekvő sorrendjében az egyes áruk jelét és alá azt, hogy mennyibe kerültek!



Az áru betűjele					
Az áru ára (Ft)					



3 Az oszlopdiagram öt lány, Anna, Bea, Cili, Dóra és Emma magasságát mutatja.

a) Olvasd le a diagramról a lányok magasságát!

Név	Anna	Bea	Cili	Dóra	Emma
Magasság (m)					

b) Ki a legmagasabb közülük?

c) Számítsd ki a lányok átlagos magasságát!

d) Állítsd magasságuk szerint növekvő sorrendbe a lányokat! Melyikük magassága tér el legkevésbé az átlagos magasságtól?

Szakkör	5. osztály	6. osztály
Időutazó	8	6
Matematika	7	12
Néptánc	10	9
Versmondó	5	4

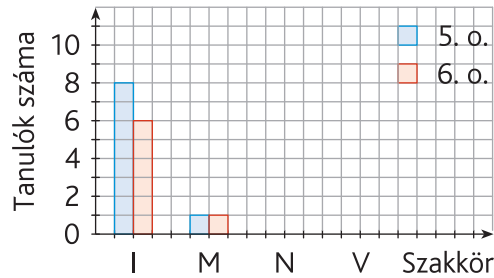
4 Egy iskolában az 5. és a 6. osztályosok számára négy szakkört indítottak.

A táblázatból leolvasható, hogy az egyes évfolyamokról hány tanuló vesz részt ezeken a szakkörökön.

a) A táblázat alapján folytasd az 5. és a 6. osztályos szakkörösök számát szemléltető grafikon megszerkesztését!

b) Hányan járnak összesen matematika-szakkörre az 5. és a 6. osztályosok közül?

c) Melyik szakkörre jár a legtöbb 5. osztályos és melyikre a legtöbb 6. osztályos tanuló?



5 Egy szerkezet folyamatosan mérte és felrajzolta a hőmérséklet változását egy március 15-ei napon:

a) Mekkora volt a hőmérséklet délelőtt 10 órakor?

b) Mikor volt a legmelegebb?

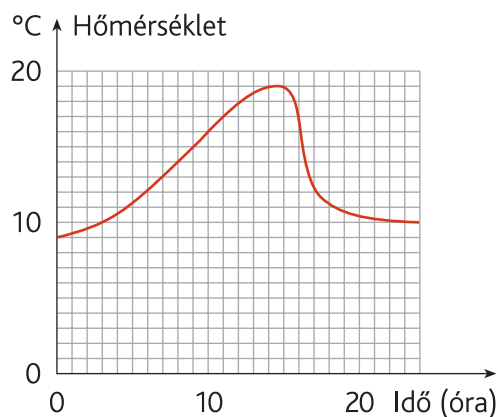
c) Melyik időközben emelkedett a hőmérséklet?

d) A nap folyamán egyszer csapadék hullott, vajon mikor?

Melyik tengelyen olvasható le az időpont, melyiken a hőmérséklet?

Vajon hogyan változhatott a hőmérséklet a csapadék hatására?

Milyen idő volt 1848. március 15-én?



Többet ésszel ...



Egy társasházban egy család tagjai élnek: négy felnőtt, két házaspár, két nagyszülő, négy szülő, a szülők négy gyermeke és a nagyszülők három unokája. Hány családtag él ebben a társasházban?

A: 21;

B: 13;

C: 10;

D: 7

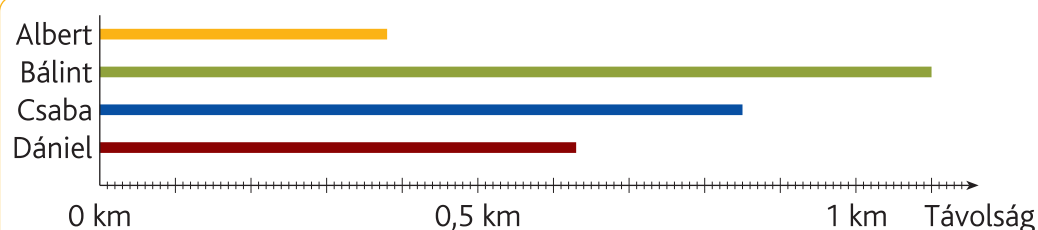
© Ugye nem hagytad magad becsapni?

6

A (szokatlan elhelyezésű) diagram azt szemlélteti, hogy a négy fiú mekkora távolságra lakik az iskolától. Olvasd le a diagramról, majd add meg a távolságokat kilométerrel, illetve méterrel kifejezve! Töltsd ki a táblázatot!

☉ **Emlékszel?**

1 km = m



	km	m
A		
B		
C		
D		

7

Bendegúz egyenletes sebességgel 4 óra alatt ballag végig egy 12 km hosszú útvonalon. Ábrázold grafikonon pontokkal a táblázat első öt oszlopába foglalt adatokat! Kösd össze a grafikon pontjait, majd olvasd le a grafikonról és írd be a táblázatba a hiányzó adatokat!

Eltelt idő (h)	0	1	2	3	4	1,5		3,5	
Megtett út (km)	0	3	6	9	12		1,5		7,5

☉ **Mit jelentenek ezek a kiegészített adatpárok?**

8

Egy napon reggel 6 órától délután 4 óráig óránként mértük a hőmérsékletet. A mért adatokat adatpárok formájában adjuk meg.

☉ **Például (8; 4) jelentése: 8 órakor 4 °C-ot mértünk.**

Az adatpárok: (6; 2), (7; 2), (8; 4), (9; 5), (10; 7), (11; 10), (12; 13), (13; 15), (14; 14), (15; 12), (16; 10)

- Ábrázold az adatokat grafikonon! A vízszintes tengelyen az időt, a függőleges tengelyen a hőmérsékletet jelöld!
- Összeköthetők-e a pontok folytonos vonallal? Miért?
- Körülbelül mikor volt a legmelegebb a nap folyamán?
- Állapítsd meg, hogy körülbelül hány °C volt a hőmérséklet fél hétkor, negyed tíz-kor, háromnegyed egykor!
- Mettől meddig emelkedett, metthől meddig süllyedt a hőmérséklet?
- Melyik évszakban mérhettük ezeket az adatokat?

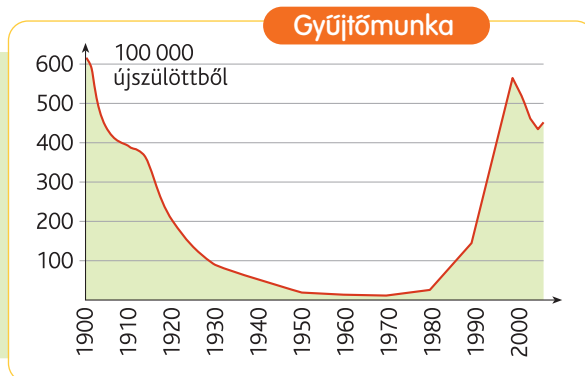
☉ **Megfigyelted az 5. feladat grafikonját?**

Gyakorló
6.01–6.06.,
6.36–6.40.;
Feladatgyűjtemény
5.1.03–04.

9

- Készíts táblázatot, majd grafikon, amelyen 4–5 osztálytársad tömegének (testmagasságának stb.) mérőszámát ábrázolod!
- Keress újságokban, könyvekben, interneten diagramokat! Magyarázd meg, hogy mit szemléltetnek!

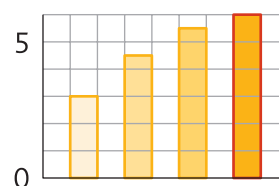
Például ez a diagram az Emma név népszerűségét szemlélteti. A függőleges tengelyen leolvashatjuk, hogy 100 000 újszülöttnél melyik évben hány kapta az Emma nevet.



☝

Mit **nem** szemléltethet ez a diagram?

- Egy újszülött kilogrammokkal adott tömegének havonkénti értékét.
- Egy felszálló repülőgép kilométerekkel adott magasságát 10 percenként mérve.
- Az év utolsó négy hónapjának átlagos hőmérsékletét Celsius-fokkal mérve (Magyarországon).
- Egy áradó patak vízszintjének óránkénti változását deciméterekben.



ÖSSZEFÜGGÉSEK, SOROZATOK

FELADAT

10 Töltsd ki a táblázatot az adott szabály alapján!

a) Szabály: $v = 2 \cdot u + 1,5$

u	0	1	2	3	4	5	6	7
v								

Ábrázold a grafikonon **piros pontokkal** az összetartozó számpárokat!

b) Szabály: $v = 2 \cdot (u + 1,5)$

u	0	1	2	3	4	5	6	7
v								

Ábrázold a grafikonon **zöld pontokkal** az összetartozó számpárokat!

1. példa

Keressünk szabályt a táblázathoz. A szabály alapján egészítsük ki a táblázatot. Az x és az y természetes szám.

x	8	4	2		0
y	4	8		1	

Sokféle szabályt találhatunk. Például:

❶

x	8	4	2	11	0
y	4	8	10	1	12

$$x + y = 12$$

Más alakban is felírhatjuk a szabályt úgy, hogy a táblázat kitöltése ne változzék:

$$y = 12 - x; x = 12 - y;$$

$$y + 8 = 20 - x; \text{ stb.}$$

❸

x	8	4	2	*	0
y	4	8	0	1	2

A $9 \cdot x + 2$ érték utolsó számjegye y .

A * helyére 1; 11; 21; ... írható.

❷

x	8	4	2	32	0
y	4	8	16	1	*

$$y = 32 : x$$

Ez a szabály a természetes számok körében csak a 32 osztóira értelmezhető. A * helyére nem írhatunk be számot, mert 0-val nem lehet osztani.

❹

x	8	4	2	*	0
y	4	8	13	1	20

$$A \quad 4 \cdot y = 80 + x \cdot x - 16 \cdot x.$$

A * helyére nem írhatunk be természetes számot úgy, hogy az y 1 legyen.

x	0	1	2	3	4
y	2	5	8	11	

© Karikázd be a helyes válasz betűjelét!

Fejtörő!



Írj fel műveletek segítségével olyan szabályt, amely érvényes a táblázat első négy elempárjára!

A felismert szabály segítségével számítsd ki, hogy mely számot írjuk az üres rovatba! Az üres rovatba írt szám:

A: 12;

B: 13;

C: 14;

D: 15

FELADATOK

11 Mindegyik szabályhoz másold le a táblázatot!

Fejezd be a kitöltését az adott szabály alapján!

- a) $y = x + 8$; b) $y = 5 \cdot x$; c) $y = 3 \cdot x + 4$; d) $y = x \cdot x + 6$

x	1	2	5	3	0	
y		10				70

12 Melyik szabály szerint kapjuk az első sorban lévő számokból a második sorban álló számokat? A felismert szabály alapján töltsd ki a táblázatot!

- ① $b = 2 \cdot a + 1$; ② $b = 3 \cdot a + 2$; ③ $b = 5 \cdot a - 2$; ④ $b = 6 \cdot a - 5$

☉ Minden összetartozó számpárra teljesül a szabály?

a	1	2	3	4	5	10					0,4	1,8	4,75	
b	3	8	13				33	38	58	93				24

13 Mindegyik szabályhoz másold le a táblázatot!

Fejezd be a kitöltését az adott szabály alapján!

Gondoltam egy x számra. Az y számot kapom, ha

- a) az x -et megszorozom 3-mal, majd a szorzathoz hozzáadok 3-at;
 b) az x -et megszorozom 4-gyel, majd a szorzatból elveszek 2-t;
 c) az x és az 1 összegét szorzom 3-mal;
 d) az x és a 2 különbségét szorzom 6-tal;
 e) az x és a 4 összegét szorzom 2-vel.

x	2	3	4	5	6	7
y				18		

Gyakorló
 6.07–6.19., 6.22.;
 Feladatgyűjtemény
 5.1.07., 5.1.19–20.

14 Axel anyák napjára rózsacsokrot vásárol édesanyja felköszöntésére. Egy szál rózsza 2,45 €-ba, a csokor díszítése 1,55 €-ba kerül.

Mennyibe kerül az 1, a 2, a 3, ... rózsaszálból díszítéssel készített csokor?

Mennyibe kerülne nagymamája születésnapjára készített 60 szálas ilyen csokor?

Készíts táblázatot az adatok áttekintésére!

Rózsaszál (db)	1	2	3	5	7	10	20	60
Ár (EUR)								

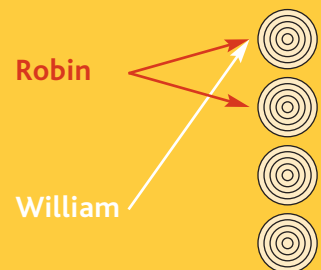
15 Keress a táblázathoz minél több szabályt! Minden felismert szabályhoz másold le a táblázatot, és töltsd ki a szabály alapján!

x	0	1	2	6	12	
y			12			

Nottinghamben íjászversenyt rendeztek, abban a reményben, hogy sikerül a híres Robin Hoodot kicsalogatni a sherwoodi erdőből. Minden versenyző minden céltáblára leadott egy lövést. Hány lövést adtak le összesen, ha a versenyzők száma V , a céltáblák száma C volt?

Égészítsd ki az ábrát a szövegnek megfelelően! Hány versenyző és hány céltábla esetén szemlélteti a versenyt?

Töltsd ki a táblázatot! Az L az összes leadott lövés számát jelöli.



V	2	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5	5	10
C	1	2	3	4	1	3	5	1	5	7	3	5	10	5
L														

2. példa

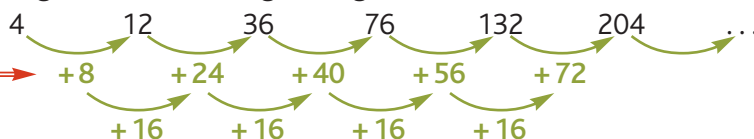
Mi lehet a sorozat szabálya? A sorozat első három tagja: 4; 12; 36
Folytassuk a sorozatot a felismert szabály alapján 3-3 taggal.

Sokféle szabályt találhatunk. Például:

❶ Minden tag az előző 3-szorosa:



❷ A tagok közti különbség mindig 16-tal nő:



Különbségsorozat

❸ A tagok felváltva 8-cal, illetve 3-szorosukra nőnek:



❹ A tagok felváltva 3-szorosukra, illetve 24-gyel nőnek:



FELADATOK

16 Folytasd a sorozatokat 5-5 taggal az adott szabály alapján!

a) Minden tag az előző tag 2-szeresénél 12,5-del nagyobb:

3; 18,5; ; ; ; ;

b) Minden tag az előző tag 7-szeresénél 2,5-del kisebb:

3; 18,5; ; ; ; ;

Gyakorló 6.41–6.45.;

Feladatgyűjtemény

5.3.01–03., 5.3.16–18.

17

Keress olyan sorozatokat, amelyeknek ez a negyedik, ötödik, hatodik eleme! Írd fel a szabályokat is, és a talált szabályok alapján írd fel a sorozatok első három elemét, valamint a 7., 8., 9. elemét!

a) ; ; ; 1,2; 1,4; 1,6; ; ;

b) ; ; ; 1,6; 2,1; 2,6; ; ;

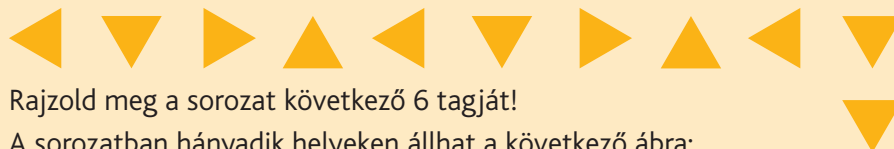
c) ; ; ; 1,6; 3,2; 6,4; ; ;

d) ; ; ; 1,8; 2,4; 3,0; ; ;

Fejlesztő!

18

Háromszögekből sorozatot képeztünk, amelynek bármely tagjából ugyanolyan mozzgatással kaphatjuk meg a rá következőt. A sorozat első 10 tagja:



Rajzold meg a sorozat következő 6 tagját!

A sorozatban hányadik helyeken állhat a következő ábra:

© Hány tagonként ismétlődik meg ugyanaz a helyzetű háromszög?

ARÁNYOS KÖVETKEZTETÉSEK

1. példa

1 kg káposzta 0,26 €. Mennyibe kerül 16 kg káposzta?

1 kg káposzta 0,26 €.

2-szer annyi káposzta 2-szer annyiba kerül;

3-szor annyi káposzta 3-szor annyiba kerül;

⋮

16-szor annyi káposzta 16-szor annyiba kerül.

$$\begin{array}{rcl}
 & 1 \text{ kg káposzta ára} & 1 \cdot 0,26 \text{ €} = 0,26 \text{ €} \\
 \cdot 16 \swarrow & 2 \text{ kg káposzta ára} & 2 \cdot 0,26 \text{ €} = 0,52 \text{ €} \\
 & \vdots & \\
 \searrow & 16 \text{ kg káposzta ára} & 16 \cdot 0,26 \text{ €} = 4,16 \text{ €}
 \end{array}
 \quad \cdot 16$$

Tehát 16 kg káposzta 4,16 €-ba kerül.



Ki tudjuk-e számolni?

Ha 1 kg szalámi ára 16 €, akkor mennyibe kerül 0,26 kg szalámi?

Mely jelet írnád be a kis négyzetbe?

$$16 \cdot 0,26 \text{ €} \quad \square \quad 0,26 \cdot 16 \text{ €}$$

Jelölések

Ahányszorososára változik az egyik mennyiség (az áru tömege), arányosan ugyanannyiszorososára változik a másik mennyiség (az áru ára) is.

☉ Valahányszorosára, illetve valahányad részére történő változásról lehet szó.

2. példa

Attila 1 éves korában 9,52 kg. Hány kilogramm lesz 15 éves korában?

Attila tömege nem arányosan változik az életkorral, ezért az egyéves gyerek tömegéből nem következtethetünk arra, hogy mekkora lesz a tömege kétéves, hároméves, ..., 15 éves korában.

3. példa

Egy 32 tagú napközis csoport közösen végzett vadgesztenyegyűjtéssel 8640 Ft-ot keresett. A csoportban 11 negyedikes tanuló van. Hány forint jut a közös pénzből a negyedikeseknek?

Először kiszámítjuk, hogy hány forintot keresett 1 gyerek, majd ebből következtünk a 11 tanuló keresetére:

$$\begin{array}{rcl}
 & 32 \text{ gyerek} & 8640 \text{ Ft-ot,} \\
 : 32 \swarrow & 1 \text{ gyerek} & 8640 \text{ Ft} : 32 = 270 \text{ Ft-ot,} \\
 \cdot 11 \swarrow & 11 \text{ gyerek} & 270 \text{ Ft} \cdot 11 = 2970 \text{ Ft-ot keresett.}
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} \\ \\ \cdot 11 \end{array}$$

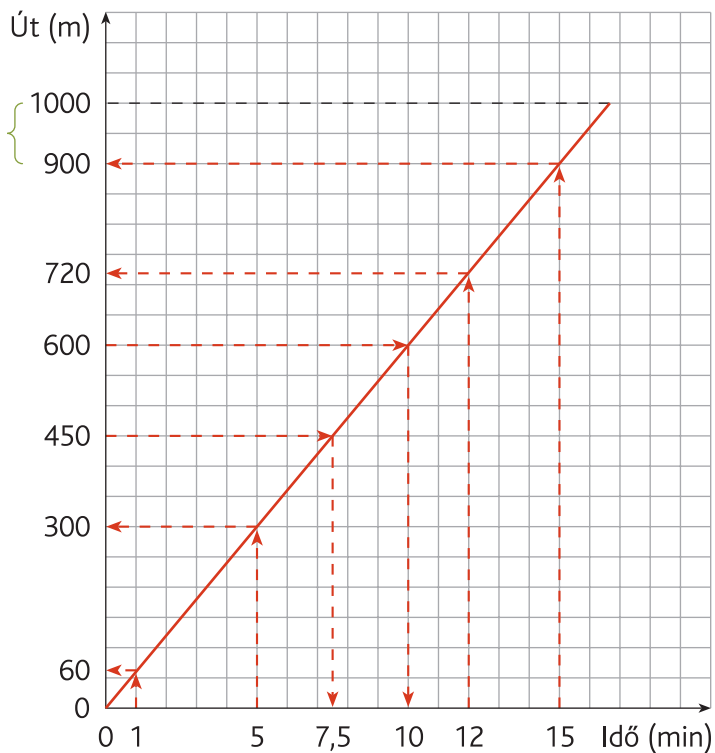
☉ Következtetés többről egyre, majd egyről többre.



Ha két tyúk két nap alatt két tojást tojik, akkor egy tyúk egy nap alatt hány tojást tojik? És hány tojást tojik tíz tyúk tíz nap alatt?

Tréfás népi feladat

4. példa



Ákos reggel hét órakor indul iskolába. Az út az iskoláig 1000 m.

Megrajzoltuk mozgásának grafikonját.

Olvassunk le néhány adatot a grafikonról.

a 5 perc múlva milyen távolságra volt otthonától Ákos?

A választ leolvashatjuk a grafikonról:
300 m-re.

b 600 m-t hány perc alatt tett meg?
(10 perc alatt.)

c 450 m megtételéhez hány percre volt szüksége? (7,5 percre.)

d 1 perc alatt hány métert tett meg?
A grafikonról nem olvashatjuk le a pontos értéket, de például az 5 perc alatt megtett útból következtethetünk rá:
 $300 \text{ m} : 5 = 60 \text{ m}$

e 12 perc alatt hány métert tett meg?
A 12 perc alatt megtett út:
 $60 \text{ m} \cdot 12 = 720 \text{ m}$

f 15 perc elteltével milyen messze volt az iskolától?
A grafikonról leolvasható: $1000 \text{ m} - 900 \text{ m} = 100 \text{ m}$ -re.

g Határozd meg, hogy 20 perc alatt, 25 perc alatt hány métert tenne meg Ákos ugyanilyen gyorsan haladva!

Idő (min)	1	5	7,5	10	12	15	20	25
Út (m)	60	300	450	600	720	900		

Fejtorő!



© Mely számjegy állhatott az első helyen az első (és az utolsó) táblán?

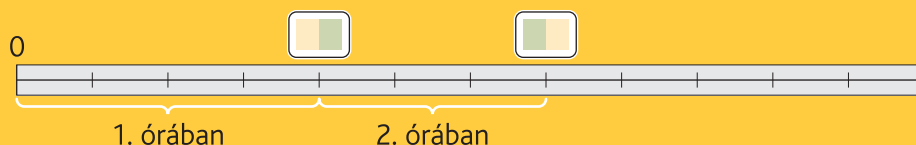
Milyen tulajdonságú az első táblán leolvasott kétjegyű szám?

Segít az ábra?

Hogyan ellenőrizheted megoldásod helyességét?

Bence egy kerékpártúrára a 0 kilométerkőtől indult. Egy órát kerekezve a kilométertábláról egy kétjegyű számot olvasott le.

A második órától kezdve az első órában megtett útnak óránként csak a háromnegyed részét tette meg. A második óra végén újra egy kilométertáblához ért, amelyen ugyanaz a két számjegy szerepelt, mint az első óra végén látott táblán, csak fordított sorrendben.



A csökkentett sebességgel további 9 órát bringázva olyan táblához ért, amelyen az első óra végén látott számjegyek eredeti sorrendben voltak láthatók, viszont köztük egy 0 állt. Ez a szám nagyobb volt 150-nél, de kisebb 300-nál.

Mely szám állt az első óra végén látott kilométertáblán?



5. példa

Klári egyenletes járással 5 perc alatt 400 m utat tesz meg.
Milyen távolra jut 1 óra alatt, ha ugyanilyen tempóban gyalogol?

Váltsuk át az órát percekre: 1 óra = 60 perc.

Számolhatunk úgy is, mint a 3. példában:

5 perc alatt 400 m-t,

1 perc alatt $400 \text{ m} : 5 = 80 \text{ m-t}$,

60 perc alatt $80 \text{ m} \cdot 60 = 4800 \text{ m-t}$ gyalogol.

Ha észrevevessük, hogy a 60 perc az 5 percnél éppen a 12-szerese, akkor **egyszerűbben is eljutunk az eredményhez**:

5 perc alatt 400 m-t,

60 perc alatt $400 \text{ m} \cdot 12 = 4800 \text{ m-t}$ gyalogol.



FELADATOK

19 a) 1 kg meggy ára 135 Ft. Mennyibe kerül

2 kg; 3 kg; 10 kg; 1 t; 437 kg meggy?

b) Négy egyenlő vég szövetben összesen 256 m szövet van.
Hány méter szövet van 150 ilyen végben?

20 15 tekegolyó tömege 42,75 kg.

a) Hány kilogramm a tömege 1 db; 2 db; 11 db; 27 db tekegolyónak?

b) Hány kilogramm a tömege 3 db; 5 db; 30 db; 150 db tekegolyónak?

21 a) Hat ceruza 2,40 €. 3,60 €-ért hány ilyen ceruzát vehetünk?

b) 23 db DVD ára 165,6 €. Mennyi DVD-t vásárolhatnánk 784,80 €-ért?

c) 32 db rejtvényújság ára 4160 Ft. Mennyibe kerül 1 db újság?
Mennyibe kerül 50 db újság?

d) Öt zsák rizs 312,5 kg. Hány kilogramm két ilyen zsák rizs?

e) Egy vonat 8 óra alatt 430 km-t tett meg.
Milyen távolságra jut el ugyanezzel a sebességgel 10 óra alatt?

f) Mennyit kell fizetnünk 75 €-ért, ha 25 € 6865 Ft-ba kerül?

g) Egy autó 15 perc alatt 19,8 km utat tesz meg.
Mekkora utat tesz meg egy óra alatt?

☉ Áttekinthetően rögzítsd az adatokat!

☉ A b) feladatban ki tudod többféleképpen számítani az eredményt?

Gyakorló
2.74–2.85.



Ha fél kilogramm narancs 75 Ft-ba kerül, akkor hány kilogramm narancsot kapunk 300 Ft-ért?

Fejtörő!

☉ Ez a feladat 2008-ban érettségi feladat volt!



Egy város központjától 3 km távolságra 15 °C a hőmérséklet. Mekkora a hőmérséklet a város központjától 15 km-re levő turistaház környékén?

Többet ésszel ...

☉ Meggondoltad a választ?

☉ Az „egytonnás teherautó” azt jelenti, hogy 1 t teher fér rá.

6. példa

Egytonnás teherautóval 15 fordulóval tudnák elszállítani az építkezési törmeléket. Hány fordulóval tudnák elszállítani ugyanezt a mennyiséget egy öttonnás teherautóval?

☉ Ahányszorosára nő az egyik mennyiség, ugyanannyiadrészére csökken a másik mennyiség.

A nagyobb tehergépkocsinak **arányosan kevesebb** fordulóra van szüksége:

$\cdot 5$ 1 tonnás autóval 15 forduló;
 $: 5$ 5 tonnás autóval $15 : 5 = 3$ forduló szükséges.

7. példa

Egy 15 literes vödörrel számítva 16 vödör víz fér egy kádba. Benő egy 8 literes kannával tölti meg a kádat. Hány kanna víz fér a kádba?

Becsüljük meg az eredményt.

Mivel a kanna űrtartalma majdnem fele a vödörének, ezért közel kétszer annyi, körülbelül 30 kanna vízre van szükség.

Ha először azt számítjuk ki, hogy hány literes a kád, akkor arra adunk választ, hogy hány egyliteres edény víz fér a kádba. Ebből **következtethetünk** arra, hogy hány kannával telik meg a kád:

$\cdot 15$ 15 literes vödörrel 16 vödör víz;
 $\cdot 8$ 1 literes edénnyel $15 \cdot 16 = 240$ edény víz;
8 literes kannával $240 : 8 = 30$ kannányi fér bele.

FELADAT

Figyelempróba

22

- Delfineknek ebédet viszünk. Ha 5 vödörünk lenne, akkor mindbe 12 halat tenénk. Azonban csak 4 vödörünk van. Hány halat tegyünk egy-egy vödörbe, ha mindet be akarjuk rakni egyformán elosztva?
- Egy kilogramm hering ára 1450 Ft. Hány kilogramm 2900 Ft-os lazacot vehetünk 10 kg hering árából? **Hány forintért vásárolunk?**
- A delfinbemutatóval egybekötött kirándulás autóbussz-költsége (45 fő befogadóképességű busszal) 37 800 Ft. Mennyit kell fizetnie egy-egy utasnak, ha csak 42-en jelentkeztek az útra? Mennyit fizetnének, ha 45-en utaznának?
- A delfinek 45 m hosszú és 20 m széles medencéjét egy 3 tagú brigád 4 óra alatt takarítja ki. Hány óra alatt takarítaná ki ugyanezt a medencét ugyanilyen munkatempóval egy 6 tagú brigád?
- A medencét megtöltő csövön át percenként 240 m^3 víz folyik be, és így háromnegyed óra alatt telik meg a medence. Mennyi idő alatt telne meg, ha percenként
 - 120 m^3 ; 180 m^3 ; 450 m^3 ; 900 m^3 víz folyna be a medencébe?

☉ Egy adott munkát több ember kevesebb vagy több idő alatt tud elvégezni?

Gyakorló
2.86–2.94.

Többet ésszel ...



3 ember egy-egy görögdinnyét fél óra alatt eszik meg. Mennyi idő alatt eszik meg 9 ember egy-egy dinnyét?

EGYENLET, EGYENLŐTLENSÉG

1. példa

Írjátok be a következő nyitott mondatba a kipontozott helyre iskolátok valamelyik tanulójának nevét!

..... 5. osztályos fiú.

Mely esetben kaptok hamis, mely esetben igaz állítást?

☉ Szerinted miért nevezzük az ilyen állítást „nyitott mondatnak”? Melyik mondatrész hiányzik?

A feladat szerint csak az iskola tanulóival foglalkozunk. Ezt úgy is mondhatjuk, hogy ennek a nyitott mondatnak az **alaphalmaz**:

$$A = \{\text{Az iskola tanulói}\}$$

Ha például egy nyolcadikos fiú vagy egy ötödikes kislány nevét írjuk be, akkor hamis állítást kapunk. Pontosan akkor kapunk igaz állítást, ha valamelyik ötödikes fiú nevét írjuk be. Ennek a nyitott mondatnak az **igazsághalmaz**, más szóval **megoldáshalmaz**:

$$M = \{\text{Az iskola 5. osztályos fiútanulói}\}$$

2. példa

Az alaphalmaz: $\mathbb{N} = \{\text{Természetes számok}\}$. Határozzuk meg a következő nyitott mondat igazsághalmazát:

☐ osztható 3-mal, és kisebb 21-nél

☉ Megfigyelted? A természetes számok halmazát $\mathbb{N}$ jelöli.

Helyettesítsük be például a 0-t, 2-t, 6-ot, 24-et!

☐ 0 osztható 3-mal, és kisebb 21-nél. Igaz állítást kaptunk.

☐ 2 osztható 3-mal, és kisebb 21-nél. Hamis állítást kaptunk.

☐ 6 osztható 3-mal, és kisebb 21-nél. Igaz állítást kaptunk.

☐ 24 osztható 3-mal, és kisebb 21-nél. Hamis állítást kaptunk.

Pontosan akkor kapunk igaz állítást, ha a 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18 számok valamelyikét helyettesítjük be a nyitott mondatba. Ezek a számok a nyitott mondat **megoldásai**. A megoldáshalmaz:

$$D = \{0; 3; 6; 9; 12; 15; 18\}$$

FELADAT

B1

Helyettesítsd be az alaphalmaz elemeit a nyitott mondatba! Vizsgáld meg, hogy mikor kapsz igaz, mikor hamis állítást!

Alaphalmaz: $A = \{\text{A családod tagjai}\}$

magasabb 15 dm-nél.

Gyűjtőmunka

☉ Kik tartoznak az igazsághalmazba?

Fejtörő!

Bea édesapja két és félszer olyan idős most, mint Bea. 5 év múlva az édesapja 50 éves lesz. Hány éves most Bea? Indokold a válaszod!

☉ Ez a feladat 2007-ben érettségi feladat volt!

◎ Például:

$$5 \cdot x + 2 = 3 \cdot x + 8$$

Értelmezés

Egyenletnek nevezzük azt a nyitott mondatot, amelyben két kifejezést egyenlőségjel köt össze.

3. példa

Egy természetes számra gondoltam. megszoroztam 20-szal, majd hozzáadtam 250-et, ekkor 590-et kaptam. Melyik számra gondoltam?

Az alaphalmaz a természetes számok halmaza: $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$

A szöveg alapján a következő nyitott mondatot írhatjuk fel:

$$x \cdot 20 + 250 = 590$$

Meg kell keresnünk azt a számot, amelyet az x helyére írva igaz egyenlőséget kapunk. **Tervszerű próbálgatással** dolgozhatunk.

x	$x \cdot 20 + 250$
5	350
20	650
15	550
17	590

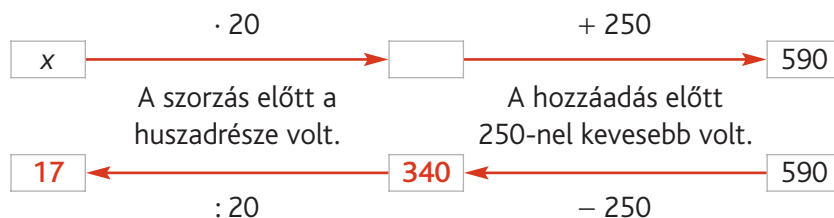
5 350 Túl kicsi az eredmény. Úgy növelhető, ha az x -et növeljük.
 20 650 Túl nagy az eredmény, csökkentsük az x -et!
 15 550 Még növelni kell az x -et.
 17 590 **$x = 17$ megoldása az egyenletnek.**

Ellenőrzés: $17 \cdot 20 + 250 = 340 + 250 = 590$

Ha növeljük az x -et, akkor 590-nél nagyobb lesz az eredmény.

Ha csökkentjük az x -et, akkor 590-nél kisebb lesz az eredmény.

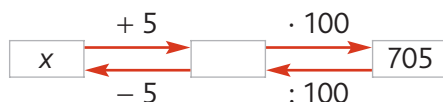
Következtetéssel is megoldható az egyenlet. A gondolatmenet szemléltetése:



4. példa

Az alaphalmaz a természetes számok halmaza: $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$

Oldjuk meg az egyenletet! $(x + 5) \cdot 100 = 705$



Nincs olyan természetes szám, amelyet 100-zal megszorozva 705-öt kapnánk.

Ennek az egyenletnek **nincs megoldása** a természetes számok körében.

Fejlesztő!



A két csokor virág ugyanannyiba került.
Hány gyöngyvirágot ér egy tulipán?

FELADATOK

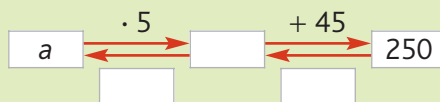
B2 Az alaphalmaz mindkét feladatban a természetes számok halmaza.

Helyettesítsd be az egyenletbe az adott számokat, majd a tapasztaltak alapján keresd meg a megoldást!

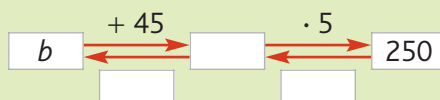
a) $2 \cdot a + 17 = 87$; $a: 10; 50; 40; 30$ b) $2 \cdot (b + 17) = 64$; $b: 3; 10; 20; 13$

B3 Az alaphalmaz minden feladatban a természetes számok halmaza. Határozd meg következtetéssel az egyenletek megoldását!

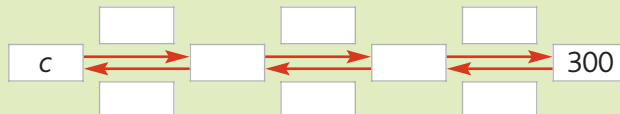
a) $a \cdot 5 + 45 = 250$



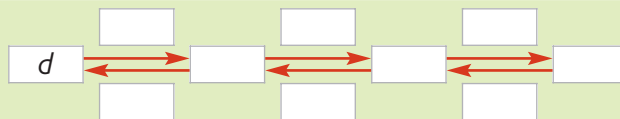
b) $(b + 45) \cdot 5 = 250$



c) $(c : 3 + 15) \cdot 4 = 300$



d) $(d + 15) : 3 \cdot 4 = 250$



☉ Ha nem adunk hozzá 45-öt?

Ha nem szorozzuk meg 5-tel?

Gyakorló

9.45–9.48.;

Feladatgyűjtemény

1.2.57., 1.2.60–63.,

1.2.65.

B4 Írd fel egyenlettel is az összefüggést! Keresd meg a megoldást!

- a) d és 5 szorzatának meg 10-nek az összege 200;
- b) e meg 5 összegének és 10-nek a szorzata 200;
- c) 250 meg f különbségének és 10-nek a hányadosa 15;
- d) 250 és g hányadosának meg 10-nek a különbsége 15

☉ Miért fontos az eredmény ellenőrzése?

Hogyan végzed el az ellenőrzést?

B5 Oldd meg az egyenleteket! Az alaphalmaz a természetes számok halmaza.

$a \cdot 17 = 0$; $(b - 5) \cdot 45 = 0$; $0 \cdot (c + 48) = 0$

☉ Egy szorzat értéke mikor lesz 0?

B6 Üveggolyóim számának tízszerese ugyanannyi, mint a háromszorosuk. Hány üveggolyóm van?

☉ A -t bármely szám-mal megszorozva lesz az eredmény.

B7 Ha pénzem értékének 3-szorosát megkétszerezem, akkor pontosan a hatszorosát kapom. Mennyi pénzem van?



Csiribá számkitalálós trükkjeit kövessük a matematika nyelvén!

- a) Gondolj egy számot! Adj hozzá 3-at! Vedd az eredmény kétszeresét! Vonj ki belőle 6-ot! Vond ki belőle a gondolt számot! A gondolt számot kaptad, igaz?
- b) Gondolj egy számot! Adj hozzá ugyanannyit! Adj hozzá még 10-et! Vedd el az eredmény felét! Vond ki belőle a gondolt számot és még 1-et! 4-et kaptál, igaz?

Fejtrőő!

☉ Például:

$$5 \cdot x + 2 \leq 3 \cdot x + 8$$

$$5 \cdot x + 2 \not\leq 3 \cdot x + 8$$

☉ Mi a különbség a $\leq$ jel és a $<$ jel jelentése között?

5. példa

Mi az igazsághalmaza a következő egyenlőtlenségnek, ha az alaphalmaz a természetes számok halmaza?

$$x + 5 \leq 12$$

Az x helyére rendre behelyettesítjük a természetes számokat.

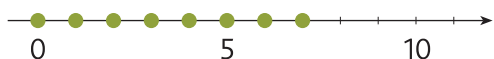
0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 esetén az összeg kisebb 12-nél;

7 esetén az összeg éppen 12;

8; 9; 10; ... esetén az összeg nagyobb 12-nél.

Az egyenlőtlenség megoldáshalmaza: $I = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$

Ábrázoltuk a megoldáshalmazt száme egyenesen is.



FELADATOK

☉ Melyik jelet használhatjuk a c) feladatban?

Gyakorló

9.49–9.50.;

Feladatgyűjtemény

1.2.47.

☉ $A >$ és $a \geq$ jelek közül melyiknek ugyanaz a jelentése, mint a $\neq$ jelnek?

☉ Ábrázold száme egyenesen a megoldást!

☉ Mi a jelentésük a „legalább”, illetve a „legfeljebb” szavaknak?

☉ Mi a különbség a „kevesebb” és a „nem több” között?

B8 Melyik az a természetes szám, amelyhez 9-et hozzáadva a szám

a) 4-szeresét kapjuk;

b) 4-szeresénél kevesebbet kapunk;

c) 4-szeresénél nem kapunk többet?

B9 Az alaphalmaz a természetes számok halmaza. Helyettesítsd be az egyenlőtlenségbe az adott számokat, majd a tapasztaltak alapján keresd meg a megoldáshalmazt!

a) $7 \cdot a - 14 > 70$; a : 2; 5; 10; 15; 20; 100;

b) $7 \cdot (b - 14) > 70$; b : 2; 15; 20; 30; 54; 100

B10 $A = \{0; 1; 5; 10; 20\}$

Az A halmaz elemei közül mely számokra igaz az egyenlőtlenség?

$2 \cdot a + 1 \leq 21$; $2 \cdot b + 1 > 21$; $2 \cdot c + 1 \not\leq 21$; $2 \cdot d + 1 \neq 21$

B11 Az alaphalmaz a természetes számok halmaza.

Oldd meg az egyenlőtlenségeket!

$a \cdot 3 > 12$; $b - 7 \geq 5$; $2 \cdot c - 1 < 5$; $2 \cdot d + 3 \not\leq d$

B12 Melyik az a természetes szám, amelynek a 6-szorosánál 25-tel kisebb szám

a) legalább 65;

b) legfeljebb 65;

c) pontosan 65?

B13 Anna is és Béla is most ünnepli a születésnapját, de Béla 4 évvel idősebb Annánál. Hány évesek lehetnek, ha kettejük életkorának összege

a) 20 év;

b) 20 évnél kevesebb;

c) 20 évnél nem több?

GYAKORLÓ- ÉS FEJTÖRŐ FELADATOK

23

Öt jó barát elhatározta, hogy összegyűjt 60 kg vadgesztenyét a vadasparkban élő szarvasok számára. A táblázat azt mutatja, hogy eddig hány kilogrammot gyűjtött egy gyerek:

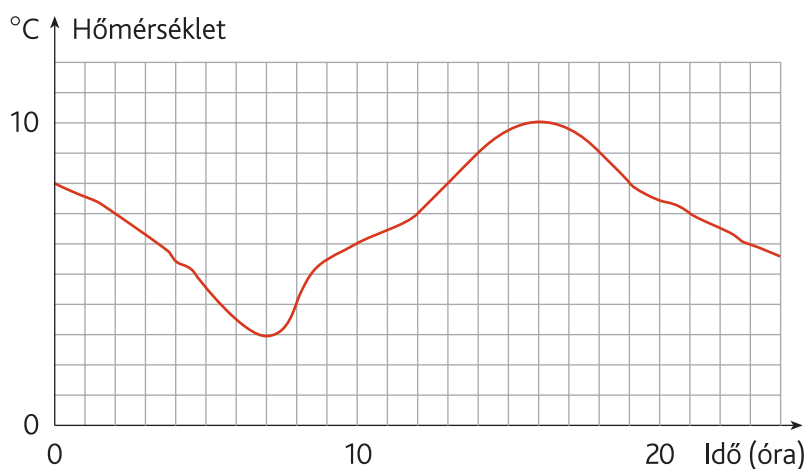
A tanuló neve	Andi	Béni	Csenge	Dalma	Edit
Gyűjtött mennyiség (kg)	5,66	7,12	9,60	10,45	8,22

- a) Hány kilogramm gesztenyét kell még gyűjteniük?
 b) Eddig átlagosan hány kilogramm gesztenyét gyűjtött egy tanuló?

24

Egy szerkezet folyamatosan mérte és felrajzolta a hőmérséklet változását egy borongós napon:

- a) Mekkora volt a hőmérséklet délután 6 órakor?
 b) Mikor volt a leghidegebb?
 c) Melyik időközben emelkedett a hőmérséklet?



25

Töltsd ki a táblázatot az adott szabály alapján!

- a) Szabály: $b = 56 \cdot a + 12$

a	0	1	5	100			7,48
b					124	572	

- b) Szabály: $b = 100 \cdot a - 7,8$

a	1	8	3	5,78	0,08		
b						2,2	22,2

- c) Szabály: $b + 2 \cdot a = 18$

a	0		6	4,75	5,05		
b		0				12	17,8

26

Melyik szabály szerint kapjuk az első sorban lévő számokból a második sorban álló számokat?

☉ Karikázd be a helyes szabály sorszámát!

A felismert szabály alapján fejezd be a táblázat kitöltését!

- ❶ $b = 5 \cdot a - 7$; ❷ $b = a \cdot a - 1$; ❸ $b = 4 \cdot a + 5$; ❹ $b = 6 \cdot a - 9$

a	2	4	5	6	10					2,5		6,75	
b	3	15	21			9	39	57	111		0		10,8

❶ Fogalmazd meg minden esetben a szabályt!

❷ Itt is fogalmazd meg minden esetben a szabályt!

27 Állapítsd meg a különbségsorozatot, és folytasd a sorozatot öt taggal! Melyik sorozat növekvő, melyik csökkenő?

- a) 100; 91; 82; 73; ...; b) 2545; 2625; 2705; 2785; ...;
c) 15; 20; 30; 45; ...; d) 5000; 4360; 4040; 3880; ...;
e) 500; 510; 530; 570; ...; f) 9200; 9300; 9100; 9400; ...

28 Keress olyan sorozatokat, amelyeknek ez az első három tagja! Folytasd ezeket a sorozatokat!

4; 8; 16; ; ; ;

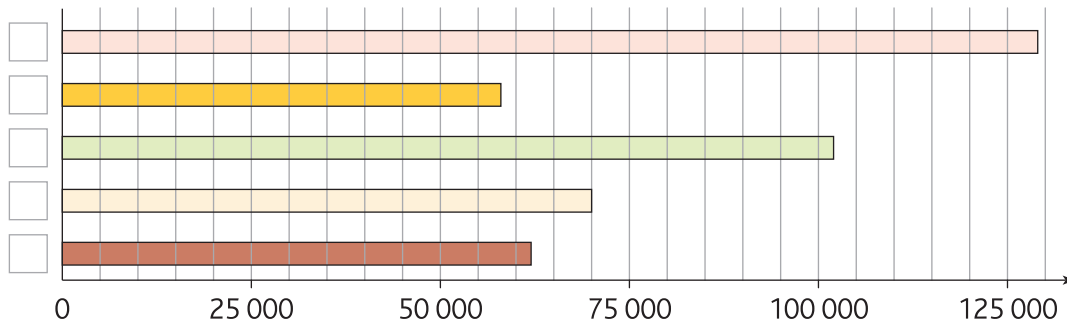
4; 8; 16; ; ; ;

4; 8; 16; ; ; ;

- 29 a) Egy raktárba 90 konténer alma érkezik, minden konténerben 200 kg alma van. Az almát ládába rakják szét. Hány ládára van szükség, ha egy-egy ládába 12 kg alma fér?
b) Anna 15 doboz üdítőitalt vásárolt, dobozonként 180 Ft-ért. Hány üveg ásványvizet vásárolhatott volna ezért a pénzért, ha az ásványvíz üvegenként 75 Ft-ba került?

Figyelempróba

30 A következő diagram öt dunántúli város, Székesfehérvár, Tatabánya, Veszprém, Győr és Sopron lakóinak (ezresre kerekített) számát szemlélteti:



A felsorolt városok közül Sopronnak van a legkevesebb lakója, Tatabányának mintegy 12 000-rel több, mint Sopronnak. Veszprémiben kevesebben laknak, mint Tatabányán, Győrben viszont több mint kétszer annyian, mint Veszprémiben.

A szöveg alapján írd be a diagram oszlopai elé a megfelelő város kezdőbetűjét! Töltsd ki a táblázatot!

Ha a diagram helyesen ábrázolja Székesfehérvár lakóinak ezresre kerekített számát, akkor a következő adatok közül melyik lehet helyes? A lakók pontos száma a népszámláláskor:

- A: 96 678; B: 100 478; C: 101 795; D: 104 603

❸ Jelöld meg a helyes válasz betűjelét!

- 31** a) 5 kannába 20 liter tej fér. Hány ilyen kanna szükséges 36 liter tej tárolásához?
- b) 2 m kábel ára 600 Ft. Mennyibe kerül 10 m kábel?
- c) 5 dobozba 30 konzerv fér. Hány ilyen doboz szükséges 150 konzerv elszállításához?

- 32** a) Arnold 10 lépéssel 5,5 m utat tett meg. Mekkora távolságra jut 640 lépéssel, ha ugyanekkorákat lép?
- b) Boglárka 3,5 perc alatt szaval el 2 különböző verset. 10 különböző verset hány perc alatt szavalna el Boglárka?
- c) 5 kg kenyér elkészítéséhez 3,45 kg lisztet használ fel a pék. Mennyi liszt szükséges 75 kg kenyér elkészítéséhez?

- 33** a) Bertold, ha gyalog megy, és másodpercenként 0,60 m utat tesz meg, akkor 10 perc alatt ér haza. Mennyi idő alatt érne haza, ha kerékpárral menne, és másodpercenként 3,00 m utat tenne meg?
- b) Ha a pék 0,25 kg tömegű cipókat készít, akkor 240 darabot tud kisütni a bedagasztott tésztából. Hány darab 2 kg-os kenyér készülhetne ugyanebből a nyersanyagból?
- c) Hajnalka a piacon 3 kg szőlőt és 9 kg almát vesz, így összesen 1350 Ft-ot fizet. Mennyit fizetne, ha 9 kg szőlőt és 3 kg almát vásárolna?

- 34** Csaba kerékpárjával elindul a 2259 m távolságra lévő célja felé, és egyenletes sebességgel haladva másodpercenként 4,5 m-t tesz meg.

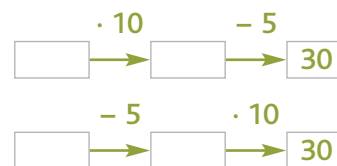
Mennyi idő múlva ér célba Csaba?

Eltelt idő (másodperc)	10	20	56	60	100				
Megtett út (m)									
Távolság a céltól (méter)						2250	459		

- 35** Állapítsd meg, melyik számra gondolhattam!

- a) Gondoltam egy számra, megszoroztam 10-zel, a szorzatból elvettem 5-öt. Így 30-at kaptam.
- b) Gondoltam egy számra, elvettem belőle 5-öt, a különbséget megszoroztam 10-zel. Így 30-at kaptam.
- c) Gondoltam egy számra, hozzáadtam 5-öt, az összeget elosztottam 10-zel. Így 30-at kaptam.
- d) Gondoltam egy természetes számra, hozzáadtam 10-et, majd az összeget megszoroztam 5-tel. Így 100-nál kisebb számot kaptam.

Figyelempróba



-  Egy tóparton háromszor annyi béka napozik, mint teknős. Ha beugrana a tóba három béka, és kimászna a tóból még három teknős, akkor ugyanannyi teknős lenne a parton, mint béka. Hány teknős napozik a parton?

Fejtörő!

© Írd be a táblázatba a hiányzó számokat!

Csaponk száma (db)	1	2	3	4	5	6	9	10	12
Idő (perc)									

© Írd be a táblázatba a hiányzó számokat!

A kannák űrtartalma (l)	25	1	5	50			15		
A kannák száma (db)	60				25	15			

© Figyeld meg, hogy milyen összefüggés van a mennyiségek között!



Gyakorló
9.43–9.44.;
Feladatgyűjtemény
5.2.05–07.

© Becsüld meg előzetesen az eredményt! Ellenőrizd számításod eredményét!

B14 Egy medence egy csapon át 180 perc alatt telik meg. Hány perc alatt telne meg több ugyanilyen csapon át?

B15 Egy hordóból 60 db 25 literes kanna tölthető meg. Ebből a hordóból hány más űrtartalmú, egyforma kanna tölthető meg?

B16 a) Ha egy vonuló gnúcsorda 2 óra alatt 24 km-t tesz meg, akkor mennyi idő alatt ér a 60 km távolságra lévő, még zöldellő legelőkre?

b) Egy varacskos disznó percenként 500 m utat megtéve 6 perc alatt jut el a dagonyába. Mennyi idő alatt tenne meg ugyanekkora utat

- 1 a zsráf, ha lomhán ügetve percenként 250 m-t haladna előre;
- 2 a széles szájú orrszarvú, ha egy perc alatt 600 m-t robogna végig;
- 3 a hiéna, amely percenként 1000 m távolságra is eljut;
- 4 a gepárd, ha percenként (rövid távon) 1500 m-t könnyedén megtesz?

c) Egy vadsparkban a farkasoknak 15 m széles és 40 m hosszú kifutójuk van. Ugyanekkora területű új kifutóba akarják őket költöztetni. Milyen hosszú legyen az új kifutójuk, ha a szóba jöhető kifutók szélessége

- 1 5 m;
- 2 10 m;
- 3 24 m;
- 4 30 m?

d) A vízilovak medencéjébe 4 és fél óra alatt 124 200 l víz folyik be. Mennyi víz folyik be 1 perc alatt?

e) A medúzák akváriumába percenként 45 l víz folyik be. Mennyi víz folyik be 2 és háromnegyed óra alatt?

B17 a) 108 kg lisztből 2500 zsemlét sütnék. Hány zsemle készül 1 kg lisztből? Hány gramm lisztből készül egy-egy zsemle?

b) Egy lakóház kályháiban az október 15-étől április 15-éig terjedő fűtési idényben 6 t 80 kg fát fűtöttek el. Mennyi fa fogyott naponta átlagosan, ha ez alatt az idő alatt 64 napon nem voltak otthon, és ekkor nem fűtöttek?

c) Két vonat olajat szállított. Az elsőn 65 olajtartály volt, a másodikon 57. Az első vonat 128 t-val több olajat szállított, mint a második. Mennyi olajat vitt az egyik, mennyit a másik vonat, ha a tartályok űrtartalma megegyezett?

Fejttörő!



Hétfőn reggel Ábel kijelentette: „Még 3-szor annyi nap van hátra a táborozásból, mint ahány nap eddig eltelt.” Másnap reggel felsőhajtott: „Már csak 2-szer annyi nap van hátra, mint ahány napot eddig táboroztunk.”

Hány napig tartott Ábel táborozása?

- A: 6 napig; B: 8 napig; C: 12 napig; D: 16 napig

© Karikázd be a helyes válasz betűjelét!

B18 A következő feladatokban a 100-nál kisebb 20-szal osztható természetes számok az alaphalmaz elemei.

- a) Egy számátalakító gép a folyamatra szerint dolgozik.
Milyen értékeket rendel a gép az alaphalmaz elemeihez?

Töltsd ki a táblázatot!

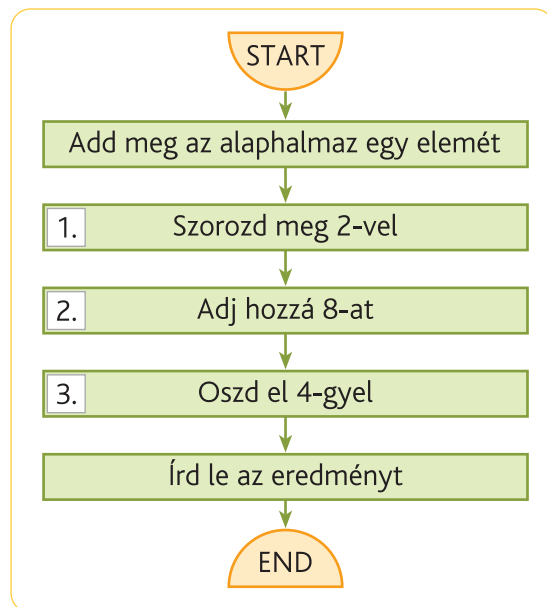
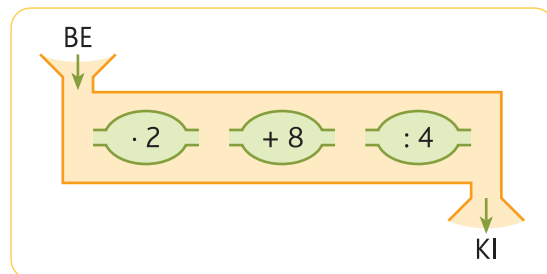
BE	0	20	40	60	80
KI					

Írd le a matematika nyelvén a gép szabályát!

- b) Rajzolj olyan folyamatábrákat, amelyek csak annyiban különböznek ettől folyamatábrától, hogy az 1., 2., 3. utasításokat más sorrendben tartalmazzák!

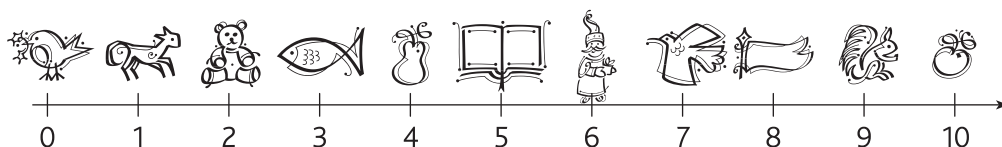
Az így megrajzolt folyamatábrák szerint is végezd el a számításokat, és add meg a gép szabályát!

Minden feladathoz készíts táblázatot!



B19 Csiribá számkitalálós trükköt mutat be:

Gondolj egy 90-nél kisebb kétjegyű számot! Adj hozzá 7-et! Az eredményül kapott számból vond ki a számjegyeinek az összegét! A kapott szám számjegyeit ismét add össze! Ha jól számoltál, akkor jutalmad egy kis mókus. Igaz?



Figyelempróba

☉ *Vali így követi az utasításokat:*

- ① 56
- ② $56 + 7 = 63$
- ③ $63 - (6 + 3) = 54$
- ④ $5 + 4 = 9$

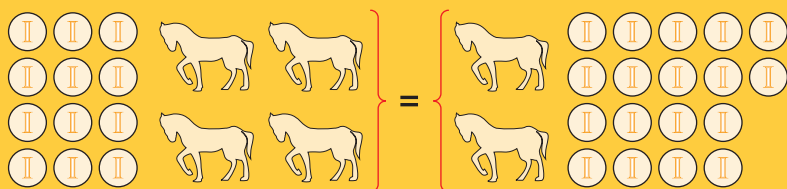
 Két halomba kiraktunk borítékokat és ceruzákat.

Mondjuk, hogy a két halomba rakott tárgyak értéke egyenlő. Hány borítékot ér egy ceruza?



 Bendegúznak és Zebulonnak ugyanannyit ér a vagyona:

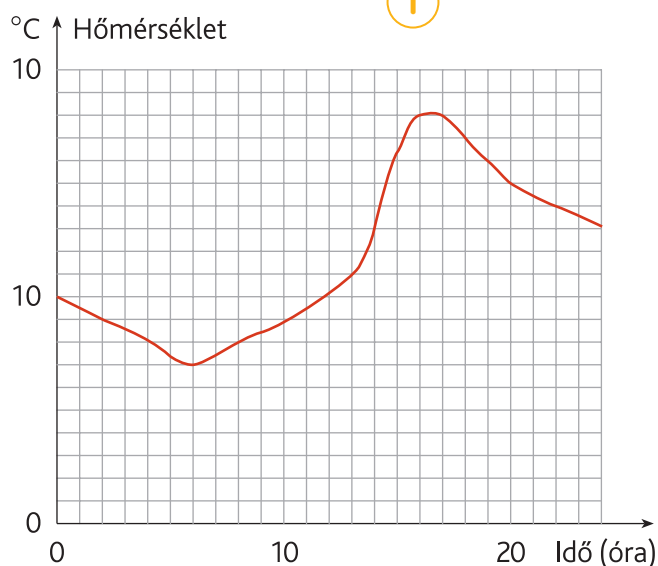
Hány tallért ér egy ló?



TUDÁSPRÓBA

36

1



Egy szerkezet folyamatosan mérte és felrajzolta a hőmérséklet változását egy felhős tavaszi napon.

a) Töltsd ki a táblázatot!

t (óra)	0	4	8	12	16	20		
H (°C)								

b) Mikor volt a legmelegebb?

c) Mely időközben csökkent a hőmérséklet?

d) A nap folyamán egyszer kisütött a nap.

Vajon mikor?

2 Töltsd ki a táblázatot az adott szabály alapján!

Szabály: $b = 10 \cdot a + 1,75$

a	0	1	4	5	1,5	0,025	1,225
b							

© Nagyon sok szabály található!

3 Keres olyan sorozatokat, amelyeknek ez az első három tagja!

Folytasd ezeket a sorozatokat! Fogalmazd meg minden esetben a szabályt!

Szabály:

Sorozat: 3; 6; 12;

Szabály:

Sorozat: 3; 6; 12;

4 András 3 kg körtét vásárolt összesen 750 Ft-ért. Mennyit fizetett az a vevő, aki

a) 12 kg-ot vásárolt; b) 2 kg-ot vásárolt; c) 0,30 kg-ot vásárolt?

5 Mely számok írhatók a színes téglalapokba úgy, hogy igaz legyen az állítás?

Az alaphalmaz a természetes számok halmaza.

a) $4 \cdot \square - 248 = 552$;

b) $25 + 2 \cdot \square < 60$

$\square = \square$

$\square : \square$

7. AZ EGÉSZ SZÁMOK

Korábban is mértünk hőmérsékletet. A hőmérő skáláján 0-hoz képest ellentétes irányban mérjük a lehűlést, illetve a felmelegedést. Történelemórán az időszámításunk kezdetéhez viszonyítva ellentétes irányban számoltuk az időszámításunk előtti, illetve az időszámításunk szerinti éveket. Nem mindegy, hogy egy egyenes úton északra vagy délre tartunk. Sok ilyen példát találhatunk.



NEM ELÉG A TERMÉSZETES SZÁM

Emlékeztető

A hőmérséklet egyik egysége a **Celsius-fok**, jele: **°C**.

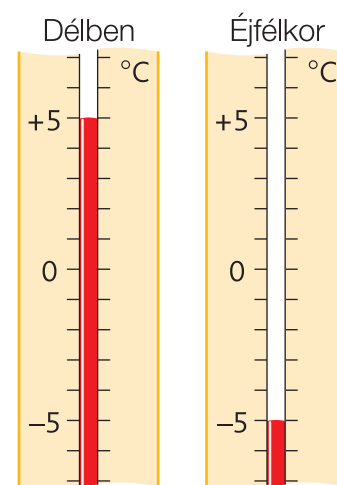
A tiszta (desztillált) víz fagyáspontja: **0 °C**.

1. példa

Egy decemberi nap délből 5 °C volt **fagypont fölött**,

éjfélkor 5 °C volt **fagypont alatt** a hőmérséklet.

Ábrázoljuk számegyenesen, írjuk le a matematika nyelvén a két értéket.



Ha a víz fagyáspontjánál 5 fokkal melegebb van, akkor 0 °C-nál 5 fokkal többet mutat a hőmérő: $0\text{ °C} + 5\text{ °C}$

Ekkor a hőmérséklet **plusz 5 °C**. Jelölés: **+5 °C**

Ha a víz fagyáspontjánál 5 fokkal hidegebb van, akkor 0 °C-nál

5 fokkal kevesebbet mutat a hőmérő: $0\text{ °C} - 5\text{ °C}$

Ekkor **mínusz 5 °C** a hőmérséklet. Jelölés: **-5 °C**

Az 5 °C fagypont fölött, illetve az 5 °C fagypont alatt **ellentétes mennyiségek**.

A **+5** ellentettje a **-5**;

a **-5** ellentettje a **+5**.

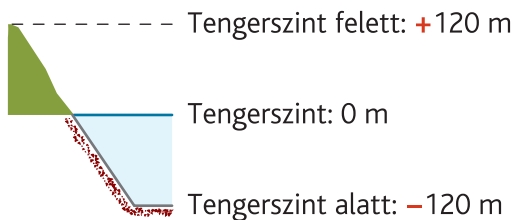


Mikor született az a gyerek, aki i. sz. 3. év május 1-jén volt 4 éves?

Fejtörő!



2. példa



Az ábrán a tengerfenék a tengerszint alatt 120 m **mélyen** van.

A szikla csúcsa 120 m **magasan** van a tengerszint fölött.

Hogyan írhatjuk le a matematika nyelvén a tengerfenék tengerszinthez viszonyított mélységét, illetve a szikla magasságát?

A tengerszinthez viszonyítva a tengerfenék -120 m-en;
a sziklacsúcs $+120$ m-en van.

A 120 m mélység és a 120 m-es magasság **ellentétes mennyiségek**.

A -120 *ellentettje* a $+120$, ezt röviden így írhatjuk le:

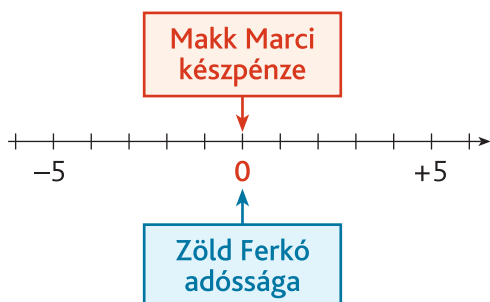
$$-(-120) = +120$$

A $+120$ *ellentettje* a -120 :

$$-(+120) = -120$$

A matematikusok már több, mint 1000 éve felismerték, hogy az ellentétes mennyiségeket jelölni kell. A kínaiak például a negatív számokat fekete, a pozitív számokat piros pálcikákkal jelölték. Az indiaiak a negatív számot „adósságnak”, a pozitív számot „tulajdonnak” nevezték. A negatív számokat sokáig nem tekintették „igazi” számoknak.

3. példa



Makk Marcinak 0 Ft készpénze van.

Zöld Ferkónak annyi adóssága van, mint amennyi készpénze van Marcinak.

Mennyi „vagyon” van Ferkónak?

Marci vagyona: 0 Ft

Ferkó vagyona ennek ellentettje:

$$-(0) \text{ Ft} = 0 \text{ Ft}$$

Figyeld meg!

A zárójel elé írt **mínusz előjel** azt jelenti, hogy a zárójelbe írt számnak az **ellentettjét** kell venni.

A zérus ellentettje önmaga.

Figyelempróba



Dolgos úr 15 emeletes irodaházban dolgozik, amely alatt 3 szinten műszaki kiszolgáló szint, mélygarázs, végül irattár van.

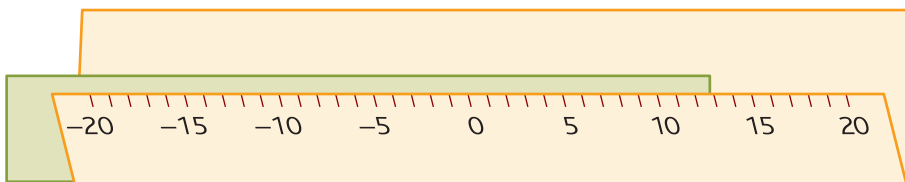
Egyszer irodájának emeletén beszállt a liftbe, majd utazott vele 11 szintet lefelé, ezen a szinten készített egy fénymásolatot. Visszaszállt a liftbe, 6 szintet ment fölfelé, itt aláírta a fénymásolatot. Innen 3 emeletet lefelé liftezett, kiszállt a földszinten, és megivott egy kávét. Hányadik emeleten van Dolgos úr irodája?

FELADATOK

- 1 Készítsünk hőmérőmodellt. Rajzlapból 6 cm széles csíkot vágjunk le. Hajtsunk vissza hosszában egy 2 cm széles sávot.

A visszahajtott részre -20 -tól $+20$ -ig írjuk fel a skálát.

Színes kartonból 25 mm széles csíkot készítünk. Ez a „higany-szál”, ezt csúsztatgathatjuk a skála mellett. Lásd az ábrát!



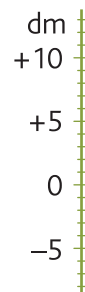
- a) Mutasson a hőmérő
 0°C -ot, $+5^{\circ}\text{C}$ -ot, -7°C -ot, $+10^{\circ}\text{C}$ -ot, -10°C -ot!
- b) A hőmérő -3°C -ot mutat. Mennyit mutat a hőmérő, ha **nő** a hőmérséklet 3°C -kal, 4°C -kal, 10°C -kal, 0°C -kal, 7°C -kal?
- c) A hőmérő $+3^{\circ}\text{C}$ -ot mutat. Hogyan változik a hőmérséklet, ha 0°C -ot, -3°C -ot, -7°C -ot, $+10^{\circ}\text{C}$ -ot, -10°C -ot mutat?
- d) A hőmérő $+10^{\circ}\text{C}$ -ot mutat. Mennyit mutat, ha **csökken** a hőmérséklet 3°C -kal, 0°C -kal, 10°C -kal, 17°C -kal, 27°C -kal?

Magyarországon 1940. február 16-án -35°C -ot, 2007. júl. 20-án $+41,9^{\circ}\text{C}$ -ot mértek.

1983 júliusában az Antarktison $-89,6^{\circ}\text{C}$ -ot, 1933 augusztusában Mexikóban $+57,8^{\circ}\text{C}$ -ot mutatott a hőmérő.

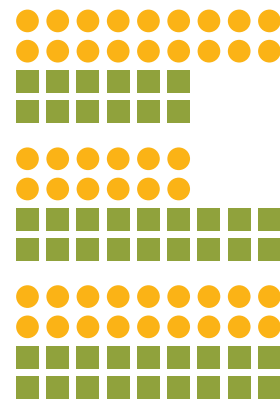
- 2 A folyók vízmércéjén kijelölnek egy 0 pontot. Az ennél nagyobb vízállásokat **pozitív mérőszámokkal**, a kisebb vízállásokat **negatív mérőszámokkal** jelölik.

- a) Május 7-én $+12$ dm volt a vízállás. Hetenként 3 dm-t **csökkent** a vízszint. Mekkora lett a vízszint június 11-ére? (Hány hét telt el közben?)
- b) Július 1-jén -6 dm volt a vízállás. 5 héten keresztül heti 3 dm-t **nőtt** a vízszint. Mekkora lett így a vízállás? (Melyik hónap és hányadika volt ekkor?)



- 3 Kézpénz–adósságcédula-modellel dolgozunk. A ● jelentsen 1 Ft készpénzt, a ■ 1 Ft adósságról szóló adósságcédulát.

- a) Mikinek 18 Ft készpénze és 12 Ft-ról szóló adósságcédulája van. Írd föl Miki vagyonát egy számmal!
- b) Misinek 12 Ft-ja és 18 Ft-ról szóló adósságcédulája van. Írd föl Misi vagyonát egy számmal!
- c) Móninak 18 Ft készpénze és 18 Ft-ról szóló adósságcédulája van. Írd föl Móni vagyonát egy számmal!



Lizának este magas láza volt, de reggelre már csak hőemelkedése.

A következők közül melyik fejezi ki ezt a **hőmérséklet-változást**?

A: -10°C ; B: -2°C ; C: $+2^{\circ}\text{C}$; D: $+5^{\circ}\text{C}$

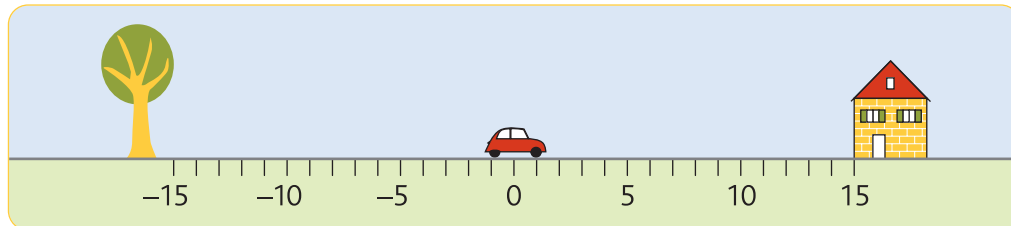
© Jelöld meg a helyes válasz betűjelét!

☉ **Kézpénz–adósságcédula-modellel dolgozunk. Keress minél több lehetőséget!**

- 4 a) Erika vagyona +7 forint, amely készpénzből és adósságcédulából áll. Hány forint készpénze és hány adósságcédulája lehet Erikának?
- b) Dani vagyona -9 forint. Hány forint készpénze és hány adósságcédulája lehet Daninak?
- c) Feri vagyona 0 forint. Hány forint készpénze és hány adósságcédulája lehet Ferinek?
- d) Írd föl a három gyerek vagyonát növekvő sorrendben!

Gyakorló
4.01–4.02.

- 5 10 cm széles, 40 cm hosszú, rajzlapból kivágott papírcsíkra „számegyenes” rajzolunk az ábra szerint. A „kis autót” keménypapírból készítjük el. A kis autó a kezdőpontból a ház felé is elmozdulhat, de elmozdulhat **ellentétes irányban is**. A kis autó elmozdulásait is előjeles számokkal írhatjuk le.



Hová jut a kis autó, ha a 0-tól indul,

- a) a ház felé néz, és előrehalad 5, majd 6 egységet;
- b) a ház felé néz, előrehalad 8 egységet, majd tolat 4 egységet;
- c) a ház felé néz, előrehalad 6 egységet, majd tolat 9 egységet;
- d) a ház felé néz, előrehalad 6 egységet, majd a fa felé fordul, és ismét előrehalad 9 egységet;
- e) a fa felé néz, és tolat 5 egységet;
- f) a fa felé néz, előrehalad 7 egységet, majd tolat 8 egységet?

Értelmezések

Ha a mennyiség egy kezdő értékhez viszonyítva két ellentétes irányban változhat, akkor ezeket az ellentétes jellegű mennyiségeket **pozitív**, illetve **negatív** mérőszámokkal fejezhetjük ki.

A pozitív számokat pluszjel, a negatív számokat mínuszjel jelöli.

E jeleket a szám **előjelének** is mondjuk.

A 0 se nem negatív, se nem pozitív, ezért nincs előjele.

Ha a zérustól különböző számok elé nem írunk előjelet, akkor azt pozitív számnak tekintjük: $1 = +1$; $2 = +2$; $3 = +3$; ...

Közös néven **egész számok**:

a zérus:	0;	} természetes számok
a pozitív egész számok:	+1; +2; +3; ...	
a negatív egész számok:	-1; -2; -3; ...	

☉ **Elgondolkodtál már azon, hogy a pozitív, illetve negatív szavakat hányféle jelentéssel használjuk a mindennapokban (pl.: pozitív, negatív gondolkodás; pozitív, negatív élmény; negatív orvosi lelet; és itt van a matematikai értelmezés is)? Talán ezért nehéz jól alkalmazni ezeket a kifejezéseket.**

Gyűjtőmunka

☉ **Tanulmányoztál már ceruzaelemet?**



Gyűjts a mindennapi életből ellentétes mennyiségeket, fogalmakat! Közülük melyeket szokták a matematika nyelvén is jelölni?

AZ EGÉSZ SZÁMOK ÖSSZEHASONLÍTÁSA

FELADATOK

6 Növekvő sorrendbe rendezve írd be az adatokat a téglalapokba!

a) Jelentsen a ● 1 € készpénzt, a ■ 1 € adósságról szóló cédulát.

Alfonz vagyona:



Balázs vagyona:



Csaba vagyona:



Dani vagyona:



Írd be a fiúk „vagyonának” értékét a megfelelő téglalapba! Kinek van legtöbb, kinek legkevesebb „vagyona”?



☉ *Megfigyelted?*

Mely számok nagyobbak a 0-nál?

Mely számok kisebbek a 0-nál?

Melyik nagyobb?

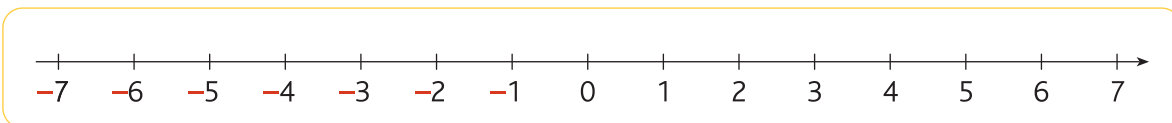
A -1 vagy a -3?

A +2 vagy a -3?

b) Különböző időpontokban megmérték a hőmérsékletet. A következő adatokat kapták:

0 °C, -2 °C, +5 °C, -6 °C

Ábrázold egy-egy ponttal a hőmérő skáláját szemléltető számegyenesen a mért adatokat!



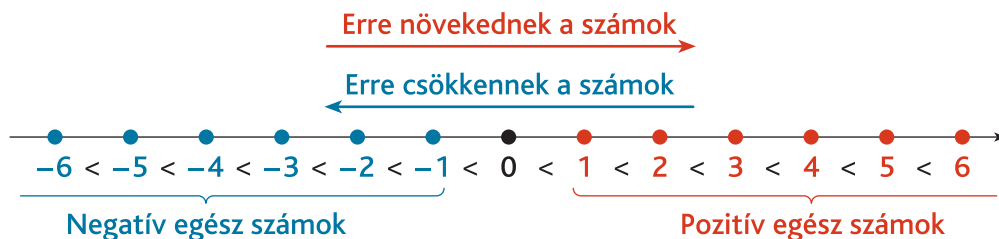
Írd be a mért adatokat a megfelelő téglalapba! Melyik hőmérsékleti adat a legalacsonyabb, melyik a legmagasabb?



Figyeld meg!

A **számegyenesen** 0-tól kezdve egyik irányban, egymástól egyenlő távolságra felmértünk osztópontokat. Így kaptuk a **természetes számok** helyét.

Az ellentétes jellegű mennyiségek ábrázolására ellentétes irányban a **negatív egész számokat** is felmérhetjük a számegyenesre.

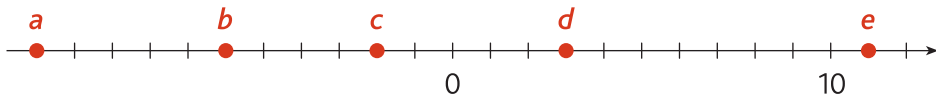


Fagypont alá csökken a hőmérséklet.
Adósságunk van.
Tengerszint alatti mélység.
Születésem előtt.

Fagypont fölé növekszik a hőmérséklet.
Készpénzünk van.
Tengerszint feletti magasság.
Születésem után.

FELADATOK

7 Hasonlítsd össze az egész számokat! Melyik kisebb? Melyik nagyobb?


 < < < <

a) Mely számok helyét jelöltük a számegyenesen?

Írd be az öt szám mindegyikét a megfelelő téglalapba!



b) Jelöld a számegyenesen a számokat! Írd be a keretekbe a <, >, = jelek közül a megfelelőt!

c) Sorold fel azokat az egész számokat, amelyekre igaz az egyenlőtlenség!

$$-6 < \text{ } < +3$$

 :

© Írd a kijelentés után,

hogy igaz ☐ I

vagy hamis ☐ H !

d) Igazak vagy hamisak a következő kijelentések?

A: Minden negatív szám kisebb **akármelyik** pozitív egész számnál. ☐

B: A 0 **minden** egész számnál kisebb. ☐

C: Minden negatív egész szám kisebb 0-nál. ☐

© Rajzolj a füzetedbe számegyenest! Úgy válassz meg a 0 és az 1 helyét, hogy -12-től +12-ig ábrázolhasd a számokat!

Gyakorló

4.03–4.07.;

Feladatgyűjtemény

2.1.04–05., 2.1.07–09.

8

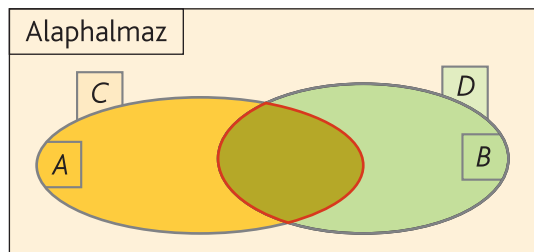
a) Jelöld **pirossal** a számegyenesen a következő sorozat elemeit!

Az első tagja: -8. Minden további tag 3-mal nagyobb az előzőnél.
Írd föl a sorozat első hét elemét!

b) Jelöld **kékkel** a számegyenesen a következő sorozat elemeit!

Az első tagja: +10. Minden további tag 4-gyel kisebb az előzőnél.
Írd föl a sorozat első hat elemét!

9

Az alaphalmaz: $U = \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; +1; +2; +3; +4; +5\}$
Minden feladathoz rajzolj ilyen halmazábrát!

Írd be a számokat a halmazábrába, ha az **A**, illetve a **B** címke a következőket jelenti!

a) **A** : Negatív szám;

B : Pozitív szám.

b) **A** : 0-nál kisebb szám;

B : Nem pozitív szám.

c) **A** : Nagyobb, mint -3;

B : Kisebb, mint +4.

Az egyes esetekben mit jelenthet a **C** és a **D** címke?

© Jelöld meg a helyes választ!



A bank értesítést küldött a következő négy embernek a folyószámla-egyenlegeiről. Közülük kinek volt legkevesebb „vagyon” a bankban?

Ambrus: +2400 Ft; Brunó: -2500 Ft; Celesztin: 0 Ft; Dénes: -500 Ft

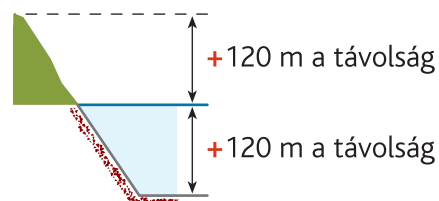
AZ EGÉSZ SZÁMOK ABSZOLÚTÉRTÉKE

1. példa

A szikla csúcsa a tengerszinthez viszonyítva $+120$ m-en van; a tengerfenék -120 m-en.

Milyen távolságra van a sziklacsúcs, illetve a tengerfenék a tengerszinttől?

A távolság mindkét esetben: $+120$ m.



☉ *A távolság sohasem lehet negatív szám.*

Értelmezés

Egy számnak a 0-tól való távolságát a szám **abszolútértékének** nevezzük.

Például a -10 abszolútértékének jelölése: $|-10|$

Pozitív szám és a 0 abszolútértéke maga a szám.

Negatív szám abszolútértéke a szám ellentettje.

☉ *Például:*

$+2$ abszolútértéke:	$ +2 = +2$;
$+1$ abszolútértéke:	$ +1 = +1$;
0 abszolútértéke:	$ 0 = 0$;
-1 abszolútértéke:	$ -1 = +1$;
-2 abszolútértéke:	$ -2 = +2$.

FELADATOK

10 $+6$; 0 ; -9 ; -11 ; $+3$; $+8$; -4 ; -2 ; $+10$

- Az előző számok közül jelöld a számegyenesen **piros ponttal** a pozitív számokat! Karikázd be a számegyenesen az abszolútértéküket! Jelöld **kékkel** a számegyenesen ezeknek a számoknak az ellentettjét!
- Az előző számok közül jelöld a számegyenesen **zöld ponttal** a negatív számokat! Karikázd be a számegyenesen az abszolútértéküket! Jelöld **feketével** a számegyenesen a **zölddel** jelölt számoknak az ellentettjét!
- A számok közül melyiket nem ábrázoltad egyik feladatban sem? Miért?

11

- A -7 és a -9 közül melyik a nagyobb?
A két szám abszolútértéke közül melyik a nagyobb?
A két szám ellentettje közül melyik a nagyobb?
- Két negatív szám közül melyiknek nagyobb az abszolútértéke?
Két negatív szám közül melyiknek nagyobb az ellentettje?
- Melyek azok a számok, amelyek egyenlők az abszolútértékükkel?
- Melyek azok a számok, amelyek egyenlők az abszolútértékük ellentettjével?

☉ *Az a) és b) feladathoz külön rajzolj számegyeneset! A feladatok megoldása után írd le a tapasztaltakat!*

Gyakorló
4.08–4.13.;
Feladatgyűjtemény
2.1.01–03.

☉ *Számegyenes segítségével indokold a válaszaidat!*

Példával igazold állításod!



Mogorva Tóbiás hajóskapitánynak három útvonal közül lehet választania. A tengeri térképek szerint a **déli csatornában** olyan szikla bújik meg a víz alatt, amely csúcsának a magassága a vízszinthez viszonyítva -10 m. A **középső útvonalon** a sziklazátony -1 m, míg az **északi szorosban** a tengerfenék magassága a vízszinthez viszonyítva -4 m. Melyik útvonalat válassza a kapitány, ha a hajója 5 m mélyre merül?

Figyelempróba

AZ EGÉSZ SZÁMOK ÖSSZEADÁSA, KIVONÁSA

1. példa

Írjuk le a matematika nyelvén, ábrázoljuk nyilakkal a számegyenes mentén a kis autó mozgását.

Állapodjunk meg!

Ha a kis autó a ház felé néz, akkor **pozitív** mérőszámmal fejezzük ki az elmozdulását; a számnak **plusz előjele** van.

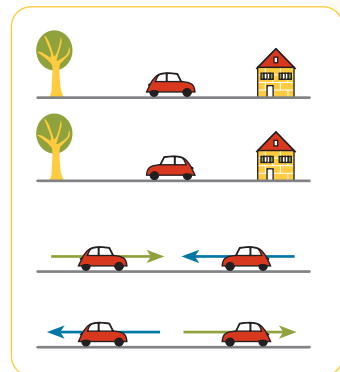
Ha a kis autó a fa felé néz, akkor **negatív** mérőszámmal fejezzük ki az elmozdulását; a számnak **mínusz előjele** van.

Ha a kis autó előrehalad, akkor az elmozdulások **összegét** vesszük.

Az összeadás jele: +

Ha a kis autó tolat, akkor ez az elmozdulás ellentétes irányba viszi a kis autót, mint amerre néz, ezért az elmozdulások **különbségét** vesszük.

A kivonás jele: –



☉ **Megjegyzés:** A plusz és a mínusz előjelet ugyanúgy írjuk, mint az összeadás, illetve a kivonás jelét. Fontos, hogy jól értelmezd ezeknek a jeleknek a kétféle jelentését, ezért most pirossal írjuk az előjeleket.

☉ **Megfigyelted?** Növekedett vagy csökkent az érték? Mennyivel?

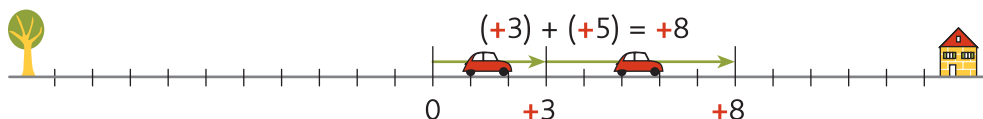
☉ **(+5)-öt hozzáadtunk egy számhoz;**

☉ **(-5)-öt hozzáadtunk egy számhoz;**

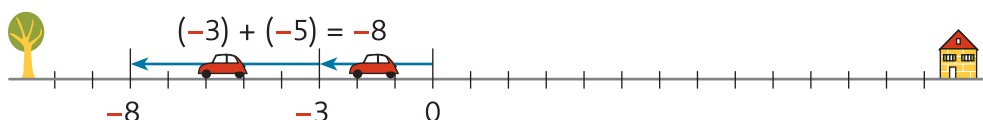
☉ **(+5)-öt kivontunk egy számból;**

☉ **(-5)-öt kivontunk egy számból.**

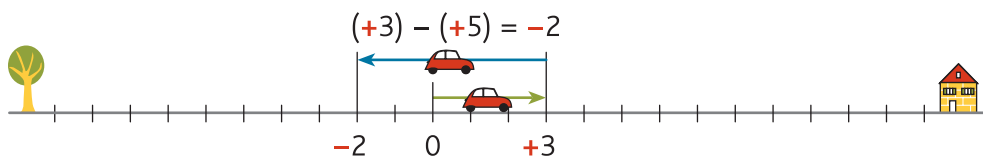
- a** A kis autó a 0 ponton áll, a ház felé (pozitív irányba) néz. Előrehalad 3 egységet, majd 5 egységet (hozzáadás). Hová jut?



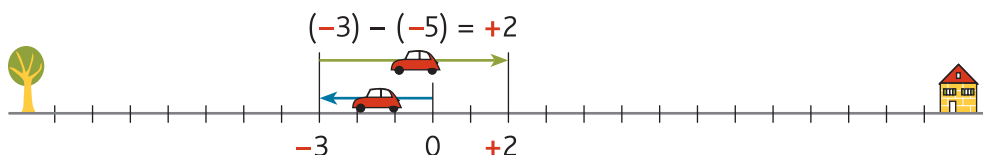
- b** A kis autó a 0 ponton áll, a fa felé (negatív irányba) néz. Előrehalad 3 egységet, majd 5 egységet (hozzáadás). Hová jut?



- c** A kis autó a 0 ponton áll, a ház felé (pozitív irányba) néz. Előrehalad 3 egységet, majd tolat (kivonás) 5 egységet. Hová jut?



- d** A kis autó a 0 ponton áll, a fa felé (negatív irányba) néz. Előrehalad 3 egységet, majd tolat (kivonás) 5 egységet. Hová jut?



2. példa

Mennyi a „vagyon” Aladárnak, ha 5 Ft készpénze és 5 Ft-ról szóló adósságcédulája van?

Az 5 Ft-tal éppen kiegyenlítheti az 5 Ft adósságát, tehát a „vagyon” 0 Ft.



$$(+5) + (-5) = 0$$

3. példa

Boldizsárnak -2 Ft a „vagyon”. Mennyi készpénze és mennyi adósságcédulája lehet?

2-vel több adósságcédulája van, mint forintja.

$$\square\square = -2$$

$$\bullet\square\square\square = -2$$

$$\bullet\bullet\square\square\square = -2$$

$$\bullet\bullet\bullet\square\square\square = -2$$

4. példa

Írjuk le a matematika nyelvén, mennyi vagyona van az egyes gyerekeknek! (A „vagyon” készpénzből és adósságcédulából áll.)

- a) Andi „vagyon” +3 Ft. Kap 5 Ft készpénzt. Mennyi lesz így a „vagyon”?

Andi „vagyon” nő 5 Ft-tal.

$$(+3) + (+5) = +8$$

- b) Bandi „vagyon” pedig -3 Ft. „Szerz” még 5 Ft-ról adósságcédulát. Mennyi lesz így a „vagyon”?

Bandi „vagyon” csökken 5 Ft-tal.

$$(-3) + (-5) = -8$$

- c) Cilinek +3 Ft a „vagyon”. Testvére elkér tőle 5 Ft készpénzt. Mennyi lesz így a „vagyon”?

Cili „vagyon” csökken 5 Ft-tal.

$$(+3) - (+5) = -2$$

- d) Dani „vagyon” -3 Ft. A nővére átvállal 5 Ft adósságcédulát. Mennyi lesz így a „vagyon”?

Dani „vagyon” nő 5 Ft-tal.

$$(-3) - (-5) = +2$$



Figyelempróba

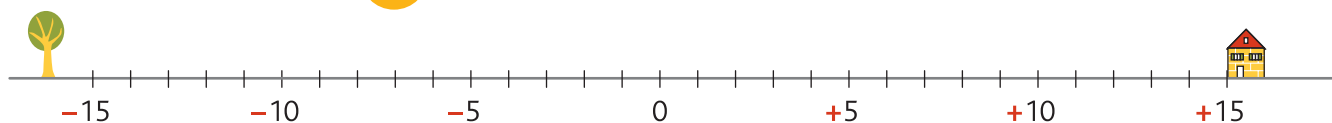
Folyószámlára érkezik Huba fizetése. Innen fizeti a számlákat. Bankkártyája segítségével ebből a pénzből vásárol, innen törleszti a felvett kölcsönt stb. A március havi pénzforgalma a számlakivonaton így jelent meg.

- a) Volt-e olyan időszak ebben a hónapban, amikor negatív volt Huba egyenlege? Mit jelent ez?
- b) Vajon mennyi a záró egyenleg értéke? Írd be a megfelelő összeget!

Értéknapi	Megnevezés	Összeg
10.03.02.	Nyitó egyenleg	13 800
10.03.02.	Számlacsomag havidíj	-500
10.03.03.	Törlesztés, havi részlet	-25 600
10.03.08.	Átutalás, munkabér	145 200
10.03.09.	Átutalás, HUGÁZ Zrt.	-13 700
10.03.13.	Átutalás, Víz- és csatornadíj	-12 300
10.03.15.	Átutalás, megbízási díj	35 600
10.03.23.	Készpénz felvétel ATM-ből	-50 000
10.03.28.	Vásárlás kártyával	-10 200
10.03.30.	Záró egyenleg	

FELADATOK

12 Írd le a matematika nyelvén!



☉ Kövesd a kis autó mozgását a számegyenes mentén!

- A kis autó a 0-ról indul, a ház felé néz, és 5 egységet halad előre, majd a fa felé fordul, és így halad előre 3 egységet. Hová jut?
- A kis autó a 0-ról indul, a ház felé néz, és 9 egységet tolat. Ezután a fa felé fordul, és 14 egységet tolat. Hová jut?
- A kis autó a 0-ról indul, a fa felé néz, és 10 egységet halad előre. Ezután a ház felé fordul, és 7 egységet halad előre. Hová jut?
- A kis autó a 0-ról indul, a fa felé néz, és tolat 5 egységet. Ezután a ház felé fordul, és így tolat 13 egységet. Hová jut?
- A kis autó a 0-ról indul, a fa felé néz, halad előre 4, majd 8 egységet. Hová jut?
- A kis autó a 0-ról indul, a fa felé néz, és így halad előre 17 egységet. Majd a ház felé fordul, és megint 17 egységet halad előre. Hová jut?

13 Rajzold le a megoldást!

☉ Egy adósságcédula 1 Ft adósságot jelent.

- Anita vagyona +5 forint, amely készpénzből és adósságcédulákból áll. Kap még 3 Ft adósságcédulát. Mennyi lesz a vagyona?
- Bea vagyona +9 forint. Édesanyja átvállal 14 Ft adósságcédulát. Mennyi lesz így a vagyona?
- Csenge vagyona -10 forint. Kap 7 forintot. Mennyi lesz így a vagyona?
- Dezső vagyona -5 forint, és elkölt 13 forintot. Mennyi lesz így a vagyona?
- Évi vagyona -4 forint, kap még 8 adósságcédulát. Mennyi vagyona lesz így?
- Flóra vagyona -17 forint. Kap 17 forintot. Mennyi lesz így a vagyona?

14 Végezd el az összeadásokat, kivonásokat különböző eszközök alkalmazásával!

☉ Ábrázold számegyenes mentén a számítások menetét!

- | | | | |
|----------------------|-------------------|-------------------|----------------|
| a) $(+3) + (-2)$; | $(+12) + (-5)$; | $(-7) + (-9)$; | $(+15) + (-8)$ |
| b) $(+3) + (-9)$; | $(+6) + (-12)$; | $(-11) + (+9)$; | $(-15) + (+3)$ |
| c) $(+17) + (-17)$; | $(-11) + (+11)$; | $(-19) + (+19)$; | $(-5) + (-5)$ |
| d) $(-3) + (-5)$; | $(-8) + (-9)$; | $(-12) + (-4)$; | $0 + (-3)$ |
| e) $(+4) - (+7)$; | $(+4) - (-7)$; | $(-4) - (-8)$; | $(-4) - (+8)$ |
| f) $(-5) - (+3)$; | $(+5) - (+3)$; | $(+5) - (-3)$; | $(+4) - (-7)$ |
| g) $(+3) - (-5)$; | $(+3) - (+5)$; | $(-3) - (+5)$; | $(-7) - (+4)$ |

Figyelempróba

☉ Hallottál már erről a hegyről? Nézz utána!



A Mauna Kea szigetként emelkedik ki a Csendes-óceánból. A hegy lábának tengerszinthez viszonyított magassága mintegy -6000 m, míg a csúcsának a tengerszint feletti magassága +4200 m. Milyen magas a Mauna Kea?

15 Írd le a matematika nyelvén! Szükség esetén használj eszközt!

- a) Jóskának $+15$ forint vagyona van, amely készpénzből és adósságcédulából áll. Elköltött belőle $+7$ forintot. Mennyi vagyona maradt?
Jóskának $+15$ forint vagyona van, amely készpénzből és adósságcédulából áll. Még „szerzett” 7 adósságcédulát. Mennyi így a vagyona?
- b) Katinak $+5$ forint vagyona van, amely készpénzből és adósságcédulából áll. Elköltött 17 forintot. Mennyi lett így a vagyona?
Katinak $+5$ forint vagyona van, amely készpénzből és adósságcédulából áll. „Szerzett” még 17 adósságcédulát. Mennyi lett így a vagyona?
- c) Tibinek a vagyona $+10$ forint, amely készpénzből és adósságcédulából áll. Ekkor apja átvállalta 5 adósságcéduláját. Mennyi lett így a vagyona?
Tibi vagyona $+10$ forint, amely készpénzből és adósságcédulából áll. Ekkor még kap 5 forintot. Mennyi lesz így a vagyona?
- d) Sári vagyona -7 forint, amely készpénzből és adósságcédulából áll. Ezután elkölt 9 forintot. Mennyi lesz így a vagyona?
Sári vagyona -7 forint, amely készpénzből és adósságcédulából áll. Ezután „szerez” 9 adósságcédulát. Mennyi lesz így a vagyona?

☉ Egy adósságcédula 1 Ft adósságot jelent.

16 Végezd el a műveleteket!

- a) $\left. \begin{array}{l} (+6) - (+11) \\ (+6) + (-11) \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} (+13) - (+8) \\ (+13) + (-8) \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} (+1) - (+8) \\ (+1) + (-8) \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} (+75) - (+10) \\ (+75) + (-10) \end{array} \right\}$
- b) $\left. \begin{array}{l} (+11) - (-5) \\ (+11) + (+5) \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} (+3) - (-8) \\ (+3) + (+8) \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} (+2) - (-10) \\ (+2) + (+10) \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} (+32) - (-10) \\ (+32) + (+10) \end{array} \right\}$
- c) $\left. \begin{array}{l} (-2) - (+3) \\ (-2) + (-3) \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} (-7) - (+5) \\ (-7) + (-5) \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} (-11) - (+8) \\ (-11) + (-8) \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} (-21) - (+9) \\ (-21) + (-9) \end{array} \right\}$
- d) $\left. \begin{array}{l} (-5) - (-4) \\ (-5) + (+4) \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} (-5) - (-8) \\ (-5) + (+8) \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} (-15) - (-7) \\ (-15) + (+7) \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} (-64) - (-28) \\ (-64) + (+28) \end{array} \right\}$
- e) $\left. \begin{array}{l} 0 - (-7) \\ 0 + (+7) \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} 0 - (-13) \\ 0 + (+13) \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} 0 - (+5) \\ 0 + (-5) \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} 0 - (+100) \\ 0 + (-100) \end{array} \right\}$

☉ Szükség esetén használj eszközt vagy rajzot!

17 Írd a négyzetek helyére a hiányzó műveleti jeleket, illetve a körök helyére az előjeleket! Határozd meg az eredményt!

- a) $(+8) - (+15) = (+8) \square (-15);$ b) $(+13) - (+7) = (+13) + (\bigcirc 7)$
c) $(+15) - (+19) = (\bigcirc 15) \square (\bigcirc 19);$ d) $(+5) - (-7) = (+5) \square (+7)$
e) $(+9) - (-15) = (+9) + (\bigcirc 15);$ f) $(+7) - (-15) = (\bigcirc 7) \square (\bigcirc 15)$
g) $(-13) - (-2) = (-13) \square (+2);$ h) $(-8) - (-13) = (-8) + (\bigcirc 13)$
i) $(-2) - (-15) = (\bigcirc 2) \square (\bigcirc 15);$ j) $(-5) - (+13) = (-5) \square (-13)$

Gyakorló
4.14–4.25.;
Feladatgyűjtemény
2.2.01–02.

18 Figyeld meg az összefüggést a szám és az ellentettje között!

- a) $(+8) + (-8);$ $(+7) + (-7);$ $(-13) + (+13);$ $(-15) + (+15)$
b) $0 - (+13);$ $0 - (+15);$ $0 - (-13);$ $0 - (-17)$

Megfigyelted?

A **plusz** előjelet nem szükséges kiírunk, ezért az eddigieknél egyszerűbben is írhatjuk a műveleteket:

$$(+3) + (+17) \text{ egyszerűbben } 3 + 17;$$

$$(+5) - (+10) \text{ egyszerűbben } 5 - 10.$$

A **kivonást helyettesíthetjük a kivonandó ellentettjének hozzáadásával**, és fordítva, **negatív szám hozzáadását helyettesíthetjük ellentettjének** (egy pozitív számnak) **a kivonásával**.

$$(+5) - (+10) = (+5) + (-10) \text{ egyszerűbben } 5 - 10.$$

Az **5 - 10** jelentheti ezt is: **(+5) - (+10)**, és jelentheti ezt is: **(+5) + (-10)**.

FELADATOK

19 Írd egyszerűbb formában, majd számítsd ki az eredményt!

a) $(+8) + (-9)$; $(-15) + (-7)$; $(-7) + (+11)$; $(+2) + (+13)$

b) $(+14) + (-11)$; $(-16) + (-3)$; $(-9) + (+5)$; $(+13) + (+7)$

c) $(+7) - (+2)$; $(-8) - (-3)$; $(-3) - (+18)$; $(+8) - (+10)$

d) $(+2) - (+7)$; $(-2) - (-14)$; $(-15) - (+3)$; $(+13) - (+5)$

e) $(-10) + (+3)$; $(+6) - (-8)$; $(-1) - (-8)$; $(+5) + (+9)$

20 Egészítsd ki úgy, hogy igaz legyen az állítás!

a) $\square + (-6) = 11$;

b) $6 - \square = -16$;

c) $\square + (-12) = -20$;

d) $\square + (+10) = 0$;

e) $(-9) + \square = 0$;

f) $\square + \square = 0$;

g) $15 - \square = 16$;

h) $(-8) - \square = 0$;

i) $-17 - (+1) = \square$;

j) $\square - (+7) = -5$;

k) $\square - (+8) = 16$;

l) $\square - (-10) = 3$

21 Fogalmazd meg a tapasztaltakat!

a) $(-7) + (+7)$; $(+7) + (-7)$; b) $(+17) + (-9)$; $(-9) + (+17)$; c) $(-15) + (-4)$; $(-4) + (-15)$; d) $0 + (-12)$; $(-12) + 0$;

e) $(+19) - (+7)$; $(+7) - (+19)$; f) $(+15) - (-9)$; $(-9) - (+15)$; g) $(-16) - 0$; $0 - (-16)$; h) $(-10) - (+5)$; $(+5) - (-10)$;

22

Laci vagyona +15 €. Beáé -4 €. Hány eurót kell megtakarítania Beának, ha azt akarja, hogy ugyanannyi legyen a vagyona, mint Lacinak?

23

Keress olyan sorozatokat, amelyeknek ez az első három eleme! Írd le a sorozatok szabályát is, és annak alapján add meg a sorozat keresett elemeit!

a) +13; +18; +23; $\square$; $\square$; $\square$; A 10. elem: $\square$

b) +25; +15; +5; $\square$; $\square$; $\square$; A 10. elem: $\square$

Gyakorló
4.26–4.30.,
6.31.; 6.50.;
Feladatgyűjtemény
2.2.03–11.

☉ Mennyivel több Laci
vagyona?

☉ Több megoldást is
találtál?

A DERÉKSZÖGŰ KOORDINÁTA-RENDSZER

A koordináta-rendszert – megalkotójának tiszteletére – Descartes-féle (olvasd: dékártyféle) koordináta-rendszernek is nevezzük. Descartes (1596–1650) a koordináta-rendszerrel a matematika és a mindennapi élet sok területén alkalmazható módszert dolgozott ki.



1. példa

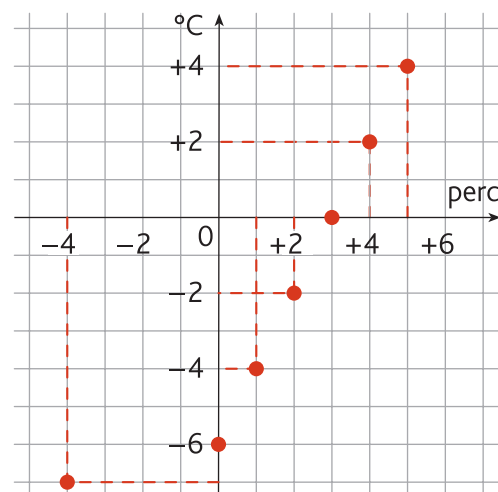
Ákos egy hideg téli napon fagypont alá hűtött sóoldatot hozott be a szobába. Nemsokára elindította a stoppert, és feljegyezte, hogy percnként mennyi volt az oldat hőmérséklete.

Ábrázoljuk grafikonon pontokkal a hőmérséklet-változást.

Béni még a szabadban megmérte az oldat hőmérsékletét. A stopper indítása előtt 4 perccel $-7\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ot mért.

Hogyan ábrázolható ez a mérési eredmény a grafikonon?

Időpont (perc)	0	1	2	3	4	5
Hőmérsékelt ($^{\circ}\text{C}$)	-6	-4	-2	0	+2	+4



A fagypont fölötti hőmérsékleteket és az óra indítása utáni időpontokat **pozitív mérőszámokkal** jellemezhetjük.

A fagypont alatti hőmérsékleteket, illetve az óra indítása előtti időpontokat **negatív mérőszámokkal** fejezhetjük ki.

Ezért a grafikon első, illetve második tengelyén a negatív mérőszámok helyét is jelölnünk kell.

Az **első** (a „vízszintes”) **tengelyen** leolvashatjuk a mérés időpontját.

A **második** (a „függőleges”) **tengelyen** a hozzá tartozó hőmérsékletet.



Eliza az automatából szokott uzsonnázni. Ha például almát kíván enni, akkor először megnyomja a vízszintes sorban a **+3**-as gombot, majd a függőleges sorban a **+2**-es gombot. A **(+3; +2)**-es számpárral alma kérhető. Ha a **(+2; +3)**-as számpárt nyomja meg (ebben a sorrendben), akkor narancsot kap.

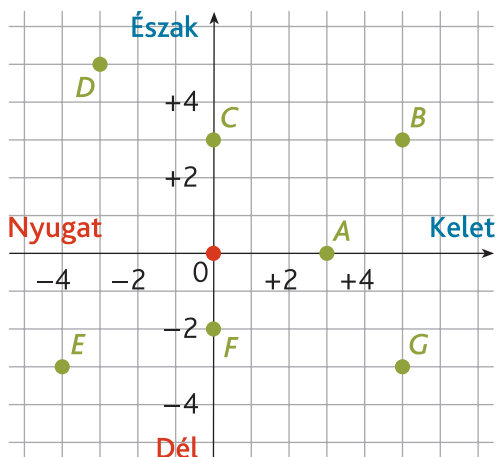
- Mit uzsonnázott Eliza, ha a **(-2; +1)**, a **(0; +2)** és a **(+3; +1)** számpárt nyomta meg?
- Mely számpárokat nyomja meg Flóri, ha krémes és kakaót szeretne enni?
- Válassz magadnak uzsonnát!

Figyelempróba

Gyakorló
6.23.

+3	Torta	Sajtos szelet	Sülthall	Ásványvíz	Joghurt	Narancs	Szőlő
+2	Krémes	Sonkás szelet	Grill-csirke	Barack nektár	Kefir	Banán	Alma
+1	Bonbon	Szalámis szelet	Rántott szelet	Citromlé	Tej	Kivi	Körte
0	Mézes	Juhtúrós szelet	Sült hurka	Kóla	Kakaó	Füge	Szilva
-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	

FELADAT



24

A parancsnoki hajó a $(0; 0)$ számpárral jellemzi a saját helyzetét. A többi hajó helyzete is számpárral jellemezhető.

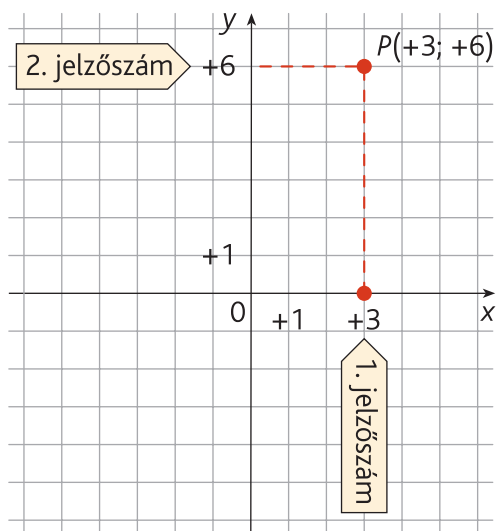
A számpárban az első szám azt jelzi, hogy hány mérfölddel van keletre (vagy nyugatra) a parancsnoki hajótól, a második szám, hogy hány mérföldre van északra (vagy délre).

Add meg a nagybetűkkel jelölt hajók helyzetét jellemző számpárokat!

Például: A **D** hajó helyzete a $(-3; 5)$ számpárral jellemezhető.

A **G** hajó helyzete az $(5; -3)$ számpárral jellemezhető.

Emlékeztető



A **számegyenes** minden pontjához egy-egy számot tudunk rendelni úgy, hogy különböző pontokhoz különböző számok tartoznak.

A sík pontjainak a helyét meghatározhatjuk két, a nulla pontjában egymásra illeszkedő számegyenes segítségével. A két számegyenest **x tengelynek** és **y tengelynek** szokták nevezni.

Ha merőlegesen helyezzük egymásra őket, akkor **derékszögű koordináta-rendszert** kapunk. A tengelyek közös pontja a **kezdőpont** (origó).

Ha egy pontból merőlegest húzunk az **x tengelyre**, akkor az **x tengelyen** leolvashatjuk a pont **első jelzőszámát** (az ábrán: +3).

Ha egy pontból merőlegest húzunk az **y tengelyre**, akkor az **y tengelyen** leolvashatjuk a pont **második jelzőszámát** (az ábrán: +6).

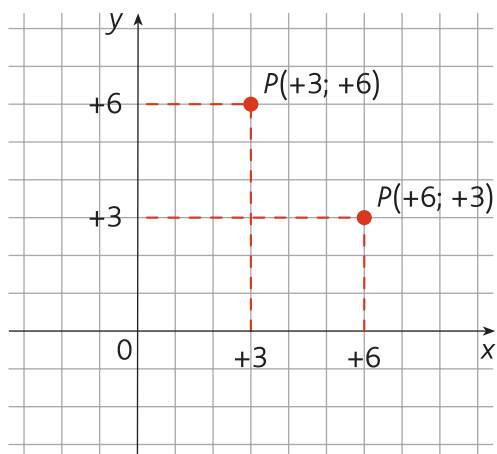
Az ábrán az adott **P** ponthoz a $(+3; +6)$ számpárt rendeljük hozzá. **A számpáron belül fontos az elemek sorrendje.**

A $(+3; +6)$ számpár más pontot jelöl, mint a $(+6; +3)$ számpár, ezért **rendezett számpárról** beszélünk.

Az **első jelzőszám** azt mutatja, hogy az első tengely (**x tengely**) mentén a kezdőponttól pozitív vagy negatív irányban mennyit lépünk.

A **második jelzőszám** azt mutatja, hogy a második tengely (**y tengely**) mentén a kezdőponttól pozitív vagy negatív irányban mennyit lépünk.

Tehát a $(+3; +6)$ számpár azt jelenti, hogy a **P** pont +3 egységre van az **y tengelytől** és +6 egységre az **x tengelytől**.



FELADATOK

25

Ábrázold a jelzőszámaival adott pontokat a koordináta-rendszerben.

- a) $A(+3; +2)$, $B(+5; +2)$, $C(+2; +3)$, $D(+2; +5)$;
 b) $E(-3; +2)$, $F(-5; +2)$, $G(-2; +3)$, $H(-2; +5)$;
 c) $I(-3; -2)$, $J(-5; -2)$, $K(-2; -3)$, $L(-2; -5)$;
 d) $M(+3; -2)$, $N(+5; -2)$, $P(+2; -3)$, $R(+2; -5)$;
 e) $S(-4; 0)$, $T(+4; 0)$; f) $U(0; -4)$, $V(0; +4)$

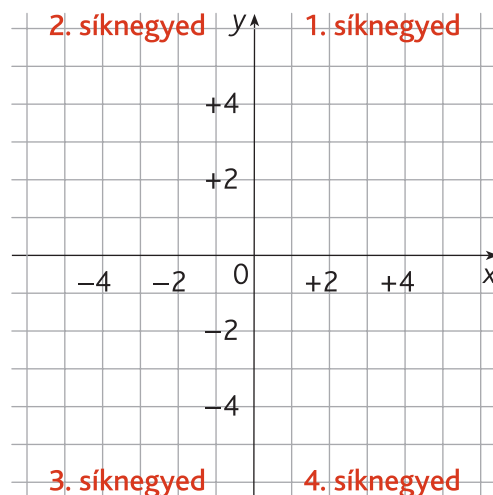
A koordináta-rendszer négy **síknegyedre** osztja a síkot.

Fogalmazd meg, mi a közös tulajdonságuk az egyes síknegyedekben lévő pontok jelzőszámainak!

Mi a közös tulajdonságuk az egyes koordinátatengelyeken lévő pontok jelzőszámainak?

Melyek azok a pontok, amelyek 2 egység távolságra vannak az x tengelytől?

Melyek azok a pontok, amelyek 2 egység távolságra vannak az y tengelytől?



26

Ábrázold derékszögű koordináta-rendszerben a pontokat!

Rajzold meg a három pont által meghatározott háromszöget!

Ábrázold az új alakzatot!

- a) $A(0; +3)$, $B(+4; +6)$, $C(-2; +7)$. Adj mindegyik pont első jelzőszámához -7 -et, a második jelzőszámát hagyd változatlanul!

$A'(\quad; \quad)$, $B'(\quad; \quad)$, $C'(\quad; \quad)$

- b) $A(-2; 2)$, $B(4; -3)$, $C(2; 5)$. Minden pont első jelzőszámának vedd az ellentettjét, a második jelzőszámot hagyd változatlanul!

$A'(\quad; \quad)$, $B'(\quad; \quad)$, $C'(\quad; \quad)$

- c) $A(0; -5)$, $B(4; -1)$, $C(2; 3)$. Minden pont mindkét jelzőszámának vedd az ellentettjét!

$A'(\quad; \quad)$, $B'(\quad; \quad)$, $C'(\quad; \quad)$

27

Készíts a füzetedben koordináta-rendszert!

Ábrázold a következő pontokat!

$(0; +6)$, $(+1; +6)$, $(+3; +5)$, $(+6; +6)$, $(+5; +3)$, $(+6; 0)$, $(+4; -3)$, $(+1; -4)$ és $(+1; 0)$, $(+2; 0)$, $(+4; +1)$, $(+2; +1)$, illetve $(0; -3)$, $(+1; -2)$

Ha ügyesen kötöd össze a pontokat, egy félig kész ábrát kapsz.

Egészítsd ki az ábrát, és az új pontok jelzőszámait írd le!

☉ Minden feladathoz új koordináta-rendszert készíts!

Gyakorló
6.24–6.30.



Készíts érdekes ábrát a koordináta-rendszerben! Határozd meg és írd le a fontosabb pontok jelzőszámait! A jelzőszámok segítségével más is le tudja rajzolni az ábrát!

Fejtrő!

GYAKORLÓFELADATOK

28 Írd föl a -15 ; -6 ; $+5$; 0 ; $+13$; -8 ; $+3$

- számokat növekvő sorrendben;
- számok ellentettjét csökkenő sorrendben;
- számok abszolútértékét növekvő sorrendben!

29 A -1 ; $+8$; -4 ; -13 ; $+12$; 0 ; $+1$; $+5$; -7 számokra a következő állítások igazak vagy hamisak?

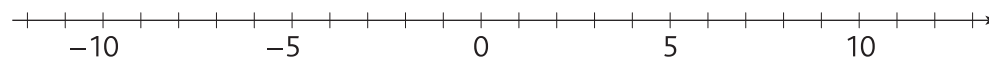
- A:** Vannak köztük olyan számok, amelyeknek egyenlő az abszolútértékük.
B: A legnagyobb abszolútértékű szám a legkisebb közöttük.
C: Öt olyan szám van köztük, amely egyenlő az abszolútértékével.
D: A legnagyobb és a legkisebb szám között a számegyenesen 20 egység a távolság.

© Írd az állítás után, hogy igaz-e vagy hamis!

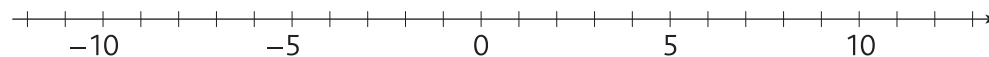
© Mi a különbség a „ -5 -nél nem kisebb”, illetve a „ -5 -nél nagyobb” kifejezések között?

30 Jelöld a számegyenesen a

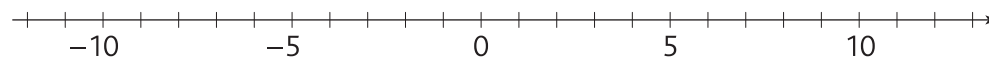
- -5 -nél nem kisebb egész számokat;



- -3 -nál nem nagyobb **vagy** 0 -nál nagyobb egész számokat;



- -4 -nél nem nagyobb **és** -4 -nél nem kisebb egész számokat!



© Például:

$$\begin{aligned} (+6) + (+2) &= 6 + 2 = 8; \\ (+6) + (-2) &= 6 - 2 = 4 \end{aligned}$$

31 Írd föl egyszerűbben, majd add meg egy számmal az összeget!

- | | | | |
|---------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| a) $(+3) + (+5)$; | $(-12) + (+3)$; | $(+15) + (-8)$; | $(+17) + (-17)$; |
| b) $0 + (-3)$; | $(-5) + (-8)$; | $(-11) + (-13)$; | $(-9) + (+9)$; |
| c) $(-23) + (-8)$; | $(+11) + (-13)$; | $(+8) + (-15)$; | $(+13) + (-13)$; |
| d) $0 + (+15)$; | $(-25) + 0$; | $(+18) + (-6)$; | $(-21) + (+7)$ |

© Például:

$$\begin{aligned} (+6) - (+2) &= 6 - 2 = 4; \\ (+6) - (-2) &= 6 + 2 = 8 \end{aligned}$$

32 Írd föl egyszerűbben, majd add meg egy számmal a különbséget!

- | | | | |
|---------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| a) $(+12) - (+8)$; | $(+17) - (+13)$ | $(+3) - (+8)$; | $(+15) - (+15)$; |
| b) $(-15) - (+3)$; | $(-4) - (+15)$; | $(-13) - (+13)$; | $0 - (+17)$; |
| c) $(+17) - (-5)$; | $(+10) - (-3)$; | $(+5) - (-10)$; | $0 - (-17)$; |
| d) $(-3) - (+17)$; | $(-5) - (+5)$; | $(-7) - (-7)$; | $(-18) - (-5)$; |
| e) $(+6) - (-6)$; | $(-6) - (+6)$; | $(-6) - (-6)$; | $(+6) - (+6)$; |
| f) $(-13) - 0$; | $(+15) - 0$; | $(+10) - (-15)$; | $(-15) - (+10)$; |
| g) $(+5) - (+20)$; | $(+20) - (+5)$; | $(-5) - (-20)$; | $(-20) - (-5)$ |

33 Keress szabályt! Pótold a hiányzó értékeket!

a)

x	+8	+10	-10	-15	0		-3	2			
y	+3	+5	-15			+15			-2		

b)

x	+8	+10	-10	0	+24		-3	2			
y	+3	+1				+15			-2		

34 A következő sorozatoknak az első három elemét adtuk meg. Az adott szabály szerint számítsd ki a soron következő három elemet, illetve a 10. elemet!

a) Szabály: Az előző elemhez hozzáadunk (-2) -t.

+5; +3; +1; ; ; ; A 10. elem:

b) Szabály: Az előző elemből kivonunk (-5) -öt.

-17; -12; -7; ; ; ; A 10. elem:

c) Szabály: Az elemek különbsége 2-vel csökken. (A különbséget úgy képezzük, hogy a következő elemből vonjuk ki a megelőzőt, és nem fordítva.)

-15; -10; -7; ; ; ; A 10. elem:

35 Döntsd el, hogy igazak-e az állítások!

A: Bármely szám és az ellentettje a számegyenesen azonos távolságra van a 0-tól.

B: Minden szám nagyobb az ellentettjénél.

C: Van olyan szám, amely nagyobb az ellentettjénél.

D: Van olyan szám, amely a számegyenesen ugyanolyan messze van 5-től, mint az 5 ellentettjétől.

E: Van olyan szám, hogy a szám és az ellentettje a számegyenesen azonos távolságra van a +3-tól.

36 A következő halmazról szóló állításokról döntsd el, hogy igazak-e vagy hamisak! $U = \{-5; +6; -1; -9; 0; +13; -3; +9; -16\}$

A: Nem eleme a legkisebb természetes szám.

B: Minden eleme természetes szám.

C: Van olyan negatív szám, amelyiknek az ellentettje is szerepel.

D: Nem minden benne lévő természetes szám nagyobb az ellentettjénél.

37 Ábrázold koordináta-rendszerben az $A(+2; +7)$, $B(-1; -2)$, $C(+5; -3)$ háromszöget! Minden pont második jelzőszámából vonj ki -5 -öt, az első jelzőszámukat hagyd változatlanul!

Írd le az új csúcspontok jelzőszámait! Ábrázold az így kapott síkidomot is!

☉ Többféle megoldást találhatsz!

☉ Keress más olyan sorozatokat is, amelyeknek ez az első három eleme!

Fogalmazd meg ezen sorozatok szabályát is, és ez alapján add meg a soron következő három elemét, illetve a 10. elemét!

☉ Az állítások után írd I betűt, ha igaznak, H betűt, ha hamisnak találod!

Az igaz állítást szemléltess példával! A hamis állításra írd ellenpéldát!

☉ Példával igazold a választ!



A Mariana-árok tengerszínhez viszonyított magassága $-11\,033$ m, a Csomolungmáé $+8844$ m (a legújabb kínai mérések szerint). Hány méter a különbség a Csomolungma csúcsa és a Mariana-árok aljzata között?

Figyelempróba

TÖRD A FEJED!

B1 Ábrázold derékszögű koordináta-rendszerben az $A(0; 0)$, $B(6; 1)$, $C(1; 6)$ pontokat!

- Mérd meg a kapott háromszög szögeit!
- Változtasd a csúcsok mindkét jelzőszámát a kétszeresére! Rajzold meg az így kapott háromszöget, és mérd meg a szögeit!

B2 Az $A(2; 4)$ és $B(8; 4)$ pont egy háromszög két csúcspontja. Mi nem lehet a harmadik csúcspont második jelzőszáma, ha az első jelzőszáma

- 2;
- 8;
- 5;
- 1?

B3 a) Ábrázold az $A(-2; +5)$, $B(+6; +4)$, $C(+7; -1)$, $D(-1; 0)$ pontokat derékszögű koordináta-rendszerben!

Mérd meg az $ABCD$ négyszög szögeit! Mit tapasztalsz?

- Ábrázold a $(-3; 0)$, $(+4; +2)$, $(+4; -2)$ pontokat derékszögű koordináta-rendszerben! Rajzolj be egy negyedik pontot úgy, hogy a keletkezett négyszög két-két szemközti oldala párhuzamos legyen! Mérd meg a négyszög szögeit! Mit tapasztalsz?

B4 Minden feladathoz rajzolj koordináta-rendszert, és ábrázold a négyszöget! Az $ABCD$ négyszög három csúcspontja: $(-3; -4)$, $(3; 2)$; $(0; 5)$. Add meg a D **rácspontot** úgy, hogy az $ABCD$ négyszögnek

- legyen párhuzamos oldalpárja;
- két pár párhuzamos oldala legyen;
- téglalap legyen;
- pontosan két derékszöge legyen!

B5 a) Az $ABCD$ téglalap három csúcspontjának a jelzőszámai: $A(-4; -2)$; $B(2; -2)$; $C(2; 3)$. Mik a D pont jelzőszámai? Hány egység ennek a téglalapnak a kerülete, illetve területe?

- Az $ABCD$ téglalap A pontjának első jelzőszámához -3 -at adunk. (A többi nem változtatjuk meg.) Mit mondhatunk az így létrejött négyszögről?

- Az a) pontban kiegészített $ABCD$ téglalap B és C csúcspontjának a második jelzőszámából -3 -at kivonunk. Mit mondhatunk az így létrejött négyszögről?

B6 Keresd meg a következő nyitott mondatok igazsághalmazát! A megoldásokat csak az egész számok között keresd! Ábrázold számegegyenesen az igazsághalmazokat! Ellenőrizd a megoldást!

- $-4 - \square = -18$;
- $-\square < +1$;
- $+13 - \square = -10$;
- $-3 - \square \leq -15$;
- $+10 - \square = +15$;
- $\square - (-2) > +5$;
- $\square + (-3) = -5$;
- $-8 - \square > -1$;
- $-10 + (-\square) = -11$

© Három pont mikor nem határoz meg háromszöget?

© Akkor vagy ügyes, ha sok megoldást találtál.

© Minden feladathoz rajzolj külön koordináta-rendszert, és ábrázold a négyszöget!

© Mely egész számok írhatók a kis négyzetbe úgy, hogy igaz legyen az egyenlőség (egyenlőtlenség)?

Fejlesztő!



Egy üzlet haszna minden évben $-50\,000$ € volt. Ezért a tulajdonos januárban $50\,000$ €-ért átalakította az üzletét. Így év végére $+50\,000$ € hasznót könyvelhetett el. Az év végén több vagy kevesebb pénze lett-e annál, mint ha a régi üzletét tartotta volna meg? Mennyivel?

B7 Miből vegyük el

- a) a -13 -at, hogy a különbség $+5$ legyen; b) a 8 -at, hogy a különbség -2 legyen;
c) a 10 -et, hogy a különbség 20 legyen; d) a -20 -at, hogy a különbség -10 legyen?

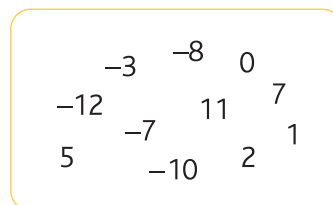
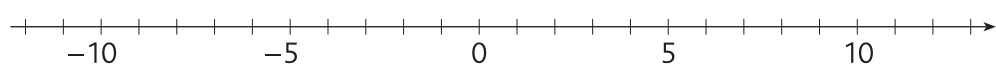
A megoldásokat az egész számok körében keresd! Ellenőrizd a megoldást!

B8 Mennyit vegyünk el

- a) a 23 -ból, hogy a különbség 10 legyen; b) a -23 -ból, hogy a különbség 10 legyen;
c) a 23 -ból, hogy a különbség -10 legyen; d) a -23 -ból, hogy a különbség -10 legyen?

A megoldásokat az egész számok körében keresd! Ellenőrizd a megoldást!

B9 Válaszd ki az ábrán megadott számok közül, és ábrázd számegyenesen



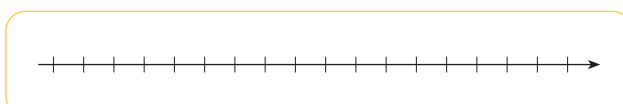
- a) *pirossal* azokat, amelyek -2 -nél kisebbek;
b) *kékkel* azokat, amelyek nem kisebbek -7 -nél;
c) *zölddel* azokat, amelyek nem nagyobbak $+1$ -nél!
d) Melyek azok a számok, amelyek az a) és a b) feltételnek is eleget tesznek?

B10 Ábrázd a hőmérőmodellel, írd le a $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ jelek segítségével, majd ábrázd számegyenesen a nyitott mondatok igazsághalmazát!

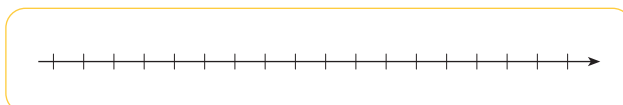
Például: A hőmérséklet alacsonyabb $+5$ °C-nál, de nem süllyed -2 °C alá: $-2 \leq x < +5$



- a) Melegebb van, mint -5 °C, de hidegebb van -1 °C-nál.



- b) Nincs melegebb $+3$ °C-nál, de melegebb van -2 °C-nál.



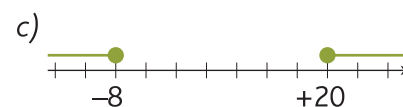
- c) **Legalább** -5 °C, de **legfeljebb** -2 °C van.



B11 Mely egész számok vannak a számegyenesek megjelölt részein? Add meg ezeket a számhalmazokat egyenlőtlenségekkel!









Írj időjárásjelentés-szöveget az előző feladat ábrái alapján!

Fejtörő!

TUDÁSPRÓBA

38

1 Tegnap délben még $+12\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ot mértek, ám ma hajnalra $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ra hűlt le a levegő. Hány $^{\circ}\text{C}$ -ot csökkent tegnap déltől ma hajnalig a hőmérséklet?

2 Figyeld meg a -7 ; $+11$; -5 ; -3 ; 0 ; -1 ; $+5$; -10 ; $+3$ számokat! A következő négy állítás közül melyik igaz, melyik hamis ezekre a számokra?

A: Vannak köztük olyanok, amelyeknek egyenlő az abszolútértékük.

B: A legkisebb szám abszolútértéke a legnagyobb.

C: Négy olyan szám van, amely egyenlő az abszolútértékével.

D: Minden szám nagyobb az ellentettjénél.

3 Számítsd ki a következő összeget és különbségeket!

$$a = (+7) + (-15);$$

$$b = (-5) - (-12);$$

$$c = (+5) - (+12)$$

4 Ábrázold derékszögű koordináta-rendszerben a következő pontokat!

$A(+2; 0)$, $B(+4; -3)$, $C(+5; +4)$

Rajzold meg a három pont által meghatározott háromszöget!

Adj mindegyik pont második jelzőszámához -6 -ot, az első jelzőszámát hagyd változatlanul! Ábrázold az új alakzatot!

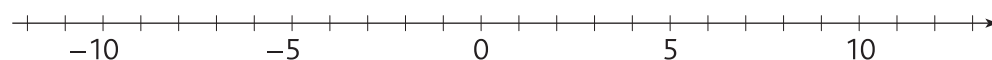
5 Keress szabályt! Pótold a hiányzó értékeket!

Ábrázold derékszögű koordináta-rendszerben az összetartozó számpárokat!

x	+3	+5	-1	0	+8			
y	-3	-1				+9		

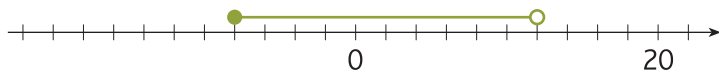
6 Jelöld a számegyenesen az A halmaz -3 -nál nem nagyobb elemeit!

$$A = \{+5; +4; +3; +2; +1; 0; -1; -2; -3; -4; -5; -6; -7; -8\}$$



7 Mely egész számok vannak a számegyenes megjelölt részén?

Add meg ezt a számhalmazt egyenlőtlenségekkel!



8 Gondoltam egy számra. Elvettem belőle 5-öt, majd hozzáadtam 20-at, így 13 lett az eredmény. Mely számra gondoltam?

© Az állítások után írd I betűt, ha igaznak, H betűt, ha hamisnak találod!

Példákkal igazold válaszod!

© Többféle megoldást keress!

© Mit jelent az, hogy „nem nagyobb”?

8. ÖSSZEFOGLALÓ

Ismételjük át a tanévben tanultakat feladatok megoldásával.



➤ SZÁMOK ÉS MŰVELETEK

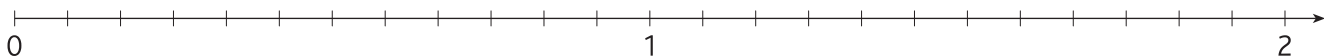
- 1 Írd le számjegyekkel és állítsd növekvő sorrendbe a számokat!
Az egyes számokban mi az 5-ös számjegy helyiértéke?

a) Egyszázötvenhatezer-hét = ; nyolcvanötezer-három = ;
ötszázhetvenezer-háromszázhat = ; kétezer-negyenöt = ;
 ; ; ;

b) Egy egész ötvenegy ezred = ; két egész ötszázkét ezred = ;
két egész negyenöt század = ; két egész öt ezred = ;
 ; ; ;

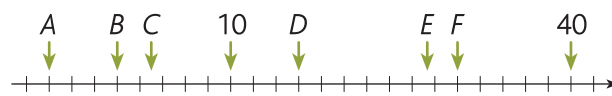
- 2 Írd le számjegyekkel a számegyenes megfelelő pontja fölé a törtet!

egy harmad; egy negyed; két hatod; két kettő; tíz hatod; három negyed; négy harmad; hat harmad

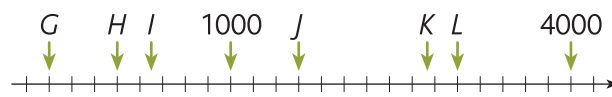


- 3 Körülbelül mely számok helyét jelölik az egyes nyilak?

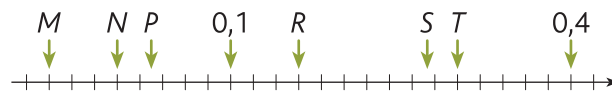
a) $A =$; $B =$; $C =$;
 $D =$; $E =$; $F =$



b) $G =$; $H =$; $I =$;
 $J =$; $K =$; $L =$



c) $M =$; $N =$; $P =$;
 $R =$; $S =$; $T =$



Hogyan szorzunk, illetve osztunk 10-zel, 100-zal, 1000-rel?

Gyakorló
1.01–1.29., 5.48–5.62.;
Feladatgyűjtemény
1.1.01–13., 1.2.30–32.

A műveleti eredményeket kerekített értékekkel számolva becsüljük meg. Kerekített értékekkel számolunk akkor is, ha a pontos érték gyakorlatilag nem fontos, vagy nem is határozható meg. Ismételd át, hogyan kerekítünk!

Milyen sorrendben végezzük el a műveleteket, ha

- 1 a műveletsorban csak összeadás és kivonás van (zárójel nincsen);
 - 2 a műveletsorban csak szorzás és osztás van (és zárójel nincsen);
 - 3 a műveletsorban az összeadás vagy kivonás mellett szorzás vagy osztás is van (de zárójel nincsen)?
- Hogyan módosíthatják a zárójelek a műveletvégzés sorrendjét?

☉ Hogyan számítjuk ki több mennyiség átlagát?

Gyakorló
3.01–3.27., 5.94–5.96.;
Feladatgyűjtemény
4.1.01–10., 4.2.01–09.,
4.2.16.

4 Írd be a hiányzó számokat és műveleti jeleket!

a) $\square \cdot 10 \rightarrow \square \cdot 10 \rightarrow 136,7 \cdot 10 \rightarrow \square \cdot 10 \rightarrow \square$

b) $\square : 10 \rightarrow \square : 10 \rightarrow 25,0 : 10 \rightarrow \square : 10 \rightarrow \square : 10 \rightarrow \square$

c) $0,025 \rightarrow \square \rightarrow 2,5 \rightarrow \square \rightarrow 25 \rightarrow \square \rightarrow 25\,000 \rightarrow \square \rightarrow 250\,000$

5 Kerekítsd az alábbi számokat!

- a) Egyesre: 3; 1,2; 1,9; 23,5; 18,08; 14,48; 15,0
b) Tízre: 3; 1,2; 11,9; 23,5; 18,08; 14,48; 15,0
c) Tizedre: 3; 1,2; 1,93; 3,55; 8,008; 13,48; 15,0
d) Ezresre: 3; 2458; 3500; 923,4; 4774; 45 601

- 6 a) Egy nagyvárosban 120 000 ember él. Hányan élhetnek a városban, ha tízezresre, illetve ezresre kerekített adatot mondtunk?
b) Mit jelentenek a következő mérési eredmények? Egy huzal hossza 215 m; egy tartályba 215,0 cm³ víz fér; egy adag vegyszer tömege 215,00 kg.

Gyakorló 1.30–1.34., 5.63–5.67.; Feladatgyűjtemény 1.2.45–49., 1.2.56–66.

- 7 a) $345,056 + 2945,78 - 175,9$; $456,8 - (234,12 - 45,098)$
b) $27,6 : 4 \cdot 3$; $27,6 : (4 \cdot 3)$
c) $645,016 + 45,78 \cdot 107$; $(56,8 - 34,58) \cdot 81$
d) $305,05 + 2045,08 : 35$; $6789,6 : (43 + 57) + 1000$
e) $715,5 : 15 + 25,75 \cdot 204$; $2567,43 : (75 \cdot 4) - 23,58$
f) Mennyi 6325,9 és 17,19 különbségének a százszorosa?
Mennyi a különbsége 6325,9-nek és 17,19 százszorosának?
g) Mennyi 63,6 és 19,8 összegének a század része?
Mennyi az összege 63,6-nek és 19,8 század részének?

8 Angéla hétfőn 1835 Ft-ot, kedden 1505 Ft-ot, szerdán 520 Ft-ot, csütörtökön 1380 Ft-ot, pénteken 4945 Ft-ot költött élelmiszerre. (Természetesen előre megvásárolta a szombatra és a vasárnapra is szükséges élelmiszert.) Naponta átlagosan mennyit költött ezen a héten Angéla élelmiszerre?

9 Számítsd ki a $2,8 + 3,7$ összeget, majd ennek felhasználásával határozd meg a feladatok eredményét!

$(2,8 + 1,3) + 3,7$; $2,8 + (3,7 + 0,8)$; $(2,8 + 1,2) + (3,7 - 1,2)$;
 $(2,8 - 1,6) + 3,7$; $2,8 + (3,7 - 2,3)$; $(2,8 - 1,8) + (3,7 + 1,8)$

- 10 Számítsd ki a $4,8 - 1,7$ különbséget, majd ennek felhasználásával végezd el a következő műveleteket!

$$\begin{array}{lll}(4,8 + 3,2) - 1,7; & (4,8 - 3) - 1,7; & (4,8 - 1) - (1,7 - 1); \\ 4,8 - (1,7 - 1,3); & 4,8 - (1,7 + 1); & (4,8 + 2) - (1,7 + 2)\end{array}$$

Megfigyelted az összeg változásait, illetve a különbség változásait?

- 11 a) Kinga 2350 Ft-jából 1765 Ft-ért papucsot vásárolt. Hány forintja maradt?
Hány forintja maradt volna, ha 1565 Ft-os papucsot vásárolt volna?
Hány forintja maradt volna, ha 1865 Ft-os papucsot vásárolt volna?
- b) Egy család havi nettó jövedelme 345 350 Ft. Minden hónap elején (lakbérre, kölcsön törlesztésére stb.) befizetnek 136 700 Ft-ot. Mennyi pénzük marad az egyéb kiadásokra?
- Áprilisban a családfő 200 000 Ft jutalmat kapott a fizetésén kívül.
Viszont júniusban 12 000 Ft-tal kevesebb volt a jövedelme, mint máskor.
Mennyi pénzük maradt áprilisban, illetve júniusban a 136 700 Ft befizetése után?

- 12 Egy kiránduláson óránként 4,8 km utat tett meg egy csoport.
Mekkora utat hagytak maguk mögött 4 óra alatt?

- a) Ugyanilyen tempóban haladva mekkora utat tettek volna meg 2 óra alatt; 8 óra alatt; 12 óra alatt?
- b) Hány kilométert gyalogoltak volna 4 óra alatt, ha óránként csak 2,4 km-t tettek volna meg?
Hány kilométert tettek volna meg 4 óra alatt kerékpárral, ha 3-szor olyan gyorsan haladtak volna, mint gyalog?

- 13 Egy sportkör 5520 Ft-ért 16 (egyforma) labdát vásárolt.

- a) Mennyibe került egy labda?
b) Mennyibe került volna 8 ugyanilyen labda?
c) Mennyibe került volna 24 ugyanilyen labda?

- 14 Egy diákkör 115 200 Ft-ért hány 9600 Ft-os hátizsákot vásárolhatott?

- a) Hány hátizsákot vásárolhatott volna a 115 200 Ft harmadáért?
Hány hátizsákot vásárolhatott volna, ha 4-szer ennyi pénzük lett volna?
- b) Hány korcsolyát vásárolhatott volna 115 200 Ft-ért, ha egy korcsolya ára 3-szorosa volt egy hátizsák árának?
Hány tájoló volt vásárolhatott volna ezért a pénzért, ha egy tájoló ára fele volt egy hátizsák árának?
- c) Hány korcsolyát vásárolhattak volna 115 200 Ft 3-szorosáért?
Hány tájoló volt vásárolhattak volna 115 200 Ft feléért?

Hogyan változik a szorzat, ha valamelyik tényezőjét felére, harmadára, ..., illetve 2-szeresére, 3-szorosára, ... változtatjuk, a többi tényezőjét pedig változatlanul hagyjuk?

Hogyan változik a hányados, ha az osztandót felére, harmadára, ..., illetve 2-szeresére, 3-szorosára, ... változtatjuk, az osztót pedig változatlanul hagyjuk?

Hogyan változik a hányados, ha az osztót felére, harmadára, ..., illetve 2-szeresére, 3-szorosára, ... változtatjuk, az osztandót pedig változatlanul hagyjuk?

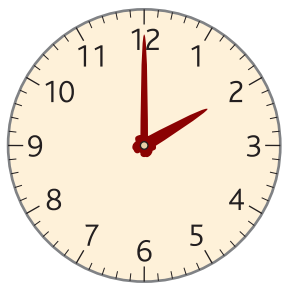
Hogyan változik a hányados, ha az osztandót is és az osztót is felére, harmadára, ..., illetve 2-szeresére, 3-szorosára, ... változtatjuk?



Írd fel többféle alakban!

Hogyan egyszerűsít-
hetjük, illetve bővít-
hetjük a törteteket?

1 óra hány perc?



Hogyan adhatunk
össze, illetve vonha-
tunk ki egyenlő neve-
zőjű törteteket?

Hogyan adhatunk
össze, illetve vonha-
tunk ki különböző ne-
vezőjű törteteket?

Gyakorló

5.01–5.47.;

Feladatgyűjtemény

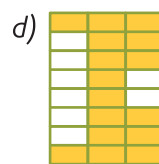
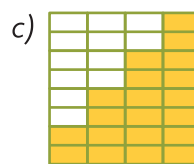
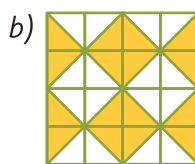
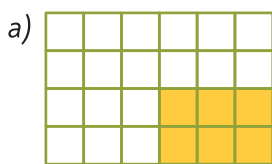
3.1.01–10., 3.2.11–19.,

3.3.01–18., 3.3.26–35.

Hogyan változik a $\frac{3}{8}$
értéke, ha az osz-
tandót (számlálót)
4-szeresére változ-
tatjuk;

ha az osztót (neve-
zőt) a 4-szeresére
változtatjuk?

15 A téglalapok területének mekkora részét színeztük be?



16 a) Bővítsd a következő törteteket úgy, hogy a nevezőjük 60 legyen!
Hány perc az óra

$$\frac{1}{4} \text{ része;}$$

$$\frac{3}{4} \text{ része;}$$

$$\frac{1}{5} \text{ része;}$$

$$\frac{8}{5} \text{ része;}$$

$$\frac{5}{6} \text{ része;}$$

$$\frac{1}{2} \text{ része;}$$

$$\frac{3}{2} \text{ része;}$$

$$\frac{1}{3} \text{ része;}$$

$$\frac{3}{3} \text{ része;}$$

$$\frac{7}{12} \text{ része?}$$

b) Egyszerűsítsd a következő törteteket!

$$\frac{48}{12};$$

$$\frac{48}{6};$$

$$\frac{8}{48};$$

$$\frac{48}{32};$$

$$\frac{15}{60};$$

$$\frac{10}{60};$$

$$\frac{12}{60};$$

$$\frac{48}{60};$$

$$\frac{3}{9};$$

$$\frac{4}{8};$$

$$\frac{8}{6};$$

$$\frac{6}{2};$$

$$\frac{9}{12};$$

$$\frac{50}{60};$$

$$\frac{50}{75};$$

$$\frac{24}{18}$$

17 Végezd el a műveleteket!

a) $\frac{1}{8} + \frac{3}{8};$ $\frac{2}{5} + \frac{3}{5};$ $\frac{13}{12} - \frac{7}{12};$ $\frac{11}{24} - \frac{9}{24};$ $\frac{5}{6} - \frac{7}{6};$ $\frac{22}{11} - \frac{8}{4}$

b) $\frac{1}{8} + \frac{3}{4};$ $\frac{2}{6} + \frac{3}{2};$ $\frac{11}{12} - \frac{7}{8};$ $\frac{11}{12} - \frac{7}{9};$ $\frac{11}{6} - \frac{7}{8};$ $\frac{11}{3} - \frac{7}{4}$

c) $\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{5}{8};$ $\frac{3}{5} - \frac{11}{20} + \frac{13}{10};$ $\frac{5}{6} + \frac{15}{12} - \frac{13}{3};$ $\frac{5}{4} - \frac{11}{12} - \frac{1}{9}$

18 Pál délután $\frac{1}{2}$ óra alatt készült el a matematikafeladattal, $\frac{1}{3}$ óra alatt tanulta meg a történelem tananyagrészt, míg a magyar házi dolgozat megírásához $\frac{3}{4}$ órára volt szüksége. Szerencsére másból nem kellett készülnie. Hány percig tanult Pál ezen a délutánon?

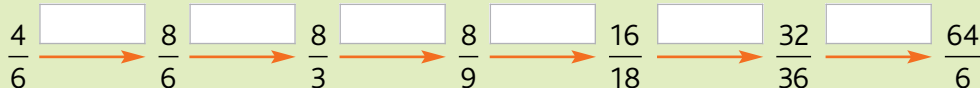
19 A hányados változásai alapján magyarázd meg az eredményeket!

a) $\frac{3}{5} \cdot 4;$ $\frac{4}{7} \cdot 4;$ $\frac{5}{8} \cdot 6;$ $\frac{9}{6} \cdot 8;$ b) $\frac{3}{4} \cdot 4;$ $\frac{4}{9} \cdot 3;$ $\frac{5}{3} \cdot 9;$ $\frac{9}{6} \cdot 12;$

c) $\frac{3}{5} : 3;$ $\frac{8}{7} : 4;$ $\frac{9}{8} : 3;$ $\frac{12}{5} : 4;$ d) $\frac{3}{5} : 5;$ $\frac{4}{7} : 3;$ $\frac{3}{8} : 2;$ $\frac{9}{6} : 8;$

e) $\frac{6}{5} : 4;$ $\frac{8}{7} : 6;$ $\frac{5}{8} : 10;$ $\frac{9}{6} : 12$

20 Írd a nyilak fölé, hogyan változott a tört értéke!



21 Hogyan adunk össze, illetve vonunk ki negatív számokat?

- a) $17 + 5$; $17 + 3$; $17 + 0$; $17 + (-1)$; $17 + (-17)$; $17 + (-20)$
 b) $5 - 4$; $3 - 4$; $1 - 4$; $0 - 4$; $-1 - 4$; $-5 - 4$
 c) $10 - 4$; $10 - 2$; $10 - 0$; $10 - (-1)$; $10 - (-7)$; $10 - (-10)$

Gyakorló

3.02–3.03.,

4.14–4.30.;

Feladatgyűjtemény

2.1.01–11.,

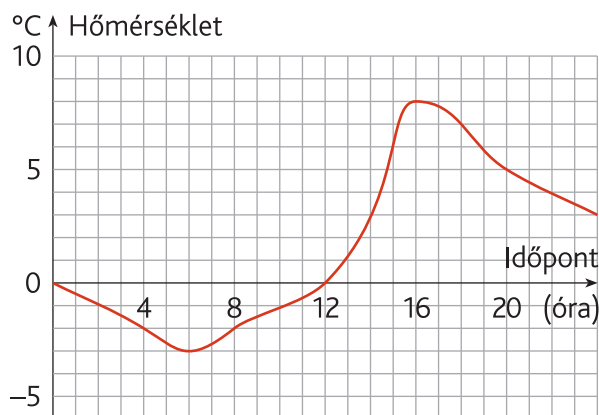
2.2.01–21.

22 Egy szerkezet folyamatosan mérte és felrajzolta a hőmérséklet változását egy ködös kora tavaszi napon.

a) Töltsd ki a táblázatot!

I (óra)	0	4	8	12	16	20
H (°C)						

- b) Mikor volt a leghidegebb, a legmelegebb?
 c) Mely időközben csökkent a hőmérséklet?
 d) Mikor volt fagypont alatt a hőmérséklet?
 e) A nap folyamán egyszer kisütött a nap. Vajon mikor?



MÉRÉSEK, MÉRTÉKEGYSÉGEK, GEOMETRIA

23 Becsüld meg

- a) a matematika-tankönyv hosszúságát, szélességét, vastagságát, tömegét;
 b) legfeljebb milyen magas a tanterem; legalább milyen magas a tanterem!

Gyakorló

7.01–7.44.;

Feladatgyűjtemény

6.1.12–33.

24 a) Fejezd ki méterrel:

2 km ; 5 és fél km ; $\frac{1}{4} \text{ km}$; $\frac{3}{4} \text{ km}$; $0,1 \text{ km}$; $0,5 \text{ km}$; $0,05 \text{ km}$; $0,005 \text{ km}$!

b) Fejezd ki deciméterrel: 7 m ; 25 m ; 3 és fél m ; $2,7 \text{ m}$; $7,5 \text{ m}$;

$0,75 \text{ m}$; $0,075 \text{ m}$; $17 \text{ m } 8 \text{ dm } 7 \text{ cm } 6 \text{ mm}$; 53 mm ; $0,1 \text{ mm}$!

c) Fejezd ki milliméterrel:

5 m ; $7 \text{ m } 4 \text{ cm}$; $\frac{2}{5} \text{ m}$; $\frac{3}{4} \text{ dm}$; $0,2 \text{ dm}$; $1,6 \text{ cm}$; $3,25 \text{ cm}$!

Az alapmértékegység mekkora részét jelent a milli-, a centi-, illetve a deci- előtag?

Az alapmértékegység hány-szorosát jelenti a deka-, a hekto-, illetve a kilo- előtag?

25 a) Fejezd ki literrel: 16 hl ; $5 \text{ hl } 8 \text{ l}$; fél hl ; $0,75 \text{ hl}$; $0,3 \text{ hl}$; $0,03 \text{ hl}$!

b) Fejezd ki deciliterrel: 7 l ; $3 \text{ l } 4 \text{ dl}$; $3,1 \text{ l}$; $3,01 \text{ l}$; $2,5 \text{ l}$!

c) Fejezd ki centiliterrel: 4 dl ; $2,5 \text{ l}$; $2,5 \text{ dl}$; $4 \text{ l } 2 \text{ cl}$!

☉ *Mekkora kocka úrtartalma 1 liter?*

☉ *Hogyan értelmezzük az 1 kg tömeget?*

☉ *Miért úszik a víz színén a gázolaj?*

- 26 a) Fejezd ki kilogrammal: 5 t ; $7 \text{ t } 25 \text{ kg}$; $13 \text{ t } 13 \text{ kg}$; $0,5 \text{ t}$; $\frac{3}{4} \text{ t}$!
- b) Fejezd ki dekagrammal: 20 kg ; $\frac{1}{4} \text{ kg}$; $0,62 \text{ kg}$; $1,565 \text{ kg}$!
- c) Fejezd ki grammal: 1 század kg ; 1 ezred kg ; $0,13 \text{ kg}$; $2,5600 \text{ kg}$!

- 27 a) 1 l alkohol tömege 0,789 kg, hány gramm ez? Mennyi a tömege 15 l alkoholnak? Becsüld meg először az eredményt tizedre kerekített értékkel számolva!
- b) 1 l gázolaj tömege 0,8 kg, hány dekagramm ez?
- c) 1 liter 4 °C-os víz tömege 1,000 kg, hány gramm ez?
Mennyi a tömege 2 és fél hl víznek?

28 Egészítsd ki!

a) 1 óra = perc = másodperc; $3 \text{ óra} = \text{ perc} = \text{ másodperc}$;
 $\frac{1}{2} \text{ óra} = \text{ perc} = \text{ másodperc}$; $\frac{3}{4} \text{ óra} = \text{ perc} = \text{ másodperc}$

b) 24 óra = nap = hét; $48 \text{ óra} = \text{ nap} = \text{ hét}$; $12 \text{ óra} = \text{ nap} = \text{ hét}$

Hogyan értelmeztük az 1°-os szöget?

Értelmezd a szögféleségeket!

Gyakorló

8.103–109.;

Feladatgyűjtemény
6.3.33–36.

Hogyan számítjuk ki a sokszög területét?

Hogyan számítjuk ki a téglalap területét?

- 29 a) Rajzolj derékszöget , egyenesszöget , hegyesszöget ,
 homorúszöget , tompaszöget , nullszöget , teljesszöget !
Hány fokal szögeket rajzoltál?

- b) Rajzolj szögmérővel 135°-os ; 210°-os ; 90°-os ; $45^\circ\text{-os szöget}$!
Írd melléjük, hogy milyen fajtájú szögek ezek!

- 30 a) Szerkessz téglalapot, amelynek két szomszédos oldala 23 mm, illetve 4 cm!
Számítsd ki a téglalap területét!

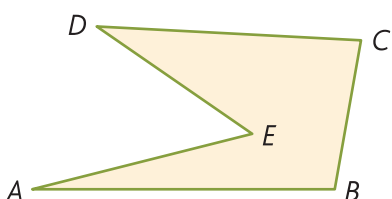
Hány négyzetcentiméter a téglalap területe?

- b) Mekkora a négyzet területe, ha a kerülete 44 dm?
- c) A téglalap egyik oldala 6 cm, a kerülete 48,4 cm. Mekkora a területe?
- d) Egy téglalap egyik oldala $t \text{ cm}$, a másik oldala 8 cm-rel több, mint az előző oldal fele. A téglalap kerülete 31 cm. Mekkora a téglalap területe?

31 Mérd meg a sokszög oldalainak a hosszát!

A tanult jelölésekkel írd le a mért adatokat!

Számítsd ki a sokszög területét!



32

Mérd meg különböző városok, megyék, országok, folyók stb. távolságát a földrajzi atlaszodban! Mekkora ezek a távolságok a valóságban?

Mennyi a valóságban az, ami a térképen 1 cm?

33

Végy a kezedbe egy téglatestet!

- Hány **csúcsa** van?
- Hány pár párhuzamos **lapja** van?
- Válaszd ki egy **élét**! Hány olyan éle van, amely párhuzamos a kiválasztott éllel?
- Válaszd ki egy **élét**! Hány olyan éle van, amely nincs egy síkban a kiválasztott éllel?
- Mérd meg az éleit, majd számítsd ki lapjainak a területét!



34

Egy téglatest három élének hossza 3 cm; 26 mm; 0,2 dm.

Rajzold meg a **hálóját**! Mekkora a **felszíne**? Mekkora a **térfogata**?

Gyakorló

8.01–8.102.;

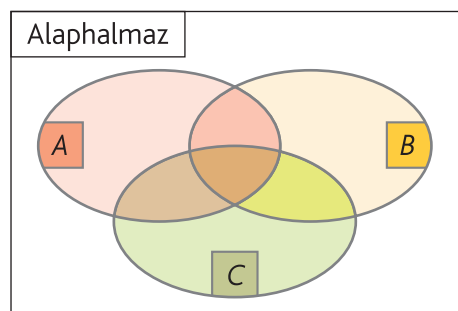
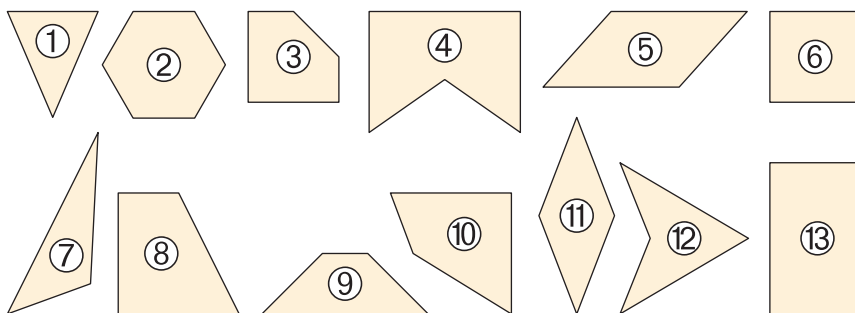
Feladatgyűjtemény

6.3.15–21., 6.5.03–11.

35

Az alaphalmaz a következő sokszögek halmaza:

☉ *Figyeltél az adatokra?*



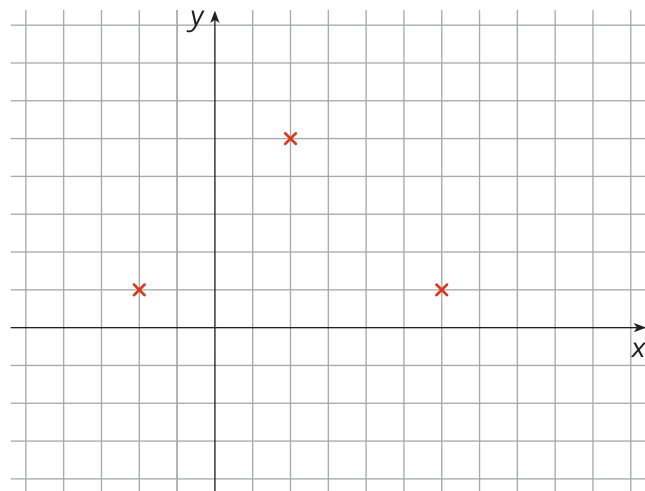
Minden feladathoz rajzolj külön halmazábrát, és írd bele az alaphalmaz sokszögeinek a sorszámt!

- A címkék jelentése: **A** = Háromszög; **B** = Négyszög; **C** = Ötszög.
- A címkék jelentése: **A** = Négyszög; **B** = Van derékszöge; **C** = Van párhuzamos oldalpárja.
- A címkék jelentése: **A** = Négyszög; **B** = Minden oldala egyenlő; **C** = Minden szöge derékszög.

36

Határozd meg az adott pontok jelzőszámait! Adj meg negyedik pontot úgy, hogy

- a négy pont olyan négyszöget határozzon meg, amelynek van derékszöge, és van párhuzamos oldalpárja!
- a négy pont olyan négyszöget határozzon meg, amelynek a szemkötti oldali párhuzamosak!
- Mennyi az a), illetve a b) feladatban rajzolt négyszögek területe?



KÉPESSÉGPÓRÓK

37

Figyelempróba

- Készíts rajzot!
- Karikázd be a helyes válasz betűjelét! A következő három feladatban is.

Az Alsó-kutat és a Cifra-tetőt összekötő 6 km 750 m-es úton van Barkás-liget. Milyen távolságra van Barkás-ligettől Cifra-tető, ha Benő kerékpárral másodpercenként 5 m-t megtéve 12 perc 36 másodperc alatt jut el Alsó-kúttól Barkás-ligetig?

- A: 3 km 780 m; B: 2097 m; C: 3, 078 km; D: 2,970 km

38

Annának kisebb láncai vannak, amelyekből egy nagyobb, záródó láncot szeretne összeállítani. (A lánc két végét is össze akarja kapcsolni.)

Ehhez az egyik láncot szétszedeti, és a kapott láncszemekkel kapcsoltatja össze a többi. Melyik láncot célszerű szétszedetnie?



39

Szerkessz egy 4 cm oldalhosszúságú négyzetet! Húzd meg az átlóit.

Az egyenesszöget jelölje π . Mekkora szöget zár be egymással a két átló?

- A: A π $\frac{1}{2}$ részét; B: a π $\frac{1}{3}$ részét; C: a π $\frac{1}{4}$ részét; D: a π $\frac{1}{5}$ részét

40

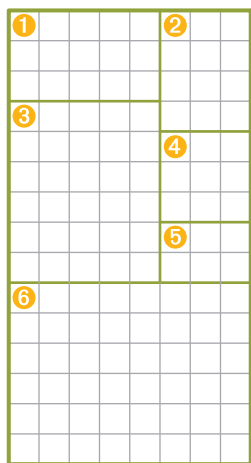
Mennyivel nagyobb $\frac{4}{3}$ ötöde, mint $\frac{1}{5}$ harmada?

- A: $\frac{1}{2}$ -del; B: $\frac{1}{3}$ -dal; C: $\frac{1}{5}$ -del; D: $\frac{4}{15}$ -del

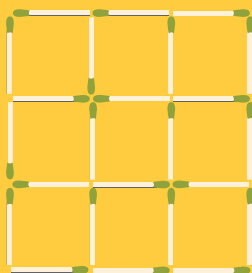
41

Az ábrán az új gardróbszekrényünk felosztása látható. Beosztását így tervezzük: az $\frac{1}{4}$ -ét elfoglaló részbe az ingeket akasztjuk, a $\frac{3}{40}$ részét leválasztó polcot fenntartjuk a kalapoknak, a $\frac{2}{5}$ rész nagyságú helyre 3 fiókot csináltatunk.

- Rajzold be a megfelelő helyre az oda kerülő dolgokat!
- A szekrény mekkora részét foglalja el egy fiók?
- A szekrény mekkora részébe nem terveztünk még semmit?



Fejtörő!



Gabi gyufaszálakból 9 **egybevágó** (egyenlő méretű) négyzetet rakott ki.

- Hány négyzetet látsz az ábrán? (Nem föltétlenül egybevágókat.)
- Rakj az egyes négyzetekbe 5, 10, 15, 50, 55, 60, 95, 100, 105 forintot úgy, hogy mindhárom sorban, mindhárom oszlopban és a két átlóban is ugyanannyi legyen a berakott pénz értéke!
- Vegyél el 8 gyufaszálat úgy, hogy 5 egybevágó négyzet maradjon!
- A gyufaszálak visszarakása után vegyél el 4 gyufaszálat úgy, hogy 5 egybevágó négyzet maradjon!

9. KISLEXIKON

A szövegben dőlt betűvel jeleztük, ha az adott fogalom külön szócikként is szerepel.

Zárójelben, zöld számjegyekkel szedve utalunk azokra az oldalakra, ahol az adott fogalmat értelmezzük, illetve ahol az adott fogalmat más fogalmak értelmezésére alkalmazzuk.

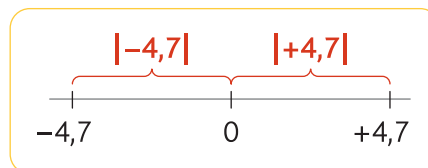
Abszolútérték: azt fejezi ki, hogy egy szám a számegyenesen milyen távol van a 0-tól (255. oldal).

A nemnegatív számok abszolútértéke egyenlő a számmal.

Például $|4,7| = 4,7$; $|0| = 0$.

A negatív számok abszolútértéke egyenlő a szám ellentettjével.

Például $|-4,7| = 4,7$.



Alakiérték: (10., 66–68. oldal). Például a tízes számrendszerben a számok alakja 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, alakiértéke: nulla, egyes, kettes, ..., kilences. A kettes számrendszerben 0 és 1; a tizenkettes számrendszerben 0, 1, 2, ..., A (tíz), B (tizenegy). (Az utóbbi két jel helyett mást is választhatunk, de ha már választottunk, például a számolás közben nem változtatunk rajta.)

Alakzat: a testeket, felületeket, vonalakat, pontokat nevezhetjük így is.

Alaphalmaz: a vizsgálatban szóba jövő elemek összessége. Például adott alaphalmazban keressük az egyenletek megoldását, azaz adott alaphalmaz elemeiről döntjük el, hogy melyek teszik igazzá az egyenletet (20., 239. oldal).

Állítás: Kijelentés; lehet igaz vagy hamis.

Ár: régebben használt terület-mértékegység, a 10 m oldalú négyzet területe.

Jele: a. $1 \text{ m}^2 \xrightarrow{\cdot 100} 1 \text{ ár} \xrightarrow{\cdot 100} 1 \text{ hektár}$ (92. oldal).

Átlag: Több mennyiség átlagát (számítási közepét) úgy számítjuk ki, hogy a mennyiségek összegét osztjuk a mennyiségek számával (217. oldal).

Átló: a sokszög vagy sokszöglapokkal határolt test két nem szomszédos csúcsát összekötő szakasz (83. oldal). → Sokszög, Test.

Átmérő: a kör két áttelleges pontját összekötő szakasz (154. oldal).

Azonosság: olyan egyenlet, amely az alaphalmaz minden elemére igaz.

Azonos egyenlőtlenség: olyan egyenlőtlenség, amely az alaphalmaz minden elemére igaz.

Bolyai János (1802–1860): Az első világhírű magyar matematikus.

Bővítés: A törtet bővítjük, ha több (kisebb) egyenlő részből állítjuk elő. A törtalakban írt szám értéke nem változik, ha a számlálóját és a nevezőjét ugyanazzal a (nem nulla) számmal szorozzuk; ezt az eljárást nevezzük a tört bővítésének. (127., 190. oldal) → Tört, törtek összeadása, kivonása.

Bürgi (1552–1632): svájci órásmester, csillagász és matematikus (184. oldal).

Celsius-fok (celziuszfok): a hőmérséklet egyik egysége. Jele: °C. (227., 249. oldal)

Centi-: az alapmértékegység századrésze (30., 32., 107–108. oldal).

Csoportosítás: Az összeg (szorzat) értéke nem változik, ha a tagokat (tényezőket) tetszőlegesen csoportosítjuk (42., 206. oldal).

Csúcs: 1. A szög csúcsa (166. oldal).
2. A sokszög oldalai a csúcsokban találkoznak (83. oldal).
3. Az élék a test csúcsaiban kapcsolódnak egymáshoz (96. oldal).

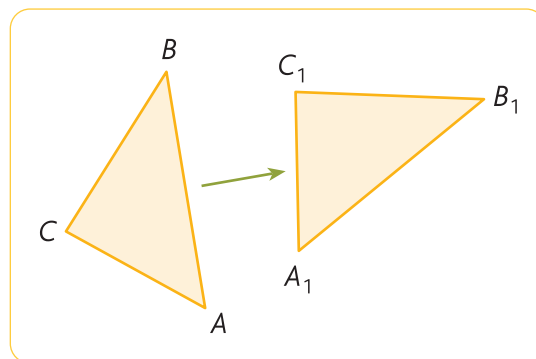
Deci-: az alapmértékegység tizedrésze (30., 32., 107–108. oldal).

Deka-: az alapmértékegység tízszerese (32., 108. oldal).

Descartes (1596–1650): francia filozófus és matematikus (261. oldal).

Egész számok: ... , -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; ... Vagyis a zérus, a pozitív természetes számok és a pozitív természetes számok ellentettjei, a negatív egész számok (252. oldal).

Egybevágó: két alakzat, ha valamilyen mozgatással vagy tükrözéssel egymással kölcsönösen fedésbe hozható (79., 85. oldal). Például a kocka lapjai egybevágók (97. oldal).



Egyenlet: A következő nyitott mondatok állítmánya „egyenlő” (=):

$$2 \cdot x - (x + 5) = 3 \cdot x; \quad x + y = y + x$$

Ezek egyenletek (240. oldal). Az egyenletben egyenlőségjellel kapcsolunk össze két kifejezést. A két kifejezést az egyenlet **bal oldalának**, illetve **jobb oldalának** nevezzük. Ezekben a kifejezésekben betűkkel, keretekkel stb. jelöljük azokat az **ismeretleneket**, amelyek lehetséges értékeit a megoldás során meg kell határoznunk. → *Alaphalmaz; igazsághalmaz.*

Egyenlőtlenség: A következő nyitott mondatok állítmánya „kisebb” (<), „nagyobb” (>), „kisebb vagy egyenlő” ($\leq$), „nagyobb vagy egyenlő” ($\geq$), „nem kisebb” ($\nless$), „nem nagyobb” ($\ngtr$), „nem egyenlő” ($\neq$):

$$\begin{array}{lll} 2x + 5 < 9; & r + 7 \leq r + 15; & |x - 8| - 7 \geq 10; \\ 3 - 7 \cdot x \ngtr 5; & 5 \cdot x \ngtr x + 12; & 2 \cdot x \neq x + 10 \end{array}$$

Ezek egyenlőtlenségek (242. oldal). → *Alaphalmaz; igazsághalmaz.*

Egyszerűsítés: A törtet egyszerűsíthetjük, ha kevesebb (nagyobb) egyenlő részből állítjuk elő. A *törtalakban írt szám* értéke nem változik, ha a *számlálóját* és a *nevezőjét* ugyanazzal a (nem nulla) számmal osztjuk (ha mindkettő osztható az adott számmal); ezt az eljárást nevezzük a tört egyszerűsítésének (127., 190. oldal). → *Törtek.*

Él: Síkfelületek metszésvonalát általában élnek nevezzük. Például a *téglatest lapjai* élekben találkoznak (96. oldal).

Ellentett: Például a $+3$ és a -3 egymásnak ellentettjei (250. oldal).

a $+3$ ellentettje a -3 , $-(+3) = -3$;

a -3 ellentettje a $+3$, $-(-3) = +3$;

a 0 ellentettje a 0 , $-(0) = 0$.

Egy számnak és az ellentettjének az összege 0 , például: $(+3) + (-3) = 0$.

Előjel: A pozitív számokat pluszjel ($+$), a negatív számokat mínuszjel ($-$) jelöli.

Ezeket a szám előjelének nevezzük. A 0 -nak nincs előjele, mert se nem pozitív, se nem negatív szám (252., 256., 260. oldal).

Erdős Pál (1913–1996): 20. századi *Wolf-díjas* magyar matematikus.

Esemény: Egy kísérlet vagy megfigyelés valamilyen meghatározott kimeneteleinek az összessége, amely a kísérlet végrehajtása során vagy bekövetkezik, vagy sem. Például ha két kockával dobunk, akkor ilyen események: Két hatost dobunk. A dobott számok összege páros.

Biztos esemény, amely a kísérlet során minden esetben bekövetkezik.

Például: Két kockával dobva a számok összege kisebb 13-nál.

Lehetetlen esemény, amely a kísérletben sohasem következhet be.

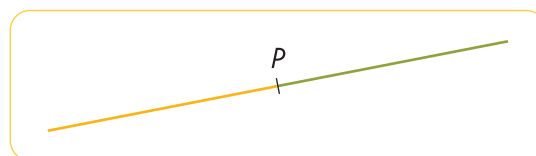
Például: Két kockával dobva a számok összege 1 (142–143. oldal). $\rightarrow$ Valószínűség.

Eukleidész (Ευκλείδης) (Kr. e. 300 körül): ókori görög matematikus (156. oldal).

Euró: Az Európai Unió közös fizetőeszköze (195. oldal).

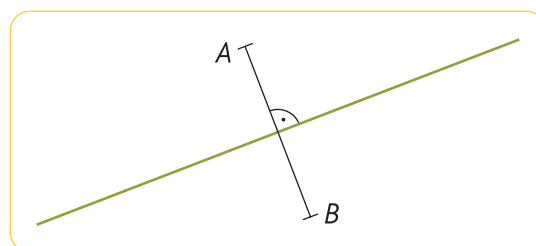
Felcserélhetőség: Az összeg (szorzat) értéke nem változik, ha a tagokat (tényezőket) felcseréljük (41., 205. oldal).

Félegyenes: Egy egyenest egy P pontja két félegyenesre bontja. A P pont mindkét félegyenes kezdőpontja (76. oldal).



Felezőmerőleges: Az AB szakasz felezőmerőlegese azoknak a pontoknak a halmaza a síkban, amelyek egyenlő távolságra vannak az A , illetve a B ponttól (160–161. oldal).

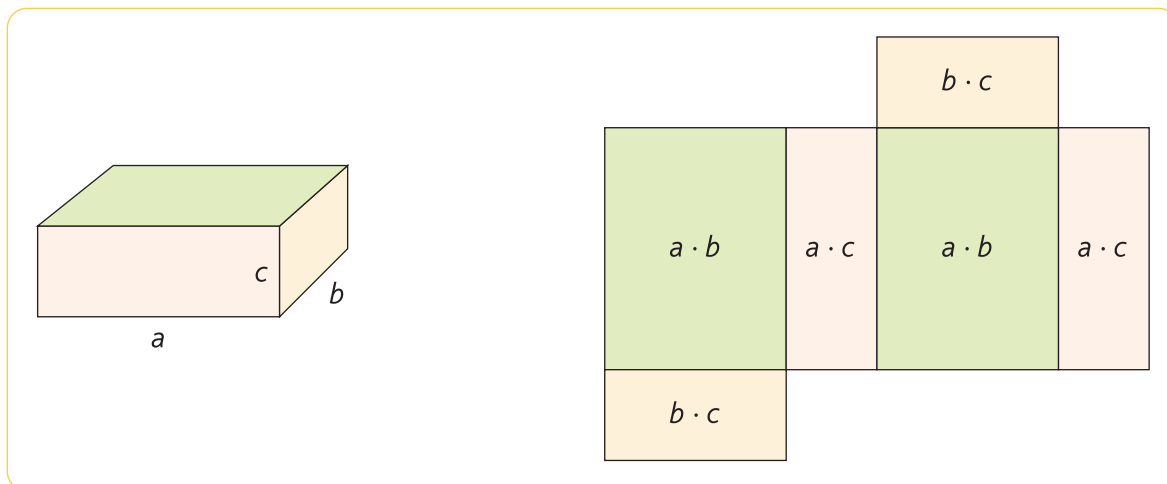
A felezőmerőleges az AB szakasz szimmetriatengelye.



Felezőpont: (160. oldal). $\rightarrow$ Felezőmerőleges.

Felszín: Például a *téglatest* felszínét úgy számítjuk ki, hogy a testet határoló *lapok területét* összegezzük (100. oldal).

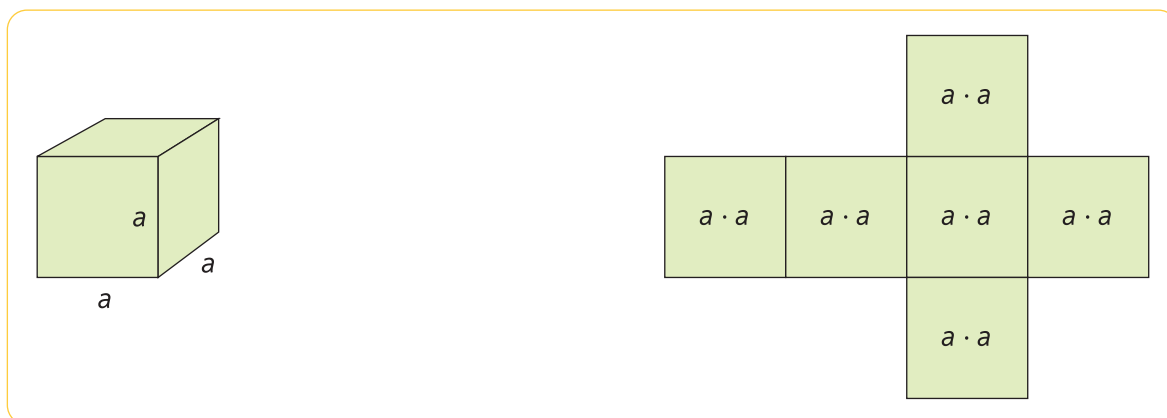
Ha a *téglatest lapjait* kiterítjük a síkban, akkor a téglatest **hálóját** kapjuk. Ezen látható, hogy a téglatest szemközti lapjai *egybevágók*. Ezért ha a téglatest egy *csúcsába* futó *éleinek* a hossza a, b, c , akkor a **téglatest felszíne**:



$$A = a \cdot b \cdot 2 + a \cdot c \cdot 2 + b \cdot c \cdot 2 \quad \text{területegység; más alakban:}$$

$$A = (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) \cdot 2 \quad \text{területegység.}$$

A kockát 6 egybevágó négyzetlap határolja, ezért a kocka felszíne: $A = (a \cdot a) \cdot 6$.



Felület: A testet felület (felületek) határolja (75. oldal). → *Test, felszín*

Gömb; gömbfelület: egy (adott) ponttól, a gömb középpontjától, adott (nem nulla) *távolságra* levő pontok halmaza a térben;

gömbtest: egy (adott) ponttól, a gömb középpontjától, egy adott (nullától különböző) távolságnál nem nagyobb távolságra levő pontok halmaza a térben (156. oldal).

Görög ábécé kisbetűi: α (alfa), β (béta), γ (gamma), δ (delta), ε (epszilon), ζ (zéta), η (éta), θ (théta), ι (iota), κ (kappa), λ (lambda), μ (mü), ν (nü), ξ (kszi), $\omicron$ (omikron), π (pi), ρ (ró), σ (szigma), τ (tau), υ (üpszilon), ϕ (fi), χ (khi), ψ (pszi), ω (ómega).

Grafikon: oszlopdiagram stb. (227–228. oldal).

Háló: (testháló; hálózat) (100. oldal). → *Felszín.*

Hányados: (53. oldal). → *Osztás.*

Háromszög: 3 oldalú sokszög (82. oldal), szerkesztése (156–158. oldal).

Háromszög-egyenlőtlenség: (158. oldal).

Hatvány: Például 3-nak az 5. hatványán olyan öttényező szorzatot értünk, amelynek minden tényezője 3.

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

Megállapodás szerint: $3^1 = 3$

Hektár: A földterület mérésének egyik egysége, a 100 m oldalú négyzet területe.

Jele: ha. 1 ha = 100 a = 10 000 m² (hektár = „hekto ár”) (92. oldal). → *Területmérés*

Hekto-: az alapmértékegység százszorosa (108. oldal).

Helyiérték: Például a tízes számrendszerben az 1234,56 alakban felírható szám esetén lényeges, hogy egy számjegy a tizedesvesszőtől számítva hol helyezkedik el, azaz mi a helyiértéke. A tizedesvesszőtől balra rendre az egyesek, tízesek, százaskok, ezresek stb.; jobbra rendre a tizedek, századok stb. következnek (10., 185. oldal). Nem tízes alapú számrendszerek helyiértékei is az alapszám *hatványai* (66–68. oldal).

Hosszúságmérés: egysége az 1 méter (m). A Párizson átmenő délkör hossza körülbelül 40 000 000 m (29–30. oldal).

Időmérés mértékegységei: (48. oldal).

1 év 365 nap (vagy 366 nap) = 12 hónap;

1 hónap = 28, 29, 30 vagy 31 nap;

óra (= hora; jele: h);

1 nap = 24 h;

perc (= minutum; jele: min);

1 h = 60 min;

másodperc (= secundum; jele: s);

1 min = 60 s.

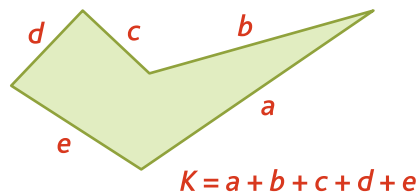
Igazsághalmaz: Megoldjuk az *egyenletet*, *egyenlőtlenséget*, ha megkeressük az adott *alaphalmaznak* azokat az elemeit, amelyeket behelyettesítve az egyenletbe (egyenlőtlenségbe), igaz állításokat kapunk. Ezek az elemek az egyenlet (egyenlőtlenség) megoldásai. A megoldások összessége az egyenlet (egyenlőtlenség) igazsághalmaz (20., 239. oldal).

Jelzőszám: (262. oldal). → *Koordináta-rendszer.*

Kerekítés: A műveletek eredményét a pontos érték helyett kerekített értékekkel számolva becsüljük meg.

Közelítő értékekkel számolunk akkor is, ha mérési eredményekkel dolgozunk. Kerekítéssel is közelítő értéket adunk meg. (Természetes számok kerekítése: 26. oldal; tizedestörtek kerekítése: 192. oldal.)

Kerület: A sokszög oldalainak a hosszát összegezve a sokszög kerületét kapjuk (84. oldal).



Kezdőpont: Origó (262. oldal). → *Koordináta-rendszer.*

Kilo-: (30., 32., 108. oldal) az alapmértékegység ezerszerese.

Kisebbitendő: (36. oldal). → *Kivonás.*

Kitérő egyenesek: (81. oldal) olyan egyenesek a térben, amelyek nem párhuzamosak és nincs közös pontjuk.

Kivonandó → *Kivonás.*

Kivonás: természetes számoké (36. oldal); tizedestörteké (199. oldal); törteké (134., 136. oldal); egész számoké (256. oldal).

Különbség

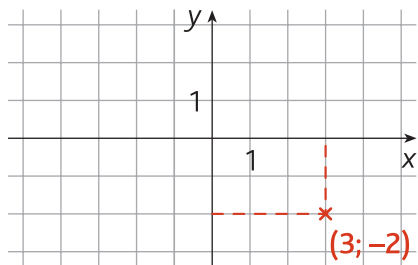
$$20 - 4 = 16$$

Kisebbitendő **Kivonandó**

Kocka: olyan téglatest, amelynek minden lapja négyzet (96. oldal). → *felszíne, térfogata.*

Koordináta-rendszer: olyan rendszer, amelyben számpárokkal (számhármasokkal) meghatározhatjuk egy pont helyét a síkban (térben) (262. oldal).

A sík pontjainak a helyét meghatározhatjuk két, a 0 pontjában egymásra illesztett száme egyenes segítségével. A **ten-gelyek** közös pontja a **kezdőpont** (origó). A számpár első tagja az **első jelzőszám** (abszcissa), a második tagja a **másodík jelzőszám** (ordináta).



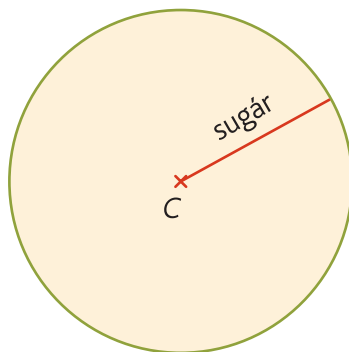
Kör; körvonal: azoknak a síkbeli pontoknak a halmaza, amelyek a sík egy (adott) pontjától, a kör középpontjától adott (nem nulla) **távolságra** vannak;

körlap: azoknak a síkbeli pontoknak a halmaza, amelyek a sík egy (adott) pontjától, a kör középpontjától egy adott (nullától különböző) távolságnál nem nagyobb **távolságra** vannak (154. oldal). → *Átmérő.*

Különbség: (36. oldal). → *Kivonás.*

Lap: 1. A síknak vonalakkal határolt **tartományát** sokszor lapnak nevezzük. → *körlap.*

2. A test lapjai a testet határoló síklapok (96. oldal). → *Felszín.*



Legalább: Például legalább 10 azt jelenti, hogy nem kevesebb 10-nél; 10-zel egyenlő vagy annál nagyobb.

Legfeljebb: Például legfeljebb 10 azt jelenti, hogy nem több 10-nél; 10-zel egyenlő vagy annál kisebb.

Leibniz (1646–1716): német matematikus (67. oldal).

Lovász László (1948–): *Wolf-díjas* magyar matematikus.

Maradék osztás: Például ha azt vizsgáljuk, hogy 240 Ft-ból hány 90 Ft-os csokit tudunk venni, akkor bennfoglalásról, illetve olyan *osztásról* van szó, amikor a hányados *egész szám*, és lehet maradék. Ilyenkor a maradék az osztónál kisebb *nemnegatív szám* (53. oldal).

Megoldáshalmaz: → *Igazsághalmaz*.

Mérés: a mérés összehasonlítás (29. oldal). A mérendő mennyiséget összehasonlítjuk a választott mértékegységgel. Méréssel csak **közelítő értékhez** juthatunk. A mért mennyiséget a **mértékegység** és a **mérőszám** együttesen jellemzi. Például 5 °C.

Szabványos mértékegységek: SI. Általában a szabványos mértékegységeket használjuk. → *Hosszmérés; Időmérés; Űrtartalom mérése; Tömegmérés; Térfogatmérés; Területmérés.*

Régi mértékegységek; hosszúság: például hüvelyk, arasz, rőf, öl, láb, lépés, mérföld;

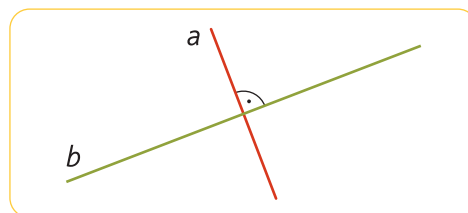
terület: például négyszögöl, magyar hold = 1200 négyszögöl;

űrtartalom: például pint, akó (40 pint), messzely, icce, kupa, köböl, mérő, véka;

súly, tömeg: például lat, font (1 font ≈ 32 lat), mázsa; *darabmérték:* például tucat, pár.

Merőleges: Egy síkban fekvő a és b egyenes akkor merőleges egymásra, ha a síkot négy egybevágó síknegyedre darabolja, vagyis **derékszöget** zár be.

Jelölés: $a \perp b$ (79. oldal). Vizsgálhatjuk két szakasz, szakasz és egyenes, szakasz és sík, egyenes és sík, két sík merőlegességét (99. oldal).



Metsző: 1. egyenesek: egy közös pontjuk van (80. oldal).

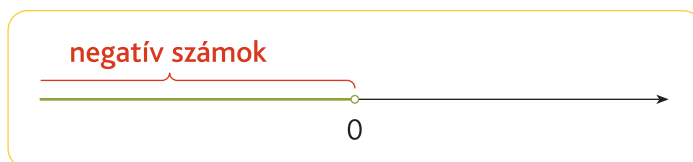
2. síkok: egy közös metszésvonaluk van (98–99. oldal).

Milli-: (30., 32. oldal) az alapmértékegység ezredrésze.

Műveletek sorrendje: Ha a műveletsor vegyesen tartalmazza az alapműveleteket, először a *szorzásokat* és az *osztásokat* végezzük el (ezeket magasabb rendűnek mondjuk), azután az *összeadásokat* és a *kivonásokat* (61. oldal). A zárójel módosíthatja a műveletek elvégzésének a sorrendjét.

Negatív számok: a 0-nál kisebb számok (252. oldal).

Például -5 ; $-2,6$.

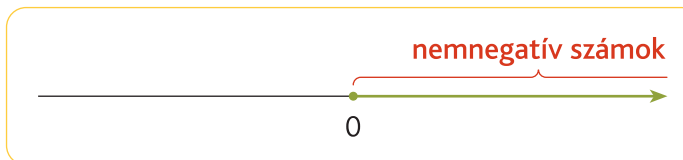


Négyszög: Négy oldalú sokszög. A téglalap és így a négyzet is négyszög (82. oldal).

Négyzet: speciális *téglalap* (87. oldal), illetve speciális *rombusz*. → *Rombusz*.

Olyan *négyszög*, amelynek minden oldala és minden *szöge* egyenlő. *Kerülete* (88. oldal), *területe* (93. oldal).

Nemnegatív számok: a 0 és a pozitív számok.



Neumann János (1903–1957): 20. századi magyar származású matematikus, „aki a matematikát nem öncélú módon, hanem a kor igényeinek megfelelően, szinte mindig a felhasználhatóság óhajával művelte, és közben hallatlanul fontos elméleti eredményeket talált”. A számítástechnika atyjának is nevezik.

Nevező: → *Törték*.

Nyitott mondat: (239. oldal). → *Egyenlet, egyenlőtlenség*.

Nézeti ábrázolás: előlnézet, felülnézet, oldalnézet (164. oldal).

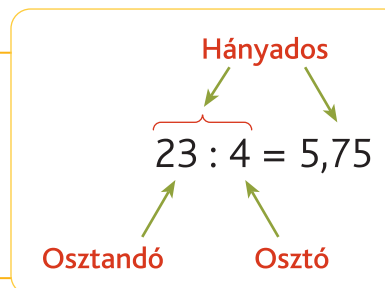
Oldal: A sokszög két szomszédos csúcsát összekötő szakasz (83. oldal).

Osztandó: → *Osztás*.

Osztás: természetes számoké (53–59.); tizedestörtéké (209., 214. oldal); törtéké (140. oldal). A hányados különböző alakjai:

$$23 : 4; \quad 23/4; \quad \frac{23}{4}; \quad 5,75.$$

Az osztó nem lehet 0. → *Maradékos osztás*.



Osztó: 1. → *Osztás*.

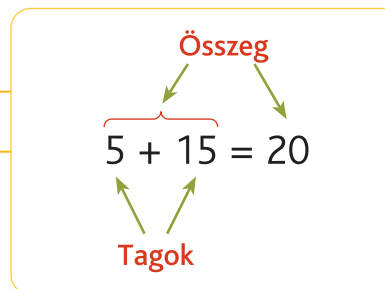
2. Egy szám osztója: Például a 24 felírható szorzatalakban a következőképp:

$24 = 1 \cdot 24$; $24 = 2 \cdot 12$; $24 = 3 \cdot 8$; $24 = 4 \cdot 6$. Ezért az 1, a 2, a 3, a 4, a 6, a 8, a 12 és a 24 számokkal osztható a 24 úgy, hogy a hányados egész szám, és a maradék 0. Ezek a számok a 24 (pozitív) osztói (50. oldal).

Összeadás: természetes számoké (34. oldal); tizedestörtéké (199. oldal); törtéké (134., 136. oldal); egész számoké (256. oldal).

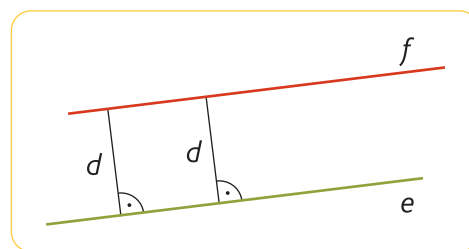
Összeg: → *Összeadás*.

Paralelogramma: (speciális *trapéz*) olyan *négyszög*, amelynek két-két szemközti oldala *párhuzamos*; paralel = párhuzamos. A *négyzet*, a többi *téglalap* és a többi *rombusz* is paralelogramma. → *Trapéz, rombusz*.



Párhuzamos: Például az e és az f egyenes, mert egy síkban vannak, és nem metszik egymást. A g egyenes minden pontja ugyanakkora *távolságra* van az e egyenestől. Nem párhuzamos két egyenes, ha nincs egy síkban (kitérő), vagy egy közös pontjuk van.

Megállapodás szerint minden egyenes párhuzamos saját magával (80. oldal).

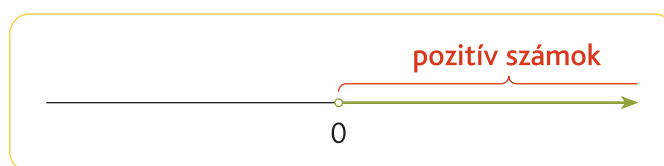


Síkok párhuzamossága, egyenes és sík párhuzamossága: (98. oldal).

Pozitív számok: a 0-nál nagyobb számok.

Például $+5$; $+2,6$ (252. oldal).

(A 0 se nem pozitív, se nem negatív szám.)



Relatív gyakoriság: Egy esemény relatív gyakorisága azt mutatja meg, hogy az összes megfigyelt esetnek mekkora részében következett be az esemény.

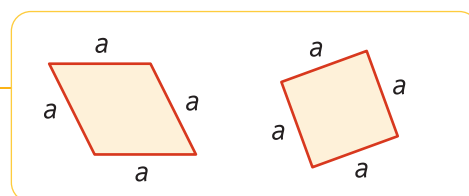
Például ha egy valószínűségi kísérletben 50-szer dobunk egy kockával, és az az esemény, hogy hármast dobunk, 11-szer következik be, akkor ennek az eseménynek a relatív gyakorisága ebben a kísérletben

$$\frac{11}{50} \quad (142. \text{ oldal}).$$

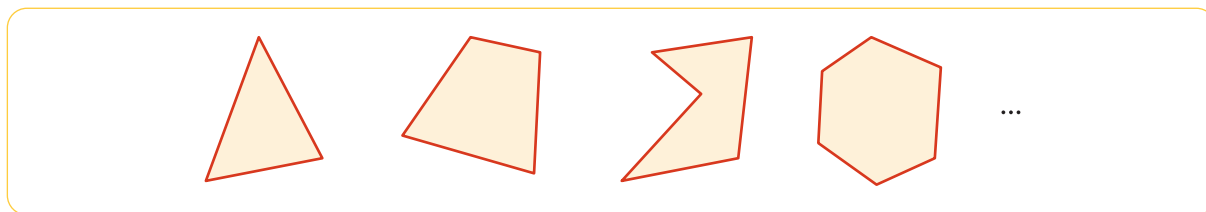
Rendezett számpár: (262. oldal).

Rombusz: (speciális paralelogramma) olyan *négyszög*, amelynek mind a négy oldala egyenlő. A *négyszög* is rombusz.

Síkidom: Ha a síkot (egyenes vagy görbe) *vonalak*kal feldaraboljuk, akkor síkidomokat kapunk. A *sokszög*, a *kör*, a *szögtartomány* is síkidom (82., 154., 166. oldal).



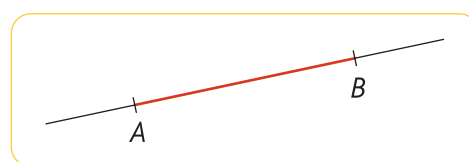
Sokszög: A *háromszöget*, a *négyszöget*, az *ötszöget*, ... sokszögnek nevezzük (82–83. oldal).



Sugár: a kör középpontját a *körvonal* egy pontjával összekötő *szakasz* (hossza) → *Kör* (154. oldal).

Szakasz: Az AB szakasz az egyenesnek az a része, amelyik az A és a B pont közé esik.

Az A és a B pont az AB szakasz végpontjai (76. oldal).



Számláló: → *Törtek*.

Számrendszerek: (9., 66. oldal).

Szerkesztés: párhuzamos egyenesek szerkesztése: (80. oldal), merőleges egyenesek szerkesztése: (79. oldal), téglalap szerkesztése: (162–163. oldal), háromszög szerkesztése (156–158. oldal). → Felezőmerőleges.

Ötödik osztályban a derékszögű vonalzó használatát is szerkesztésnek tekintjük.

Szorzás: természetes számoké (24., 41. oldal); tizedestörteké (208–209., 211. oldal); törteké (138. oldal).

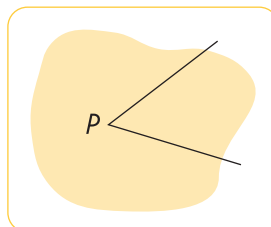
A számítástechnikában a szorzást így jelölik: $7 * 10$.

Szorzat: → Szorzás.

Szögtartomány (szög): Közös P kezdőpontból induló két félegyenes a síkot két szögtartományra bontja (166–167. oldal).

A **szögmérés** egyik egysége az 1° (fok), a teljesszög $\frac{1}{360}$ része (168. oldal).

A **szögek fajtái:** nullszög, hegyesszög, derékszög, tompaszög, homorúszög, teljesszög (170. oldal).



Tag: → Összeadás.

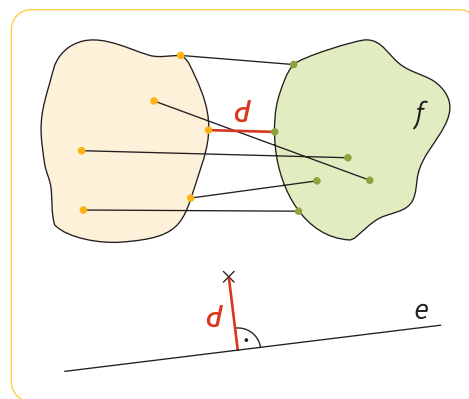
Távolság: Az A és a B pont távolsága a síkban és a térben az AB szakasz hossza.

A távolság mérőszáma mindig nemnegatív szám. Jele: d_{AB} (distancia = távolság) (153. oldal). → Hosszúságmérés.

Ponthalmazok távolsága: két ponthalmaz pontjait egymással összekötő szakaszok közül a legrövidebb szakasz hossza (173. oldal).

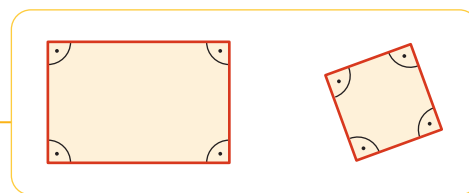
Egyenes és pont távolsága: (79. oldal).

Sík és pont távolsága: (99. oldal).



Téglalap: (speciális trapéz, speciális paralelogramma) olyan négyszög, amelynek minden szöge egyenlő. A négyzet is téglalap (87. oldal). Kerülete (88. oldal), területe (93. oldal).

Téglatest: Olyan test, amelyet hat téglalap határol. A kocka is téglatest (96. oldal).



Tényező: → Szorzás.

Tételek: pont, vonal, egyenes, felület, sík.

Térfogatmérés: Bizonyos testeknek értelmezhetjük a térfogatát, most csak ilyen testekre gondolunk.

A térfogat mérőszáma mindig *nemnegatív szám*.

Egybevágó testek térfogata egyenlő.

Ha egy testet feldarabolunk, akkor a darabok térfogatának az összege megegyezik az eredeti test térfogatával.

Az egységnyi élhosszúságú *kocka* térfogatát szokás térfogategységnek választani.

Például az 1 m élhosszúságú kocka térfogata 1 m^3 (1 köbméter) (103–104. oldal).

A térfogatot V -vel jelöljük (volumen = térfogat, terjedelem).

Téglatest térfogata: $V = a \cdot b \cdot c$, ha egy csúcsában találkozó éleinek hossza a , b és c (105. oldal).

Kocka térfogata: $V = a \cdot a \cdot a$, ha éleinek hosszúsága a (105. oldal).

Természetes számok: a nemnegatív egész számok: 0; 1; 2; 3; ... (9., 252. oldal).

Területmérés: Bizonyos síkidomoknak értelmezhetjük a területét, most csak ilyen síkidomokra gondolunk.

A terület mérőszáma mindig *nemnegatív szám*.

Egybevágó síkidomok területe egyenlő.

Ha egy síkidomot feldarabolunk, akkor a darabok területének az összege megegyezik az eredeti síkidom területével.

Az egységnyi oldalhosszúságú *négyzet* területét szokás területegységnek választani (90–92. oldal).

Például az 1 m oldalhosszúságú négyzet területe 1 m^2 (1 négyzetméter).

A területet általában T -vel jelöljük (territorium = terület).

Téglalap területe: $T = a \cdot b$, ha egy csúcsában találkozó oldalainak a hossza a és b (93. oldal).

Négyzet területe: $T = a \cdot a$, ha egy oldalának hosszúsága a (93. oldal).

Test: Ha a teret felületekkel feldaraboljuk, akkor testeket kapunk. A *kocka*, a *gömb* stb. testek (75. oldal).

Tizedestört alak: Például $15 + \frac{4}{10} + \frac{6}{100}$ a tízes számrendszerben felírható 15,46 alakban (185., 219. oldal). → Helyiérték.

Többszörös: a 3 (nemnegatív) többszörösei: 0; 3; 6; 9; 12; 15; 18; ...

Például van olyan egész szám, amelyikkel a 3-at megszorozva 24-et kapunk ($3 \cdot 8 = 24$), ezért a 24 többszöröse a 3-nak, illetve a 3 osztója a 24-nek (50. oldal). → Osztó 2.

Tömegmérés: alapegysége az 1 gramm (jele: g), SI-ben 1 kilogramm (jele: kg).

1000 g = 1 kg, az 1 l tiszta, 4 °C-os víz tömege (32. oldal).

Törtek: törtalakban írt számok: Például $\frac{3}{4}$. A 3 a **számláló**, a 4 a **nevező** (120., 125. oldal). → Osztás; bővítés, egyszerűsítés.

Törték összeadása, kivonása: (134., 136. oldal).

Törték szorzása, osztása természetes számmal: (138., 140. oldal).

Törtszámok: olyan törtalakban írt számok, amelyek nem egész számok (149. oldal).

Trapéz: olyan négyszög, amelynek van párhuzamos oldalpárja.

A négyzet, a többi téglalap és a többi paralelogramma is trapéz. → Paralelogramma.



Üres halmaz: az a halmaz, amelynek egyetlen eleme sincs. Jele: $\emptyset$.

Űrtartalom mérése: egysége az 1 liter (jele: l).

$1\text{ l} \approx 1\text{ dm}^3$. (Az 1 l és az 1 dm^3 között nagyon kicsi az eltérés.) (107–108. oldal).

Valószínűség: Például végezzük el a következő kísérletet: Egy világoskék színesrudat dobjunk fel sokszor, és figyeljük meg, hogy 1 cm^2 -es vagy 3 cm^2 -es lapjára esik-e. Azt tapasztaljuk, hogy sokkal többször érkezik a 3 cm^2 -es lap valamelyikére. Ezt úgy is mondhatjuk, hogy ennek az eseménynek nagyobb a valószínűsége, mint a másoknak. → Esemény (142. oldal).

Vegyesszám: Például $3 + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$ (121. oldal).

Vonal: térelem; lehet egyenes vagy görbe (75. oldal).

Wolf-díj: Ricardo Wolf és felesége által 1978-ban alapított nemzetközi díj, melyben a tudomány és a művészet területén kimagasló eredményt elérő személyek részesülhetnek.

Zárójel: módosíthatja a műveletvégzés sorrendjét, illetve a tagok előjelét is, ha előtte mínusz (–) előjel van (42–43., 57., 61., 206 oldal).

Ha a művelet sor többfajta zárójelet is tartalmaz, általában a „belső” zárójel felbontásával kezdjük a megoldást (és belülről haladunk kifelé).