

7



Matematika

munkafüzet

A kiadvány 2017. 04. 20-tól tankönyvvé nyilvánítási engedélyt kapott a TKV/2278–14/2017. számú határozattal.

A kiadvány megfelel az 51/2012. (XII. 21.) EMMI-rendelet: 2. sz. melléklet: Kerettanterv az általános iskolák 5–8. évfolyama számára 2.2.03. előírásainak.

A tankönyvvé nyilvánítási eljárásban közreműködő szakértők: Kónya István, Zarubay Attila

Tananyagfejlesztő: Gedeon Veronika, Paróczay Eszter, Számadó László,
Tamás Beáta, dr. Wintsche Gergely

Alkotószerkesztő: dr. Wintsche Gergely

Vezető szerkesztő: Tóthné Szalontay Anna

Tudományos szakmai szakértő: Rózsahegyiné dr. Vásárhelyi Éva

Pedagógiai szakértő: Illés János

Olvasószerkesztő: Darcsiné Molnár Edina

Fedélterv: Orosz Adél

Látvány- és tipográfiai terv: Gados László, Orosz Adél

Illusztráció: Létai Márton

Szakábra: Szalóki Dezső

Fotók: Flickr, WikimediaCommons, Wikipédia, Alan Light, Kováts Borbála, Márton Tünde, Wintsche Gergely

A tankönyv szerkesztői ezúton is köszönetet mondanak mindazoknak a tudós és tanár szerzőknek, akik az elmúlt évtizedek során olyan módszertani kultúrát teremtettek, amely a kísérleti tankönyvek készítőinek is ösztönzést és példát adott. Ugyancsak köszönetet mondunk azoknak az íróknak, költőknek, képzőművészeknek, akiknek alkotásai tankönyveinket gazdagítják.

© Eszterházy Károly Egyetem, 2017

ISBN 978-963-436-066-7

Eszterházy Károly Egyetem • 3300 Eger, Eszterházy tér 1.

Tel.: (+36-1) 460-1873 • Fax: (+36-1) 460-1822 • E-mail: kiado@ofl.hu

Kiadásért felel: dr. Liptai Kálmán rektor

Raktári szám: FI-503010702/1

Műszakiiroda-vezető: Horváth Zoltán Ákos

Műszaki szerkesztő: Orosz Adél • Grafikai szerkesztő: Kováts Borbála, Márton Tünde, Farkas Éva

Nyomdai előkészítés: Gados Dániel, Lőrinczi Krisztina, Gados László

Terjedelem: 19,57 (A/5) ív, tömeg: 352 gramm • 1. javított kiadás, 2020

Az újgenerációs tankönyvek az Új Széchenyi Terv Társadalmi Megújulás Operatív Program 3.1.2-B/13-2013-0001 számú, „A Nemzeti alaptantervhez illeszkedő tankönyv, taneszköz és Nemzeti Köznevelési Portál fejlesztése” című projektje keretében készült. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

A munkafüzet „Mindennapi pénzügyeink” című fejezete a Pénziránytű Alapítvány szakmai támogatásával készült.



PÉNZIRÁNYTŰ

Nyomta és kötötte az Alföldi Nyomda Zrt., Debrecen

Felölős vezető: György Géza vezérigazgató

A nyomdai megrendelés törzsszáma:



SZÉCHENYI 2020



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

I. Gondolkodjunk! 5

1. Számold össze! 5
2. Rendezd sorba! 8
3. Kiválasztások 10
4. Igazold! Cáfold! 11
5. Matematikai játékok 12
6. Összefoglalás 14

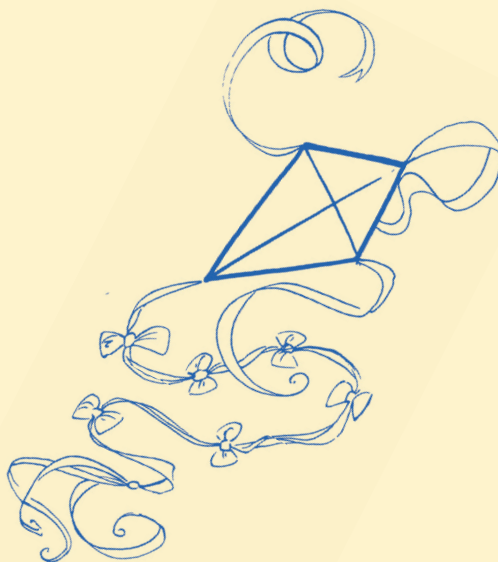


II. Racionális számok és hatványozás .. 16

1. Az egész számok tulajdonságainak áttekintése 16
2. A törtek 18
3. Törtek összeadása, kivonása 21
4. Törtek szorzása, osztása 23
5. Törtek tizedes tört alakja 25
6. Műveletek véges tizedes törtekkel ... 26
7. Szöveges feladatok 28
8. Zárójelfelbontások, összetett műveletek 31
9. Nagy számok és a hatványalak 34
10. A hatványozás azonosságai I. 35
11. A hatványozás azonosságai II. 36
12. Normálalak 38
13. Összefoglalás 40

III. Geometriai transzformációk 45

1. Fontos geometriai fogalmak 45
2. Síkidomok, testek 47
3. Geometriai transzformációk 49
4. Középpontos tükrözés 50
5. A középpontos tükrözés alkalmazása 52
6. Szögpárok 53
7. Középpontos és tengelyes szimmetria 54
8. Paralelogramma és deltoid 55
9. A paralelogramma területe 57
10. A háromszög területe 59
11. A trapéz területe 60
12. A deltoid területe 62
13. Középpontosan szimmetrikus alakzatok 63
14. Sokszögek 65
15. Szerkesztések 66
16. Összefoglalás 67



IV. Oszthatóság 69

1. Ismétlés	69
2. Prímtényező felbontás	71
3. Osztó, többszörös	72
4. Legnagyobb közös osztó	74
5. Legkisebb közös többszörös	75
6. Egy kis logika	77
7. Oszthatósági szabályok	78
8. Készítsünk magunknak oszthatósági szabályokat! (Kiegészítő tananyag)	80
9. Matematikai játékok	81
10. Összefoglalás	82

V. Egyenletek, egyenlőtlenségek 84

1. Arányosságról még egyszer	84
2. Mi tudunk a százalékszámításról? ...	85
3. Összetett százalékszámítási feladatok	87
4. Szöveges feladatok	90
5. Számok és betűk használata I.	92
6. Számok és betűk használata II.	93
7. Egyenletmegoldási módszerek: próbálgatás és lebontogatás	95
8. Mérlegelv	96
9. Azonosság, ellentmondás, egyenletek megoldása	99
10. Egyenlőtlenségek megoldása mérlegelvvel	100
11. Szöveges feladatok megoldása egyenlettel	102
12. Összefoglalás	104

VI. Geometria 108

1. Egybevágó háromszögek	108
2. Összefüggések a háromszög oldalai, szögei között	109
3. A háromszög és a köré írt köre	111
4. A háromszög és a beírt köre	112
5. Magasságvonalak a háromszögben ..	113
6. Súlyvonalak és középvonalak a háromszögben	115
7. Sokszögek szögei és átlói	117
8. A kör kerülete	119
9. A kör területe	121
10. A hasáb felszíne és térfogata	123
11. A henger felszíne és térfogata	124
12. Összefoglalás	126



VII. Függvények, statisztika 128

1. Két halmaz közötti hozzárendelések ..	128
2. Függvények megadási módjai	130
3. Olvassunk a grafikonról!	132
4. Ábrázoljunk képlet alapján!	134
5. Keressünk szabályokat!	136
6. Átlag, módusz, medián	139
7. Gyakoriság, relatív gyakoriság	140
8. Valószínűség	141
9. Összefoglalás	142

VIII. Mindennapi pénzügyeink 143

1. 📡 Válaszolj az alábbi kérdésekre!

a) Hány darab kétjegyű páratlan szám van?

b) Hány darab háromjegyű páros szám van?

c) Hány darab hárommal osztható négyjegyű szám van?

2. 📡 A Vas családnak piros és sárga tányérszete van, de minden színből már csak négy darab. A kör alakú ebédlőasztalra ezekkel a piros és sárga tányérokkal szeretnének megteríteni öt személy részére.

Add meg az összes terítési lehetőséget! A forgatással egymásba átvihető terítéseket nem tekintjük különbözőeknek.

Lehet, hogy több ábrát rajzoltunk, mint amennyire szükséged lesz.



Vagyis összesen lehetőség van.

3. 📡 Hányféle rendszámot tudsz tervezni a képen látható betűkből és számjegyekből a megadott feltételekkel? Sorold fel a lehetőségeket!



a) Csak a számjegyek sorrendjét változtathatod meg:

..... Vagyis féle.

b) Csak a betűk sorrendjét változtathatod meg:

..... Vagyis féle.

c) A rendszámnak A-val kell kezdődnie, és 5-re kell végződnie:

..... Vagyis féle.

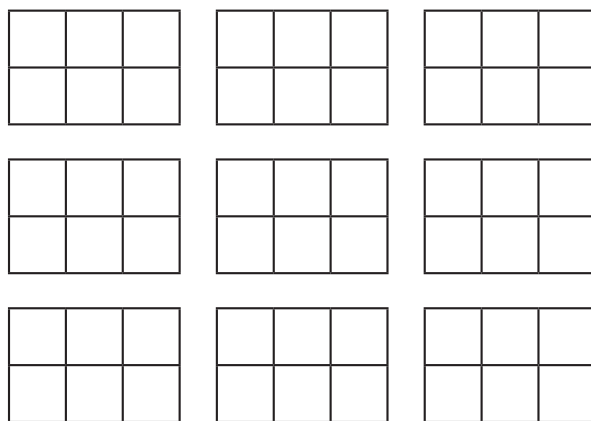
4. 📡 Az ábra négyzeteibe az A, B, E, F, O, P betűket kell beírnod a következők szerint:

– sem két magánhangzó, sem két mássalhangzó nem kerülhet oldalukkal szomszédos négyzetekbe;

– a betűknek balról jobbra haladva mindkét sorban ábécésorrendben kell szerepelniük.

Egy beírásnál mind a hat betűt pontosan egyszer kell felhasználnod. Hány kitöltést tudsz készíteni a megadott szabályok szerint? Lehet, hogy több ábrát rajzoltunk, mint amennyire szükséged lesz.

Vagyis összesen kitöltés készíthető.



5. A bűvös négyzeteket a középkorban a különleges tulajdonságaik miatt tartották bűvösnek, és talizmánként is hordták. Voltak, akik úgy gondolták, hogy ezek a négyzetek megóvják viselőjüket mindenféle bajtól. A tankönyvben Dürer híres *Melankólia* című metszetén is láthatsz egy ilyen négyzetet. Az alsó sor középső két száma a kép készítésének az évét is megadja: a metszet 1514-ben készült. Ennek a négyzetnek a bűvös száma a 34, azaz minden sorban, minden oszlopban és a két átlóban is ennyi a négy szám összege.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

A tankönyv egyik feladatában olyan további számnégyeseket is találtunk, amelyeknek az összege szintén 34. Színezz be még további olyan számnégyeseket, amelyek nem egy sort, oszlopot vagy átlót alkotnak, és a számok összege 34!

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

6. Az ábra négyzeteibe az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számokat kell beírnod a következők szerint:

- a szomszédos páros számok (például a 2 és a 4) nem kerülhetnek oldalukkal szomszédos négyzetekbe;
- az 1, 3, 5 számoknak balról jobbra haladva a megadott sorrendben kell egymás mellett szerepelniük.



Egy beírásnál mind a hat számot pontosan egyszer kell felhasználnod. Hányféle, a szabályoknak megfelelő beírás létezik?

Rajzold le az eseteket!



Vagyis összesen kitöltés készíthető.

7. A harminckét lapos magyar kártyából kivesszük a négy ászt. A piros, zöld, makk és tök ászhoz még hozzávesszük a piros és a makk királyt is. Ezt a hat lapot az ábrán látható elrendezésben az asztalra kell rakni (két sor, három oszlop).

A piros ász és a piros király a felső sorban, a makk ász és a makk király pedig az alsó sorban kell egymás mellett legyen, sőt a két királynak mindig egy oszlopban kell elhelyezkednie. A mellékelt ábra mutat egy megfelelő elhelyezést. Keresd meg a megadottól különböző összes helyes elrendezést!

Lehet, hogy több ábrát rajzoltunk, mint amennyire szükséged lesz.



P K	P Á	T Á												
M K	M Á	Z Á												

Vagyis összesen elhelyezés létezik.

8. A képen látható zsonglőrlabdát négy különböző színű darabból varrták össze. Hányféle labda készíthető, ha mindig pontosan ezt a négy színt használják? Rajzolj! Színezz!



Vagyis darab különböző labda készíthető!

1. Készíts háromjegyű számokat a képen látható számkártyák mindegyikének felhasználásával! Sorold fel az összes esetet! Hány esetben kapsz négyzetszámot?



Háromjegyű számok: Ez összesen: darab.

Négyzetszámok: Vagyis négyzetszám van közöttük.

2. a) Add meg a 3, 4, 5 számjegyek mindegyikének felhasználásával kapható háromjegyű számokat!

.....

Vagyis darab van.

b) Add meg a 6, 7, 8, 9 számjegyek mindegyikének felhasználásával kapható négyjegyű számokat!

.....

Vagyis darab van.

3. A tanterem előtt három lány és négy fiú áll. Hányféle sorrendben léphetnek a terembe, ha a fiúk előre engedik a lányokat?

A lányok belépési sorrendjeinek a száma:

A fiúk belépési sorrendjeinek a száma:

Az összes sorrend:

4. Az A, B, C és D pontok egy négyszög négy csúcsát adják. Valamilyen sorrendben összekötöttünk közülük hármat, így rajzoltunk egy háromszöget. Hányféleképpen rajzolhattunk háromszöget, ha az összekötés sorrendje is számít?

Az esetek száma:

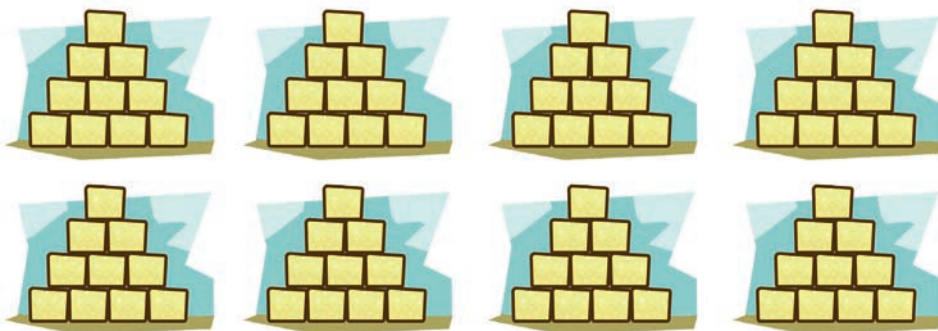
Indoklás:

.....

5. A számpiramisban a sorokon belül tetszőlegesen megváltoztathatod a számjegyek sorrendjét. Hányféle piramis van, ha ragaszkodsz ahhoz, hogy minden sor kettessel kezdődjön, és az 5-ös helyét sem változtatod? Töltsd ki a piramisokat szemléltető ábrákat! Lehet, hogy több ábra van, mint amennyire szükséged van.



Vagyis darab ilyen piramis van.



6. A tankönyvben olvashattál a Négyszögletű Kerek Erdő lakóinak költői versenyéről (Lázár Ervin: A Négyszögletű Kerek Erdő). Ezen a versenyen Aromo, a fékezhetetlen agyvelejű nyúl ezt írta:

bälömböki bag ú fan
balámbökö big a fún
búlambákö bög i fan
balúmbaká bög ö fin
bilambúka bág ö fön
bölimbakú bag á fön
bölömbika bűg a fán

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Figyeld meg a „vers” szerkezetét!

.....

.....

Hány soros írás készíthető ezzel a módszerrel, ha az utolsó mondatát megadjuk? Írd le az így kapott „verset”!

Lehetséges, hogy több vonal van, mint amennyire szükséged lesz.

Vagyis a sorok száma: darab.

1. Egy kisiparos az alábbi szöveggel hirdeti magát:

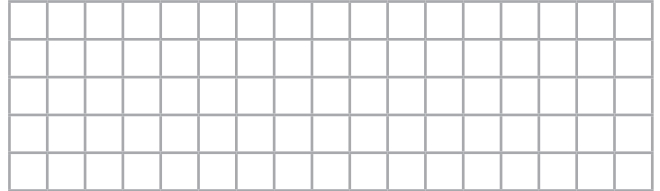
Olcson, jól és gyorsan dolgozom! Ön ezek közül kettőt választhat!

Hányféle választásod lehet, ha ezzel az iparossal szeretnél dolgoztatni? Sorold fel az eseteket!

Vagyis eset van.

2. A 16 fős csoportban az óra elején két kiválasztott fog felelni. Hányféleképpen történhet a kiválasztás, ha a feleletek sorrendje nem számít?

A kiválasztások száma:



3. A PÉTER név betűiből ki kell választanod kettőt minél több módon, és azokat ábécésorrendben felsorolva leírni. Sorold fel a kiválasztásaidat!

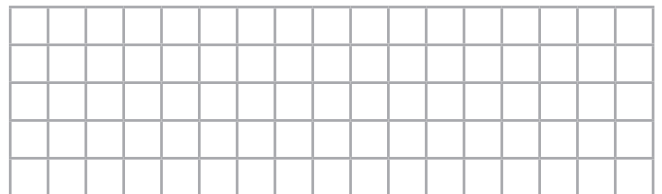
Vagyis a választások száma.

4. Az ÁGNES név betűiből ki kell választanod hármat minél többféleképpen, és azokat ábécésorrendben felsorolva leírni. Sorold fel a kiválasztásaidat! Megtaláltad az összeset?

Vagyis a választások száma.

5. A fagyaltozóban kilencféle fagyalt kapható. Egy osztály tanulói fagyizni mentek, s mindenki két különböző ízű fagyaltot kért. Legfeljebb hány fős lehet az osztály, ha senki sem kért ugyanolyan párosítást?

Az osztály létszáma:



6. Egy sakkeladványt hét bábuval lehet kirakni a táblára: négy világossal és három sötéttel. Tudjuk, hogy a világos és a sötét királynak is a táblán kell lenni, továbbá nincs két azonos világos és nincs két azonos sötét bábu sem a táblán. Hányféle módon választhatjuk ki a bábukat ehhez a feladványhoz?



A sötét bábuk ezek lehetnek: Az esetek száma: darab.

A világos bábuk ezek lehetnek: Az esetek száma: darab.

Az összes eset száma:

1. Fogalmazd meg a következő állítások megfordítását! Döntsd el, hogy melyik állítás igaz (I), melyik hamis (H)! Cáfold a hamis állításokat!

a) Ha egy négyszög két-két szemközti oldala egyenlő hosszúságú, akkor az téglalap.

☐

Megfordítása:

☐

Cáfolat:

b) Ha egy gyümölcs piros, akkor az alma.

☐

Megfordítása:

☐

Cáfolat:

2. A következő mondatokat szedd szét két állításra! Döntsd el, hogy igazak-e az így kapott állítások!

a) Egy háromszög akkor és csak akkor hegyesszögű, ha a legnagyobb szöge hegyesszög.

☐
☐

b) Egy hányados, akkor és csak akkor egyenlő 1-gyel, ha az osztó és az osztandó egyenlő.

☐
☐

3. A Van olyan négyzet, amelyik nem téglalap. állítás tagadása: Nem igaz, hogy van olyan négyzet, amelyik nem téglalap. Ezt a mondatot így is mondhatjuk: Minden négyzet téglalap. Az eredeti állítás hamis, a tagadása igaz!

Ezek alapján fogalmazd meg a következő állítások tagadását! Dönts, hogy melyik igaz, melyik hamis!

a) Van olyan deltoid, amelyik nem rombusz.

☐

Tagadása:

☐

b) Van olyan állat, amelyik nem kétlábú.

☐

Tagadása:

☐

c) Van olyan test, amelyik nem négycsúcsú.

☐

Tagadása:

☐

4. A Van olyan háromszög, amelyben két tompaszög található. állítás tagadása: *Nem igaz, hogy van olyan háromszög, amelyben két tompaszög található.* Ezt a mondatot így is mondhatjuk: *Nincs olyan háromszög, amelyben két tompaszög található.* Az eredeti állítás hamis, a tagadása igaz!

Ezek alapján fogalmazd meg a következő állítások tagadását! Dönts, hogy melyik igaz, melyik hamis!

a) Van olyan négyszög, amelyben két derékszög van.

Tagadása:

b) Van olyan közlekedési eszköz, amelyiknek két kereke van.

Tagadása:

c) Van olyan konvex sokszög, amelyiknek öt átlója van.

Tagadása:

1. Az ábrán a beszorítós nevű játék tábláját láthatod. A játékban az ellenfél mozgásának megakadályozása a cél. Mindkét játékosnak két bábuja van, ami lehet például két-két kupak is. Kezdekor az egyik játékos a négyzet két alsó sarkába két kék kupakot helyez, a másik játékos pedig a négyzet két felső sarkába két piros kupakot.

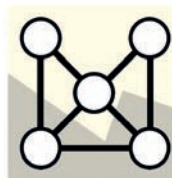
(A lényeg, hogy két-két azonos színűt.) A kupakok a vonalak mentén tolhatók át az egyik szomszédos mezőről a másikra. Az a játékos győz, amelyik „beszorítja” a társát, vagyis megakadályozza a mozgását. Szinte gondolkodás nélkül, gyorsan kell játszani! Ha sokáig nem sikerül egymást beszorítani, akkor egyeztetek meg a döntetlenben! Ez azt jelenti, hogy mindketten nagyon figyelmesek voltak. Ebben a játékban csakis a figyelemnek van szerepe, mivel a győzelem tévesztésen alapul.

Hányféleképpen helyezkedhet el a tábla öt mezőjén a két piros és a két kék korong?

Az esetek száma:

Indoklás:

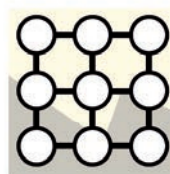
Rajzold le vázlatosan azokat az eseteket, amikor a bal felső sarok piros! Ha nincs elég hely, akkor a következő oldal tetején folytathatod.



Ezek száma:

2.  Ismered a malom nevű játékot? Most megismerheted ennek az egyszerű változatát. A neve is ez: egyszerű malom.

A játék táblája könnyen elkészíthető: az ábrán látható módon összekötött kilenc körből áll. A játékhoz négy-négy azonos színű bábú kell. Az egyik játékosé legyen négy piros kupak, a másik játékosé négy kék. A játék célja, hogy három bábunkat vízszintesen vagy függőlegesen egy vonalba állítsuk, azaz malmot hozzunk létre.



A játékosok a játék első részében egy-egy bábút helyeznek a táblára felváltva. A kezdő lépésben nem szabad a középső mezőt elfoglalni! (Ebben az esetben a játékot a kezdő és figyelmesen játszó játékos nyerné.) Ha már mind a nyolc bábú a táblán van, akkor azok a vonalak mentén áttolhatók valamelyik szomszédos mezőre. Az a játékos lesz a győztes, aki előbb épít malmot! A játék nehezíthető, ha a bábuk számát három-háromra csökkentjük.

a) A piros bábukkal játszó játékos kezd. Hányféle táblakép alakulhat ki két piros és egy kék bábú felhelyezése után, ha a kék bábuval játszó játékos azonnal elfoglalja a középső mezőt?

Az esetek száma:

Indoklás:

b) Hányszorosára nő az esetek száma, ha az előzőek után még egy kék bábú felkerül a táblára?

3.  Két játékos felváltva ejti be színes korongjait az általuk elgondolt helyre a képen látható játék tetején lévő nyílásokon keresztül. Az lesz a győztes, akinek előbb lesz négy egyforma színű korongja egy sorban, egy oszlopban vagy átlósan.

a) Hányféle változat alakulhat ki a képen egy sárga korong bedobása után?

Esetek száma:

b) Hányféle változat alakulhat ki a képen egy sárga, majd egy piros korong bedobása után?

Esetek száma:

c) Hányféleképpen képzelhető el egy sorban két piros és öt sárga korong úgy, hogy az öt sárga korong ne legyen egymás mellett?

Esetek száma:



1. Írd fel a 0, 5, 7, 9 számjegyek mindegyikének egyszeri felhasználásával képezhető összes négyjegyű

a) páros számot:

b) páratlan számot:

c) ötten osztható számot:

2. Anna, Borbála, Csilla és Dorka egyaránt a hónap utolsó napján született, de mindegyikük születési dátumában eltérő a nap sorszámát jelölő szám. Ki hányadikán születhetett, hányféle eset lehetséges?

Az esetek száma: darab.

Indoklás:

3. Ágnes karkötőjén négy különböző medál van: csillagos szív, ragyogó levelek, szikrázó virágok és szerencsekocka. Hányféle sorrendben fűzheti fel ezeket a karkötőjére?

A sorrendek száma:

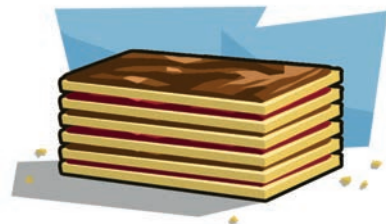
Indoklás:



4. Anna újjáértékelte a hatlapú sütemény három lapját csokikrémmel, három lapját pedig lekvárral szeretné bekenni. A süti felvágása után a csokicsíkok barnának, a lekváros csíkok pirosnak látszanak. Hányféle változatban készítheti el Anna a süteményt? Két sütemény különböző, ha bennük a rétegek színei eltérnek egymástól.

A változatok száma:

Indoklás:



5. Hány darab 4-gyel osztható szám készíthető az 0, 2, 4, 6, 8 számjegyek mindegyikének egyszeri felhasználásával? Használd a füzetedet!

Az esetek száma:

Indoklás:

6. Fogalmazd meg a következő mondatok megfordításait! Minden esetben dönts, hogy melyik igaz és melyik hamis! Az állításokban szereplő számok egészek.

a) Ha egy kéttagú összeg osztható hárommal, akkor a két tag is osztható hárommal.

☐

Megfordítása:
.....

☐

b) Ha egy kéttényezős szorzat osztható öttel, akkor legalább az egyik tényező osztható öttel.

☐

Megfordítása:
.....

☐

c) Ha egy egész szám osztható 50-nel, akkor a végződése 50.

☐

Megfordítása:
.....

☐

d) Ha egy számban minden számjegy pontosan egyszer szerepel, akkor az nagyobb, mint 1023 millió.

☐

Megfordítása:
.....

☐

7. Fogalmazd meg a következő állítások tagadását!

a) Minden medve szereti a mézet.

Tagadása:

b) Nincs olyan medve, amelyik fehér.

Tagadása:

c) Van olyan medve, amelyik barna.

Tagadása:

d) Minden medve tud fára mászni.

Tagadása:

1.  Fogalmazd meg, mit értünk egy szám abszolút értékén!

2. Válaszolj az alábbi kérdésekre!

Melyik az a szám,

a) amelyet hozzáadva egy számhoz az eredeti számot kapjuk;

b) amellyel megszorozva a számot, az eredeti számot kapjuk;

c) amelyet hozzáadva a számhoz 0-t kapunk;

d) amelyet hozzáadva az eredeti számhoz a szám ellentettjét kapjuk?

3. Végezd el az összevonásokat!

a) $(-240)-(-91) = \dots\dots\dots$

b) $(-14) + (+84) =$

c) $(-362) - (-112) = \dots\dots\dots$

d) $(+73) + (+11) = \dots\dots\dots$

e) $(+17) - (+8) + (+23) - (+17) = \dots\dots\dots$

f) $-305 + (-416) - (+145) - 24 = \dots\dots\dots$

g) $333 - (-222) + (+888) - (+111) = \dots\dots\dots$

h) $517 - [(-125) + (+305)] = \dots\dots\dots$

i) $-38 - [(+29) + (-84)] = \dots\dots\dots$

j) $-175 - [(+91) - (-119)] = \dots\dots\dots$

4.  Változik-e az eredmény, ha a zárójeleket másképpen helyezzük el? Figyeld meg az összevonások eredményét!

a) $-8 - (+19) - (+24) - (-10) = \dots\dots\dots$

b) $[-8 - (+19)] - [(+24) - (-10)] = \dots\dots\dots$

c) $\{-8 - [(+19) - (+24)]\} - (-10) = \dots\dots\dots$

d) $\{[(-8) - (+19)] - (+24)\} - (-10) = \dots\dots\dots$

e) $-8 - \{[(+19) - (+24)] - (-10)\} = \dots\dots\dots$

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

5. A műveleti sorrendre figyelve számítsd ki az alábbi műveletek eredményét!

a) $(251 - 315 + 237) \cdot (+4) =$

b) $(-540 + 152) \cdot (-6) =$

c) $[6 \cdot (-42 + 21 - (-21))] \cdot (-17) =$

6. Egy dolgozat javításakor az alábbiakat olvastuk. Döntsd el, melyek az igaz állítások! A hamisakat javítsd ki!

a) Két pozitív szám közül az a nagyobb, amelyiknek az abszolút értéke nagyobb. ☐

b) Egy pozitív és egy negatív szám közül az a nagyobb, amelyiknek az abszolút értéke nagyobb. ☐

c) Minden egész szám abszolút értéke pozitív egész szám. ☐

d) Két negatív egész szám abszolút értéke közül az a nagyobb, amelyik távolabb van a 0-tól. ☐

7. Csoportosítsd az alábbi műveletsorok tagjait úgy, hogy minél egyszerűbben elvégezhesd a műveleteket! Kösd össze nyilakkal a műveletsorokat, a nyíl a nagyobb végeredményű művelet felé mutasson!

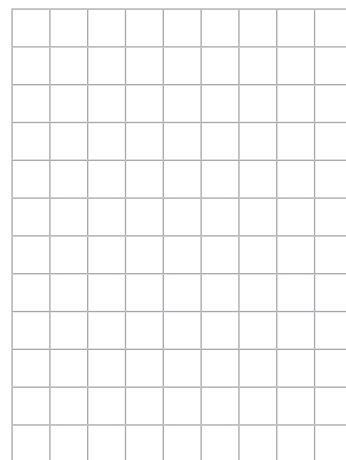
$$456 - 268 + 554 - 732$$

$$1285 + 521 + 2479 + 1715$$

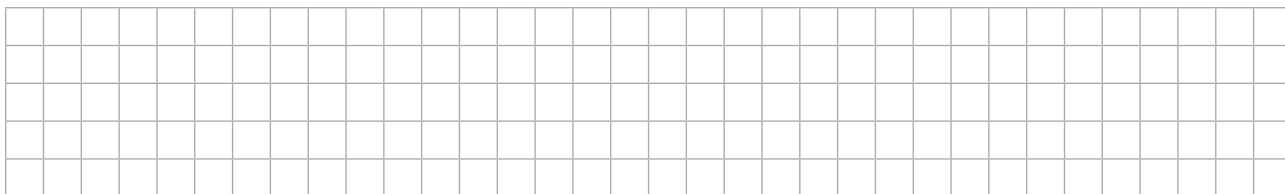
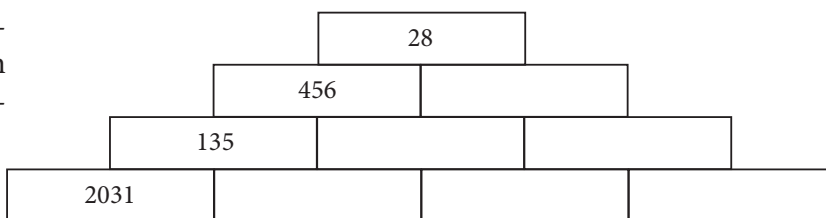
$$5632 + 4287 + 1368 + 2713$$

$$1897 - 4315 - 1685 + 2103$$

$$-1028 + 3470 - 972 + 4530$$



8. Töltsd ki a számpiramis üres tégláit úgy, hogy mindegyik téglalapban lévő szám az alatta lévő két téglalapban szereplő szám összege legyen!



II.

1.

AZ EGÉSZ SZÁMOK TULAJDONSÁGAINAK ÁTTEKINTÉSE

9. 🎧 Összeadtunk 9 egymást követő egész számot, így 0-t kaptunk. Melyik volt a legnagyobb szám?

.....

10. 🎧 Összeadtunk 11 egymást követő egész számot, így 121-et kaptunk. Melyik volt a legnagyobb szám?

.....

11. 🎧 a) Töröljünk a 2959-es számból egy számjegyet úgy, hogy a megmaradó háromjegyű szám a lehető legkisebb legyen!

.....

b) Töröljünk a 291 919-es számból két számjegyet úgy, hogy a megmaradó négyjegyű szám a lehető legnagyobb legyen!

.....

II.

2.

A TÖRTEK

1. 🎧 Fogalmazd meg, mit nevezünk racionális számnak!

.....

.....

.....

2. 🎧 a) Tegyel ✓-t, ha igaz, és ✗-et, ha hamis az állítás!

	$\frac{3}{7}$	$-\frac{11}{9}$	$\frac{17}{12}$	$\frac{30}{-8}$	$\frac{29}{5}$	$\frac{-37}{41}$	$\frac{3}{19}$	$\frac{-11}{10}$
(-2)-nél nagyobb								
(-1)-nél nagyobb								
0-nál nagyobb								
1-nél nagyobb								
2-nél nagyobb								

b) Állítsd a táblázatban megadott számokat növekvő sorrendbe!

3. Írd fel a következő számok két-két törtalakját! Húzd alá kékkel az egész számokat, pirossal a tört-számokat!

a) $\frac{2}{3} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square};$

b) $8 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square};$

c) $\frac{17}{4} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square};$

d) $\frac{-33}{11} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square};$

e) $3\frac{1}{4} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square};$

f) $-7\frac{3}{5} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square};$

g) $\frac{0}{17} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square};$

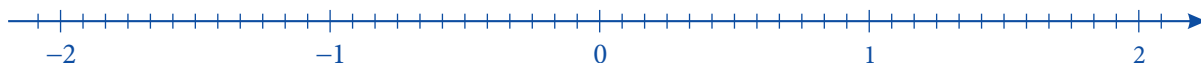
h) $\frac{5}{-9} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}.$

4. Ábrázold a törtet a számegyenesen! Írd a számokat a legkönnyebben ábrázolható alakba!

a) $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{-4}{3}; -\frac{11}{6}; \frac{1}{-3}; -1\frac{1}{6}$



b) $\frac{3}{4}; \frac{5}{-6}; -1\frac{1}{2}; \frac{13}{12}; \frac{3}{2}; 1\frac{1}{6}$



5. Állítsd növekvő sorrendbe az előző feladat a) részében felsorolt számok abszolút értékét!

6. Írd fel csökkenő sorrendben a 4. feladat b) részében megadott számok ellentettjét!

7. Hasonlítsd össze a két számot, és tedd ki a megfelelő relációs jelet (<; >; =)!

a) $\frac{6}{17}$ $\frac{4}{17};$

b) $\frac{9}{5}$ $\frac{9}{11};$

c) $-\frac{5}{12}$ $-\frac{8}{12};$

d) $\frac{-14}{23}$ $\frac{-14}{37}.$

8. 📡 Keres két olyan racionális számot, amely a megadott két racionális szám közé esik! Rajzold meg helyüket a számegyenesen!

a) $\frac{7}{5}$; $\frac{11}{5}$



b) $\frac{4}{7}$; $\frac{5}{7}$



c) $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{11}$



9. 📡 Töltsd ki a pontozott helyeket úgy, hogy az egyenlőségek igazak legyenek!

a) 30 perc = óra = nap;

b) 15 mp = perc = óra;

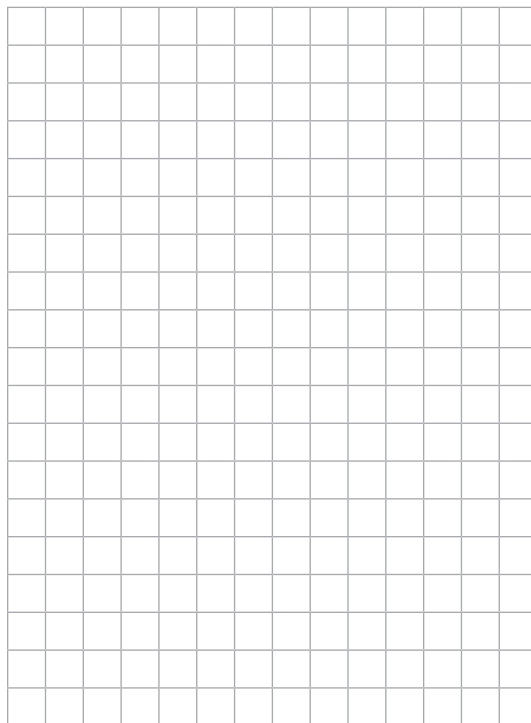
c) 12 perc = óra = nap;

d) 4 óra = nap = hét.

10. 📡 Egy tört értéke $\frac{2}{5}$, a számlálójának és nevezőjének összege pedig egy kétjegyű négyzetszám.

Melyik ez a tört?

11. 📡 Jancsi levágta a sárkány fejeinek harmadát, majd újra nekigyürkőzött és lekasabolta a maradék fejek felét. Amikor még hat fejet levágott, a sárkány utolsó feje kérlelni kezdte, hogy bocsásson meg neki azért az elrabolt királylányért, de Jancsi nem kegyelmezett a rút dögnek. Hány feje volt eredetileg a sárkánynak?



1. Számítsd ki a következő összegeket és különbségeket!

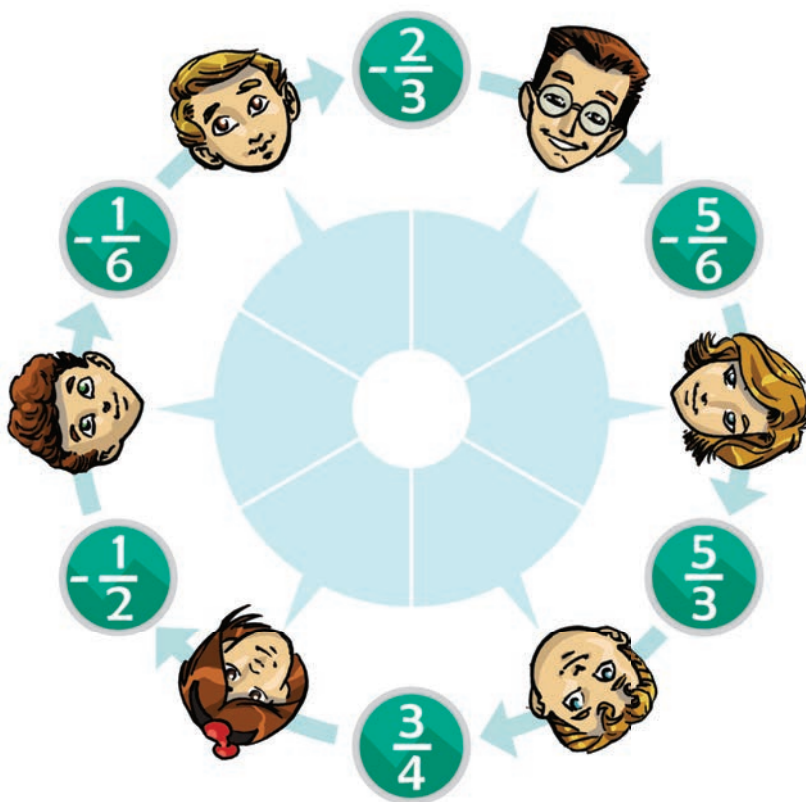
$$a) \frac{7}{8} - \frac{7}{12} = \dots\dots\dots$$

$$b) \left(-\frac{53}{10}\right) - \frac{3}{15} = \dots\dots\dots$$

$$c) 3\frac{1}{2} - \left(-2\frac{7}{10}\right) = \dots\dots\dots$$

$$d) \left(-5\frac{1}{4}\right) + \frac{23}{16} = \dots\dots\dots$$

2. Számolj és pótolj! Melyik gyerek mennyit adott hozzá az előtte álló számhoz, hogy megkapja a nyíl irányában következő számot? Írd az üres helyre az eredményeidet!



3. Számold ki a hiányzó értékeket!

$$a) \frac{1}{5} + \frac{\square}{\square} = \frac{9}{20};$$

$$b) \frac{4}{3} - \frac{\square}{\square} = \frac{8}{9};$$

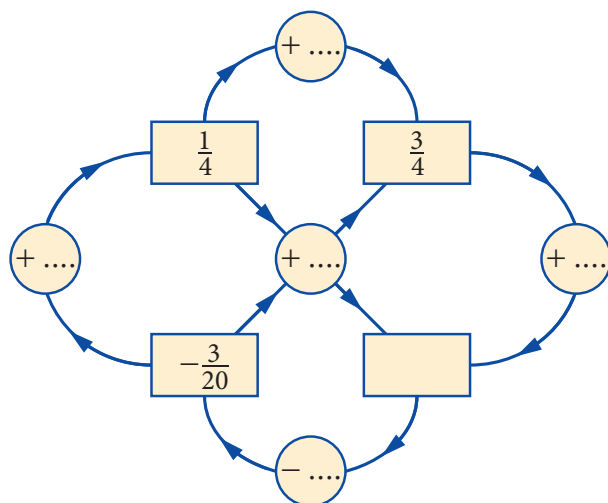
$$c) \frac{\square}{\square} - \frac{2}{5} = \frac{-14}{15};$$

$$d) \frac{\square}{\square} + \frac{7}{12} = \frac{5}{4};$$

$$e) \frac{\square}{\square} - \frac{1}{3} = \frac{12}{27};$$

$$f) -\frac{7}{16} + \frac{\square}{\square} = -\frac{10}{8}.$$

4.  Végezd el az alábbi műveleteket és pótolj a hiányzó számokat! A nyilak a műveletvégzés irányát mutatják.

A full page of blank graph paper with a uniform grid of small squares. The grid consists of 20 columns and 15 rows of squares, providing a structured area for drawing or writing.

5.  Töltsd ki a sudokut úgy, hogy minden sorban, oszlopban és kék 2x2-es négyzetben 10 legyen a számok összege!

[illegible]

	$\frac{6}{7} + \frac{1}{7}$	$\frac{5}{8} + 1\frac{3}{8}$	
$1\frac{1}{6} + 1\frac{5}{6}$		$\frac{5}{7} + \frac{2}{7}$	
	$\frac{18}{3} - \frac{12}{6}$		$\frac{21}{5} - \frac{11}{5}$
$\frac{29}{7} - 2\frac{1}{7}$	$\frac{21}{5} - 1\frac{1}{5}$	$\frac{15}{2} - 3\frac{3}{6}$	

6.  Tegnap megtettük a háromnapos biciklitúra $\frac{2}{7}$ részét, ma pedig az $\frac{1}{3}$ -át. Az út hányad része marad holnapra?

7.  A kenutúra első napján $13\frac{1}{4}$ km-t, a második napján $22\frac{1}{2}$ km-t, a harmadik napján pedig $18\frac{1}{6}$ km-t tettünk meg. Mennyi maradt a negyedik napra, ha a túra összesen 65 km volt?

A full-page sheet of white graph paper with a light gray grid. The grid consists of small squares, approximately 10 units wide by 15 units high. There are no margins or additional markings on the page.

1. Számítsd ki az itt látható műveletek eredményét! Kösd össze az egyenlőket!

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} =$$

$$\frac{32}{30} \cdot \frac{9}{8} =$$

$$\frac{6}{3} \cdot \frac{7}{10} =$$

$$\frac{7}{3} \cdot \frac{3}{5} =$$

$$\frac{5}{18} \cdot \frac{66}{16} =$$

$$\frac{15}{25} \cdot \frac{21}{9} =$$

$$\frac{55}{6} \cdot \frac{1}{8} =$$

$$\frac{96}{60} \cdot \frac{3}{4} =$$

2. Egy téglalap egyik oldala $\frac{4}{5}$ méter, másik oldala ennek $\frac{3}{4}$ része.

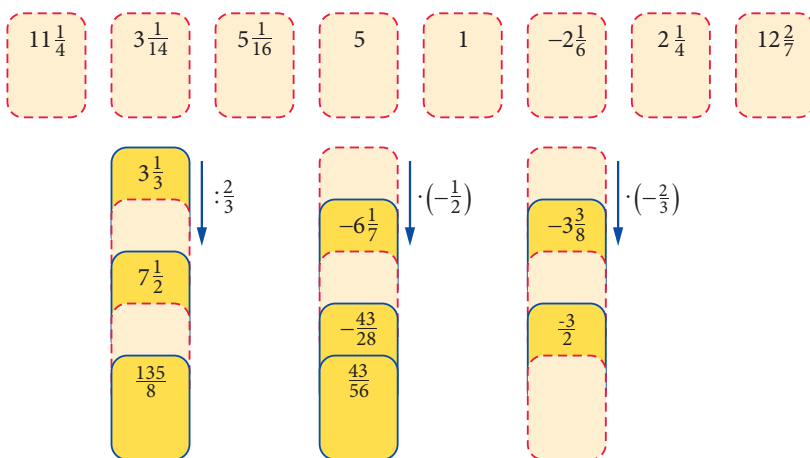
- a) Mekkora a téglalap másik oldala?
- b) Mekkora a kerülete?
- c) Lefedhető-e a téglalap egy fél négyzetméteres kartonlappal? Válaszodat számítással indokold!

3. Írd be a művelet után azt a betűt, amely a műveletsor eredményét adja! Honnan ismered ezt a szót? (Nem feltétlenül kell minden betűt felhasználnod.)

$$M = \frac{6}{7}; \quad \text{Á} = \frac{8}{15}; \quad L = \frac{8}{3}; \quad C = \frac{3}{2}; \quad O = \frac{6}{5}; \quad U = 2\frac{2}{15}; \quad T = \frac{33}{10}; \quad R = \frac{15}{14}.$$

$4 : \frac{3}{2} =$	$\frac{4}{5} : \frac{2}{3} =$	$2\frac{3}{7} : \frac{34}{21} =$	$\frac{14}{15} : \frac{7}{9} =$	$\frac{18}{7} : 3 =$	$\frac{12}{20} : \frac{1}{2} =$	$2\frac{1}{5} : \frac{2}{3} =$	$\frac{18}{35} : \frac{3}{7} =$	$1\frac{7}{8} : 1\frac{3}{4} =$

4. Az egymásra rakott kártyalapok a melléjük írt szabály alapján követik egymást. Számítsd ki a kártyalapról hiányzó számokat! Rajzolj nyilakat, amelyek az első sorban lévő lapoktól a megfelelő helyre mutatnak! Melyik kártyalapnak nincs helye?



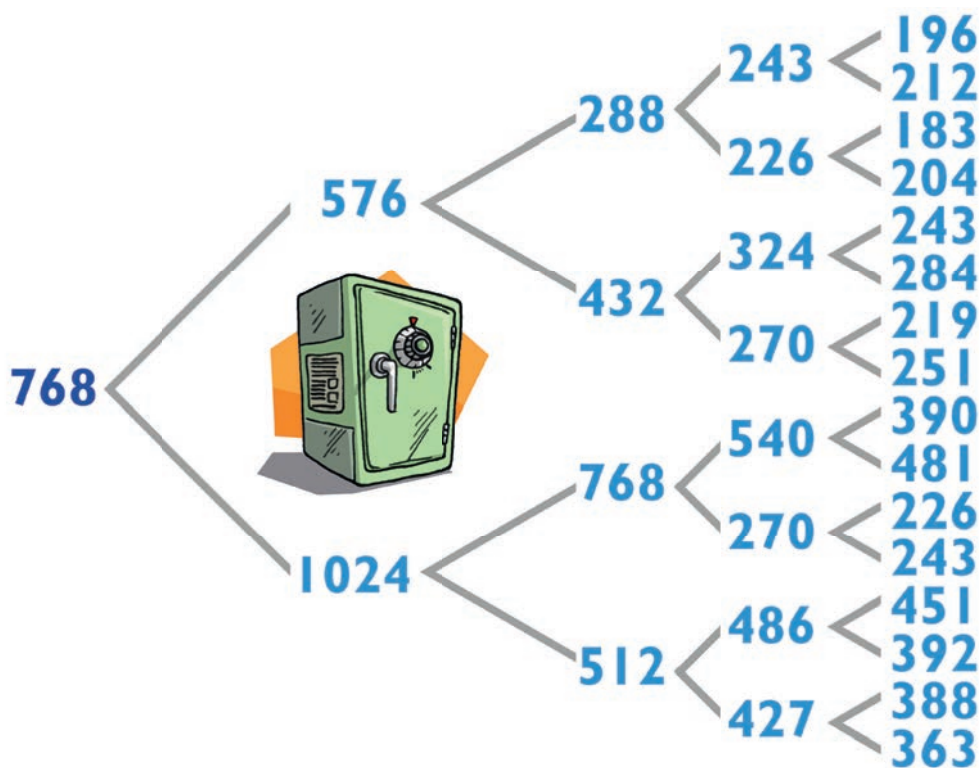
5. Vasárnap reggel a fagyizó pistáciás fagyitartályában 5 kg fagylalt volt. Délelőtt elfogyott az $\frac{1}{8}$ része, délután és este pedig a maradék $\frac{2}{3}$ része.

a) Az eredeti mennyiség hányad része fogyott el délután és este?

b) Hányadrésze maradt az edényben a záráskor?

A fagyizó tulajdonosa azt tapasztalta, hogy hétfőn csak harmadannyi fagyit tudnak eladni, mint vasárnap. Érdemes-e egy újabb edény pistáciás fagyit rendelni hétfőre, vagy inkább keddre kérjenek frisset?

6. A kincsesláda felnyitásához egy 15 jegyű számsort kell megadni. Ez a számsor öt háromjegyű szám egymás utáni leírásával adható meg. A kincskeresők megtalálták a térkép egy részletét, amelyen rajta volt az első háromjegyű szám. Később azt is kiderítették, hogy minden ezt követő háromjegyű szám az előző $\frac{3}{4}$ -szerese. Keresd meg a helyes utat és írd fel a zár kódját!



1. Töltsd ki a táblázatot!

	Tíz	Egyes	,	Tized	Század	Ezred
$12\frac{2}{10}$						
$4\frac{3}{5}$						
$24\frac{24}{100}$						
$7\frac{9}{125}$						

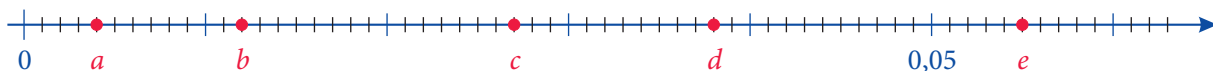
2. Írd fel a számok tizedes tört alakját!

a) $\frac{7}{5} = \dots\dots\dots$ b) $\frac{7}{25} = \dots\dots\dots$ c) $\frac{7}{125} = \dots\dots\dots$
 d) $\frac{7}{2} = \dots\dots\dots$ e) $\frac{7}{4} = \dots\dots\dots$ f) $\frac{7}{8} = \dots\dots\dots$
 g) $\frac{7}{3} = \dots\dots\dots$ h) $\frac{7}{9} = \dots\dots\dots$ i) $\frac{7}{11} = \dots\dots\dots$

3. Írd le az alábbi számokat növekvő sorrendben! $\frac{13}{7}$; $1,8$; $\frac{17}{9}$; $1,8\dot{5}$; $\frac{13}{6}$; $\frac{19}{9}$; $2,2$; $2,\dot{2}$

4. Írd le a számokat csökkenő sorrendben! $9,67$; $9,\dot{6}$; $9,96$; $9,9\dot{6}$; $9,\dot{9}$; $9,996$; $9,\dot{6}77$

5. Add meg a számegyenesen szereplő betűkhöz tartozó számokat! Írd le tizedes tört és közönséges tört alakban is!



$a = \dots\dots\dots = \frac{\dots}{\dots}$ $b = \dots\dots\dots = \frac{\dots}{\dots}$ $c = \dots\dots\dots = \frac{\dots}{\dots}$ $d = \dots\dots\dots = \frac{\dots}{\dots}$ $e = \dots\dots\dots = \frac{\dots}{\dots}$

6. Igaz vagy hamis?

- a) Minden tört felírható tizedes tört alakban.
 b) Minden tizedes tört felírható tört alakban.
 c) Az $\frac{5}{3}$ tizedes tört alakja végtelen szakaszos tizedes tört.
 d) A racionális számok tizedes tört alakja nem lehet egész szám.
 e) Minden racionális szám felírható két egész szám hányadosaként.

☐

☐

☐

☐

☐

1.  Tedd ki a hiányzó tizedesvesszőket!

$$a) 8,6 \cdot 7,3 = 6278;$$

$$b) 9,63 \cdot 0,7 = 6741;$$

c) $20,15 \cdot 1,94 = 390\,910;$

$$d) 945,8 \cdot 2,92 = 2\,761\,736;$$

$$e) 103,9 \cdot 0,754 = 783\,406;$$

$$f) 29,360 \cdot 4,57 = 13\,417\,520.$$

2.  Állítsd növekvő sorrendbe az alábbi műveletek eredményeit!

A: $2,5 \cdot 4,6 =$

B: $7,3 \cdot (-4,19) =$

C: $(-0,76) \cdot 11,3 =$

D: $36,1 : 3,8 =$

E: $(-120,06) : 6,9 =$

F: $76,756 : (-3,1) =$

[illegible]

3. A műveletek elvégzése nélkül állapítsd meg, melyik művelet sor eredménye pozitív szám! Az összevonások elvégzése után állítsd csökkenő sorrendbe a kapott eredményeket! Dolgozz a füzetedben!

a) $4,7 + 5,67 + 0,7 =$

b) $13,5 + 4,9 + 7,84 =$

c) $45,92 - 4,605 =$

d) $65,9 - 7,324 =$

e) $94,203 - 217,85 =$

$$f) -8,92 - 73,884 =$$

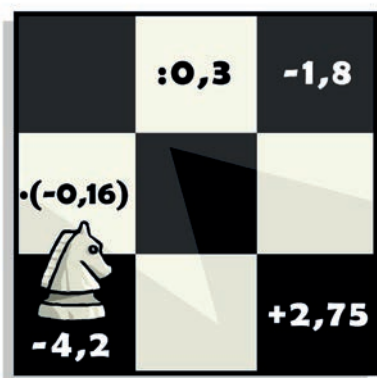
g) $357,8 - 2,401 - 96,54 =$

$$h) 14,73 - 27,258 + 3,9023 =$$

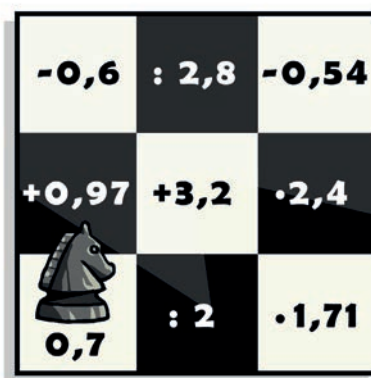
[illegible]

4.  Lépj a huszárral a mini sakktáblán úgy, hogy miután elvégezted a műveleteket, nullát kapj eredményül! Keresd meg a megfelelő lépéssorrendet! A bal alsó mezőről indulj és a jobb felsőre érkezz! (A sakktáblán a huszár vízszintesen két mezőt lép, majd függőlegesen egyet, vagy fordítva, vízszintesen egyet és függőlegesen kettőt.)

a)



b)



5.  Végezd el a műveleteket!
Számolhatsz a füzetedben is.

a) $8,76 - 4,1 \cdot 0,24 =$

b) $3,75 : 0,2 + 74,507 =$

c) $(-23,782) : 4,6 - 1,443 =$

d) $2,8 \cdot 3,24 \cdot 7,5 - 58,04 =$

e) $-23,06 - 12,8 \cdot 4,9 =$

f) $7,83 \cdot (-3,4) + (-17,52) : (-0,3) =$

6.  Az ékszerész egy 5,3 kg tömegű aranyrúdból először 1,25 kg-ot használt fel, majd pedig a maradék harmadát.

a) Számold ki, hány kg aranyat használt fel az ékszerész összesen!



b) Hány eurót ér a megmaradt arany, ha 1 g arany 6938 forintot ér? Nézz utána, hány forintba kerül 1 euró!

Dolgozatjavítás

Javítsd ki Móricka témazáró dolgozatát! Használd piros tollat!
Hibás megoldás esetén írd le a hibátlan számolásokat és eredményeket. Osztályozd is a dolgozatot az alábbi százaléokban megadott ponttáblák alapján!

Eredmény	Érdemjegy
100%–90%	5
89%–75%	4
74%–50%	3
49%–33%	2
32%–	1

1.  Végezd el az alábbi számításokat! Ahol tudsz, egyszerűsíts!
(3–3 pont)

a) Melyik az a szám, amelyik az $\frac{5}{12}$ és a $\frac{2}{3}$ összegénél $\frac{1}{2}$ -del nagyobb?

Figyelek a műveleti sorrendre, először a zárójelen belül közös nevezőre hozok, majd elvégzem az összeadást, végül a szorzást.

$$\left(\frac{5}{12} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{5}{12} + \frac{8}{12}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{12} \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{24}$$

b) Melyik az a szám, amelyik a $\frac{6}{5}$ és a $\frac{18}{7}$ hányadosának a $\frac{3}{4}$ -szerese?

A műveleteket balról jobbra hajtom végre, először az osztást, aztán a szorzást. Ahol tudok, keresztben egyszerűsíték.

$$\frac{6}{5} : \frac{18}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{18} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{5} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{5} \cdot \frac{7}{1} \cdot \frac{1}{4} = \frac{7}{20}$$

2.  Szofi és Csilla új társasjátékot szeretnének venni. Szofi már összegyűjtötte a játék árának $\frac{8}{21}$ részét, Csilla pedig a $\frac{9}{28}$ részét. Kisöccsük megígérte, hogy kifizeti a maradék 2625 forintot, ha őt is beveszik a játékba. (4–2–2 pont)

a) Mennyibe került a társasjáték?

Először kiszámolom, hányad részét fizette ki Szofi és Csilla, abból kiszámolom, hányad részét fizette ki a kisöccsi, majd válaszolok a kérdésre.

$$\frac{8}{21} + \frac{9}{28} = \frac{32}{84} + \frac{27}{84} = \frac{59}{84} \text{ részét fizette ki Szofi és Csilla.}$$

$$\frac{84}{84} - \frac{59}{84} = \frac{25}{84} \text{ részét fizette ki a kisöccsi, ami 2625 forint.}$$

A társasjáték ára tehát:

$$(2625 : 25) \cdot 59 = 105 \cdot 59 = 6195 \text{ forint volt.}$$

b) Mennyit fizetett Szofi?

Szofi a játék $\frac{32}{84}$ részét fizette ki,

$$\text{ami } 105 \cdot 32 = 3360 \text{ forint.}$$

c) Mennyit fizetett Csilla?

Csilla a játék $\frac{27}{84}$ részét fizette ki,

$$\text{ami } 105 \cdot 27 = 2835 \text{ forint.}$$

3. 📐 Nagymamáék telkén Zsolti be szeretett volna keríteni magának egy négyzet alakú kiskertet. Nagypapa beleegyezett, de kicsit változtatott a kiskert méretein: az egyik oldalát a $\frac{3}{4}$ részére csökkentette, a másik oldalát az $\frac{5}{4}$ -szeresére növelte. Hogyan változott a kiskert területe? (4 pont)

Az eredeti kiskert területe: $T = a \cdot a$

$$\text{Az új kiskert területe: } T = \frac{3}{4} \cdot a \cdot \frac{5}{4} \cdot a = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} \cdot a \cdot a = \frac{15}{16} \cdot a \cdot a$$

Zsolti kertjének területe sajnos kisebb lett az eredeti kiskert $\frac{1}{16}$ részével.

4. 📐 – Apa megette a kis húsgombócok $\frac{6}{11}$ részét, nagypapa pedig az $\frac{1}{3}$ részét. Én csak 4 gombócot ettem, a többi a tied – mondta Beni az öccsének. A kicsi ragyogó arccal szaladt a konyhába, de szomorúan sétált vissza. Vajon miért? (4 pont)

Ez eddig a legkönnyebb feladat. Összeadom,

ki mennyit evett és a maradék a kisié lesz.

$$\frac{6}{11} + \frac{1}{3} + 4 = \frac{18}{33} + \frac{11}{33} + 4 = \frac{29}{33} + \frac{4}{33} = \frac{33}{33}$$

Mivel a $\frac{33}{33} = 1$ egész tál gombóc, így szegény kisiének semmi sem maradt, ezért jógaosan szomorú.

7.

SZÖVEGES FELADATOK

5.  Regő így szólt ikertestvéréhez, Hunorhoz: – Harmadannyi idő alatt hazaérek a biciklimmel, mint te a rolleroddal! – Hunor $\frac{3}{4}$ óra alatt megtette a $9\frac{3}{4}$ km-es hazafelé vezető utat. (2–4 pont)

a) Hány perc alatt ért haza Regő?

En is nagyon gyorsan bioklizek 😊, Regő
 $\frac{3}{4} : 3 = \frac{1}{4}$ óra, azaz 15 perc alatt otthon volt.

b) Add meg a testvérek sebességét $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ -ban!

Regő 15 perc alatt megtett $9\frac{3}{4}$ km-t, így 60 perc alatt $9\frac{3}{4} \cdot 4 = \frac{39}{4} \cdot 4 = 39$ km-t tett meg.

tehát a sebessége 39 km/h . Hunor negyed óra alatt $9 \frac{3}{4} : 3 = 3 \frac{1}{4} \text{ km}$ -t tett meg, tehát négyszer ennyi idő alatt négyszer ennyi km -t rollerozik, azaz $3 \frac{1}{4} \cdot 4 = 3 \frac{4}{4} = 4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel gurul.

[illegible]

6.  A nagymama két fazékban főzi a bodzaszörpöt. Az egyik fazékban $9\frac{1}{2}$ liter, a másikban pedig $\frac{73}{10}$ liter szörp készül. Hány $\frac{3}{4}$ literes üvegbe tölthető ez a mennyiség? Lesz olyan üveg, amelyik nem lesz tele? (5 pont)

Kiszámolom, összesen mennyi szörp van, annak veszem a $\frac{3}{4}$ részét. Vegyes törtté alakítom, hogy lássam, hány teli üveg lesz és van-e maradék.

$$9 \frac{1}{2} + \frac{73}{10} = 9 \frac{5}{10} + \frac{73}{10} = 9 \frac{78}{10} = \frac{168}{10}$$

$$\frac{\cancel{168}^{42}}{10} \cdot \frac{3}{\cancel{4}_1} = \frac{42}{10} \cdot \frac{3}{1} = \frac{126}{10} = 12\frac{6}{10}$$

Tehát 12 üveg teli lesz és marad egy olyan üveg, melynek csak a $\frac{6}{10}$ részéig van szörp.

[illegible]

1. 🎧 Végezd el az alábbi műveleteket!

a) $(-27 - 23) : (-5) =$

b) $(19 + 31) : (-5) =$

c) $(-19 + 16) \cdot (-3) =$

d) $-7 + 10 \cdot (-5) =$

e) $6 \cdot (-7) + (-6) \cdot (-7) =$

f) $(-9) \cdot 6 - (-16) : (-4) =$

2. 🎧 Melyik művelet sor eredményének abszolút értéke nagyobb, mint 20?

a) $(-9) - (-17) + (-2) : 2 + 6 =$

b) $7 - (-49) : 7 + (-4) \cdot (+5) =$

c) $24 - (-7) \cdot (+3) + (-11) + (-24) : (+6) =$

d) $30 : (-5) + (-6) - (-33) : (+11) - 3 =$

e) $7 + (-49) : (-7) - 4 \cdot 5 - (-19) \cdot (-1) =$

3. 🎧 Írd be a hiányzó számokat!

a) $\frac{7}{6} + \dots = 1,2;$ b) $\frac{7}{6} - \dots = 1,2;$

c) $\frac{7}{6} \cdot \dots = 1,2;$ d) $\frac{7}{6} : \dots = 1,2.$

4. 🎧 Zárójelek felhasználásával írd fel a lehető legtöbb művelet sor úgy, hogy az eredmények különbözők legyenek!

a) $3\frac{2}{9} + \frac{1}{3} : \frac{2}{3} - 1\frac{5}{6}$

b) $3\frac{2}{9} + \frac{1}{3} : \frac{2}{3} - 1\frac{5}{6}$

c) $3\frac{2}{9} + \frac{1}{3} : \frac{2}{3} - 1\frac{5}{6}$

d) $3\frac{2}{9} + \frac{1}{3} : \frac{2}{3} - 1\frac{5}{6}$

5.  Végezd el a műveleteket!

a) $0,75 - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) =$

b) $0,5 - \left(\frac{5}{4} - \frac{9}{15}\right) =$

c) $9 + \frac{7}{10} - \left(-\frac{11}{5}\right) =$

d) $\left(\frac{4}{25} + 4,67\right) - \frac{3}{100} =$

e) $8,6 - \left(2 \cdot 3,7 + \frac{11}{20}\right) =$

f) $\left(\frac{3}{8} - 0,125\right) : \frac{1}{2} + \frac{7}{2} =$

6.  Az $1,5$; $\frac{5}{4}$ és $\frac{8}{3}$ számok közül valamelyik kettőt összeadtam, majd az összeget a harmadik számmal elosztottam, így $3\frac{1}{3}$ -ot kaptam. Írd fel a műveletsort!

7.  A kézenjárás világcsúcsa az etiópiai származású Tameru Zegeye nevéhez fűződik, aki 1 perc alatt 76 métert tett meg. Tételezzük fel, hogy egyenletes tempóban haladt.

a) Hány másodperc alatt tett meg 1 métert?

b) Hány métert tett meg 1 másodperc alatt?



1. Mondd ki és írd le többféleképpen az itt látható hatványokat!

Például: $7^2 = 7 \cdot 7 = 7$ a négyzetén = 7 második hatványa = 49.

a) $4^3 =$

b) $(-3)^2 =$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

d) $\left(-\frac{3}{5}\right)^3 =$

2. Számold ki a hatványok értékét, majd tedd ki a megfelelő relációs jelet!

a) 2^3 3^2 ; b) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; c) $(-5)^3$ -5^3 ; d) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$ $\left(-\frac{1}{3}\right)^4$; e) -4^2 $(-4)^2$.

3. Volt egy titkom. Hétfőn megsúgtam két osztálytársamnak. Másnap ők is elmondták két-két osztálytársnak, akik még nem tudtak róla, és ez így folytatódott napokig. Hány nap múlva tudja az egész osztály a titkomat, ha 28 fős az osztályunk?

4. Igaz vagy hamis?

a) Minden szám nulladik hatványa nulla.

☐

b) A negatív számok minden hatványértéke negatív szám.

☐

c) Az egynél nagyobb pozitív egész szám második hatványának értéke mindig kisebb, mint a harmadik hatványának értéke.

☐

d) A 3 minden hatványértéke páratlan.

☐

5. Kösd össze az egyenlőket!

$\left(-\frac{1}{2}\right)^4$	-3^2	11^0	$(0,1)^2$
			$(-3)^2$
9			-1^9
2^3			8
-1			$\frac{1}{16}$
1	$\frac{1}{100}$	-9	

1. Pótold a hiányzó számokat, hogy igaz legyen az egyenlőség!

a) $10^4 \cdot 10^{\square} = \text{tízmilliárd};$

b) $2^3 \cdot 2^{\square} = \text{százhuszonnyolc};$

c) $3^{\square} : 3^7 = \text{kétszáznegyvenhárom};$

d) $2^8 + 2^{\square} = \text{ötszáztizenkettő}.$

2. Pótold a hiányzó kitevőket úgy, hogy az egyenlőség igaz legyen!

a) $3^{12} = 3^4 \cdot 3^{\square} = 3^8 \cdot 3^{\square} = 3^{15} : 3^{\square} = 3^{\square} : 3^6;$

b) $5^{18} = 5^9 \cdot 5^{\square} = 5^{30} : 5^{\square} = 5^4 \cdot 5^8 \cdot 5^{\square} = 5^{16} \cdot 5^4 : 5^{\square};$

c) $7^{11} \cdot 7^4 = 7^{\square} \cdot 7^8 = 7^{19} : 7^{\square} = 7^3 \cdot 7^6 \cdot 7^{\square} = 7^{\square};$

d) $11^8 : 11^2 = 11 \cdot 11^{\square} = 11^3 \cdot 11^7 : 11^{\square} = 11^{\square}.$

3. Válaszd ki a következő kifejezések közül a 27-tel egyenlőket!

a) $3^9 : 3^3;$ b) $\frac{3^5 \cdot 3^4}{3^3 \cdot 3^3};$ c) $\frac{(3^5)^8}{3^{23} \cdot 3^{14}};$ d) $\frac{(3^7)^3}{(3^{12} \cdot 3^9)^6}.$

4. Számítsd ki a hatványok értékeit!

a) $(2^3 \cdot 2)^2 = \dots\dots\dots$ b) $(2^0 \cdot 2^2)^3 = \dots\dots\dots$

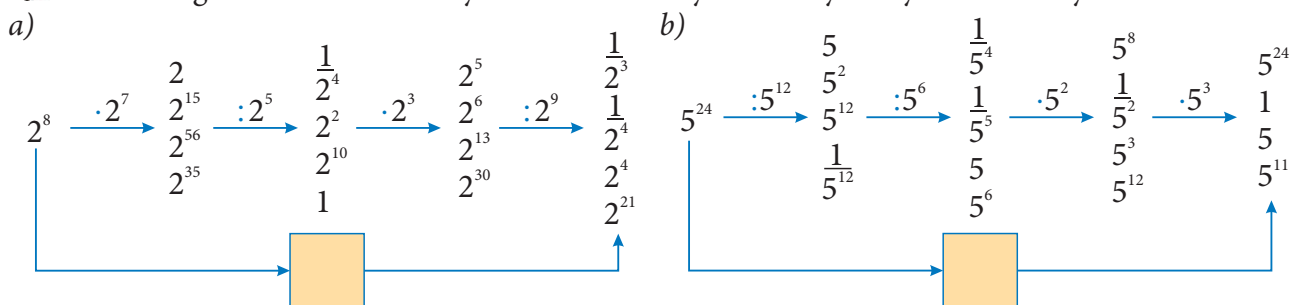
c) $(2^4 \cdot 2^2)^2 = \dots\dots\dots$ d) $\left(\frac{7^5}{7^4}\right)^3 = \dots\dots\dots$

e) $\left(\frac{5^6 \cdot 5^4}{5^3 \cdot 5^7}\right)^9 = \dots\dots\dots$ f) $\left(\frac{5^3}{5^7} \cdot 5^6\right)^2 = \dots\dots\dots$

5. Pótold a hiányzó kitevőket!

a) $(3^{\square})^5 = 3^{15};$ b) $(13^8)^{\square} = 13^{24};$ c) $(7^4)^{\square} = (7^2)^{14};$
 d) $(11^6)^5 = 11^{\square} \cdot 11^{17};$ e) $(2^{\square})^5 = 2^{10} \cdot 2^5;$ f) $(5^4 \cdot 5^3)^2 = 5^{\square}.$

6. Keresd meg és karikázd be a helyes értékeket! Melyik hatvány hiányzik az alsó nyílról?



1. 📡 Írd fel egyetlen szám hatványaként!

a) $8^5 \cdot 3^5$

b) $2^2 \cdot 8^2$

c) $13^{10} \cdot 2^{10}$

d) $25^4 \cdot 4^4$

e) $(-2)^6 \cdot 5^6$

$$f) (-6)^3 \cdot (-3)^3$$

2. Írd fel az alábbi hatványokat két hatvány hányadosaként!

$$a) \left(\frac{5}{3}\right)^4$$

$$b) \left(\frac{9}{4}\right)^3$$

$$c) \left(\frac{18}{4}\right)^6$$

$$d) \left(\frac{7}{11}\right)^{10}$$

$$e) \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$f) \left(\frac{36}{13}\right)^3$$

3. Írd fel prímszámok hatványainak szorzataként!

a) 72^5 ;

b) 60^4 ;

c) 108^3 ;

d) 540^4 .

4. Keresd a párját!

a) $5^4 \cdot 7^4$;

b) $12^8 : 6^8$;

$$c) 3^6 \cdot \frac{21^4}{7^4};$$

$$d) \frac{9^{10}}{3^{10}} : 3^2.$$

$$\begin{array}{ccc} & 35^4 & 3^{10} \\ 2^8 & & 3^8 \\ & 35^8 & 2^0 \\ & 3^{24} & 3^5 \end{array}$$

5. Pótold a hiányzó számokat!

a) $5^{10} \cdot 8^{10} = \boxed{}^{10};$

b) $16^8 : \square^8 = 4^8;$

$$c) \frac{36^{24}}{\boxed{}^{24}} = 3^{24};$$

$$d) 5^4 \cdot \frac{\square^9}{9^9} = 5^{13}.$$

6.  Pótolod a hiányzó számokat! Keress több megoldást!

$$a) 2^5 \cdot 18^5 = 6^5 \cdot \boxed{}^5 = (\boxed{} \cdot \boxed{})^5 = \boxed{}^5;$$

b) $40^7 = (\square \cdot \square)^7 = (\square \cdot \square)^7 = (\square \cdot \square \cdot \square)^7 = (\square \cdot \square \cdot \square \cdot \square)^7$;

c) $(6 \cdot 8)^4 = 2^4 \cdot \boxed{}^4 = (\boxed{} \cdot \boxed{} \cdot \boxed{})^4 = (\boxed{} \cdot \boxed{} \cdot \boxed{} \cdot \boxed{})^4 = \boxed{}^4.$

7.  Kisebb vagy nagyobb? Tedd ki a megfelelő relációs jelet!

$$a) (5 \cdot 7)^8 \qquad 12^8;$$

$$b) 4^6 \cdot 5^6 \qquad 20^{36};$$

$$c) (8 : 2)^5 \qquad 4^5;$$

$$d) \frac{2^4 \cdot (3 \cdot 7)^9}{(2 \cdot 3)^4 \cdot 7^5} \qquad (3^2)^3 \cdot (17^3)^2.$$

8. Számítsd ki a hányadosokat a legegyszerűbb módon!

$$a) \frac{5^2 \cdot 7^4}{(5 \cdot 7)^2 \cdot 7} =$$

$$b) \frac{3^4 \cdot 2^4 \cdot 5^7}{5^3 \cdot 6^4} =$$

$$c) \frac{(3 \cdot 5 \cdot 11)^2 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 5)^3}{2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^4 \cdot 11^2} =$$

$$d) \frac{2^4 \cdot (3 \cdot 7)^9}{(2 \cdot 3)^4 \cdot 7^5} =$$

[illegible]

1. Írd át normálalakba az alábbi számokat!

- a) 53 800 =
 b) 4 556 000
 c) 329 600
 d) 102 000 =
 e) 10 000 000 =
 f) 56,7 =
 g) 45 387,23 =
 h) 312,5 =
 i) Négyszázhatvankét millió =
 j) 3 millió 425 ezer =
 k) 740 milliárd =

2. Írd át a normálalakban megadott számokat helyiértékes alakba!

- a) $5,47 \cdot 10^4 =$
 b) $4,535 \cdot 10^5 =$
 c) $1,306 \cdot 10^3 =$
 d) $8,57 \cdot 10^5 =$
 e) $1 \cdot 10^5 =$
 f) $3,54 \cdot 10^2 =$
 g) $2,016 \cdot 10^6 =$

3. Írd be a hiányzó kitevőket a négyzetekbe!

- a) $387\,000\,000\,000 = 3,87 \cdot 10^{\square}$;
 b) $926\,300\,000\,000\,000\,000 = 9,263 \cdot 10^{\square}$;
 c) $2,3 \cdot 10^4 \cdot 1,9 \cdot 10^6 = 4,37 \cdot 10^{\square}$;
 d) $25,2 \cdot 10^{13} : (4,2 \cdot 10^8) = 6 \cdot 10^{\square}$;
 e) $8\,170\,000 \cdot 3\,200 = 26,144 \cdot 10^{\square}$;
 f) $98\,000\,000\,000 : 245\,000 = 4 \cdot 10^{\square}$;
 g) $9\,460\,500\,000\,000\,000 = 9,4605 \cdot 10^{\square}$;
 h) $30\,856\,775\,800\,000\,000 = 3,085\,677\,58 \cdot 10^{\square}$;
 i) $12\,334\,440\,400\,000 = 1,233444 \cdot 10^{\square}$;
 j) $1\,010\,101\,010\,000\,000 = 1,010\,101\,01 \cdot 10^{\square}$.

4. 📡 Keresd a párját!

- | | |
|-------------------------|---------------------|
| a) $582 \cdot 10^7$ | $2,5 \cdot 10^{10}$ |
| b) $2539 \cdot 10^5$ | $5,82 \cdot 10^7$ |
| c) $0,0582 \cdot 10^9$ | $5,82 \cdot 10^9$ |
| d) $25,39 \cdot 10^3$ | $5,82 \cdot 10^6$ |
| e) $58\,200 \cdot 10^2$ | $2,539 \cdot 10^8$ |
| f) $0,25 \cdot 10^{11}$ | $2,539 \cdot 10^4$ |

Írd a számokat növekvő sorrendbe!

5. 📡 Írd fel a mondatokban lévő adatokat normálalakban!

- a) Egy googol, ami nagyobb az ismert univerzum részecskéinek számánál:
- b) A Föld népessége megközelítőleg 7 125 000 000 főből áll:
- c) Becslések szerint havonta 6 091 200 fővel él több ember a Földön, bár ez a növekedés az utóbbi időben folyamatosan lassul:
- d) Megközelítőleg háromnegyed milliárd írástudatlan felnőtt ember él a Földön:
- e) Az élővilágban körülbelül 8 700 000 különböző faj létezik:

6. 📡 Az Anna-kolibri 50 szárnycsapást végez másodpercenként. Ez olyan gyors, hogy az emberi szem képtelen megkülönböztetni az egyes szárnymozgásokat. Számold ki, hány szárnycsapást végezhet egy év alatt! A végeredményt add meg normálalakban is!

7. 📡 Neumann János feltételezése szerint az emberi agyban lévő, megközelítőleg 10^{10} darab idegsejt összesen $14 \cdot 10^{10}$ bit információval foglalkozik másodpercenként.

a) Mennyi információval foglalkozik az agyad 1 perc, 1 óra, illetve 1 nap alatt?

b) Nézz utána, hány bit fér rá egy DVD-re!

c) Hány DVD szükséges ahhoz, hogy az agyadban 1 perc alatt megforduló információkat rögzítse?

II. 12. NORMÁLALAK

8. Az emberi test megközelítőleg százezermilliárd sejtet tartalmaz. Ez körülbelül a Tejútrendszer összes csillagai számának ezerszerese.

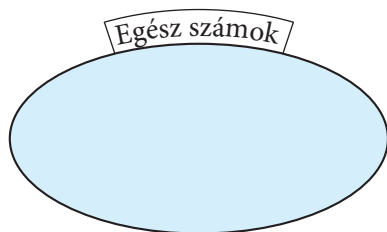
a) Hány csillag van megközelítőleg a Tejútrendszerben?

b) Hány sejt van az osztályodba járó gyerekekben összesen?

Az eredményeket add meg normálalakban is!

II. 13. ÖSSZEFOGLALÁS

1. Írd az alábbi állítások betűjelét abba a halmazba, amelyikre igaz az állítás!



A: Van legnagyobb eleme.

B: Bármely két elemét összeadjuk, a halmaz valamely elemét kapjuk.

C: Van olyan szám a halmazban, amelynek reciproka is eleme a halmaznak.

D: Minden halmazban lévő szám abszolút értéke is eleme a halmaznak.

E: Bármely két szám szorzata is eleme a halmaznak.

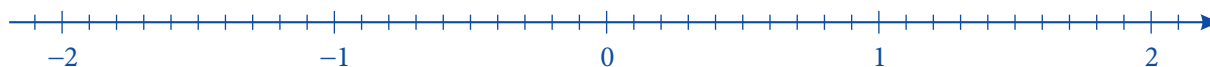
F: Vannak olyan számok a halmazban, amelyek hányadosa is a halmazban van.

G: Bármely két szám hányadosa is a halmazban van.

H: Nincs olyan szám, amelynek a reciproka is a halmazban van.

2. Alakítsd át a törteket, majd a megadott számegyenesen ábrázold őket!

$$\frac{2}{5}; -\frac{3}{2}; \frac{7}{10}; \frac{0}{7}; \frac{-7}{5}; 1\frac{1}{2}$$



3. Töltsd ki a táblázatot!

A	$+8$	-54	-32	-1
B	-12	-27	14	-1
C	-10	0	-5	-1
$A + (B + C)$				
$A - B + C$				
$A - (B + C)$				
$A - (B - C)$				
$A \cdot B + C$				
$A \cdot (B + C)$				
$(A - B) \cdot C$				
$A \cdot (B - C)$				
$A + B \cdot C$				

4. Válaszd ki, mely törtek értéke egyezik meg $\frac{4}{5}$ -del, $\frac{5}{6}$ -dal, illetve $-\frac{3}{7}$ -del, és írd be a számokat az ábra megfelelő helyére!

$$\frac{10}{12}; \frac{24}{-56}; \frac{8}{10}; -\frac{12}{28}; \frac{-25}{-30}; \frac{36}{45}; \frac{48}{60};$$

$$\frac{-15}{35}; \frac{30}{-70}; \frac{45}{54}; \frac{35}{42}; \frac{28}{35}; -\frac{36}{84}$$



5. Hasonlítsd össze a két számot, és tedd ki a megfelelő relációs jelet ($<$; $>$; $=$)!

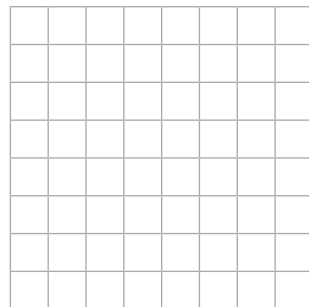
a) $\frac{7}{9}$ $\frac{9}{7}$; b) $\frac{8}{11}$ $\frac{13}{16}$; c) $-\frac{17}{4}$ $-\frac{25}{6}$; d) $3\frac{4}{9}$ $3\frac{5}{11}$.

6. Számolj fejben!

a) $\frac{5}{6} + x = 1$; b) $x - \frac{4}{7} = \frac{17}{7}$; c) $\frac{9}{12} - x = \frac{1}{2}$;
d) $-\frac{7}{18} + x = 4\frac{5}{18}$; e) $\frac{4}{15} + x = -\frac{1}{3}$; f) $-\frac{18}{28} - x = -\frac{9}{14}$.

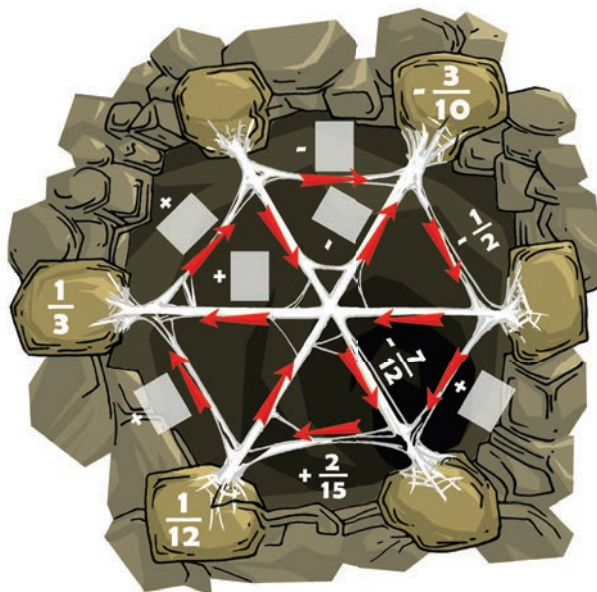
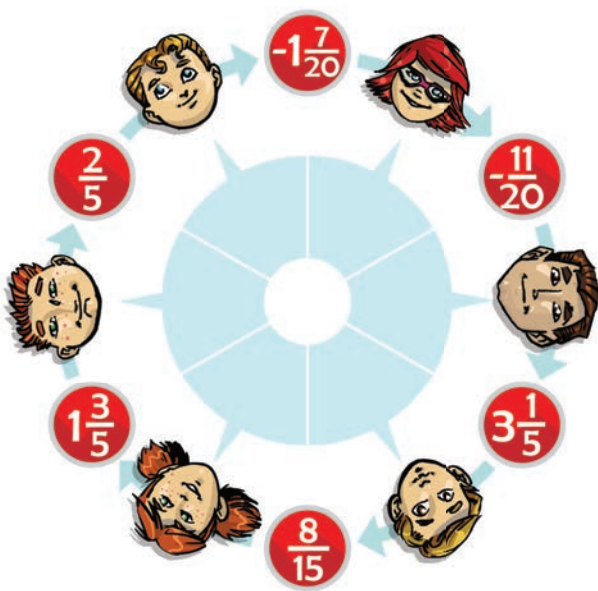
7. Végezd el az alábbi műveleteket!

a) $\frac{7}{4} - \frac{3}{8} + \frac{2}{5} \cdot \frac{10}{3} =$ b) $3\frac{2}{9} + \frac{1}{3} : \frac{2}{3} - 1\frac{5}{6} =$
c) $(16,8 \cdot 0,55) - (10,1 - 6,25) =$ d) $3,64 : 2,8 + 1,06 \cdot 4,5 =$
e) $2,6 + \frac{3}{4} - 0,2 \cdot \frac{5}{2} =$



8. Számolj és pótolj! Melyik gyerek mennyit adott hozzá a bal oldalon álló számhoz, hogy megkapja a jobb oldalt? Írd az üres helyre az eredményeidet!

9. Végezd el az alábbi műveleteket és pótold a hiányzó számokat! A nyilak a műveletvégzés irányát mutatják.



10. Végezd el az átváltásokat!

- a) 2,2 km = m; b) 430 cm = m;
- c) 0,75 óra = perc; d) 744 perc = óra;
- e) 29 800 g = kg; f) 2700 g = dkg = kg = t;
- g) 0,9 dm = mm; h) 195 000 mm = km;
- i) 4,25 óra = perc; j) 1 hét 23 óra = óra;
- k) 6,4 t = kg.

11.  Váltsd át a felsorolt mértékegységeket! Ha tudod, add meg a normálalakjukat is!

Ha valamelyik mennyiséggel még nem találkoztál, akkor nézz utána az interneten vagy a könyvtárban!

- a) $100 \text{ km}^2 = \dots\dots\dots \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{ cm}^2 = \dots\dots\dots \text{ mm}^2$
 b) $164\,000\,000 \text{ m}^3 = \dots\dots\dots \text{ cm}^3 = \dots\dots\dots \text{ mm}^3 = \dots\dots\dots \text{ km}^3$
 c) $9,5 \cdot 10^{12} \text{ km} = \dots\dots\dots \text{ m} = \dots\dots\dots \text{ mm} = \dots\dots\dots \text{ fényév}$
 d) $1 \text{ hüvelyk} = \dots\dots\dots \text{ coll} = \dots\dots\dots \text{ inch} = \dots\dots\dots \text{ mm}$
 e) $1000 \text{ orosz verszt} = \dots\dots\dots \text{ km} = \dots\dots\dots \text{ angol mérföld} = \dots\dots\dots \text{ görög stadion}$

[illegible]

12. Írd be a hiányzó kitevőket úgy, hogy az egyenlőség fennálljon! Fogalmazd meg, mely hatványozósságokat alkalmaztad a megoldásnál!

- a) $5^{10} = 5^4 \cdot 5^{\square} = 5^6 \cdot 5^{\square} = 5^{15} : 5^{\square} = 5^{\square} : 5^6$
- b) $4^{22} = 4^9 \cdot 4^{\square} = 4^{30} : 4^{\square} = 4^3 \cdot 4^9 \cdot 4^{\square} = 4^{18} \cdot 4^4 : 4^{\square}$
- c) $9^{18} \cdot 9^4 = 9^{\square} \cdot 9^8 = 9^{19} \cdot 9^{\square} = 9^3 \cdot 9^6 \cdot 9^{\square} = 9^{\square}$
- d) $10^{15} : 10^4 = 10 \cdot 10^{\square} = 10^{13} \cdot 10^7 : 10^{\square} = 10^{\square}$

13. Pótold a hiányzó kitevőket, hogy az egyenlőség fennálljon!

- a) $(2^{\square})^6 = 2^{18}$ b) $(7^8)^{\square} = 7^{24}$ c) $(8^{14})^{\square} = 8^{\square} = (8^2)^{14}$
d) $(13^5)^5 = 13^{\square} \cdot 13^{17}$ e) $(10^{\square})^5 = 10^{10} \cdot 10^5$ f) $(3^4 \cdot 3^5)^2 = 3^{\square}$

14.  Írd be a hiányzó számokat úgy, hogy az egyenlőség teljesüljön!

$$a) 3^4 \cdot 22^4 = 6^4 \cdot \square^4 = (\square \cdot \square)^4 = \square$$

$$b) 75^8 = (\square \cdot \square)^8 = (\square \cdot \square)^8 = (\square \cdot \square \cdot \square)^8$$

c) $(20 \cdot 21)^5 = 2^5 \cdot \square^5 = (\square \cdot \square \cdot \square)^5 = (\square \cdot \square \cdot \square \cdot \square)^5 = \square^5$

15.  A tanult hatványazonosságok segítségével pótold a hiányzó számokat!

a) $4^{12} \cdot 9^{12} = \boxed{}^{12}$

b) $27^4 : \square^4 = 3^4$

$$c) \frac{150^{13}}{\boxed{}^{13}} = 6^{13}$$

$$d) \square^4 \cdot 5\square = 5^{13}$$

16.  Egy másodperc alatt kb. 300 000 kilométert tesz meg a fény a világűrben. Hány kilométert tesz meg a fény

a) 1 óra

b) 1 nap

c) 1 év alatt?

[illegible]

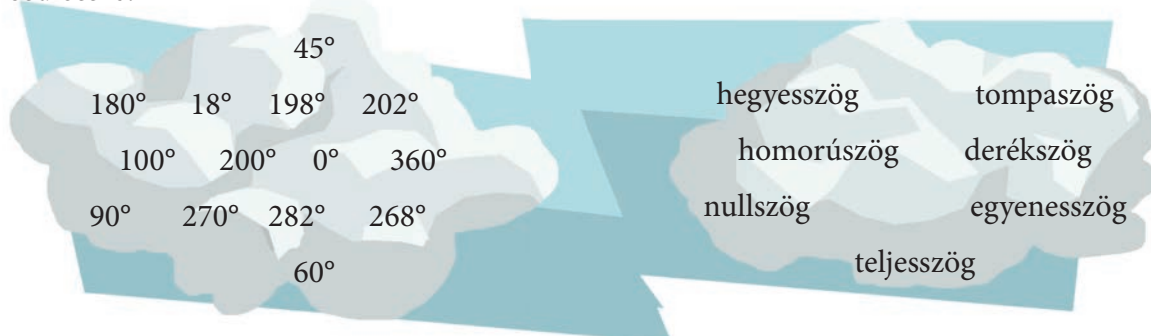
17. 📡 Milyen távolságra van a Naptól a Szíriusz – a legfényesebb csillagunk –, ha a fény 8,6 év alatt ér a csillagról a Naphoz?

[illegible]

18.  Számítsd ki a Nap és a Tejútrendszer középpontja közötti távolságot, ha a fény a Tejútrendszer középpontjából 30 000 év alatt ér a Naphoz!

[illegible]

1. Kösd össze!



2. Milyen pozitív egész számot írhatasz a négyzetbe, hogy homorúszöget, illetve tompaszöget kapj?

a) $\frac{252^\circ}{\quad}$



b) $\frac{1950^\circ}{\quad}$



a) Homorúszöget kapunk, ha $\square = \dots\dots\dots$

Tompaszöget kapunk, ha $\square = \dots\dots\dots$

b) Homorúszöget kapunk, ha $\square = \dots\dots\dots$

Tompaszöget kapunk, ha $\square = \dots\dots\dots$

3. Add össze párosával a következő szögeket az összes lehetséges módon. Mindegyik esetben add meg a szög típusát!

a) 13° ;

b) 162° ;

c) $27^\circ 12'$;

d) 102° .

A lehetséges párok száma: $\dots\dots\dots$

A kapott összegek: $\dots\dots\dots$

A felsorolt szögek típusa a felsorolás sorrendjében: $\dots\dots\dots$

4. Vond ki a nagyobb szögből a kisebbet az összes lehetséges módon. Mindegyik esetben add meg a szög típusát!

a) 13° ;

b) 162° ;

c) $27^\circ 12'$;

d) 102° .

A lehetséges párok száma: $\dots\dots\dots$

A kapott különbségek: $\dots\dots\dots$

A felsorolt szögek típusa a felsorolás sorrendjében: $\dots\dots\dots$

5.  Rajzolj olyan síkidomokat, amelyek nem sokszögek!

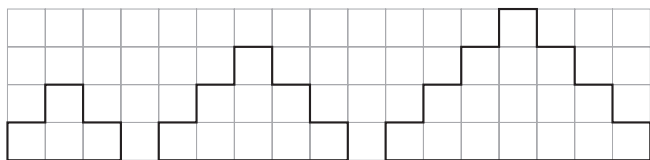
6.  Rajzolj konkáv sokszögeket!

7.  Vágd szét a síkot négy, közös pontból induló félegyenessel! Milyen szögtartományokat kaphatsz? Rajzolj és nevezd el a kapott szögek típusait!

8.  Döntsd el, hogy igaz vagy hamis!

- | | | |
|--|------|-------|
| a) Egy háromszögben lehet mindhárom szög hegyesszög. | Igaz | Hamis |
| b) Egy négyszögnek nem lehet pontosan három derékszöge. | Igaz | Hamis |
| c) Egy ötszögben nem lehet három tompaszög. | Igaz | Hamis |
| d) Nincs olyan sokszög, amelyben hegyes-, tompa- és homorúszög is van. | Igaz | Hamis |

9.  Rajzold le a sorban következő két sokszöget a füzetedbe!



Hány oldalú sokszögeket rajzoltál? Hány oldalú lesz a 21. sokszög?

Hányadik lesz az 1600 oldalú sokszög? Lehet-e a sorban 102 oldalú sokszög?

1. Melyik állítás igaz, melyik hamis? Húzd alá a megfelelő szót!

- | | | |
|--|------|-------|
| a) Van olyan rombusz, amelyik nem trapéz. | Igaz | Hamis |
| b) Ha egy négyszög négyzet, akkor az paralelogramma. | Igaz | Hamis |
| c) Ha egy négyszög rombusz, akkor az paralelogramma. | Igaz | Hamis |
| d) Van olyan téglalap, amely rombusz. | Igaz | Hamis |
| e) Ha a trapéz szárai párhuzamosak, akkor az paralelogramma. | Igaz | Hamis |
| f) Ha a trapéznak két szöge is derékszög, akkor az téglalap. | Igaz | Hamis |
| g) Ha a rombusznak van derékszöge, akkor az négyzet. | Igaz | Hamis |
| h) Van olyan deltoid, amelyik trapéz. | Igaz | Hamis |

2. A következő képletekben a szokásos jelölést alkalmaztuk: a, b, c oldalt, e, f átlót jelent. Karikázd be a területképleteket, húzd alá a kerületképleteket! Kösd össze a sokszög nevét és a hozzá tartozó képletet!

négyzet	$\frac{e \cdot f}{2}$	$a+b+c$
téglalap	a^2	ab
derékszögű háromszög	$4a$	$\frac{a \cdot b}{2}$
deltoid	$2(a+b)$	

3. Írd be a hiányzó képleteket!

Téglatest: $A = \dots\dots\dots V = \dots\dots\dots$
 Kocka: $A = \dots\dots\dots V = \dots\dots\dots$

4. Egy 216 cm kerületű négyzet két szemközti oldalát 14–14 cm-rel meghosszabbítjuk. Mennyivel lesz nagyobb az így kapott téglalap területe a négyzet területénél?

A négyzet oldalának hossza: $\dots\dots\dots$ A négyzet területe: $\dots\dots\dots$

A téglalap oldalainak a hossza: $\dots\dots\dots$ A téglalap területe: $\dots\dots\dots$

Vagyis a téglalap területe $\dots\dots\dots$ cm²-rel nagyobb, mint a négyzet területe.

Hogyan tudnád meghatározni a többletet a négyzet és a téglalap területének kiszámítása nélkül?

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

5. Egy derékszögű háromszög két hegyesszögének különbsége $14^\circ 20'$. Mekkora a háromszög hegyesszögei?

Egyik szög:

Másik szög:

6. Egy deltoidnak pontosan egy derékszöge van. A legnagyobb szöge 30° -kal nagyobb, mint a legkisebb szöge. Mekkora a deltoid szögei?

A deltoid szögei:

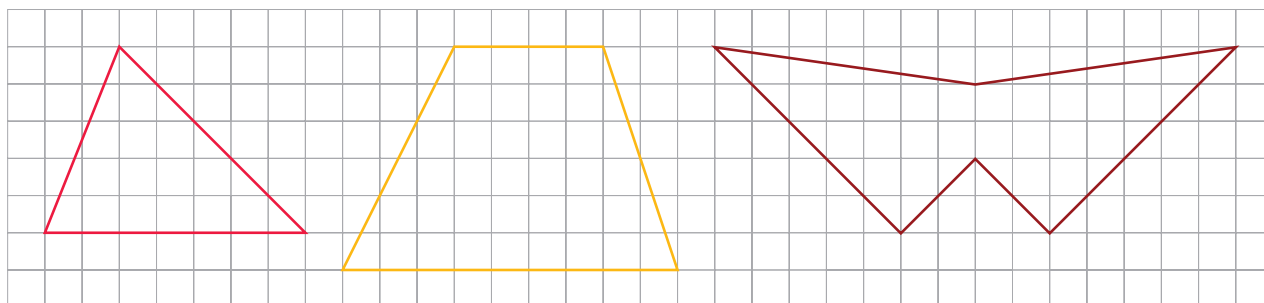
7. Darabolj egy téglatestet csakis a lapjaival párhuzamos vágásokkal úgy, hogy közben a részeket nem mozdítod el egymástól! Milyen vágásokkal érheted el, hogy a keletkezett kisebb testek felszínének összege pontosan az eredeti téglatest felszínének a kétszerese legyen? Rajzold be a vágásokat az ábrába!



Milyen testeket kaptál és hány darabot?

..... és darabot.

8. Foglald téglalapba a következő rácssokszögeket! Határozd meg a területüket! A négyzethálós papír rácsnégyzete legyen a területegység!



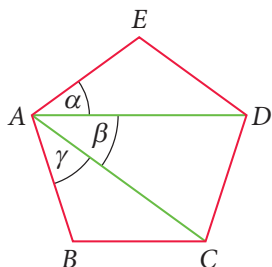
Például: A hegyesszögű háromszög területe:

$$T = 7 \cdot 5 - \frac{2 \cdot 5}{2} - \frac{5 \cdot 5}{2} = 35 - 5 - 12,5 = 17,5 \text{ (területegység).}$$

a) A trapéz területe:

b) A hatszög területe:

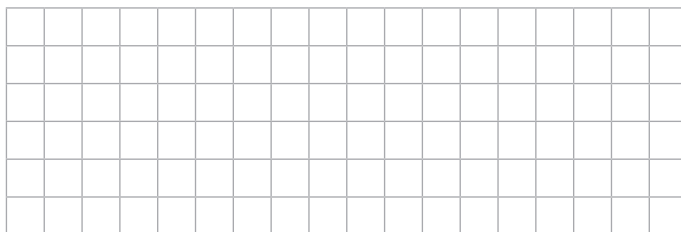
9. Mekkora részekre vágják a szabályos ötszög egy csúcsából kiinduló átlói a csúcsnál lévő szöget?



$\alpha = \dots\dots\dots$;

$\beta = \dots\dots\dots$;

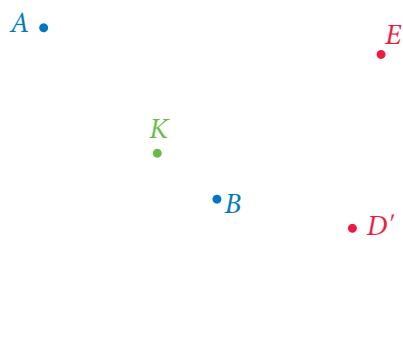
$\gamma = \dots\dots\dots$.



3. GEOMETRIAI TRANSZFORMÁCIÓK

III.

1. Bármely pont képét megkaphatod, ha az adott pontból kiindulva félegyenest rajzolsz a K ponton keresztül, és erre az adott pontból kezdve felméred a pont és a K távolságának kétszeresét. Szerkeszd meg az ábrán látható pontok képét, illetve a képpontok őseit!



Véleményed szerint hol lesz a K pont képe?

.....



2. Bármely pont képét megkaphatod, ha az adott K pontból a ponton át félegyenest rajzolsz, és erre a K pontból kiindulva felméred a K pont és a pont által meghatározott szakasz kétszeresét. Szerkeszd meg az ábrán látható pontok képét, illetve a képpontok őseit!

Hol lesz a K pont képe?

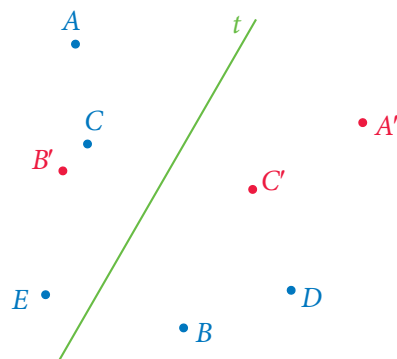
.....



3. Az ábrán bejelöltünk néhány pontot és néhánynak a transzformáció utáni helyét is. Mi lehet a hozzárendelési szabály? Rajzold meg a hiányzó képpontokat is!

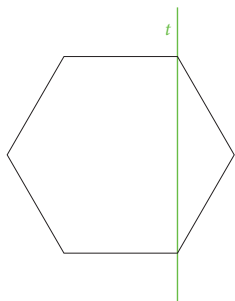
A hozzárendelési szabály:

.....

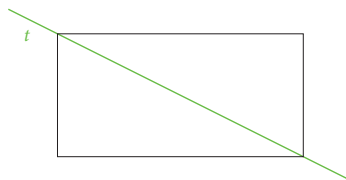


4. Tükrözd a sokszögeket a t tengelyre!

a)



b)

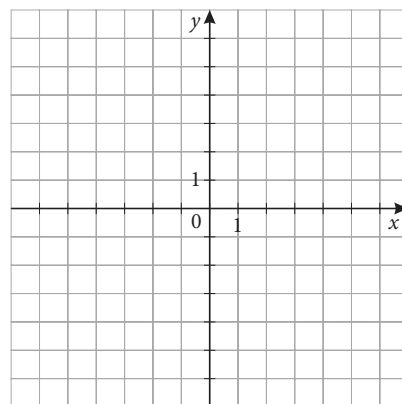


5. Ábrázold az $A(-2; 2)$, $B(-2; -4)$, $C(6; -2)$, $D(6; 0)$, $E(4; 6)$, $F(0; 4)$ pontokat! Minden pont képét úgy kapod, hogy mindkét koordinátá felének az ellentettjét veszed. Ábrázold a képpontokat is!

A képpontok:

$A'(\dots; \dots)$, $B'(\dots; \dots)$, $C'(\dots; \dots)$,

$D'(\dots; \dots)$, $E'(\dots; \dots)$, $F'(\dots; \dots)$.

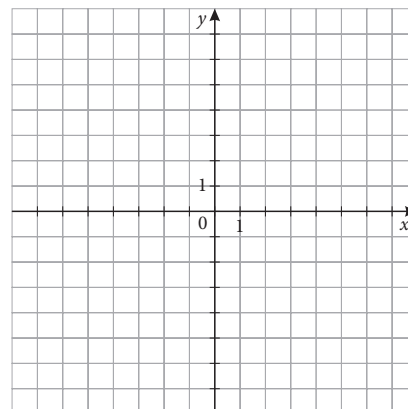


6. Ábrázold az $A(-4; 5)$, $B(-3; -2)$, $C(2; 2)$, $D(1; 6)$, $E(-5; -4)$, $F(2; 4)$ pontokat! Minden pont képét úgy kapod, hogy az első koordinátáját 4-gyel növeled, a második koordinátáját pedig 1-gyel csökkented. Ábrázold a képpontokat is!

A képpontok:

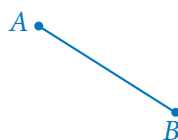
$A'(\dots; \dots)$, $B'(\dots; \dots)$, $C'(\dots; \dots)$,

$D'(\dots; \dots)$, $E'(\dots; \dots)$, $F'(\dots; \dots)$.

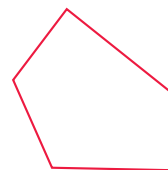
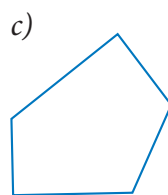
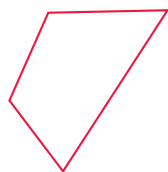
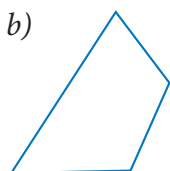
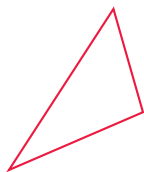
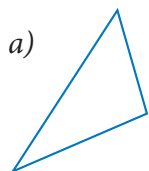


1. Valaki szerette volna középpontosan tükrözni az ábrán látható szakaszt. Az egyik végpontnak már látható a tükörképe. Fejezd be a szerkesztést!

Hány esetet kaptál?



2. Melyik ábra mutat középpontos tükrözést?

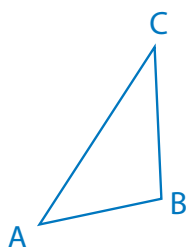


Válasz:

Válasz:

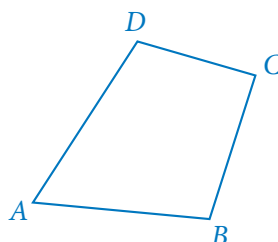
Válasz:

3. Tükrözd az ABC háromszöget a P pontra! Az így kapott $A'B'C'$ háromszöget tükrözd a Q pontra! Figyeld meg az ABC és a második képként kapott $A''B''C''$ háromszög egymáshoz való viszonyát! Mit tapasztalsz?

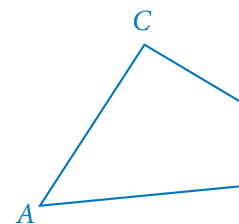


Válasz:

4. Az $ABCD$ négyszög AC és BD átlójának metszéspontja egy középpontos tükrözés hatására az E' pontba került. Tükrözd a négyszög csúcsait is!



5. Az ABC háromszög B csúcsa kilóg a munkafüzetből. Tükrözd a K pontra a háromszöget!



6. Az a egyenes tükörképe O -ra az a' . Az egyeneseket nem látjuk az ábrán, de tudjuk, hogy P az a egyenesre, Q' pedig az a' egyenesre illeszkedik. Szerkeszd meg a két egyenest!



1. Melyik állítás igaz, melyik hamis? Húzd alá a megfelelő szót!

Ha egy négyszög két-két szemközti oldala egyenlő, akkor az paralelogramma.

Igaz Hamis

Ha egy négyszög egyik átlója felezi a másikat, akkor az paralelogramma.

Igaz Hamis

Minden paralelogrammának van két tompaszöge.

Igaz Hamis

A paralelogramma két átlója egyenlő hosszúságú.

Igaz Hamis

Ha egy négyszögben két-két szög egyenlő, akkor az paralelogramma.

Igaz Hamis

Ha egy négyszögben két oldal egyenlő hosszú, akkor az paralelogramma.

Igaz Hamis

2. Ábrázold az $A(2; 1)$, $B(1; 4)$, $C(4; 7)$, $D(8; 7)$ pontokat!

Milyen négyszög az $ABCD$?

Tükrözd az $ABCD$ négyszöget az $F(6; 7)$ pontra!

A képpontok:

$A'(\dots; \dots)$, $B'(\dots; \dots)$, $C'(\dots; \dots)$, $D'(\dots; \dots)$.

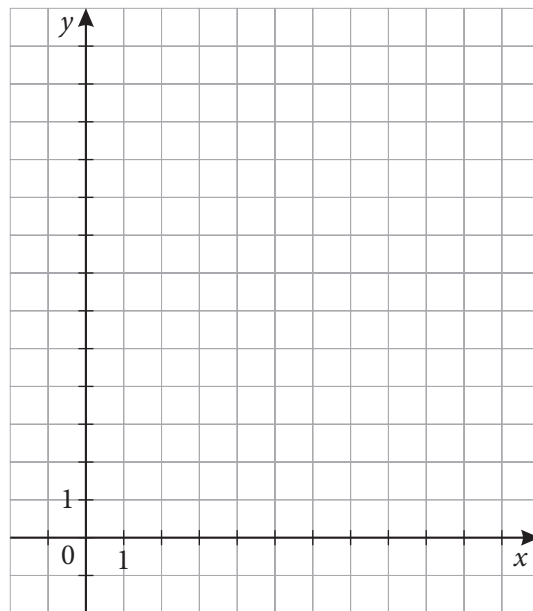
Milyen négyszög az $ABA'B'$?

Tükrözd az $ABCD$ négyszöget a $P(5; 4)$ pontra!

A képpontok:

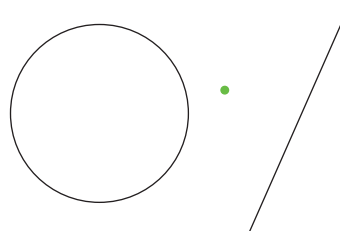
$A''(\dots; \dots)$, $B''(\dots; \dots)$, $C''(\dots; \dots)$, $D''(\dots; \dots)$.

Milyen négyszög az $ABB''C''$?



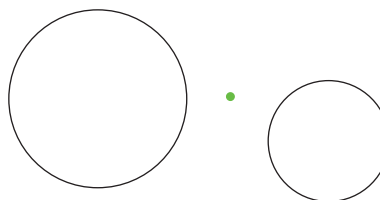
3. Adj meg az egyenesre és a körre illeszkedő olyan pontpárokat, amelyek az adott pontra tükrösek!

Hány párt találtál?



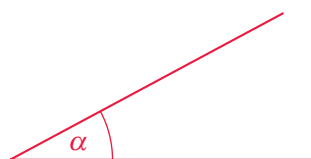
4. Adj meg a körökön olyan pontpárokat, amelyek az adott pontra tükrösek!

Hány párt találtál?

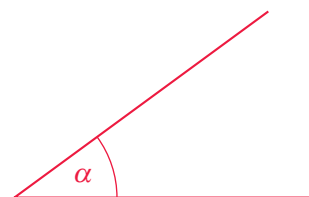


1. Tükrözz egy AB szakaszt egy K pontra! Rajzolj olyan ábrákat, amelyek véleményed szerint eltérnek egymástól!

2. Fejezd be a jobb oldali ábrát zölddel, úgy hogy az α -val egyállású, és kékkel, hogy az α -val fordított állású szöget kapj!



3. Rajzolj három szöget úgy, hogy az α -val három különböző típusú szög párt alkosson, de a megfelelő szögszárak párhuzamosak legyenek egymással!



4. Igaz? Hamis? Húzd alá a megfelelő szót!

- Van olyan párhuzamos szárú szög pár, ahol a két szög különböző.
- Minden egyállású hegyesszög párban a két szög egyenlő.
- Egy 135° -os és egy 65° -os szög nem alkothat párhuzamos szárú szög párt.
- Ha két szög egyenlő, akkor fordított állásúak.
- Ha két szög váltószög pár, akkor csúcsszögek.
- A csúcsszögek fordított állásúak.

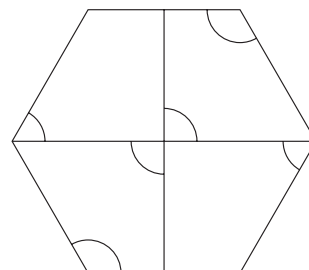
Igaz	Hamis
Igaz	Hamis
Igaz	Hamis
Igaz	Hamis
Igaz	Hamis
Igaz	Hamis

5. Nevezd el az ábrán bejelölt szögeket! Sorold fel az összes lehetséges párosítást, ha nevezetes szög párt alkotnak! Minden ilyen esetben add meg a szög pár nevét!

.....

.....

.....



1. Rajzold be a szimmetria-középpontokat és a szimmetriatengelyeket a következő ábrákba!

a)



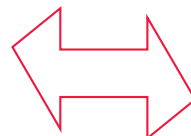
b)



c)



d)



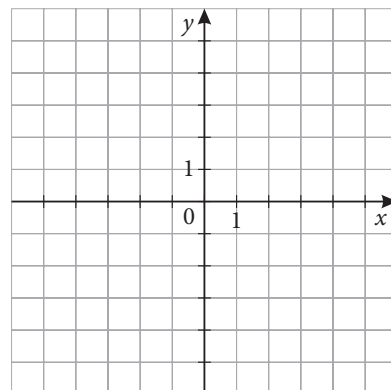
2. Egy négyszögnek csak két pontját ismerjük: $A(3; 4)$, $B(5; -1)$. Készíts ábrát, majd add meg a hiányzó két pont koordinátáját úgy, hogy

a) az $ABCD$ négyszög a $K(1; 2)$ pontra középpontosan szimmetrikus legyen;

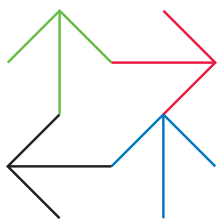
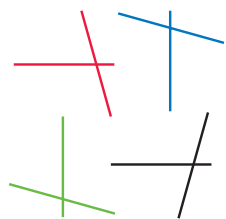
b) az $ABEF$ négyszög az y tengelyre tengelyesen szimmetrikus legyen!

A hiányzó pontok koordinátái:

$C(\dots; \dots)$, $D(\dots; \dots)$, $E(\dots; \dots)$, $F(\dots; \dots)$.

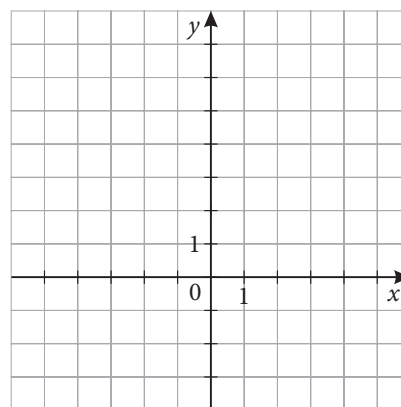


3. A következő ábrák négy egybevágó részletből állnak. Melyik az a két részlet, amelyik középpontosan szimmetrikus?



4. A koordináta-rendszerben az $ABCDEF$ középpontosan szimmetrikus hatszög AB oldalának egyik végpontja $(3; -1)$, a másik $(4; 2)$. Az $(1; 3)$ és a $(-1; 1)$ pontok közül az egyik a C csúcs, a másik a K középpont. Rajzolj, majd add meg a hatszög csúcsainak koordinátáit!

A hatszög csúcsainak koordinátái:



7. KÖZÉPPONTOS ÉS TENGELYES SZIMMETRIA

III.

5. Írj a négyzetbe I-t ha igaz, H-t, ha hamis az állítás!

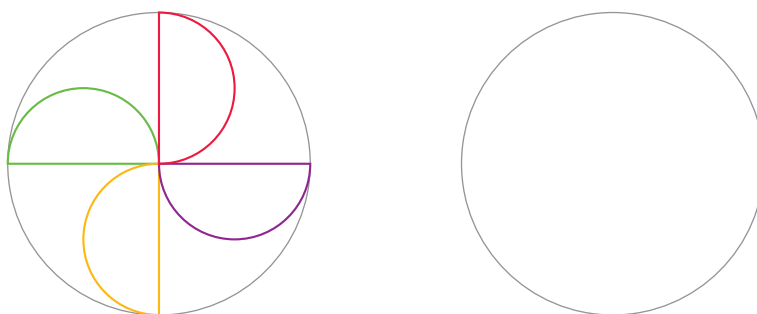
a) Két egyenlő sugarú kör mindig középpontosan szimmetrikus. ☐

b) Ha egy kört a körvonal egyik pontjára tükrözöl, akkor a tükörkép és az eredeti kör érinti egymást. ☐

c) Két egymást metsző, egyenlő sugarú kör középpontosan szimmetrikus az egyik metszéspontra. ☐

d) Két egymást metsző kör középpontosan szimmetrikus a közös húr felezőpontjára. ☐

6. Készítsd el a középpontosan szimmetrikus ábrát úgy, hogy a nagy kör belsejében hat félkör legyen! Rajzold és színezd úgy, hogy a kép azt a hatást keltse, mintha a félkörök nem lennének átlátszóak!



8. PARALELOGRAMMA ÉS DELTOID

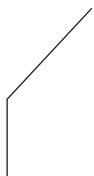
III.

1. A rajzon egy középpontosan szimmetrikus sokszög két oldala látható. Fejezd be a rajzot úgy, hogy

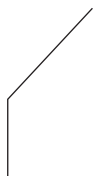
a) paralelogramma; b) konvex hatszög; c) konkáv hatszög; d) nyolcszög legyen!

Minden esetben jelöld a szimmetria-középpontot is!

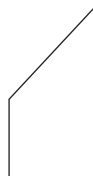
a)



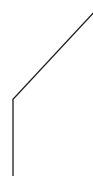
b)



c)

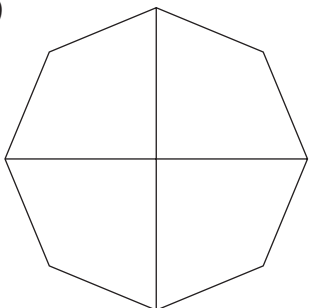


d)



2. Az ábrákon látható szabályos sokszögeket egybevágó deltoidokra vágtuk. Mekkora a szögei egy-egy deltoidnak?

a)



.....

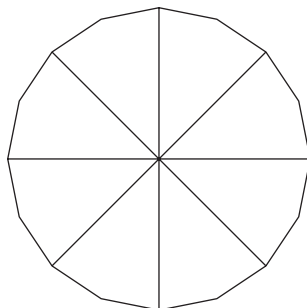
.....

.....

.....

.....

b)



.....

.....

.....

.....

.....

3. Pótold a mondatok hiányzó részét!

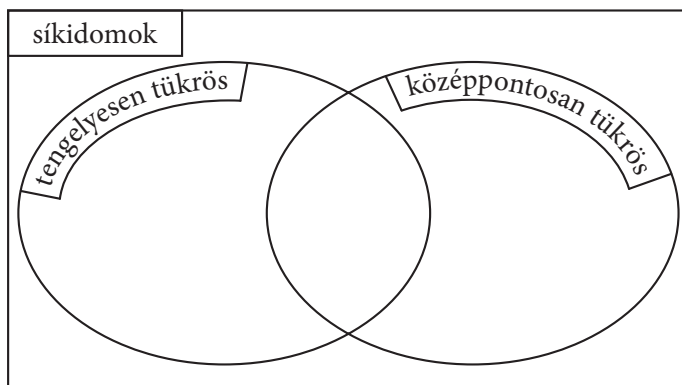
Ha egy négyszög középpontosan szimmetrikus, akkor az

Ha egy négyszög tengelyesen szimmetrikus valamelyik átlójára, akkor az

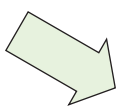
A középpontosan szimmetrikus deltoid a

Az a paralelogramma, amely tengelyesen szimmetrikus az átlójára, az a

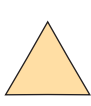
4. Írd be a rajzok betűjelét a halmazábrába!
Rajzolj további két síkidomot, amelyet az ábrán közösen kellene elhelyezned!



a)



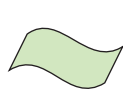
b)



c)



d)



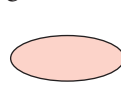
e)



f)



g)



h)



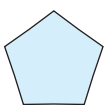
i)



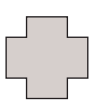
j)



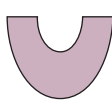
k)



l)



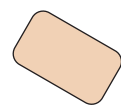
m)



n)



o)



p)

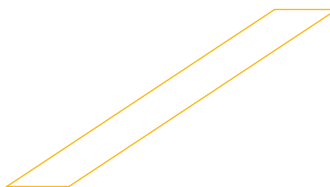


3. Szerkesztéssel és méréssel határozd meg a paralelogrammák magasságait!

a)



b)



$$m_a = \dots\dots\dots$$

$$m_a = \dots\dots\dots$$

$$m_b = \dots\dots\dots$$

$$m_b = \dots\dots\dots$$

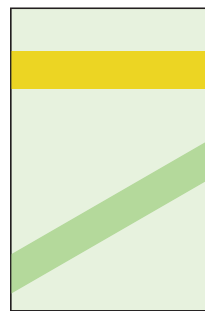
Egy oldal hosszának megméréseével számold ki a paralelogrammák területét!

$$t = \dots\dots\dots$$

$$t = \dots\dots\dots$$

Mérés nélkül határozd meg a hiányzó oldalhosszt!

4. Az ábrán egy könyv borítójának a vázlata látható. A sárga árnyalatú, téglalap alakú részben helyezték el a szerző nevét, a zöld árnyalatú, paralelogramma alakú síkidomban olvasható a könyv címe. Melyik színű terület a nagyobb, ha a vázlat jobb szélén látható barna és zöld szakaszok egyenlő hosszúak?



5. Egy nyolcszor tizenkettes négyzethálóra betűket terveztünk. A szomszédos rácsvonalak távolsága 4 mm. Mekkora a betűk területe? Használd a szürke segédvonalakat!

Az N szárának a területe:

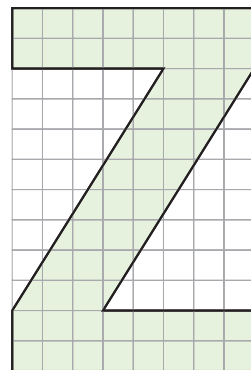
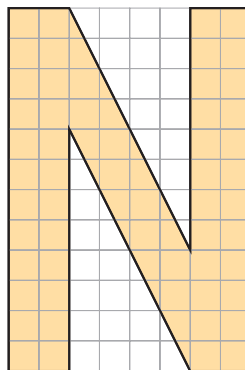
Az N közepének a területe:

Az N területe:

A Z szárának a területe:

A Z közepének a területe:

A Z területe:



6. Egy paralelogramma középpontja a 2,5 cm-es oldalától 1 cm-re található.

a) Számítsd ki a paralelogramma területét!

b) Milyen messze van ez a középpont a paralelogramma 3 cm-es oldalától?

1. Számold ki a háromszögek területét!

a) $a = 18 \text{ m}$, $m_a = 12 \text{ m}$; $t = \dots\dots\dots$

b) $b = 11 \text{ dm}$, $m_b = 6 \text{ dm}$; $t = \dots\dots\dots$

c) $a = 21 \text{ mm}$, $m_c = 17 \text{ mm}$; $t = \dots\dots\dots$

2. Add meg az adott területű háromszög hiányzó magasságait!

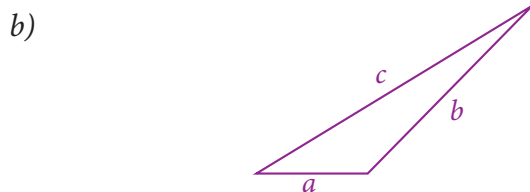
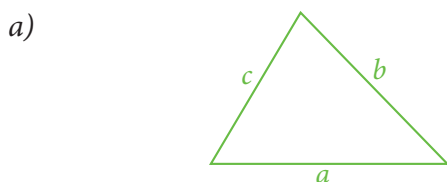
a) $t = 270 \text{ cm}^2$, $a = 25 \text{ cm}$, $b = 27 \text{ cm}$, $c = 30 \text{ cm}$; b) $t = 360 \text{ dm}^2$, $a = 36 \text{ dm}$, $b = 45 \text{ dm}$, $c = 60 \text{ dm}$.

a) $m_a = \dots\dots\dots$ b) $m_a = \dots\dots\dots$

$m_b = \dots\dots\dots \dots m_b = \dots\dots\dots$

$m_c = \dots\dots\dots \dots m_c = \dots\dots\dots$

3. Rajzold be és mérd meg a háromszögek magasságait!



$m_a = \dots\dots\dots$

$m_a = \dots\dots\dots$

$m_b = \dots\dots\dots$

$m_b = \dots\dots\dots$

$m_c = \dots\dots\dots$

$m_c = \dots\dots\dots$

Egy oldal hosszának megméréssel számold ki a háromszögek területét!

$t = \dots\dots\dots$ $t = \dots\dots\dots$

Mérés nélkül határozd meg a hiányzó oldalak hosszát! $\dots\dots\dots$

4. Írd be a hiányzó szavakat!

a) A háromszög csúcsa és a vele szemközti oldalegyenes távolságát a háromszög $\dots\dots\dots$ nevezzük.

b) A háromszögeknek $\dots\dots\dots$ darab magasságuk van.

c) A háromszög területét megkapjuk, ha az egyik oldalának a hosszát megszorozzuk a $\dots\dots\dots$ magasság hosszának a felével.

d) A derékszögű háromszög befogójához tartozó magasság megegyezik a $\dots\dots\dots$.

e) A szabályos háromszögnek három darab $\dots\dots\dots$ hosszúságú magassága van.

f) Minden egyenlő szárú háromszögnek van $\dots\dots\dots$ darab egyenlő hosszúságú magassága.

5. Egy háromszög egyik oldala 125 cm, a hozzá tartozó magasság pedig 10 cm. Mekkora a vele egyenlő területű négyzet kerülete?

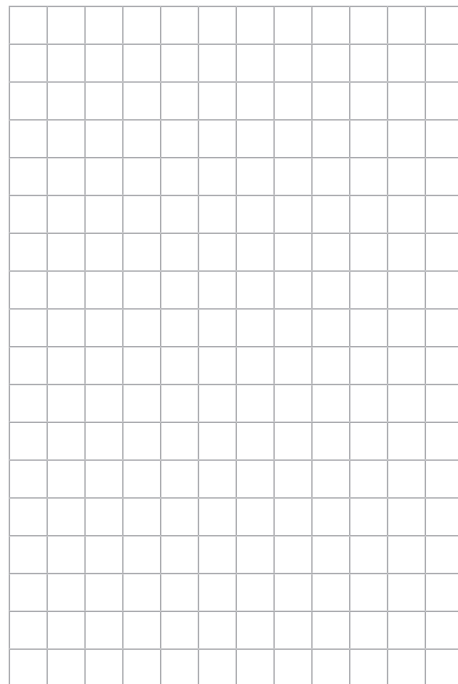
A háromszög területe:

A négyzet oldalának hossza:

A négyzet kerülete:

6. Egy háromszög és egy téglalap alakú virágágyás egyenlő területű. A háromszög egyik oldala 36 m, a hozzá tartozó magasság 16 m. A téglalap egyik oldala kétszerese a másiknak. Mekkora a téglalap kerülete?

A téglalap kerülete:



1. Mekkora a trapéz területe, ha

a) $a = 62 \text{ dm}$, $c = 54 \text{ dm}$, $m = 30 \text{ dm}$;

b) $a = 43 \text{ mm}$, $c = 19 \text{ mm}$, $m = 28 \text{ mm}$?

$t = \dots\dots\dots$ $t = \dots\dots\dots$

2. Mekkora a trapéz magassága, ha

a) $a = 36 \text{ m}$, $c = 28 \text{ m}$, $t = 460,8 \text{ m}^2$;

b) $a = 34,2 \text{ m}$, $c = 11,4 \text{ m}$, $t = 364,8 \text{ m}^2$?

$m = \dots\dots\dots$ $m = \dots\dots\dots$

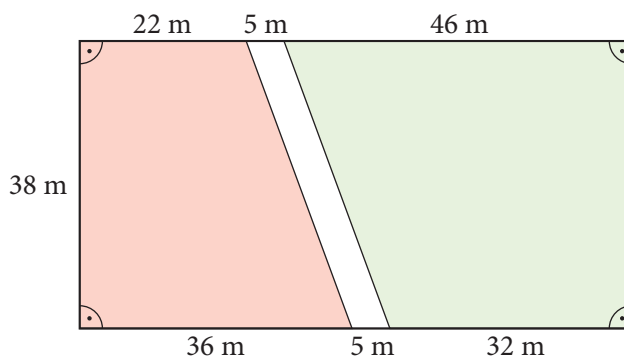
3. Mekkora a trapéz hiányzó aljának hossza, ha

a) $c = 16,6 \text{ m}$, $m = 28 \text{ cm}$, $t = 1618,4 \text{ m}^2$;

b) $c = 8,4 \text{ m}$, $m = 10,5 \text{ m}$, $t = 181,65 \text{ m}^2$?

$a = \dots\dots\dots$ $a = \dots\dots\dots$

4. A mellékelt térképvázlaton egy gyümölcsös-kert alakját és méreteit láthatod. A bal oldali részen almafák, a jobb oldalin barackfák vannak. Melyik rész nagyobb és mennyivel? Mekkora a két rész közötti út területe?



Mindkét telekrész alakú.

A rövidebb szár mindkettőnél egyben is.

Az almafás rész területe:

A barackfás rész területe:

A nagyobb mennyiségből vonjuk ki a kisebbet:

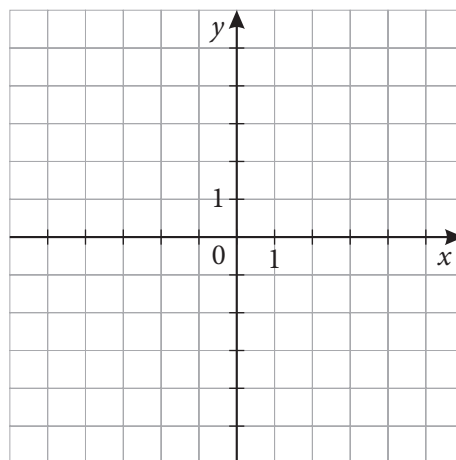
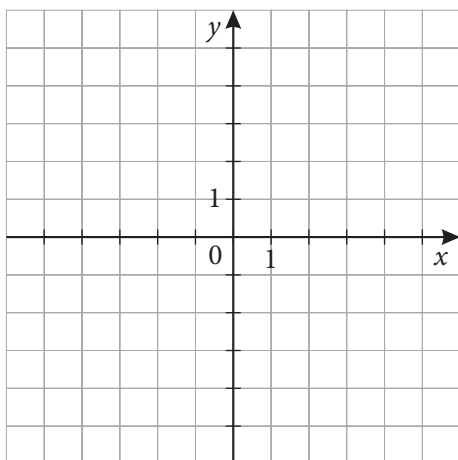
Vagyis rész területe m^2 -rel nagyobb, mint rész területe.

A térképvázlaton látható út alakja: A területe:

5. A következő trapézok csúcsait koordináta-rendszerben adtuk meg. Rajzolj, majd számítsd ki a trapézok területét, ha a rácsnégyzetek oldalhossza 1 cm!

a) $A(-2; -1)$, $B(4; -1)$, $C(3; 4)$, $D(1; 4)$;

b) $A(-5; -3)$, $B(3; -3)$, $C(6; 5)$, $D(0; 5)$.



$a = \dots$, $c = \dots$, $m = \dots$ $a = \dots$, $c = \dots$, $m = \dots$

$t = \dots$ $t = \dots$

III. 12. A DELTOID TERÜLETE

1. Számold ki a deltoid területét az e és az f átlójának ismeretében!

a) $e = 12$ m, $f = 32$ m;

b) $e = 23$ cm, $f = 42$ cm;

c) $e = 21,3$ mm, $f = 33,2$ mm;

d) $e = 35,2$ dm, $f = 51,6$ dm.

a) $t =$ b) $t =$

c) $t =$ d) $t =$

2. Melyik deltoid a nagyobb, és hányszorosa a területe a másiknak?

a) Az első átlói 14 cm és 29 cm, a második átlói 28 cm és 29 cm hosszúak.

..... a nagyobb, és a másiknak.

b) Az első átlói 44 cm és 120 cm, a második átlói 88 cm és 40 cm hosszúak.

..... a nagyobb, és a másiknak.

c) Az első átlói 12 cm és 19 cm, a második átlói 36 cm és 57 cm hosszúak.

..... a nagyobb, és a másiknak.

d) Az első átlói 100 cm és 200 cm, a második átlói 25 cm és 50 cm hosszúak.

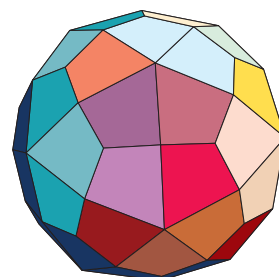
..... a nagyobb, és a másiknak.

3. A képen látható test 60 darab (egybevágó) deltoidból rakható össze. Egy ilyen deltoidnak megmértük az átlóit: a rövidebb 3,3 cm, a hosszabb 3,6 cm hosszú.

Mekkora területű papírt használnál fel, ha ki szeretnéd vágni a test hálózátát?

Egy deltoid területe:

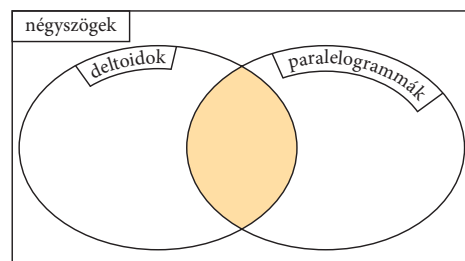
A 60 darab deltoid területe:



4. Milyen címkét tennél a halmazábra középső színes részére?

A középső rész címkéje:

Rajzolj egy megfelelő síkidomot, amelyik jó lenne az ábra középső részébe!



12. A DELTOID TERÜLETE

III.

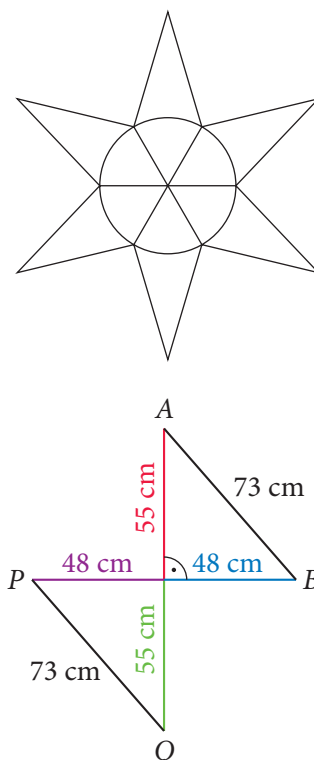
5. Az óvodások termének díszítésére hat egybevágó deltoidból álló „napocskát” terveztek az óvónők. Az ábrán látható kör sugara 18 cm, és a forma legtávolabbi pontjai 46 cm-re vannak a kör középpontjától. Mekkora területű kartonpapírt használtak összesen?

Egy deltoid területe:

A síkidom területe:

6. Milyen távolságra van egymástól az AB és a PQ szakasz? Csak az ábrán látható adatokat használhatod a számoláshoz!

A távolság:



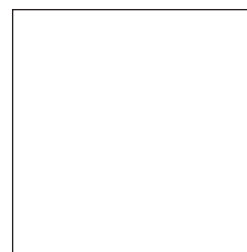
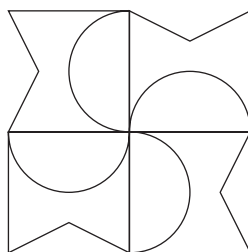
13. KÖZÉPPONTOSAN SZIMMETRIKUS ALAKZATOK

III.

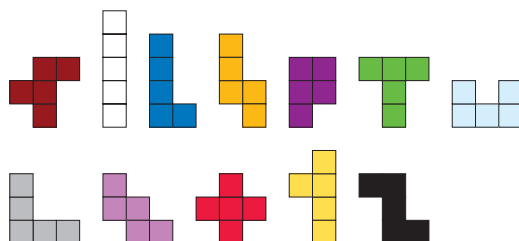
1. Igazak-e a következő állítások?

- a) Ha egy síkidom középpontosan szimmetrikus, akkor tengelyesen is az. ☐
- b) Ha egy síkidom tengelyesen szimmetrikus, akkor középpontosan is az. ☐
- c) Van olyan középpontosan szimmetrikus síkidom, amelyik tengelyesen is szimmetrikus. ☐
- d) Nincs olyan tengelyesen szimmetrikus síkidom, amelyik középpontosan is szimmetrikus. ☐
- e) Van olyan síkidom, amelyiknek egynél több szimmetria-középpontja van. ☐
- f) Van olyan síkidom, amelyiknek egynél több szimmetriatengelye van. ☐

2. Elemezd az ábrát, majd körző és vonalzó segítségével készítsd el a másolatát! Színezd ki több szín felhasználásával úgy, hogy a színek is középpontosan szimmetrikusan helyezkedjenek el!

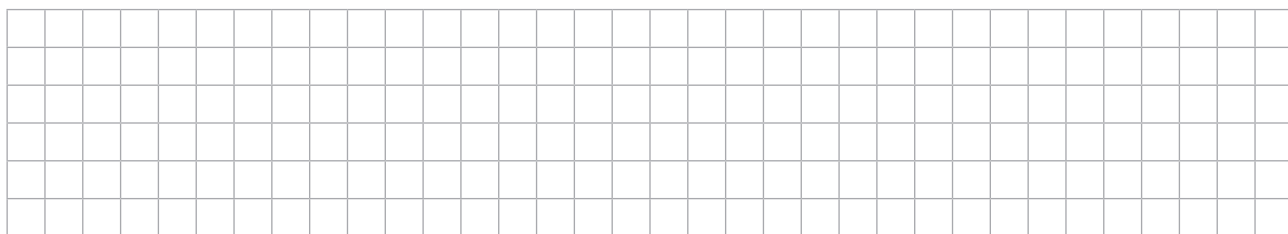


3. A tankönyvben olvashattál a pentominókról. A következő ábrán látható mind a tizenkettő.

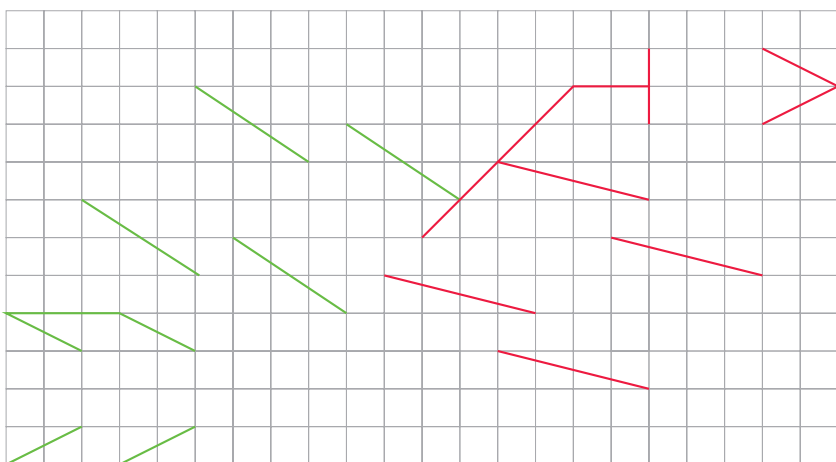


Milyen méretű téglalap fedhető le ezzel a tizenkét síkidommal?

Véleményed szerint valóban kivitelezhető a lefedés, ha a pentominók nem darabolhatók? Próbáld megvalósítani valamelyik lefedést! Rajzold le a négyzethálóra! Érdeemes a formákat kartonpapírból kivágni, és úgy kísérletezni. Nem könnyű a feladat, ezért ne keseredj el, ha nem sikerül! A világhálón kereshetsz segítséget.

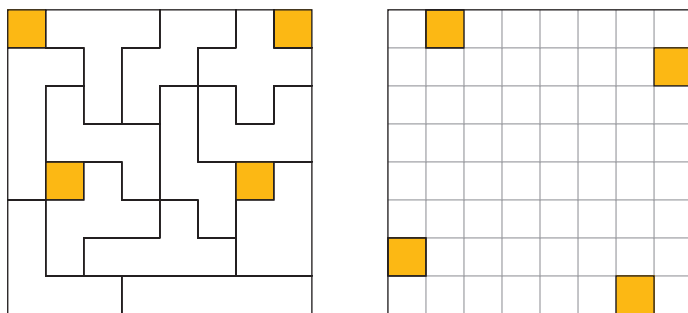


4. Egy középpontosan szimmetrikus rajz töredékét látod. Készítsd el az egész ábrát!



5. A 3. feladatban megtapasztalhattad, hogy milyen nehéz a pentominókat egy téglalapba rendezni. A következő kérdést sem kell kötelező házi feladatnak tekintened. Csak akkor kísérletezz vele, ha szereted az ilyen rejtvényeket!

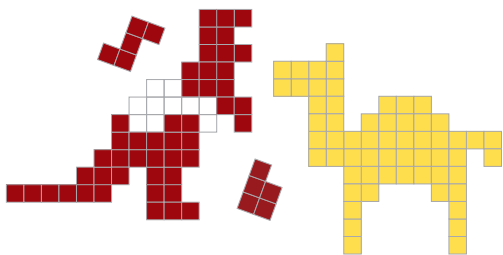
Egy nyolcszor nyolcas táblára felrakjuk az összes pentominót. Természetesen így mindig kimarad négy mező. A mi ábránkon a négy mező tengelyesen szimmetrikusan helyezkedik el. Próbáld a pentominókat úgy elhelyezni, hogy a négy lyuk középpontosan szimmetrikus helyzetű legyen a tábla középpontjára!



13. KÖZÉPPONTOSAN SZIMMETRIKUS ALAKZATOK

III.

6. A pentominók segítségével különböző képeket rakhatsz össze. Készíts te is ilyeneket a füzetedbe! A legjobban sikerülteket rajzold le a négyzethálóra!



14. SOKSZÖGEK

III.

1. Igaz vagy hamis? Írj a négyzetbe I vagy H betűt!

- a) Egy sokszög csak akkor lehet szabályos, ha tengelyesen szimmetrikus. ☐
- b) Ha egy sokszög szabályos, akkor középpontosan szimmetrikus. ☐
- c) A páros oldalszámú szabályos sokszögeknek legalább négy szimmetriatengelyük van. ☐
- d) Ha egy sokszög szabályos, akkor tengelyesen és középpontosan is szimmetrikus. ☐
- e) Egy nem szabályos sokszög is lehet középpontosan szimmetrikus. ☐
- f) Egy nem szabályos sokszög is lehet tengelyesen szimmetrikus. ☐
- g) A rombusz szabályos sokszög. ☐
- h) Ha egy sokszög minden belső szöge egyenlő, akkor az szabályos. ☐

2. Egy egyenlő szárú háromszög szögei: 20° , 80° , 80° .

Hány darab egybevágó példányra lenne szükséged, ha szabályos sokszöget szeretnél összerakni belőlük?

A háromszögek száma:

Vázlatrajz az összeillesztésről:

3. Egy egyenlő szárú háromszög mindhárom szöge fokban mérve egész szám. Több ilyen háromszög felhasználásával szabályos sokszöget rakhatsz össze. Hány fokosak lehetnek a háromszög szögei? Adj meg legalább hat ilyen háromszöget!

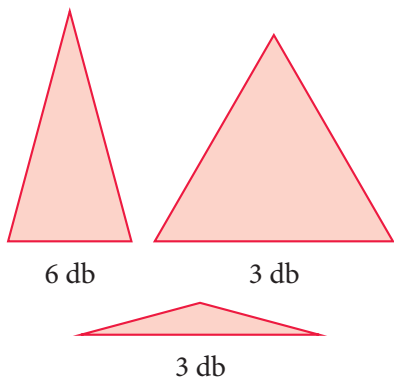
.....

.....

.....

III. 14. SOKSZÖGEK

4. Készítsd el papírból az ábrán látható egyenlő szárú háromszögeket a megadott darabszámban! Milyen szabályos sokszöget tudsz kirakni az összes papír háromszög felhasználásával?



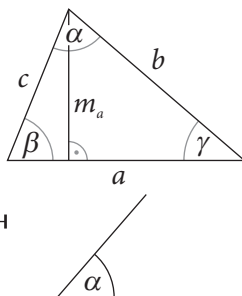
A sokszög oldalainak száma:

Vázlatrajz az összeillesztésről:

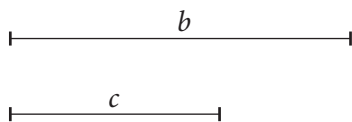
III. 15. SZERKESZTÉSEK

1. Szerkessz háromszöget az adatok alapján! A szerkesztést a füzetedben végezd el!

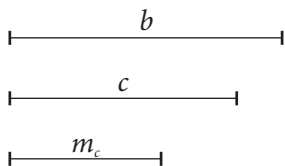
a) Adatok: b , c , α



Vázlat:



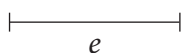
b) Adatok: b , c , m_c



Vázlat:

2. Szerkessz négyzetet, ha adott az átlójának a hossza!

Adat: e



Vázlat:

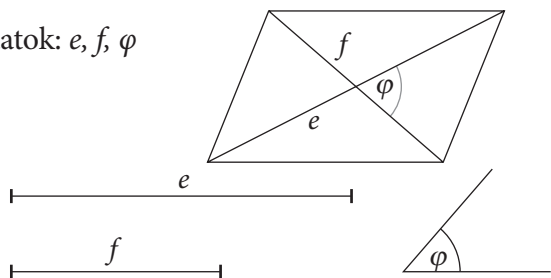
15. SZERKESZTÉSEK

III.

3. Szerkeszd meg a paralelogrammát a füzetedben a rendelkezésedre álló adatok alapján!

Adatok: e, f, φ

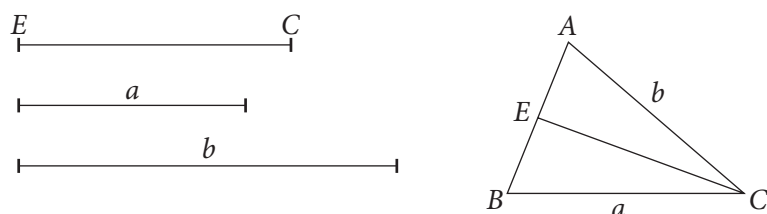
Vázlat:



4. Szerkessz háromszöget a füzetedben, ha adott az a, b és az EC szakasz, ahol E az AB oldal felezőpontja!

Adatok: a, b, EC

Vázlat:



16. ÖSSZEFOGLALÁS

III.

1. Tükrözd a betűket a megadott középpontra!



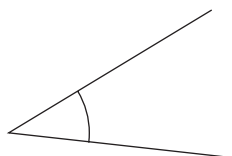
2. Rajzolj a megadott szög mellé négy különböző szöget, amelyik vele

a) csúcshöget;

b) váltóshöget;

c) kiegészítő shöget;

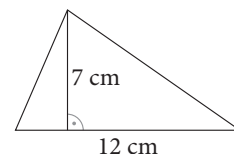
d) egyállású shöget alkot!



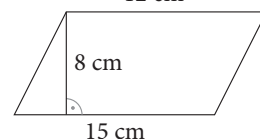
III. 16. ÖSSZEFOGLALÁS

3. 📡 Mekkora a sokszögek területe?

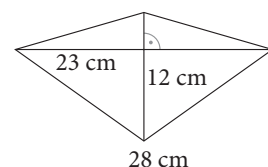
a) A háromszög területe: $t = \dots\dots\dots$



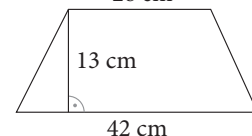
b) A paralelogramma területe: $t = \dots\dots\dots$



c) A deltoid területe: $t = \dots\dots\dots$



d) A trapéz területe: $t = \dots\dots\dots$



4. 📡 Egy 3 hektáros, paralelogramma alakú búzatábla egyik oldala 200 méter hosszú. Milyen messze van a búzatáblának ettől az oldalától a másik 200 méteres oldala?

A keresett távolság: $\dots\dots\dots$

5. 📡 A 450 m^2 területű trapéz rövidebb alapja egyenlő hosszúságú a trapéz magasságával, a hosszabb alapja pedig háromszorosa a rövidebb alapnak. Milyen hosszúak a trapéz alapjai?

Az alapok hossza: $\dots\dots\dots$

6. 📡 A 143 cm^2 területű deltoid átlóinak hossza centiméterben mérve egész szám. Mekkora lehetnek ezek az átlók?

Az átlók lehetséges hossza:

e							
f							

1. 📻 Állapítsd meg, melyik szám osztható 3-mal, illetve 9-cel!

	3-mal	9-cel
$3 \cdot 2 \cdot 6$		
$7 \cdot 24 \cdot 5$		
$15 \cdot 37 \cdot 42$		
$8 + 11 + 7$		
$23 + 59 + 74$		
$8100 + 81 + 9$		
$794 - 117$		
$283 + 154 - 302$		
$193 - 81 - 67$		



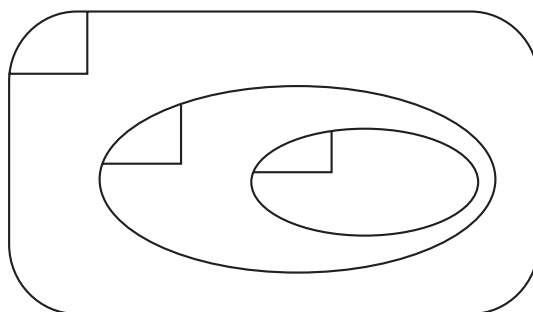
2. 📻 Igaz vagy hamis?

- a) Ha egy szám osztható 8-cal, akkor a szám kétszerese is osztható 8-cal.
 b) Ha egy szám osztható 6-tal, akkor a fele is osztható 6-tal.
 c) Ha két szám osztható 7-tel, akkor az összegük is osztható 7-tel.
 d) Ha két szám összege osztható 5-tel, akkor mindkét szám osztható 5-tel.
 e) Ha két szám osztható 4-gyel, akkor a szorzatuk is osztható 4-gyel.
 f) Ha két szám közül egyik sem osztható 3-mal, akkor az összegük biztosan nem osztható 3-mal.

☐
☐
☐
☐
☐
☐

3. 📻 A megadott számok közül pirossal húzd alá, ami 3-mal, és kékkel, ami 9-cel osztható! Mi jellemzi azokat a számokat, amelyeket pirossal és kékkel is aláhúztál? Írd a számokat a halmazábrába és jelöld, melyik halmaz mit jelent!

24; 37; 69; 153; 495; 2871; 53 160; 830 672; 73 263 186.



4. 📻 Döntsd el, hogy igaz vagy hamis! Ha egy számot elosztunk 16-tal, és a hányados 9, akkor ez a szám

- a) osztható 3-mal; ☐ b) osztható 30-cal; ☐ c) osztható 4-gyel; ☐
 d) osztható 14-gyel; ☐ e) osztható 10-zel; ☐ f) osztható 6-tal; ☐
 g) osztható 32-vel; ☐ h) osztható 72-vel? ☐

5. Helyes vagy helytelen?

Dönts el az alábbi következtetésekről, melyik csoportba tartoznak! Adj példát a helytelen következtetésre!

	Helyes	Helytelen	Példa
Ha egy szám osztható 2-vel és 3-mal, akkor osztható 6-tal is.			
Ha egy szám osztható 2-vel és 4-gyel, akkor 8-cal is.			
Ha egy szám osztható 9-cel, akkor a fele osztható 3-mal.			
Ha egy szám osztható 12-vel, akkor 4-gyel is.			
Ha egy szám osztható 18-cal, akkor a fele osztható 9-cel.			
Ha egy szám osztható 7-tel, akkor a négyszerese osztható 2-vel.			
Ha egy szám osztható 32-vel, akkor páros.			
Ha egy szám osztható 11-gyel, akkor páratlan.			

6. 📡 Keresd a párját! Milyen elv alapján képezted a párokat?

a) $\frac{2}{3}$; b) $1\frac{3}{5}$; c) $\frac{5}{4}$; d) $\frac{9}{7}$; e) $2\frac{1}{6}$; f) $\frac{12}{11}$.

A) $\frac{80}{64}$; B) $\frac{104}{48}$; C) $\frac{72}{66}$; D) $\frac{28}{42}$; E) $\frac{72}{56}$; F) $\frac{96}{60}$.

7.  Többszöröse-e az $A = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$ szám az alábbi számoknak? Ha többszöröse, állapítsd meg, hogy hányszorosa!

a) 12-nek: b) 20-nak:

c) 35-nek: d) 49-nek:

e) $2 \cdot 3 \cdot 5$ -nek: f) $3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ -nek:

8. 📡 Van-e olyan szám, amelyben a számjegyek szorzata 77? Válaszodat indokold!

9. Írj a 2015 elé és mögé is egy számjegyet úgy, hogy a kapott szám osztható legyen 45-tel! Hány megoldást találtál?

[illegible]

1. Három különböző prímszámmak vedd az első és a második hatványát! Szorozz össze két így kapott hatványt minden lehetséges módon!

a) Hány különböző számot kaptál?

b) Hány négyzetszám van közöttük? Mely számoknak a négyzetei?

2. Hány különböző számot tudsz felírni szorzat alakban, ha a prímkártyákon az alábbi számok láthatók?

a) 2; 3; 5 b) 3; 5; 11

c) 3; 3; 5 d) 5; 5; 5

3. Néhány számot prímek szorzataként írtunk fel, némelyik szorzótényező azonban elmosódott. Melyik számra igazak az állítások? A prímek nem csak nagyság szerinti sorban állhatnak.

A = 2 · 2 · 3 · 17	D = 3 · 3 · 7 ·
B = 2 · · 3 · 11	E = 2 · 5 · ·
C = 2 · 3 · ·	

a) Biztosan páros.

b) Lehet, hogy osztható 4-gyel.

c) Biztos, hogy osztható 4-gyel? d) Lehet négyzetszám.

e) Lehet 9 többszöröse. f) Biztos, hogy osztható 9-cel?

g) Biztos, hogy legalább háromjegyű.

4. Bontsd fel prímtényezőkre a szorzatára az alábbi számokat!

a) 54 b) 720 c) 360 d) 2016 e) 1001

Írd fel prímszorzatok szorzataként!

a) 54 = b) 720 =

c) 360 = d) 2016 =

e) 1001 =

5. Egy összetett számot prímszámok szorzatára bontottunk, de a negyedik szorzótényező elmosódott.

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \text{...}$$

Milyen prímszám lehet a hiányzó tényező, ha tudjuk, hogy

- a) a szám nullára végződik? b) a szám osztható 9-cel?
 c) a szám osztható 4-gyel? d) legalább 8 osztója van?
 e) osztható 6-tal?

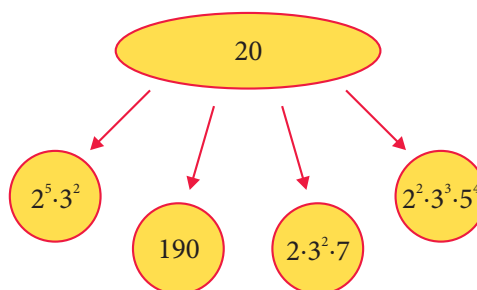
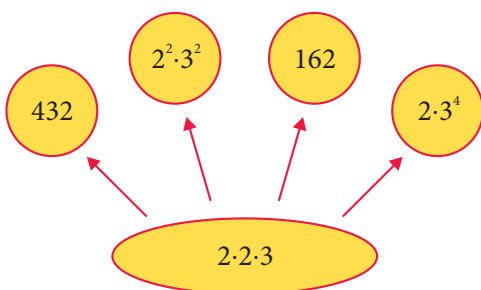
6. Add meg az alábbi szorzatok végeredményét prímtényezős alakban!

- a) $144 \cdot 420$;
 b) $240 \cdot 420$;
 c) $630 \cdot 4500$;

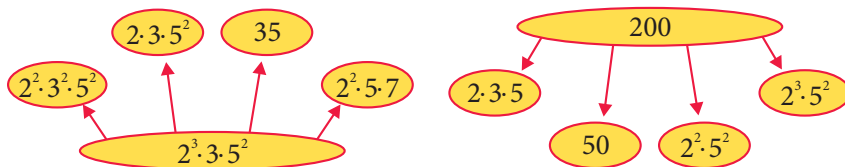
1. Felsoroltuk néhány szám osztóit párokba rendezve. Töltsd ki a hiányzó mezőket! Keresd meg az osztókat és magát a számot is!

1 —	1 —	1 —
— 40	— 65	— 75
— 20	5 — 26	5 —
5 — 16	— 13	9 — 25
8 —		—

2. Húzd át azokat a számokat, amelyek nem többszörösei a középén álló számnak!



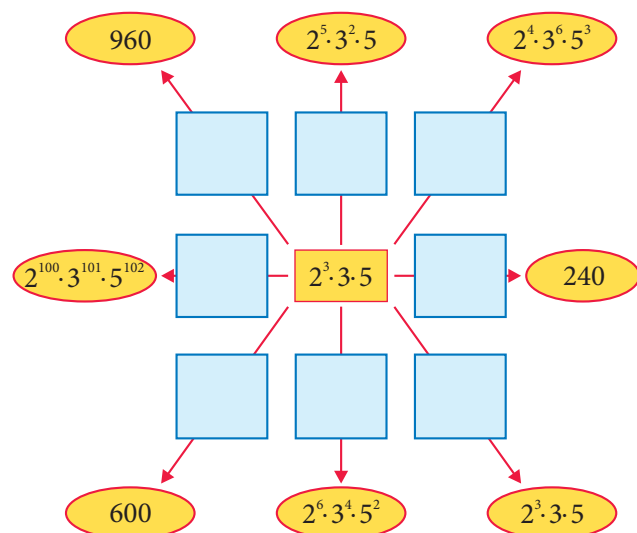
3. Húzd át azokat a számokat, amelyek nem osztói a középen álló számnak!



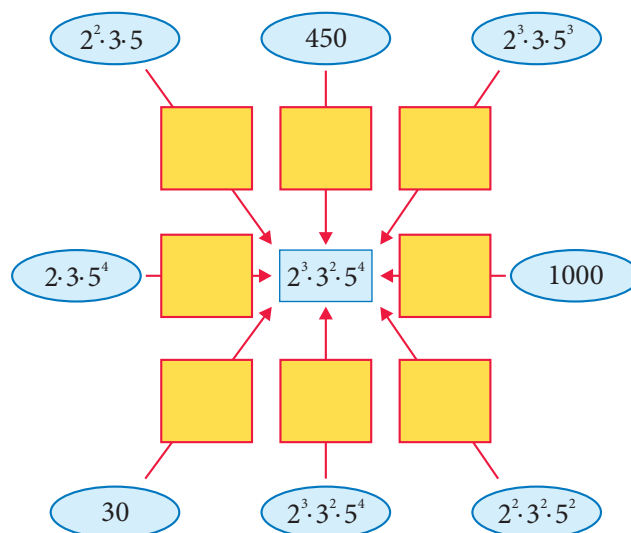
4. Felsoroltuk néhány szám összes valódi osztóját. Keresd meg a számokat!



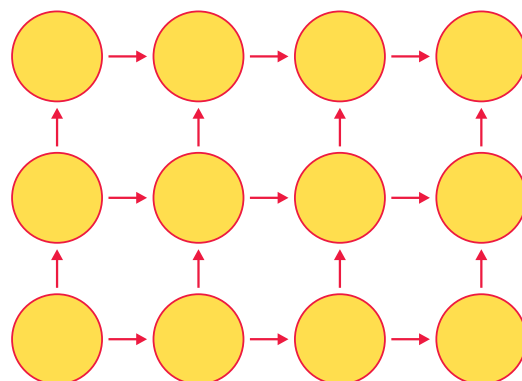
5. Írd a nyilakra, hányszor van meg a középső osztó az öt körülvevő többszörösökben!



6. Írd a nyilakra, hányszorosa a középen álló többszörös az öt körülvevő osztóknak!



7. Sorold fel a 72 osztóit, majd írd az ábrába úgy, hogy a nyíl mindenütt egy többszörösre mutasson!



1.  Dönts el, hogy igaz-e vagy hamis! Példán keresztül mutasd meg, ha egy állítás hamis!

- Két szám legnagyobb közös osztója az osztók közül a legnagyobb.
- Két szám legnagyobb közös osztója nagyobb, mint egy.
- Két szám legnagyobb közös osztója megegyezik a kisebb szám legnagyobb osztójával.
- A számok legnagyobb közös osztója kisebb a nagyobb számnál.
- Két szám legnagyobb közös osztója kisebb, mint a kisebb szám.

2. Írd fel a megadott számok közös osztóit!

- a) 32 és 40: b) 68 és 102:
c) 75 és 60: d) 33 és 34:
e) 45 és 46: f) 120 és 216:

3.  Határozd meg a megadott számok legnagyobb közös osztóját!

- a) (18; 22): Itt számolhatsz:
 b) (12; 30):
 c) (1600; 2500):
 d) (36; 48; 64):

4. 📡 Megadtuk két szám közös osztóit, kivéve a legkisebbet és a legnagyobbat. Mely számok közös osztóit írtuk fel?

- a) 2; 3; 4; 6:
- b) 3; 5:
- c) 2; 3; 6; 7; 14; 21:

5. Gondoltam egy kétjegyű számra. A gondolt szám és a 36 legnagyobb közös osztója 9, a gondolt szám és a 49 legnagyobb közös osztója pedig 7. Melyik számra gondolhattam?

6.  Egy téglalap területe 108 cm^2 . Oldalainak hossza 1-nél nagyobb természetes szám. Mekkora lehetnek a téglalap oldalai? Rajzolj! Mekkora legyenek az oldalai, hogy a kerülete a legkisebb legyen?

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form a series of small, uniform squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

LEGNAGYOBB KÖZÖS OSZTÓ

IV.

a) Legfeljebb hány csomagot tudnak elkészíteni, ha azt szeretnék, hogy minden csomag egyforma legyen?

8. 📡 60 sárga és 84 vörös rózsát egyforma csokrokba kötöttünk úgy, hogy egy sem maradt ki, és minden csokorba ugyanannyi szál sárga és vörös rózsza került.

a) Legfeljebb hány csokor rózsát készíthettünk ilyen módon?

b) Hány sárga és hány vörös rózsaszín lesz egy csokorban?

[illegible]

LEGKISEBB KÖZÖS TÖBBSZÖRÖS

IV.

a) Két szám legkisebb közös többszöröse a többszörösök közül a legkisebb.

b) Van két különböző pozitív egész szám, amelyek legkisebb közös többszöröse 1.

c) Két szám legkisebb közös többszöröse megegyezhet a két szám közül a kisebb számmal.

d) Két szám legkisebb közös többszöröse megegyezhet a két szám közül a nagyobb számmal.

e) A számok legkisebb közös többszöröse nagyobb, mint a nagyobb szám.

2.  Írd fel a megadott számok 4-4 közös többszörösét!

a) 16 és 40: b) 68 és 102:

c) 75 és 60: d) 33 és 15:

e) 8 és 9: f) 12 és 16:

3. Számítsd ki az alábbi számok legkisebb közös többszörösét!

a) $[24; 30]$: b) $[396; 312]$:

c) $[120; 44]$: d) $[36; 48; 108]$:

4. Mely számok írhatók a téglalap helyére?

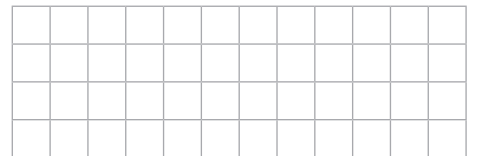
a) $[\square; 6] = 24$; b) $[16; \square] = 144$;

c) $[30; \square] = 60$; d) $[20; \square] = 20$

5. Olvadásnak indultak az ereszcatornáról lelógó jégcsapok. Az egyikről 20, a másikról 28 másodpercenként esik le egy vízcsepp. Ha egy adott pillanatban egyszerre halljuk a két csepp becsapódását, akkor mennyi idő múlva halljuk ezt egyszerre legközelebb?



6. Marci és Berci hétvégenként uszodába járnak. Berci 72 másodperc, Marci 108 másodperc alatt tesz meg egy oda-vissza távot. A medencébe egyszerre ugranak be.



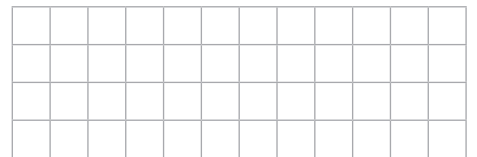
a) Hány perc múlva találkoznak először a startkőnél?

.....

b) Hányszor találkoznak az indulási oldalnál, ha 40 percet úsznak?

.....

7. Egy autóbusz-végállomásról reggel 5 óra 20-kor egyszerre indítanak két különböző útvonalon közlekedő buszt. Az A jelzésű busz 18, a B jelzésű 15 percenként indul.



a) Mikor indítják egyszerre a két buszt legközelebb?

.....

b) Este 23 óráig hány olyan indítási időpont van, amikor az A és a B jelzésű busz egyszerre indul?

.....

1.  Húzd alá a helyes választ!

Ha a és b osztható 4-gyel, akkor

- | | | | |
|------------|---|------------------|---|
| a) $a + b$ | lehet, hogy osztható 4-gyel;
biztos, hogy osztható 4-gyel;
nem osztható 4-gyel. | b) $a \cdot b$ | lehet, hogy osztható 4-gyel;
biztos, hogy osztható 4-gyel;
nem osztható 4-gyel. |
| c) $a - b$ | lehet, hogy osztható 4-gyel;
biztos, hogy osztható 4-gyel;
nem osztható 4-gyel. | d) $\frac{a}{b}$ | lehet, hogy osztható 4-gyel;
biztos, hogy osztható 4-gyel;
nem osztható 4-gyel. |

2.  Karikázd be a helyes állítások betűjelét! Igazold példával a hamis állításokat !

Ha a 5-tel osztva 2, b pedig 5-tel osztva 3 maradékot ad, akkor

- a) $a + b$ osztható 5-tel:
- b) $a \cdot b$ osztható 5-tel:
- c) $a - b$ osztható 5-tel:
- d) $\frac{a}{b}$ osztható 5-tel:

3.  Egészítsd ki a mondatokat!

- a) Ha az a szám 11-gyel osztva 7 maradékot ad, és a b szám 11-gyel osztva maradékot ad, akkor $a + b$ osztható 11-gyel.
- b) Ha az a szám 9-cel osztva 3 maradékot ad, és a b szám 9-cel osztva maradékot ad, akkor $a \cdot b$ osztható 9-cel.
- c) Ha az a szám 7-tel osztva 5 maradékot ad, és a b szám 7-tel osztva maradékot ad, akkor az $a - b$ osztható 7-tel.

4.  Írj fel a 2; 3; 5; 7; 9 számjegyek legfeljebb egyszeri felhasználásával

- a) kettő darab:
- b) három darab:
- c) négy darab:
- olyan háromjegyű számot, amelyek egyike sem osztható hárommal, de az összegük osztható hárommal.

5. Töltsd ki a táblázatot!

☑ jelenti azt, hogy a vizsgált szám osztható 2-vel, 3-mal, 5-tel, 10-zel vagy 25-tel,
X jelenti azt, ha nem osztható az adott számokkal. Az X jel melletti szám a maradékot jelöli.
Tegyél ☑ -t, ha osztható, és X-et, ha nem osztható a kifejezés az adott számmal!

	A	B	C	$A + B + C$	$A \cdot B \cdot C$	$(A + B) \cdot C$
2-vel	☑	☑	☑			
3-mal	X 1	X 2	☑			
5-tel	☑	X 3	X 3			
10-zel	☑	X 5	☑			
25-tel	☑	☑	X 7			

1. Melyik oszthatósági szabályból mi hiányzik? Keresd meg azt a megoldási lehetőséget, amelyik igazgá teszi az állítást, és a betűjelét írd a pontozott helyre!

- a) Egy pozitív egész szám pontosan akkor osztható 2-vel, ha 2-vel.
 b) Egy pozitív egész szám pontosan akkor osztható 3-mal, ha 3-mal.
 c) Egy pozitív egész szám pontosan akkor osztható 4-gyel, ha 4-gyel.
 d) Egy pozitív egész szám pontosan akkor osztható 5-tel, ha 5-tel.
 e) Egy pozitív egész szám pontosan akkor osztható 8-cal, ha 8-cal.
 f) Egy pozitív egész szám pontosan akkor osztható 9-cel, ha 9-cel.
 g) Egy pozitív egész szám pontosan akkor osztható 10-zel, ha 10-zel.
 h) Egy pozitív egész szám pontosan akkor osztható 25-tel, ha 25-tel.
 i) Egy pozitív egész szám pontosan akkor osztható 125-tel, ha 125-tel.

A: az utolsó két számjegyből álló szám osztható

B: számjegyeinek összege osztható

C: az utolsó számjegye osztható

D: az utolsó 3 számjegyből álló szám osztható

2. Milyen számjegyeket írhatunk a betűk helyére, hogy a szám osztható legyen:

	6453A	9625B32	453C10
2-vel			
3-mal			
4-gyel			
5-tel			
9-cel			
25-tel			

3. Töltsd ki a táblázatot! Milyen számot írhatunk a * helyére, hogy teljesüljenek az oszthatóságok?

	$2678 + 521 *$	$8693 - 34 * 1$	$197 \cdot 5 * 6$
3-mal			
4-gyel			
8-cal			
25-tel			

4. Az asztalon 10; 20; 50; 100 és 200 forintos pénzermék vannak, mindegyikből egy darab. Állíts össze belőlük olyan összegeket, hogy oszthatók legyenek

- a) 3-mal;
- b) 4-gyel;
- c) 8-cal;
- d) 9-cel;
- e) 10-zel!

Ahol tudsz, keress több megoldást is!

5. Milyen számjegyet írhatunk a $9 * 475$ számban a * helyére, ha azt szeretnénk, hogy ne változzon a szám

- a) 2-es; b) 3-as; c) 4-es;
- d) 8-as; e) 9-es maradéka?

6. A szorzatok kiszámítása nélkül húzd alá kézzel a 8-cal, pirossal a 9-cel osztható számokat!

$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6$ $10 \cdot 13 \cdot 27$ $34 \cdot 15 \cdot 20$ $10 \cdot 30 \cdot 6$
 $21 \cdot 12 \cdot 6$ $22 \cdot 13$ $12 \cdot 9$ $4 \cdot 6 \cdot 12$ $2 \cdot 27 \cdot 52$

Kiegészítő tananyag

1. Az alábbi számok közül pirossal húzd alá, amelyik 12-vel, kékkel, amelyik 18-cal osztható!

1236; 2654; 3972; 8316; 7362; 5472.

2. Apró papírlapokra felírtuk az egytől százig terjedő egész számokat, és bedobtuk egy kalapba. Legalább hány számkártyát kell kihúzni ahhoz, hogy biztos legyen köztük olyan, amelyik nem osztható 15-tel?

3. A 0; 1; 2; 3; 4; 5 számkártyák segítségével készíts olyan háromjegyű számot, amelyik

a) 10-zel osztható, de 15-tel nem!

b) 24-gyel osztható, de 6-tal nem!

c) 12-vel osztható, de 24-gyel nem!

4. Milyen szabályt lehet megfogalmazni a következő oszthatóságokkal kapcsolatban?

a) Egy pozitív egész szám osztható 55-tel, ha... ..

b) Egy pozitív egész szám osztható 20-szal, ha... ..

c) Egy pozitív egész szám osztható 180-nal, ha... ..

5. Pipáld ki a helyes, vagy javítsd ki a hibás oszthatósági szabályokat!

a) Ha egy szám osztható 4-gyel és 6-tal, akkor osztható 24-gyel is.

b) Ha egy szám osztható 3-mal és 12-vel, akkor osztható 36-tal is.

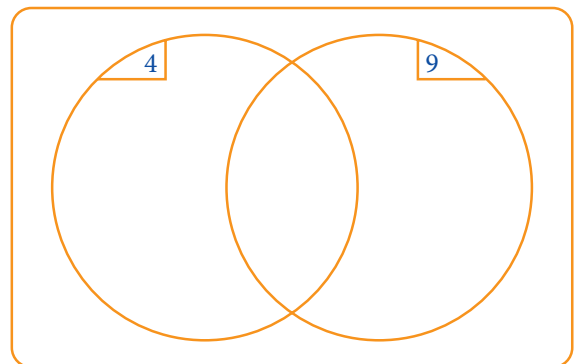
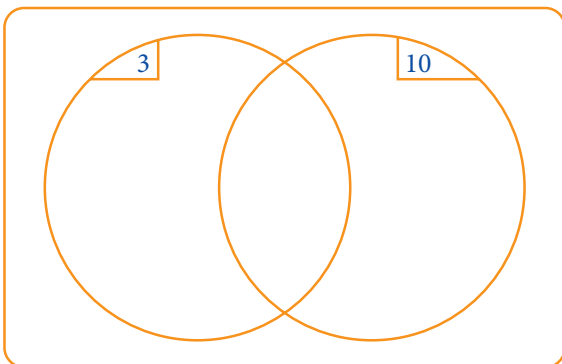
c) Ha egy szám osztható 5-tel és 8-cal is, akkor osztható 40-nel is.

d) Ha egy szám osztható 5-tel és 12-vel, akkor osztható 60-nal is.

6. Írd a halmazábrába az alábbi számokat! Fogalmazd meg, milyen tulajdonságú számok kerültek a metszetbe! Írj mindenhová néhány általad választott háromjegyű számot is! Minden halmazba kerüljenek a megadott számok többszörösei!

a) 4215; 3742; 9830; 53 280; 221 100

b) 4768; 5238; 7137; 7236; 8326



1. ♘ Válaszolj az alábbi kérdésekre!

a) Lefedhető-e egy 8×8 -as sakktábla  dominókkal?

b) Lefedhető-e  dominókkal abban az esetben, ha az a1 és h8 mezőket levágjuk?

c) Lefedhető-e  és  dominókkal, ha valame-lyik sarokmezőjét levágjuk?

	a	b	c	d	e	f	g	h	
8									8
7									7
6									6
5									5
4									4
3									3
2									2
1									1
	a	b	c	d	e	f	g	h	

2. ♘ Hány bástya rakható a sakktáblára úgy, hogy ne üssék egymást? (A bástya vízszintesen és függőlegesen mozoghat a sakktáblán. Egy lépésnél tetszőleges számú mezőt haladhat egy irányba.)

3. ♘ Hány huszár rakható a sakktáblára úgy, hogy ne üssék egymást? (A huszár vízszintesen két, majd függőlegesen egy lépést tehet, vagy függőlegesen lép két mezőt és vízszintesen egyet.)

4. ♘ A következő játékot párban játszhatjátok. Az a1 mezőn áll egy bábu, amit felváltva mozgathattok jobbra vagy felfelé. Egyszerre csak egy irányba, de tetszőleges számú mezővel tolhatjátok arrébb a bábút. Az nyer, aki elsőként lép a h8 mezőre. A kezdő vagy a második játékosnak van nyerő stratégiája?

5. ♘ Az a1 mezőn most egy huszár áll, így pároddal lólépésben léphettek felváltva. Most is az nyer, aki elsőként lép a h8 mezőre.

a) Nyerhet-e a kezdő játékos?

b) Keresd meg a táblán azokat a „nyerő” mezőket, ahonnan egy lépésben beérhetünk a célba!

c) Ki nyerhet abban az esetben, ha az a1 mezőről indulunk, és a cél az a8 mezőn van?

1. Töltsd ki a táblázatot!

	Igaz	Nem igaz
Ha egy szám osztható hárommal, akkor a szám osztható kilencel.		
Egy szám osztható 6-tal, ha számjegyeinek összege osztható 6-tal.		
Egy szám osztható 3-mal, ha számjegyeinek összege osztható 9-cel.		
Három prímszám összege páratlan.		
Három egymást követő szám szorzata osztható 6-tal.		
Két szomszédos természetes szám összege osztható négygel.		
Van páros prímszám.		
Ha egy számnak a 7 osztója, akkor a szám lehet prím.		
Van olyan prímszám, amelynek a 14 osztója.		
Ha egy szám 0-ra végződik, akkor osztható 4-gyel.		
Minden háromnál nagyobb prímszám szomszédainak szorzata osztható 6-tal.		
Minden háromnál nagyobb prímszám szomszédainak szorzata osztható 12-vel.		

2. Mely számok oszthatók az alábbiak közül 242-vel? A választ az osztás elvégzése nélkül add meg!
 a) 1452; b) 7128; c) $2^2 \cdot 11 \cdot 7$; d) $2^2 \cdot 11^3 \cdot 5^2$.

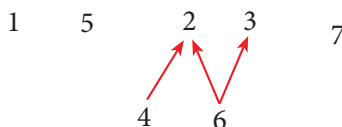
3. Sorold fel a számok osztópárjait! Húzd alá a valódi osztókat!

a) 72:

b) 147:

c) 104:

4. Elkezdtek felírni a számokat 1–20-ig, és minden számból nyilakat rajzoltunk a valódi osztóihoz. Folytasd a rajzot az összes szám és az összes nyíl berajzolásával!

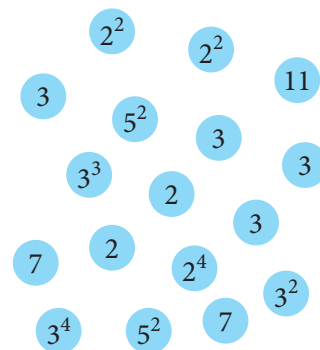


5. Bontsd fel prímtényezőik szorzatára!

a) 2016	b) 2017	c) 2018	d) 2019	e) 2020

6. Ha jó helyre gurítod a jobb oldalon látható számokat, akkor a bal oldali mezőkben mindegyik számot fel tudod írni prímtényezők szorzataként.

25 =	12 =	66 =
75 =	21 =	144 =
54 =	81 =	28 =



7. Számítsd ki az alábbi számok legkisebb többszörösét!

a) $[72; 30]$:

b) $[198; 312]$:

c) $[60; 22]$:

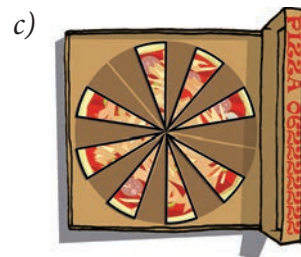
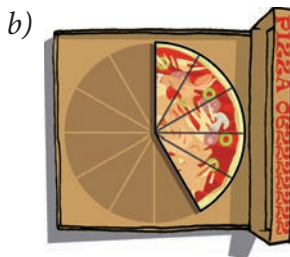
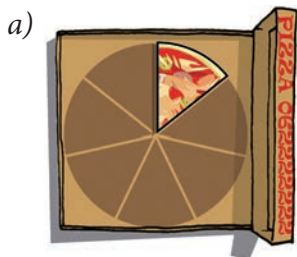
8. Mely számok írhatók a betűk helyére?

a) $[A; 6] = 24$ $A =$

b) $[8; B] = 72$ $B =$

c) $[15; C] = 120$ $C =$

1. Írd fel a képek alapján az elfogyott és a megmaradt pizza-szeletek arányát!



2. A táblázatban lévő a és b számok aránya $3 : 4$. Add meg a hiányzó számokat!

a	6		$\frac{6}{5}$			0,75	17		
b		24		0,8	1,2			10	$\frac{4}{5}$

3. Keresd az arányok egyszerűsített formáját, és írd a betűjelét a megfelelő helyre!

a) $14 : 18$; b) $20 : 25$; c) $26 : 39$; d) $4,2 : 5,4$; e) $2 : \frac{5}{2}$; f) $\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$; g) $\frac{4}{3} : 2$; h) $\frac{12}{5} : 3$.

- $2 : 3$
- $4 : 5$
- $7 : 9$

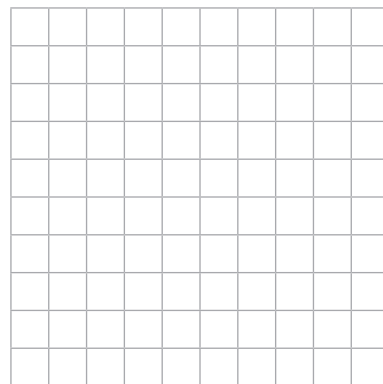
4. Írd fel egész számokkal a megadott arányokat!

a) $\frac{3}{9} : \frac{7}{9} =$ b) $\frac{5}{6} : \frac{5}{6} =$ c) $\frac{1}{2} : \frac{7}{8} =$
 d) $\frac{3}{5} : 2\frac{8}{20} =$ e) $1\frac{1}{2} : \frac{13}{8} =$ f) $\frac{3}{7} : \frac{7}{3} =$

5. Alma és Zoé két különböző osztályba járnak, és különböző helyekre mennek osztálykirándulásra. A kirándulásokra befizetendő összegek aránya $11 : 13$. A két kirándulás összesen 14 400 Ft-ba kerül. Alma kirándulása kerül kevesebbe.

- a) Mennyit kell fizetni Zoé kirándulására?
- b) Mennyivel drágább Zoé kirándulása Alma kirándulásánál?

6. Két testvér életkorának összege 42 év, életkoruk aránya pedig $8 : 6$. Mennyi idős a fiatalabb testvér?

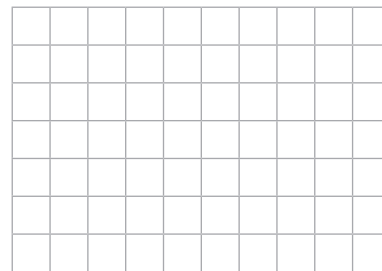


7.  Melyik az a két szám, amelynek aránya 4 : 9, összege pedig 546?

8.  Egy téglalap oldalainak aránya 3 : 8, kerülete 66 cm. Számítsd ki

a) mekkorák a téglalap oldalai!

b) mekkora a téglalap területe!



9.  Minden gyerek szeretett volna pénzt gyűjteni nyárra, anya pedig segíteni akart ebben, ezért rengeteg házimunkát összeírt, majd melléírta, mennyit fizet ezekért összesen.

– Ezt nem bírja egy ember egyedül – morgolódott Eszter. – Osztózzunk meg a munkán is, a pénzen is! – javasolta a testvéreinek.

Eszter négyszer annyit dolgozott, mint Kristóf, aki pedig kétszer annyit, mint Kisbence. Kisbence nagyon örült az így szerzett 200 forintjának.

a) Hány forintot keresett Kristóf?

b) Hány forintot ajánlott a munkájukért anya?

Hibás dolgozatok

Péter és Paula ikrek. Hasonlítsd össze és javítsd ki a dolgozatukat, hibás megoldás esetén pedig írd le a hibátlan számolásokat és eredményeket! Osztályozd színes tollal a dolgozatokat az alábbi, százalékból megadott ponttáblák alapján!

90 – 100	5
75 – 89	4
50 – 74	3
33 – 49	2
0 – 32	1

1.  Egy pohár 150 grammos eper joghurt gyümölcstartalma 24%. Hány gramm epret tartalmaz egy pohár joghurt? (3 pont)



$$(150 : 100) \cdot 24 = 36 \text{ g a joghurt epretartalma.}$$



$$150 \cdot \frac{24}{100} = \frac{3600}{100} = 36 \text{ g eper van a joghurtban.}$$

2.  Számítsd ki, mennyit kellene fizetni egy 3400 Ft-os könyvért, ha megvehetnénk

a) 50%-kal (3 pont);

b) 24%-kal (3 pont);

c) 37,5%-kal olcsóbban (3 pont)?



$$a) (3400 : 100) \cdot 50 = 1700 \text{ Ft-ot.}$$

$$b) (3400 : 100) \cdot 24 = 816 \text{ Ft-ot.}$$

$$c) 3400 \cdot 0,375 = 1275 \text{ Ft-ot.}$$



$$a) 3400 \cdot 0,5 = 1700 \text{ Ft-ot.}$$

$$b) 3400 \cdot 0,76 = 2584 \text{ Ft-ot.}$$

$$c) (3400 : 100) \cdot 62,5 = 2125 \text{ Ft-ot.}$$

3. Egy négyzet kerülete 14 000 cm. Oldalait 40%-kal megnöveltük. (5 pont)

a) Hány méter lett így a kerülete?

b) Hány százalékkal változott a kerülete?



- a) Először átváltom a hosszúságokat:
 $14\ 000\text{ cm} = 140\text{ m}$.
 Az oldal: $140 : 4 = 35\text{ m}$.
 Az új négyzet oldala: $35 \cdot 1,4 = 49\text{ m}$.
 A kerülete: $K_{\text{új}} = 4 \cdot 49 = 196\text{ m}$.
 b) $196 - 140 = 56\%$ -kal változott a négyzet kerülete.



- a) A négyzet oldala: $14\ 000 : 4 = 3500\text{ cm}$.
 Az új oldal hossza:
 $(3500 : 100) \cdot 140 = 4900\text{ cm}$.
 Az új négyzet kerülete:
 $K = 4 \cdot 4900 = 19\ 600\text{ cm} = 196\text{ m}$.
 b) $196 : 140 = 1,4 = 140\%$.
 Tehát 40%-kal nőtt a kerülete.

4. Hány kg-nak a (6 pont)

a) 40%-a 108 g?

b) 97,5%-a 819 g?

c) 144,7%-a 65 115 g?



- a) $(108 : 40) \cdot 100 = 270\text{ g} = 0,27\text{ kg}$
 b) $(819 : 97,5) \cdot 100 = 840\text{ g} = 0,84\text{ kg}$
 c) $(65\ 115 : 144,7) \cdot 100 = 45\ 000\text{ g} = 45\text{ kg}$



- a) $(40 : 108) \cdot 100 = 37,037\text{ g} = 0,037\text{ kg}$
 b) $(97,5 : 819) \cdot 100 = 11,9\text{ g} = 0,0119\text{ kg}$
 c) Ilyen kicsi számot nem lehet ilyen nagy számmal elosztani. Kb. 0 kg.

5. Egy tanévben átlagosan 183 tanítási nap van. A tanév hány százaléka van még hátra, ha ma van az 50. nap? (4 pont)



$$\frac{50}{183} = 0,273 = 27,3\% \text{-on vagyunk túl.}$$

$$100 - 27,3 = 72,7\% \text{-a van még hátra.}$$



$$183 - 50 = 133 \text{ nap van még hátra a nyári szünetig.}$$

$$\frac{133}{183} = 72,6\% \text{-a van még hátra a tanévnek.}$$

6. „Minden fiúval jóban vagyok az osztályban” – meséli boldogan Attila. „Gazsival, Zsombival, Jerrivel, Zozóval, Matyival, Zsigával, sőt még Dáviddal is.” Az osztály 68%-a lány. Hányan járnak az osztályba? (5 pont)



A fiúk száma $100 - 68 = 32\%$ -a az osztálynak.
 $7\text{ fiú} = 32\%$
 $1\% - \frac{7}{32} \text{ darab gyerek}$
 $100\% - \frac{7}{32} \cdot 100 = \frac{700}{32} = 21,875$
 darab gyerek.



Én + 7 fiú = 8 fiú
 $100 - 68 = 32\%$ -a az osztálynak fiú.
 $8\text{ fiú} = 32\%$
 $(8 : 32) \cdot 100 = 25 \text{ gyerek jár az osztályba.}$

Nincs egész megoldása, ilyen osztály nincs!

1.  Melyik műveletsor írja le helyesen 61 000-nek a 12%-kal megnövelt értékét? Karikázd be a megfelelőt!

$$\text{A: } 61\,000 \cdot \frac{12}{100}; \text{ B: } 61\,000 \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right); \text{ C: } 61\,000 \cdot \left(1 - \frac{12}{100}\right); \quad \text{D: } 61\,000 \cdot 0,12; \quad \text{E: } 61\,000 \cdot \frac{112}{100};$$

F: $61\,000 \cdot 1,12$; G: $61\,000 : 100 \cdot 12$; H: $61\,000 + 61\,000 \cdot 0,12$; I: $(61\,000 \cdot 112) : 100$.

a) Nézd meg, melyeket nem karikáztad be, és fogalmazd meg néhány szóban, mit jelentenek ezek a műveletsorok!

b) Válassz ki kettőt a bekarikázottak közül, amellyel legszívesebben számolod ki a keresett értéket, és végezd is el a műveleteket!

[illegible]

2.  Egy jótékonyági koncert bevételét árvízkárosultak megsegítésére ajánlották fel. A szervezők egyetlen kikötése az volt, hogy az összegyűjtött pénzről a segélyt elosztó szervezetnek kötelessége elszámolni. A bevétel másfél millió Ft volt, ebből 1 275 000 Ft-ot pénzben osztottak szét az árvízkárosultak között.

a) A koncertbevétel hány százaléka került pénzben kiosztásra?

b) Írj a sárga téglalapokba számokat úgy, hogy a megmaradt pénzösszeget kapjuk eredményül!

$$1\,500\,000 \cdot \frac{\text{yellow box}}{100}$$

1 500 000 .

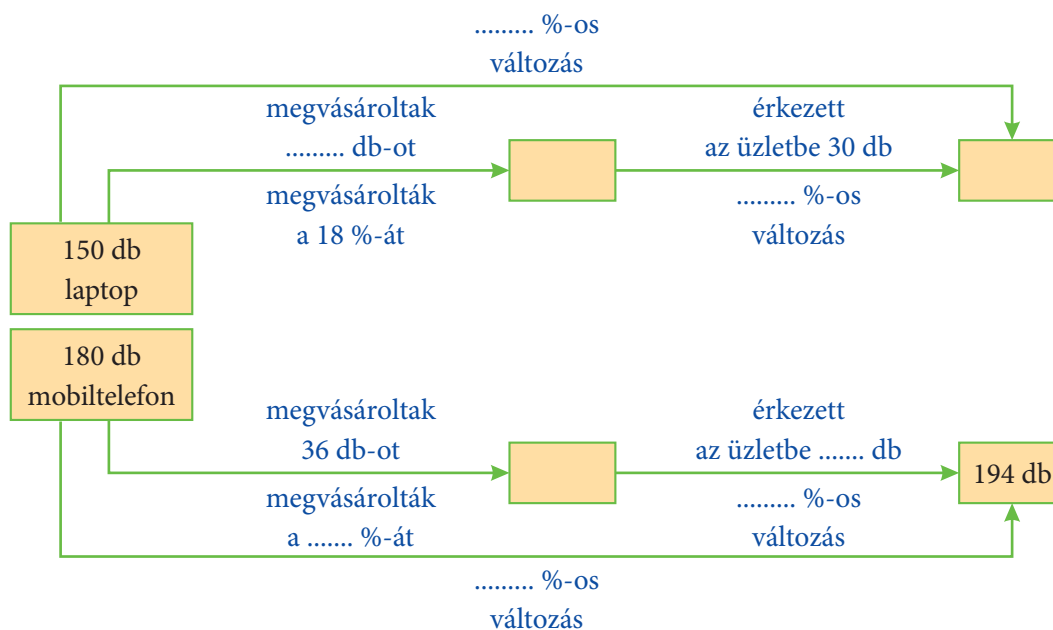
$1\,500\,000 : 100 \cdot$

c) A megmaradt pénz 15%-án takarókat, 10%-án lábbelit, 25%-án tisztítószer vásároltak, a maradék összegben élelmiszert és vizet vettek. A koncertbevétel hány százalékaért vásároltak élelmiszert és vizet?

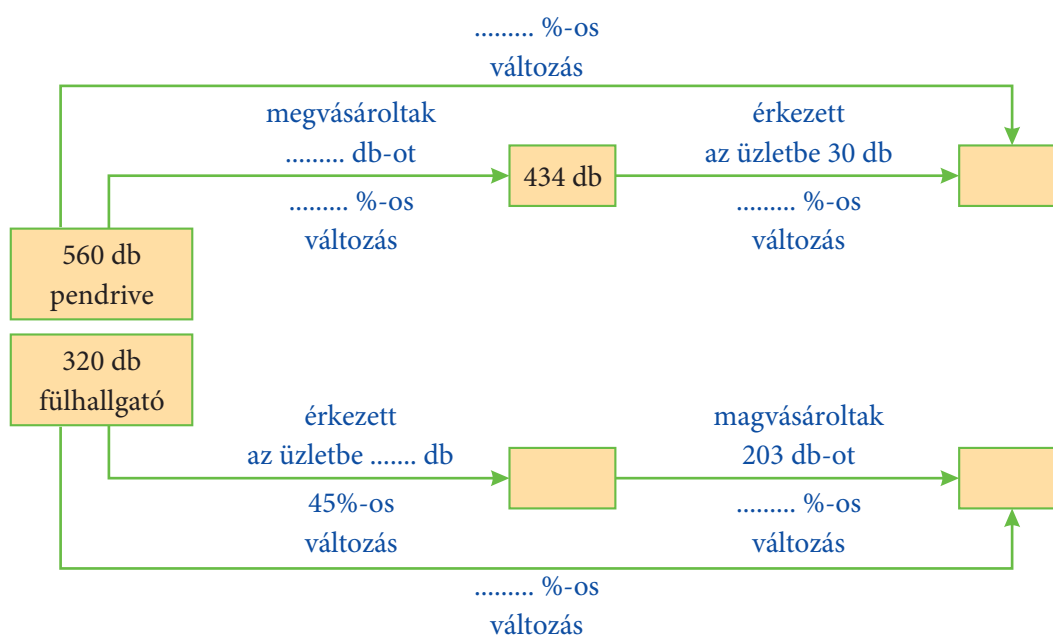
[illegible]

7.  Az alábbi ábra azt mutatja, hogyan alakult egy elektrotechnikai szakbolt árukészlete. Írd a hiányzó értékeket az ábrába!

a)



b)

[illegible]

1. A téglalap egyik oldala 15, másik oldala 10 egység hosszúságú. A hosszabbik oldalát 30%-kal csökkentettük, a rövidebbik oldalát 20%-kal növeltük.

a) Rajzold le a téglalapot a füzetedbe, majd rajzold be az ábrába, hogyan változtak a téglalap oldalai!

b) Mekkora volt az eredeti téglalap területe?

c) Mekkora lett az új téglalap területe?

d) Hány százalékkal változott a téglalap területe?

e) Hány százalékkal változott a kerülete?

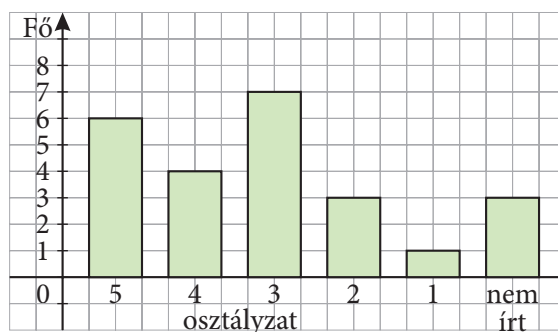
2. Az alábbi oszlopdiagram az egyik hetedikes osztály matematikadolgozatának eredményét mutatja.

a) Hány gyerek jár az osztályba?

b) Az osztály hány százaléka írt ötös dolgozatot?

c) Az osztály hány százaléka írt legalább hármas dolgozatot?

d) Számold ki az osztály átlagát!



3. A Margarita pizzázóban négyféle pizzát lehet kapni: sajtosat, sonkásat, hawaii és zöldségeset. A ma vásárolt pizzák 16%-a sajtos, 20%-a hawaii és fele sonkás volt. Zöldséges pizzából 35 darabot rendeltek.

a) A ma elkészült pizzáknak hány százaléka volt zöldséges?

b) Hány pizza készült ma a pizzériában?

c) Mennyi volt a sajtos pizzákból származó bevétel, ha egy pizza 750 Ft-ba kerül?

4. Az amerikai átlagember 23-szor több chipset eszik, mint a magyarok: 8 kg-ot évente. Hány százaléka a magyar chipsfogyasztás az amerikainak?

5. Szofi jegyeinek 65%-a ötös, 25%-a négyes és van két hármasa is. Más jegye nincs. Számold ki az átlagát!

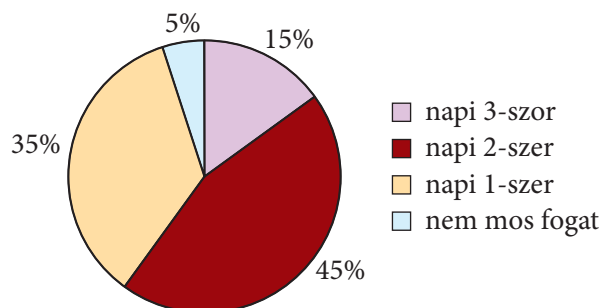
6. A Fogorvosok Egyesülete felmérést készített a gyerekek fogmosási szokásairól.

a) Hány százalékkal vannak többen azok, akik naponta 3-szor fogat mosnak, mint azok, akik nem szoktak fogat mosni?

b) Igaz-e, hogy a gyerekek fele naponta legalább kétszer fogat mos?

c) 1000 gyerekből átlagosan hány gyerek nem mossa a fogát?

d) Hány gyereket kérdeztek meg, ha 5400 gyerek azt válaszolta, hogy naponta átlagosan kétszer mos fogat?



7. Eszter egyedül 6 óra alatt takarítja ki a lakást. Ha az öccse, Kristóf is segít, akkor 50%-kal hatékonyabbak. Mennyi idő alatt végeznek ketten?

8. A gyümölcssaláta elkészítéséhez 4 főre 40 dkg alma, 20 dkg narancs, 30 dkg banán és 25 dkg meggy szükséges.

a) Az elkészült gyümölcssaláta hány százaléka alma?

b) Hány százaléka lenne alma abban az esetben, ha a saláta négyszeresét készítenénk el?

c) Mennyi banánra van szükség 5,75 kg gyümölcssaláta elkészítéséhez?

d) Add meg a gyümölcssalátában lévő összetevők tömegének arányát!

9. Számold össze, hány tanórát van egy héten, és mennyi időt töltesz ezen felül az iskolára készüléssel egy hét alatt! Határozd meg, a heti 168 órának hány százalékát töltöd tanulással!

.....

.....

10. Az iskolai kosárlabdadobó bajnokságon a három pontos dobásokból 120 pontot lehetett megszerezni. Dávid a pontok 85%-át szerezte meg, Anna a $\frac{9}{10}$ részét, Dóri pedig 6 ponttal szerzett kevesebbet Annánál.

a) Melyik gyerek hány pontot szerzett a versenyen?

b) Hány százalékra teljesített Lali, aki 78 pontot szerzett?

1.  Írj a pontozott vonalra algebrai kifejezéseket a szöveg alapján!

- a) Van 580 forintom, neked 240 forinttal több:
- b) Van 970 pontom, neked x -szel kevesebb:
- c) Van x euróm, neked háromszor annyi van:
- d) Van z darab négyesem, neked feleannyi van:
- e) Van k darab barátom, neked a kétszeresénél 4-gyel kevesebb:
- f) A testvéreim számának kétszerese megegyezik a te testvéreid számának háromszorosával:

2.  Írd a pontozott vonalra az algebrai kifejezéseket!

- a) Egy szám ötszöröse:
- b) Egy szám és a nagyobb számszomszédjának szorzata:
- c) Egy szám harmadánál 5-tel nagyobb szám:
- d) Egy szám reciproka:
- e) Egy szám és a nála 4-gyel kisebb szám hányadosa:
- f) Egy szám ellentettje:

3.  Karikázd be az alábbi egytagú algebrai kifejezések együtthatóit!

- a) $3a$; b) $-8b$; c) $\frac{4}{9}c^2$; d) xyz ; e) $6,4gh^2i^3$; f) $\frac{d}{17}$; g) $-\frac{3}{7}k$; h) $\frac{2m}{5}$; i) $x \cdot (-2,8)$.

4.  Végezd el az összevonásokat a következő algebrai kifejezésekben!

- a) $7x + 4y - 3x + 7y + 5x - 8y =$
- b) $-3x + 5y - 2z + 11x - 3y =$
- c) $x - xy + 4y - 2x - 6yx =$
- d) $-3xy - 4xy - x - y =$

5.  Számítsd ki a kifejezések értékét, ha $x = 16$; $y = 0,5x$; $z = 0,25x$; $v = z - 1$ és $w = z + 1$.

- a) $3x(y + z) - 3w(x + y) =$
- b) $(x + z)(v + w - 2z) + 7y =$

6.  Végezd el az összevonásokat a következő algebrai kifejezésekben, majd számold ki a helyettesítési értéküket, ha $a = -2$ és $b = \frac{1}{2}$!

a) $4a + 3b - 2ab + 5a - 7b - 8ab = \dots\dots\dots$

b) $-2a - 4b + 3ab - 2a - 4b = \dots\dots\dots$

c) $6a + 7b - 4a - 2ab + 5b - 4ab - 3a + 5ab = \dots\dots\dots$

d) $2a^2 - b^2 - ab + a^2b - 5a^2 + 2b^2 + 5a^2b = \dots\dots\dots$

7.  Írd be a hiányzó együtthatókat!

a) $3x - 4y + \boxed{}x = 7x - 4y$

b) $7a - \boxed{}b + 3a + 11b = \boxed{}a + b$

c) $5,2p - \boxed{}q + \boxed{}p + 1,4q = p - q$

d) $\boxed{}r - \boxed{}s - 7,9s - 3,7r = -1,4r - 18,3s$

1.  Végezd el a szorzásokat!

a) $7(x + y) = \dots\dots\dots$

b) $x(y + 9) = \dots\dots\dots$

c) $y(6 - x) = \dots\dots\dots$

d) $xy(x + y) = \dots\dots\dots$

e) $2x(3y + 4z) = \dots\dots\dots$

f) $x(2x - 5y - 8) = \dots\dots\dots$

g) $(x + 3y - 4z) \cdot v = \dots\dots\dots$

h) $(xy - 6x + 7y - 11z) \cdot (-2s) = \dots\dots\dots$

2.  Bontsd fel a zárójeleket, majd végezd el az összevonásokat!

a) $5(-x - 2) + 7(8 + x) = \dots\dots\dots$

b) $8(x - 2) - 9(3 + x) = \dots\dots\dots$

c) $6(a - 4) + 5(2 - a) = \dots\dots\dots$

d) $3(-a - 1) - 3(a - 2) = \dots\dots\dots$

3.  Számítsd ki a kifejezések helyettesítési értékét! Célszerű először a zárójelfelbontásokat és összevonásokat elvégezni.

a) $(-4x + 5) + (-3x - y) - (7x + 1) =$

$x = -2; y = 3$

b) $(8a - 9c) - (2 + b) + (9c + 8a + 3c) =$

$a = -2; b = \frac{2}{3}; c = 3$

4. Javítsd ki a hibákat, a hibátlanokat pedig pipáld ki!

$$a) 5(a + b) = 5a + b$$

$$b) \ a(b + 3) = ab + 3a$$

$$c) (4 - a) \cdot (-2) = -8 - 2a$$

$$d) a(2b + 5ab) = b(2a + 5a^2)$$

$$e) 2(ab + a + b) = 4ab$$

$$f) \quad ab(2a - 3b + ab) = 2a^2b - 3ab^2 + a^2b^2$$

5.  Először végezd el a zárójelen belüli összevonásokat, majd szorozd be a kapott eredményt!

a) $4(5a - 3b + 11a - 9ab + 7b - 9a + 5ab) = \dots\dots\dots$

b) $3xy(2x + 4y^2 - 2xy - x + 5y^2 + xy + 4x) = \dots\dots\dots$

c) $(4ab - 3a^2 + 2ab + b^2 + 6a^2 - 3ab)(-a^2b) = \dots\dots\dots$

6.  A sulibüfében a szendvics s forintba, a pogácsa p forintba, a kakaós csiga pedig k forintba kerül.



a) Mennyi pénzt fizet Julcsi, ha mindháromból vesz egyet-egyet?

b) Mennyit fizetnek a Kárpáti ikrek, ha összesen 4 pogácsát, 3 szendvicset és 1 kakaós csigát vesznek?

c) Mennyi pénzt hagy a büfében Jancsi, ha egész héten napi egy szendvicset és egy kakaós csigát vásárol?

d) Miből mennyit vásárolhatott a 7. a osztály, ha $12k + 8p + 23s$ forintot fizettek?

A szendvics 110 Ft, a pogácsa 80 Ft és a kakaós csiga 140 Ft.

e) Számítsd ki, mennyit fizetett Julcsi!

f) Számítsd ki, mennyit fizettek a Kárpáti ikrek!

g) Számítsd ki, mennyit költött a büfében Jancsi!

h) Számítsd ki, mennyit fizettek a 7.a-sok!

[illegible]

1.  A zárójelek felbontása és összevonás után oldd meg az egyenleteket a lebontogatás módszerével!

$$a) 3(8 - 2x) + 4(-x - 3) = 8$$

$$b) 2(3 - 4x) + 3(6 + 2x) + 4x = 16$$

$$c) 5(2 + 6x) - 7(2x + 5) = 7$$

$$d) 3(-x - 10) - 2(-3x - 20) = 4$$

[illegible]

2.  Van-e az alábbi egyenleteknek megoldása a -2 -nél nagyobb és 3 -nál kisebb egész számok között? A megoldáshoz a próbálgatás módszerét használd!

$$a) 6x - 12 = 9x - 15$$

c) $10(x + 1) = 6(x + 3)$

x				
$6x - 12$				
$9x - 15$				

x				

$$b) 1 - 3x = 13 + 9x$$

$$d) 9 - 6(x - 3) = x - 9 - 7x$$

x				

x				

3. Egy számhoz adjuk hozzá a kétszeresénél 23-mal nagyobb számot, így 47-et kaptunk. Melyik ez a szám?

[illegible]

4. Olga az írószerboltban elköltött pénzének felét költötte el illatszerekre. Összesen 1260 Ft-ot költött. Mennyit költött írószerekre, és mennyit illatszerre?

[illegible]

2. A mérlegelv módszerével oldd meg az egyenleteket!

$$a) 4x + 2 = 2x + 10$$

[illegible]

$$b) 5x + 12 = 9x - 16$$

[illegible]

c) $8x - 7 = 4x + 29$

[illegible]

$$d) 6x + 14 = 9x - 10$$

[illegible]

3.  Döntsd el, melyik egyenlethez melyik összevont alak tartozik! Segítségképp az összevonásokat már elvégeztük helyetted. Oldd meg az egyenleteket a füzetedben!

$$a) 4x - 7 + 5x - 3 - 2x + 8 = 5x + 6$$

$$b) 11 - 3x + 8 + 7x - 14 = -2x + 10 + 3x - 2$$

c) $7x - 9 - 4x - 8 - 2x - 5 = 8 - 3x + 7 + 5x + 1 + 3x$

A) $5 + 4x = x + 8$

B) $x - 22 = 5x + 16$

C) $7x - 2 = 5x + 6$

4. Csilla életkorának ötszöröse 26-tal kevesebb a hétszeresénél. Hány éves Csilla?

[illegible]

5. 📡 Összekeveredtek az egyenletmegoldás lépései. Állítsd a lépéseket megfelelő sorrendbe! Írd az egyenlet jobb oldala mellé, milyen lépés következik az egyenletmegoldás során!

$$a) 4(x - 3) + 3(2x + 5) = 2(x - 7) + 57$$

$x = 5$

$$10x + 3 = 2x + 43$$

$$8x = 40$$

$$4x - 12 + 6x + 15 = 2x - 14 + 57$$

$$8x + 3 = 43$$

$$b) 8 - 2(3x + 5) - 3(4x - 1) = 7 - 5(2 - x)$$

$$1 - 18x = 5x - 3$$

$$4 = 23x$$

$$8 - 6x - 10 - 12x + 3 = 7 - 10 + 5x$$

$$x = \frac{4}{23}$$

$$1 = 23x - 3$$

6.  Egy szám ötszöröséhez 120-at adva a szám hétszeresét kapjuk. Melyik ez a szám?

[illegible]

7. Egy szám négyszereséből 29-et kivonva a szám nyolcszorosánál eggyel nagyobb számot kapunk. Melyik ez a szám?

[illegible]

8.  Egy számnál nyolccal nagyobb szám tízszerese egyenlő a számnál 2-vel kisebb szám hatszorosával. melyik ez a szám?

[illegible]

1.  Írd le az egyenletmegoldás lépéseit!

a)
$$\frac{x-2}{3} + \frac{x+1}{4} = \frac{2x}{6} \quad / \dots\dots\dots$$

$$\frac{4(x-2)}{12} + \frac{3(x+1)}{12} = \frac{4x}{12} \quad / \dots\dots\dots$$

$$4(x-2) + 3(x+1) = 4x \quad / \dots\dots\dots$$

$$4x - 8 + 3x + 3 = 4x \quad / \dots\dots\dots$$

$$7x - 5 = 4x \quad / \dots\dots\dots$$

$$7x = 4x + 5 \quad / \dots\dots\dots$$

$$3x = 5 \quad / \dots\dots\dots$$

$$x = \frac{5}{3}$$

b)
$$\frac{2(x-4)}{4} - \frac{3x-1}{2} = \frac{7-2x}{5} - 0,5 \quad / \dots\dots\dots$$

$$\frac{10(x-4)}{20} - \frac{10(3x-1)}{20} = \frac{4(7-2x)}{20} - 0,5 \quad / \dots\dots\dots$$

$$10(x-4) - 10(3x-1) = 4(7-2x) - 10 \quad / \dots\dots\dots$$

$$10x - 40 - 30x + 10 = 28 - 8x - 10 \quad / \dots\dots\dots$$

$$-20x - 30 = 18 - 8x \quad / \dots\dots\dots$$

$$-30 = 18 + 12x \quad / \dots\dots\dots$$

$$-48 = 12x \quad / \dots\dots\dots$$

$$x = -4$$

2.  Oldd meg az egyenleteket a mérlegelv segítségével az egész számok halmazán! Dolgozz a füzetedben!

a) $1 - 4(x-1) = 3(2x-1) - 2$

b) $3(2x-3) - 6(2-x) = (x+8) \cdot (-2)$

c) $2(3x-2) + 8(5-2x) = 4(x-6) - 7(2x-8) + 4$

d) $\frac{x-2}{5} + 5 - \frac{3x}{2} = x - \frac{12x}{8} - 1$

e) $1 - \frac{4(3-2x)}{5} + \frac{3(x+4)}{2} = x + \frac{5(x-4)}{4} - \frac{(-1-x)}{2}$

f) $\frac{5(x+2)}{3} + \frac{2(4-3x)}{6} = \frac{7x-15}{2} - (5x-4)$

1. Végezd el a kijelölt műveleteket az egyenlőtlenségekkel és figyeld meg, változik-e vagy nem a relációsjel iránya! Húzd ki színessel azokat, ahol megfordult a relációs jel iránya!

a) $5 > 3$ $/+4$

b) $-5 < -4$ $/+2$

c) $8 > 6$ $/-4$

d) $-7 > -9$ $/-2$

e) $8 > 6$ $/:3$

f) $8 < 10$ $/:(-2)$

g) $-3 < -2$ $/:(-3)$

h) $4 < 6$ $/:5$

i) $-7 < -5$ $/:(-2)$

j) $-2 < 3$ $/:2$

2. Egészítsd ki a mondatokat!

a) Egyenlőtlenségek pozitív számmal történő szorzásakor a relációs jel iránya.

b) Ha egy egyenlőtlenség mindkét oldalához hozzáadunk egy számot akkor a relációs jel iránya.

c) Egyenlőtlenség pozitív számmal történő osztásakor a relációs jel iránya.

d) Ha egy egyenlőtlenséget negatív számmal osztunk, akkor a relációs jel iránya.

3. Oldd meg az alábbi egyenlőtlenségeket a természetes számok halmazán!

a) $3x + 8 > 5x$

b) $4x - 3x < 7 + 5x$

1. 📡 Gergő négyszer annyi idős, mint Dani. Ketten együtt 60 évesek.

a) Melyik egyenlet írja fel helyesen a feladat feltételeit?

b) Oldd meg az összes egyenletet! Ellenőrizd a feladat szövege alapján a kapott megoldásokat!

A: $4x = 60$

B: $x + 4x = 60$

C: $x = 60 - 4x$

D: $4x = 60 + x$

2. 📡 Anya távolsági buszbérlete 3340 Ft-tal drágább, mint a hetedikes Klárié. A két bérlet együtt 7580 Ft-ba kerül.

a) Melyik egyenlet írja fel helyesen a feladat feltételeit?

b) Fogalmazd meg, mit jelöltünk ismeretlennel!

c) Oldd meg a kiválasztott egyenleteket! Ne felejtsd el az ellenőrzést!

A: $7580 - 3340 = 2x$

B: $x + x + 3340 = 7580$

C: $x + x - 3340 = 7580$

3. 📡 Válaszd ki, melyik szöveg tartozik az alábbi egyenlethez! Fogalmazd meg, mit jelöltünk ismeretlennel!

$$(x - 4) + x + (x + 6) = 23$$

a) Laci 4 évvel idősebb, mint Vera, de 6 évvel fiatalabb, mint Gedeon. A három gyerek együtt 23 éves.

b) Gellértnek negyedannyi, Zsófinak pedig hatszor annyi pénze van, mint Katának. A három gyerek összvagya 23 euró.

c) A háromszög egyik oldala 4 cm-rel rövidebb, a másik oldala pedig 6 cm-rel hosszabb, mint a harmadik oldal. A háromszög kerülete 23 cm.

4. 📡 Válaszd ki, melyik szöveg tartozik az alábbi egyenlethez!

$$2x + 3x - 8 = 152$$

a) Egy szám kétszeresének és 8 hján a háromszorosának az összege 152.

b) Egy szám kétszeresének és háromszorosának az összege 8 hján 152.

c) Egy szám kétszeresének és háromszorosának az összege 8-cal több, mint 152.

5. 📡 Gazsi zsebpénze 3-szor annyi, mint Matyié és 100 Ft-tal több, mint Jakabé. Hármójuknak együtt 1300 forintja van. Mennyi pénzüik van külön-külön?

.....

6. Írj szöveget az alábbi egyenletekhez!

a) $x + 3x + 7x = 110$

b) $(x - 200) + x + (x + 850) = 11\,288$

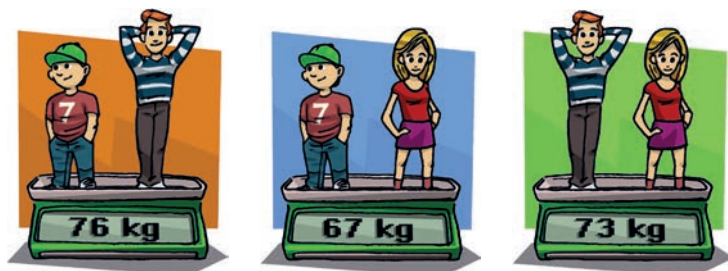
7. Dédi hatszor annyi idős, mint Janka, és 10 év híján kétszer annyi idős, mint anya. Hárman együtt 105 évesek.

a) Hány éves Janka?

b) Hány éves volt anya, amikor Janka született?

c) Hány éves volt Dédi, amikor anya született?

8. Három gyerek páronként mérlegre állt. Számold ki, milyen nehezek külön-külön!



9. Gondoltam egy számra. Ha a hatszorosából elveszek 40-et, a különbséget elosztom 7-tel, és a hányadosból elveszek 2-t, az eredmény 0 lesz. Melyik számra gondoltam?

10. Gondoltam egy számra. Ha a kilencszeresét hozzáadom a számhoz, és az összeget elosztom 2-vel, a gondolt szám ötszörösét kapom. Melyik számra gondoltam?

11. Egy derékszögű háromszögben a két hegyesszög különbsége 50° .

a) Mekkora a háromszög belső szögei?

b) Mekkora a legnagyobb külső szöge?

1. Töltsd ki a táblázat üres mezőit, az első sor mintájára! Mindig ki lehet tölteni minden mezőt a kívánt alakú számmal?

Egyszerűsített tört alak	Közönséges tört alak, ha a nevező száz	Tizedes tört alak	Százalék alak
$\frac{1}{5}$	$\frac{20}{100}$	0,2	20%
	$\frac{130}{100}$		
			140%
		1,9	
$\frac{3}{8}$			

2.  Egy téglalap oldala 30 cm és 45 cm. A rövidebb oldalát 15%-kal növeltük, a hosszabb oldalát 20%-kal csökkentettük.

a) Mekkoraak lettek a téglalap oldalai?

.....

b) Hány cm^2 -rel változott a területe?

c) Hány százalékkal változott a területe?

3.  Egy négyzet oldala 3 m. Hány százalékkal változtattuk a négyzet oldalait, ha kerülete 15 m-re változott?

.....

4. Hány százalékos az a sóoldat, amelynek tömege 800 gramm és 120 gramm só van benne?

.....

.....

5. 📶 700 gramm vízbe 140 gramm só-t teszünk. Hány százalékos lesz a keletkezett sóoldat?

.....

.....

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

6.  500 000 Ft-ot kötöttünk le a bankban. Az első évben 6% a kamat, majd a rákövetkező 3 évben mindig fél-fél százalékkal alacsonyabb.

a) Hány forint kamatot kaptunk az első év végén?

b) Meg tudjuk-e venni a bankban tartott pénzből és kamataiból az általunk kiválasztott 610 000 Ft-os konyhabútort?

[illegible]

7.  Egyre több a túltáplált gyerek hazánkban is, ami sok esetben a mozgás hiányára utal. A kamasz gyerekek kalóriaszükséglete 2000-2200 kcal naponta, ami igen könnyen átléphető a túlzott nassolással. Ha figyelsz arra, hogy egészségesen étkezz és rendszeresen sportolj, nem kell aggódnod a súlyfelesleg miatt. Az alábbi táblázatban megtalálod, mennyi kalóriát égethet el egy körülbelül 60 kilogrammos gyerek fél óra alatt az alábbi mozgásformákkal.

mozgásforma	futás	gyaloglás	hólapátolás	kerék- pározás	kirándulás	focizás	porszívózás	úszás
kalória	303	90	181	228	195	242	75	217

a) Te mit sportolsz? Nézz utána, mennyi kalóriát égetsz el vele alkalmanként!

b) Egy óra porszívózással, vagy fél óra hólapátolással égetsz el több kalóriát?

c) Hány százalékkal égetsz el több kalóriát fél óra futással, mint fél óra gyaloglással?

d) Ha megeszel egy tábla csokit (kb. 550 kcal), az hány százaléka a szükséges kalóriabevitednek?

e) Gergő egy kis nassolással 2750 kalóriát fogyasztott. Délután 14:00-17:30-ig hatalmasat kirándult a barátaival. A bevitt kalóriák hány százalékát égette el így?

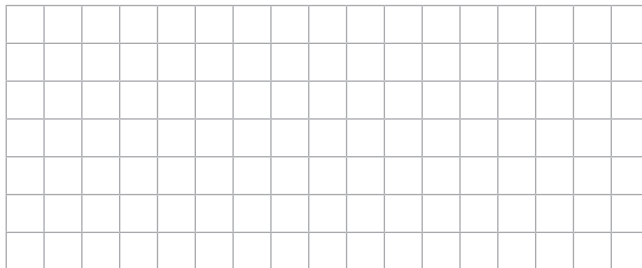
[illegible]

8. Egy háromszög belső szögeinek aránya $2 : 4 : 6$. Mekkora a háromszög külső szögei?

9. Megadtuk a háromszögek belső szögeinek arányát. Húzd alá a derékszögű háromszögeket!

a) $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 4 : 5$; b) $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 3 : 5$; c) $\alpha : \beta : \gamma = 5 : 6 : 7$; d) $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 4 : 5$.

10. Mekkora annak a téglalapnak a területe, melynek a kerülete $16,8$ dm és a két oldalának különbsége 16 cm? Készíts vázlatot!

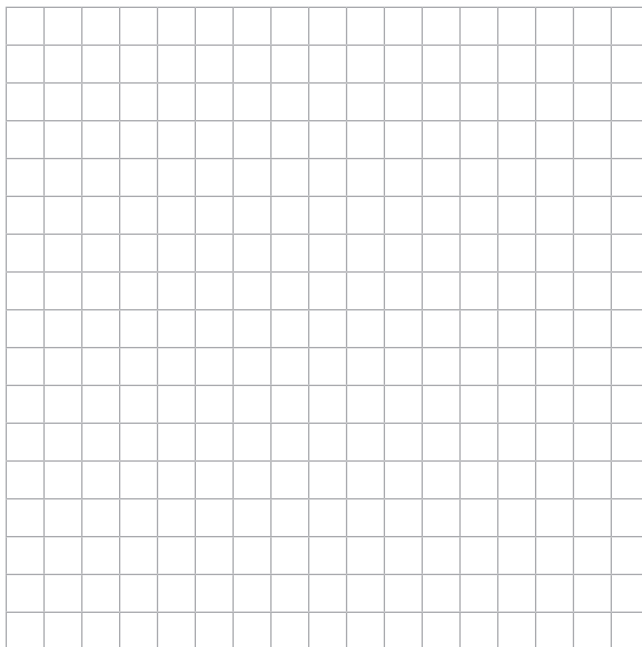


11. Fogalmazd meg, hogyan vonhatjuk össze a $2y + 3z + 8y - z$ kifejezés megfelelő tagjait!

12. Jelöld be színessel a láthatatlan szorzásjeleket és színezd ki az együtthatókat!

a) $3x^2$; b) $\frac{5}{2}xy$; c) $-2,5a$; d) $3x - 5y$; e) $2a - 5b - 3a + 8b$.

13. Gondoltam egy számra. Ha a szám 3-szorosánál 5-tel nagyobb számot elvesszük a szám 9-szereséből, épp 1000 -et kapunk. Egész számra gondoltam?



14. A háromszög egyik belső szöge ötször akkora, mint a másik belső szöge. A harmadik szögének nagysága megegyezik a másik két belső szög összegével. Határozd meg a háromszög belső szögeit!

15.  Végezd el a zárójelfelbontásokat és a lehetséges összevonásokat!

a) $5x + 2(x + 4) + 5x + 1 = \dots\dots\dots$

b) $14 + (16 + 3x) - 3(5x - 4) + 8 = \dots\dots\dots$

c) $4x + (x - 2) - 3(x - 11) = \dots\dots\dots$

d) $3(x - 6) + 2(2x + 5) = \dots\dots\dots$

e) $5 \cdot (4 - 3x) - (x + 2) + 1 = \dots\dots\dots$

f) $27 - 4(4,5x + 5) - 13,5 = \dots\dots\dots$

16.  Oldd meg az alábbi egyenleteket a füzetedben!

a) $\frac{5}{7}x - 13 = 12;$

b) $\frac{1}{3}x - \frac{5}{12}x = 5;$

c) $\frac{3}{5}x - \frac{4}{7} = \frac{1}{2};$

d) $\frac{3x-6}{5} - 2 = 7;$

e) $4x + 22,4 = 3x - 2(x - 2,4) + 44;$

f) $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} + \frac{x}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{2};$

g) $\frac{x-2}{2} + \frac{x+2}{5} = x+1;$

h) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} + 4 = 2 + 3x.$

17.  A hetedikesek hatodának fekete a mobiltelefon-hátlapja, a 25%-ának fehér. Az évfolyam felének mintás hátlap van a telefonján. 6 gyereknek nincs mobilja.

a) Hány hetedikesnek van fehér mobiltelefonja?

.....

b) Hányan járnak a hetedik évfolyamra?

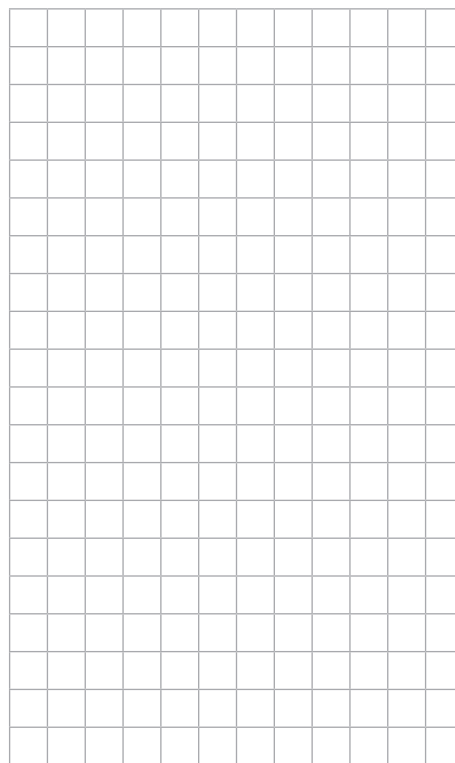
.....

c) A 7. a-sok 4-gyel többen vannak, mint a 7. b-sek. (Az iskolában két hetedik osztály van.) Hány 7. b-s jár a suliba?

.....

18.  Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 11. Ha ebből a számból elvesszük a számjegyeinek felcserélésével kapott számot, a különbség 45 lesz. Melyik ez a kétjegyű szám?

.....



1. 📏 Rajzolj a füzetedbe egy ABC háromszöget! Szerkessz vele egybevágó háromszöget úgy, hogy egy tetszőleges egyenesre tükröződ, egy tetszőleges pontra tükröződ, egy tetszőleges helyre átmásolod! Mit tapasztalsz, milyenek a négy háromszög oldalai, szögei (ha elég pontosan dolgoztál)?

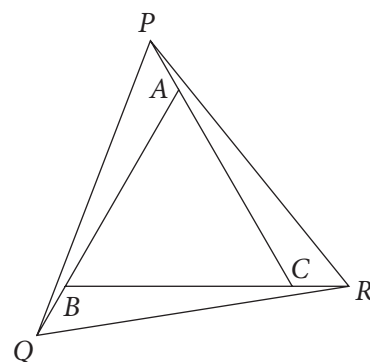
2. 📏 Két egyenlő szárú derékszögű háromszöget rajoltunk. Mindkettőnek 4 cm a leghosszabb oldala. Egybevágó-e a két háromszög?

Válasz:

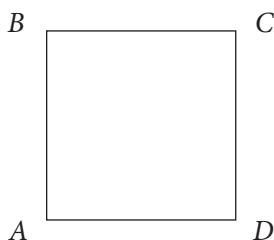
Indoklás:

3. 📏 Az ABC szabályos háromszög minden oldalát az ábrán látható módon meghosszabbítottuk az oldal hosszának a negyedrésszével. Igazold, hogy az így kapott P , Q és R pontok ismét szabályos háromszöget határoznak meg!

Indoklás:



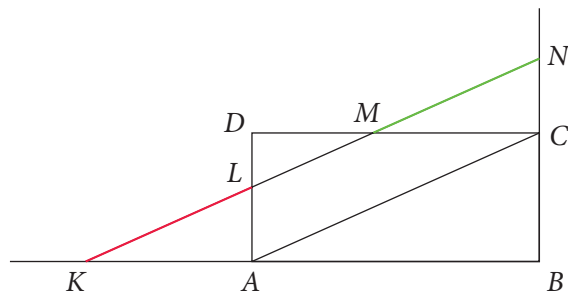
4. 📏 Rajzolj az $ABCD$ négyzet CD oldalára kifelé egy DCE szabályos háromszöget! Igazold, hogy az ABE háromszög egyenlő szárú háromszög!



Indoklás:

5. 📏 Az $ABCD$ téglalapot elvágjuk egy az AC átlójával párhuzamos egyenes mentén. Igazold, hogy $KL = MN$!

Indoklás:

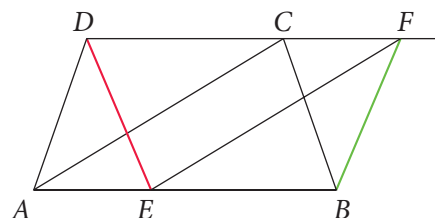


1. EGYBEVÁGÓ HÁROMSZÖGEK

VI.

6. Az ábrán látható $ABCD$ húrtrapéz (egyenlő szárú trapéz) elvágtuk egy az AC átlójával párhuzamos EF egyenes mentén. Igazold, hogy $DE = BF$!

Indoklás:



.....

.....

.....

.....

2. ÖSSZEFÜGGÉSEK A HÁROMSZÖG OLDALAI, SZÖGEI KÖZÖTT

VI.

1. Pótold a hiányzó adatokat! (Az α , β , γ a háromszög belső szögeit, az α' , β' , γ' pedig a megfelelő külső szögeket jelentik.)

α	β	γ	α'	β'	γ'
16°		95°			
41°	48°				
			115°	123°	
$29^\circ 11'$					117°
			$98^\circ 43'$		$90^\circ 30'$

2. Melyik igaz, melyik hamis?

- a) Minden háromszögben két oldal hosszának az összege nagyobb a harmadiknál. ☐
- b) Minden háromszögben két szög összege nagyobb a harmadiknál. ☐
- c) Van olyan háromszög, amelyben két szög összege egyenlő a harmadikkal. ☐
- d) A derékszögű háromszögben két oldal hosszának összege egyenlő lehet a harmadik hosszával. ☐
- e) Nincs olyan háromszög, amelynek két külső szöge is tompaszög. ☐
- f) Van olyan háromszög, amelynek két külső szöge is hegyesszög. ☐

3. Egy háromszögben $\alpha - \beta = \beta - \gamma = 21^\circ$. Mekkora a háromszög külső szögei?

$\alpha' = \dots\dots\dots$ $\beta' = \dots\dots\dots$ $\gamma' = \dots\dots\dots$

4. Egy háromszög legnagyobb szöge a legkisebb szögének a háromszorosával, a középső szöge pedig a kétszeresével egyenlő. Mekkora a háromszög belső és külső szögei?

$\alpha = \dots\dots\dots$ $\beta = \dots\dots\dots$ $\gamma = \dots\dots\dots$

$\alpha' = \dots\dots\dots$ $\beta' = \dots\dots\dots$ $\gamma' = \dots\dots\dots$

5. A derékszögű háromszög egyik szöge 32° -kal nagyobb egy másik szögénél. Mekkora a háromszög külső szögei?

Válasz: $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

6. Rakd növekvő sorrendbe a háromszög a , b és c oldalát, ha $\alpha = 42^\circ 21'$, $\gamma' = 102^\circ 46'$

$\dots\dots\dots$

7. Milyen speciális háromszögben fordulhat elő, hogy egy belső szög nagysága egyenlő egy külső szög nagyságával?

Válasz: $\dots\dots\dots$

8. Miért nincs olyan háromszög, amelyben nem ugyanannál a csúcsnál lévő belső és külső szög nagysága egyenlő lenne?

Válasz: $\dots\dots\dots$

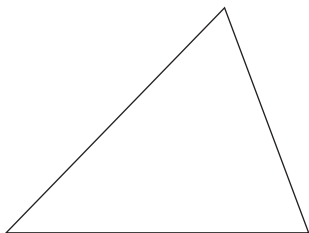
1.  Pótold a hiányzó részeket!

A háromszög három oldalának felezőmerőlegese metszi egymást.

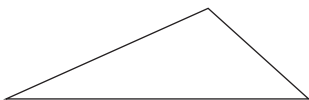
Minden háromszöghöz létezik olyan kör, amelyre a háromszög csúcsa illeszkedik.

Ez a kör a háromszög

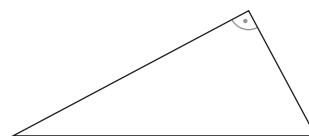
2.  Jelöld be pirossal, hogy hol lehet az ábrán látható háromszögek köré írt körének a középpontja! Szerkeszd meg a középpontokat! Mérd meg, hogy mennyit tévedtél!



Eltérés:



Eltérés:

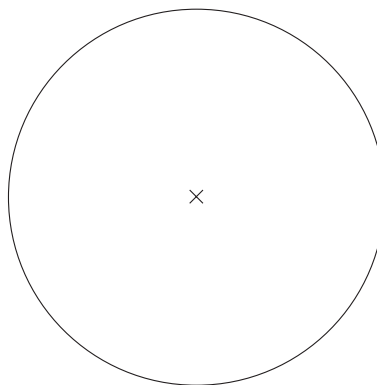


Eltérés:

3.  Szerkessz egy szabályos háromszöget, amelynek az ábrán látható kör a köré írt köre!

Vázlat:

Kivitelezés:

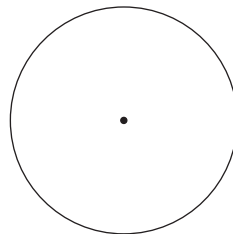
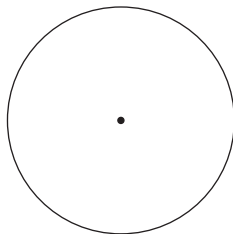
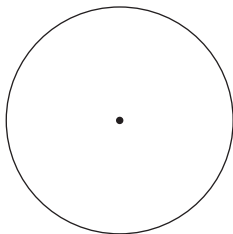


4.  Szerkeszd meg azt a háromszöget, amelynek egyik oldala 3 cm, egy másik oldala 4 cm, a köré írt kör sugara pedig 3,2 cm hosszú!

Vázlat:

Kivitelezés:

5. 📏 Rajzolj olyan háromszöget, amelynek az ábrán látható kör a köré írt köre, és a kör középpontja
 a) a háromszög belsejében van; b) a háromszögön kívül van; c) a háromszög határvonalára illeszkedik!



Milyen háromszöget rajzoltál?

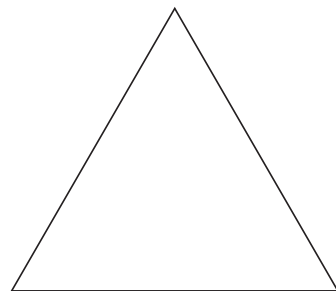
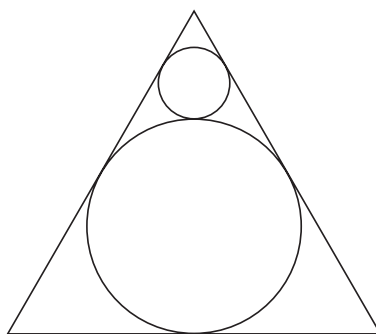
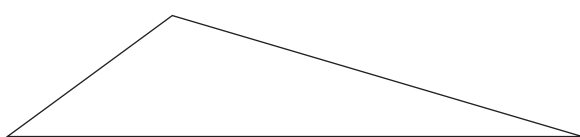
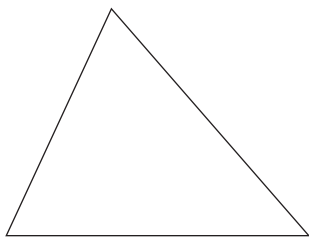
a) b) c)

1. 📏 Pótold a hiányzó részeket!

A háromszög három szögfelezője metszi egymást. Ez a metszéspont mindig a háromszög van. Minden háromszöghöz létezik olyan kör, amely a háromszög oldalát érinti.

Ez a kör a háromszög

2. 📏 Szerkeszd meg a háromszögek beírt körét!



3. 📏 Figyeld meg a bal oldali ábrát! Egy szabályos háromszöget és két kört látsz. Ennek mintájára szerkeszd meg a két kört a jobb oldali szabályos háromszögbe is, anélkül, hogy bármit megmérnél az eredeti ábrán!

4. A HÁROMSZÖG ÉS A BEÍRT KÖRE

VI.

4. 📡 Mekkora szöget zár be egymással a háromszög 68° -os és 52° -os szögének szögfelezője? Készíts vázlatrajzot!

Vázlatrajz:

A szögfelezők szöge:

5. 📡 Mekkora szöget zár be egymással a háromszög két szögfelezője, ha tudjuk, hogy a harmadik szög 96° -os? Készíts vázlatrajzot!

Vázlatrajz:

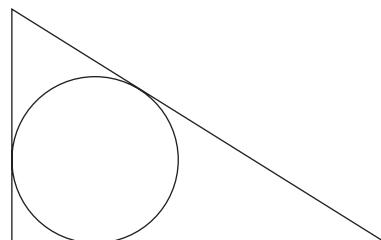
A szögfelezők szöge:

6. 📡 Az ábrán látható derékszögű háromszög egyik hegyesszöge 32° -os. Képzeld el, hogy a kör közepén állsz. Mekkora szögben látod a háromszög oldalait?

Az átfogót:

A rövid befogót:

A hosszú befogót:



5. MAGASSÁGVONALAK A HÁROMSZÖGBEN

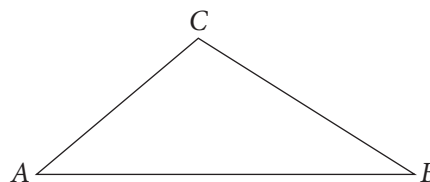
VI.

1. 📡 Az ABC tompaszögű háromszög magasságpontja M . Hol van az ABM , BCM és CAM háromszögek magasságpontja? Készíts ábrát!

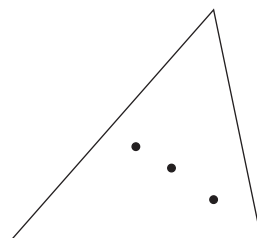
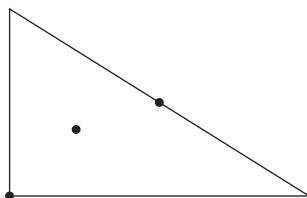
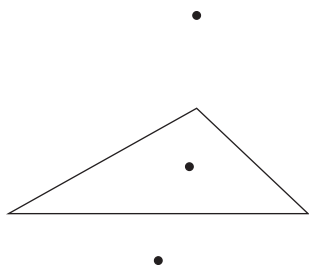
Az ABM háromszög magasságpontja:

A BCM háromszög magasságpontja:

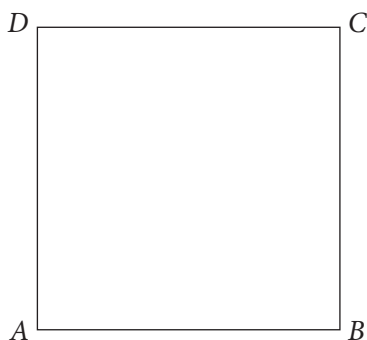
A CAM háromszög magasságpontja:



2.  Dönts ránézésre, és írd oda, hogy melyik lehet a háromszög beírt körének K középpontja, a köré írt körének O középpontja és az M magasságpontja!



3.  Az ábrán látható $ABCD$ négyszög egy négyzet. Válaszolj a kérdésekre, de előtte rajzolj is!



a) Mekkora szöget zár be az ABD háromszög D csúcsból induló szögfelezője a BCD háromszög C csúcsából induló magasságvonallal?

A keresett szög:

b) Mekkora az AEB szög, ha az E pont az előző kérdésben szereplő két vonal metszéspontja?

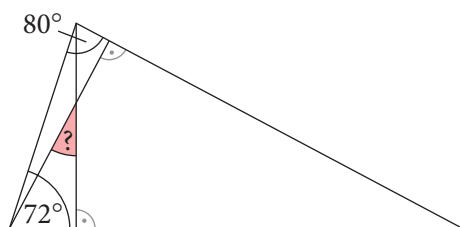
A keresett szög:

c) Hol található a CDE háromszög magasságpontja? Fogalmazd meg röviden!

.....

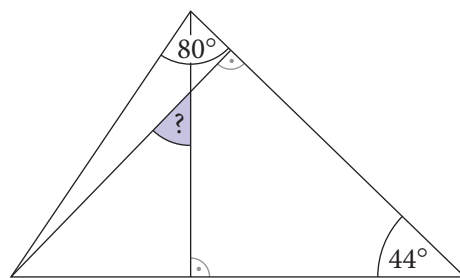
4.  Add meg a kérdőjellel jelölt szög nagyságát!

A keresett szög:



5.  Add meg a kérdőjellel jelölt szög nagyságát!

A keresett szög:



6. A következő kérdésekre megadott válaszok közül mindig pontosan egy igaz. Keresd meg a helyes válaszokat!

- a) Hol található a háromszög magasságpontja?
- 1) Mindig a háromszög belsejében található.
 - 2) Lehet, hogy valamelyik oldal felezőpontjában van.
 - x) Lehet kint és bent is, sőt van olyan eset, amikor a határvonalra esik.
- b) Hány magasságvonala van a háromszögeknek?
- 1) A derékszögű háromszögek kivételével három darab.
 - 2) Minden háromszögnek három magasságvonala van.
 - x) Lehet három, kettő vagy egy darab.
- c) Melyik a hamis állítás? Mindegyik állítás háromszögre vonatkozik.
- 1) A magasságpont az oldalegyenesektől egyenlő távolságra van.
 - 2) A beírt kör középpontja az oldalegyenesektől egyenlő távolságra van.
 - x) A köré írt kör középpontja a csúcsoktól egyenlő távolságra van.
- d) Maximum hány fős lehet az a csoport, ahol előfordulhat, hogy az előző három kérdésre mindenki másféle választ adott? Két tanuló választását különbözőnek tekintjük, ha már legalább egy kérdésben eltér a válaszuk, és azt is feltételezzük, hogy mindenki mindhárom kérdésre válaszolt.
- 1) Maximum 6 fős.
 - 2) Maximum 9 fős.
 - x) Maximum 27 fős.

1. Hogyan kapjuk meg a háromszög súlyvonalát?

.....

2. Hogyan kapjuk meg a háromszög középvonalát?

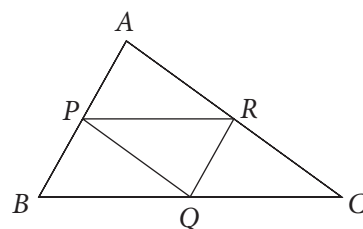
.....

3. Ha az ábrán látható ABC háromszög kerülete 48 dm, akkor mennyi a PQR háromszög kerülete? (A , P , Q és R pontok felezőpontok.)

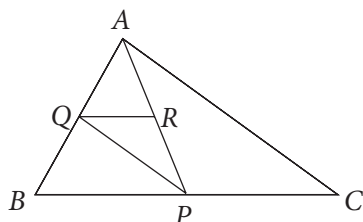
A PQR háromszög kerülete:

Indoklás:

.....

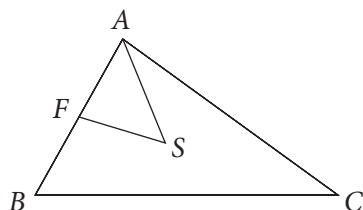


4. 📡 Rajzolj és számolj! Az ABC háromszögben AP , az ABP háromszögben PQ , az AQP háromszögben QR súlyvonalak. A PQR háromszög területe $248,25 \text{ cm}^2$. Mekkora az ABC háromszög területe?



Az ABC háromszög területe:

5. 📡 Rajzolj és számolj! Az ABC háromszögben S a súlypont, F pedig az AB oldal felezőpontja. Az ABC háromszög területe $73,44 \text{ cm}^2$. Mekkora az AFS háromszög területe?



Az AFS háromszög területe:

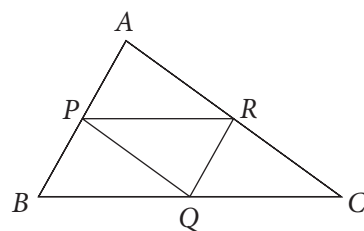
6. 📡 Egy háromszög oldalainak a hossza 16 cm , 19 cm és 21 cm . Milyen hosszú vonalat kell rajzolnunk összesen, ha szeretnénk megrajzolni a háromszöget és a három középvonalát?

A vonal hossza:

7. 📡 Ha az ábrán látható ABC háromszög területe 104 dm^2 , akkor mennyi a PQR háromszög területe? (A P , Q és R pontok felezőpontok.)

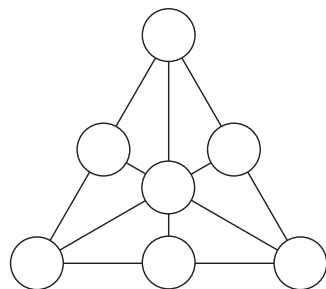
A PQR háromszög területe:

Indoklás:

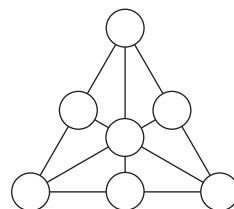
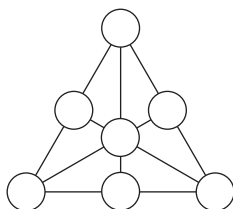
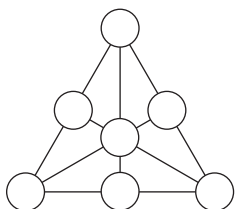
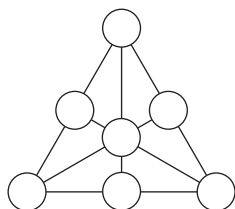
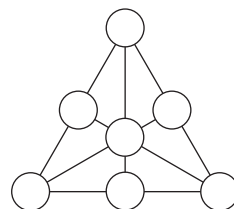
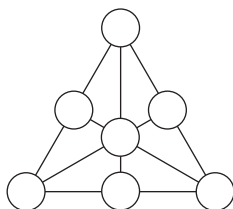
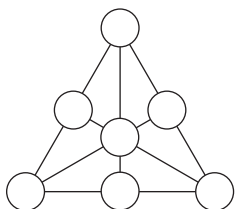
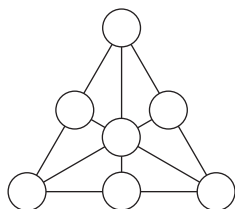


8. 📡 A karikákba az $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ pozitív számjegyeket kell írnod.

a) Töltsd ki úgy az ábrát, hogy mindegyik súlyvonal mentén ugyanannyi legyen a három számjegy összege!



b) Hány különböző kitöltést tudsz elképzelni, ha a tükrözéssel és forgatással egymásba vihető háromszögeket nem tekintjük különbözőnek? Ha kevés az ábra, használd a füzetedet!



c) Melyik esetben lesz az oldalakra írt három-három szám összegének összege a legnagyobb? Karikázd be! Ekkor az oldalakra írt számok összegének összege:

.....

1. Válaszolj a következő kérdésekre tizennégyszög, tizennyolcszög és harminchatszög esetén!

- Hány átló húzható egy csúcsból?
- Hány háromszögre vágják az egy csúcsból húzható átlói?
- Hány darab átlója van összesen?
- Mennyi a belső szögeinek összege?
- Mennyi a külső szögeinek összege?

n	14	18	36
a)			
b)			
c)			
d)			
e)			

2. Töltsd ki a táblázatot! Az α , β , γ , δ egy konvex négyszög belső, az α' , β' , γ' , δ' pedig a megfelelő külső szögeket jelenti.

α	β	γ	δ	α'	β'	γ'	δ'
52°	43°		110°				
40°	58°						91°
				100°	112°	125°	
$48^\circ 30'$						$93^\circ 40'$	120°

3. Hány oldala van a konvex sokszögnek, ha

- a) egy csúcsból 37 átló húzható; b) az egy csúcsból húzott átlók 22 darab háromszöget hoznak létre;
 c) összesen 119 átló van; d) a belső szögek összege 4860° ;
 e) a belső szögek összege 3150° ?

a) b) c)

d) e)

4. Egy sokszög belső szögeinek összege egy négyjegyű szám. A benne szereplő számjegyek: 0, 2, 3, 4. Hány oldala van a sokszögnek?

Melyik lehet az utolsó számjegy?

Ezek szerint a szóba jöhető négyjegyű számok:

Ezek közül a megfelelőek:

Vagyis a megfelelő sokszögek oldalainak a száma:

5. Az $ABCDE$ konvex ötszöget két átlójával háromszögekre bontottuk. A BE átlója 12 cm, a BD átlója 9 cm hosszú. A BE átlótól az A csúcs 3 cm-re, a D csúcs 4,5 cm-re, a BD átlótól a C csúcs pedig 2 cm távolságra található. Készíts vázlatrajzot!

- a) Mekkora az ötszög területe? b) Milyen messze van a BD átlótól az E csúcs?

a) Az ötszög területe:

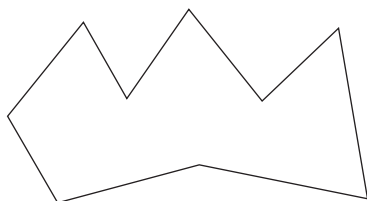
b) A BD átló és az E csúcs távolsága:

7. SOKSZÖGEK SZÖGEI ÉS ÁTLÓI

VI.

6.  Add meg az ábrán látható konkáv sokszögek belső szögeinek összegét háromszögekre darabolással!

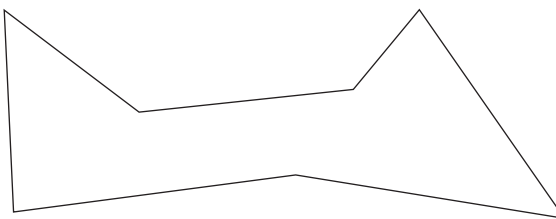
a)



A belső szögek összege:

.....

b)



A belső szögek összege:

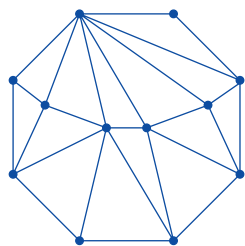
.....

7.  Egy nyolcszögben négy pontot helyeztünk el az ábrán látható módon. (Semelyik három pont nem esik egy egyenesre). A tizenkét pont közül bármelyik kettő összeköthető egy szakasszal, de egy már be-rajzolt szakaszt nem keresztezhet új vonal. A behúzott szakaszokkal oszd háromszögekre a nyolcszöget! Az első ábrát megrajzoltuk. Készíts többféle ábrát!

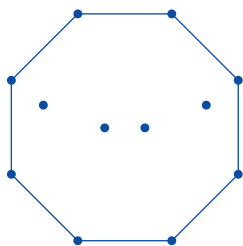
Te hány darab háromszögre vágta ilyen módon a nyolcszöget? Írd az ábrák alá!

Minden esetben ugyanannyi lett a háromszögek száma?

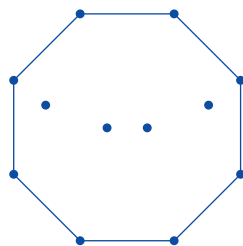
Keress magyarázatot az észrevételekre!



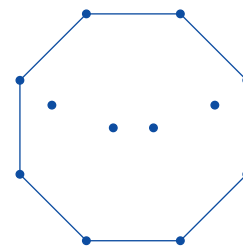
..... db háromszög



..... db háromszög



..... db háromszög



..... db háromszög

8. A KÖR KERÜLETE

VI.

1.  Add meg a kör kerületét, ha

a) $r = 13 \text{ cm}$; $k = \dots\dots\dots$

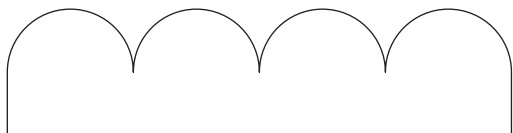
b) $d = 14,2 \text{ dm}$; $k = \dots\dots\dots$

2.  Add meg a kör sugarát, ha

a) $k = 26,4 \cdot \pi \text{ cm}$; $r = \dots\dots\dots$

b) $k = 124,2 \cdot \pi \text{ mm}$; $r = \dots\dots\dots$

3. Az 1 cm-szer 8 cm-es téglalapokra egybevágó félköröket rajzoltunk. Melyik síkidom kerülete nagyobb és mennyivel?



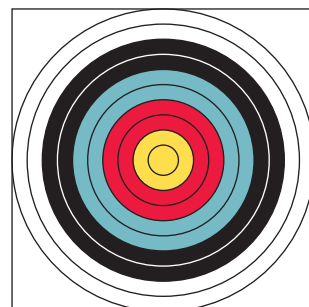
Az első síkidom kerülete:

A második síkidom kerülete:

Vagyis:

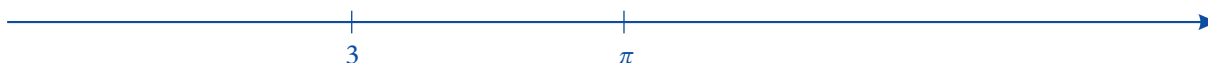
4. A képen látható céltábla szélessége és magassága is 40 cm.

- Mekkora az átmérője a nagyobbik sárga kör lapnak?
- Mekkora a sugara a nagyobbik fekete körgyűrű külső szélének?
- Milyen hosszú a két fehér körgyűrűt elválasztó határvonal?
- Hányszor hosszabb a két piros körgyűrűt elválasztó határvonal, a két fekete körgyűrűt elválasztó határvonalnál?



-
-
-
-

5. A π értékére az ősi Kínában a $\frac{92}{29}$ és a $\frac{142}{45}$ közelítéseket, Mezopotámiában pedig a $\frac{25}{8}$ -ot használták. Szemléltesd a számegyenesen a szövegben szereplő számok körülbelüli helyét!



Melyiket tartod a három közelítés közül a legjobbnak?

Válasz:

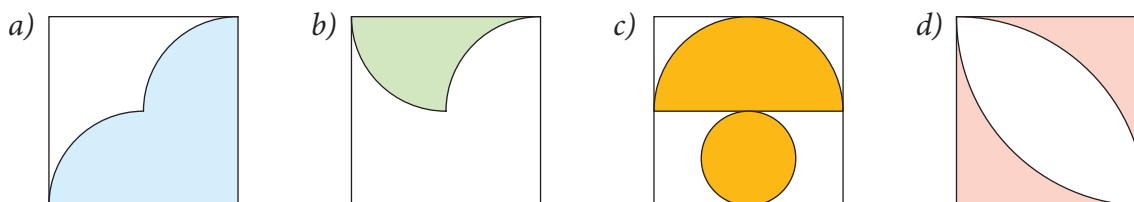
6. Ebben a rejtvényben egyetlen gyufaszál áthelyezésével igaz egyenlőséget kell kapnod. Az egyenlőség csak közelítő érték lesz.



1. 📡 Add meg a kör területét, ha a sugara

- a) 12 cm; $t = \dots\dots\dots$
 b) 21 cm; $t = \dots\dots\dots$
 c) 0,9 cm $t = \dots\dots\dots$
 d) 3,5 cm! $t = \dots\dots\dots$

2. 📡 Számítsd ki az ábrákon színessel jelölt területeket! A négyzetek oldalhossza 4 cm.



- a) Terület: $\dots\dots\dots$
 b) Terület: $\dots\dots\dots$
 c) Terület: $\dots\dots\dots$
 d) Terület: $\dots\dots\dots$

3. 📡 Mekkora a sugara annak a körnek, amelynek a kerülete méterben megegyezik a négyzetméterben kifejezett területével?

Válasz: $\dots\dots\dots$

4. 📡 Elkészítettünk egy 2,5 méteres átmérőjű virágágyást a tulipánoknak. Hány darab tulipánhagymát vásároljunk, ha egy m^2 -re 64 darabot szeretnénk ültetni?

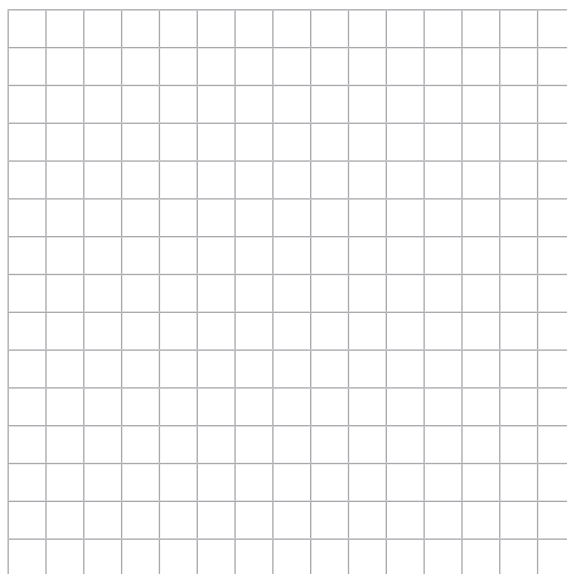
Darabszám: $\dots\dots\dots$

5. 📡 Egy 18 méter átmérőjű, kör alakú medence körül 2 méter széles járdát szeretnénk burkolattal ellátni. Hány m^2 területű a járda?

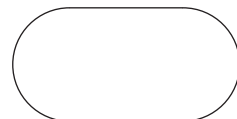
A járda területe: $\dots\dots\dots$

6. 📡 Az egyik lakótelepen a házak között egy 400 méter hosszú, kör alakú sétányt készítettek. Mekkora területű a sétány belső része?

A kérdéses terület: $\dots\dots\dots$



7. Az ábrán egy tepsi alja látható. A tepsi közepe egy 16 cm oldalhosszúságú négyzetből áll, amelyhez két oldalt egy-egy félkör illeszkedik. Mekkora a tepsi alapterülete?



A négyzet területe:

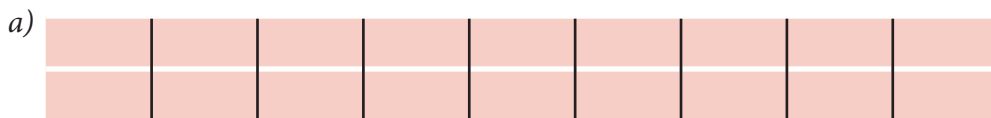
A félkörök területe:

Az alapterület összesen:

8. A 10 cm sugarú kör területét négyzetrács segítségével 10-en is meghatározták. A kapott eredmények cm^2 -ben a következők lettek:

313, 312, 314, 313, 314, 316, 314, 317, 314, 316.

- Készíts a kapott eredményekről gyakorisági táblázatot!
- Készíts a gyakorisági táblázat alapján oszlopdiagramot!
- Mennyinek vette a π -t ez a csoport, ha átlagot számoltak?
- Mennyinek vette a π -t ez a csoport, ha a leggyakoribb eredményt fogadták el legjobb közelítésnek?



c) Ebben az esetben a π közelítése:

d) Ebben az esetben a π közelítése:

1. Olyan szabályos sokszög alapú hasábok élvázát szeretnénk elkészíteni, amelyek magassága és alap-éle is 1,5 cm hosszú. Hány centiméter lesz az élek összege, ha az alaplappal háromszög, négyszög, ötszög vagy hatszög?

	Az élek száma	Az élek hosszának összege
Háromszög alapú		
Négyszög alapú		
Ötszög alapú		
Hatszög alapú		

2. A kérdések hétszög alapú hasábra vonatkoznak.

- Hány lapja van?
- Milyen alakú lapok határolják?
- Hány oldallapja van?
- Milyen esetben lesznek egybevágók az oldallapok?

3. Mekkora a hasáb felszíne és térfogata, ha

- $K_{\text{alaplappal}} = 14 \text{ cm}$, $T_{\text{alaplappal}} = 12 \text{ cm}^2$, $m = 16 \text{ cm}$;
- $K_{\text{alaplappal}} = 55 \text{ cm}$, $T_{\text{alaplappal}} = 198 \text{ cm}^2$, $m = 21 \text{ cm}$?

a) $A = \dots\dots\dots$ $V = \dots\dots\dots$

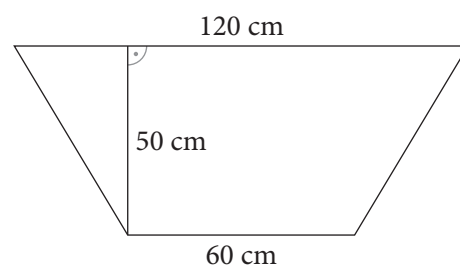
b) $A = \dots\dots\dots$ $V = \dots\dots\dots$

4. Hány hektoliter víz fér abba a 0,8 km hosszú árokba, amelynek keresztmetszetét az ábra mutatja?

A trapéz területe: $\dots\dots\dots$

Az árok térfogata: $\dots\dots\dots$

Válasz: $\dots\dots\dots$



5. Mekkora a 42 cm magas, ötszög alapú hasáb palástjának felszíne, ha alapéleinek hossza 5,2 cm, 4,4 cm, 4,8 cm, 6,1 cm és 6,7 cm?

A palást felszíne: $\dots\dots\dots$

6. A munkások egy trapéz keresztmetszetű, 140 méter hosszú árok kiásását kezdték el. Az árok felül 1,8 méter, alul 0,8 méter széles kell legyen, mélysége pedig 1,4 méter. Hány m^3 földet kell megmozgatni az árok kialakításához?

A megmozgatott föld térfogata:

7. Egy hasáb oldaléleinek hosszát megdupláztuk, az alapterületét pedig feleztük. Hogyan változik a térfogata?

A térfogatváltozás:

8. Egy hasáb oldaléleinek hosszát megháromszoroztuk. Mit tegyünk az alaplap területével, ha azt szeretnénk, hogy a térfogata feleződjön?

Válasz:

1. Számítsd ki a henger felszínét és térfogatát, ha

a) $r = 13,5 \text{ cm}$, $m = 43 \text{ cm}$;

b) $r = 16 \text{ cm}$, $m = 54,2 \text{ cm}$!

a) $A =$

$V =$

b) $A =$

$V =$

2. Egy négyhengeres motor adatai: a hengerek átmérője 79,96 mm, magasságuk 64,52 mm. Mit mondhatunk, hány köbcentiméteres ez a négyhengeres motor?

Egy henger térfogata:

Vagyis a négyhengeres motor cm^3 -es.

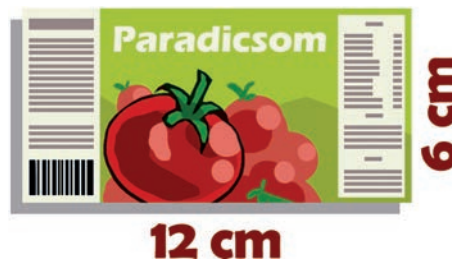
11. A HENGER FELSZÍNE ÉS TÉRFOGATA

VI.

3. A képen látható címke pontosan befedi egy henger alakú konzervdoboz palástját.

a) Mekkora a doboz alapkörének területe?

b) Mekkora a doboz térfogata?



4. Mekkora plakát ragasztható egy 3,2 méter magas, 1 méter átmérőjű hirdetőoszlopra?

A plakát területe:

5. Egy henger alapkörének sugarát felezzük, magasságát duplázzuk. Hogyan változik a felszíne és a térfogata? Először tippelj, aztán számolj!

Tipp a felszín változására:

Tipp a térfogat változására:

Felszín a változtatás előtt és után:

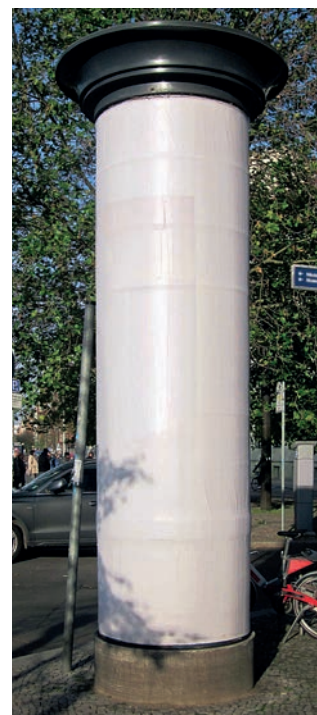
$A_1 =$; $A_2 =$

Vagyis:

Térfogat a változtatás előtt és után:

$V_1 =$; $V_2 =$

Vagyis:



6. Egy henger alapkörének sugarát duplázzuk, magasságát felezzük. Hogyan változik a felszíne és a térfogata?

Felszín a változtatás előtt és után:

$A_1 =$; $A_2 =$

Vagyis:

Térfogat a változtatás előtt és után:

$V_1 =$; $V_2 =$

Vagyis:

7. A képen látható játék úthenger hengerének átmérője 4,2 cm, szélessége 8 cm. A járművel egy 24 cm széles, 5 méter hosszú út felületét kellene egy rétegben mindenütt hengerelni. Legkevesebb mekkora utat kell megtennie az úthengernek? Számolj a füzetedben!

Az út hossza:

8. Mekkora átmérőjű fedő kell egy 8 cm magas, 3,2 literes, henger alakú edényre? Próbálgass, becsülj, használd a számológépedet!

A fedő átmérője:



9. Egy 6,8 cm-szer 6,8 cm-es alapú, négyzetes oszlop alakú dobozból átöntjük a benne lévő 6 dl almalevet egy 8 cm-es belső átmérőjű, henger alakú kancsóba. Milyen magasan

a) lesz a kancsóban az almalé;

b) volt a dobozban az almalé?

a) Az almalé magassága a kancsóban:

b) Az almalé magassága a dobozban:

Vigyázz! Előfordulhat, hogy több válasz is helyes!

1. Egy háromszög egyik oldalának hossza 11,3 cm, egy másiké pedig 13,7 cm. Melyik lehet a harmadik oldal hossza a megadottak közül?

(A) 250 mm; (B) 3 cm; (C) 1 dm; (D) 25 cm; (E) 0,3 m.

2. Hány oldalú lehet az a sokszög, amelyben a belső szögek összege nagyobb a külső szögek összegénél?

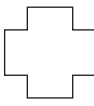
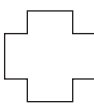
(A) 3; (B) 4; (C) 5; (D) 6; (E) 8.

3. Melyik három lehet egy háromszög három külső szöge?

(A) 71°; (B) 85°; (C) 204°; (D) 125°; (E) 164°.

4. Ha egy háromszögben az egyik belső szög 32°, az egyik külső szög pedig 64°, akkor a háromszög

(A) derékszögű; (B) egyenlő szárú; (C) tompaszögű; (D) hegyesszögű; (E) szabályos.

5.  Egy háromszögbe berajzoltuk az öt nevezetes vonal mindegyikét. Hány egyenest rajzolhattunk?
(A) 3; (B) 6; (C) 12; (D) 14; (E) 15.
6.  Melyik állítás igaz a háromszög egyik csúcsából induló súlyvonalra, szögfelezőre és magasságra?
(A) Az egyik biztosan felezi a háromszög területét.
(B) Egyik sem merőleges a szemközti oldalegyenesre.
(C) Közülük mindig a szögfelező a legrövidebb.
(D) Lehet, hogy mindhárom egybeesik.
(E) Lehet, hogy közülük pontosan kettő egybeesik.
7.  Egy háromszög három középvonala egy 42 cm^2 területű háromszöget alkot. Ekkor az eredeti háromszög területe
(A) 21 cm^2 ; (B) 42 cm^2 ; (C) 84 cm^2 ; (D) 126 cm^2 ; (E) 168 cm^2 .
8.  Hány oldalú nem lehet az a sokszög, amelybe már egy csúcsból kiindulva berajzoltunk 5 átlót?
(A) 5; (B) 6; (C) 7; (D) 8; (E) 9.
9.  Hány oldalú az a sokszög, amelyben a belső szögek összege $18\,000^\circ$?
(A) 98; (B) 99; (C) 100; (D) 101; (E) 102.
10.  Egy konvex sokszögben az oldalak és az átlók száma egyenlő. Mennyi a sokszög belső szögeinek összege?
(A) 360° ; (B) 540° ; (C) 720° ; (D) 900° ; (E) 1080° .
11.  Hány átlója van a szabályos tízszögnek?
(A) 40; (B) 40-nél kevesebb; (C) 36; (D) 35; (E) 30.
12.  Egy kör területe $0,64\pi$. Mennyi a kerülete?
(A) $0,8\pi$; (B) $1,6\pi$; (C) $0,4\pi$; (D) $0,64\pi$; (E) $0,32\pi$.
13.  Az egyik kör sugarának hossza r , a másik kör sugarának hossza R . Tudjuk, hogy területösszegük 50π . Mennyi lehet az $r + R$?
(A) Ilyen körök nincsenek; (B) 10; (C) 8; (D) 6; (E) 4.
14.  Az ábrán egy 2 m magas oszlop keresztmetszete látható. Az alaplap élei 3 cm, illetve 6 cm hosszúságúak. Mennyi az oszlop felszíne?
(A) 9600 cm^2 ; (B) 9708 cm^2 ; (C) 9816 cm^2 ; (D) $21\,600 \text{ cm}^2$; (E) $28\,800 \text{ cm}^2$. 
15.  Az ábrán egy 2 m magas oszlop keresztmetszete látható. Az alaplap élei 3 cm, illetve 6 cm hosszúságúak. Mennyi az oszlop térfogata?
(A) 216 cm^3 ; (B) 9000 cm^3 ; (C) 9816 cm^3 ; (D) $21\,600 \text{ cm}^3$; (E) $28\,800 \text{ cm}^3$. 
16.  Egy fazék aljáról lekopott az úrtartalmát literben megadó egész szám. Az átmérője és a magassága is 20 cm. Melyik szám lehetett az alján?
(A) 6; (B) 6,2; (C) 6,3; (D) 7; (E) 8.

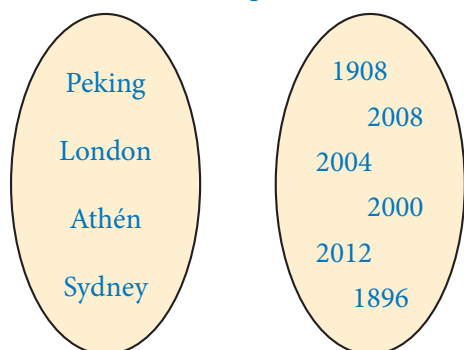
1. 📡 Igaz vagy hamis? Válaszodat indokold!

- a) A hozzárendelés egyértelmű, ha az alaphalmaz egy eleméhez rendeljük hozzá a képhalmaz összes elemét.
- b) Ha az alaphalmaz minden eleméhez hozzárendeljük a képhalmaz egy elemét, akkor a hozzárendelés egyértelmű.
- c) A hozzárendelés nem egyértelmű, ha több alaphalmazbeli elemhez is ugyanaz a képhalmazbeli elem tartozik.
- d) Ha az alaphalmaz egy eleméhez a képhalmazból csak egy elem rendelhető, akkor a hozzárendelés egyértelmű.
- e) A hozzárendelés nem egyértelmű, ha az alaphalmaz egy eleméhez több képhalmazbeli elem is hozzárendelhető.

☐☐☐☐☐

2. 📡 Melyik egyértelmű és melyik nem egyértelmű hozzárendelés az alábbi megfeleltetések közül? Jelöld nyíllal a két halmaz közötti hozzárendelést! Ha nem vagy biztos egy-egy válaszban, nézz utána az interneten!

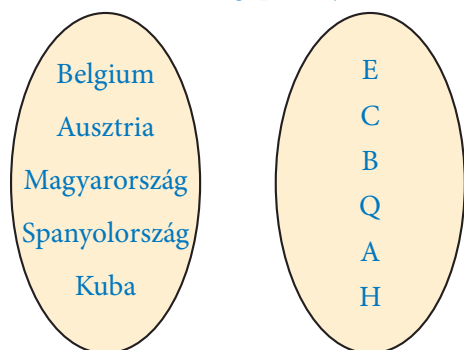
Olimpia



Főváros



Nemzetközi gépkocsijelek

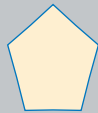
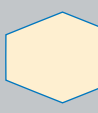
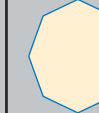


Földrészek



3. Add meg az alaphalmazt, a képhalmazt és a hozzárendelés szabályát!

a)

				
0	1	2	3	5

Alaphalmaz:

Képhalmaz:

Hozzárendelési szabály:

b)

$A(2; 5)$	$B(-4; 3)$	$C(-1; -6)$	$D(3; -4)$	$E(0; 2)$
$A'(-2; 5)$	$B'(4; 3)$	$C'(1; -6)$	$D'(-3; -4)$	$E'(0; 2)$

Alaphalmaz:

Képhalmaz:

Hozzárendelési szabály:

4. Add meg az alaphalmazt, a képhalmazt és a hozzárendelés szabályát!

a)

-4	0	3	7,5	10
-13	-1	8	21,5	29

Alaphalmaz:

Képhalmaz:

Hozzárendelési szabály:

b)

2	6	10	18	25
1; 2	1; 2; 3; 6	1; 2; 5; 10	1; 2; 3; 6; 9; 18	1; 5; 25

Alaphalmaz:

Képhalmaz:

Hozzárendelési szabály:

c)

2	9	15	24	133
2	4	0	4	3

Alaphalmaz:

Képhalmaz:

Hozzárendelési szabály:

5. Létesíts egyértelmű hozzárendelést az alábbi halmazok elemei között, majd szemléltesd Venn-diagramon! Dolgozz a füzetedben!

a) $A = \{\text{emu; kígyó; termes; zebra}\};$

$B = \{6; 2; 4; 0\};$

b) $A = \{\text{Szondi két apródja; Nemzeti dal; A Reményhez; Szeptember végén; Arany Lacinak}\};$

$B = \{\text{Arany János; Csokonai Vitéz Mihály; Petőfi Sándor}\};$

c) $A = \{\text{bit; byte; kilobit; kilobyte; megabit; megabyte}\};$

$B = \{8\,000\,000\text{ bit; }1000\text{ bit; }8\text{ bit; }8\,000\text{ bit; }1\text{ bit; }1\,000\,000\text{ bit}\}.$

1. Válaszd ki a függvényeket az alábbi hozzárendelések közül!

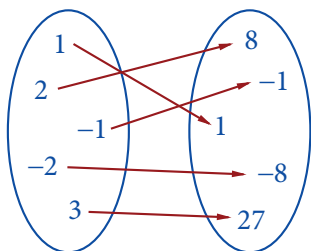
- a) Minden számhoz hozzárendeljük az abszolút értékénél 5-tel nagyobb számot.
 b) Minden 0-tól különböző számhoz hozzárendeljük az előjelét.
 c) Minden egész számhoz hozzárendeljük a tízes számszomszédját.

2. Válaszd ki a helyes állításokat!

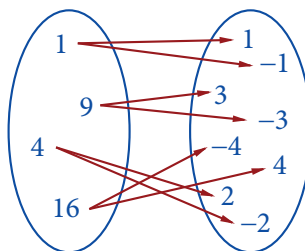
- a) A hozzárendeléseket más néven függvényeknek nevezzük.
 b) A függvény minden képhalmazbeli elemhez hozzárendel egy alaphalmazbeli elemet.
 c) A függvényt a derékszögű koordináta-rendszerben a grafikonjával szemléltethetjük.
 d) A függvényt Venn-diagrammal és táblázattal is megadhatjuk.

3. A Venn-diagram alapján dönts el, függvény-e a megadott hozzárendelés!

a)



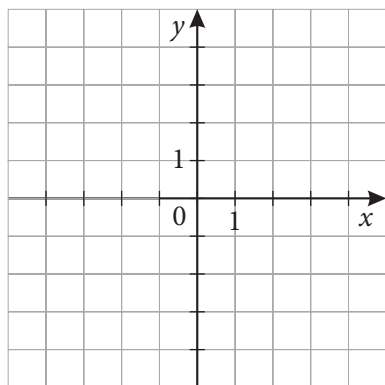
b)



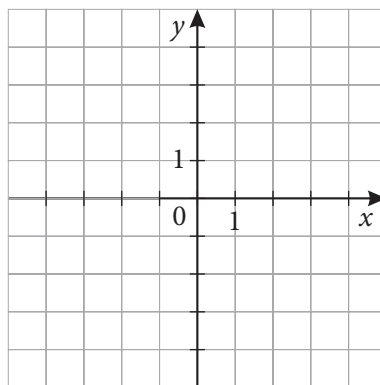
Ábrázold a függvényt koordináta-rendszerben a füzetedben!

4. Ábrázold az alábbi függvényeket!

- a) Minden számhoz hozzárendelem az abszolút értékét.



- b) Minden számhoz hozzárendelem a kétszeresénél 4-gyel kisebb számot.

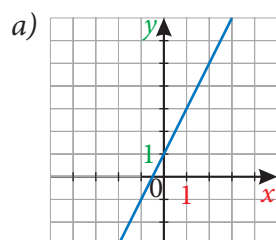


5. Minden tanult számhoz rendeljük hozzá a kettővel nagyobb szám háromszorosát! Húzd alá, melyik képlet írja le helyesen a függvény hozzárendelési szabályát!

- a) $f: x \mapsto x + 2 \cdot 3$; b) $g: x \mapsto (x + 2) \cdot 3$; c) $h: x \mapsto x \cdot 3 + 2$; d) $l: x \mapsto 3 \cdot (x + 2)$.

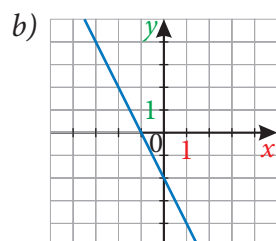
Készítsd el a táblázatot a füzetedben a b) és c) hozzárendelésekhez, és ábrázold a függvényeket koordináta-rendszerben!

6. Készíts táblázatot a grafikon alapján, majd fogalmazd meg a hozzárendelés szabályát!



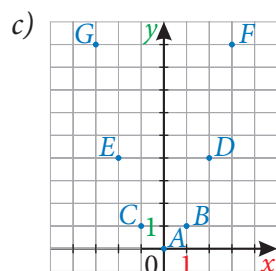
x koordináta							
y koordináta							

A hozzárendelés szabálya:



x koordináta							
y koordináta							

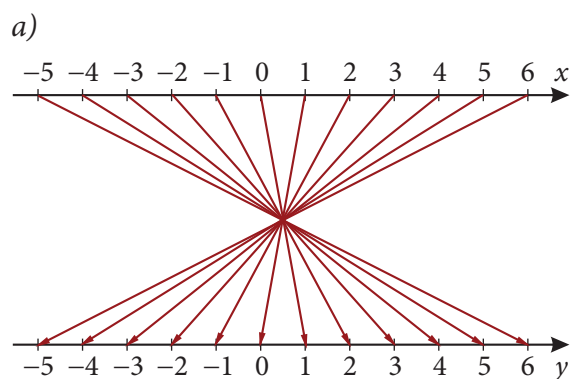
A hozzárendelés szabálya:



x koordináta							
y koordináta							

A hozzárendelés szabálya:

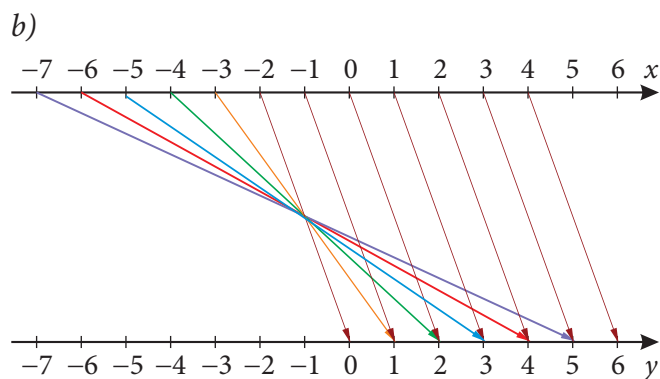
7. Készíts táblázatot az alábbi nyíldiagramok alapján, és fogalmazd meg a hozzárendelés szabályát!



Első jelzőszám:

Második jelzőszám:

A hozzárendelés szabálya:



Első jelzőszám:

Második jelzőszám:

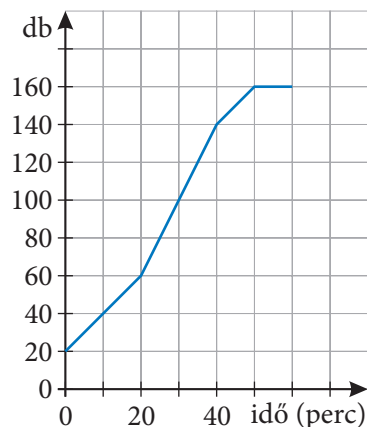
A hozzárendelés szabálya:

1. Egy színház parkolójába folyamatosan érkeznek az autók. Egy szombat estén 18 és 19 óra között az alábbi grafikon szerint alakult a parkolóban lévő autók darabszáma.

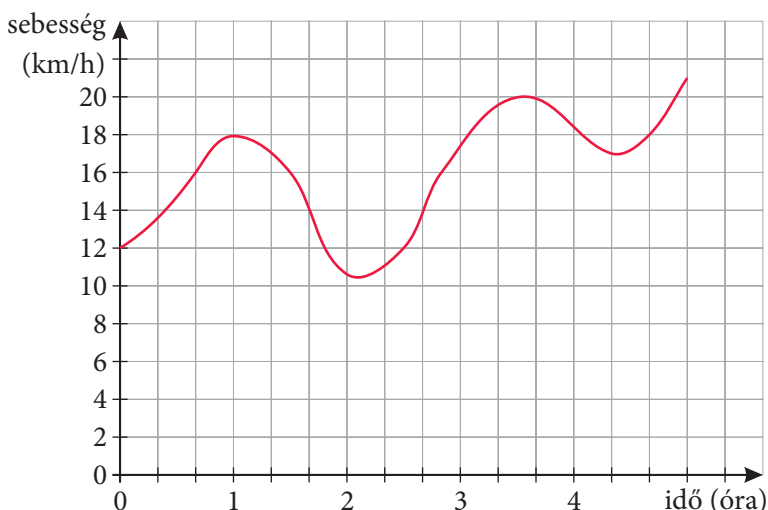
- a) Függvény-e az eltelt idő és az autók darabszáma közti kapcsolat?
b) Töltsd ki az alábbi táblázatot a grafikon alapján!

eltelt idő (perc)	10	20	30	40	50	60
az autók darabszáma						

- c) Hány autó állt a parkolóban 18.00 órakor?
d) Leolvasható-e a grafikonról, mikor kezdődött az előadás?
e) Hány darab autó érkezett 18.00 és 18.30 között?
f) Hány órakor volt 80 autó a parkolóban?



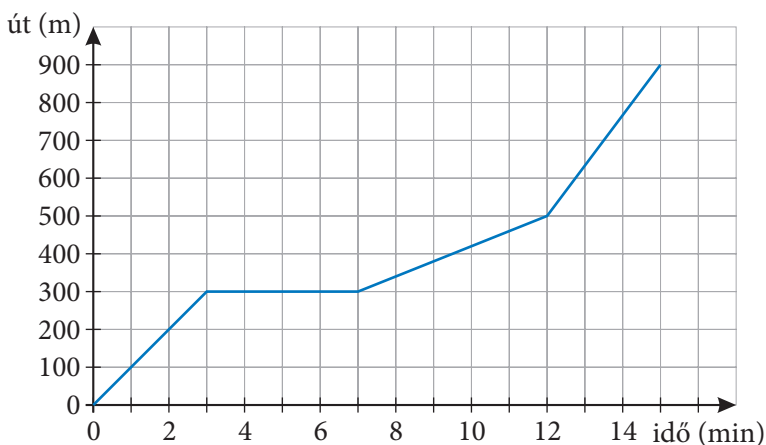
2. Dávidék vitorlásversenyen voltak a Balatonon. A grafikon a hajó sebességének változását mutatja az idő függvényében.



- a) Mennyi volt a hajó kezdősebessége?
b) Mikor mentek a leggyorsabban?
c) Mikor mentek a leglassabban?
d) Mikor mentek $16 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -val?
e) Mekkora volt a sebességük az indulás után 2,5 órával?
f) A szél egyenetlenül fújt. Lehet-e a grafikonból következtetni arra, mikor fújt erősebben és mikor kevésbé?
g) A verseny 10 órakor kezdődött. Mikor ért célba Dávidék hajója?

3. Sári a hatodik óra után gyalog indult haza. Útközben bement a pékségbe és vett egy kenyeret vacsorára.

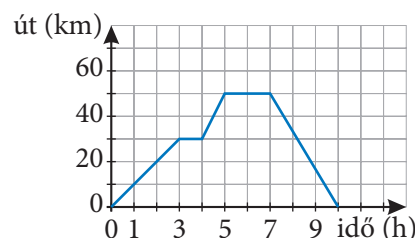
- a) Hány perc alatt ért haza Sári?
b) Milyen messze van Sáriéktól az iskola?
c) Hány percet töltött Sári a pékségben?
d) Melyik időintervallumban haladt a leggyorsabban?



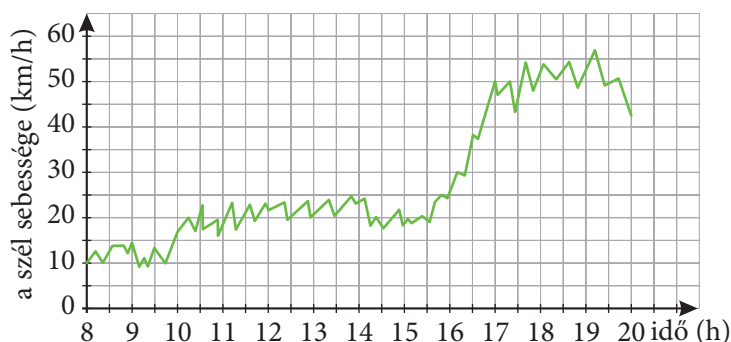
Sári testvére, Palkó 10 perccel később indult haza az iskolából és $15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel biciklizett Sári után.

- e) Ábrázold Palkó sebességét az előző oldalon lévő grafikonon!
 f) Hány perc alatt érte utol Palkó Sarit?
 g) Milyen messze voltak az iskolától, amikor találkoztak?

4. Találj ki egy történetet az alábbi grafikonhoz, majd tegyél fel kérdéseket róla a társaidnak!



5. Tivadar szörfözni indult a Balatonra. A grafikon a szél sebességét mutatja az idő függvényében.



- a) Mennyi időt tudott Tivadar a vízben tölteni, ha felszerelésével és tudásával a $15\text{--}25 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -s szélsébség-tartományban tud szörfözni?
 b) Hány órákor fújt a legerősebben a szél?
 c) Hány $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ -s szél volt 13:00 órákor?

d) Körülbelül hány órákor fújt $38 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -val a szél?

e) Töltsd ki a táblázatot a grafikon alapján!

idő	8:00	8:30	9:00	9:30	10:00
a szél sebessége $\left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$					

f) A táblázat adatainak felhasználásával becsüld meg, átlagosan hány $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ -s szél fújt 8 és 10 óra között!

6. Botond nyári diákmunkát vállalt, egy zöldségesnek segített. Napi 800 Ft-ot keresett. Három héten keresztül minden hétköznap dolgozott. A harmadik hét szombatján az addig megkeresett pénzből befizetett a balatoni sakktáborba, és evett egy fagyit is, így nap végére egy fillérje sem maradt. Ábrázold Botond pénzügyi helyzetének változásait a füzetedben!

1. 📡 Válaszd ki a helyes állításokat!

- a) Két mennyiség egyenesen arányos, ha az egyik mennyiséget a felére csökkentem, a másik mennyiség a kétszeresére nő.
 b) Ha egy függvény egyenes arányosság, akkor a grafikonja egyenes.
 c) Minden függvény grafikonja áthalad az origón.
 d) Az $f: x \mapsto x$ és a $g: x \mapsto x + 8$ függvények grafikonja párhuzamos.

2. 📡 Töltsd ki a táblázatokat az alábbi hozzárendelésekhez, majd ábrázold ebben a koordináta-rendszerben a függvények grafikonjait! Válaszd ki az egyenes arányosságot leíró grafikont!

a) $a: x \mapsto \frac{1}{2}x$

x					
$\frac{1}{2}x$					

b) $b: x \mapsto \frac{1}{2}x + 3$

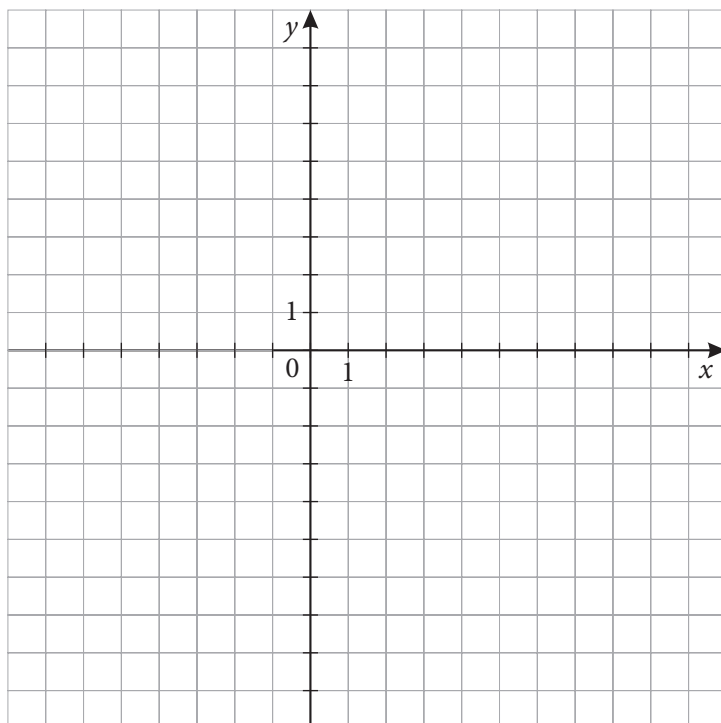
x					
$\frac{1}{2}x + 3$					

c) $c: x \mapsto \frac{1}{2}x - 4$

x					
$\frac{1}{2}x - 4$					

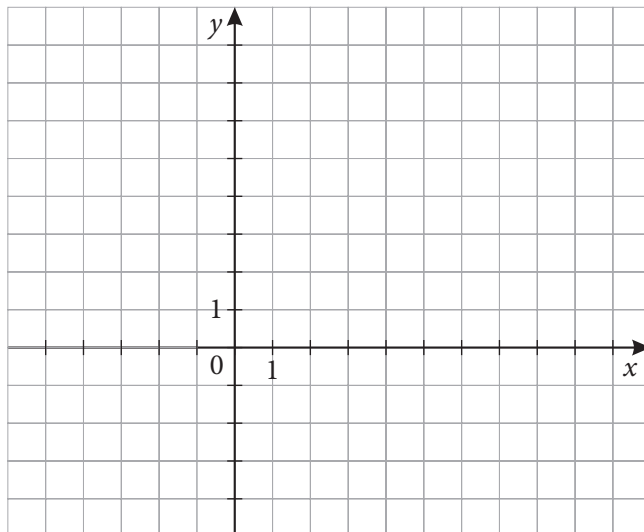
d) $d: x \mapsto -1 + \frac{1}{2}x$

x					
$-1 + \frac{1}{2}x$					



3. 📡 Ábrázold közös koordináta-rendszerben az alábbi függvények grafikonjait! Mi a közös az alábbi grafikonokban és függvényekben?

- a) $x \mapsto 2x - 3$;
- b) $x \mapsto 2x + 2$;
- c) $x \mapsto -(2 - 2x)$;
- d) $x \mapsto -1 + 2x$.



4. 📡 Ábrázold a füzetedben közös koordináta-rendszerben az alábbi függvények grafikonjait!

- a) $a : x \mapsto \frac{1}{3}x$;
- b) $b : x \mapsto \frac{1}{4}x$;
- c) $c : x \mapsto \frac{2}{5}x$;
- d) $d : x \mapsto \frac{2}{3}x$.

Állítsd sorrendbe a grafikonokat meredekségük szerint! Kezdd a legmeredekebbel!

5. 📡 Add meg annak a háromszögnek a csúcsait, amelynek oldalegyenesei a képlettel megadott függvények!

- $a : x \mapsto \frac{1}{2}x - 1$;
- $b : x \mapsto -\frac{3}{2}x + 3$;
- $c : x \mapsto \frac{3}{2}x + 3$.

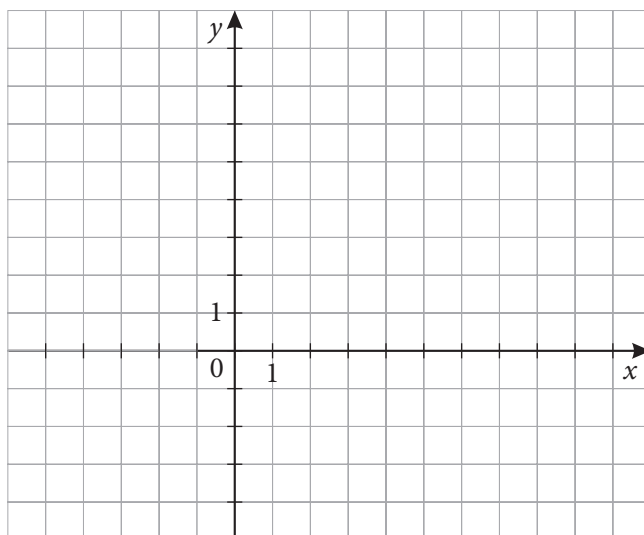
Számítsd ki a háromszög területét! Dolgozz a füzetedben!

6. 📡 Ábrázold az $f : x \mapsto 4 - 2x$ függvény grafikonját!

7. 📡 Nagyfi messze lakik; 195 km-t kell megtennünk az autópályán, ha hozzá utazunk – meséli Iván.

a) $130 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -val, egyenletes tempóban haladunk az autónkkal – fűzi még hozzá. Ábrázold a füzetedben grafikusán a hátralévő utat a megtett idő függvényében!

b) Persze a dedós öcsém miatt már fél óra autózás után meg kellett állnunk 20 percre – közli vigyorogva. Hogyan módosul ebben az esetben a függvény grafikonja? Rajzold be a módosított grafikont más színnel!



8. Egy mobiltelefont 4 óra alatt lehet teljesen feltölteni. Ha megszakítás nélkül beszélünk rajta, akkor 8 óra alatt lemerül. Ha folyamatosan internetezünk rajta, az gyorsabban lemeríti az akkumulátort, így már 5 óra alatt lemerül. A telefon jelenleg 100%-on áll.

a) Két órát telefonáltam, majd gyorsan újra feltöltöttem a mobilom. Ábrázold a füzetedben grafikonon a telefon feltöltöttségét az idő függvényében!

b) Két órát beszéltem rajta, majd nekiálltam internetezni. Mennyi idő alatt merült le a telefonom? Oldd meg a feladatot a füzetedben grafikusán is!

c) Három órát interneteztem és fél órát beszéltem rajta, majd bedugtam a töltőbe. Hány perc alatt tudom így teljesen feltölteni a telefonomat? Oldd meg a feladatot a füzetedben grafikusán is!

1. Ábrázold az $a : x \mapsto 3x + 8$, $b : x \mapsto \frac{4}{5}x - 2$,
 $c : x \mapsto -7x + \frac{1}{3}$ függvényeket koordináta-rendszer-

ben! Hol metszi az y tengelyt az

a) $a : x \mapsto 3x + 8$ függvény?

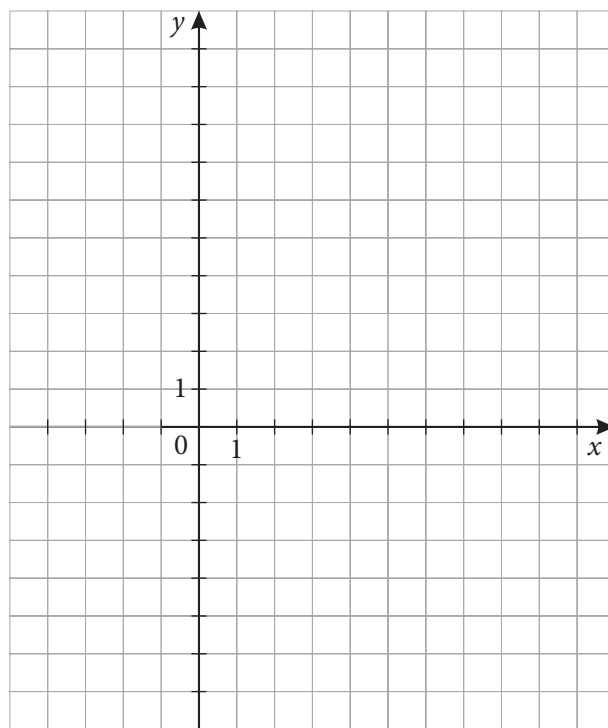
I. $A(3; 0)$ pontban; II. $B(0; 8)$ pontban;
 III. $C(3; 8)$ pontban.

b) $b : x \mapsto \frac{4}{5}x - 2$ függvény?

I. $A\left(0; \frac{4}{5}\right)$ pontban; II. $B\left(\frac{4}{5}; -2\right)$ pontban;
 III. $C(0; -2)$ pontban.

c) $c : x \mapsto -7x + \frac{1}{3}$ függvény?

I. $A\left(\frac{1}{3}; 0\right)$ pontban; II. $B\left(0; \frac{1}{3}\right)$ pontban;
 III. $C\left(-7; \frac{1}{3}\right)$ pontban.



2. Add meg, melyik függvény grafikonjára melyik pont illeszkedik!

$$a : x \mapsto 4x - 7;$$

$$b : x \mapsto -5x + 3;$$

$$c : x \mapsto 5 - 5x;$$

$$d : x \mapsto 1 - 4x;$$

$$A(-2; 15);$$

$$B(-2; -15);$$

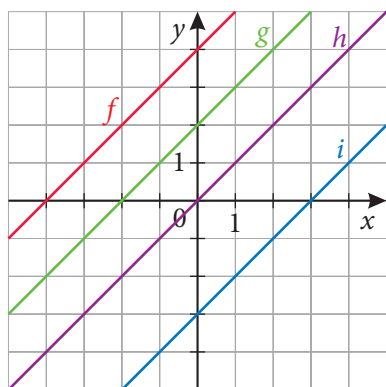
$$C(-2; 9);$$

$$D(-2; 13).$$

3. Keresd meg és javítsd ki a hibát!

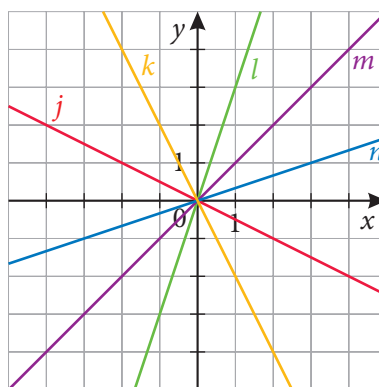
Hozzárendelési szabály	Helyettesítési érték	Helyettesítési érték	Helyettesítési érték
$f(x) = 6x - 7$	$f(0) = -7$	$f(5) = 37$	$f(-3) = -11$
$g(x) = 1 - \frac{2}{3}x$	$f(0) = 1$	$f(3) = -1$	$f(-9) = -7$
$h(x) = x^2$	$h(0) = 1$	$h(6) = 36$	$h(-9) = -81$

4. Add meg képlettel a grafikonok hozzárendelési szabályát!



Hozzárendelési szabályok:

.....

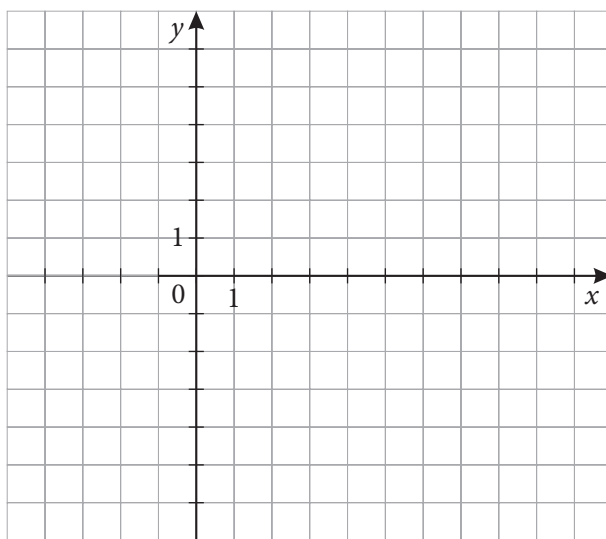


Hozzárendelési szabályok:

.....

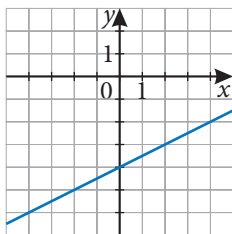
5. Egy paralelogramma két csúcsa $A(-1; -1)$ és $B(2; -1)$. A C csúcs az $f: x \mapsto x$ és a $g: x \mapsto -2x + 3$ függvények grafikonjának metszéspontja.

- Ábrázold a pontokat!
- Ábrázold a függvényeket!
- Határozd meg a C csúcs koordinátáit!
- Határozd meg a paralelogramma negyedik csúcsát!



6. Készíts táblázatot a grafikon alapján, és add meg képlettel a hozzárendelési szabályt!

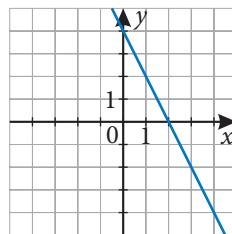
a)



x									
y									

Hozzárendelési szabály:

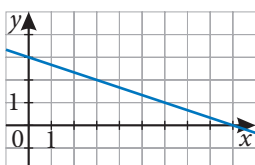
b)



x									
y									

Hozzárendelési szabály:

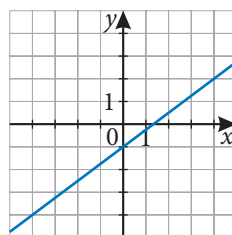
c)



x									
y									

Hozzárendelési szabály:

d)



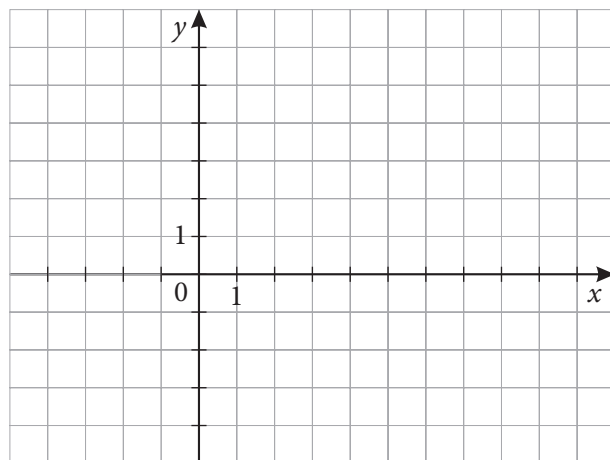
x									
y									

Hozzárendelési szabály:

7. Ábrázold az alábbi pontokat!

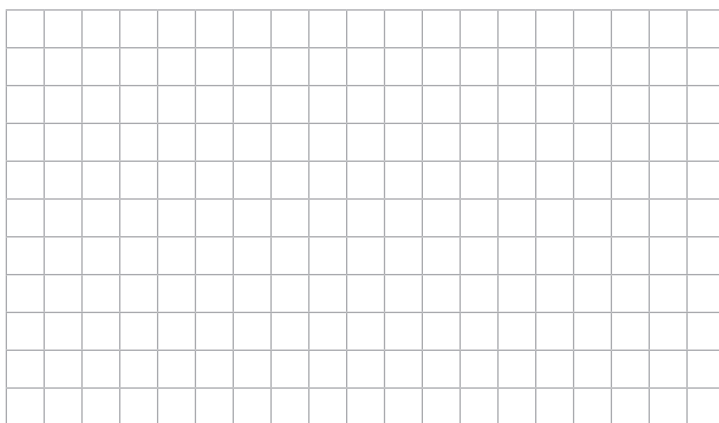
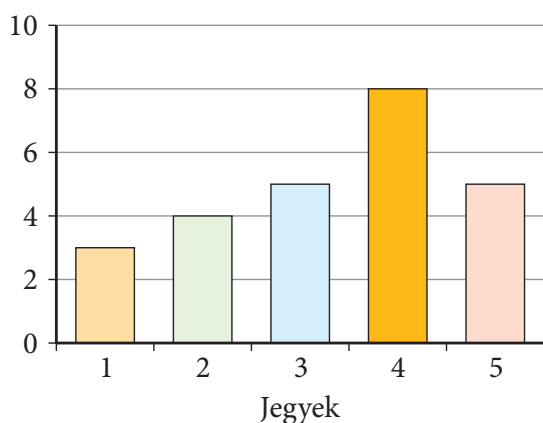
$A(3; -4); \quad B(0; 1); \quad C(-3; 2)!$

Írd fel a háromszög oldalegyeneseit meghatározó függvények hozzárendelési szabályát!



1. 📡 Az állatkertben több állat is lakik: 42 prérikutya, 131 flamingó, 3 zsiráf, 4 oroszlán, 13 kecske. Mi a felsorolt állatok módusza?

2. 📡 Olvasd le a grafikonról az adatokat, határozd meg az átlagukat, móduszukat, mediánjukat! Melyik értéket a legkönnyebb meghatározni?



3. 📡 A Békés családban 6 gyerek volt. Magasságaik 92 cm, 96 cm, 101 cm, 172 cm, 172 cm és 177 cm. Hány cm az átlaguk? Jó-e, ha anya 6 átlagos méretű nadrágot vásárol?

.....

.....

4. 📡 Számítsd ki az alábbi mennyiségek átlagát kg-ban:

32,5 kg; 31,04 kg; 28,3 kg; 33 600 g; 29 kg; 3180 dkg!

Az átlag: kg.

Melyik mennyiséget (mennyiségeket) hagy-
hatjuk el, hogy az átlag

ne változzon:

csökkenjen:

növekedjen:



5. 📡 Meg lehet-e adni öt darab 10-nél kisebb, különböző egész számot, amelyek átlaga 7,6?

Igen, a számok:

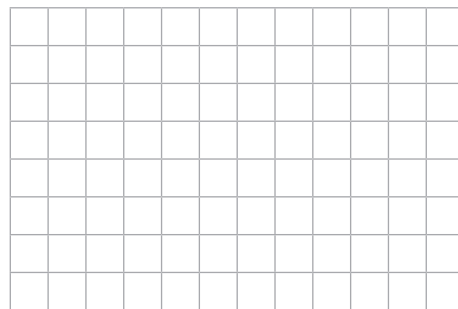
vagy

Nem, mert

1. Testnevelésórán felmérés volt: 30 másodperc alatt kellett minél többet ugrókötelezni. A következő eredmények születtek: 8; 14; 14; 16; 20; 20; 22; 25; 25; 30; 30; 32; 33; 33; 33; 33; 42; 56; 56; 68.

Rendezd az adatokat 5 csoportba, a táblázatnak megfelelően!

	8–20	21–33	34–46	47–59	60–72
Gyakoriság					
Relatív gyakoriság					



- a) Készíts oszlopdiagramot a táblázat adatai alapján!
 b) Határozd meg az egyes tartományok gyakoriságát!
 c) Határozd meg az egyes tartományok relatív gyakoriságát!

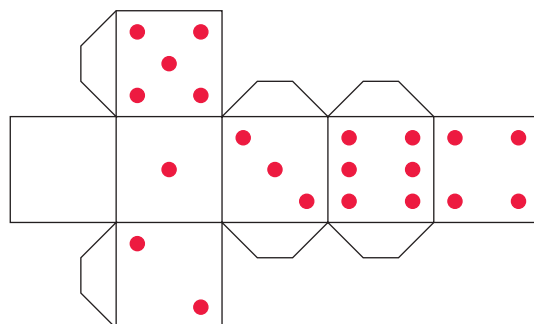
d) Számítsd ki az adatok átlagát!

e) Melyik érték az adatok módusza?

f) Mennyi az adatok mediánja?

2. Készíts el egy „hamis” dobókockát, aminek a hálóját megadtuk! Másold át a pöttyöket is! Az 1-es melletti üres lapot hajtsd belülré, és erre ragaszd a 4-es lapot! Mire tipelsz, melyik szám fog leggyakrabban kijönni? Dobjátok fel százszor, és számoljátok meg, melyik szám hányszor jött ki!

Dobott szám	1	2	3	4	5	6
Darab						



3. Ötödik osztályban találkoztatok a biztos esemény és a lehetetlen esemény fogalmával. Jelöld meg, melyik igaz (I), melyik hamis (H)!

- a) Egy esemény relatív gyakorisága $-0,4$.
 b) A biztos esemény relatív gyakorisága 1 .
 c) Egy esemény relatív gyakorisága lehet $0,23$.
 d) Egy esemény gyakorisága lehet $3,25$.
 e) Ha egy esemény gyakorisága 0 , akkor az egy lehetetlen esemény.
 f) Ha egy esemény relatív gyakorisága 1 , akkor az egy biztos esemény.
 g) Ha egy esemény lehetetlen, akkor a gyakorisága 0 .

☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐

CSOPORTMUNKA

Alkossatok 4 fős csoportokat! Számozzátok meg mindannyian egy gyufásdoboz lapjait úgy, ahogy az ábrán látjátok! Mindegyikőtök dobja fel 30-szor a gyufásdobozát, majd töltsétek ki együtt a táblázatot!

	1	2	3	4	5	6
Gyakoriságok az én dobássorozatomban						
Gyakoriságok a többiekénél	2.					
	3.					
	4.					
Gyakoriságok összesen						
Relatív gyakoriságok						

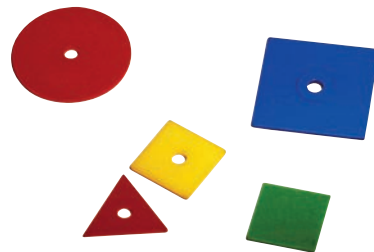
5			
1	3	2	4
6			

- a) Mi lett a módusz?
 b) Milyen becsléseket kaptatok az egyes esetek valószínűségeire vonatkozóan?
 c) Hasonlítsátok össze a csoportok eredményeit!

1. A logikai készlet képen látható 5 darabjából véletlenszerűen kiválasztunk egyet.

Mennyi a valószínűsége, hogy a kiválasztott darab

- a) piros: b) kék:
 c) sárga: d) zöld:
 e) lyukas: f) négyzet alakú vagy lyukas:
 g) kör alakú vagy zöld:
 i) négyzet alakú és piros: ?



h) kör alakú vagy piros:

2. Mi a valószínűsége annak, hogy egy számjegyet véletlenszerűen választva, az

- a) osztható 5-tel: b) négyzetszám: c) prímszám: ?

3. Tippeld meg az alábbi események valószínűségeit! Két érmét feldobva az eredmény

- a) 2 fej: b) 2 írás: c) 2 különböző:

Végezd el a kísérletet 100-szor! Az egyes események gyakoriságai és relatív gyakoriságai:

- d) 2 fej: e) 2 írás: f) 2 különböző:

Akarod-e módosítani a tippedet?

SZÁMOLÁSI VERSENY

Figyelem! Ebben a fejezetben mindig használhatsz zsebszámológépet!

Ki a legügyesebb bankár?

Írjuk fel a táblára az alábbi szövegeket, és adjuk meg az induló adatokat!



A megtakarítás összege	Az éves kamatláb	A lekötés ideje	Kamattal növelt megtakarítás
Pl.: 50 000 Ft	pl.: 2%	pl.: 3 év	

Számológépet használva számold ki a kamattal növelt megtakarítást! Többéves lekötés esetén számoldj kamatos kamattal!

Aki leghamarabb elkészül, és felírja a táblára a helyes összeget, az adhatja meg a következő adatsort. Célszerű kisebb számokkal gyakorlatot szerezni.

Emelt szint

Ha már jól megy a játék, akkor bővítsük az adatokat, hiszen a teljes összeget nem kapjuk kézhez. Az állam a kamatból évi 15% kamatadó befizetését írja elő, tehát a kapott éves kamat 15%-át be kell fizetni az államnak, a megtakarító ennyivel kevesebb összeget kap a megtakarítása után. A kamatadó nem változik a játék során.

A megtakarítás összege	Az éves kamatláb	A lekötés ideje	Kamat	Adóval csökkentett kamat (a kamat 85%-a)	Kézhez kapott összeg
Pl.: 100 000 Ft	Pl.: 1,5%	Pl.: 4 év			

KUTATÓMUNKA

Megjegyzés: A valóságban általában van számlavezetési költség is. Nézz utána az interneten, hogy milyen egyéb banki tevékenységekért számolnak fel a bankok költséget!





A pénzügyi feladatokban sokszor találkozhatasz az általános forgalmi adóval, amit gyakran csak áfa rövidítéssel írunk le.

Az áfa egy adófajta, ami beépül a fogyasztói árba. **A fogyasztói ár az, amennyiért az üzletben az árukat megvásároljuk.**

Magyarországon az áfa mértéke 27 százalék. Ha megvásárolunk egy árut, ami 1270 forintba kerül, akkor az általunk fizetett 1270 forintból 1000 forint az áru ára adó nélkül, és 270 forint az általános forgalmi adó, röviden az áfa. Az 1000 forintot nettó árnak, az 1270 forintot pedig bruttó vagy fogyasztói árnak nevezzük. A nettó árban tehát nincsen benne az általános forgalmi adó, a bruttó vagy fogyasztói árban viszont igen.



A forgalmi adó százalékos értékét – **hivatalos nevén az áfakulcsot** – a nettó ár alapján kell meghatározni. Vagyis a nettó ár a 100 százalék (százalékalap), ez az 1000 forint, a 27 a százalékláb, és a 270 forint a százaléérték, mert ezernek a 27 százaléka 270. Az 1000 Ft és a 270 Ft együtt adja az 1270 forintos bruttó (fogyasztói) árat, amennyiért az árut a boltban megvásároljuk.

Van néhány áru, amelynek az áfakulcsa nem 27%, hanem 18% vagy 5%. Például a könyvek és a tej áfája 5%, a tejtermékek általános forgalmi adója pedig 18%.

1. Alex kapott egy új nadrágot, aminek a nettó ára 3000 forint, az áfakulcs pedig 27%, és a könyvesboltból egy könyvet, amiért 1200 forint plusz 5% áfát kellett fizetni.

a) Mennyi a nadrág fogyasztói ára?

.....

b) Mennyi a könyv fogyasztói ára?

.....

c) Mennyi áfát kell fizetni a két termék után az államnak?

.....

d) Tulajdonképpen kinek a „zsebét terheli” az általános forgalmi adó?

.....



2. Szendrő Szendrő a szülei megkérték, hogy hozzon a közeli boltból

- három liter tejet, amelynek a fogyasztói ára (amelyben mindig benne van az általános forgalmi adó is) 210 forint/liter, az áfakulcsa pedig 5%,
- öt pohár gyümölcsjoghurtot, ennek fogyasztói ára 160 forint/pohár, áfakulcsa 18%,
- és egy mikrózható popcornot, ami az általános forgalmi adóval együtt 120 forintba kerül, az áfakulcsa 27%.

a) Mennyit fog fizetni Szandra összesen?

b) Hány forint általános forgalmi adót fizet Szandra összesen?

	Fogyasztói ár (Ft)	Áfakulcsa (%)	Áfa összesen (Ft)
Tej			
Gyümölcs- joghurt			
Pattogatni való kukorica			
Összesen		–	

3. Egy újságíró átlagosan havi 399 430 forintot keres havi 184 óra munkával, egy szállodai recepciós havi átlagfizetése pedig 179 681 forint, és ezért 216 órát dolgozik egy hónapban. Ugyanakkor egy gyorséttermi diákmunkás csak 156 901 forintot keres 176 órányi munkával.

a) A diákmunkás havi keresete hány százaléka a recepciós havi keresetének?

b) A recepciós havi keresete hány százaléka a diákmunkás havi keresetének?

c) A diákmunkás órábéré hány százaléka az újságíró órábérének?

d) Hány percet kell dolgoznia a diákmunkásnak, a recepciósnak és az újságírónak egy nagy, 800 forintos hamburgerért?

Az adatokat innen vettük, itt te is megtalálhatod több száz foglalkozás kereseti lehetőségeit: https://nfsz.munka.hu/Lapok/full_afsz_kozos_statistikaja/full_afsz_egyeni_berek_es_keresetek_statistikaja/afsz_stat_idosorok.aspx



6. 📶 Áron végre elmúlt 15 éves, és a nyári szünetben egy diákszövetkezet segítségével rögtön munkát is vállalt, mert egy laptopot szeretne vásárolni. Munkáját órabérben fizetik, ami azt jelenti, hogy a keresetét nem egy hónapra határozzák meg, hanem egy órára. Minden hónap végén a ledolgozott órai számát megszorozzák az órabérével, és így jön ki, hogy mennyi fizetést fog kapni. Áron órábérére 1100 forint, és júliusban 90 órát dolgozott.

a) Mennyi volt Áron júliusi bruttó – azaz levonások nélküli – keresete?

b) Mennyi volt a nettó – vagyis a levonásokkal csökkentett, azaz a kézhez kapott – keresete, ha diákmunka esetén csak a 15% személyijövedelemadó-előleget kell levonni a béréből?

c) Hány órát kell dolgoznia összesen Áronnak, ha a vágott laptop 170 000 forintba kerül, és van már 29 750 forint megtakarítása?

d) Mennyi a laptop nettó (áfa nélküli) ára, ha az áfakulcs 27%?

7. 📶 Boltos Bori a megnövekedett forgalom miatt új hűtőpultot vásárolt a kisboltjába, amelyet 8 évig fog használni. A hűtőpult minden évben ugyanannyit veszít az értékéből, vagyis az amortizációja minden évben azonos, a 8. év végére a hűtőpult nulla forintot ér.



a) Hány százalékot veszít évente az eredeti értékéből a hűtőpult?

b) Az ötödik év után az eredeti értékének hány százalékát éri a hűtőpult?

c) Mennyi volt a hűtőpult értékcsökkenése 3 év alatt, ha az eredeti ára 420 000 forint volt?



10. Márk apukája egyéni vállalkozó, taxisként dolgozik. Éppen most vásárolt új autót, 6 500 000 forintot költött rá. Úgy tervezi, hogy ezzel az autóval 400 000 kilométert tesz meg. Tapasztalatból tudja, hogy egy évben átlagosan 50 000 kilométert fut az autó. A 400 000 kilométer megtétele után az autót 500 000 Ft-ért tudja majd eladni.

Az autó átlagfogyasztása 7,5 liter benzin 100 kilométerenként. A benzin ára az első évben 360 forint/liter, és Márk apukája úgy számol, hogy évente átlagosan öt forinttal emelkedik majd a benzin ára.

a) Írd be a táblázatba az adatokat!

Megnevezés	Számadat (érték és mértékegység)
Autó vételára	
Tervezett összes kilométer	
Tervezett éves kilométer	
Autó eladási ára	
Autó átlagfogyasztása	
Benzin ára az első évben	
Ennyit emelkedik a benzin ára egy-egy évben	

b) Hány évig fogja használni az autóját Márk apukája?

c) Ha kilométerenként 300 forintot kér az utasoktól, ebből (mármint a kilométerenkénti díjból) mennyit tegyen félre, hogy meg tudja venni a következő kocsit, ha ez lefutotta a 400 000 kilométert, és úgy számol, hogy ugyanannyi pénzért tud majd akkor új autót venni, mint most?



d) Terve szerint hány liter benzint fog összesen tankolni Márk apukája, amíg ezt az autót használja a taxizásra?

e) Összesen mennyi pénzt fog kiadni benzinre a harmadik évben a tervei szerint?



11.  A statisztikusok rendszeresen mérik és feljegyzik a fogyasztási cikkek árának alakulását, és ebből számítják ki, hogy mennyit ér a pénzünk. **Ha az idő múlásával ugyanannyi pénzért kevesebb árut tudunk venni, mert az árak emelkedtek, akkor azt inflációnak nevezzük, és azt mondjuk, hogy a pénz vásárlóereje gyengült. Ha viszont változatlan mennyiségű pénzért több terméket tudunk vásárolni, mert az árak lefelé mozdultak, akkor deflációról beszélünk, vagyis a pénz vásárlóereje növekszik. Az inflációt vagy a deflációt százalékban fejezzük ki úgy, hogy mindig az előző évhez viszonyítunk.**

A következő táblázatban az elmúlt évek inflációs, deflációs adatainak alakulását láthatod hazánkban:

Évszám	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Infláció, defláció (%)	4,2	4,9	3,9	5,7	1,7	-0,2	-0,1	0,4	2,4

(Az adatok forrása: http://www.ksh.hu/docs/hun/xstadat/xstadat_eves/i_qsf005.html)

A táblázatból kiolvasható például, hogy 2010-ben az árak átlagosan 4,9 százalékkal voltak magasabbak, mint 2009-ben.

a) Ábrázold az inflációs és deflációs adatokat pontdiagramon!

b) Melyik évben csökkent a legnagyobb mértékben a pénz vásárlóereje?

.....

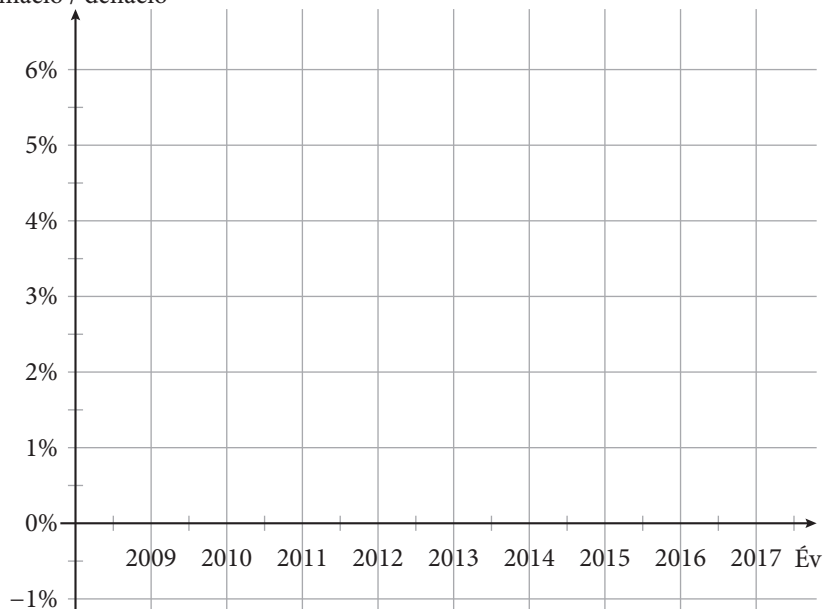
c) Melyik évben nőtt a legerőteljesebben a pénz vásárlóereje?

.....

d) Melyik évben volt a legkisebb az infláció?

.....

Infláció / defláció



e) Írj három igaz és három hamis állítást a forint vásárlóerejéről az adatok alapján!

Igaz állítások:

1.
2.
3.

Hamis állítások:

1.
2.
3.



JÁTÉK

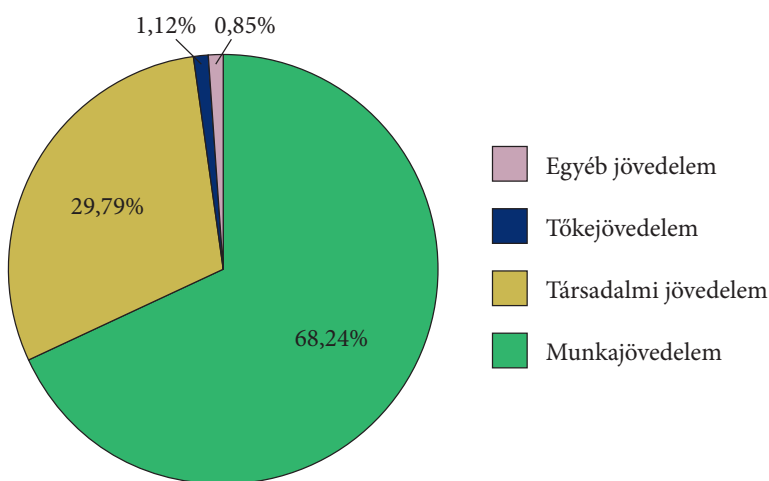
Igaz vagy hamis?

A két kördiagram a magyarországi háztartások fogyasztási kiadásainak és bevételeinek összetételét mutatja 2015-ben.

- **Társadalmi jövedelem**
Olyan bevétel, amelyet a beszedett adókból és járulékokból az állam juttat el a háztartásokhoz. Ilyen például a családi pótlék.

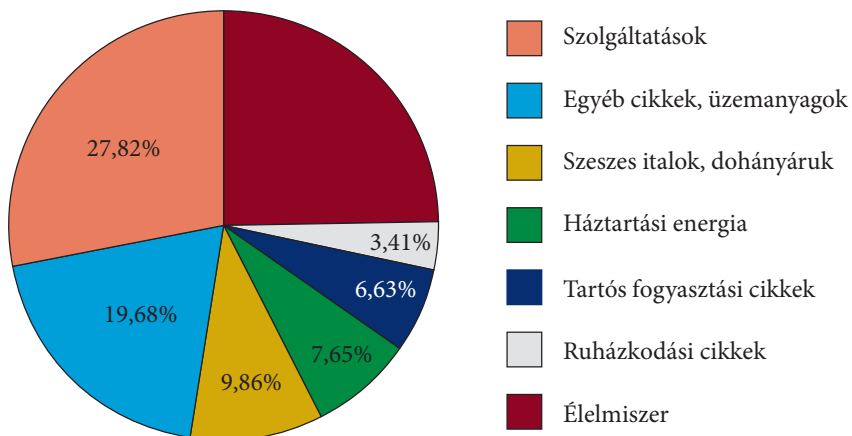
- **Tőkejövedelem**
A háztartás birtokában lévő vagyontárgy használatából fakadó jövedelem. Ilyen például a kiadott lakásért kapott bérleti díj.

Egy átlagos magyar háztartás bevételeinek megoszlása



Egy átlagos magyar háztartás fogyasztási kiadásainak megoszlása

(https://www.ksh.hu/interaktiv/kiadasok_radar/index.html)



A játék menete

A diagramokon lévő adatok felhasználásával mindenki alkosson két igaz és két hamis állítást, és ezeket írja is le. Ha mindenki elkészült, sorsolással válasszátok ki az első megszólalót, aki felolvassa az egyik állítását. A többiek ezt meghallgatják, és adott jelre felemelik ökölbe szorított jobb kezüket, ha az állítást igaznak gondolják, illetve bal kezüket emelik fel kinyitott tenyérrel, ha hamisnak vélik az állítást. Ha mindenkinek fönn van a keze, akkor az, aki az állítást felolvasta, megmondja a helyes választ, és egyben kiválasztja a következő megszólalót.

A sort addig folytatjuk, amíg mindenki föl nem olvasta legalább egy állítását. Eközben mindenki följegyzi, hány jó választ adott, és aki a legtöbb jó válasszal büszkélkedhet, az nyeri a játékot.

Mértékegység táblázat

Jó
ha tudod
az átváltásokat!

Hosszúság

mm	10^1 < 10	cm	10^1 < 10	dm	10^1 < 10	m	10^3 < 1000	km
----	-------------------	----	-------------------	----	-------------------	---	---------------------	----

Terület

mm ²	10^2 < 100	cm ²	10^2 < 100	dm ²	10^2 < 100	m ²	10^6 < 1 000 000	km ²
-----------------	--------------------	-----------------	--------------------	-----------------	--------------------	----------------	--------------------------	-----------------

Térfogat

mm ³	10^3 < 1000	cm ³	10^3 < 1000	dm ³	10^3 < 1000	m ³	10^9 < 1 000 000 000	km ³
-----------------	---------------------	-----------------	---------------------	-----------------	---------------------	----------------	------------------------------	-----------------

Ürmérték

ml	10^1 < 10	cl	10^1 < 10	dl	10^1 < 10	l	10^2 < 100	hl
----	-------------------	----	-------------------	----	-------------------	---	--------------------	----

Tömeg

g	10^1 < 10	dkg	10^2 < 100	kg	10^2 < 100	q*	10^1 < 10	t
---	-------------------	-----	--------------------	----	--------------------	----	-------------------	---

*A mázsa (q) nem hivatalos mértékegység, de Magyarországon gyakran használjuk.

Idő

másodperc	60 <	perc	60 <	óra	24 <	nap	365 <	év
-----------	---------	------	---------	-----	---------	-----	----------	----