

Előszó

Ne vágd el azt, amit kibogozhatsz!

(Joubert, XIX. századi filozófus)

Kedves Gyerekek!

Ez a feladatgyűjtemény az Oktatókutató és Fejlesztő Intézet által a 8. évfolyam számára kiadott matematika-tankönyvhöz készült, de attól függetlenül is jól használható matematikai tudásotok elmélyítésére.

A sok egyszerű, gyakorlást segítő feladat mellett rengeteg gondolkodásra szánt feladatot is találhatok benne érdeklődéseteknek megfelelően.

A feladatgyűjtemény munkáltató jellegű feladatokat is tartalmaz, melyeket az arra kijelölt helyeken (táblázatokban, bűvös négyzetekben stb.) oldhattok meg. Páros vagy csoportmunkában megoldandó feladatokat is találtok a kötetben.

A feladatokat a könnyebb eligazodás érdekében a következő piktogramokkal láttuk el:

 1. Az új ismeretek elsajátítását, megértését igénylő alapeladat, ezt meg kell tudnotok oldani a továbbhaladáshoz.

 2. Az új ismeret alkalmazását, tudásotok rögzítését, elmélyítését segítő feladat.

 3. Többféle ismeret és képesség alkalmazását igénylő feladat.

 4. Fejtörők, versenyfeladatok azoknak, akik további érdekes feladatokat szeretnének megoldani.

Internettel támogatott feladatok

A tankönyvnek megfelelően a feladatgyűjteményben is találhatók **Kiegészítő tananyagokhoz** kapcsolódó feladatsorok. Ezeket a matematikát magasabb óraszámban tanuló csoportoknak írtuk, és ilyen színű piktogramokkal jelöltük: 

Ha szabadidőtökben is szívesen foglalkoztok matematikai feladatokkal, akkor figyelmetekbe ajánljuk az alábbi kiadványokat:

Abacus Matematikai Lapok 10–14 éveseknek (a Bolyai János Matematikai Társulat és a Matematikában Tehetséges Gyermekéért Alapítvány folyóirata)

Nemzetközi Kenguru Matematikaverseny (Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány)

Róka Sándor: *Egypercesek – Feladatok matematikából* (Tóth Könyvkereskedés)

Imreczené–Reiman–Urbán: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (Szalay Könyvkiadó és Kereskedőház Kft.)

Eredményes tanulást kívánunk: *a szerzők és a kiadó*

Algebrai kifejezések

Behelyettesítés, műveletek sorrendje, képletek jelentése

1. Írd le a kifejezéseket úgy, hogy tedd ki pirossal a láthatatlan szorzásjeleket!

- a) $z(3x + 4y)$ b) $2x^2 + 5y^2 + 10xy$ c) $(5a - 2b)(5a + 2b)$
 d) $efg^2 - 2g$ e) $(8a^2b^2 - 10a)(a - b)$ f) $(a + b)(2a - 1)$

2. Mennyi a kifejezés értéke, ha $x = 5$, és mennyi, ha $x = -5$?

- a) $4x - 20$ b) $x - x^2 - 20$ c) $\frac{x - x^2}{20}$ d) $(x - x^2) \cdot 0,05$
 e) $x - (2x - 5)$ f) $x(2x - 5)$ g) $2x^2 - 5x$ h) $\frac{5(5x + 5)}{x}$

3. Mennyi a kifejezés értéke, ha $a = 3$, és mennyi, ha $a = -3$?

- a) $2a + a^2$ b) $a^3 \cdot a^2 \cdot a^7$ c) $10a^3 - a^2$
 d) $\frac{2a^4}{4a^2}$ e) $(3a^2)^3$ f) $\frac{4a^3 \cdot a^5}{a^2 - a}$

4. Melyik összeg, melyik szorzat?

- a) $7xy - 8xz$ b) $5a^2b + 2$ c) $(2x - 3)(5x + 4)$
 d) $5^6 \cdot l^2$ e) $(a + b)^3$ f) $5x(2xy - 1) + 6$
 g) $5x + 3(4xy + 6)$ h) $fg(f + g)$ i) $3pr + 7pr$

Összefüggések megfogalmazása az algebra nyelvén

5. Egy új lakóparkban a lakások ára négyzetméterenként x forint volt.

- a) Mennyibe került a Tóth család 68 m^2 -es lakása?
 b) Mennyibe került Szabóék $y \text{ m}^2$ területű lakása?
 c) Kovácsék lakása 10 m^2 -rel nagyobb, mint Szabóéké. Mennyibe került Kovácsék lakása?
 d) Nagyék lakása z millió forinttal drágább volt, mint Szabóéké. Mennyibe került Nagyék lakása?

6. Legyen a és b két tetszőleges szám. Írj képletet, amely megadja

- a) a két szám szorzatát,
 b) a két szám összegének a hatszorosát,
 c) a számok hatszorosának az összegét,
 d) a számok különbségének az ötödét,
 e) a számok összegének és különbségének a szorzatát,
 f) a számok összegénél c számmal nagyobb számot!

7. A feladat kérdéseire egy-egy képlettel válaszolj! A 8. a osztályba p gyerek jár. A tanulók $\frac{2}{3}$ része lány. A 8. b osztály létszáma q . A b osztályba c -vel több fiú jár, mint az a osztályba.

	Fiúk	Lányok
8. a		
8. b		

Hány fiú és hány lány jár ezekbe az osztályokba?

8. Az x és az y tetszőleges racionális számok. Írd fel

- a) négyzetük összegét, b) összegük négyzetét, c) az x négyzetének a reciprokát, d) hányadosuk négyzetét, e) négyzetük hányadosát!

9. Az a és a b tetszőleges racionális számok. Írd fel

- a) négyzetük különbségének a harmadrészét, b) reciprok értékük négyzetének az összegét, c) az összegük reciprok értékének a négyzetét, d) négyzetük ellentettjének az összegét, e) az a négyzete reciprokának és a b ellentettje négyzetének összegét!

10. Károly fizetése f forint. Péter, Károly öccse, ennek 80%-át keresi. Írj képletet, ami megadja azt, hogy

- a) mennyi Péter fizetése, b) mennyivel több Károly fizetése, mint Péteré, c) hányszorosa Károly fizetése Péterének, d) mennyi az együttes fizetésük, e) hány százaléka Károly fizetése Péterének!

11. Minden kérdésre egy képlettel válaszolj!

- a) Múlt héten Éva x kg-ot fogyott. Ezen a héten 10 dkg-mal többet. Mennyit fogyott két hét alatt összesen?
b) Éva a fogyókúra kezdetekor e kilogramm volt. A zöldségkúra végére 12%-kal könnyebb lett. Mennyit mutat a mérleg a kúra végén?
c) Andinak híznia kellett. Minden héten a dkg-ot sikerült felszednie. Hány hét alatt hízott 8 kg-ot?

12. Ha egy háromjegyű szám számjegyei a , b és c , akkor a szám értékét így írhatjuk fel: $\overline{abc} = 100a + 10b + c$. Fordítsd le az algebra nyelvére a következő szöveget, vagyis írd fel képlettel a szövegekben szereplő háromjegyű számok értékét!

- a) A háromjegyű számban az egyesek és a százask helyén álló számjegyek összege éppen a tízesek számát adja.
b) Ebben a háromjegyű számban a tízesek száma kétszerese a százask számának, és 7-tel több az egyesek számánál.
c) Egy háromjegyű szám középső jegye 5, és az első jegye éppen annyival több a középsőnél, mint amennyivel az utolsó jegye kevesebb a középsőnél.
d) A háromjegyű szám első jegye a , a második jegye 8, a jegyeinek összege pedig összesen $2a$.



13. A rendszer egyensúlyban van. A csigákra felfüggesztett testek tömegét jelölik a betűk.

a) Eláruljuk, hogy $d = 5$ kg. Hány kilogramm a többi test?

b) Írd a tömegeket növekedő sorba!

c) Igazak-e az alábbi állítások?

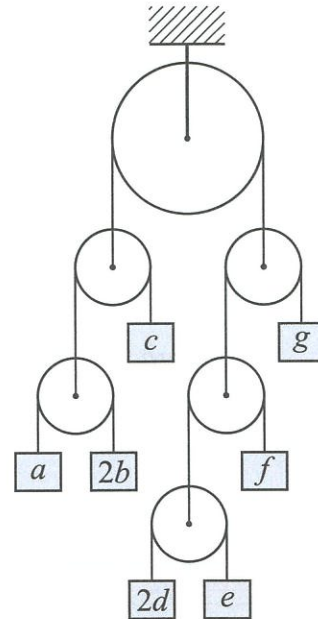
$$c = 4b \quad \frac{e}{2} = d \quad f = 4d \quad a = 4d \quad 2b = 2d + e \quad 2d = b$$

d) Gyűjts igaz egyenlőségeket!

e) Határozd meg egy-egy tömegről, mi a kapcsolata a többivel! Például: $a = 2b$, $b = \frac{a}{2}$, $c = g$, $c = 4b$.

Pótold a keretektől hiányzó számokat, és írd magad is újabb egyenlőségeket!

$$b = \square \cdot f, \quad b = \square \cdot g, \quad b = \square \cdot e$$



Egytagú és többtagú algebrai kifejezések

14. Írd le az alábbi kifejezések mindegyikének az együtthatóját! Válaszd ki az egynemű kifejezéseket!

$$\frac{ab}{5}$$

$$-a^2b$$

$$\frac{a \cdot 108}{0,1}$$

$$5a \cdot 2b \cdot a$$

$$\frac{7ab}{2}$$

$$0,6a \frac{b}{3}$$

$$-\frac{a^2}{3}$$

$$\frac{(-a)(-2b)}{2}$$

$$5a \cdot \frac{b}{7}$$

$$\frac{b}{2} \cdot \frac{a}{3} \cdot 6a$$

$$\left(\frac{3a}{2}\right)^2$$

15. Vond össze az egynemű tagokat!

a) $2x + 3y^2 - 5x - 1$

b) $5xy + 5x^2 - 3xy + 4x + 7y^2$

c) $3x^2 + 3x + 3 + 5x - x^2 - 2x^2$

d) $2y + 7y^2 + 5y - 4y^2 - 3y^2 - 3$

16. Határozd meg a és b összegét és különbségét!

$$a = 5x^2 - 2x - 1 \quad \text{és} \quad b = 3x^2 - 7x + 5$$

17. Írd fel $-2a^2 + ab - 2,5$ és $-4a^2 - 5b + 7$ összegét és különbségét!

18. Az azonosság mindkét oldalán egy vagy több tagot elrejtettünk. Pótold a hiányzó tagokat! Többféle megoldás is lehetséges.

a) $3a + 2ab + \square = 5a + 2ab - \square$

b) $3x^2 + xy - \square = x^2 + xy - \square$

c) $6y^2 + 5y + \square = 3y^2 + y + \square + 4y + 5$

19. Az azonosság mindkét oldalán egy vagy több tagot elrejtettünk. Pótold a hiányzó tagokat! Többféle megoldás is lehetséges.

a) $2bc + \square + 3b^2c^2 - 7bc = 5b^2c^2 - \square$

b) $2x^2 + 2y + 7x^2 + \square = \square + 2y + 5$

c) $2a - 3b + 5a^2 + \square = 2a^2 + 6b + 1 - \square$

d) $3a^2 + 3b + 2a + \square = 4a^2 + b + 2a + \square$

e) $12ab - \square + 2a^2 = 6ab + a^2 + \square$

20. Színezd egyformán az azonos kifejezéseket!

O $6 - \frac{3}{2} \cdot (-2a)$	Á $(-3) \cdot (-2 - a)$	E $3a - 6$	B $9a - 6(a + 1)$	J $-2a + 2b$
É $2(a - b)$	T $3(b - a) - (b - a)$	L $-3 \cdot (2 - a)$	T $-(2a - 8 + 2a) - (a + 2) + 8a$	
Ö $2(b - a)$	B $4a - (a + 6)$	N $3a + 6$	N $2a - 2b$	T $a + b - (3a - b)$
Ő $7a + 2 - (4a + 8)$	A $3(a + 2)$	B $7a - 2b - (4a - b - 6) + b$		
E $-2b + 2a - 4(a - b)$	M $8b - (3b + a) \cdot 2$	C $10a - (-6 + 7a)$	S $3 \cdot (2a + 2) - 3a$	

Plusz egy vice



Kinyílik a szülőszoba ajtaja és a nővér odaszól egy izgatottan várakozó férfinak.
– Megszületett a fia! Három és fél kiló.
Erre egy szintén ott ülő férfi idegesen felugrik.

– !

A vice poénját kitalálhatod, ha az azonos kifejezéseket egyformán színezed, majd az egyforma színű betűkből értelmes szavakat készítesz.

21. Végezd el a lehetséges összevonásokat!

a) $ab + 3 + a^2b - ab - 8$

c) $6(x + 3) - 8(x + 3) - 3(x + 3)$

e) $xy + x + y + \frac{xy}{5} - 4x - \frac{y}{3}$

g) $2 - \frac{b}{2} + \frac{b^2}{2} + 2 + \frac{b}{4} - \frac{3b^2}{2} + \frac{3}{4}b$

i) $-3k \cdot l^3 + 6l \cdot 2k \cdot 2l^2 - 3k \cdot l^2 + 2k \cdot 5l^2$

k) $e^4 - 2e^3 + e^2 - 3e^4 - 10e^2 + 2e^3$

b) $xy^2 - y^2 + 5y^2x + 2y^2 + 2xyx$

d) $\frac{x^2}{2} - \frac{x^2}{3} + x^2 - \frac{5x^2}{6}$

f) $5abc + 4ab + 2ac - 7abc - ac - 5db$

h) $a^2 - b^2 + \frac{a^2}{4} - \frac{a}{2a} + \frac{3b^2}{2} + \frac{5a}{2}$

j) $-6m^3 + 4n^2 + \frac{nm}{5} - n \cdot 4n + 12m^2 \cdot \frac{m}{2}$

l) $-\frac{1}{2}cd + \frac{1}{2}cdc + c^2d + 0,5cd$

22. Indulj ki az $\frac{a}{b}$ számból! Színezd egyformán azokat a művelet sorokat, amelyek ugyanarra az eredményre vezetnek!

$\frac{a}{b} \cdot \frac{2}{3}$	$\frac{a : 2}{b : 2}$	$\frac{a \cdot 3}{b \cdot 2}$	$\frac{a : 3}{b : 2}$	$\frac{a : 3}{2 : b}$	$\frac{a}{b} : \frac{2}{3}$	$\frac{a \cdot 2}{b \cdot 3}$
$\frac{a}{b} \cdot 3 : 2$	$\frac{a \cdot 3}{b \cdot 2}$	$\frac{a \cdot b}{6}$	$\frac{a : 3}{b : 2}$	$\frac{a}{b} \cdot 2 : 3$	$\frac{a}{2} \cdot \frac{3}{b}$	$\frac{a}{2} : \frac{3}{b}$

23. Kösd össze a bekeretezett kifejezéssel azokat, amelyek egyenlők vele!

$15 \cdot \frac{a}{b}$ -nek a 25%-a

$\frac{a}{4} : \frac{b}{15}$

$\frac{a}{b}$ -nek a $\frac{15}{4}$ része

$\frac{a}{15} \cdot \frac{4}{b}$

$\frac{a}{b} \cdot \frac{15}{4}$

$\frac{a}{b}$ -nek a 375%-a

$a : b : 4 \cdot 15$

$\frac{1}{\frac{b}{a} \cdot \frac{4}{15}}$

24. Hozd egyszerűbb alakra!

a) $x^2 + (2 - 3x - 5x^2) - (x^2 - 7)$

c) $-(8 + 7x) - (-3 + 5x)$

b) $a - b - (a - b) - (2a - b)$

d) $5(x - 3) - (5x - 15)$

25. Hozd egyszerűbb alakra!

a) $3 - (x - 1) + (-4 + 3 - 2x)$

c) $\left(-\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4}x$

b) $(2x + 3) \cdot x - 2x^2$

d) $-0,5x - \left(x - \frac{5}{2} + \frac{3}{4} + 1,5x - x\right)$

26. A matematikadolgozatban a törtek egyszerűsítésekor a gyerekek sokszor hibáztak. Keresd meg a hibákat a dolgozatrészletekben, és javítsd is ki azokat!

$$\frac{2a \cdot 4b}{4} = 2a \cdot b$$

$$\frac{x+2y}{2} = x+y$$

$$\frac{15+7}{3} = 5+7$$

$$\frac{a+b}{a} = 1+b$$

$$\frac{6 \cdot 8a}{2} = 3 \cdot 4a$$

$$\frac{a^2 \cdot a \cdot 5}{a \cdot b} = \frac{a \cdot 5}{b}$$

$$\frac{(48+24) \cdot a}{4} = (12+6) \cdot a$$

$$\frac{16 \cdot 8 \cdot 12}{4} = 4 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\frac{20+6}{2} = 10+3$$

$$\frac{a^2+ab}{a} = a+b$$

$$\frac{6 \cdot 4 \cdot 12}{3} = 2 \cdot 4 \cdot 4$$

$$\frac{3a \cdot 6b \cdot 9c}{3} = a \cdot 2b \cdot 3c$$

$$\frac{2a \cdot 4b}{4} = \frac{a \cdot 4b}{2}$$

$$\frac{x + \frac{2xy}{x}}{x} = 1 + 2y$$

$$\frac{24 \cdot 16 \cdot 8}{2} = 12 \cdot 16 \cdot 8$$

27. A hagyományos dominóhoz hasonlóan készíts láncot! Azokat illesztheted össze, amelyek biztosan egyenlő értékűek, bármilyen számot írunk a , illetve b változók helyébe.

$a^2 + 1$	$(a - b) \cdot 3$
-----------	-------------------

$\frac{2a - 8}{2}$	$3 - a$
--------------------	---------

$\frac{2a + 3}{2}$	$a^2 - a \cdot a$
--------------------	-------------------

$5ab$	$a(a - 2)$
-------	------------

$2a - (a + a)$	$a - 4$
----------------	---------

$2a - 1$	$a - (2a - 3)$
----------	----------------

$4 - (3 - a^2)$	$a + 1,5$
-----------------	-----------

$a^2 - 2a$	$\frac{6a - 3}{3}$
------------	--------------------

$3a - 3b$	$\frac{10ab}{2}$
-----------	------------------

28. Színezd azonos színűre az egyenlőket!

$\frac{15+a}{3}$	$(15+a) : \frac{1}{3}$	$(15+a) \cdot \frac{1}{3}$
$15 \cdot 3 + a \cdot 3$	$3 : \frac{1}{5} + a : \frac{1}{3}$	$\frac{15}{3} + \frac{a}{3}$
$(15+a) : 3$	$15 + a \cdot 3$	$3 : \frac{1}{5} + 3 : a$
$15 : 3 + a : 3$	$5 + \frac{a}{3}$	$15 + a : 3$
$45 + \frac{a}{3}$	$5 + a : 3$	$15 \cdot \frac{1}{3} + a \cdot \frac{1}{3}$
		$15 : \frac{1}{3} + a \cdot 3$

29. Oldd meg az egyenleteket!

a) $-(6x + 22 - 8x) = -90$

b) $(8 - 3x) - (3x + 20) = 12$

c) $(8 + 7x) - (3 + 5x) = -15$

d) $-(-66 + 4x) - (-88 - 2x) = -46$

30. Az alábbiak közül melyek azok a kifejezések, amelyeknél

a) pozitív,

b) negatív,

c) nulla is lehet a helyettesítési érték?

A) $a^2 + b^2$

B) $a^2 - b^2$

C) $-a^2 b^2$

D) $a^2 + 1$

E) $a^3 + 1$

F) $-a^2 - 1$

G) $a^2 + b^2 + c^2$

H) $a^2 - a^4$

I) $2a^2 - 3a^2$

31. Oldd meg az egyenleteket!

a) $\frac{x}{2} + 25 = 3x - 12,5$

b) $\frac{2x}{3} - 12 \cdot \frac{x}{4} - \frac{4x}{12} = 3 - 2x$

c) $\frac{2x}{3} - \frac{x}{6} = \frac{x}{4} + 1$

d) $\frac{2x}{3} - \frac{x}{6} = \frac{x}{2} + 1$

e) $5 \cdot \frac{x}{3} - 12 \cdot \frac{x}{4} - \frac{4x}{12} = 3 - 2x$

f) $\frac{4x}{3} - \frac{1}{15} \cdot 3x + \frac{7x}{20} = x + 2$

g) $3x - \left(\frac{1}{2}x - 5\right) = 5 - \left(\frac{1}{2}x - 5\right)$

h) $\frac{3}{4}x + \frac{1}{8}x + \frac{1}{2}x = x - 2$

i) $2x + 2 - \left(3 + \frac{x}{3}\right) = x + 1 + \left(3 - \frac{x}{3}\right)$

j) $\frac{x}{2} - \left(1 - \frac{x}{2}\right) = 2x + 3$

32. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 7$

b) $\frac{x}{5} + \frac{3x}{7} - \frac{x}{35} = 21$

c) $\frac{3x}{2} + \frac{x}{6} - \frac{2x}{9} = 13$

d) $x + \frac{2x}{3} - \frac{3x}{4} = 11$

33. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $\frac{x-2}{6} = 8$

b) $\frac{2x+5}{3} = 7$

c) $\frac{3x+5}{7} = 5$

d) $\frac{4x-3}{5} = 13$

34. Oldd meg az egyenleteket!

a) $\frac{x-2}{3} = x+1$

b) $\frac{x}{2} = 5x-3$

c) $\frac{2x+1}{2} = 2x-6$

d) $\frac{3x-7}{5} = x-3$

e) $5 + \frac{2x+1}{3} = 2x$

f) $-6 + \frac{3-x}{5} = 2x-3$

g) $-x + \frac{x-3}{4} = 2$

h) $3 + \frac{5-x}{6} = x+1$

35. Oldd meg az egyenleteket!

a) $\frac{x-2}{3} = x+1$

b) $3 + \frac{x+1}{5} = \frac{2x}{5} + 2$

c) $\frac{2x+2}{3} - 5 = 3x$

d) $2 - \frac{x-1}{2} = x$

e) $3 - \frac{x+2}{2} = 5-x$

f) $\frac{2x+1}{5} - (x+3) = 2$

36. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $\frac{x-2}{3} + \frac{5+4x}{5} = 6$

b) $\frac{5x+3}{2} - 4 = \frac{8-3x}{4}$

c) $y+1 = \frac{5-y}{2}$

d) $2 - \frac{1-3y}{4} = y$

37. Oldd meg az egyenleteket!

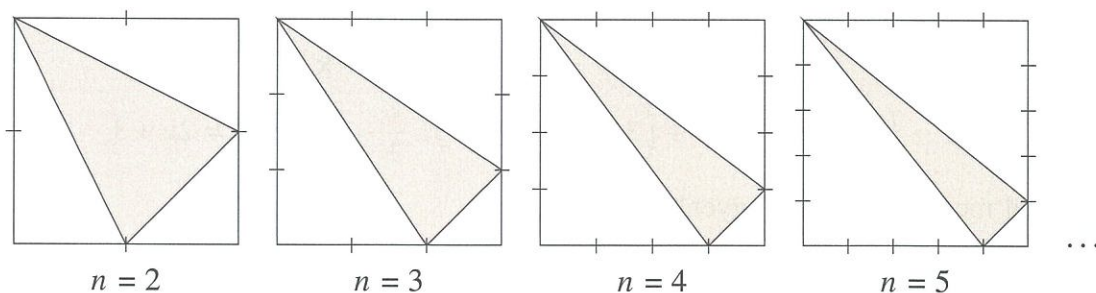
a) $12 - \frac{2x-1}{5} = x+1$

b) $2x - \frac{1+2x}{2} = 6x - \frac{5}{2}$

c) $\frac{5x-4}{3} + \frac{9-2x}{3} - \frac{x-7}{3} = 8$

d) $\frac{11x}{2} - \frac{x-1}{3} - \frac{x+2}{6} = 5$

38. A négyzet oldalait n egyenlő részre osztottuk. A négyzet területének mekkora része a színes háromszög területe? Folytasd! Keress szabályt!



39. Egy szám 12-vel nagyobb a másikonál. Ha a kisebbiket elosztjuk 3-mal, a nagyobbikat pedig 6-tal, akkor az első hányados a másodikonál 2-vel nagyobb lesz. Melyek ezek a számok?

40. Két szám összege 112. Ha a kisebbiket elosztjuk 4-gyel, a nagyobbikat pedig 12-vel, a hányadosok összege 16 lesz. Melyik ez a két szám?

Számoljunk hatványokkal!

41. Írd fel hatvány alakban!

a) $b^2 \cdot b^3$ $2^8 \cdot 2^5$ $a^4 \cdot a^7$ $x \cdot x^2 \cdot x^3$ $8 \cdot 2^5$ $27 \cdot 3^4$ $x^{10} \cdot x^{90}$

b) $\frac{b^5}{b^2}$ $c^8 : c^2$ $4^{20} : 4$ $\frac{2^{10}}{4}$ $x^2 \cdot x^5 : x^6$ $\frac{a^{71}}{a^{70}}$

c) $a^4 \cdot b^4$ $2^5 \cdot p^5$ $64 \cdot x^3$ $81k^4$ $81 \cdot 25 \cdot x^2$ $125 \cdot 64 \cdot 27$

d) $\frac{10^3}{5^3}$ $\frac{a^8}{b^8}$ $\frac{16}{c^4 \cdot d^4}$ $\frac{(100a)^3}{10^3 \cdot a^3}$ $\frac{100\,000}{2^5}$ $\frac{1\,000\,000 \cdot a^6}{(2 \cdot a)^6}$

42. Írd fel minél többféleképpen hatványok szorzataként vagy hányadosaként az adott kifejezést!

Például: $a^9 = a^3 \cdot a \cdot a^5 = a \cdot a^8 = \frac{a^{18}}{a^9} = a^{10} : a = \dots$

a^5 a^3b^4 a^{10} x^2 $(x-5)^2$ $4x^2$ $(4x)^2$

43. Írj a kifejezéssel azonosat úgy, hogy ne használj zárójeleket!

$(3a)^3$ $\left(\frac{b^2}{2}\right)^2$ $(c^3)^2$ $(2d)^3$ $(2x^2)^3$

44. Mely szám négyzete?

a) $4a^2$ b) $9a^4b^2$ c) $81a^2b^2$
 d) $\frac{4}{9}x^4y^2$ e) $36x^6y^4$ f) $100x^8y^2$

45. Írd fel hatvány alakban!

a) $9 \cdot 3^5$ $8 \cdot 16^2 \cdot 2^7$ $25 \cdot 125$ $a^4 \cdot 16 \cdot 81$ $a^4 \cdot b^4 \cdot 10\,000$

b) $10 \cdot 2^3 \cdot 5^3$ $4 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 7$ $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ $a \cdot 3 \cdot a^2 \cdot 9$

c) $\frac{10^{10}}{5^9 \cdot 2^9}$ $\frac{3 \cdot 15 \cdot 5}{a \cdot (3 \cdot 5)}$ $\frac{(7x)^2}{49}$ $\frac{16a \cdot a^3}{(2a)^2}$ $\frac{125x^3}{5x}$

46. Egészítsd ki a szorzótáblákat!

 a)

.	5^3	2^2	3^2
2^3			
$5^2 \cdot 3$			

 b)

.	a^2	ab	b^3
a^3			
b			

c)

.	$5a$	3^2	$3ab$
$2b^2$			
$5b$			

d)

.	$\frac{3}{2}x^2$	$30y$	$-6xy$
$\frac{1}{15}$			
$\frac{xy}{6}$			

47. Építs egynemű kifejezéseket!

Minden feladatban egynemű kifejezéseket gyűjtöttünk össze, különféle alakokban. A kifejezések egy-egy részét letakartuk. Mi állhat a foltok alatt?

- a) $2p^{\square}q^{\square}$ $3pq \cdot \square$ $2 \cdot p^3 \cdot q^4$ $0,5 \cdot p^3q \cdot \square$
- b) $\frac{1}{2}bc^2$ $bc \cdot \frac{\square}{2}$ $\square \cdot c^{\square}$ $\frac{bc^2}{\square}$
- c) $3x^2y$ $2x^{\square}y$ $\square \cdot xy$
- d) $\square \cdot k^5l^5$ $-12 \cdot k^{\square} \cdot l^7 \cdot k$ $3,1 \cdot k^3 \cdot l^{\square} \cdot k^2$ $\square \cdot kl$

48. Készíts szorzáscsaládokat! Három vagy több szám szorzáscsaládot alkot, ha közülük valamelyik a többinek a szorzata.

- a) Ezekből az azonos alapú hatványokból válogass: $a, a^5, a^6, a^{20}, a^9, a^7, a^{21}, a^{40}, a^{22}, a^{83}$
- b) Ezekből az azonos kitevőjű hatványokból válogass: $2^x, 7^x, 35^x, 14^x, 5^x, \left(\frac{1}{5}\right)^x, 1^x, 70^x, 10^x$
- c) Ezekből a hatványokból válogass: $2^5, 10^{12}, 2^3, 5^5, 2^4, 5^2, 10^5, 20^5, 100^5, 10^7$

49. Fűzd láncba az egyenlőket! Mindegyik láncból megadtunk egy láncszemet. A többi a felsorolt számokból válaszd ki! Folytasd!

1000, $2^4 \cdot 5^7 : 5^3$, 1 000 000, $2^3 \cdot 5^3$, $\frac{1^3}{2^3}$, 64, $\left(\frac{1}{2}\right)^3$, $2^2 \cdot 5^3 \cdot 2$,

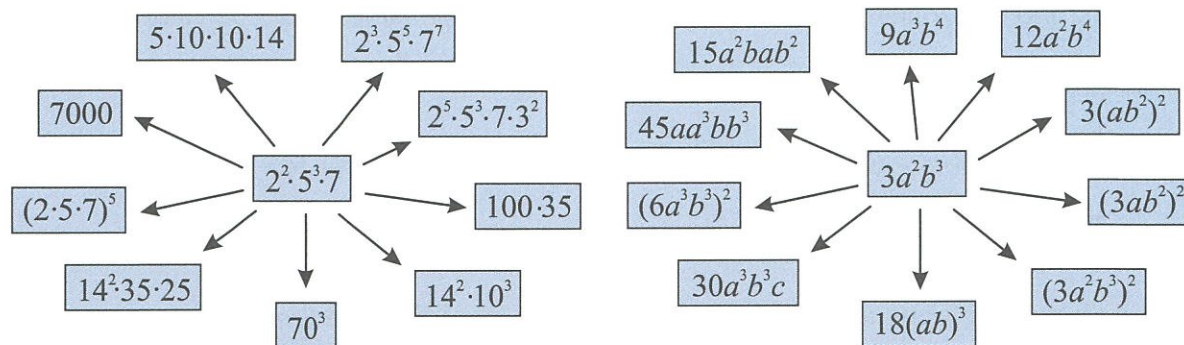
10 000, $2^5 \cdot 2$, $\frac{1}{2^2 \cdot 2}$, $\frac{1}{32}$, 2^7 , $(10^3)^2$, $\frac{2^8}{2}$, $(2 \cdot 5)^6$, $\frac{10^4}{10^6}$,

$\left(\frac{1}{2}\right)^5$, $2 \cdot 2^4$, $2^5 \cdot 4$, $\frac{2^2}{2^7}$, $\frac{1}{100}$, $(0,1)^2$

10^3 ... $\frac{1}{8}$... 10^6 ... 2^6 ...

$\frac{1}{2^5}$... 128 ... 10^4 ... $\frac{1}{10^2}$...

50. A nyíl a többszörösre mutat. Írd a nyíl mellé, hogy hányszorosa a nyíl végén álló kifejezés a középsőnek!



51. Add meg a hiányzó kifejezést úgy, hogy $A = B \cdot C$ igaz legyen!

B	y		pq	$0,1x^3$	$2xy$		$\frac{7}{3}m^5n$	$0,1aa^3$
C		$2,3k^3$	q^2r			$\frac{5a^3b^2}{3}$	$\frac{3n^4}{7}$	$100a^5b$
A	$5xy^2$	$23k^5$		$10x^3y^4$	$3x^2y$	$10a^3b^4$		

52. Írd fel a felsorolt számok közös osztóit!

- a) $2^2 \cdot 3^2$ és $2 \cdot 3$,
 b) $3 \cdot 5^2$ és $2 \cdot 3 \cdot 5$,
 c) $2 \cdot 3^2 \cdot 5$ és $2^2 \cdot 3^2$,
 d) $2 \cdot 5^2 \cdot 11$ és $3 \cdot 5 \cdot 7$,
 e) $7^2 \cdot 11 \cdot 13$ és $3^2 \cdot 5 \cdot 7$,
 f) $2^2 \cdot 7^3 \cdot 13$ és $3^3 \cdot 5^2 \cdot 11$.

53. Ha lehet, egyszerűsítsd, majd számítsd ki!

- a) $\frac{2^2 - (3^3 + 5)}{2 \cdot 3}$ b) $\frac{48^4}{24^4}$ c) $\frac{2^4 + 5^3}{(2 \cdot 5)^2}$

54. Egyszerűsíts, majd végezd el a műveleteket!

- a) $\frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3}{3 \cdot 5^2}$ b) $\frac{3^3}{3 \cdot 5^2}$ c) $\frac{36^3}{48^3}$

55. Válaszd ki az azonosságokat!

- $2a - 6 = 2(a - 3)$ $5x + x^2 = x(5 + 1)$ $4a + 12b = 4 \cdot (a + 3b)$
 $x + 3x - 5x^2 = x(1 + 3 - 5x)$ $2x^2 - 1 = x(2x - x)$ $5x - (2x - 1) = 3x + 1$
 $5x + x^2 = x(5 + x)$ $a(2a + 1) = 2a^2 + a$ $a^2 + 2a + a = a(a + 2 + a)$

Beszorzás, kiemelés

56. Válaszd ki az azonosságokat! (Az alaphalmazba minden ismert szám beletartozik.)

a) $(a + 3) \cdot 2 + 1 = 2a + 7$

b) $\frac{10a + 7}{2} = 5a + 7$

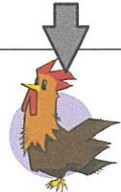
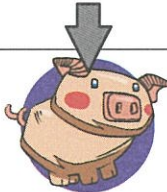
c) $\frac{8x - 6}{2} = 4 \cdot x - 3$

d) $(a + 2a) \cdot a = 3a^2$

e) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \frac{5x}{6}$

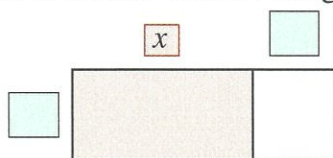
f) $a - (5 - a) = -5$

57. Kinek mi a kedvenc állata? Megtudod, ha a fiúk nevéből kiindulva mindig az ott álló kifejezéssel azonos mezőre lépsz. a és b egyike sem nulla. Jelöld a helyes útvonalat!

TOMI $4a^3b^2$		PALI $4a^2b^3$		MIKLÓS $2a^2b^2$
		$a(2ab)^2$	$\frac{(2ab)^2}{2}$	$\frac{16(ab)^3}{4a}$
	$\frac{12(ab)^3}{3b}$	$\frac{2(ab)^3}{ab}$	$(a^2b + 3a^2b)b^2$	
	$(ab^2 + 3ab^2)a^2$	$(ab + ab)^2 \cdot 0,5$		$(3ab + ab)ab^2$
$(a^2b + ba^2)b$	$\frac{2a^4b^4}{(ab)^2}$	$(3ab + ab)a^2b$	$\frac{a^2bab^2}{b} \cdot 4$	$(2ab)^2b$
				

58. Mindegyik kifejezés a felette lévő téglalap területét adja meg. A téglalap oldalairól azonban részben vagy teljesen lemaradtak a megfelelő betűk, illetve számok.

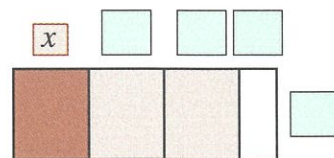
Pótold azokat! Írd az összegeket szorzat alakba!



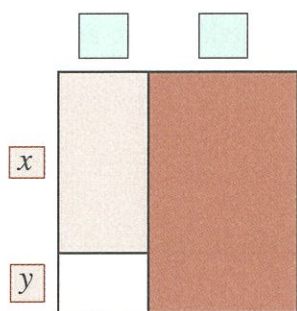
$xy + 8y$



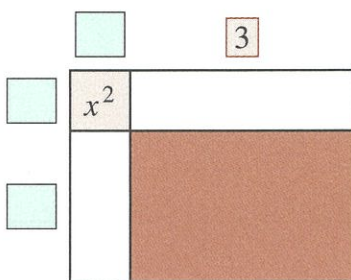
$5x + 3x + 2x$



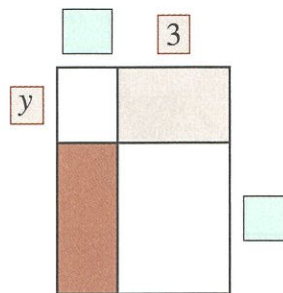
$3xy + 5y$



$$x \cdot 3 + y \cdot 3 + (x + y) \cdot 5$$

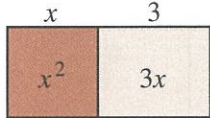


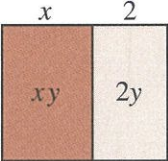
$$x^2 + 5x + 6$$



$$xy + 3y + 4x + 12$$

59. Mindegyik kifejezés egy téglalap területét adja meg. Készíts mindegyik kifejezéshez a példához hasonló módon téglalapot, és annak segítségével az összeget írd fel szorzat alakban, a szorzatot pedig összeg alakban!

Például: $T = x(x + 3) \rightarrow$  $T = x^2 + 3x$

vagy $T = xy + 2y \rightarrow$  $T = y(x + 2)$

a) $T = (3a + b) \cdot 2c$

b) $T = 3xy + 6x$

c) $T = 4x^2 + 2x$

d) $T = 5x(2y + 1)$

e) $T = 15k^2 + 3k$

f) $T = 5pq + 2p^2 + 3p$

g) $T = 25xy + 5x + 15xz$

h) $T = 7pq + 2p^2 + 3p$

60. Írd fel szorzat alakban!

a) $2a + 2b$

b) $5x - 5y$

c) $xy + x$

d) $7x + 14y$

e) $8a - 16b$

f) $15x^2 - 5x$

61. Írd fel az összegeket szorzat alakban!

a) $2a + a^2$

b) $33b^2 + 22ab$

c) $4a + 12ab$

d) $xy - y^2$

e) $xy + y$

f) $15x + 6xy + 12x^2y^2$

g) $-a + 8ab$

h) $-18l - l$

i) $3x^2 - \frac{x}{2}$

62. Írd fel szorzat alakban!

a) $ab - ac$

b) $a^5 - a^4$

c) $5ab - 10ac$

d) $3xya - 3xyb$

e) $7x^2 + 3x^3$

f) $5ab - 10a^2b^2$

63. Egyszerűsítsd a kifejezéseket!

a) $\frac{a^2 + ab}{a}$

b) $\frac{2x + 4}{6y}$

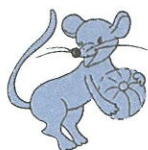
c) $\frac{x + 3xy}{5(1 + 3y)}$

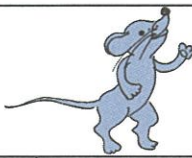
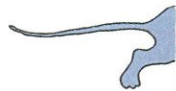
d) $\frac{6b - 15}{3}$

e) $\frac{9a + 6 + 12b}{3ab}$

f) $\frac{5x + 10xy}{2x^2}$

- 64.** A szomszédos mezők közül arra gurítsd a labdát, amelyikben megtalálod az adott egyenlet gyökét!



INDULÁS	1	$\frac{x}{5} = 1$	6	$\frac{-3}{x} = 1$	0	$\frac{1}{x-1} = \frac{1}{4}$	5	$\frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-1}$	
	-1	$\frac{1}{2} = x - 1$	3	$\frac{3}{x} = \frac{-1}{2}$	-3	$\frac{6}{x} - 1 = \frac{4}{x} - \frac{1}{2}$	-2	$\frac{x+4}{x-4} = 1$	
4	-6	$\frac{1}{x-1} = \frac{1}{4}$	$\frac{2}{x-1} + 3 = 5$		1	$\frac{3x}{3-x} = 3$	4	$\frac{x-1}{x} = 2$	
2	7	$\frac{1}{x-1} = \frac{1}{x+1}$	$\frac{7}{x+2} = 2$	$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{x-3} = 2$	-1	$\frac{2}{x} + \frac{3}{x} + \frac{4}{x} = 18$	0	$\frac{1}{x} + \frac{3}{x} = \frac{1}{x}$
	$1\frac{1}{2}$	$\frac{x+1}{x} = 2$	-2	$\frac{x}{x-2} = 1$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{x+1} = 1$	9	$\frac{x}{x-2} = 0$	
$\frac{2}{3}$	-1	$\frac{1}{x} + 2 = 4$	$\frac{2}{x-2} = 1$	1	$\frac{1}{x} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$	-6	$\frac{2}{x} - 2 = 0$		
nincsen gyöke		$\frac{x}{x-2} = 0$	6	$\frac{1}{x+1} + 2 = 0$	$\frac{-2}{3}$	$\frac{1}{x} + \frac{1}{x} = 1$	5	$\frac{2}{x} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2x}$	
0	4	$\frac{x-1}{x+3} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} = \frac{x-2}{x(x-1)}$	$-1\frac{1}{2}$	$\frac{x+1}{2x} = 1$	-2	$\frac{2}{x} = 3$	10	$\frac{6}{x-2} = 2$
3	8	$\frac{2}{x-1} - 3 = -1$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x}$	1	$\frac{3-x}{x} = 2$		7	$\frac{1}{2x-1} - 2 = 0$	
2	-6	$\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x} = \frac{1}{x}$	1	$\frac{9-x}{x-7} = 1$	-1	$\frac{5}{x} - 1 = \frac{1}{x}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{x} = 9$	
GÓL									

Szöveges feladatok

65. Egy hegedű tokkal együtt 60 000 Ft. Mennyi ebből a hegedű ára, ha a hegedű 48 000 Ft-tal drágább, mint a tokja?

66. Egy istállóban annyi ló van, hogy a fele 5-tel több, mint a negyedrésze. Hány ló van az istállóban?

67. Nagyanyó vendégségbe várta unokáit. Sütött nekik süteményt. Megszámlálta, és ezt gondolta: ha mindegyik unokámnak öt süteményt adnék, akkor hárommal kevesebb volna, ha azonban csak négyet adok, akkor három darab megmarad. Hány unokája volt, és hány süteményt sütött nagyanyó?

Segítséget adunk az egyenlet felállításához. Kövesd a lépéseket!

Nagyanyónak ennyi unokája van: x

A sütik darabszámát kétféleképpen is felírhatjuk:

5-ösével kiosztva:

4-esével kiosztva:

68. A ballagó nyolcadikosoktól a hetedikesek virággal búcsúztak. A nagy csokor margarétát először hatosával akarták szétszítani, de akkor egy valakinek 4-gyel kevesebb szál virág jutott volna. Ezért ötösével kötötték csokorba a virágokat, és így 14 szál megmaradt. Ebből az osztályfőnöknek kötöttek egy szép csokrot. Hány nyolcadikos ballagott, és hány szál margaréta volt?

69. Ildi egy számot maradékosan osztott először 7-tel, majd 9-cel. Az első esetben 4-et, másodszor 8-at kapott maradékul. A két hányados különbsége 8 volt. Melyik számot osztotta el Ildi kétszer?

70. A Zrínyi Ilona Matematika Versenyre az ötödikesek háromszor annyian jelentkeztek, mint a nyolcadikosok.

A hatodik és a hetedik osztályból összesen annyian indultak, mint az ötödikesek.

A felső tagozatból így összesen 80-nál több, de 90-nél kevesebb tanuló jelentkezett. Hány nyolcadikos indult a Zrínyi versenyen?

8. osztályosok: x

Segítség:

5. osztályosok:

6. és 7. osztályosok:

Összesen:

71. Egy osztályban kétszer annyi lány van, mint fiú. Ha a lányok számából is, meg a fiúk számából is elveszünk ötöt, akkor háromszor annyi lány lesz, mint fiú. Hány lány, és hány fiú jár az osztályba?

72. Két ládában krumpli van. A másodikban 65 kg-mal több, mint az elsőben. Miután a második ládából átraktunk valamennyit az elsőbe, már csak 25 kg-mal több krumpli volt a másodikban. Mennyi krumplit raktunk át?

Jelöljük így a ládák tartalmát: Első láda: L Második láda: $L + 65$

x kg-ot átraktunk a másik ládába. Ekkor ennyi lett az első ládában:

Ennyi lett a második ládában:

Írj egyenletet!

- 73.** A könyvvállványon 65-tel több könyv volt, mint a szekrényben. Hány könyvet kell áttennünk az állványról a szekrénybe, ha azt akarjuk, hogy a szekrényben 15-tel több könyv legyen, mint az állványon?

Segíthet, ha az adatokat táblázatba gyűjtjük. Így indulhatunk:

	Könyvek áttétele előtt	x darab könyv áttétele után
Állványon	k	$k - x$
Szekrényben		

- 74.** Három ládában összesen 205 kilogramm cukor volt. Ha az első ládából áttesznek a második ládába 20 kilogrammot, a harmadikba pedig 15 kilogrammot, akkor mindhárom ládában ugyanannyi cukor lesz. Mennyi cukor volt eredetileg egy-egy ládában?

- 75.** Egy turistaház két emeletén összesen 160 kirándulót helyeztek el. Amikor az első emeletről fölment a másodikra 36 ember, akkor a második emeleten háromszor annyian lettek, mint az elsőn. Hány kiránduló volt eredetileg egy-egy emeleten?

- 76.** Gábor és Jutka a tanév folyamán összesen 12 000 Ft-ot gyűjtött. Miután Gábor kapott még 3400 Ft-ot, és Jutka elköltött 2500 Ft-ot, akkor Gábornak kétszer annyi pénze lett, mint Jutkának. Mennyi pénzt gyűjtött Gábor, mennyit Jutka?

- 77.** Két pénztárgépben összesen 366 160 Ft van.

Amikor az első gépből áttettek a másikba 6150 Ft-ot, akkor az elsőben még mindig 3840 Ft-tal több maradt, mint a másodikban.

- 78.** Katinak 1900 Ft-ja van, Évának 300 Ft-ja. Édesanyjuk ugyanannyi pénzt adott mindkettőnek, így Katinak háromszor annyi pénze lett, mint Évának. Hány forintot kaptak édesanyjuktól a gyerekek?

- 79.** Egy kisebb és egy nagyobb vagon együttes teherbíró képessége 21 tonna. A 16 kisebb és 22 nagyobb vagonból álló szerelvény együttes teherbíró képessége 408 tonna.

Hány tonna áru fér a kisebb, és mennyi a nagyobb vagonba?

Segítség: 16 kisebb + 16 nagyobb együtt hány tonna? Honnan a többlet?

- 80.** Egy párnahuzathoz és egy dunyhahuzathoz összesen 7 méter vászonra van szükség. 48 méter vászonból 6 párna- és 7 dunyhahuzatot varrtak. Mennyi vásznat használtak fel egy párnahuzathoz?

Segítség: $p + d = 7$ m
 $6p + 6d = ?$
 $6p + 7d = 48$ m
 $d = ?$



81. Két kosár körte ugyanolyan tömegű, mint három kosár alma. Hat kosár körte 27 kg. Mennyi a tömege egy kosár almának?

Segítség: Képzeld el, és folytasd a rajzot!



82. 15 zsák dió és 25 zsák cukor együttesen 812,5 kg. Egy zsák dió tömege feleannyi, mint egy zsák cukoré. Melyik hány kilogramm?

83. Egy ketrecben nyulak és fácánok vannak. Hány nyúl és hány fácán van a ketrecben, ha az állatoknak összesen

a) 53 fejük és 168 lábuk van, b) 31 fejük és 124 lábuk van, c) 12 fejük és 158 lábuk van?

84. Egy játékszár polcán játékaúók és motorkerékpárok vannak. A játékoknak összesen 69 kormányuk és 186 kerekük van. Hány kisautó és hány motorkerékpár van a polcokon?

85. András, Béla, Csaba és Dénes leültek kártyázni. Négy játszmát játszottak, minden játszma végén a vesztes megduplázza a többiek pénzét.

Az első játszmában András, a másodikban Béla, a harmadikban Csaba, a negyedikben Dénes vesztett. A végén mindannyian egyformán 240 forinttal a zsebükben álltak fel az asztaltól. Kinek mennyi pénze volt a játék kezdetekor?

86. Egy kétjegyű számban a jegyek összege 9. Ha a számjegyeket felcseréljük, az eredetinél 9-cel nagyobb számot kapunk.

Mi az eredeti szám? **Segítség:**

	Első jegy	Második jegy	Értéke
Az eredeti szám	x	$9 - x$	$10x + (9 - x)$
Új szám			

Az új szám 9-cel nagyobb, mint az eredeti szám:

87. Egy kétjegyű szám jegyeinek aránya 3 : 4. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti $\frac{3}{2}$ -szeresénél 8-cal kisebb lesz. Melyik ez a szám?

88. Mónika felírt egy kétjegyű számot, majd a számjegyeket felcserélte, így egy 45-tel kisebb számot kapott, amelyben a számjegyek összege 9 volt. Melyik számot írta fel először Mónika?

Segítség: A számjegyek összege 9, ez a cserével nem változik. Folytasd a táblázat kitöltését! Keress összefüggést!

	Tízesek	Egyesek	A szám értéke
Csere előtt	$9 - a$	a	$10(9 - a) + a$
Csere után	a		

- 89.** Egy kétjegyű szám jegyeinek összege 7. Ha a számjegyeket fölcseréljük, 27-tel nagyobb számot kapunk. Melyik az eredeti kétjegyű szám?
- 90.** Egy kétjegyű szám egyik jegye 5-tel nagyobb a másikonál. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti háromszorosánál 9-cel kisebb lesz. Melyik ez a szám?
- 91.** Egy kétjegyű szám egyik jegye 5-tel nagyobb a másikonál. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredetinek $\frac{8}{3}$ -szorosa lesz. Melyik ez a szám?
- 92.** Két szám összege 53,515. Ha a nagyobbik számban a tizedesvesszőt egy hellyel balra visszük, a kisebbik számot kapjuk. Melyik ez a két szám?
- Segítség:** Ha a tizedesvesszőt egy hellyel balra visszük, akkor a számot 10-zel osztottuk.
- 93.** Két szám különbsége 3,87. Ha a kisebbik számban a tizedesvesszőt egy hellyel jobbra visszük, a nagyobbik számot kapjuk. Melyik ez a két szám?
- 94.** Egy háromjegyű szám jegyeinek az összege 21, a tízesek helyén álló számjegy a másik két számjegy számtani közepe. Ha a két szélső jegyet fölcseréljük, 198-cal nagyobb számot kapunk. Melyik volt az eredeti háromjegyű szám?
- 95.** – Hány éves vagy, Péter? – kérdezte Luca.
Péter így válaszolt:

- A te éveid száma most $\frac{2}{5}$ -e az én éveim számának. 4 évvel ezelőtt viszont a te éveid száma $\frac{1}{3}$ -a volt az én mostani koromnak.

Hány éves Luca és mennyi Péter?

Segítség: Segíthet az egyenlet felállításában, ha kitöltöd a táblázatot:

	Luca	Péter
Most		x
4 évvel ezelőtt		

- 96.** – Hány éves a fiad? – kérdezte egy ember a barátját. Az meg így válaszolt:
– Ha a fiam korához hozzáadod az évei számát és még a felét, akkor 10-et kapsz.
Hány éves a fiú?

- 97.** Péter 12 éves, édesanyja háromszor annyi. Hány év múlva lesz Péter feleannyi idős, mint édesanyja?

Segítség: Segít, ha táblázatba gyűjtjük az adatokat, majd a szöveg alapján felírjuk az egyenletet:

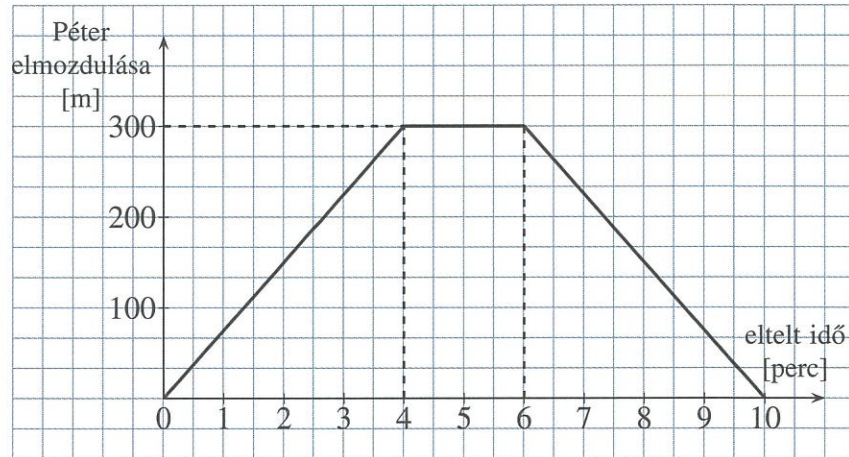
	Péter	Édesanyja
Most	12	
x év múlva		

- 98.** Három fiútestvér közül a középső két évvel idősebb a legfiatalabbnál, a legidősebb fiú életkora pedig néggyel kevesebb, mint a másik kettő életkorának az összege.
Hány évesek külön-külön, ha hármójuk életkora együtt 96 év?

Mozgásos feladatok

99. Péter a közeli boltba ment vásárolni. Mozgását az alábbi grafikon szemlélteti. Mit lehet leolvasni a grafikonról?

- Milyen távol van a bolt Péterék lakásától?
- Hány perc alatt ért el Péter a boltba?
- Hány percig volt a boltban?
- Mennyi idő alatt járta meg az egész utat?
- Átlagosan hány métert tett meg percenként?



100. Déli 12 órakor A városból a tőle 300 km távolságra levő B városba indul egy autós, ahol őt délután 5 órakor várják. Két órán keresztül $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel haladt, amikor motorhiba miatt egy órát állnia kellett. Milyen sebességgel kell haladnia, hogy a megadott időre B városba érjen?

101. Imre reggel 8 órakor kerékpáron elindult a szomszédos faluba, és $16 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ átlagsebességgel haladt. Fél órával később motorkerékpárral utánament Béla, aki $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ átlagsebességgel követte Imrét. Mikor érte utol Imrét a motoros? Ekkor hány kilométerre voltak a falujuktól?

Segítség: Imre és Béla azonos utat tettek meg. Az $s = v \cdot t$ képlettel számolunk.

Gyűjtjük táblázatba az adatokat, majd a szöveg alapján írjuk fel az egyenletet:

	Idő (h)	Sebesség $\left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$	Út (km)
Imre	t	16	$s =$
Béla	$t - 0,5$	40	$s =$

102. Két szomszédos falu közti utat Gábor gyalog 1,2 óra alatt, Dénes kerékpárral 24 perc alatt tette meg. Dénes $8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -val nagyobb átlagsebességgel haladt, mint Gábor. Milyen messze van egymástól a két falu?

Segítség: Segít, ha táblázatba gyűjtjük az adatokat, majd a szöveg alapján felírjuk az egyenletet:

Gábor sebessége + $8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ = Dénes sebessége.

	Idő (h)	Sebesség $\left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$	Út (km)
Gábor	1,2	$\frac{s}{1,2}$	s
Dénes			s

- 103.** Két falu, A és B , 20 kilométernyire van egymástól. Péter az A faluból indul a B felé, Pál a B faluból indul az A felé.
Mindketten óránként 4 kilométert tesznek meg. Hány órával induljon később Pál, mint Péter, ha az A falutól 8 km-re akarnak találkozni?
- 104.** Egy kör alakú pálya 156 méter hosszú. Péter 6,5 métert tesz meg másodpercenként, Pál pedig 5,5 métert, és a pálya azonos pontjáról egyszerre indulnak el ellenkező irányban. Hány másodperc múlva találkoznak?
- 105.** Péter 8 órakor indult útnak gyalog, Pál 10 órakor indult utána kerékpáron. Pál 11 órakor érte utol Pétert. Milyen sebességgel ment Péter, és milyen sebességgel ment Pál, ha Pál sebessége $8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -val volt több Péterénél?
- 106.** Egy utazó útjából hátra van még 252 km. Eddigi tapasztalatai alapján naponta legalább 12 km-t, legfeljebb 18 km-t tesz meg. Hány napot tervezzen ennek alapján a hátralevő 252 km megtételéhez?

Munkavégzéssel kapcsolatos feladatok

- 107.** A gazdaság kertjét 2 motoros szivattyúval öntözik. Ha csak a nagyobb szivattyú működik, 4 óra alatt lesznek készen, ha csak a kisebbik, 9 óra alatt. Mennyi idő alatt lennének készen, ha mind a két szivattyút használnák?

Segítség:

1 óra alatt a nagyobbik szivattyú a munka részét végzi el.

1 óra alatt a kisebbik szivattyú a munka részét végzi el.

Ha mindkét szivattyú dolgozik, x óra alatt lesz kész a munka, ezalatt a nagyobb $\frac{x}{4}$ részt, a kisebb pedig $\frac{x}{9}$ részt végez.

x idő alatt a teljes munka elkészül.

- 108.** János a kertet 8 óra alatt ássa fel. Béla gyorsabban dolgozik, ő 6 óra alatt végez ugyanezzel a munkával. Idén tavasszal együtt láttak munkához. Hány óra alatt végeztek vele?

- 109.** Egy munkát az első brigád 12 nap alatt, a második brigád 15 nap alatt végezne el.
A két brigád együtt fogott hozzá ehhez a munkához, de néhány nap múlva az első brigád más munkát kapott, így a munka hátralevő részét a második brigád 6 nap alatt fejezte be. Hány napig tartott az egész munka elvégzése?

- 110.** A fürdőmedencébe három csapon át tudunk vizet tölteni. Az első csap egyedül 10 óra alatt tölti meg a medencét. A második csap egyedül 6, a harmadik pedig 5 óra alatt tölti meg.

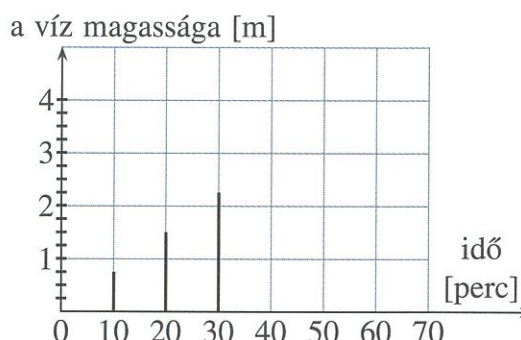
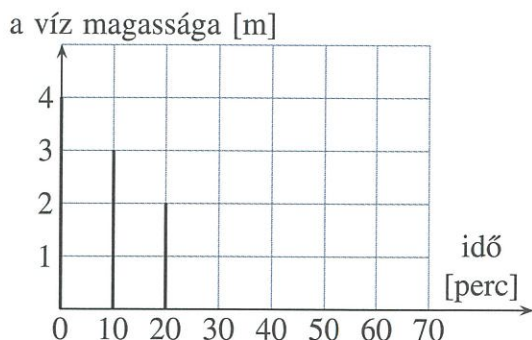
Mennyi idő alatt telik meg a medence, ha

a) mindhárom csapból együtt töltjük,

b) kezdetben mindhárom csap nyitva van, de 1 óra múlva az első elzárjuk?

- 111.** Egy medencében cserélik a vizet. Az egyik oldalon mérőbeosztás van. 10 percenként nézzük meg a víz szintjét! Miután a víz kifolyik, tiszta vizet engednek a medencébe. Ekkor is 10 percenként nézzük meg a víz állását! A víz szintje mindkét esetben egyenletesen változik.

Fejezd be a rajzot!



Mennyi idő alatt lett üres a medence?

Mennyi idő alatt telt meg a medence?

Állapítsd meg a rajz alapján, hogy leeresztéskor vagy feltöltéskor változik-e gyorsabban a vízszint!

- 112.** Edisonnak – a szénszálas izzó feltalálójának – jó érzéke volt a szellemes megoldásokhoz. Nagyszámú vendégserege egyszer szóvá tette, hogy túl nehéz a ház előtti kertajtót kinyitni.

Egyik barátja így szólt:

- Egy ilyen technikai zseni, mint te, igazán megcsinálhatná a kertajtót, hogy rendesen működjön.

Edison mosolyogva válaszolt:

- Elhihetitek, hogy a kapumat értelmesen terveztem meg. Rákötöttem a ciszternára, és mindenki, aki hozzám jön, egy ajtónyitással 20 l vizet pumpál a víztárolómba.

Amikor Edison 20 literes edényről 25 literes edényre tért át, 12 látogatóval kevesebb kellett a ciszterna megtöltéséhez. Hány liter víz fért a ciszternába?

Százalékszámítással kapcsolatos feladatok

- 113.** A matematikaverseny járási fordulóján kiesett a tanulók 95%-a. A döntőbe a megyei fordulóban részt vevők 2%-a jutott be. A döntőn 23 tanuló volt jelen. Hányan indultak a járási és a megyei fordulón?

- 114.** Egy könyv ára kötve 2400 Ft. A kötés ára a kötetlen könyvek árának 20%-a. Mennyibe kerül a kötetlen könyv?

- 115.** Egy város lakóinak száma az év végén 78 000. A szaporulat az év folyamán 4% volt. Hány lakosa volt a városnak az év elején?

- 116.** Két szám összege 2490. Az egyik szám 13%-a egyenlő a másik szám 17%-ával. Melyik ez a két szám?

- 117.** Két szám különbsége 420. Az egyik szám 3%-a egyenlő a másik szám 8%-ával. Melyik ez a két szám?
- 118.** Egy kaszásokból álló brigád az első napon lekaszálta egy rét felét és még két hektárt, a második napon a megmaradt terület 25%-át és a még hátralevő 6 hektárt. Mekkora volt a rét területe?
- 119.** Egy város lakóinak száma 1950-től a következő népszámlálásig – 1960-ig – 8%-kal növekedett, és a következő 10 év elteltével 10%-kal növekedett a város lakóinak száma az előző népszámláláskor tapasztalt létszámhoz képest. 1970-ben a város lakóinak a száma 52 272 volt. Mennyi volt a város lakóinak száma 1950-ben?
- 120.** Két fiú sakkot szeretne venni. Az egyiknek hiányzik a pénzéből a sakk árának 10%-a, a másiknak az ár $\frac{1}{6}$ része. Megveszik a sakkot közösen, kiderül, hogy a pénzük 4400 Ft-tal volt több, mint a sakk ára. Mennyibe kerül a sakk?
- 121.** Két kannában összesen 16 liter benzin volt. Mindegyikből kivettek egy litert, és így az első kannában maradt benzin 25%-a a második kannában maradt benzin $\frac{1}{3}$ részével lett egyenlő. Hány liter benzin volt eredetileg az egyes kannákban?

Négyzetgyök, Pitagorasz-tétel

122. Sorold fel az összes háromjegyű négyzetszámot!

123. Egészítsd ki a mondatokat úgy, hogy a kapott állítások igazak legyenek!

- Ha egy természetes szám utolsó jegye 2, akkor a szám négyzete végződik.
- Ha egy természetes szám 4-re vagy 6-ra végződik, akkor a szám négyzetének utolsó számjegye
- Ha egy természetes szám négyzetének utolsó jegye 9, akkor a szám végződik.
- Van olyan négyzetszám, amely pontosan nullára végződik.
- Nincs olyan négyzetszám, amelynek az utolsó jegye

124. a) Az alábbi természetes számok első jegyei közül néhányat letakartunk. Melyik biztosan nem négyzetszám?

- A) 6 B) 7 C) 48 D) 25
E) 700 F) 250 G) 000 000

b) Szorzat alakban adtuk meg természetes számokat. Melyik nem négyzetszám? Válaszodat indokold!

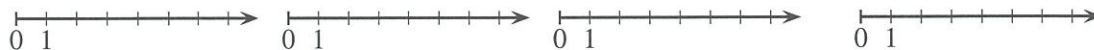
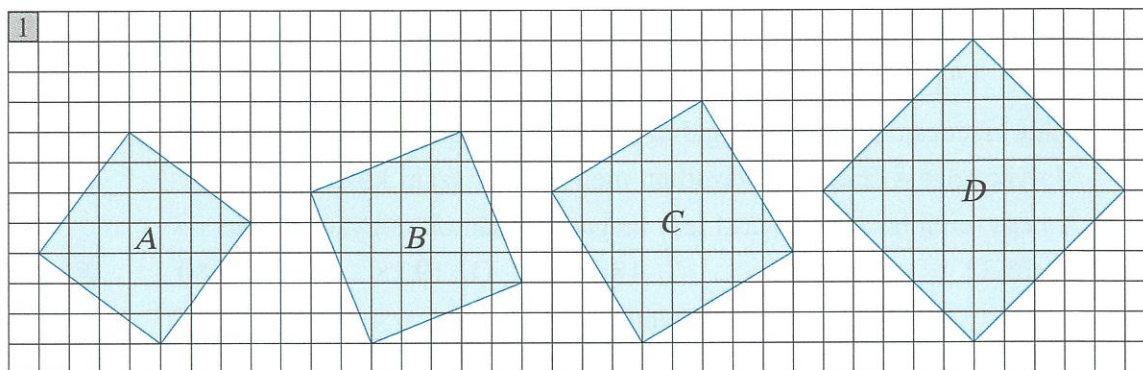
- A) $1,44 \cdot 10^2$ B) $4 \cdot 10^3$ C) $6,25 \cdot 10^2$ D) $9 \cdot 10^5$ E) $9,61 \cdot 10^4$ F) $1,296 \cdot 10^3$

125. a) Határozd meg a négyzetek területét! A területmérés egysége: 1

b) Területükből határozd meg a négyzetek oldalainak hosszát 1 tizedesjegy pontossággal (azaz tizedekre kerekítve)!

c) Melyik négyzet oldalának mérőszáma egész szám?

d) Számegyenesen jelöld a négyzetek oldalainak hosszát!



126. Négyzettáblázat vagy számológép segítségével határozd meg, melyek azok a számok, amelyek négyzete

- a) 1369 b) 3136 c) 6889 d) 6561 e) 35 721 f) 94 864!

127. Melyik állítás hamis? Számológéppel ellenőrizz!

a) $1,23^2 = 1,512$

$1,23^2 > 1,512$

$1,23^2 - 0,5 > 0,012$

$1,23^2 - 1,23 = 1,23$

b) $\sqrt{3} < 1,8$

$\sqrt{3} > 1,7$

$\sqrt{3} - 2 > 0$

$2 - \sqrt{3} > 0$

c) $\sqrt{2} > 1,415$

$\sqrt{2} - |\sqrt{2}| = 0$

$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2$

$(\sqrt{2})^2 = 2$

128. Melyik állítás igaz? Számológéppel ellenőrizz!

a) $\sqrt{121} \cdot \sqrt{144} = \sqrt{121 \cdot 144}$

b) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{25} = 5^2$

c) $\frac{\sqrt{400}}{\sqrt{900}} = \frac{2}{3}$

d) $\sqrt{625} : \sqrt{125} = \sqrt{625 : 125}$

e) $\sqrt{64} - \sqrt{16} = \sqrt{64 - 16}$

f) $\sqrt{256} + \sqrt{324} = \sqrt{580}$

129. a) Határozd meg a következő kifejezések értékét! Számológéppel ellenőrizz!

A) $\sqrt{1}$ B) $\sqrt{10}$ C) $(\sqrt{10})^2$ D) $\sqrt{(-10)^2}$ E) $\sqrt{-10^2}$ F) $\sqrt{3}$ G) $(\sqrt{3})^2$ H) $\sqrt{9}$

b) Melyik kifejezés nincs értelmezve?
Add meg a betűjelét!

.....

c) Írd be a kifejezéseket a halmazábra megfelelő részébe!

Egész számok

Nem egész számok

130. a) Mely számok négyzetét jelöltük meg a négyzettáblázatban?

Számok négyzete (1,00 → 1,49)

Sz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	1,000	1,020	1,040	1,061	1,082	1,102	1,124	1,145	1,166	1,188
1,1	1,210	1,232	1,254	1,277	1,300	1,322	1,346	1,369	1,392	1,416
1,2	1,440	1,464	1,488	1,513	1,538	1,563	1,588	1,613	1,638	1,664
1,3	1,690	1,716	1,742	1,769	1,796	1,823	1,850	1,877	1,904	1,932
1,4	1,960	1,988	2,016	2,045	2,074	2,103	2,132	2,161	2,190	2,220

Hány tizedesjegy pontossággal szerepelnek a táblázatban a számok négyzetei?

Melyik pontos érték a táblázatban megjelölt öt szám közül?

b) A négyzettáblázatból olvasd le a megadott számok négyzetgyökét!

A) 16,32 B) 16,89 C) 18,15 D) 19,18 E) 19,80 F) 20,25

Számok négyzete (4,00 → 4,59)

Sz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4,0	16,00	16,08	16,16	16,24	16,32	16,40	16,48	16,56	16,65	16,73
4,1	16,81	16,89	16,97	17,06	17,14	17,22	17,31	17,39	17,47	17,56
4,2	17,64	17,72	17,81	17,89	17,98	18,06	18,15	18,23	18,32	18,40
4,3	18,49	18,58	18,66	18,75	18,84	18,92	19,01	19,10	19,18	19,27
4,4	19,36	19,45	19,54	19,62	19,71	19,80	19,89	19,98	20,07	20,16
4,5	20,25	20,34	20,43	20,52	20,61	20,70	20,79	20,88	20,98	21,07

Hány tizedesjegy pontossággal szerepelnek a táblázatban a számok négyzetei?

Melyik pontos érték a táblázatból leolvasható öt szám közül?

- 131.** a) Becsöld meg a táblázatban szereplő számok négyzetgyökének nagyságrendjét (száz, tízes, egyes, tized, század, ezred)! Számológéppel is határozd meg a számok négyzetgyökét (maximum 10 tizedesjegy pontossággal)!

Például: A $\sqrt{4800}$ kifejezés becült nagyságrendje: **tíz**. A számológéppel meghatározott értéke két tizedesjegy pontossággal: **69,28**.

A $\sqrt{0,5625}$ kifejezés becült nagyságrendje: **tized**.

Számológéppel meghatározott értéke 0,75. Ez a pontos érték.

A)

Számok négyzetgyöke	Becsült nagyságrend	Számológéppel meghatározott érték (maximum 10 tizedesjegy pontossággal)
$\sqrt{1225}$		
$\sqrt{122,5}$		
$\sqrt{12,25}$		
$\sqrt{1,225}$		
$\sqrt{0,1225}$		

B)

Számok négyzetgyöke	Becsült nagyságrend	Számológéppel meghatározott érték (maximum 10 tizedesjegy pontossággal)
$\sqrt{656\,200}$		
$\sqrt{6562}$		
$\sqrt{65,62}$		
$\sqrt{0,6562}$		
$\sqrt{0,006562}$		

- b) Fogalmazd meg tapasztalataidat!

- 132.** Igazak-e az állítások? Írd a keretbe a megfelelő (I/H) jelet!

Az állítások mindegyikében $a \geq 0$.

- A) Ha $\sqrt{a} = b$, akkor a $\sqrt{10 \cdot a} = 10 \cdot b$ ☐
- B) Ha $\sqrt{a} = b$, akkor a $\sqrt{100 \cdot a} = 10 \cdot b$ ☐
- C) Ha $\sqrt{a} = b$, akkor a $\sqrt{a : 10} = b : 10$ ☐
- D) Ha $\sqrt{a} = b$, akkor a $\sqrt{a : 100} = b : 10$ ☐

- 133.** Mennyi a négyzet területe, ha oldala

- a) 1,51 m; b) 15,1 m; c) 0,151 m; d) 0,0151 m; e) 1510 m?

134. Mennyi a négyzet oldala, ha területe

- a) 1296 cm^2 ; b) $129,6 \text{ cm}^2$; c) $12,96 \text{ cm}^2$; d) $1,296 \text{ cm}^2$; e) $0,1296 \text{ cm}^2$?

135. Mennyi a kocka felszíne, ha éle

- a) $0,063 \text{ m}$; b) $0,63 \text{ m}$; c) $6,3 \text{ m}$; d) 63 m ; e) 630 m ?

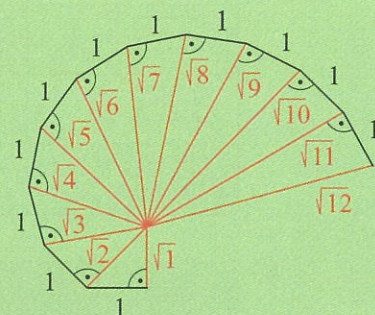
136. Mekkora a kocka éle, ha felszíne

- a) 3840 cm^2 ; b) 384 cm^2 ; c) $38,4 \text{ cm}^2$; d) $3,84 \text{ cm}^2$; e) $0,384 \text{ cm}^2$?

137. Oldd meg az egyenleteket!

- a) $x^2 = 81$ b) $x^2 = 0,64$ c) $x^2 + 12 = 156$ d) $x^2 - 0,09 = 0,07$
 e) $x^2 - 4 = 0$ f) $(x - 4)^2 = 0$ g) $(x + 5)^2 = 16$ h) $(x - 2)^2 = -4$

★ **138.** Az eljárást folytatva akármilyen pozitív egész szám négyzetgyökét meg lehetne szerkeszteni. Igazold az eljárás helyességét! Szerkeszd meg a $\sqrt{13}$ hosszúságú szakaszt!



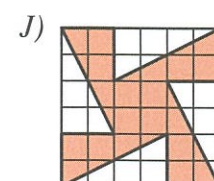
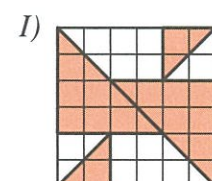
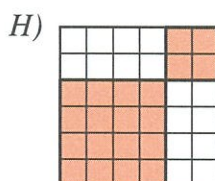
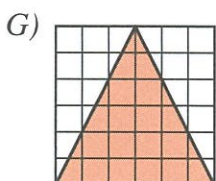
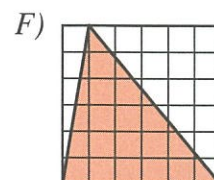
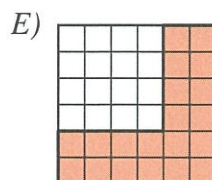
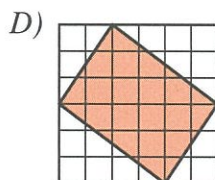
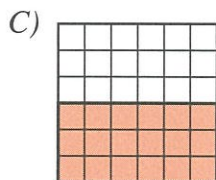
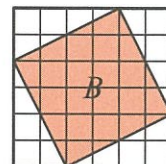
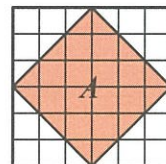
Hosszúság és terület meghatározása rácson

139. a) Mekkora az A , illetve a B színezett négyzet területe? A területmérés egysége: $\boxed{1}$.

b) Mekkora része a nagy négyzet területének az A , illetve a B négyzet területe?

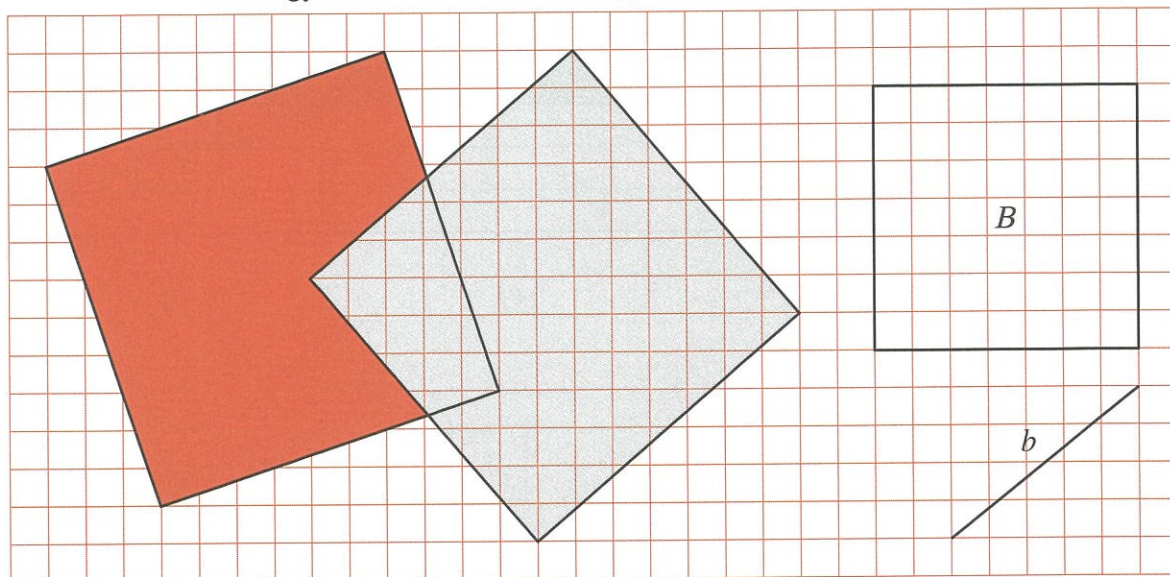
c) Add meg az A , illetve a B négyzet oldalának hosszát egy tizedesjegy pontossággal!

d) Melyik színezett terület egyezik meg az A , illetve a B négyzet területével?

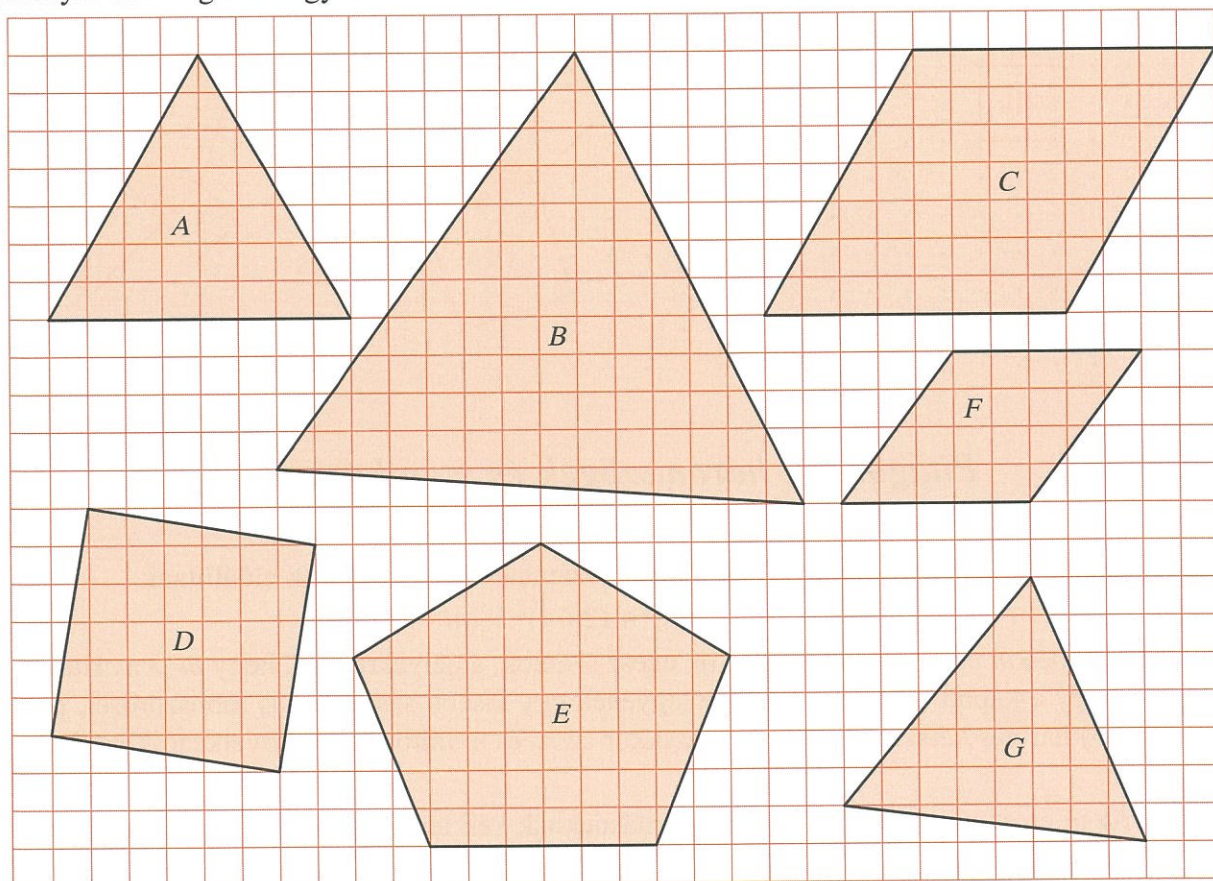


140. Melyik állítás igaz?

- A piros és a szürke négyzet egybevágó.
- A b szakasz hossza ugyanakkora, mint a B négyzet oldala.



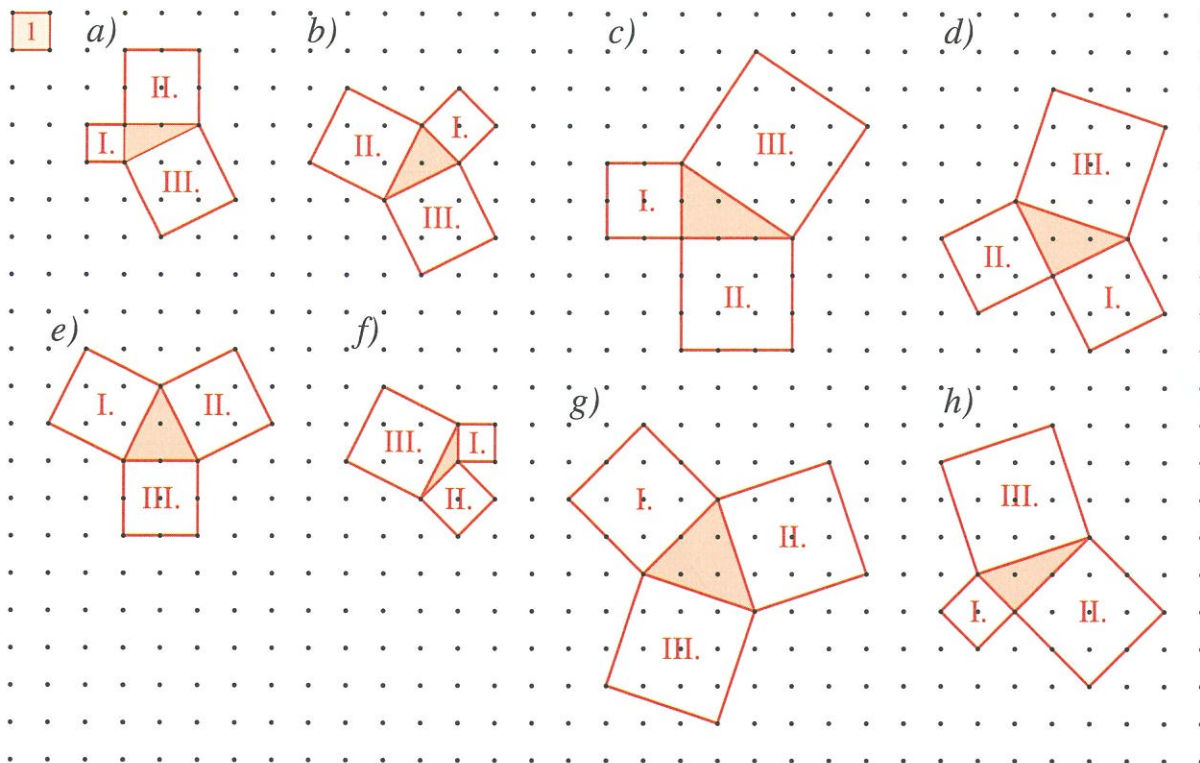
141. Melyik sokszög nem egyenlő oldalú? Mérésedet számítással ellenőrizd!



Pitagorasz-tétel

142. Mennyi a háromszögek oldalaira rajzolt négyzetek területe? Írd be a táblázatba! Melyik három szögekre igaz, hogy $t_I + t_{II} = t_{III}$?

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
I.								
II.								
III.								



Pitagorasz háromszögek és számhármassok

143. Az alábbi képlettel (formulával) pitagorasz számhármassokat tudunk előállítani:

$$(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2$$

A képletben m és n tetszőleges pozitív egész számok, amelyekre igaz, hogy $m > n$. Ha azt akarjuk, hogy a kapott számhármassok ne legyenek egy kisebb számhármass többszörösei, például a $(3; 4; 5)$ hármass kétszerese a $(6; 8; 10)$, akkor az m és n változókra a következő kikötéseket kell tenni:

1. Az m és n számoknak különböző paritásúaknak kell lenniük. (Egyik páros, másik páratlan.)
2. Relatív prímelek legyenek, azaz $(m, n) = 1$.

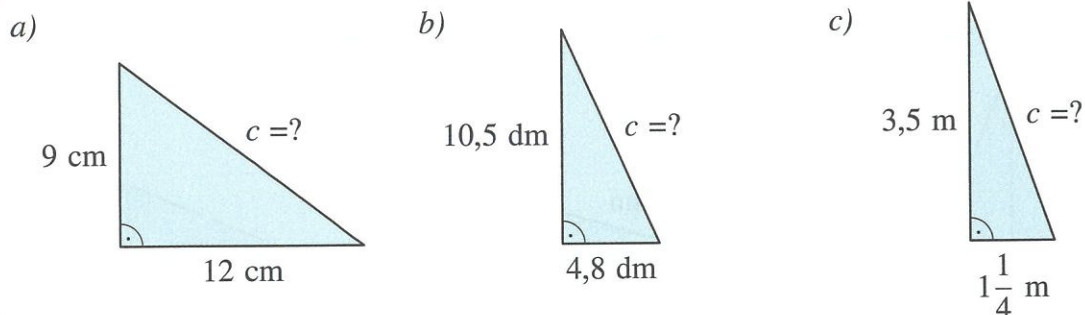
A táblázat első sorában előállítottuk a már megismert $(3, 4, 5)$ pitagorasz számhármast, amely az $m = 2$ és az $n = 1$ számok behelyettesítésével megkapható. Határozd meg a képlet segítségével a táblázat hiányzó számait!

m	n	$x = m^2 - n^2$	$y = 2mn$	$z = m^2 + n^2$	x^2	y^2	z^2
2	1	3	4	5	9	16	25
4	3						
4		15					
	2		20				
6				45			

Keresd meg a „formula” szó jelentéseit az *Idegen szavak és kifejezések szótárában*!

A Pitagorasz-tétel alkalmazása

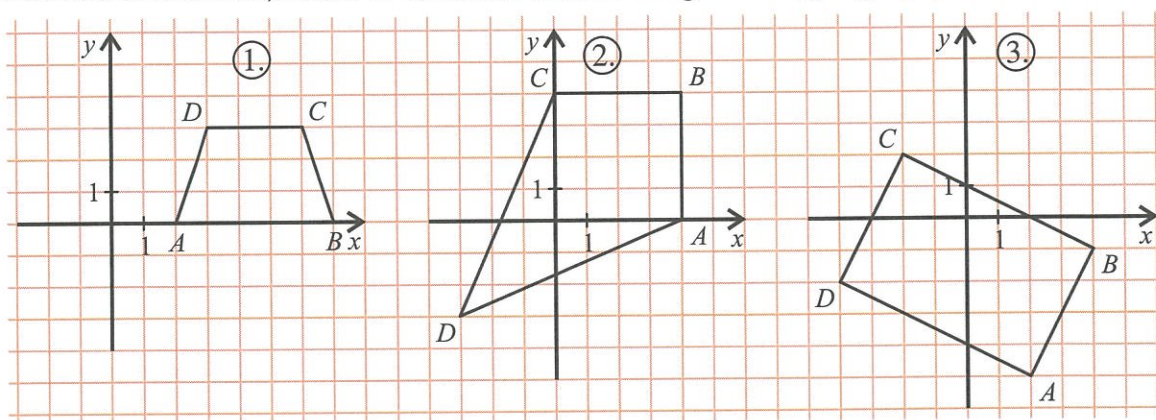
144. Számítsd ki az átfogók hosszúságát! Centiméter pontossággal add meg az eredményt!



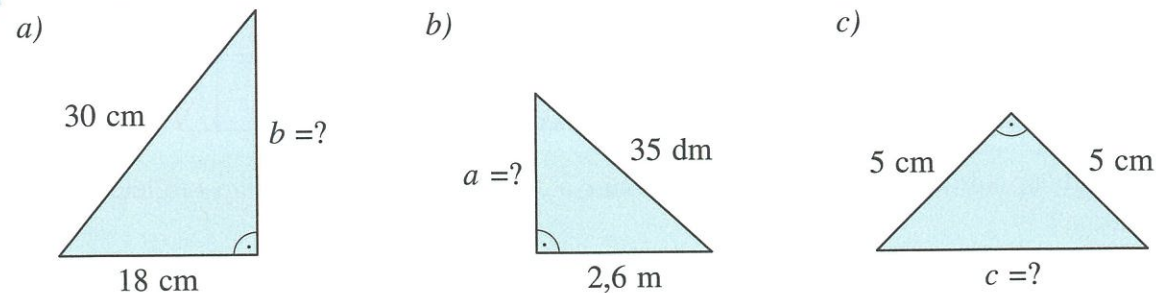
145. a) Milyen messze vannak a koordináta-rendszer kezdőpontjától az alábbi tükrös négyszögek csúcsai?

b) Milyen hosszú az átlójuk?

c) Mekkora a kerületük, illetve a területük? A hosszúságmérés egysége: $\frac{1}{2}$.



146. Számítsd ki a kért hosszúságokat! Számítsd ki a háromszögek területét!



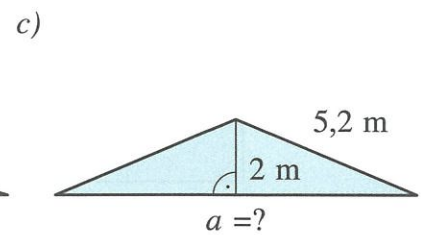
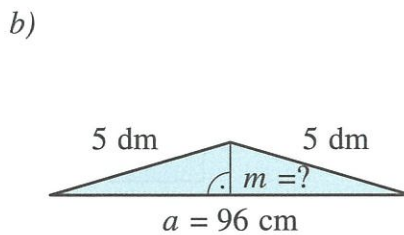
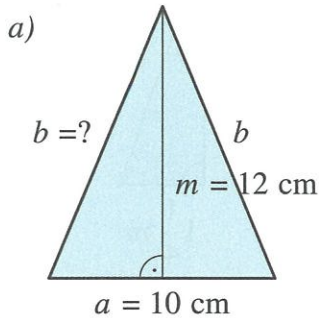
- 147.** A derékszögű háromszögek befogóit a -val, b -vel, átfogóját c -vel jelöltük. Számítsd ki a derékszögű háromszögek két oldalából a harmadikat!

a	14	60	8		390		0,28	3,2	7,2	
b	48		15	120		65	0,45		15,4	9,6
c		65		123	890	97		13		14,6

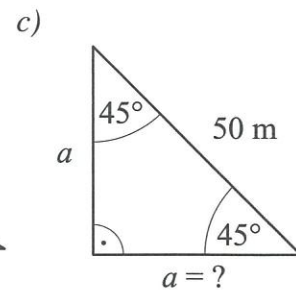
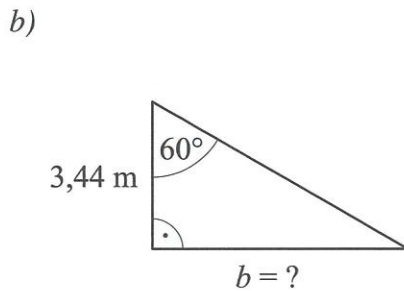
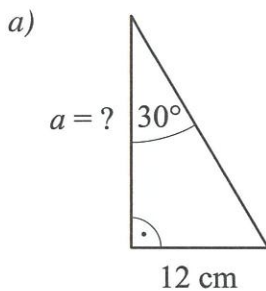
- 148.** Határozd meg a derékszögű háromszögek hiányzó oldalát! Egy tizedesjegy pontossággal számolj! A derékszögű háromszögek befogóit a -val, b -vel, átfogóját c -vel jelöltük.

a	4,7	14		0,4	3,6	
b	5,2		205	0,9		1,0
c		32	304		8,0	2,0

- 149.** Számítsd ki az egyenlő szárú háromszögek kérdéselt hosszúságait!



- 150.** Számítsd ki a kérdéselt hosszúságokat!



- 151.** Egy szabályos háromszög kerülete 19,2 cm. Mekkora a területe?

- 152.** Egy derékszögű háromszög oldalainak mérőszámai pitagorasz-i számhármast alkotnak. Mekkora a háromszög területe, ha a kerülete 120 cm?

- 153.** Számítsd ki egy 28 cm oldalú négyzet átlójának hosszát!

- 154.** Milyen hosszú neoncsőből készültek az egyes betűk, ha a téglalap oldalai 12 cm és 24 cm hosszúak?



- 155.** Egy téglalap kerülete 48 cm, oldalainak aránya 3 : 5. Mekkora a téglalap területe? Mekkora az átlója?

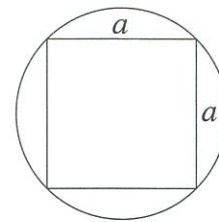
- 156.** Egy téglalap oldalainak aránya 1 : 3, az átlója 14,40 m. Mekkora a kerülete?

157. Mekkora a 14,4 dm sugarú körbe írt négyzet oldala?

158. Lehet-e egy 28 cm átmérőjű körbe 20 cm oldalú négyzetet szerkeszteni?

159. Milyen távol van a 4 cm sugarú kör középpontjától az a húr, amelynek hossza 6 cm?

160. Milyen hosszú az a húr, amely egy 3 cm sugarú körben a középponttól 2 cm távolságban halad?



161. A budapesti Libegőt 1970. augusztus 17-én adták át.

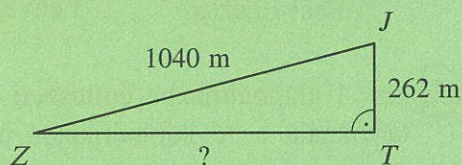
A drótkötélpályás felvonó (függővasút) az alacsonyabban fekvő Zugligetből a magasabban fekvő János-hegyre viszi utasait.

A libegő útvonala 1040 m hosszú. A pálya a Zugligeti (Z) és a János-hegyi (J) végállomás között 262 métert emelkedik.



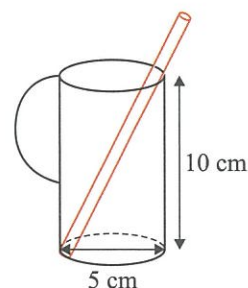
a) Milyen hosszú lenne a Zugligeti alsó végállomásról induló, a Libegő pályája alatt vízszintesen haladó alagút ZT szakasza?

b) Számítsd ki, körülbelül hány perc a menetideje a Libegőnek, ha az óránkénti 4 km-t tesz meg egyenletes sebességgel!



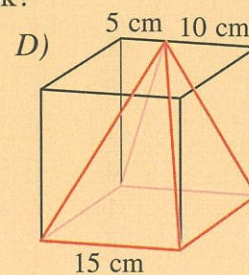
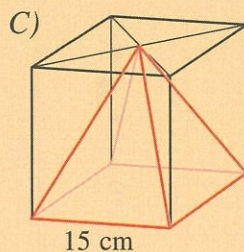
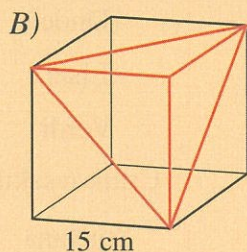
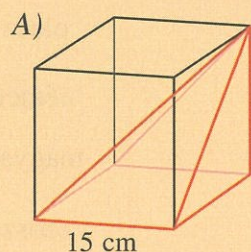
(<http://budapestcity.org/03-muemlekek/12/Libego/index-hu.htm>)

162. Milyen hosszú a szívószál, ha 5 cm hosszú része lóg ki a pohárból?



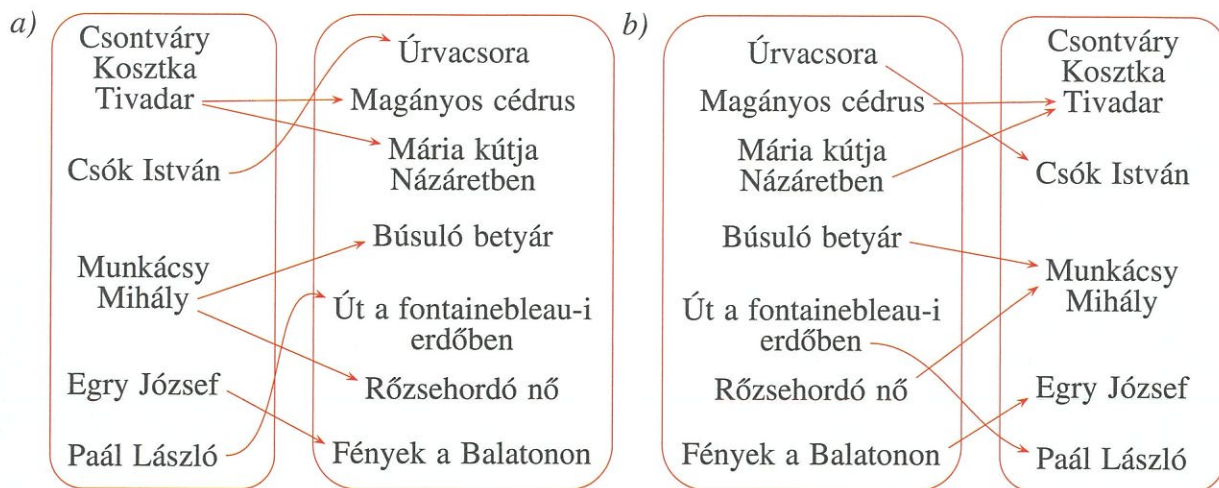
163. a) Milyen hosszú drótból készíthető el az ábrán látható gúla élváza, ha a gúla beírható egy 15 cm élű kockába?

b) Vannak-e köztük megegyező térfogatú gúlák? Ha igen, melyek azok?

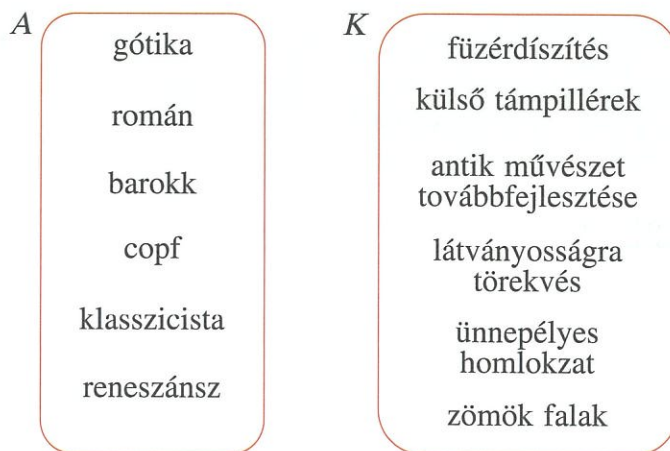


Hozzárendelések, függvények

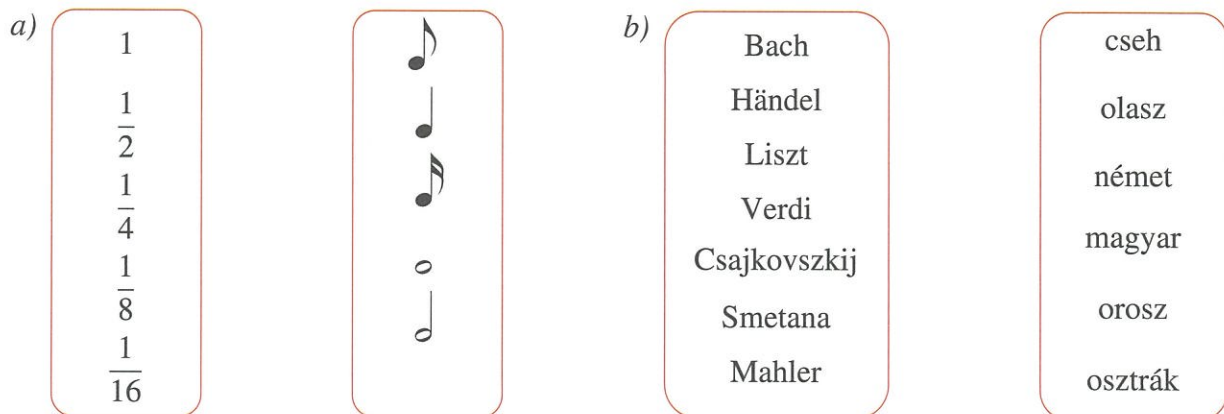
164. Melyik megfeleltetés határoz meg függvényt?



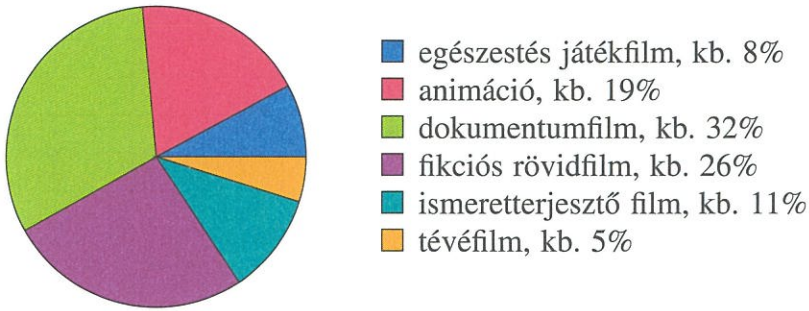
165. Az A alaphalmazba építészeti stílusok tartoznak, a K képhalmazba pedig az egyes stílusok jellegzetességei. Feleltesd meg őket egymásnak! Függvényt kaptál-e a megfeleltetés létrehozásával, és ha igen, akkor annak megfordítása is függvény-e?



166. A megadott alaphalmazok és képhalmazok ismeretében létesíts megfeleltetést közöttük! Írd le a megfeleltetés szabályát is! Vizsgáld meg, hogy a megfeleltetés visszafelé is függvény-e!



167. Mintegy 20 ezren látogattak el a 2014. október 13. és 19. között megrendezett első Magyar Filmhétre. A mustrán összesen 332 alkotás szerepelt.



(mandarchiv.hu)

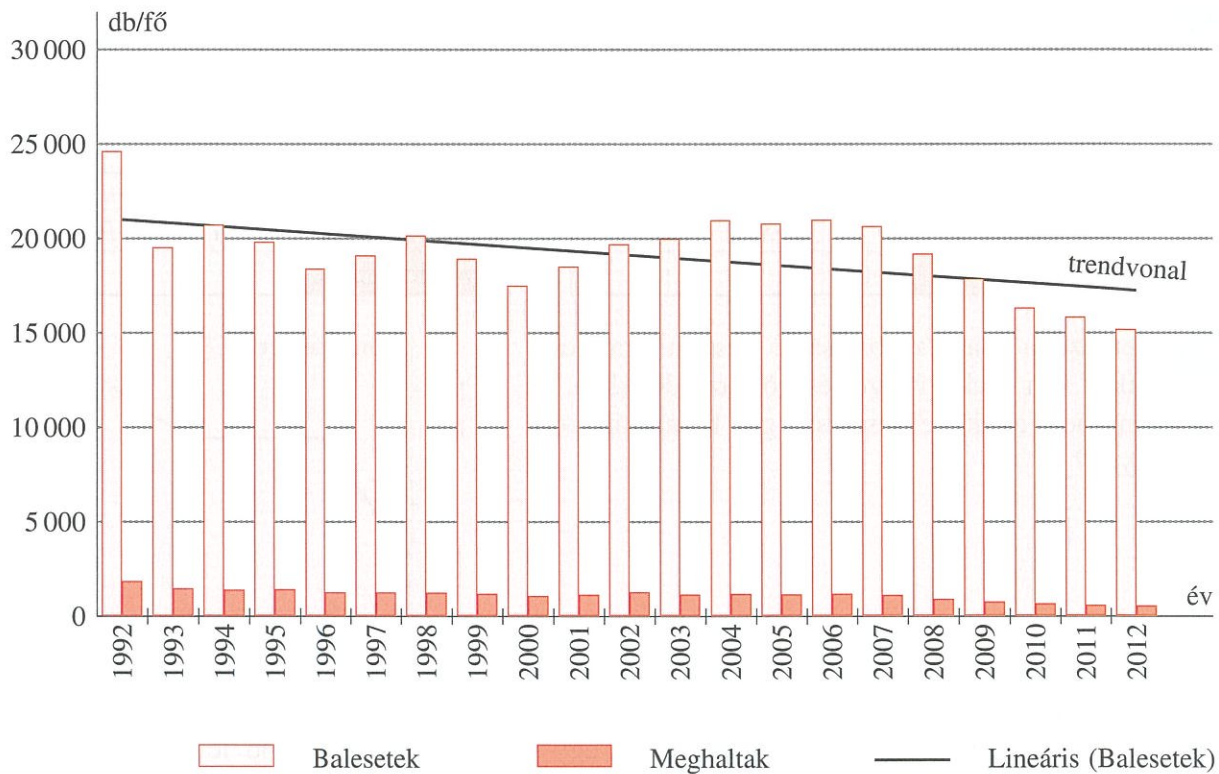
- a) A grafikonnal megadott függvénynél add meg a hozzárendelési utasítást!
 b) Mi a függvény alaphalmaza és képhalmaza?
 c) Hány egészesztés játékfilm készült el a filmszemlére?



Nézz utána, hogy ki a rendezője és mi a címe annak a magyar játékfilmnek, amely Golden Globe díjat kapott 2016-ban?

168. A kettős oszlopdiagramon az Európai Unió országainak adatait láthatod a közlekedési balesetekre vonatkozóan.

Személyesérüléses közúti közlekedési balesetek és a meghalt személyek számának diagramja

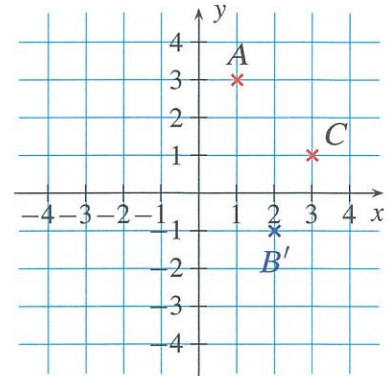


- a) Adj meg függvényeket a grafikon alapján!
 b) Mi az egyes függvények alaphalmaza illetve képhalmaza?
 c) Padtársaddal együtt elemezzétek a grafikont, és olvassatok le minél több információt!

(KSH)

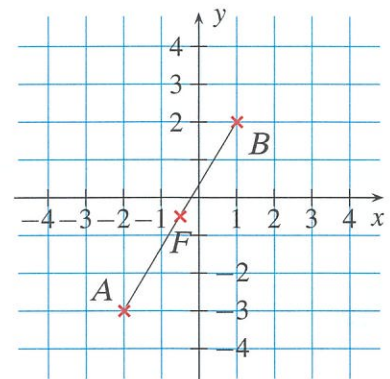
- 169.** Az ABC háromszöget tükröztük az origóra. Az ábrán látható pontok felhasználásával rajzold meg pirossal az eredeti és kékkel a tükrözött háromszöget! Töltsd ki a táblázatot!

Eredeti pontok	$A(\ ; \)$	$B(\ ; \)$	$C(\ ; \)$
Origóra tükrözött pontok	$A'(\ ; \)$	$B'(\ ; \)$	$C'(\ ; \)$



- 170.** Minden szakaszhoz egyértelműen hozzátartozik a szakasz felezőpontja. Töltsd ki a táblázatot!

Az egyik végpont	$A(-2; -3)$	$A(1; -2)$	$A(3; 1)$	
A másik végpont	$B(1; 2)$	$B(-3; 3)$		$B(-1; 1)$
Felezőpont	$F\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$		$F(0; 0)$	$F(2; 3)$



- 171.** A megadott számokhoz rendeld hozzá a szám osztóinak számát! Töltsd ki a táblázatot! (A d) feladatban a p és q különböző prímszámok.)

a)

Szám	7	9	12	15	21
Osztók száma					

b)

Szám	1	3	9	27	81
Osztók száma					

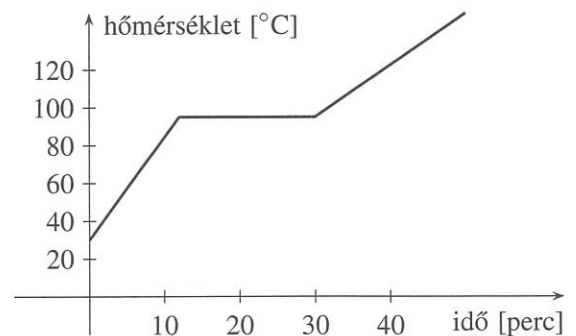
c)

Szám	2^3	3^5	$2 \cdot 3$	$2^3 \cdot 3$	$2^3 \cdot 3^5$
Osztók száma					

d)

Szám	p	q^2	pq	pq^2	p^3q^5
Osztók száma					

- 172.** Elemezd a csapvíz forrásáról készült grafikont! Mikor van csak víz, víz és gőz az edényben, és hány perc elteltével lesz csak gőz halmazállapotú anyag?

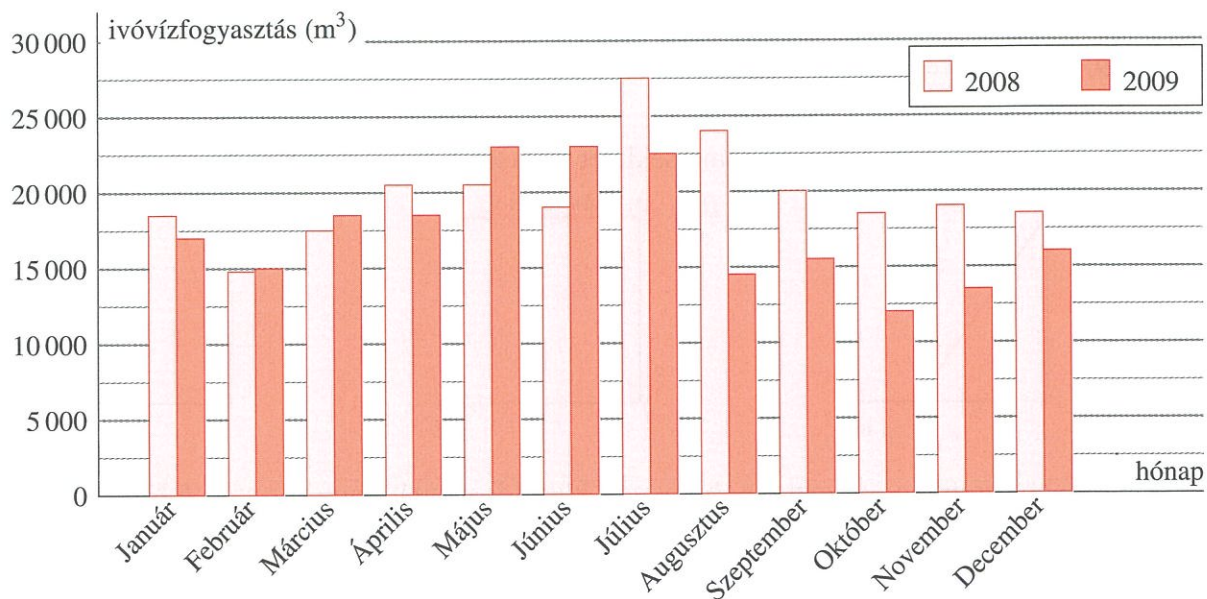


173.



Egy pohárban 30°C -os üdítőital van, amelybe beledobunk egy-két jégkockát. Rajzold le a hűtési folyamatot ábrázoló grafikont!

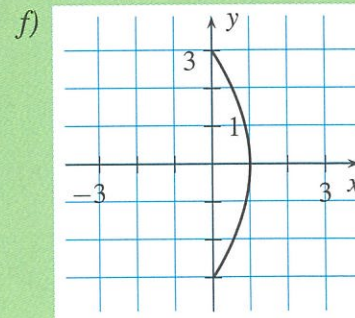
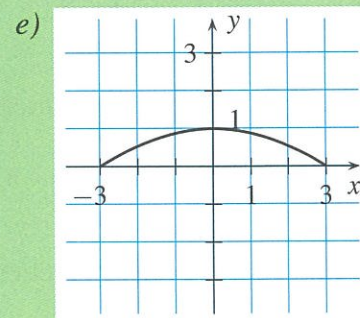
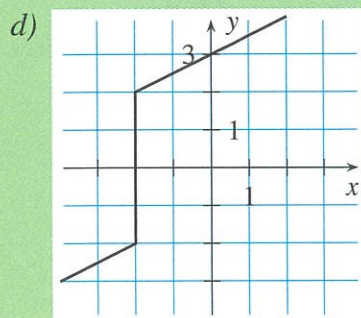
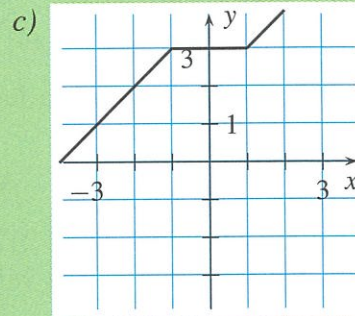
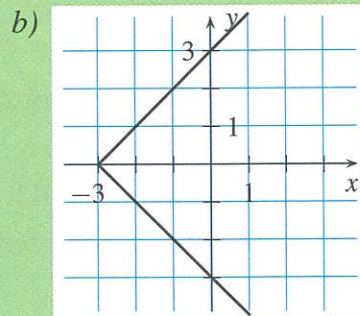
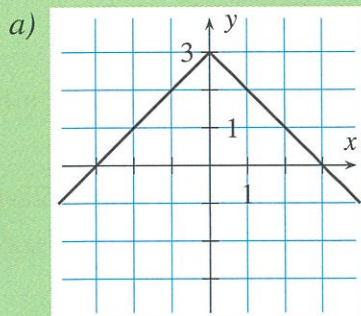
174. A következő diagram egy város ivóvízfogyasztását mutatja két egymást követő évben. A diagram adatai alapján dönts el, melyik igaz, illetve melyik hamis a következő állítások közül!



- A) A vizsgált évek során a legkevesebb ivóvizet 2009 októberében fogyasztotta a város. ☐
- B) 2008-ban az évi összfogyasztás több volt, mint 2009-ben. ☐
- C) 2008-ban minden hónapban több volt az ivóvízfogyasztás, mint 2009 azonos időszakában. ☐

(Kompetenciamérés, 2012)

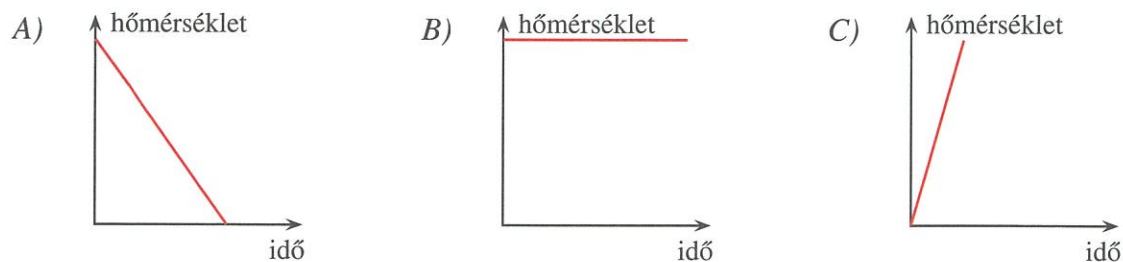
175. Dönts el, hogy melyik grafikon lehet függvény grafikonja! Függvények esetén add meg az alaphalmazt és a képhalmazt!



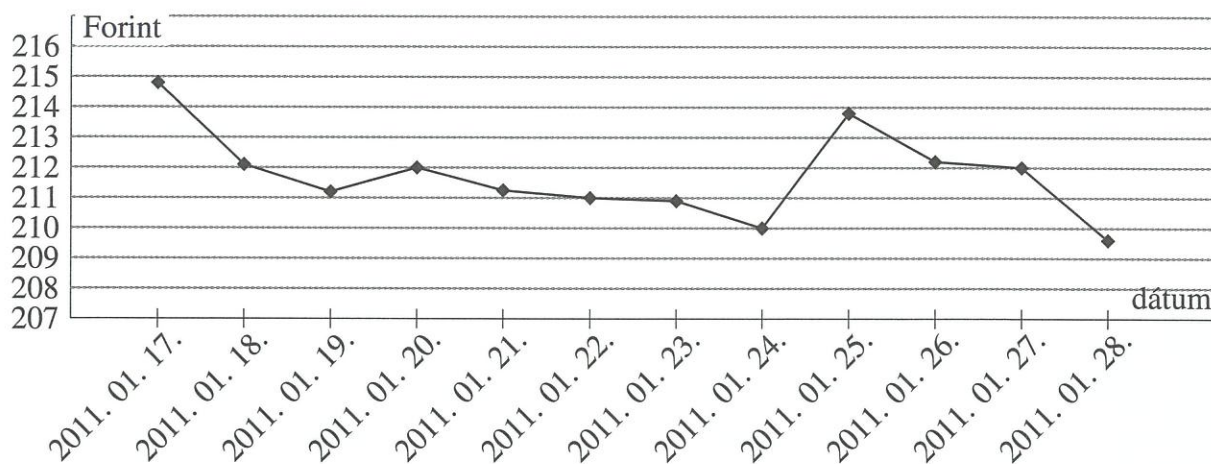
A lineáris függvény

176. Villanytűzhelyen való főzéskor fontos tudni, hogy a főzőlap bemelegedéséhez időre van szükség, viszont lekapcsolás után is még jó ideig meleg, azaz az étel tovább fő rajta. Keresd a párját!

- a) Bekapcsolás után van a főzőlap. b) Kikapcsolás után van a főzőlap.
c) A főzőlap elérte a kívánt hőmérsékletet, és azon a hőmérsékleten fő az étel.



177. Az alábbi grafikon azt mutatja, hogy egy külföldi valutát hány forintért lehetett megvásárolni az ábrázolt időszakban.



a) Melyik napon volt a legdrágább ez a valuta az ábrázolt időszakban? Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

- (A) 2011. 01. 17-én (B) 2011. 01. 20-án (C) 2011. 01. 25-én (D) 2011. 01. 28-án

b) Hány napon lehetett 212 Ft-nál kevesebbet fizetni ezért a valutáért az ábrázolt időszakban? Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

- (A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 9

(Kompetenciamérés, 2012)

178. Számold ki az $f(x) = 2x - 3,2$ lineáris függvény helyettesítési értékét, ha

- a) $x = 0$ b) $x = 4$ c) $x = -3,4$ d) $x = \frac{5}{6}$

179. Számold ki az $f(x) = -\frac{4}{7}x - 2$ lineáris függvény helyettesítési értékét, ha

- a) $x = 0$ b) $x = 14$ c) $x = -4$ d) $x = \frac{21}{4}$

180. Ábrázold közös koordináta-rendszerben a következő függvények grafikonját!

a) $a(x) = 2x - 3$ b) $b(x) = 3x - 2$ c) $c(x) = -2x + 3$ d) $d(x) = -3x + 2$

181. Ábrázold az $f(x) = 1 - 4x$ függvény grafikonját! Döntsd el, hogy az $A(0; -4)$, $B(0; 1)$, $C(-1; 5)$, $D(-12; 50)$, $E(7; -27)$, $F(3; -13)$ pontok hogyan helyezkednek el a grafikonhoz képest!

182. Ábrázold az $f(x) = 2x - 3$ függvény grafikonját! Döntsd el, hogy az adott pontok hogyan helyezkednek el a grafikonokhoz képest!

$A(0; 0)$, $B(2; 1)$, $C(3; 2)$, $D(-4; -10)$, $E(5; 6)$, $F(-5; -13)$, $G(40; 77)$, $H(-50; -100)$

183. Ábrázold az $f(x) = 2 - 3x$ függvény grafikonját! Döntsd el, hogy az adott pontok hogyan helyezkednek el a grafikonhoz képest!

$A(0; 0)$, $B(0; 2)$, $C(3; -6)$, $D(-4; 10)$, $E(-5; 17)$, $F(4; -10)$, $G(20; -62)$, $H(-40; 122)$

184. Ábrázold az $f(x) = x - 3$ függvény grafikonját! Válaszd meg a pontok hiányzó jelzőszámait úgy, hogy a pontok

a) a grafikonon, b) a grafikon alatt, c) a grafikon fölött legyenek!

$A(0; \square)$, $B\left(\frac{3}{5}; \square\right)$, $C\left(-\frac{1}{2}; \square\right)$, $D(\square; 1)$, $E(\square; -3)$, $F\left(\square; \frac{3}{5}\right)$

185. Ábrázold az $f(x) = 2x + 3$ függvény grafikonját! Válaszd meg a pontok hiányzó jelzőszámait, hogy azok

a) a grafikonon legyenek; b) a grafikon fölött legyenek; c) a grafikon alatt legyenek!

$A(0; \square)$, $B(-2; \square)$, $C\left(\frac{7}{4}; \square\right)$, $D(\square; 0)$, $E(\square; 5)$, $F\left(\square; \frac{2}{3}\right)$

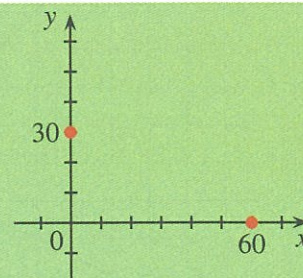
186. A megadott hozzárendelések közül válaszd ki a lineáris függvényeket, és készítsd el grafikonjukat!

a) $a(x) = -x + 3$ b) $b(x) = \frac{1}{2}x + 4$ c) $c(x) = -2$ d) $d(x) = |x + 3|$

e) $e(x) = 2 \cdot (x + 3)$ f) $f(x) = x^2$ g) $g(x) = \frac{x^2}{x}$ h) $h(x) = \frac{1}{x}$

187. Ábrázold az $f(x) = \frac{x+3}{\frac{1}{2}}$ lineáris függvény grafikonját! Mely pontokban metszi a grafikon a koordinátatengelyeket?

188. Egy lineáris függvény az ábrán látható pontokban metszi a koordinátatengelyeket. Add meg a hozzárendelési utasítást! Ellenőrizd magad, ha $x = 20$, illetve $x = 40$!



189. Add meg az $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{2x}$ függvény esetén azokat az x értékeket, amelyekre értelmezhető a függvény, majd készítsd el a függvény grafikonját!

Add meg azt a halmazt, amelybe a függvény értékei beletartoznak!

A lineáris függvény grafikonjának jellemző tulajdonságai

190. Ábrázold közös koordináta-rendszerben a következő függvények grafikonjait!

a) $a(x) = 4x$

b) $b(x) = 4x + 2$

c) $c(x) = 4$

Hasonlítsd össze a kapott grafikonokat!

191. Ábrázold közös koordináta-rendszerben a következő függvények grafikonjait!

a) $a(x) = 4 - x$

b) $b(x) = x + 4$

c) $c(x) = -x + 4$

Hasonlítsd össze a kapott grafikonokat!

192. Ábrázold közös koordináta-rendszerben a következő függvények grafikonjait! Hasonlítsd össze a kapott grafikonokat!

a) $f(x) = 2,4x$

b) $g(x) = 2,4x - 3$

c) $h(x) = 2,4x + 1$

193. Ábrázold közös koordináta-rendszerben a következő függvények grafikonjait! Hasonlítsd össze a kapott grafikonokat!

a) $f(x) = \frac{2}{3}x + 3$

b) $g(x) = x + 3$

c) $h(x) = -2x + 3$

194. Keresd a párját!

$f(x) = \frac{1}{2}x$

$y = 6$

$x = 2y$

$f(x) = 6$

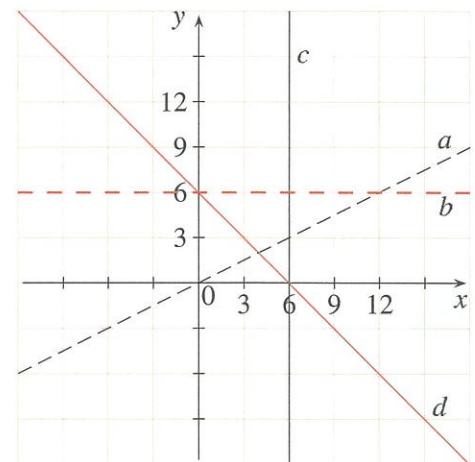
$y = 0,5x$

$x = 6$

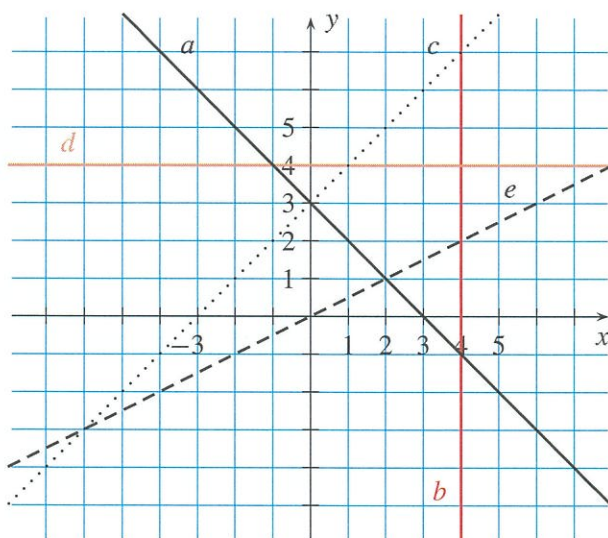
$f(x) = -x + 6$

$f(x) = 6 - x$

$y = 6 - x$



195. Keresd a párját!



egyenes arányosság
grafikonja

$f(x) = 0,5x$

$f(x) = 3 - x$

meredeksége (-1)

$f(x) = -x + 3$

$f(x) = x + 3$

$f(x) = 4$

nem függvény

$x = 4$

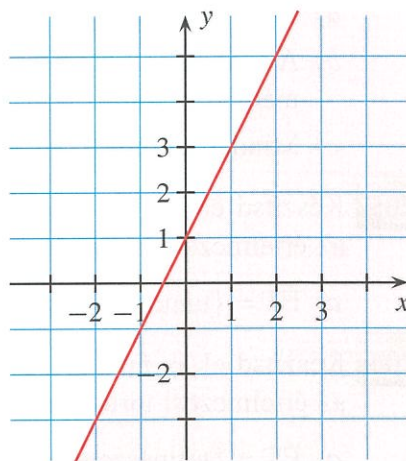
196. Válaszd ki a lineáris függvények közül azokat, amelyek grafikonja csökkenő lesz, és készítsd el a grafikonjukat!

a) $a(x) = \frac{1}{3}x - 4$ b) $b(x) = -2x + 3$ c) $c(x) = 5$ d) $d(x) = 3 - x$

197. a) Add meg a lineáris függvény hozzárendelési utasítását!
b) Milyen összefüggés van az ábrán beszínezett $P(x; y)$ pontok koordinátái között?

198. Ábrázold az $f(x) = 2x$ és a $g(x) = x + 2$ lineáris függvények grafikonját!

- a) Tükrözd az egyeneseket az x tengelyre, és írd fel a hozzárendelés szabályát!
b) Tükrözd az egyeneseket az y tengelyre, és írd fel a hozzárendelés szabályát!
c) Forgasd el az origó körül 90° -kal, és írd fel a hozzárendelés szabályát!



199. Megadtunk egy-egy egyenest a koordináta-rendszerben. Mi lehet a hozzárendelés szabálya?

a)

x	0	1
$f(x) = ?$	3	-4

b)

x	-2	2
$f(x) = ?$	4	12

- c) Átmegy az $A(-3; 2)$ ponton, és az x tengellyel 45° -os szöget zár be.

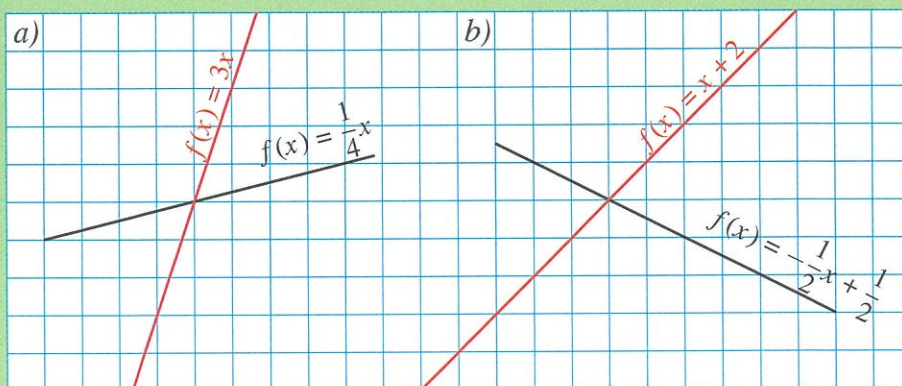
200. Mekkora a kerülete és a területe annak a derékszögű háromszögnek, amelyet az $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$ lineáris függvény grafikonja, valamint a koordinátatengelyek határolnak? Készíts ábrát is!

201. Készítsd el a lineáris függvény grafikonját, és add meg a hozzárendelési utasítást!

- a) Áthalad az $A(0; -2)$ ponton, és 1-et jobbra lépve 4-et emelkedik.
b) Áthalad az $A(0; -2)$ ponton, és 1-et jobbra lépve 4-et süllyed.
c) Áthalad az $A(-2; 0)$ ponton, és 1-et jobbra lépve 1-et emelkedik.
d) Áthalad az $A(-2; 0)$ ponton, és 1-et jobbra lépve 1-et süllyed.

202. Színezd ki a koordináta-rendszerben azokat a $P(x; y)$ pontokat, amelyekre fennáll az összefüggés: $4 - x \leq y \leq x + 1$!

203. Rajzold be a koordináta-rendszer hiányzó tengelyeit!



A függvény értelmezési tartománya, értékkészlete

- 204.** Add meg az egyes utasításokkal definiált függvények értelmezési tartományát, majd készítsd el a függvények grafikonjait! Határozd meg a függvények értékkészletét!
- a) Minden pozitív egész számhoz rendeld hozzá a szám háromszorosát!
 - b) A szabályos háromszög oldalának hosszához rendeld hozzá a háromszög területét (azonos mértékegységgel dolgozz)!
 - c) Minden számhoz rendeld hozzá a szám háromszorosát!

- 205.** Készítsd el az $f(x) = 2x - 3$ függvény grafikonját, és add meg a függvény értékkészletét, ha az értelmezési tartomány

- a) $\acute{E}T = \{\text{tanult számok}\}$ b) $\acute{E}T = \{2 \leq x < 6\}$

- 206.** Készítsd el az $f(x) = -x + 3$ függvény grafikonját, és add meg a függvény értékkészletét, ha az értelmezési tartomány

- a) $\text{ÉT} = \{\text{természetes számok}\}$ b) $\text{ÉT} = \{-3 \leq x \leq 3\}$

- 207.** Készítsd el az $f(x) = 4 - 2x$ függvény grafikonját, és add meg a függvény értékkészletét, ha az értelmezési tartomány

- a) $\acute{E}T = \{\text{páros számok}\}$ b) $\acute{E}T = \{-4 \leq x < 5\}$

- 208.** Rajzold le a „kakukktojás” függvény grafikonját, azaz keresd meg azt a hozzárendelési utasítást, amelyhez tartozó értékkészletnek nincs párja!

- a) $f(x) = 3x - 1$
 b) $g(x) = x + 4$
 c) $h(x) = -x + 8$
 d) $i(x) = 2x - 4$
 e) $j(x) = -2x + 5$
- A) $\text{ÉT} = \{2 \leq x \leq 4\}$
 B) $\text{ÉT} = \{1 \leq x \leq 7\}$
 C) $\text{ÉT} = \{2 \leq x \leq 6\}$
 D) $\text{ÉT} = \{3 \leq x \leq 5\}$
 E) $\text{ÉT} = \{-4 \leq x \leq 0\}$

- 209.** Ábrázold az $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$ lineáris függvény grafikonját, ha az értelmezési tartománya az

- a) $A = [-2; 6]$ intervallum. Mi az értékkészlet?
- b) $A = [-2; 6]$ intervallum egész értékei. Mi az értékkészlet?

- ★ 210. Milyen alakzatot határoz meg a három függvény grafikonja?

$$f(x) = 1,5x - 1 \quad \text{ÉT} = \{2 \leq x \leq 6\}$$

$$g(x) = -\frac{2}{3}x + 12 \quad \text{ÉT} = \{6 \leq x \leq 12\}$$

$$h(x) = 0,2x + 1,6 \quad \text{ÉT} = \{2 \leq x \leq 12\}$$

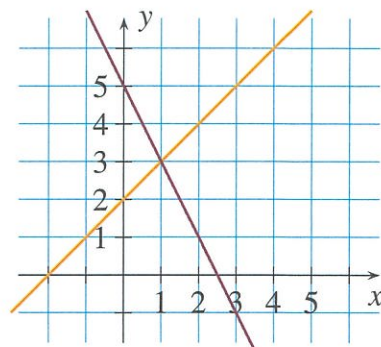
Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása

211. Olvasd le a grafikonról a feladatok megoldásait, és jelöld őket a számegyenesen!

a) $x + 2 = 5 - 2x$ (Pirossal dolgozz!)

b) $x + 2 > 5 - 2x$ (Kékkel dolgozz!)

c) $x + 2 \leq 5 - 2x$ (Zölddel dolgozz!)



212. Oldd meg grafikusan a következő feladatokat!

a) $2x + 3 > x - 4$

b) $\frac{x-2}{4} \leq 13 - 2x$

c) $4 - 5x < 5 - 5x$

213. Oldd meg grafikusan a következő feladatokat!

a) $2x - 3 > \frac{1}{3}x - 4$

b) $\frac{1}{2}x - 1 \leq x + 3$

c) $\frac{2x+6}{2} \geq x + 2$

214. Határozd meg grafikus úton, hogy milyen értékekre vesznek fel

a) nulla, b) pozitív, c) negatív értékeket a következő függvények!

Megoldásodat jelöld a) pirossal, b) kézzel, illetve c) zölddel a számegyenesen!

F: $f(x) = 3x - 5$

G: $g(x) = 4 - 3x$

H: $h(x) = |x| - 3$

I: $i(x) = x^2 - 4$

215. Melyek azok a számok, amelyek összege 9?

a) Az egyik szám függvényében írd fel a másik számot, és készítsd el a kapott függvény grafikonját!

b) Melyek azok a számok, amelyek összege 9, és különbsége 3?

216. A csónakból kieső labdát a gyerekek kb. 1,5 perc múlva kezdték el „üldözni”. A fiúk egy perc alatt 250 m-t haladnak, míg a folyó ezen a szakaszán percenként 100 m-t tesz meg. Mennyi idő múlva érik utol a labdát, és milyen hosszú úton csurgott lefelé a labda a folyón?



217. A nyári sátorozáskor Gyuri 2 dl teavizet akart melegíteni egy olyan merülőforralóval, amely az ilyen mennyiségű vizet percenként 15°C -kal tudja melegíteni. Karcsinak ugyanilyen merülőforralója van, de ő csak 1 dl vizet tett fel kávénak, viszont 2 perccel később kezdett a forraláshoz, mint Gyuri. Hány perc múlva lesz kész (azaz 100°C -os) a teavíz, illetve a kávéhoz melegített víz? Mikor lesz Karcsinak melegebb a vize, ha 22°C -os csapvizet kezdtek melegíteni a fiúk?

218. A nyolcadikosok a ballagás utánra diszkót szerveznek. Az egyik amatőr együttes a kiszállásért 4000 Ft-ot kér, és óránként 8000 Ft-ot. Egy másik együttes óradíja csak 6000 Ft, de a kiszállásért 10 000 Ft-ot számolnak fel. Hány órás zenélésért kérnek azonos díjazást az együttesek? Hány órás buli esetén érdemesebb az első együttest meghívni, ha a szolgáltatott zene színvonalában nincs különbség?

A függvények fontos tulajdonságai, nemlineáris függvények (Kiegészítő tananyag)

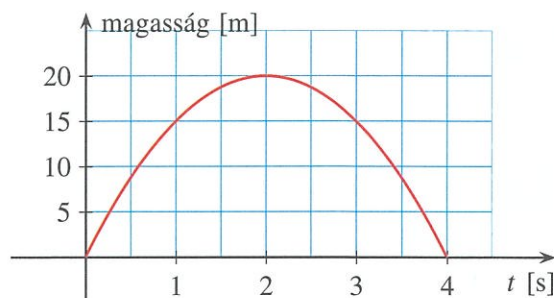
219. Az $A(3;9)$, $B(0;0)$, $C(1;3)$, $D(2;5)$ és $E(-2;4)$ pontokra vonatkoznak az alábbi állítások. Válaszd ki az igaz állításokat!

Az $f(x) = 3x$, $g(x) = x^2$ és $h(x) = x + 6$ függvények grafikonján a felsorolt pontok közül

- I. egy pont illeszkedik mindhárom grafikonra;
- II. nincs olyan pont, amelyik egyetlen grafikonra sem illeszkedik;
- III. három pont illeszkedik pontosan két grafikonra;
- IV. legalább egy grafikonra négy pont illeszkedik.

220. Az ábrán egy $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ kezdősebességgel függőlegesen elhajított kő út-idő grafikonja látható.

- a) Milyen magasra emelkedett fel a kő?
- b) Mikor ért földet?
- c) Mikor volt a földhöz 12 m-nél közelebb?
- d) Milyen hosszú ideig volt a kő 15 m-es magasság fölött?



221. Ha egy golyót leejtünk, akkor a megtett út egyenesen arányos az eltelt idő négyzetével. Az arányossági tényező függ az esés helyétől (az időt másodpercben, a megtett utat méterben mérjük). Az arányossági tényező:

- a) a Földön ≈ 5 ,
- b) a Holdon $\approx 0,8$,
- c) a Jupiteren $\approx 11,5$.

Készítsd el az út-idő grafikont egy szabadon eső test esetében a fenti égitestekre!

@ Nézz utána, hogy hívták azt az űrhajóst, aki először a Holdra lépett, és miért mozgott ott „ugrándozva”! Mikor történt mindez?

222. a) Ábrázold közös koordináta-rendszerben a következő függvények grafikonjait!

$$a(x) = |x| \qquad b(x) = |-x| \qquad c(x) = -|x|$$

- b) Add meg az egyes függvények értékkészletét!
- c) Hol csökkenőek és hol növekvőek a függvények?

223. Készítsd el a függvények grafikonját, és határozd meg az értékkészletüket!

$$a) f(x) = |x|, \text{ ÉT} = \{-2 \leq x \leq 4\} \qquad b) g(x) = |x|, \text{ ÉT} = \{-4 \leq x \leq 2\}$$

224. a) Ábrázold közös koordináta-rendszerben az egyes függvények grafikonjait!

- b) Add meg az egyes függvények értékkészletét!
- c) Hol csökkenőek és hol növekvőek a függvények?

$$f(x) = x^2 \qquad g(x) = x^2 - 2 \qquad h(x) = 2x^2$$

225. Keresd a párját! Minden számhoz hozzárendeltük

A) az ellentettjét

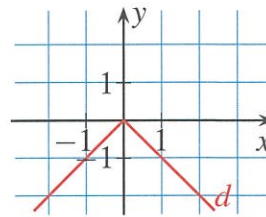
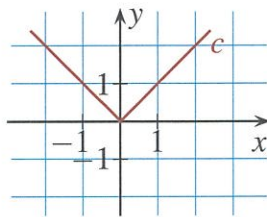
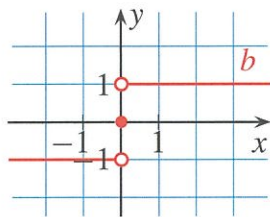
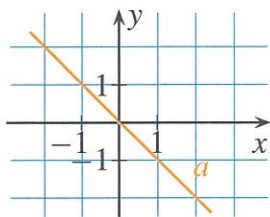
B) az abszolút értékét

C) az ellentettjének az abszolút értékét

D) az abszolút értékének az ellentettjét

F) a (-1) -szeresét

E) 1-et, ha $x > 0$, 0-t, ha $x = 0$, (-1) -et, ha $x < 0$



226. Ábrázold a következő függvények grafikonjait! Add meg a függvények értelmezési tartományát és értékkészletét is!

$$a) f(x) = \frac{3}{x}$$

$$b) f(x) = -\frac{1}{x}$$

$$c) f(x) = \frac{1}{3x}$$

227. Készítsd el közös koordináta-rendszerben az $a) f(x) = 4x$, $b) f(x) = \frac{4}{x}$, $x \neq 0$ függvények grafikonját! Van-e közös pontja a két görbének?

228. Mekkora a kerülete és a területe annak a háromszögnek, amelyet az $x \mapsto 2 - |x|$ függvény grafikonja és az x tengely határol?

229. Julcsi néni egy 12 m hosszú kerítéssel egy téglalap alakú részt kerített körül az udvaron a tyúkoknak, hogy ezentúl csak ott kapirgáljanak. A terület a ház falához illeszkedik úgy, hogy ott nem kellett kerítést kihúzni. Írd fel, hogy az elkerített rész területe hogyan függ a téglalap szélességétől! Készítsd el a kapott függvény grafikonját! Milyen adatok esetén lesz legnagyobb az elkerített rész területe?

230. Az orvosi könyvek a gyógyszerek adagolását általában a felnőttekre adják meg.

Ezt a $Gy = \frac{F+n}{n+12}$ képlettel lehet átszámolni a gyerekekre, ahol n a gyerek életkorát jelenti években kifejezve. (A képlet 1 évnél fiatalabb gyerekekre nem alkalmazható.)

Számítsd ki a különböző korú gyerekeknek adandó gyógyszer mennyiségét, ha a felnőttek adagja 10 milligramm! Készíts értéktáblázatot, és rajzold meg az adott képlethez tartozó grafikon!

Sorozatok, a számtani sorozat

231. Add meg a sorozatok első öt és az ötvenedik elemét!

$$a_n = 5n - 4$$

$$b_n = \left| 3 - \frac{1}{3}n \right|$$

$$c_n = n^2 - 10$$

$$d_n = \frac{2n-1}{n+4}$$

$$e_n = \sqrt{n}$$

232. Add meg a sorozatok első öt és az ötvenedik elemét!

$$a_n = 3 - 4n \quad b_n = \frac{n}{n^2 + 1} \quad c_n = (-1)^n \cdot (n + 1) \quad d_n = 3 + \frac{1}{n} \quad e_n = 2^n$$

233. Melyik szám a „kakukktójás”? Melyik az a szám, amelyik egyik sorozathoz sem tartozik?

$$a_n = 7 + 8n$$

$$b_1 = 3$$

$$b_n = b_{n-1} + 7$$

$$c_1 = 2$$

$$c_n = 3c_{n-1} + 2$$

$$d_1 = 1 \quad d_2 = 1$$

$$d_n = d_{n-1} + d_{n-2}$$

2, 5, 8, 15, 16, 17, 21, 24, 26, 80

234. Ábrázold grafikonon az $a_n = \frac{10}{n+2}$ sorozat első öt elemét! Mi a sorozat huszadik eleme? Hányadik eleme a sorozatnak az $\frac{5}{101}$? Van-e a sorozatnak legnagyobb, illetve legkisebb eleme?

235. Írd fel a számtani sorozatok első hat tagját, és készítsd el a hozzájuk tartozó grafikonokat!

a) az első elem 2, és a különbség -2

b) $a_1 = -2$ és $d = 2$

c) az első elem 3,5, és a második elem 4,7

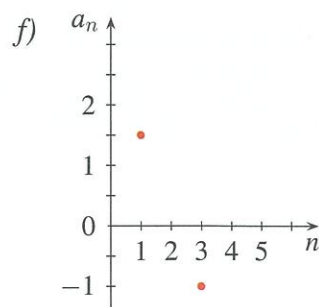
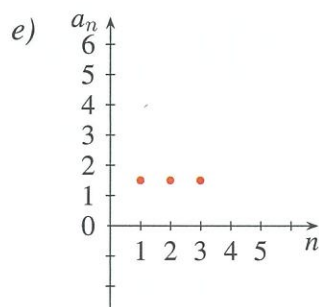
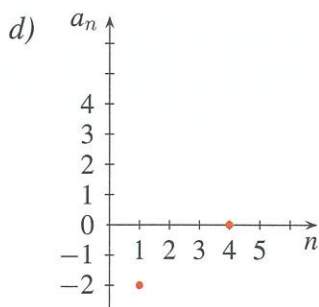
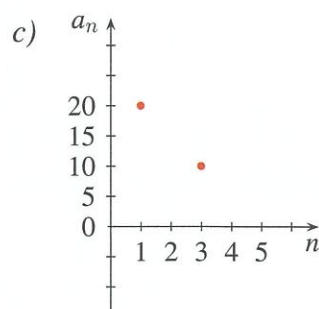
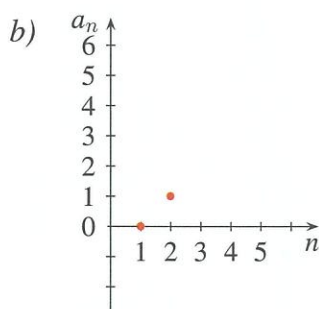
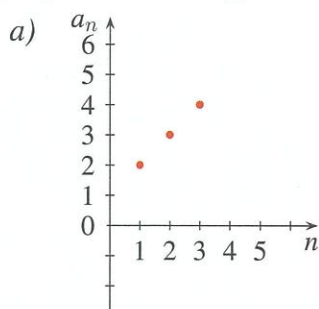
d) $a_2 = \frac{2}{3}$ és $a_3 = 0$

e) $a_7 = -1,5$ és $a_8 = -1,5$

f) a második elem 8, és a negyedik elem 6

g) a harmadik elem 42, és a differencia -3

236. A grafikonok alapján írd le a számtani sorozatok első hat elemét!



237. Válaszd ki azokat a sorozatokat, amelyeket folytathatunk úgy, hogy számtani sorozatok legyenek! Írd fel ezeknek további két elemét!

a) 7; 5; 3; ...

b) $7; \frac{7}{3}; \frac{7}{9}; \dots$

c) $\frac{1}{4}; \frac{1}{20}; -\frac{3}{20}; \dots$

d) 1; 1,1; 1,2; ...

e) 1; 1,11; 1,111; ...

f) 120; 93; 66; ...

238. Töltsd ki a táblázatot, ha az adatok egy-egy számtani sorozatra vonatkoznak!

a_1	d	a_2	a_5
-7	3		
8,3		4,1	
	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{4}$	
	-0,4		12

239. Egy számtani sorozat negyedik eleme $\frac{2}{5}$, hatodik eleme $\frac{3}{5}$. Mennyi a sorozat differenciája, első és tizedik eleme?

240. Egy számtani sorozat első két eleme: $\frac{8}{9}$, $\frac{4}{3}$. Hányadik elem a $\frac{124}{9}$?

241. Ábrázold a sorozatok első öt elemét! Ha számtani sorozatot határoz meg a hozzárendelési utasítás, akkor add meg a sorozat differenciáját!

a) $a_n = 2 - 5n$

b) $b_n = 4$

c) $c_n = n^2$

d) $d_n = 3n + 1$

242. Egy számtani sorozatban $a_1 = -2$ és $a_7 = 22$. Mennyi a sorozat tizedik eleme? Mennyi az első három elem számtani közepe?

243. Egy számtani sorozat első eleme 7, ötödik eleme 55. Hányadik eleme a sorozatnak a 115 és az 1483?

244. Egy számtani sorozatban az első elem 8, az első három elem számtani közepe 12.

a) Mennyi a sorozat differenciája?

b) Mennyi az első nyolc elem összege?

c) Hány sorozatbeli elem van 100 és 200 között?

245. Számítsd ki azoknak a

a) legfeljebb kétjegyű,

b) legfeljebb háromjegyű

számoknak az összegét, amelyek 5-tel osztva 3-at adnak maradékkal!

246. Egy négyszög szögei 12 differenciájú számtani sorozatot alkotnak. Mekkora az egyes szögek?

247. Egy kirakatban a konzervdobozokat az ábrán látható háromszög alakban rendezték el. Összesen 16 sorból áll a „gúla”. Hány doboz fért a legalsó sorba? Hány dobozt raktak fel összesen? El lehet-e helyezni a dobozokat négyzet vagy kocka formában is?



248. Tamás és András minden kedden úsznak. Tamás első alkalommal 30 hosszt úszott le, és minden héten 2 hosszal növelte a távot. András 50 hosszt úszott minden alkalommal.

a) Hányadik héten úsztak ugyanannyit a fiúk?

b) Hány hosszal körözi le Tamás Andrást az év folyamán?

c) Hány km-t úsznak egy év alatt, ha a medence $33\frac{1}{3}$ m-es?

249. Nóri és Kati minden este felülésgyakorlatot végez. Nóri 12 felüléssel kezd, és naponta 5-tel növeli az adagját, míg Kati 25-tel kezd, de csak 2-vel növeli naponta a felülések számát. Egy hét alatt ki végzett több hasizomgyakorlatot, és mennyivel?

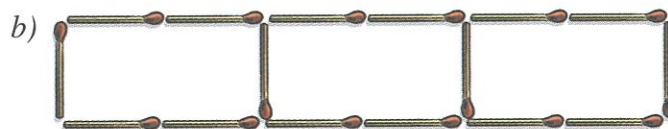
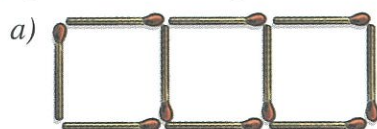
250. Számítsd ki a páratlan számok összegét 1-től 99-ig!

251. Számítsd ki a 100-nál kisebb, öttel osztható pozitív számok összegét!

252. Számítsd ki az 50 és 150 közé eső, 3-mal osztható számok összegét!

253. Számítsd ki a 4-gyel nem osztható kétjegyű páros számok összegét!

254. Gyufaszálakból építettük a következő alakzatokat:

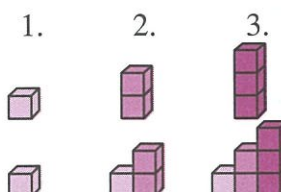


Hány gyufaszálra van szükség az egyes esetekben? Töltsd ki a táblázatot, és a kapott képletet ellenőrizd az ábrán látható $n = 3$ -ra, $n = 5$ -re és $n = 8$ -ra!

Téglalapok száma	1	2	3	4	5	6	7	8	...	n
Gyufák száma: a	4									
Gyufák száma: b	6									

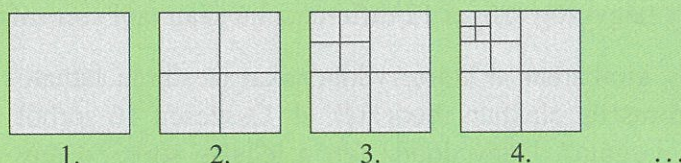
255. Négyzetes oszlopokat építünk. Hány egységnégyzet az oszlopok felszíne? Mennyi lesz a felszín, ha az oszlopokat egymás mellé tesszük az asztalra?

Töltsd ki a táblázatot, és a kapott képletet ellenőrizd $n = 4$ -re és $n = 8$ -ra!



Kockák száma	1	2	3	4	5	6	7	8	...	n
Az oszlop felszíne	6	10								
A kapott test felszíne	6	14								

256. Az ábrán látható rajzolási szabályt folytatva hány négyzetre osztottuk fel a 6., a 11., illetve a 15. ábrát, és összesen hány négyzet van ezeken az ábrákon?



257. Szét lehet-e osztani az 1, 2, 3, ..., 2001, 2002 számokat két csoportba úgy, hogy

- mindkét csoportban egyenlő legyen a számok összege,
- mindkét csoportban páratlan legyen a számok összege?

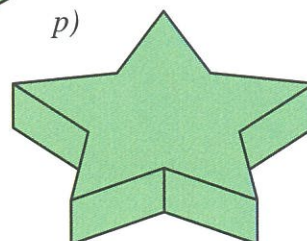
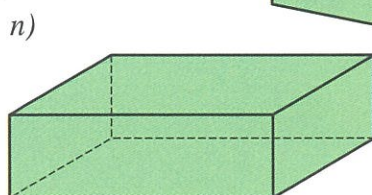
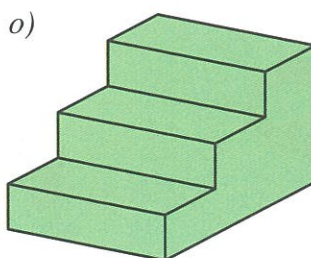
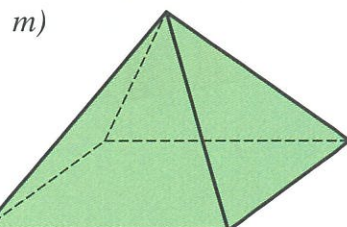
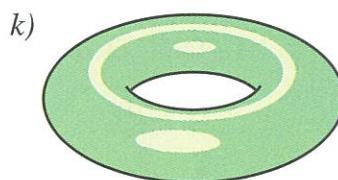
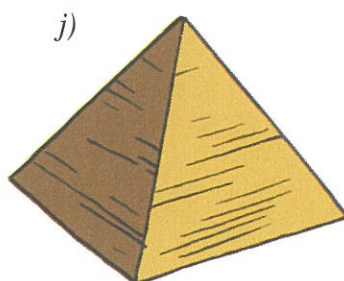
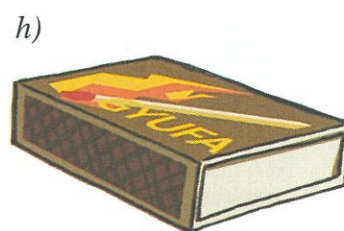
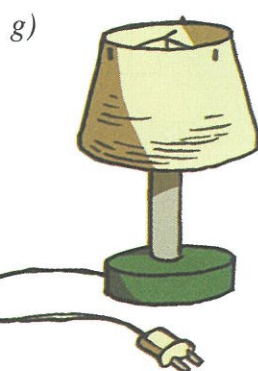
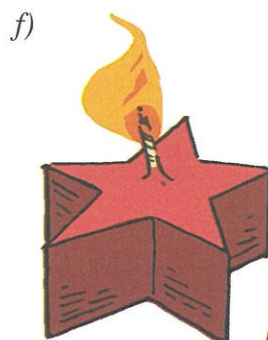
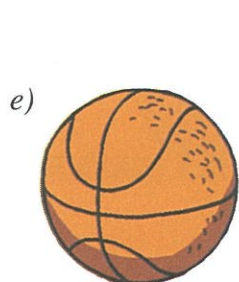
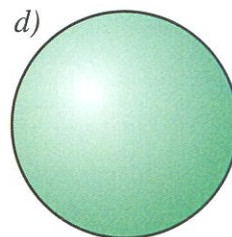
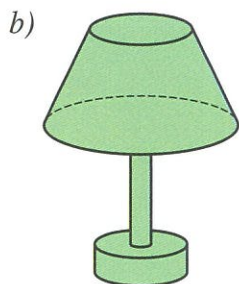
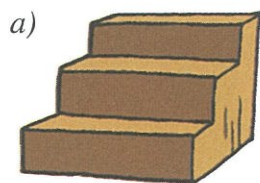
258. Melyik számot töröltük le a 2, 4, 6, ..., 98, 100 számok közül, ha a megmaradt számok számtani közepe a $\frac{2486}{49}$ lett?

259. Melyik az a négyjegyű szám, amelyben a számjegyek 2 differenciájú számtani sorozatot alkotnak, és a számjegyek összege többszöröse a 3-nak?

Térgeometria

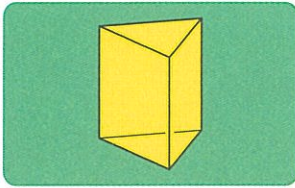
Környezetünk tárgyai és a mértani testek

260. Keresd meg a tárgyak geometriai modelljét!

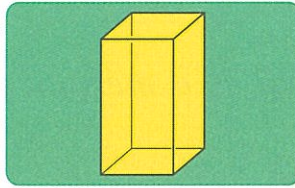


261. Párosítsd a testeket a hálókikkal!

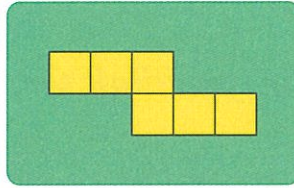
A)



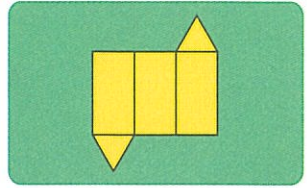
B)



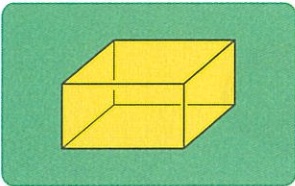
a)



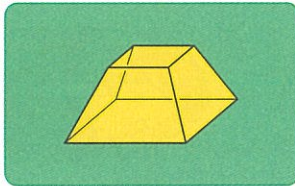
b)



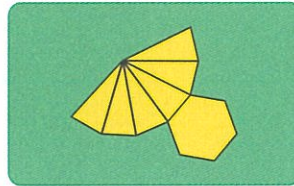
C)



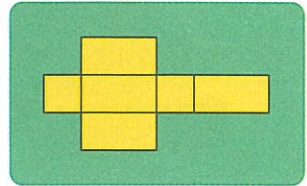
D)



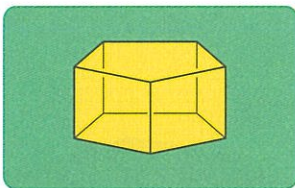
c)



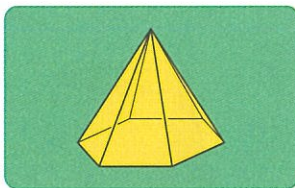
d)



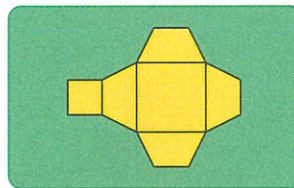
E)



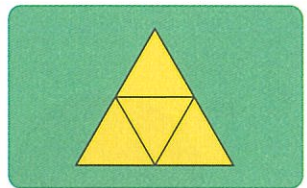
F)



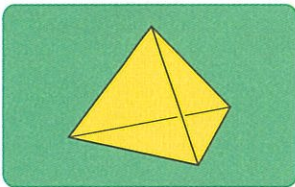
e)



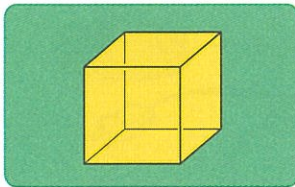
f)



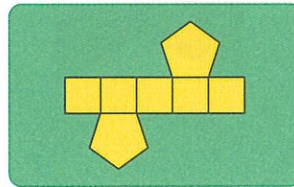
G)



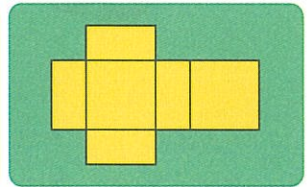
H)



g)

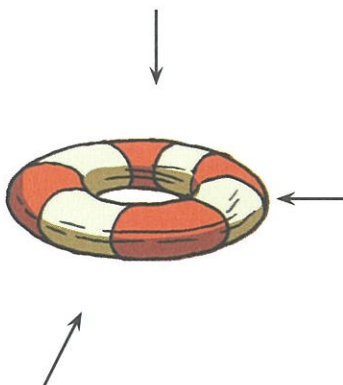


h)

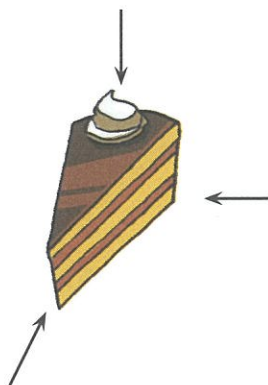


262. Rajzold le a tárgyak elől-, felül- és oldalnézetét!

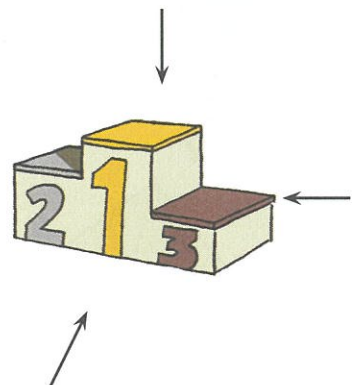
A)



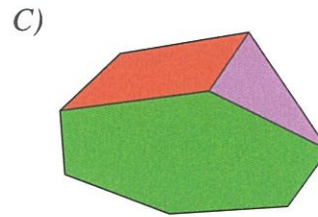
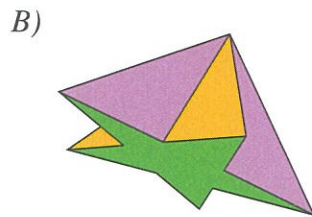
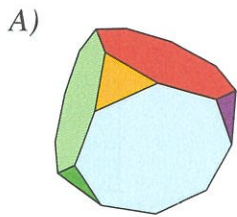
B)



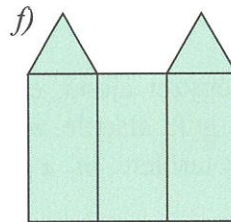
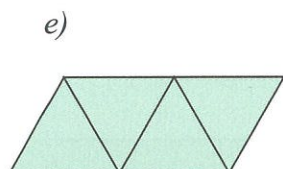
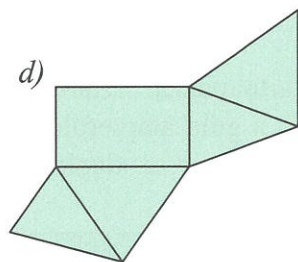
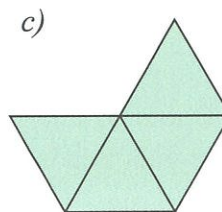
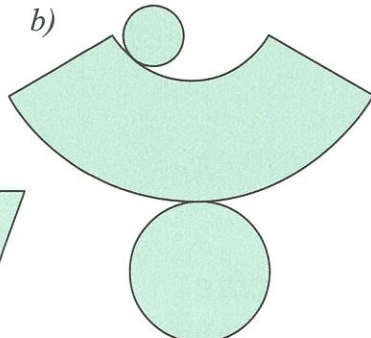
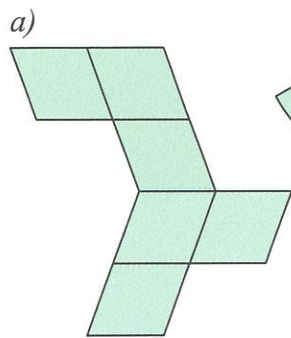
C)



263. Milyen határolólapjai vannak az alábbi testeknek? Csak a látható lapokat rajzold le!



264. Válaszd ki a hálók közül azokat, amelyekből mértani testet lehet építeni! Nevezd meg ezeket a testeket! Vannak-e a hálók között olyanok, amelyekből ugyanazt a testet lehet felépíteni?



A gúla

265. Építs 6 db szabályos háromszögből testet! Hány éle, lapja, csúcsa van ennek a testnek?

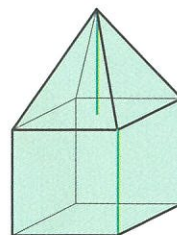
266. Pálcikákból és golyókból (Babilon vagy Geomag építőből) olyan szabályos tetraédert készítettünk, amelynek egy éle 2 pálcika hosszúságú. Hány golyót és pálcikát használunk fel?

267. Először egy olyan ötszög alapú gúla élvázis modelljét készítjük el, amelynek minden éle 3 cm. Hány cm drótra van szükségünk? Másodszor az előző gúla alaplappára, az alaplappal elválasztott másik térrészbe egy ugyanolyan gúlát készítettünk, mint az előző. Hány cm drót szükséges az így kapott kettős gúlához?

268. Melyik az a gúla, amelynek

- a) 4 éle, b) 6 éle, c) 8 éle, d) 9 éle van?

- 269.** Egy 54 cm^2 felszínű kocka egyik lapjára kifelé ráragasztunk egy, a kocka élével azonos alapélű és megegyező magasságú, egyenlő oldalélű gúlát. Az így kapott testnek hány lapja, éle és csúcsa van? Szerkeszd meg a test hálóját!



- 270.** Igazak-e az állítások? Válaszaidat indokold!
- A) A gúla határolólapjai sokszögek.
 - B) A sokszöglapokkal határolt testek gúlák.
 - C) Két hatszög alapú gúla egybevágó, ha a megfelelő oldalélei egyenlők.
 - D) A gúlának nem lehet páratlan számú éle.
 - E) A gúlának csak páratlan számú lapja lehet.
 - F) A háromszög alapú gúla minden lapja lehet alaplapp.

A gúla felszíne (Kiegészítő tananyag)

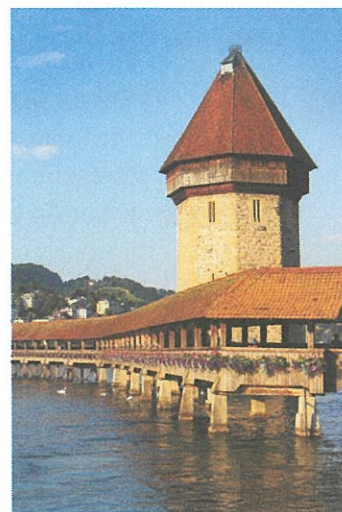
- 271.** A táblázat egy-egy négyzet alapú, egyenlő oldalélű gúla adatait tartalmazza. Számítsd ki a hiányzó adatokat! a a gúla alapéle, m_o az oldallapok magassága, T_a a gúla alapterülete, T_o a gúla egy oldallapjának területe, m_t a gúla testmagassága, b a gúla oldaléle, e az alaplapp átlója, A a gúla felszíne.

	a (cm)	m_o (cm)	T_a (cm ²)	T_o (cm ²)	m_t (cm)	b (cm)	e (cm)	A (cm ²)
a)	6	5						
b)			9	10				
c)		3					4	
d)			100			13		
e)	60				40			

- 272.** Egy 36 cm^2 alapterületű, négyzet alapú, egyenlő oldalélű gúla egy oldallapjának területe az alaplapp területének 75%-a. Mekkora a gúla felszíne?

- 273.** Egy hatszög alapú, egyenlő oldalélű gúla felszíne 125 dm^2 . Az alaplapp és egy oldallapp területének aránya 3 : 2. Mekkora az alaplapp, és mekkora az oldallapok területe?

- 274.** A torony teteje olyan szabályos nyolcszög alapú, egyenlő oldalélű gúla, melynek alapéle 3,8 m, oldallapjának magassága 8,6 m. A tető beborításához hány darab cserépre van szükség, ha 1 m^2 területre 16 db-ot lehet felrakni, és a hulladékra plusz 15%-ot kell számítani?



Kapellbrücke és víztorony,
Svájc, Luzern